

Санкт-Петербургский государственный университет  
Экономический факультет  
Кафедра экономической кибернетики

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**  
**по направлению 080100 – «Экономика»**

**СОВРЕМЕННЫЕ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ**  
**МЕТОДЫ ПРИНЯТИЯ ИНВЕСТИЦИОННЫХ РЕШЕНИЙ**

Выполнил:  
Бакалавриант 4 курса, группы МиСМЭ-4  
Алейникова Евгения Геннадиевна  
\_\_\_\_\_ /Подпись/

Научный руководитель:  
д.э.н., проф.  
Воронцовский Алексей Владимирович  
\_\_\_\_\_ /Подпись/

Санкт-Петербург

2017

## Оглавление

Введение.....	3
Глава 1 Теоретические аспекты инвестиционных проектов и их анализа .....	5
1.1. Инвестиции в условиях рыночной экономики .....	5
1.2. Методы обоснования инвестиционных проектов .....	8
1.3. Сравнение инвестиционных проектов по альтернативным методам дисконтирования .....	13
1.4. Анализ инвестиционного рынка .....	17
Глава 2 Экономико-математические модели для обоснования инвестиционных программ.....	23
2.1. Задача обоснования программ инвестирования и финансирования по критерию максимизации конечного состояния инвестора .....	23
2.2. Постановка задачи определения ставки расчетного процента с учетом оптимальных двойственных переменных.....	26
Глава 3 Экспериментальный расчет инвестиционных программ .....	34
3.1. Проблема инвестирования и финансирования по критерию максимизации конечного состояния инвестора .....	34
3.2. Обоснование ставки расчетного процента с учетом оптимальных двойственных переменных.....	42
Заключение .....	47
Список используемой литературы .....	49

## Введение

Для современного мира, в котором содержится огромное количество сложных экономических процессов разного рода, развитие предприятия или экономики страны в целом является актуальным вопросом. Одним из таких способов выступает эффективное вложение собственного или заемного капитала физического или юридического лица с целью его приумножения, другими словами - инвестирование. Как правило, инвесторы вкладывают средства в те проекты, которые принесут им наибольшую отдачу от вложенных средств. Вследствие этого перед инвестором возникает задача в точном понимании экономических расчетов и анализе альтернативных вложений.

В связи с этим особое значение приобретают различные методы оценки и обоснования инвестиционных предложений и их решений. Эти методы должны обеспечить выбор оптимальной инвестиции, с учетом целей инвестора, особенностей анализируемых проектов, распределения будущих доходов и расходов и рыночных параметров, таких как ставки процентов и другие.

Целью данной работы является изучение и использование современных экономико-математических методов принятия инвестиционных решений.

Реализация данной цели требует выполнения следующих исследовательских задач:

1. Определить основные понятия инвестиций;
2. Рассмотреть методы обоснования инвестиционных проектов;
3. Сравнить инвестиционные проекты на основании некоторых выделенных методов;
4. Выявить специфические особенности методов обоснования выбора проекта;
5. Проанализировать состояние российского инвестиционного рынка;
6. Определить оптимальный инвестиционный портфель и его финансовый проект;
7. Обосновать ставку расчетного процента.

Объектом исследования являются методики выбора инвестиционного проекта.

Предметом исследования выступают экономико-математические методы обоснования инвестиции.

Теоретическую основу работы составляют работы А.В. Воронцовского, труд Дж.К. Ван Хорна и Дж.М. Ваховича «Основы финансового менеджмента». Значительный вклад в изучение данного вопроса внесли также Асват Дамодаран, Т. В. Теплова, Я.С. Мелкумов.

Методологическую основу работы составляют общепризнанные методы научных исследований такие, как: анализ, синтез, индукция, дедукция, сравнение и другие.

Реализация указанных цели и задач обусловила структуру и логику работы. Работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. В первой главе рассматриваются основные аспекты понятия инвестиции и современным методам принятия инвестиционных решений, а также анализу инвестиционного рынка в России. Вторая глава посвящена постановке задач и построению их теоретических экономико-математических моделей. Третья глава содержит нахождение оптимального инвестиционного портфеля и составление его финансового плана, а также определение ставки расчетного процента с учетом оптимальных двойственных переменных на основе моделей, построенных во второй главе.

## Глава 1 Теоретические аспекты инвестиционных проектов и их анализа

### 1.1. Инвестиции в условиях рыночной экономики

Говоря об инвестициях, многие дают достаточно широкое понятие. Для некоторых инвестицией является покупка предприятия, другие считают приобретение оборудования инвестицией, третьи относят к инвестициям повышение образовательного и культурного уровней и так далее. Поэтому дать точное определение для всех случаев является сложным. Выделяют характерный признак инвестиций: расходование собственных или заемных средств на достижение собственных целей при осуществлении проекта.

Многие авторы рассматривают формирование понятия инвестиций на времени и в разных странах. И, исходя из этого анализа, пытаются дать свое определение этому понятию. Например, «инвестиции определяются как процесс, в ходе которого осуществляется преобразование ресурсов в затраты с учетом целевых установок инвесторов — получения дохода (эффекта)»<sup>1</sup>.

Или под инвестицией понимаются «расходы собственного или заемного капитала юридическим или физическим лицом для осуществления собственных, как правило, долгосрочных целей, не связанных с текущим потреблением»<sup>2</sup>.

В качестве инвестора выступает или собственник капитала, или лицо, уполномоченное принимать инвестиционные и финансовые решения от имени юридического лица. В последнем случае инвестор выдвигает цели инвестирования, занимается планированием и контролем их достижения.

Тот проект, который наилучшим образом соответствует цели инвестора, называется оптимальным инвестиционным проектом, или оптимальной инвестицией. Общее требование к формируемым и выдвигаемым целям заключается в том, что они должны допускать только однозначную трактовку. Преследуемые инвестором цели можно разделить на две группы. Это цели, выражаемые в денежной форме: максимизация дохода, прибыли, капитала, рентабельности, объема выплачиваемых дивидендов и т.д. И цели, не выражаемые в денежной форме: стремление к престижу, власти, осуществление социальных программ, завоевание сегмента рынка, достижение высоких уровней конкурентоспособности.

Достижение поставленных инвестором целей и получение необходимых результатов при реализации инвестиционного проекта приводит к возникновению соответствующего инвестиционного объекта. Этот объект может рассматриваться как в явном или в неявном

---

<sup>1</sup> Игонина Л.Л. Инвестиции : учеб. пособие / Л.Л. Игонина; под ред. д-ра экон. наук, проф. В.А. Слепова. — М.: Воронцовский, А.В. Методы обоснования инвестиционных проектов в условиях определенности: Учеб. Пособие. 5-е изд., испр. И доп. — Спб.: Изд-во С.-Петербур. Ун-та, 1999; ОЦЭИМ, 2010, с. 8

<sup>2</sup> Воронцовский, А.В. Методы обоснования инвестиционных проектов в условиях определенности: Учеб. Пособие. 5-е изд., испр. И доп. — Спб.: Изд-во С.-Петербур. Ун-та, 1999; ОЦЭИМ, 2010, с. 8

виде. Когда целью инвестиционного проекта является строительство нового предприятия или расширение уже имеющегося, говорят о рассмотрении инвестиционного объекта в явном виде. Примером неявного вида является помещение капитала в банк под определенный процент. Получение прибыли в таком случае становится возможным за счет того, что другие предприятия пользуются кредитами данного банка и платят за него проценты. Эти поступающие выплаты направляются на выплаты процентов вкладчикам.

Исходя из данных особенностей создаваемого инвестиционного объекта и имущества, приобретаемого в результате инвестирования, можно выделить финансовые, материальные (вещественные) и нематериальные инвестиции.

Финансовые инвестиции предполагают вложения капитала в различные виды финансовых активов. Например, приобретение акций, облигаций и других ценных бумаг, банковские вложения на срочный депозит, кредитование, приобретение свободно конвертируемой валюты и так далее.

Материальные или вещественные инвестиции предполагают создание материальных объектов. К ним относят вложения в недвижимость, в производственное оборудование, в оборотные средства и так далее.

Нематериальными инвестициями являются вложения в нематериальные ресурсы, которые необходимы для воспроизводства и расширения капитала инвестора. Они не отражаются в балансе его имущества. К ним относятся вложения в совершенствование организации производства, человеческий капитал, патенты, лицензии, ноу-хау, инновации и так далее.

Выбор объекта позволяет сформировать условия для описания инвестиционного проекта, оценить будущие доходы и расходы по его эксплуатации. Также особенности создаваемого объекта позволяют определить возможность использования тех или иных методов оценки обоснования соответствующих инвестиционных проектов.

Исходя из поставленных целей и инвестиционного объекта, инвестору приходится совершать определенные действия, совокупность которых раскрывает содержание инвестирования. «Эта совокупность действий называется инвестиционной деятельностью инвестора и подразумевает разработку идеи и обоснование инвестиционного проекта, материально-техническое и финансовое обеспечение, управление деятельностью создаваемого при этом объекта, включая ликвидацию или репрофилирование его в соответствии с изменяющимися внешними условиями и возможностью достижения

поставленных инвестором целей. Выделяют три направления инвестиционной деятельности»<sup>3</sup>.

1. Дополнительное финансирование из внешних источников. Как правило, инвестор использует собственный капитал для финансирования проекта, но привлечение дополнительного заемного капитала расширяют его возможности. В условиях рыночной экономики выделяют две формы финансирования из внешних источников: кредиты и эмиссия акций.

Кредитная форма внешнего финансирования характеризуется: возвратностью (необходимостью полного возвращения суммы кредита), срочностью (возвращение кредита в установленный срок), уплатой процентов (компенсация заёмщиком кредитору, связанная с невозможностью использования капитала). Кредит предполагает наложение некоторых ограничений на доходы инвестора. То есть фактически доход будет уменьшен на взятую займы сумму кредита и проценты за кредит.

Проводить эмиссию или выпуск акций могут только юридические лица. Средства, полученные после первичной продажи акций, становятся собственным капиталом эмитента и не подлежат возврату. Поэтому прямо на полученные в результате выпуска акций деньги не предполагают в дальнейшем выплат по нему. Однако в результате эмиссии возникают новые акционеры с правом на получение дохода, и эмитент должен позаботиться о выплате приемлемых для большинства дивидендов. Вдобавок эмитенту для выпуска новых акций требуется единоразовое вложение капитала.

2. Реинвестирование капитала, временно высвобождающегося при реализации инвестиционного проекта. Инвестор может вложить средства в дополнительное инвестирование. Часто при обосновании инвестиционного проекта дополнительное инвестирование рассматривалось как альтернатива вложений капитала, относительно которых оценивалась эффективность таких проектов. Если обоснование выбора инвестиции было без сравнения альтернатив и задавалось в виде одного конкретного проекта, то такой подход считается некорректным.

3. Производительное использование продукции или иных полезных результатов при реализации инвестиционного проекта. Например, вкладывая средства в производство продуктов питания, инвестор может отдавать их часть в благотворительные фонды.

Зачастую при достижении целей инвестору необходимо реализовать не один проект, а также проекты дополнительного инвестирования. Поэтому важно анализировать не отдельные инвестиционные проекты, а набор проектов и обусловленные их реализацией

---

<sup>3</sup> Воронцовский, А.В. Инвестиции и финансирование: Методы оценки и обоснования. – СПб.: Издательство С.-Петербургского ун-та, 2003, с. 24

инвестиционные действия. При этом выбор оптимального проекта в большой степени зависит от внешних условий и характеристик рынка.

Подводя итог, можно заметить, что для оценки эффективности инвестиций и обоснования инвестиционных решений выполняются следующие принципы. Во-первых, в условиях рыночной экономики всегда можно найти другой проект, с гарантированным доходом. Зачастую в качестве альтернативы выступают вклады в банк на срочный депозит, приобретение ценных бумаг с фиксированным процентом будущего дохода и установленным сроком погашения.

Во-вторых, оценка эффективности инвестиционного проекта сильно зависит от внешних факторов и претерпевает изменения вместе с ними. К таким факторам относят: положение на рынке капитала, прогнозируемая конъюнктура на рынке сбыта, ситуация на рынке труда и материальных ресурсов, действия конкурентов, внешняя и внутренняя политика государства.

## **1.2. Методы обоснования инвестиционных проектов**

Методы обоснования инвестиционных проектов можно классифицировать по разным параметрам. В первую очередь обращают внимание на следующий подход, связанный с формированием оценки последствий принимаемых инвестором решений. Говоря о первом подходе, предполагается, что инвестиционные решения принимаются в условиях определенности. Иными словами все последствия деятельности инвестора, прежде всего его ожидаемые доходы и расходы, при реализации проекта можно определить однозначно. Вторая группа инвестиционных решений предполагает невозможным однозначно оценить последствия их реализации, в том числе и будущие доходы. То есть говорят о принятии инвестиционных решений в условиях неопределенности и риска. Подробнее рассмотрим последнее.

