

А. А. Григорьева, А. В. Тюхтин

ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯДА, ПЕРЕСЕКАЮЩЕГО ГРАНИЦУ МЕЖДУ ОДНОРОДНОЙ И ДВУХСЛОЙНОЙ ОБЛАСТЯМИ КРУГЛОГО ВОЛНОВОДА*

Санкт-Петербургский государственный университет,
Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

Рассматривается задача об электромагнитном поле заряда, движущегося вдоль оси цилиндрической волноведущей структуры и влетающего при этом из однородной области в область с каналом и цилиндрическим диэлектрическим слоем. Решение строится путём представления электромагнитного поля в каждой области волновода в виде суммы известного вынужденного поля (поля источника в бесконечном регулярном волноводе) и свободного поля, обусловленного влиянием поперечной границы. Свободное поле представлено в виде разложения по собственным модам соответствующей части волновода. Показано, что задача сводится к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений для амплитуд мод свободного поля. С помощью методов теории функций комплексной переменной получены выражения для компонент черенковской части свободного поля. Показано, что в определённой области имеет место взаимная компенсация мод свободного поля и мод кильватерного поля. Она приводит к тому, что число мод полного черенковского поля уменьшается с ростом расстояния от заряда, причём граница области генерации каждой моды определяется её групповой скоростью. При помощи оригинального численного алгоритма продемонстрировано формирование кильватерного поля. Библиогр. 17 назв. Ил. 2.

Ключевые слова: диэлектрический волновод, излучение заряженных частиц, излучение Вавилова—Черенкова.

Для цитирования: Григорьева А. А., Тюхтин А. В. Излучение заряда, пересекающего границу между однородной и двухслойной областями круглого волновода // Вестник СПбГУ. Физика и химия. 2017. Т. 4 (62). Вып. 4. С. 377–390.

<https://doi.org/10.21638/11701/spbu04.2017.402>

А. А. Grigoreva, A. V. Tyukhtin

RADIATION OF A CHARGE INTERSECTING THE BOUNDARY BETWEEN A HOMOGENEOUS AREA AND BILAYER ONE IN A CIRCULAR WAVEGUIDE

St. Petersburg State University,
7–9, Universitetskaya nab., St. Petersburg, 199034, Russian Federation

The problem of the electromagnetic field of a charge moving along the cylindrical waveguide axis is considered. The charge flies from the homogeneously filled area to the area composed of a dielectric layer and a channel. The solution is performed by representing the electromagnetic field in each waveguide area as a sum of known “forced” field (the source field in an infinite regular waveguide) and a “free” field conditioned by the transverse boundary influence. The free field is written in the form of eigenfunction expansion for corresponding waveguide area. Shown that the problem is reduced to solving an infinite system of linear algebraic equations for the free field mode amplitude. Expressions for the components of the free field “Cherenkov” part are obtained using the methods of complex variable theory. It is shown that there is a compensation effect between Cherenkov part of the free field and wakefield. It leads to the decreasing of the number of the “total Cherenkov field” modes with increasing distance from the charge. The generation area border for each Cherenkov mode is determined by its group velocity. The wakefield formation process is demonstrated using the original numerical algorithm. Refs 17. Figs 2.

Keywords: dielectric waveguide, charged particles radiation, Cherenkov radiation.

* Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 15-02-03913.

© Санкт-Петербургский государственный университет, 2017

Введение. Работы, посвящённые исследованию излучения заряженных частиц, движущихся в диэлектрических волноведущих структурах, достаточно широко представлены в литературе [1–3]. В последние годы эти вопросы привлекают внимание прежде всего в связи с развитием метода кильватерного ускорения заряженных частиц [4, 5]. Наиболее перспективным подходом в данной области представляется в качестве ускоряющих структур использовать диэлектрические волноводы, возбуждаемые короткими высокозарядными пучками [6–8]. Диэлектрические волноведущие структуры представляют интерес и для развития новых методов неразрушающей диагностики пучков частиц: определения энергии частиц по частотам возбуждаемых волноводных мод [9], а также измерения размеров пучков [10, 11].

В настоящей работе исследовано электромагнитное поле заряженной частицы, движущейся с постоянной скоростью вдоль оси цилиндрического волновода и пересекающей поперечную границу между однородно заполненной областью и двухслойной областью, имеющей вакуумный канал. Рассматривается случай влёта частицы в двухслойную область волновода. Наибольшее внимание уделяется аналитическому и численному исследованию волнового поля в двухслойной области, что позволяет описать формирование кильватерного поля, применяемого в технике кильватерного ускорения заряженных частиц. Отметим, что ранее нами был рассмотрен обратный случай, когда заряд влетает из двухслойной области в однородно заполненную область. При этом был описан эффект черенковско-переходного излучения, который заключается в проникновении излучения Вавилова—Черенкова в вакуумную область [12].