Необходимость выделения данной группы вызвана тем, что существует достаточно большое количество инвестиционных проектов, результаты которых зависят от будущих факторов, являющимися внешними. Регулировать, а иногда и предвидеть, такие условия инвестор не в состоянии. Данный подход используется при обосновании инвестиционных решений, связанных с покупкой или продажей ценных бумаг. Исходя из предположения, что инвестор не может достоверно определить будущие результаты, то он составляет набор ожидаемых значений или предположений о будущих состояниях экономики. Если для каждого такого состояния задан объем ожидаемых доходов, то говорят о принятии инвестиционных решений в условиях неопределенности. В случае же когда известны еще и вероятности наступления этих состояний, то подразумевают принятие инвестиционных



решений в условиях риска. Конечно же, данные вероятности носят субъективный характер и определяют убежденность инвестора о степени возможности наступления события. Пожалуй, это является основным недостатком данного подхода – субъективность ожидаемых решений. Однако инвестиционная деятельность осуществляется преимущественно в условиях неопределенности и фактор риска для многих проектов начинает играть существенную роль.

Относительно простым и однозначным является метод обоснования инвестиций в условиях определенности. При заранее известном плановом периоде инвестора он позволяет рассчитать результат или установить оптимальный период использования проекта. При этом методе решение является объективным, поскольку не зависит от оценок инвестора.

Рассматривая существующие методические подходы к оценке инвестиционных проектов, можно выделить несколько мировых методик таких как: «UNIDO (United Nations Industrial Development Organization — Организация ООН по проблемам промышленного развития); Всемирного банка реконструкции и развития; Европейского банка реконструкции и развития и некоторых иностранных компаний (Goldman, Sachs & Co; Ernst & Young)»<sup>4</sup>. Для расчета эффективности инвестиционных проектов используются методические подходы, адекватные условиям рыночной экономики.

Выделяют динамические и статистически (учетные) методы обоснования инвестиционных проектов. Ключевую роль играют методы, основанные на дисконтировании денежных средств, поскольку они задают предпосылки, которые в большей степени описывают экономику. Разберем подробнее эти методы.

Статистические методы применяются, когда рассматривается только один период, в котором инвестиционные расходы совершены в начале периода, а доходы поступят в конце. Также статистические методы принимают, когда представляется возможным описать долгосрочный проект среднегодовыми показателями.

К статистическим методам относят: период окупаемости инвестиций и рентабельность инвестиций.

Метод периода окупаемости применяется при краткосрочной оценке проекта. Он показывает, насколько скоро инвестиции смогут окупиться. При использовании этого критерия нужно определить приемлемый срок окупаемости, как меру оценки капитальных вложений. Данный метод связан с ликвидностью и чем большей ликвидности хочет добиться инвестор, тем короче должен быть период окупаемости.

---

<sup>4</sup> Игонина Л.Л. Инвестиции : учеб. пособие / Л.Л. Игонина; под ред. д-ра экон. наук, проф. В.А. Слепова. — М.: Экономика 2005, с. 335.

У данного метода выделяют два главных недостатка. Поступления, возникающие после завершения срока окупаемости, не рассматриваются. Также этот метод не учитывает временной аспект стоимости денег.

Рентабельность инвестиций (ROI) даёт возможность установить не только факт прибыльности проекта, но оценить и степень этой прибыльности. Этот показатель определяется как «отношение среднего дохода фирмы к среднегодовой стоимости инвестиций»<sup>5</sup>. При этом проект считается экономически выгодным, если значение показателя превосходит норму прибыли, принятую инвестором. К недостаткам относится то же, что и в методе периода окупаемости. Дополнительно к этому минусом так же является использование балансовой прибыли, а не денежных потоков. Так как существует множество путей вычисления этой прибыли, это дает возможность манипулировать показателем рентабельности инвестиций.

Динамические методы используются для обоснования инвестиционных проектов в том случае, когда речь идёт о долгосрочных проектах с заданным плановым периодом, которые характеризуются меняющимися во времени доходами и расходами. Предполагается, что проект осуществляется в условиях определенности и будущие доходы известны и гарантированы. К динамическим методам анализа инвестиционных проектов относят:

Метод чистой текущей (настоящей) стоимости или NPV (Net Present Value) основывается на определении интегрального экономического эффекта от инвестиционного проекта. Также некоторые авторы называют данный показатель чистой приведенной ценностью, или чистым приведенным доходом<sup>6</sup>. Однако на английском языке не возникает двоякости, и обозначают его как NPV. «Под чистой настоящей стоимостью понимается сумма всех компонент денежного потока, дисконтированных на начальный (настоящий) период»<sup>7</sup>. Положительное значение NPV свидетельствует о целесообразности принятия решения о финансировании проекта. А при сравнении альтернативных проектов наиболее выгодным считается тот, у которого NPV выше.

Формула чистой настоящей стоимости имеет следующий вид, если необходимо выделить стоимость приобретения инвестиционного проекта или начальные расходы по проекту<sup>8</sup>:

---

<sup>5</sup> Игонина Л.Л. Инвестиции : учеб. пособие / Л.Л. Игонина; под ред. д-ра экон. наук, проф. В.А. Слепова. — М.: Экономика 2005, с. 343

<sup>6</sup> Лимитовский, М. А. Инвестиционные проекты и реальные опционы на развивающихся рынках : учеб.-практич. пособие. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2014, с. 18

<sup>7</sup> Воронцовский, А.В. Инвестиции и финансирование: Методы оценки и обоснования. – СПб.: Издательство С.-Петербургского ун-та, 2003, с. 101

<sup>8</sup>, Там же, с.107

$$NPV = \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+r)^t} - I_0, \quad (1.1)$$

Где  $T$  – период проекта,  $t$  – индекс периода,  $CF_t$  – компонента денежного потока в момент времени  $t$ ,  $r$  – ставка расчетного процента,  $I_0$  – инвестиции в начальный момент времени.

Данный показатель можно использовать не только для сравнительной оценки эффективности инвестиционных проектов, но и как критерий целесообразности их реализации.

Метод аннуитета является частным случаем метода чистой настоящей стоимости. Такой метод используется для оценки годового экономического эффекта. Под ним понимается поток постоянных годовых доходов, дисконтированный на текущий момент, совпадает с чистой настоящей стоимостью инвестиционного проекта.

$$A_Z = NPV_Z \frac{i(1+i)^T}{(1+i)^T - 1} = NPV_Z \eta_{iT}, \quad (1.2)$$

Где  $A_Z$  – компонента аннуитета инвестиционного проекта,  $NPV_Z$  – чистая настоящая стоимость проекта,  $\eta_{iT}$  – коэффициент аннуитета инвестиционного проекта.

Эти два метода основаны на оценке абсолютной эффективности капиталовложений, которая базируется на нахождении разности финансовых затрат, связанных с реализацией инвестиционного проекта.

Индекс доходности (Profitability Index) или коэффициент прибыльности определяется как показатель, «представляющий собой отношение приведенной стоимости денежных потоков к величине вложений, характеризует относительную меру возрастания интегрального эффекта  $NPVr$  на единицу вложенных средств  $I_0$ »<sup>10</sup>.

Если индекс меньше 1, то проект не выгоден и отклоняется. Если индекс больше 1, то проект принимают. Данный метод может использоваться для сравнения экономических выгод инвестиционных проектов с разным периодом. Формула индекса доходности<sup>11</sup>:

$$PI = \frac{NPV}{I_0} = \frac{\sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+r)^t}}{I_0} \quad (1.3)$$

<sup>9</sup> Воронцовский, А.В. Инвестиции и финансирование: Методы оценки и обоснования. – СПб.: Издательство С.-Петербургского ун-та, 2003, с.201

<sup>10</sup> Игонина Л.Л. Инвестиции : учеб. пособие / Л.Л. Игонина; под ред. д-ра экон. наук, проф. В.А. Слепова. — М.: Экономистъ 2005, с. 338

<sup>11</sup> Воронцовский, А.В. Методы обоснования инвестиционных проектов в условиях определенности: Учеб. Пособие. 5-е изд., испр. И доп. – СПб.: Изд-во С.-Петерб. Ун-та, 1999; ОЦЭиМ, 2010, с. 125

Метод рентабельности используется для определения внутренней рентабельности проекта (IRR) или внутренней ставки доходности. Другими словами это ставка процента, которая «характеризует уровень доходности определенного инвестиционного объекта, выражаемый нормой дисконта, при которой будущая стоимость денежного потока от инвестиций равна текущей стоимости инвестируемых средств»<sup>12</sup>. Это означает, что при такой ставке процента инвестор сможет возместить свою первоначальную инвестицию, но не получит дополнительного дохода. При сравнении альтернативных проектов, лучшим считается тот, у которого значение внутренней рентабельности больше. Также с помощью этого метода определяется максимально допустимая ставка ссудного процента, при которой кредитование будет осуществляться без убытков.

Метод окупаемости используется для расчета промежутка времени с начала инвестирования до момента, когда вложенный капитал компенсируется дисконтированными доходами. Если период возврата превышает инвестиционный период, то такой проект не окупается и считается экономически невыгодным. При сравнении альтернативных проектов наиболее привлекательным считается тот, у которого срок возврата инвестиций наименьший.

В данном разделе были рассмотрены основные методы обоснования выбора инвестиционного проекта. Однако реальное количество не ограничивается этими методами. Также заметим, что перечисленные методы относятся только к выбору одного наилучшего проекта. В случае, когда составляется инвестиционный портфель, применяются другие модели, одна из которых будет рассмотрена далее.

Итак, статистические методы оценки инвестиций могут применяться только для немногих проектов, которые реализуются в течение одного года и затраты на проект и его результаты описываются среднегодовыми показателями. Обычно инвестиционные проекты рассчитаны на более длительный срок, чем один год. Также при использовании статистических методов нет возможности привести результаты к текущей стоимости. Поэтому более широкое применение получили динамические методы оценки инвестиционных проектов.

Касаемо обоснования инвестиций в условиях определенности и неопределенности можно сказать, что оба метода используются достаточно широко. Метод принятия инвестиционного решения в условиях определенности является, несомненно, более простым в применении, и использует описанные выше методы. Однако не вся инвестиционная деятельность осуществляется в условиях определенности. Зачастую приходится оценивать проекты, с неизвестными будущими состояниями, исходя из экспертных мнений или

---

<sup>12</sup> Игонина Л.Л. Инвестиции : учеб. пособие / Л.Л. Игонина; под ред. д-ра экон. наук, проф. В.А. Слепова. — М.: Экономистъ 2005, с. 338

ожиданий самого инвестора. Тогда используют метод обоснования инвестиционных решений в условиях неопределенности или риска. Данный подход является индивидуальным для каждого инвестора. И может получиться так, что одни и те же решения в условиях риска для одного инвестора будут приемлемы, а для другого нет. Более того данный метод применяется в основном для инвестиций в ценные бумаги. Подводя некий итог вышесказанному, хочется отметить, что в данной работе будет сделан акцент на вложение капитала в другие виды активов. А так же использование методов обоснования инвестиций в условиях определенности.

### **1.3. Сравнение инвестиционных проектов по альтернативным методам дисконтирования**

С помощью методов дисконтирования для разных инвестиционных проектов представляется возможным выявить разницу в распределении денежных потоков во времени. Определяю три важнейших метода на основе дисконтирования денежных потоков: внутренняя ставка доходности инвестиций (internal rate of return — IRR), чистая приведенная стоимость (net present value — NPV) и индекс доходности (profitability index — PI). Каждый из этих методов мы рассмотрим подробнее по отдельности и на их основании примем инвестиционное решение: принять инвестиционное предложение или отвергнуть его.

#### Оценка инвестиционного проекта по методу внутренней ставки доходности.

«Внутренняя ставка доходности инвестиций (IRR) - ставка дисконтирования, которая уравнивает приведенную стоимость будущих денежных поступлений от реализации инвестиционного проекта и стоимость первоначальных инвестиций»<sup>13</sup>. IRR может быть найдена из уравнения:

$$I_0 = \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+IRR)^t}, \quad (1.4)$$

Где T – период проекта, t – индекс периода, CF<sub>t</sub> – компонента денежного потока в момент времени t, I<sub>0</sub> – инвестиции в начальный момент времени.

Введем условный пример. Пусть инвестор рассматривает 3 проекта, инвестиционные периоды которых равняются пяти годам. Денежные потоки задаются, как показано в таблице 1.1.

Нулевой год отражает первоначальные инвестиции. В Excel посчитаем IRR с помощью функции ВСД. Либо с помощью функции подбора параметров «Анализ что если». Для этого

<sup>13</sup> Основы финансового менеджмента/ Ван Хорн Дж.К., Вахович Дж.М. 12-е изд. - М.: "И.Д. Вильямс", 2008, с. 570

запишем формулу чистой приведенной стоимости без вычета  $I_0$  и приравняем ее к начальным инвестициям, изменяя значение процентной ставки. Полученное значение и будет являться искомой IRR. Полученные значения внутренней ставки доходности инвестиций первого, второго и третьего проектов равны соответственно 65%, 23%, 47%.

Таблица 1.1

*Денежные потоки инвестиционных проектов (млн. руб.)*

индекс проекта инвестирования	год использования проекта					
	0	1	2	3	4	5
1	-40	20	30	35	45	40
2	-10000	2000	2800	4200	5600	5100
3	-100	35	42	75	95	88

*Источник: составлено автором*

Если минимальная ставка доходности, которая требуется для одобрения проекта, в компании установлена на уровне 15%, то все проекты инвестирования являются выгодными. Однако максимальное значение IRR достигается у первого проекта. Соответственно, при использовании метода внутренней ставки доходности инвестор выберет первый проект.

Если требуемая минимальная ставка доходности совпадает с ожиданиями акционеров компании относительно того, что заработает компания в результате реализации соответствующего инвестиционного проекта, то принятие проекта с IRR инвестиций, превышающим эту минимальную ставку доходности, должно привести к увеличению рыночной цены акций фирмы. Это объясняется тем, что фирма принимает к реализации проект, ставка доходности которого превышает ставку, необходимую для поддержания текущей рыночной цены ее акций.

Оценка инвестиций по методу чистой приведенной стоимости.

«Чистая приведенная стоимость (net present value — NPV) инвестиционного проекта представляет собой приведенную стоимость чистых денежных потоков этого предложения минус первоначальные инвестиции, необходимые для его реализации»<sup>14</sup>. NPV можно найти по формуле (1.1) или:

$$NPV = \frac{CF_1}{(1+r)^1} + \frac{CF_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{CF_T}{(1+r)^T} - I_0, \quad (1.5)$$

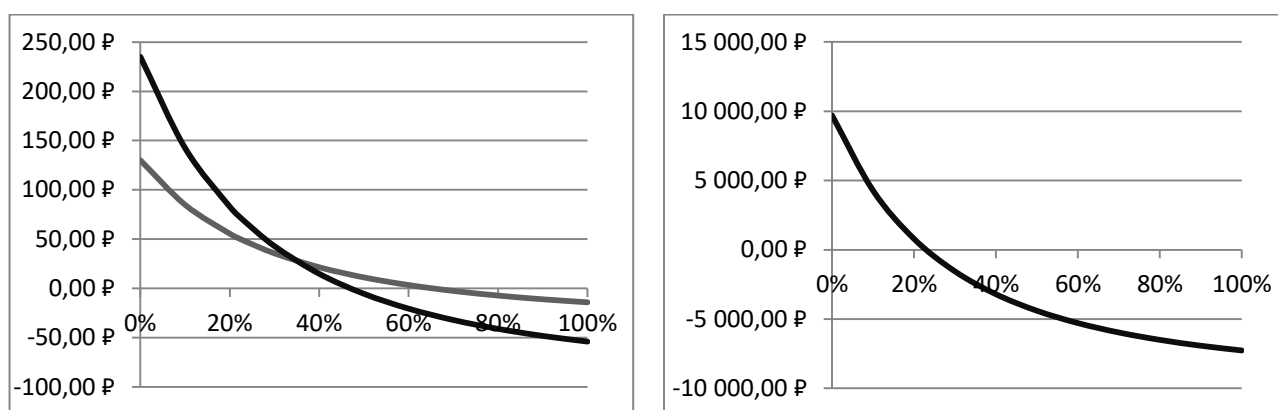
<sup>14</sup> Основы финансового менеджмента/ Ван Хорн Дж.К., Вахович Дж.М. 12-е изд. - М.: "И.Д. Вильямс", 2008, с. 574

Где  $T$  – период проекта,  $CF_t$  – компонента денежного потока в момент времени  $t$ ,  $r$  – ставка расчетного процента,  $I_0$  – инвестиции в начальный момент времени.

Как уже упоминалось ранее, критерием принятия инвестиционного проекта по методу чистой приведенной стоимости является ситуация, когда NPV больше нуля.

Посчитаем NPV, для рассматриваемого нами примера из таблицы 1.1. Для этого введем условие, что минимальная ставка доходности равна 15%. Тогда чистая приведенная стоимость равняется соответственно 68,70; 2 355,32; 109,57 млн. руб.

Построим график NPV, отображающий зависимость между чистой приведенной стоимостью некоторого проекта и используемой ставкой дисконтирования. Так как для второго проекта значения NPV по сравнению с другими двумя проектами слишком высоки, то для наглядности построим 2 графика на рисунке 1.1.



а) — NPV 1, — NPV 3

б) — NPV 2

**Рисунок 1.1** Графики зависимости NPV от процентной ставки

*Источник: составлено автором на основе расчетов*

На графике отображена обратная криволинейная зависимость чистой приведенной стоимости проекта и используемой ставкой дисконтирования. Максимальная NPV достигается при ставке дисконтирования равной нулю. По мере увеличения ставки дисконтирования график чистой приведенной стоимости устремляется вниз по криволинейной траектории. В точке, где кривая NPV пересекает ось абсцисс графика, чистая приведенная стоимость проекта равняется нулю.

По определению, ставка дисконтирования в этой точке представляет IRR инвестиций — ставку дисконтирования, при которой чистая приведенная стоимость проекта равняется нулю. Для нашего примера график NPV пересекает ось абсцисс в точке 65% и 47% для случаев 1 и 3 соответственно, и в точке 23% для второго случая. Это соответствует

найденным ранее значениям IRR. Для ставок дисконтирования, превышающих внутреннюю ставку доходности инвестиций, чистая приведенная стоимость проекта является отрицательной величиной.

Выбирая между этими тремя проектами, для инвестора будет предпочтительнее второй, так как его чистая приведенная стоимость выше.

#### Оценка инвестиций по методу коэффициента прибыльности.

«Коэффициент прибыльности (profitability index — PI), некоего проекта представляет собой отношение приведенной стоимости будущих чистых денежных потоков проекта к первоначальным инвестициям по нему»<sup>15</sup>. Рассчитывать данный индекс будем по формуле (1.3).

Для того чтобы проект не отвергался коэффициент прибыльности должен быть не меньше единицы. Коэффициент прибыльности, превышающий 1, свидетельствует о том, что приведенная стоимость проекта больше, чем первоначальные инвестиции, а это, в свою очередь, указывает на то, что чистая приведенная стоимость больше нуля. Однако, выбирая из методов чистой приведенной стоимости и коэффициентом прибыльности, предпочтение отдают первому, так как NPV указывает, не только нужно ли принимать или отвергнуть проект, но и выражает абсолютный экономический вклад данного проекта в благосостояние инвестора.

Из рассматриваемых альтернативных проектов выбирается тот, для которого данный коэффициент является наибольшим. Для нашего примера из таблицы 1.1 PI равняется соответственно 1,72; 0,24; 1,10. То есть при анализе данным методом второе предложение можно считать неприемлемым для инвестора, и выберет он первый проект.

В конечном итоге получается, что рассматривая три различных метода обоснования выбора инвестиционного проекта, мы получаем различные результаты. Первый проект получает предпочтение в случае использования метода IRR и коэффициента прибыльности. Однако в случае использования метода чистой приведенной стоимости предпочтение отдается второму проекту.

Из-за того, что по методы IRR инвестиций результат представлен в процентах, то масштабом или абсолютным значением инвестиций можно пренебречь. Так же и для метода коэффициента прибыльности масштаб инвестиций не учитывается, поскольку метод учитывает относительную прибыльность инвестиционных проектов.

В отличие от этого, результаты, полученные с помощью метода NPV, выражаются в абсолютном увеличении стоимости для фирмы. С точки зрения абсолютных денежных

---

<sup>15</sup> Основы финансового менеджмента/ Ван Хорн Дж.К., Вахович Дж.М. 12-е изд. - М.: "И.Д. Вильямс", 2008, с. 576



прибылей второй проект заведомо лучше проекта первого, несмотря на то, что IRR инвестиций и коэффициент прибыльности у проекта 2 меньше, чем у проекта 1. Причина заключается в том, что у второго проекта больше масштаб инвестиций, что обеспечивает ему большую величину чистой приведенной стоимости.

Таким образом, существует множество методов принятия инвестиционного решения, но такое решение не будет являться единственным. Для каждого инвестора обоснование выбора проекта будет индивидуально.

#### **1.4. Анализ инвестиционного рынка**

Как уже было сказано ранее инвестиции как вложение капитала с целью его преумножения или получения иных преференций, имеют существенное значение, как для компании, так и для государства в целом. По сути, они могут определять будущее страны в целом, отдельного хозяйствующего субъекта и являются движущей силой в развитии экономики и общества.

С 2014 году в связи с политическими причинами, а именно санкциями, а также снижением цены на нефть в России существует проблема обновления и роста основного капитала, которая до сих пор остается нерешенной. «Из-за санкций доступ крупного бизнеса к дешевому кредиту резко сузился, а общие возможности финансирования недостаточны из-за слабости банковского сектора и неразвитости рынка облигаций. Малый и средний бизнес страдает от неустойчивости прав собственности и высоких ставок кредита.

Внешний нефтяной шок 2014–2016 годов и спад в экономике только усугубили общую ситуацию с инвестициями в России. Значительные вложения прошлых лет в электроэнергетику и связь привели в этих отраслях к насыщению мощностями и даже их избытку. В других отраслях (за исключением добывающих) проблема, обычно интегрально именуемая «неблагоприятным инвестиционным климатом», носит затяжной характер и осложняет возможности выхода российской экономики из текущей стагнации по инвестиционному пути»<sup>16</sup>.

В свою очередь инвестиционная деятельность и предпринимательская активность в значительной степени зависят от государственной политики. Государство может затормозить или ускорить эти процессы. На данный момент в России стоит вопрос об увеличении материальных, или другими словами реальных, инвестиций. Рассмотрим подобный анализ инвестиций организаций, без субъектов малого предпринимательства, в финансовые и нефинансовые активы в таблице 1.2.

---

<sup>16</sup> Бюллетень о текущих тенденциях российской экономики. Инвестиции в основной капитал и источники их финансирования / Аналитический центр при Правительстве Российской Федерации. № 17, сентябрь 2016, с. – 2.

Таблица 1.2

**Финансовые вложения организаций и инвестиции в нефинансовые активы**  
(в базовых ценах 2009 года), млрд. руб.

	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
<b>Финансовые вложения</b>	22745	37936,4	57723,36	55035,92	55617,05	53840,68	77119,07
<b>Инвестиции в нефинансовые активы</b>	6117,40	6169,21	7433,94	7938,20	7779,91	7214,59	6517,29

*Источник: составлено автором по данным Росстата<sup>17</sup>*

Финансовые вложения организаций превосходят инвестиции в нефинансовые активы в среднем более чем в семь раз. Финансовые инвестиции в целом имели тенденцию возрастать, хотя в 2012 и 2014 годах незначительно сократились. Иную тенденцию можно наблюдать у инвестиций в нефинансовые активы. С 2012 года они стабильно сокращаются на 2%, 7% и 10% соответственно к предыдущему году. С 2014 года по политическим причинам произошел значительный отток иностранного капитала из страны. Это объясняет снижение инвестиций, как в финансовые, так и в нефинансовые активы. Если также рассмотреть изменение инвестиции в нефинансовые активы за 2016 год по отношению к предыдущему в сопоставимых ценах, то окажется, что снижение было менее чем на 2% по сравнению с 10% предыдущего года, то есть снизились темпы оттока капитала.

Теперь рассмотрим подробнее структуру инвестиций в нефинансовые активы в таблице 1.3.

В структуре инвестиций в нефинансовые активы на российском рынке за 2009-2015 гг. преобладают инвестиции в основной капитал, данный показатель стабилен и составляет 98% от объема инвестиций. С 2013 года в инвестиции в основной капитал включили инвестиции в объекты интеллектуальной собственности, затраты на научно-исследовательские, опытно-конструкторские и технологические работы, инвестиции в другие нефинансовые активы и выделили отдельно инвестиции в произведенные нефинансовые активы. Несмотря на значительные включения в структуру исчисляемого значения инвестиций в основной капитал, в последние годы они имеют тенденцию к сокращению. За три года объем инвестиций в основной капитал сократился на 18,34%.