Задачи об электромагнитных полях частиц, движущихся внутри волноводов с поперечными границами, рассматривались для различных типов заполнения [13–15]. Однако при этом предполагалось, что радиус канала, в котором происходит движение пучков частиц, мал, так что его влиянием на электромагнитное поле можно пренебречь. Однако если радиус канала сопоставим с внешним радиусом волновода (что зачастую и имеет место в эксперименте), то принципиальное значение приобретает эффект трансформации волноводных мод [16]. Этот эффект вызывает значительное усложнение задачи о возбуждении электромагнитного поля теми или иными источниками, включая пучки заряженных частиц.

Постановка задачи и аналитическое решение. Рассматриваемый волновод состоит из двух полубесконечных областей: одна из них однородно заполнена диэлектриком, а вторая имеет двухслойную структуру — цилиндрический диэлектрический слой и осесимметричный канал. Внешнее покрытие волновода считается идеально проводящим, а диэлектрическое заполнение каждой из областей — однородным, изотропным и недиспергирующим. Совместим ось z с осью волновода, а плоскость $z = 0$ — с границей раздела двух областей. Область $z < 0$ — однородная, с проницаемостями ϵ_1, μ_1 ; область $z > 0$ — двухслойная, с проницаемостями канала ϵ_c, μ_c и проницаемостями слоя ϵ_d, μ_d (рис. 1). Точечный заряд q движется вдоль оси структуры со скоростью $\vec{v} = c\beta\vec{e}_z$ (c — скорость света в вакууме) и пересекает границу раздела в момент времени $t = 0$, так что объёмная плотность заряда имеет вид $\rho = q\delta(x)\delta(y)\delta(z - vt)$.

Отметим, что при численных расчётах мы будем полагать, что и область слева от границы, и канал не имеют заполнения ($\epsilon_1 = \epsilon_c = \mu_1 = \mu_c = 1$). Однако пока, ради общности аналитического рассмотрения, будем считать эти величины произвольными

в таких пределах, при которых отсутствует излучение Вавилова—Черенкова в данных средах, т. е. $v < c/\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$, $v < c/\sqrt{\epsilon_c\mu_c}$. В то же время предполагается, что для материала цилиндрического слоя выполнено условие генерации излучения Вавилова—Черенкова: $v > c/\sqrt{\epsilon_d\mu_d}$.

Представим электромагнитное поле в каждой из областей волновода в следующем виде:

$$\vec{E}_{1,2} = \vec{E}_{1,2}^{(q)} + \vec{E}_{1,2}^{(b)}, \quad \vec{H}_{1,2} = \vec{H}_{1,2}^{(q)} + \vec{H}_{1,2}^{(b)}, \quad (1)$$

где индексы 1 и 2 обозначают области $z < 0$ и $z > 0$ соответственно.

Первое слагаемое (вынужденное поле) является полем источника в бесконечном регулярном волноводе со свойствами либо левой (1), либо правой (2) частей рассматриваемой структуры. Второе слагаемое (свободное поле) описывает влияние поперечной границы раздела.

Дальнейшее аналитическое рассмотрение будет проводиться для фурье-компонент электромагнитного поля \vec{E}_ω , \vec{H}_ω , определяемых следующим образом:

$$\vec{E}_\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E} e^{i\omega t} dt; \quad \vec{H}_\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{H} e^{i\omega t} dt.$$

Отметим, что диэлектрические среды заполнения волновода, строго говоря, обладают диссипацией, т. е. $\text{Im}(\epsilon_{1,c,d}) > 0$ при $\omega > 0$. Однако в дальнейшем мы будем считать диссипацию пренебрежимо малой, используя её только для построения однозначного решения на основе требования о поглощении излучения в среде.

Вынужденное поле точечного источника с зарядом q , движущегося по оси цилиндрического волновода радиуса a , содержащего соосный канал радиуса b , известно [1]. Оно имеет только три ненулевые компоненты (ТМ-поляризация):