<sup>17</sup>URL: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/enterprise/investment/nonfinancial](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/enterprise/investment/nonfinancial) (Дата обращения 6.04.2017)

Таблица 1.3

**Структура инвестиций в нефинансовые активы (в базовых ценах 2009 года),  
млрд. руб.**

	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
<b>Инвестиции в нефинансовые активы</b>	<b>6117,40</b>	<b>6169,21</b>	<b>7433,94</b>	<b>7938,20</b>	<b>7779,91</b>	<b>7214,59</b>	<b>6517,29</b>
инвестиции в основной капитал	6040,80	6089,15	7315,86	7797,86	7680,56	7109,59	6368,04
инвестиции в объекты интеллектуальной собственности	23,60	21,69	34,22	39,01	-	-	-
затраты на научно-исследовательские, опытно-конструкторские и технологические работы	20,50	24,63	29,02	43,31	-	-	-
инвестиции в другие нефинансовые активы	32,50	33,73	54,84	58,02	-	-	-
инвестиции в произведенные нефинансовые активы	-	-	-	-	99,35	105,00	149,25

*Источник: составлено автором по данным Росстата<sup>18</sup>*

Рассмотрим подробнее структуру инвестиций в основной капитал по источникам финансирования в таблице 1.4.

В ходе инвестиционных спадов, как правило, сокращается доступ организаций к привлеченным средствам. В России в 2015 году из-за осложнения доступа к внешнему финансированию (в том числе из-за выросших ставок по банковским кредитам) впервые с 1999 года доля привлеченных средств в структуре финансирования инвестиций в основной капитал крупных и средних организаций упала ниже 50%.

В 2014 году объем инвестиций упал на 7,2%, что вернуло показатель на уровень 2008 года, отраженное на рисунке 1.2. В 2015 году — на 11,5%. В 2016 г. — на 0,1%. Происходит постепенное замедление темпов спада. «Снижение волатильности рубля на фоне повышения прогнозов по ВВП, а также снижение ключевой ставки в 2016 г. до 10,5%, можно

<sup>18</sup> URL: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/enterprise/investment/nonfinancial](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/enterprise/investment/nonfinancial) (Дата обращения 6.04.2017)

рассматривать как сигналы стабилизации экономики. Тем не менее, участники инвестиционного рынка пока остаются достаточно осторожными»<sup>19</sup>.

Снижение инвестиций в 2014 отличается от кризиса 2008–2009 годов. Во время того кризиса произошел «спад инвестиционной деятельности, который вызвал неблагоприятные процессы долгосрочного характера: резкое снижение производственно - технологического потенциала, моральное и физическое старение производственного аппарата страны»<sup>20</sup>. В предыдущий кризис объем инвестиций упал резко и на большую величину, а в настоящее время идет затяжное снижение, связанное с ухудшением возможностей для вложения капитала по широкому кругу отраслей и регионов.

*Таблица 1.4*

*Структура инвестиций в основной капитал по источникам финансирования,  
в процентах к итогу*

	2012	2013	2014	2015	2016
<b>ИНВЕСТИЦИИ В ОСНОВНОЙ КАПИТАЛ</b>	100	100	100	100	100,0
<b>Собственные средства</b>	44,5	45,2	45,7	50,2	51,8
<b>Привлеченные средства</b>	55,5	54,8	54,3	49,8	48,2
<i>кредиты банков</i>	8,4	10,0	10,6	8,1	10,5
в т. ч. иностранных банков	1,2	1,1	2,6	1,7	2,9
<i>заемные средства других организаций</i>	6,1	6,2	6,4	6,7	5,4
<i>бюджетные средства</i>	17,9	19,0	17,0	18,3	16,0
федерального бюджета	9,7	10,0	9,0	11,3	9,0
региональных бюджетов	7,1	7,5	6,5	5,7	5,9
местных бюджетов	1,1	1,5	1,5	1,3	1,1
<i>средства внебюджетных фондов</i>	0,4	0,3	0,2	0,3	0,2
<i>средства организаций и населения на долевое строительство</i>	2,7	2,9	3,5	3,2	2,8
<i>прочие</i>	20,0	15,6	15,7	12,1	12,8

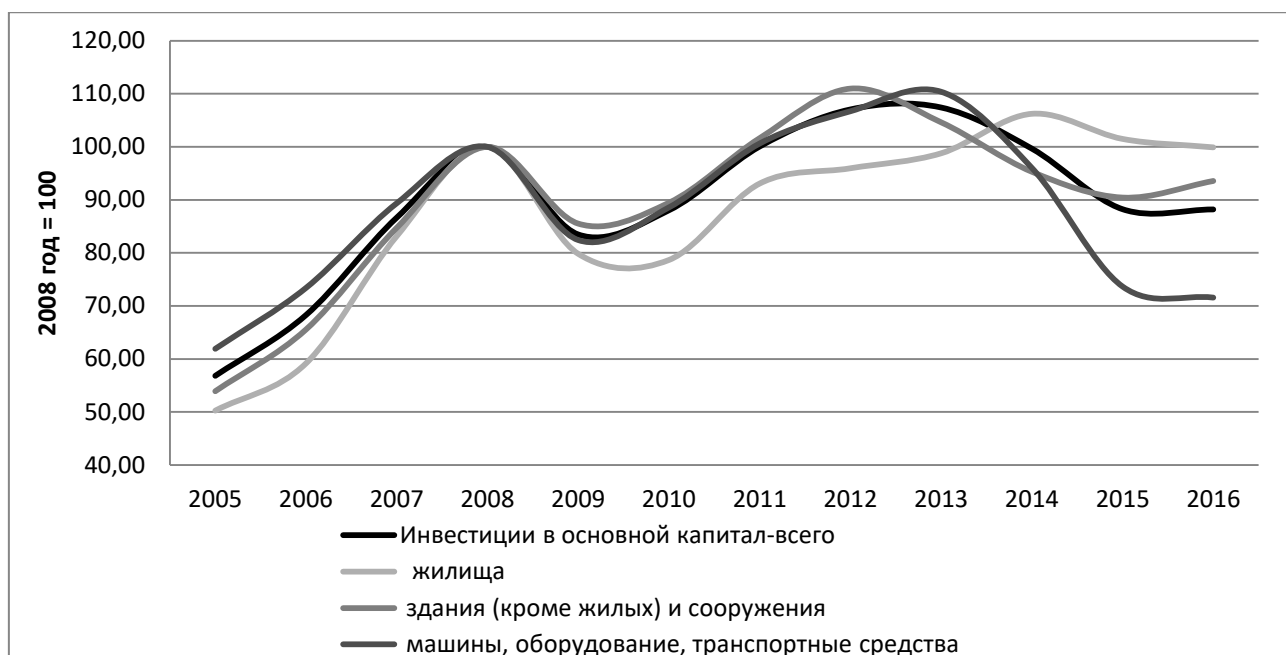
*Источник: Росстат*<sup>21</sup>

<sup>19</sup> URL: <http://www.colliers.com/-/media/files/emea/russia/research/2016/h1> (Дата обращения 17.04.17)

<sup>20</sup> Инвестиционный менеджмент : учебник / Н . Д . Гуськова , И . Н . Краковская , Ю . Ю . Слушкина , В . И . Маколов . – 2- е изд . , перераб . и доп . – М . КНОРУС, 2014, с. 18.

<sup>21</sup> URL: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/enterprise/investment/nonfinancial](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/enterprise/investment/nonfinancial) (Дата обращения 12.04.2017)

Нельзя не отметить слишком резкий спад машин, оборудования, транспортных средств начиная с 2014 года. В этом году объем инвестиций уменьшился на 13%, в 2015 – на 23%, а в 2016 – на 3%.



**Рисунок 1.2 Динамика инвестиций по видам основных фондов, в постоянных ценах**

*Источник: составлено автором на основе расчетов по данным Росстата*

Теперь рассмотрим объемы инвестиций в основной капитал по видам деятельности на рисунке 1.3.

В 2015 году каждый из представленных видов деятельности сократил объем инвестиций по сравнению с 2012. Аналогично и для 2016 года за исключением добычи полезных ископаемых, она увеличилась на 7%.

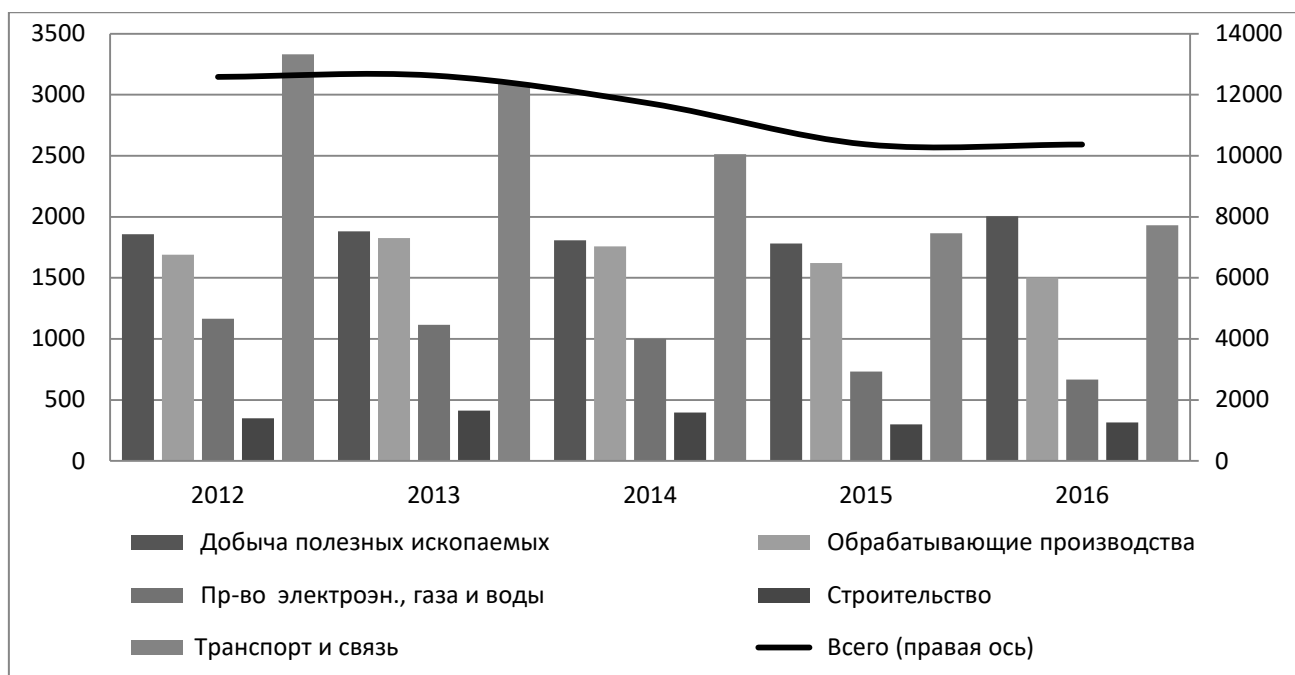
По сравнению с базисным 2012 годом больше всего сократились инвестиции в производство и распределение электроэнергии, газа и воды на 42,88%. Более того снизилось инвестирование транспорта и связи. Оно упало на 42%.

Возможные факторы, влияющие на это, могут быть связаны «с высокой базой прошлых лет и достижением определенного насыщения предложения в данных отраслях, так как объем инвестиций в производство и распределение электроэнергии, газа и воды за 2009–2012 годы вырос в 1,5 раза, также и с общими кризисными факторами»<sup>22</sup>.

В целом, структура инвестиций в основной капитал по видам деятельности претерпела заметные изменения за последние годы. В 2016 году основными отраслями для

<sup>22</sup> Бюллетень о текущих тенденциях российской экономики. Инвестиции в основной капитал и источники их финансирования / Аналитический центр при Правительстве Российской Федерации. № 17, сентябрь 2016, с. – 6.

инвестирования остались добыча полезных ископаемых 19,4%, транспорт и связь 18,6%. В последние два года операции с недвижимым имуществом, аренда и предоставление услуг занимают самую большую долю в инвестировании: 20,6% в 2016 году и 22,8% в 2015.



**Рисунок 1.3 Объемы инвестиций в основной капитал по видам деятельности, в базовых ценах 2012 года**

*Источник: составлено автором по данным Росстата<sup>23</sup>*

Доля обрабатывающих производств в 2016 году равна 14,6% к итогу. Нужно заметить, что по сравнению с 15,6% 2015 года она сократилась. Инвестиции в строительство занимают только 3% от общего. В 2015 году снизилось инвестирование на 24,3% по сравнению с предыдущим годом, однако, в следующем году оно увеличилось на 5%, и по сравнению с 2012 в 2016 году инвестирование сократилось только на 9,6%.

<sup>23</sup> URL:[http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/enterprise/investment/nonfinancial/](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/enterprise/investment/nonfinancial/) Дата обращения (30.04.2017)

## **Глава 2 Экономико-математические модели для обоснования инвестиционных программ**

### **2.1. Задача обоснования программ инвестирования и финансирования по критерию максимизации конечного состояния инвестора**

Помимо выбора одного проекта инвестор может рассматривать оптимальный выбор нескольких для создания инвестиционного портфеля. Рассмотрим в данном параграфе задачу о принятии решения такого оптимального инвестиционного портфеля и его финансирование, чтобы конечное состояние инвестора было максимальным.

При постановке такого типа задач возможны два разных подхода. Во-первых, можно предположить, что все проекты инвестирования и кредитования можно использовать с необходимой интенсивностью. Иными словами учитывается делимость этих проектов. Во-вторых, существуют проекты, когда одна часть может использоваться с любой интенсивностью (например, кредит или приобретение государственных облигаций), а другая остается неделимой (например, материальные активы).

Основные предпосылки данной модели:

- известно определенное множество инвестиционных проектов и проектов кредитования;
- проекты, на которые не установлено условие неделимости, считаются с любой интенсивностью;
- каждый проект описывается денежным потоком и может быть реализован независимо от других, а совместное исполнение проектов не влияет на их денежные потоки;
- инвестор может авансировать собственный капитал на осуществление инвестиционной программы;
- за каждый год планового периода, кроме последнего, должно обеспечиваться нулевое сальдо между доходами и расходами, т.е. должно быть выполнено условие ликвидности, а сальдо последнего года представляет собой конечное состояние инвестора.

Исходя из заданных предпосылок, сформулируем задачу: найти такие интенсивности использования проектов инвестирования и кредитования, при которых конечное состояние инвестора будет максимальным. При этом должны выполняться: условие ликвидности, лимит кредитования не должен быть превышен по каждому году, должны учитываться

потоки доходов и расходов компании, заданный поток дивидендов и ограничения на интенсивность использования проектов материального инвестирования и долгосрочного кредитования.

Введем обозначения:  $m, n$  – количество проектов инвестирования и кредитования соответственно.  $T$  – плановый период ( $T = 0, 1, \dots, t, \dots, T$ ).  $Z_{tj}$  – денежный поток инвестиционного проекта  $j$  ( $j = 1, \dots, m$ ) в момент времени  $t$ .  $K_{tj}$  – денежный поток проекта кредитования  $j$  ( $j = m+1, \dots, m+n$ ) в момент времени  $t$ .  $N = (N_0, N_1, \dots, N_T)$  – денежный поток доходов и расходов фирмы, не зависящий от рассматриваемой инвестиционной программы, включая поступления капитала от акционеров.  $X_j$  – интенсивность использования проекта  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, m+n$ ).  $dt$  – объем дивидендов, выплачиваемых в год  $t$ .

Введем дополнительные ограничения для интенсивностей:  $F_t$  – объем на ограничение кредита в год  $t$  ( $t = 0, 1, \dots, T-1$ );  $g_j$  – ограничение сверху на интенсивность использования проекта  $j$ ;  $J_1$  – множество проектов, для которых указанное ограничение задано;  $J_2$  – множество проектов, для которых указанное ограничение не задано,  $J_1 \cup J_2 = \{1, 2, \dots, m+n\}$

Искомым данной задачи являются интенсивности использования проектов.

Исходя из условия ликвидности для каждого года, кроме последнего, запишем его в форме уравнения. И перенесем в правую часть слагаемые, не зависящие от неизвестных.

$$\sum_{j=1}^m Z_{tj} X_j + \sum_{j=m+1}^{m+n} K_{tj} X_j = -N_t + d_t, \quad t = 0, 1, \dots, T-1 \quad (2.1)$$

А конечное состояние инвестора  $S_T$  равно сумме денежных потоков, относящихся к последнему году планового периода. И оно должно быть положительно.

$$S_T = \sum_{j=1}^m Z_{Tj} X_j + \sum_{j=m+1}^{m+n} K_{Tj} X_j \geq -N_T + d_T \quad (2.2)$$

Объем кредита можно определить как размер займа по всем проектам кредитования, включенным в программу, не превосходящий заданного лимита на кредит. Если  $J_{Kt}$  – подмножество, содержащее проекты, начинающиеся в один и тот же год, то

$$\sum_{j \in J_{Kt}} K_{tj} X_j \leq F_t \quad (t = 0, 1, \dots, T-1) \quad (2.3)$$

На все интенсивности накладывается условие неотрицательности, а также ограничения сверху для тех проектов, которые это предполагают.



$$0 \leq X_j \leq g_j, \quad j \in J_1 \quad (2.4)$$

$$0 \leq X_j, \quad j \in J_2 \quad (2.5)$$

В качестве целевой функции рассматривается максимизация конечного состояния инвестора, которая описывается формулой (2.2). Опустив постоянные слагаемые, не влияющие на нахождение оптимального плана, получим:

$$\sum_{j=1}^m Z_{Tj} X_j + \sum_{j=m+1}^{m+n} K_{Tj} X_j \rightarrow \max \quad (2.6)$$

Тогда, принимая во внимание все ограничения, задачу планирования программ инвестирования и кредитования по критерию максимизации конечного состояния инвестора можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^m Z_{Tj} X_j + \sum_{j=m+1}^{m+n} K_{Tj} X_j \rightarrow \max \\ & \sum_{j=1}^m Z_{tj} X_j + \sum_{j=m+1}^{m+n} K_{tj} X_j = -N_t + d_t, \quad t = 0, 1, \dots, T-1, \\ & \sum_{j=1}^m Z_{Tj} X_j + \sum_{j=m+1}^{m+n} K_{Tj} X_j \geq -N_T + d_T, \\ & \sum_{j \in J_{kt}} K_{tj} X_j \leq F_t \quad (t = 0, 1, \dots, T-1), \\ & 0 \leq X_j \leq g_j, \quad j \in J_1, \\ & 0 \leq X_j, \quad j \in J_2. \end{aligned} \quad (2.7)$$

В результате решения задачи (2.7) можно найти оптимальный план, который обозначим  $X^* = (X_1^*, \dots, X_{m+n}^*)$ , и оптимальное значение состояния инвестора  $S_T^*$ . Обозначим  $m^*$  - число проектов инвестирования,  $n^*$  - число проектов кредитования, которые вошли в оптимальный план. По проектам, включенным в решение, определим конечное состояние инвестора:

$$S_T^* = \sum_{l=1}^{m^*} Z_{Tj_l} X_{j_l}^* + \sum_{l=m^*+1}^{m^*+n^*} K_{Tj_l} X_{j_l}^* + N_T - d_T \quad (2.8)$$

Построим полный финансовый план реализации оптимальной программы инвестирования и финансирования, указанный в таблице 2.1.

Таблица 2.1

**Финансовый план реализации оптимальной программы**

Вид денежного потока	Плановый период инвестора			
	нулевой	1	...	T - й
Независимые доходы и расходы	$N_0$	$N_1$		$N_T$
Инвестиции:				
проект $j_1$	$Z_{0j_1} X_{j_1}^*$	$Z_{1j_1} X_{j_1}^*$		$Z_{Tj_1} X_{j_1}^*$
...	...	...	...	...
проект $j_{m^*}$	$Z_{0j_{m^*}} X_{j_{m^*}}^*$	$Z_{1j_{m^*}} X_{j_{m^*}}^*$		$Z_{Tj_{m^*}} X_{j_{m^*}}^*$
Кредит:				
проект $j_{m^*+1}$	$K_{0j_{m^*+1}} X_{j_{m^*+1}}^*$	$K_{1j_{m^*+1}} X_{j_{m^*+1}}^*$		$K_{Tj_{m^*+1}} X_{j_{m^*+1}}^*$
...	...	...		...
проект $j_{m^*+n^*}$	$K_{0j_{m^*+n^*}} X_{j_{m^*+n^*}}^*$	$K_{1j_{m^*+n^*}} X_{j_{m^*+n^*}}^*$		$K_{Tj_{m^*+n^*}} X_{j_{m^*+n^*}}^*$
Дивиденды по акциям	$-d_0$	$-d_1$		$-d_T$
Конечное состояние инвестора				$S_T^*$

## 2.2. Постановка задачи определения ставки расчетного процента с учетом оптимальных двойственных переменных

Инвестору, при рассмотрении проектов инвестирования и обоснования инвестиционных программ в целом, важно понимать, какие доходности ему будут доступны по альтернативным вложениям капитала. Если альтернативным проектом выступают программы материального или финансового инвестирования, то возникает необходимость в определении ставки расчетного процента.

Так как для формирования совместной программы инвестирования и финансирования возможно использование линейных оптимизационных методов, то для определения ставок

расчётного процента воспользуемся двойственными или теневыми переменными оптимального плана. «Переменные двойственной задачи по своему смыслу являются оценками потенциальной возможности получения дополнительной прибыли за счет увеличения соответствующего ресурса в условиях оптимального функционирования управляемого экономического объекта»<sup>24</sup>.

Исходя из оптимальности плана и условий нахождения оптимальных двойственных переменных, рассмотрим две постановки задачи совместного обоснования программ инвестирования и финансирования. При этом будем учитывать только ограничения на интенсивности использования неделимых проектов и ограничения ликвидности по каждому периоду, и не будем рассматривать ограничения на объем внешнего финансирования.

Первой рассмотрим задачу обоснования программ совместного инвестирования и финансирования по критерию максимизации конечного состояния вкладчика. Она формулируется в следующем виде:

Определить интенсивность использования проектов инвестирования и кредитования, а также конечное состояние инвестора так, чтобы с учетом потока независимых доходов и расходов и заданного потока дивидендов обеспечить условие ликвидности за каждый год в течение планового периода. При этом учесть поставленные ограничения на интенсивности использования долгосрочных проектов инвестирования и кредитования и максимизировать конечное состояние фирмы.

В отличие от задачи из параграфа 2.1 в данной постановке конечное состояние фирмы рассматривается в явном виде как неизвестное. Это позволит представить условия ликвидности, в том числе и последнего, в виде строгого равенства, то есть второе ограничение задачи (2.7) будет выполняться в форме равенства.

Запишем задачу в формульном виде. Искомый вектор неизвестных интенсивностей задачи:

$$(X, S_T) = (X_1, X_2, \dots, X_{m+n}, S_T).$$

Обозначим матрицу  $A$ , содержащую столбцы соответствующие денежным потокам всех исходных проектов инвестирования и кредитования:

$$A = (Z, K) = (Z_1, Z_2, \dots, Z_m, K_{m+1}, K_{m+2}, \dots, K_{m+n}).$$

<sup>24</sup> Конюховский П. В. Математические методы исследования операций в экономике — СПб.: Издательство «Питер», 2000. — с. 63

Пусть  $g_j$  – вектор ограничений на интенсивность использования проекта  $j$ ; где  $J_1$  – множество проектов, для которых указанное ограничение задано;  $J_2$  – множество проектов, для которых указанное ограничение не задано,  $J_1 \cup J_2 = \{1, 2, \dots, m + n\}$ . Также введем вектор  $e = (0, 0, \dots, 0, 1)$ , где  $e$  – вектор размерности  $T+1$ .

Учитывая эти обозначения, задача обоснования программ совместного инвестирования и финансирования по критерию максимизации конечного состояния фирмы имеет следующее представление:

$$\begin{aligned} AX - eS_T &= -N + d, \\ 0 \leq X_j &\leq g_j, \quad j \in J_1, \\ 0 \leq X_j, \quad j &\in J_2, \\ S_T &\rightarrow \max. \end{aligned} \tag{2.9}$$

Рассмотрим задачу совместного выбора программы инвестирования и финансирования по критерию максимизации потока дивидендов акционеров фирмы, которая может быть сформулирована следующим образом:

Определить интенсивности использования проектов инвестирования и кредитования так, чтобы максимизировать поток дивидендов с учетом потока независимых доходов и расходов и заданного конечного состояния фирмы и обеспечить выполнение условия ликвидности за каждый год в течение планового периода, учесть ограничения на интенсивность использования долгосрочных проектов инвестирования и кредитования.

В такой постановке задача представляет собой задачу векторной оптимизации. Переход в ней «к скалярному выражению целевой функции может быть выполнен по-разному. Можно рассматривать в качестве критерия максимизацию настоящей стоимости потока дивидендов. Однако в таком случае процентная ставка определяется с учетом внешних факторов, а не на основе оптимальных двойственных оценок. Либо определить поток дивидендов на основе задаваемого темпа роста компонент этого потока по отношению к нулевому периоду. В подобном случае в качестве неизвестного выступают выплаты собственникам капитала в нулевой год, а выплаты в последующие года равны произведению выплат в нулевой год на соответствующий темп роста»<sup>25</sup>.

Введем дополнительные обозначения. Пусть  $d_0$  – выплаты дивидендов в нулевом году,  $\pi_t$  – темп роста выплат акционерам в  $t$  год по сравнению с начальным периодом

---

25 Воронцовский, А.В. Инвестиции и финансирование: Методы оценки и обоснования. – СПб.: Издательство С.-Петербургского ун-та, 2003, с. 349

$t = 0, 1, 2, \dots, T$ ,  $\pi_0 = 1$ ,  $\pi_{t-1} \leq \pi_t$ ,  $t = 1, 2, \dots, T$ ,  $\pi = (\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_T)$ . Указанные темпы роста отражают как инфляционные ожидания, так и их временные предпочтения.

С учетом выше перечисленных условий, задача оптимизации потока доходов собственников капитала примет вид:

$$\begin{aligned} AX - \pi d_0 &= -N + eS_T, \\ 0 &\leq X_j \leq g_j, \quad j \in J_1, \\ 0 &\leq X_j, \quad j \in J_2, \\ d_0 &\rightarrow \max. \end{aligned} \tag{2.10}$$

В подобной постановке обе задачи имеют одинаковые по форме ограничения и векторы коэффициентов целевой функции. Для исследования свойств двойственных переменных каждой из этих задач достаточно проанализировать одну из них.

Пусть  $Y^* = (Y_0^*, Y_1^*, \dots, Y_T^*)$  - вектор оптимальных двойственных переменных, соответствующий основным ограничениям задач (2.9) и (2.10).

$$(X^*, S^*_T) = (X^*_1, X^*_2, \dots, X^*_{m+n}, S^*_T) - \text{оптимальный план задачи (2.9),}$$

$$(X^*, d^*_0) = (X^*_1, X^*_2, \dots, X^*_{m+n}, d^*_0) - \text{оптимальный план задачи (2.10).}$$

Для упрощения написания будем иметь ввиду, что  $X^*$  и  $Y^*$  - оптимальный план и оптимальные двойственные переменные для обеих задач (2.9) и (2.10). Хотя, как написано ранее, обозначаются они по-разному для каждой из задач.

В соответствии с теорией о задаче двойственной к исследуемой, для оптимального плана будут выполняться следующие соотношения:

$$\begin{aligned} Y^* A_j &= 0, \text{ если } 0 \leq X_j^* \leq g_j, \quad j \in J_1, \quad 0 \leq X_j^*, \quad j \in J_2, \\ Y^* A_j &\leq 0, \text{ если } X_j^* = g_j, \\ Y^* A_j &\geq 0, \text{ если } X_j^* = 0, \quad j \in J_1, \quad j \in J_2 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Где  $A_j$  -  $j$ -ый вектор – столбец матрицы  $A$ ,  $j = 1, 2, \dots, m+n$ .

Дополним эти условия произведением вектора оптимальных двойственных переменных на последний столбец матрицы соответствующей задачи. Для задачи (2.9) это условие примет вид:

$$Y^*(-e) = 1, \quad \text{если } S_T^* > 0,$$

Отсюда следует, что

$$Y_T^* = -1, \quad \text{если } S_T^* > 0, \quad (2.12)$$

Для задачи (2.10) данное условие записывается в виде:

$$Y^*(-\pi) = 1, \quad \text{если } d_0^* > 0, \quad (2.13)$$

Покажем, что оптимальные двойственные переменные, соответствующие основным ограничениям рассматриваемых задач, отрицательны. Учтем, что оптимальная двойственная переменная задачи линейного программирования показывает приращение целевой функции задачи при изменении правых частей ограничения на малую единицу, которая не изменяет базис оптимального решения. Обратим внимание и на то, что с увеличением любой компоненты вектора независимых доходов и расходов при прочих равных условиях происходит как увеличение конечного состояния инвестора при заданном потоке дивидендов, так и увеличение выплат акционерам при заданном конечном состоянии фирмы.

Тогда покажем для задачи (2.9), что при увеличении компоненты  $N_t$  в год  $t$  на 1 единицу, она примет вид  $N_{t+1}$ , и используя теорему двойственности о равенстве на оптимальных планах прямой и двойственной задач:

$$\Delta S_T^* = Y_T^*(-1), \quad t = 0, 1, \dots, T,$$

Где  $\Delta S_T^*$  - прирост конечного состояния инвестора при возрастании независимых доходов в год  $t$  на единицу. Так как этот прирост является в данном случае величиной положительной, то следует:

$$Y_T^* < 0, \quad t = 0, 1, \dots, T, \quad (2.14)$$

Интерпретируем полученные результаты для проектов инвестирования. Рассмотрим сначала те проекты, для которых оптимальная интенсивность использования равна заданному ограничению. Тогда второе условие задачи (2.9) равно:

$$Y_0^* Z_{0j} + \sum_{t=1}^T Y_t^* Z_{tj} \leq 0 \quad \text{при тех } j, \text{ для которых } X_j^* = g_j,$$

Разделим правую и левую части на первую компоненту вектора двойственных переменных. Учитывая, что она отрицательна, поменяем знак.

$$Z_{0j} + \sum_{t=1}^T \frac{Y_t^*}{Y_0^*} Z_{tj} \geq 0, \quad \text{если } X_j^* = g_j,$$

Представим коэффициент дисконтирования  $a_t$  как

$$a_t = \frac{Y_t^*}{Y_0^*}, \quad a_t > 0.$$

Тогда, подставив его в предыдущее выражение:

$$Z_{0j} + \sum_{t=1}^T a_t Z_{tj} \geq 0, \quad \text{если } X_j^* = g_j, \quad (2.15)$$

Выражение в левой части можно рассматривать как чистую настоящую стоимость инвестиционного проекта  $j$ . То есть, для каждого рассматриваемого инвестиционного проекта NPV должно быть неотрицательно.

Для остальных проектов инвестирования, используемых с ненулевой интенсивностью, NPV равна нулю:

$$NPV_{Z_j} = Z_{0j} + \sum_{t=1}^T a_t Z_{tj} = 0, \quad (2.16)$$

если  $0 \leq X_j^* \leq g_j, \quad j \in J_1, \quad 0 \leq X_j^*, \quad j \in J_2,$

Для проектов инвестирования, не включенных в оптимальный план, учитывая третье условие из соотношений (2.11), легко доказывается, что чистая настоящая стоимость не положительна:

$$NPV_{Z_j} = Z_{0j} + \sum_{t=1}^T a_t Z_{tj} \leq 0, \quad (2.17)$$

если  $X_j^* = 0, \quad j \in J_1, \quad j \in J_2$

Данные результаты соответствуют отбору проектов по методу чистой настоящей стоимости. Выбираются те проекты, для которых NPV положительна, а в предельном случае если она неотрицательна.

Можно провести оценку ставок расчетного процента, которым соответствуют коэффициенты дисконтирования. Определим их для каждого года планового периода следующим образом.

Можно найти текущую ставку расчетного процента как:

$$\frac{1}{a_t} = (1 + i)^t = \frac{Y_0^*}{Y_t^*}, \quad t = 1, 2, \dots, T.$$

Отсюда легко находится значение текущей ставки расчетного процента для каждого периода:

$$i_t = \sqrt[t]{\frac{Y_0^*}{Y_t^*}} - 1, \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (2.18)$$

Если для вычисления чистой настоящей стоимости рассматриваемых инвестиционных проектов использовать ставку расчетного процента из уравнения (2.18), то ее выражение примет обычный вид:

$$NPV_{Z_j} = Z_{0j} + \sum_{t=1}^T \frac{Z_{tj}}{(1+i_t)^t}, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (2.19)$$

Также можно определить форвардные ставки расчетного процента, которые характеризуют доходность проекта в данный год по отношению к предыдущему. Определим их в форме:

$$f_t = \frac{Y_{t-1}^*}{Y_t^*} - 1, \quad t = 2, \dots, T. \quad (2.20)$$

Выразим коэффициент  $a_t$  через ставку процента  $f_t$ . С этой целью выражение для нахождения коэффициента дисконтирования  $a_t$  с учетом последней формулы преобразуем следующим образом:

$$a_t = \frac{Y_t^*}{Y_0^*} = \frac{Y_1^* Y_2^* \dots Y_t^*}{Y_0^* Y_1^* \dots Y_{t-1}^*} = \frac{1}{(1 + f_1)(1 + f_2) \dots (1 + f_t)}$$

Используя это выражение чистую настоящую стоимость можно представить в следующем виде:



$$NPV_{Z_j} = Z_{0j} + \sum_{t=1}^T Z_{tj} \frac{1}{(1+f_1)(1+f_2)\dots(1+f_t)} .$$

Обе выведенные формулы для расчета чистой настоящей стоимости эквивалентны, но в них используются разные подходы для вычисления ставки расчетного процента, которые позволяют по-разному формировать годовые ставки расчётного процента при одинаковом значении коэффициента дисконтирования для каждого года в течение рассматриваемого планового периода инвестора. В зависимости от поставленных целей и характера проводимого исследования в расчётах можно использовать тот или иной подход.

Ставки расчётного процента, определённые на основе оптимальных двойственных переменных, могут быть использованы для решения различных задач, в том числе:

- для оценки целесообразности включения в оптимальную программу проектов дополнительного инвестирования;
- для определения доходности альтернативных проектов в разные периоды, которую обеспечивает реализация оптимальной программы инвестирования и финансирования;
- для обоснования доходности портфеля купонных и бескупонных облигации, если инвестор собирается держать их у себя до погашения;
- для анализа линейных моделей совместного обоснования программ инвестирования и финансирования.

Также необходимо помнить, что двойственные оценки изменяться при изменении базиса оптимального плана и интерпретируются только в области устойчивости оптимального решения.

## Глава 3 Экспериментальный расчет инвестиционных программ

### 3.1. Проблема инвестирования и финансирования по критерию максимизации конечного состояния инвестора

Сформируем задачу, которую будем решать. Найти такие интенсивности использования проектов инвестирования и кредитования, при которых конечное состояние инвестора будет максимальным. При этом должны выполняться: условие ликвидности, лимит кредитования не должен быть превышен по каждому году, должны учитываться потоки доходов и расходов компании, заданный поток дивидендов и ограничения на интенсивность использования проектов материального инвестирования и долгосрочного кредитования. Рассмотрим решение данной задачи на следующем примере, часть данных по которому предоставлена ПАО «Газпром нефть».

*Таблица 3.1*

#### *Денежные потоки проектов инвестирования (млн. руб.)*

Индекс проекта инвестирования	Год использования проекта					
	Нулевой	1	2	3	4	5
1	-500	713,67	50,85	344,33	141,74	202,59
2	-	-440	245,42	698,46	721,28	183,80
3	-400	227,97	50,85	324,65	122,06	202,59
4	-	-550	245,42	731,84	668,73	162,99
5	-100	110	-	-	-	-
6	-	-100	110	-	-	-
7	-	-	-100	110	-	-
8	-	-	-	-100	110	-
9	-	-	-	-	-100	110

*Источник: составлено автором с использованием данных ПАО «Газпром нефть»*

Пусть инвестор имеет четыре проекта с инвестиционным периодом пять лет. Их денежные потоки приведены в таблице 3.1. Предположим, что инвестор может ежегодно в течение планового периода помещать капитал в банк на один год под 10%<sup>26</sup> годовых. Тогда все краткосрочные проекты инвестирования можно описать так, как показано в таблице 3.1.

Предположим, что инвестор может использовать долгосрочный проект кредитования. Он берется под ставку 30%<sup>27</sup> годовых и предполагает погашение долга и уплату процентов за него равными суммами в течение периода. Также инвестор может брать краткосрочные кредиты под 27%<sup>28</sup>. Тогда денежные потоки будут иметь вид, представленный в таблице 3.2.

**Таблица 3.2**

**Денежные потоки проектов кредитования (млн. руб.)**

индекс проекта инвестирования	Год использования проекта					
	нулевой	1	2	3	4	5
10	650	-266,878	-266,878	-266,88	-266,88	-266,88
11	100	-127	-	-	-	-
12	-	100	-127	-	-	-
13	-	-	100	-127	-	-
14	-	-	-	100	-127	-
15	-	-	-	-	100	-127

*Источник: составлено автором*

Введем ограничения на интенсивности проектов. Будем считать, что для проектов инвестирования заданы интенсивности, причем для первых двух проектов она равна единице, а для третьего и четвертого она равна двум.

Допустим, что задана интенсивность для долгосрочного проекта и она равна 1. Лимит на получаемый кредит задается в первый год и равен 650 млн. руб., и в последний – 100 млн. руб. Так как в последний год рассматривается только 1 кредит, то лимит на него можно переписать в форме ограничения на интенсивность. Так как лимит равен 100 и возможная сумма кредита равна 100, то интенсивность будет считаться как частное от их деления и

26 URL:<http://sberbank.ru/credits/money> (дата обращения 4.04.2017)

27 URL:<http://sberbank.ru/credits/money> (дата обращения 2.04.2017)

28 URL:<http://sberbank.ru/credits/money> (дата обращения 2.04.2017)

равняется 1. Тогда для первого года ограничением является: сумма произведения интенсивностей на размер кредита в начальный момент использования не больше 700 млн. руб.

Пусть инвестор в начальный момент времени располагает капиталом в 200 млн. руб. и получен он путем эмиссии акций. Так как используется капитал акционеров, то должны выплачиваться дивиденды. Тогда должен существовать поток дивидендов акционерам по годам планового периода. Пусть он равен  $d = (120, 122, 123, 125, 126, 128)$ .

Также предположим, что инвестор располагает капиталом в 200 млн. руб., который он собирается инвестировать в проект.

Для определения целевой функции используются платежи в последний год в плановом периоде.

Тогда учитывая все предпосылки, задача максимизации конечного состояния инвестора примет вид, указанный в таблице 3.3. Решим поставленную задачу симплекс-методом с помощью Excel во вкладке «Данные», «Анализ», «Поиск решения».

Решим задачу, исходя из предпосылок, что первые четыре проекта инвестирования являются неделимыми. Тогда оптимальный план примет вид:

$$X^* = (1; 1; 0; 2; 0; 0; 0; 0; 8,35; 29,93; 0; 4,2; 14,82; 12,18; 0; 0).$$

А оптимальное значение конечного состояния инвестора без учета выплаты дивидендов составит  $S^* = 4004,63$  млн. руб. Как видно нахождение оптимального плана при условии целочисленности инвестиционных проектов в данном случае все же возможно. Рассмотрим полный финансовый план реализации оптимальной программы инвестирования и финансирования с учетом целочисленности в таблице 3.3.

Таблица 3.3

## Задача максимизации конечного состояния инвестора

X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>8</sub>	X <sub>9</sub>	X <sub>10</sub>	X <sub>11</sub>	X <sub>12</sub>	X <sub>13</sub>	X <sub>14</sub>	X <sub>15</sub>		
-500		-400		-100					650	100					=	-80
713,67	-440	227,97	-550	110	-100				-266,88	-127	100				=	122
50,85	245,42	50,85	245,42		110	-100			-266,88		-127	100			=	123
344,33	698,46	324,65	731,84			110	-100		-266,88			-127	100		=	125
141,74	721,28	122,06	668,73				110	-100	-266,88				-127	100	=	126
202,59	183,80	202,59	162,99					110	-266,88					-127	>=	128
									650	100					<=	700
1															<=	1
	1														<=	1
		1													<=	2
			1												<=	2
									1						<=	1
													1		<=	1
202,59	183,80	202,59	162,99	0	0	0	0	110	-266,88	0	0	0	0	-127	→max	

Источник: составлено автором

Таблица 3.4

**Финансовый план реализации оптимальной программы инвестирования и  
финансирования с учетом целочисленности (в млн. руб.)**

Вид денежного потока	Плановый период инвестора					
	нулевой	1	2	3	4	5
Независимые доходы и расходы	200	-	-	-	-	-
Инвестиции:						
проект 1	-500	713,67	50,85	344,33	141,74	202,59
проект 2	-	-440	245,42	698,46	721,28	183,80
проект 4	-	-1100	490,83	1463,69	1337,45	325,98
проект 8	-	-	-	-834,99	918,49	-
проект 9	-	-	-	-	-2993	3292,26
Кредит:						
проект 11	420	-533,4	-	-	-	-
проект 12	-	1481,7	-1881,8	-	-	-
проект 13	-	-	1217,71	-1546,5	-	-
Дивиденды по акциям	-120	-122	-123	-125	-126	-128
Конечное состояние инвестора						3876,63

*Источник: составлено автором на основе расчетов*

При обозначенных ранее входных параметрах модели получили следующие результаты. В оптимальной программе содержатся пять из девяти исходных проектов, и три проекта финансирования из шести рассматриваемых. Исходя из оптимального плана, в нулевой год используется один проект краткосрочного кредитования. Лимит финансирования, в данном случае, не был достигнут.

Нетрудно заметить, что по всем годам обеспечивается нулевое сальдо баланса доходов и расходов, учитывая поток дивидендов. Внешнее финансирование осуществляется с

нулевого по второй год включительно, однако только первые два года идут на инвестирование портфеля, в остальные года эти средства идут на уплату процентов и кредитов.

Значение конечного состояния инвестора отличается от значения целевой функции на оптимальном плане рассматриваемой задачи на объем дивидендов, выплачиваемых в последний год планового периода. И равняется 3876,63 млн. руб.

Можно оценить влияние каждого фактора на изменение оптимального значения целевой функции. Например, если отказаться от использования собственного авансированного капитала, то можно рассмотреть возможность ситуации финансирования инвестиционной программы только из внешних источников. В таком случае изменится правая часть первого ограничения задачи (2.7) и будет равна:

$$\sum_{j=1}^m Z_{tj}X_j + \sum_{j=m+1}^{m+n} K_{tj}X_j = d_t, \quad t = 0, 1, \dots, T - 1 \quad (2.9)$$

Если изменить первую компоненту вектора в правой части ограничений и оставить в ней только значение потока дивидендов, то он примет вид:

$$(d, F_0, g) = (120, 122, 123, 125, 126, 128, 700, 1, 1, 2, 2, 1, 1).$$

Тогда задача максимизации конечного состояния инвестора представлена в таблице 3.5. А оптимальный план изменится, и его компоненты будут равны:

$$X^* = (1; 1; 0; 2; 0; 0; 0; 4,25; 25,42; 0; 6,2; 17,36; 15,40; 0; 0).$$

Полный финансовый план реализации данной программы представлен в таблице 3.6. В данном случае оптимальность программы достигается при использовании трех проектов краткосрочного кредитования. Проект долгосрочного кредитования не рассматривается при достижении оптимального плана в обеих рассматриваемых задачах. Естественно, что при этом значение конечного состояния инвестора уменьшится с 3876,63 млн. руб. до 3380,92 млн. руб.

Таблица 3.5

## Задача максимизации конечного состояния инвестора

X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>8</sub>	X <sub>9</sub>	X <sub>10</sub>	X <sub>11</sub>	X <sub>12</sub>	X <sub>13</sub>	X <sub>14</sub>	X <sub>15</sub>		
-500		-400		-100					650	100					=	120
713,67	-440	227,97	-550	110	-100				-266,88	-127	100				=	122
50,85	245,42	50,85	245,42		110	-100			-266,88		-127	100			=	123
344,33	698,46	324,65	731,84			110	-100		-266,88			-127	100		=	125
141,74	721,28	122,06	668,73				110	-100	-266,88				-127	100	=	126
202,59	183,80	202,59	162,99					110	-266,88					-127	>=	128
									650	100					<=	700
1															<=	1
	1														<=	1
		1													<=	2
			1												<=	2
									1						<=	1
														1	<=	1
202,59	183,80	202,59	162,99	0	0	0	0	110	-266,88	0	0	0	0	-127	→max	

Источник: составлено автором



Таблица 3.6

**Финансовый план реализации оптимальной программы инвестирования и финансирования с учетом целочисленности, без использования собственного авансированного капитала (в млн. руб.)**

Вид денежного потока	Плановый период инвестора					
	нулевой	1	2	3	4	5
Независимые доходы и расходы	-	-	-	-	-	-
Инвестиции:						
проект 1	-500	713,67	50,85	344,33	141,74	202,59
проект 2	-	-440	245,42	698,46	721,28	183,80
проект 4	-	-1100	490,83	1463,69	1337,45	325,98
проект 8	-	-	-	-425,32	467,85	-
проект 9	-	-	-	-	-2542,32	2796,55
Кредит:						
проект 11	620	-787,4	-	-	-	-
проект 12	-	1735,73	-2204,38	-	-	-
проект 13	-	-	1540,29	-1956,16	-	-
Дивиденды по акциям	-120	-122	-123	-125	-126	-128
Конечное состояние инвестора						3380,92

*Источник: составлено автором на основе расчетов*

Таким образом, метод максимизации конечного состояния инвестора базируется на применении математических методов. Полученный результат зависит от всех параметров модели, также включая поток дивидендов. Говоря иными словами, при рассмотрении других ограничений конечное состояние инвестора, выбираемые проекты инвестирования и кредитования и их интенсивности вероятнее всего изменятся. Помимо рассмотренной ситуации можно предположить другие варианты. Например, инвестирование капитала банк на долгосрочный период, рассмотрение долгосрочных кредитов на других условиях, возможность использования первых четырех инвестиционных проектов с любыми другими интенсивностями или без условия целочисленности.

### 3.2. Обоснование ставки расчетного процента с учетом оптимальных двойственных переменных

Сформируем задачу, которую будем решать. Найти такие интенсивности использования проектов инвестирования и кредитования, при которых конечное состояние инвестора будет максимальным. При этом с учетом потока независимых доходов и расходов и заданного потока дивидендов должны выполняться условие ликвидности за каждый год в течение планового периода, лимит кредитования не должен быть превышен по каждому году. При этом учесть поставленные ограничения на интенсивности использования долгосрочных проектов инвестирования и кредитования и максимизировать конечное состояние фирмы. Рассмотрим решение данной задачи на примере, используемом в параграфе 3.1.

Рассмотрим данные, представленные в таблицах 3.1 и 3.2. Введем ограничения на интенсивности проектов. Будем считать, что для всех четырех проектов инвестирования заданы интенсивности равные единице. В предыдущем примере два проекта инвестирования имели интенсивности равные двум.

Также рассматриваем заданную ранее интенсивность для долгосрочного проекта, и она равна 1.

В данной модели не предполагается рассмотрение лимита на получение кредита, поэтому эти ограничения нужно будет исключить из решения задачи. Однако для последнего года лимит на получение кредита удалось выразить через интенсивность. Это ограничение для последнего года, подразумевающее под собой рассмотрение только одного краткосрочного проекта кредитования в последний год, остается одним из ограничений задачи.

Также ограничение на использование не более одного проекта долгосрочного кредитования также остается в задаче.

К исходной матрице задач добавим столбец темпов прироста выплат собственникам капитала с соответствующим знаком:

$$\pi = (1; 1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2).$$

Также предположим, что конечное состояние фирмы равно 700 млн. руб.

Таблица 3.7

## Условия задачи оптимизации потока дивидендов

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$	$X_9$	$X_{10}$	$X_{11}$	$X_{12}$	$X_{13}$	$X_{14}$	$X_{15}$	$d_0$			
-500		-400		-100					650	100					-1	=	-80	
713,67	-440	227,97	-550	110	-100				-266,88	-127	100				-1,2	=	0	
50,85	245,42	50,85	245,42		110	-100			-266,88		-127	100			-1,4	=	0	
344,33	698,46	324,65	731,84			110	-100		-266,88			-127	100		-1,6	=	0	
141,74	721,28	122,06	668,73				110	-100	-266,88				-127	100	-1,8	=	0	
202,59	183,80	202,59	162,99					110	-266,88					-127	-2	=	700	
1																<=	1	
	1																<=	1
		1															<=	1
			1														<=	1
									1								<=	1
														1			<=	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	→max	

Источник: составлено автором

Оптимальный план для данной задачи найден, но при прошлых условиях, а именно целочисленности первых четырех проектов инвестирования невозможно вывести отчет об устойчивости. Поэтому для решения этой задачи снимаем ограничение целочисленности интенсивности использования первых четырех проектов инвестирования.

В результате решения данной задачи с помощью симплекс метода получаем оптимальный план:

$$(X^*, d^*_0) = (1; 1; 1; 1; 0; 0; 0; 0; 3,86; 0; 10,58; 16,78; 18,73; 6,6; 0; 238,33).$$

Где  $d^*_0 = 238,33$

Вектор оптимальных двойственных переменных, соответствующих основным ограничениям рассматриваемой задачи, имеет следующий вид:

$$Y_0^* = -0,2001, Y_1^* = -0,1579, Y_2^* = -0,1244, Y_3^* = -0,0979, \\ Y_4^* = -0,0771, Y_5^* = -0,0701.$$

Все оптимальные двойственные переменные имеют отрицательное значение, что соответствует выше найденному критерию.

Определим, используя компоненты этого вектора, текущие и форвардные ставки расчётного процента, а также покажем, что чистая настоящая стоимость, полученная на основе этих ставок, неотрицательна для проектов, используемых в оптимальном плане с ненулевой интенсивности, и неположительна для всех остальных.

В соответствии с формулой (2.18) текущие ставки процентов для каждого периода определяется следующим образом:

$$i_1 = \frac{Y_0^*}{Y_1^*} - 1 = \frac{-0,2001}{-0,1579} - 1 = 26,73\%$$

$$i_2 = \sqrt[2]{\frac{Y_0^*}{Y_2^*}} - 1 = \sqrt[2]{\frac{-0,2001}{-0,1244}} - 1 = 26,83\%$$

$$i_3 = \sqrt[3]{\frac{Y_0^*}{Y_3^*}} - 1 = \sqrt[3]{\frac{-0,2001}{-0,0979}} - 1 = 26,91\%$$

$$i_4 = \sqrt[4]{\frac{Y_0^*}{Y_4^*}} - 1 = \sqrt[4]{\frac{-0,2001}{-0,0771}} - 1 = 26,93\%$$

$$i_5 = \sqrt[5]{\frac{Y_0^*}{Y_5^*}} - 1 = \sqrt[5]{\frac{-0,2001}{-0,0701}} - 1 = 23,34\%$$

Используя оптимальный двойственные переменные можно найти также форвардные ставки расчётного процента. Воспользуемся с этой целью формулой (2.20). Учитывая, что форвардные текущие ставки процентов для первого периода совпадают, форвардные ставки расчётного процента имеет смысл вычислять со второго периода. Тогда можно записать следующее:

$$f_2 = \frac{Y_1^*}{Y_2^*} - 1 = \frac{0,1579}{0,1244} - 1 = 26,93\%$$

$$f_3 = \frac{Y_2^*}{Y_3^*} - 1 = \frac{0,1244}{0,0979} - 1 = 27,07\%$$

$$f_4 = \frac{Y_3^*}{Y_4^*} - 1 = \frac{0,0979}{0,0771} - 1 = 26,98\%$$

$$f_5 = \frac{Y_4^*}{Y_5^*} - 1 = \frac{0,0771}{0,0701} - 1 = 9,99\%$$

Определим по формуле NPV с учетом значения оптимальных двойственных переменных чистую настоящую стоимость проектов инвестирования и кредитования, которые включены в матрицу рассматриваемой задачи. Результаты расчётов приведены в таблице 3.8.

**Таблица 3.7**

**Условия задачи оптимизации потока дивидендов**

Индекс проекта	NPV	Индекс проекта	NPV
1	386,85	9	0
2	488,18	10	-51,74
3	87,24	11	0
4	390,38	12	0
5	-13,39	13	0
6	-10,54	14	0
7	-8,30	15	-5,94
8	-6,53		

*Источник: составлено автором на основе расчетов*

Они показывают, что для проектов, используемых в оптимальной программе с ненулевой интенсивностью, чистая настоящая стоимость либо положительна, либо равна нулю. Для всех остальных проектов, которые в оптимальную программу не вошли, чистая настоящая стоимость отрицательна.

Целесообразность включения в программу проектов дополнительного инвестирования и кредитования можно установить по знаку чистой настоящей стоимости этих проектов, определённой с учетом оптимальных двойственных переменных и специфики критерия оптимальности задачи.

Рассмотрим два проекта дополнительного инвестирования с денежными потоками

$$Z_1 = (-700, 800, 480, 300, 100, 200),$$

$$Z_2 = (-800, 300, 340, 200, 120, 100).$$

и рассчитаем чистую настоящую стоимость этих проектов по формуле (2.19), используя полученные ранее ставки расчётного процента.

$$\begin{aligned} NPV_{Z_1} &= -700 + \frac{800}{1 + 0,267} + \frac{480}{(1 + 0,268)^2} + \frac{300}{(1 + 0,269)^3} + \frac{100}{(1 + 0,269)^4} + \frac{200}{(1 + 0,233)^5} \\ &= 482,31 > 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} NPV_{Z_2} &= -40 + \frac{300}{1 + 0,267} + \frac{340}{(1 + 0,268)^2} + \frac{200}{(1 + 0,269)^3} + \frac{120}{(1 + 0,269)^4} + \frac{100}{(1 + 0,233)^5} \\ &= -174,27 < 0. \end{aligned}$$

Поскольку чистая настоящая стоимость проекта 1 положительна, то его целесообразно включить в инвестиционный пакет. Однако нужно помнить, что базис оптимального решения измениться, а также станут другими двойственные оценки и соответственно ставки расчётного процента.

## Заключение

В рамках данной работы мы рассматривали используемые методы обоснования выбора инвестиционных проектов и провели по ним сравнение, выявили, что выбор оптимального проекта зависит от предпочтений инвестора и используемого им критерия. Также были собраны данные и проведен углубленный анализ инвестиционного рынка России. Кроме того исследовали математические модели, применяемые при совместных проектах инвестирования и финансирования средств.

Что касается инвестиционного рынка страны, то он сильно подвержен влиянию кризиса. В последние года ввиду политических причин, а именно санкций, а также повышение волатильности курса валюты страны на фоне снижения цен на нефть инвестиции в стране имели тенденцию к сокращению. В 2014 году объем инвестиций упал на 7,2%, что вернуло показатель на уровень 2008 года, в 2015 году — на 11,5%, в 2016 г. — на 0,1%. Происходит постепенное замедление темпов спада. Также нефинансовые инвестиции с 2012 года стабильно уменьшаются на 2%, 7% и 10% соответственно к предыдущему году. Также за три года объем инвестиций в основной капитал сократился на 18,34%. А в 2015 году впервые с 1999 года доля привлеченных средств в структуре финансирования инвестиций в основной капитал упала ниже 50%. Как замечают аналитики, происходит постепенное замедление темпов спада и уже можно говорить о стабилизации экономики. Тем не менее, участники инвестиционного рынка пока остаются достаточно осторожными. В последние два года самую большую долю в инвестировании занимают операции с недвижимым имуществом, аренда и предоставление услуг: 22,8% в 2015 году и 20,6% в 2016. В 2016 году основными отраслями для инвестирования остались добыча полезных ископаемых 19,4%, транспорт и связь 18,6%.

В ходе работы были построены две математические модели, сводящиеся к задаче линейного программирования. Первая из них рассматривает возможность одновременного выбора нескольких инвестиционных проектов для составления портфеля с учетом возможности финансирования этих проектов. Искомой величиной выступает конечное состояние инвестора. В результате решения такой задачи при возможности использования собственного капитала и без него, оптимальным решением является реализация первых двух проектов в количестве одного проекта и реализация четвертого – в количестве допустимых задачей двух проектов. Третий проект материальных инвестиций в оптимальную программу не вошел ни в одном случае. Также в обоих вариантах решения задачи не был задействован долгосрочный кредит, но краткосрочное кредитование использовалось в нулевом, первом и втором годах планового периода. При этом в первые два года кредитные средства шли на

реализацию инвестиционных проектов, а в последний – на выплату кредита и процентов по нему. Естественным является и то, что при отказе от вложения собственного капитала при прочих равных условиях максимальное состояние инвестора за вычетом дивидендов будет меньше (3380,92 млн. руб.), чем при его использовании (3876,63 млн. руб.).

Вторая задача подразумевает нахождение ставок расчетного процента на основе оптимальных двойственных переменных задачи. Исходя из предпосылки, что конечное состояние фирмы заранее известно и равно 700 млн. руб., ставки процента равнялись 27% с первого по четвертый год планового периода, что соответствует ставке по используемым краткосрочным кредитам. В пятый год ставка равна 23,4%. Также были найдены форвардные ставки каждого периода и NPV представленных проектов. Чистая настоящая стоимость проектов, вошедших в оптимальный план, была положительна или равнялась нулю, а ее отрицательное значение стало индикатором того, что при данных условиях проект инвестирования или финансирования не входит в оптимальную программу. Также при оценке проектов, не рассмотренных в задаче, выбираются те, у которых NPV является значением положительным. При этом оптимальное решение изменится при добавлении в рассматриваемые условия нового плана.

Также для обеих задач необходимо учитывать, что при изменении условий задачи или добавлении новых проектов, решение вероятнее всего изменится.

Таким образом, цель и задачи, поставленные перед нами в рамках данной работы, были достигнуты.



## Список используемой литературы

1. Белоцерковский, В.И. Критерий инвестиционной привлекательности предприятия - его чувствительность к возможным инвестициям/ В.И. Белоцерковский, И.В. Стрешинский, Р.А. Ростиславов// Экономические и юридические науки – 2013 г. № 3-1. – С. 236-247
2. Бюллетень о текущих тенденциях российской экономики. Инвестиции в основной капитал и источники их финансирования / Аналитический центр при Правительстве Российской Федерации. № 17, сентябрь 2016, с. 20
3. Воронцовский, А.В. Инвестиции и финансирование: Методы оценки и обоснования. – СПб.: Издательство С.-Петербургского ун-та, 2003
4. Воронцовский, А.В. Методы обоснования инвестиционных проектов в условиях определенности: Учеб. Пособие. 5-е изд., испр. И доп. – Спб.: Изд-во С.-Петерб. Ун-та, 1999; ОЦЭиМ, 2010.
5. Дамодаран, А. Инвестиционная оценка: Инструменты и методы оценки любых активов / Асват Дамодаран; Пер. с англ. – 7-е изд. – М.: Альпина Паблишер, 2011
6. Дамодаран, А. Стратегический риск-менеджмент. Принципы и методики / Асват Дамодаран Издательство: "ИД «Вильямс»", — 2010
7. Дубровин, И. А. Бизнес-планирование на предприятии: Учебник для бакалавров / И. А. Дубровин. — 2-е изд. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К», 2013.
8. Игонина Л.Л. Инвестиции : учеб. пособие / Л.Л. Игонина; под ред. д-ра экон. наук, проф. В.А. Слепова. — М.: Экономистъ 2005.
9. Инвестиционный менеджмент : учебник / Н . Д . Гуськова , И . Н . Краковская , Ю . Ю . Слушкина , В . И Маколов . – 2- е изд ., перераб . и доп . – М . КНОРУС, 2014.
10. Кириллов Ю.В., Досуужева Е.Е. Экономико-математическая модель поддержки принятия решений по инвестированию в совместные инвестиционные проекты // Финансовая аналитика: проблемы и решения - 2013 г. № 27 С. 33-39
11. Ковалев, В.В. Методы оценки инвестиционных проектов / В.В. Ковалев - М. Финансы и статистика. 1999.
12. Конюховский П. В. Математические методы исследования операций в экономике — СПб.: Издательство «Питер», 2000. — 208 с.
13. Лимитовский, М. А. Инвестиционные проекты и реальные опционы на развивающихся рынках : учеб.-практич. пособие. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2014.
14. Математическое моделирование динамики производства при импульсных инвестициях Л. А. Власенко, Ю. Г. Лысенко, А. Г. Рутка // Международный научный журнал «экономическая кибернетика» - 2013 г. №1-3(79-81) С. 26-46
15. Мелкумов, Я.С. Инвестиционный анализ: Учеб. Пособие. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.:ИНФРА-М, 2014
16. Основы менеджмента / Под ред. А. И. Афоничкина. — СПб.: Питер, 2007
17. Основы финансового менеджмента/ Ван Хорн Дж.К., Вахович Дж.М. 12-е изд. - М.: "И.Д. Вильямс", 2008.
18. Теплова, Т. В. Инвестиции: учебник для бакалавров / Т. В. Теплова. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2014.
19. Чараева, М. В. Финансовое управление реальными инвестициями: теоретические подходы и практикоориентированные методики / М.В. Чараева //Журнал Science Time – 2015 г. № 3 (15) С. 572-579
20. URL:<http://sberbank.ru/credits/money> (Дата последнего обращения 4.04.2017)

21. URL:<http://www.gks.ru> (Дата последнего обращения 30.04.2017)
22. Обзор рынка инвестиций, I полугодие 2016, Россия, Colliers International  
URL:[http://www.colliers.com/-/media/files/emea/russia/research/2016/h1/investment\\_russia\\_h1\\_-2016\\_rus.pdf?la=ru-RU](http://www.colliers.com/-/media/files/emea/russia/research/2016/h1/investment_russia_h1_-2016_rus.pdf?la=ru-RU)  
(Дата обращения 17.04.2017)