$$\begin{aligned} E_{2z\omega}^{(q)} &= i \frac{\omega}{v} [\epsilon(r) \mu(r) \beta^2 - 1] \Phi(r, \omega) e^{i\omega z/v}; \\ E_{2r\omega}^{(q)} &= - \frac{\partial \Phi(r, \omega)}{\partial r} e^{i\omega z/v}; \\ H_{2\varphi\omega}^{(q)} &= \beta \epsilon(r) E_{2r\omega}^{(q)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \epsilon(r) &= \begin{cases} \epsilon_c, & r \leq b, \\ \epsilon_d, & r \geq b \end{cases}; \quad \mu(r) = \begin{cases} \mu_c, & r \leq b, \\ \mu_d, & r \geq b, \end{cases} \\ \Phi(r, \omega) &= \frac{q}{\pi v} \begin{cases} \epsilon_c^{-1} (K_0(kr) + \chi^{(q)} I_0(kr)), & r \leq b, \\ \frac{i\pi}{2\epsilon_d} v^{(q)} \left(H_0^{(1)}(sr) - \frac{H_0^{(1)}(sa)}{J_0(sa)} J_0(sr) \right), & r \geq b, \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

$$n_{c,d} = \sqrt{\epsilon_{c,d}\mu_{c,d}}, \quad k = \frac{|\omega|}{v} \sqrt{1 - n_c^2 \beta^2}, \quad s = \frac{\omega}{v} \sqrt{n_d^2 \beta^2 - 1} \quad (\text{Re } k > 0, \text{ Im } s \geq 0),$$

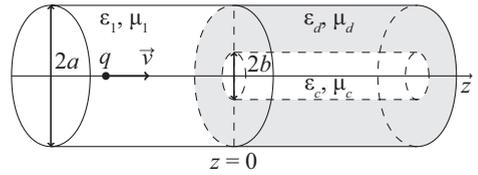


Рис. 1. Задача о влёте заряда в двухслойную область волновода

$$\begin{aligned}\chi^{(q)} &= \frac{\varepsilon_c s K_1(kb) \Psi_1(s) + \varepsilon_d k K_0(kb) \Psi_0(s)}{\varepsilon_c s I_1(kb) \Psi_1(s) - \varepsilon_d k I_0(kb) \Psi_0(s)}, \\ \nu^{(q)} &= -\frac{2\varepsilon_d k}{\pi b s} \frac{J_0(sa)}{\varepsilon_c s I_1(kb) \Psi_1(s) - \varepsilon_d k I_0(kb) \Psi_0(s)}.\end{aligned}\quad (4)$$

Функции $J_{0,1}(x)$ — функции Бесселя первого рода; $Y_{0,1}(x)$ — функции Неймана; $H_{0,1}^{(1)}(x)$ — функции Ханкеля первого рода; $I_{0,1}(x)$ — модифицированные функции Бесселя; $K_{0,1}(x)$ — функции Макдональда; $\Psi_{0,1}(x) = J_{1,0}(xb) Y_0(xa) - J_0(xa) \times Y_{1,0}(xb)$ — функции Абеля.

При устремлении радиуса канала к нулю из (2) получаем хорошо известные формулы для однородно заполненного волновода [1]:

$$\begin{aligned}E_{1z\omega}^{(q)} &= -\frac{q\omega}{2v^2\varepsilon_1} (n_1^2\beta^2 - 1) \left(H_0^{(1)}(s_1r) - \frac{H_0^{(1)}(s_1a)}{J_0(s_1a)} J_0(s_1r) \right) \exp(i\omega z/v), \\ E_{1r\omega}^{(q)} &= \frac{iqs_1}{2v\varepsilon_1} \left(H_1^{(1)}(s_1r) - \frac{H_0^{(1)}(s_1a)}{J_0(s_1a)} J_1(s_1r) \right) \exp(i\omega z/v), \\ H_{1\varphi\omega}^{(q)} &= \varepsilon_1 \beta E_{1r\omega}^{(q)},\end{aligned}\quad (5)$$

где $n_1 = \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1}$, $s_1 = \omega \sqrt{n_1^2 \beta^2 - 1} / v$ ($\text{Im } s \geq 0$).

Неизвестное свободное поле может быть представлено в виде разложения по набору собственных ортогональных мод для каждой из областей. В случае цилиндрического волновода ортогональный набор мод образован функциями Бесселя $J_1(\eta_n r/a)$ ($n = 1, 2, \dots$), где η_n решения уравнения $J_0(x) = 0$. Условие ортогональности мод имеет вид

$$\int_0^a J_1\left(\eta_n \frac{r}{a}\right) J_1\left(\eta_m \frac{r}{a}\right) r dr = \frac{a^2 J_1^2(\eta_m)}{2} \delta_{nm}.\quad (6)$$

В соответствии с вышеизложенным, свободное поле в области волновода $z < 0$ имеет вид

$$\begin{aligned}E_{1z\omega}^{(b)} &= \sum_{n=1}^{\infty} E_{1z\omega n}^{(b)} = \frac{ic}{\omega n_1^2 a^2} \sum_{n=1}^{\infty} B_n^{(1)}(\omega) \eta_n^2 J_0\left(\eta_n \frac{r}{a}\right) \exp(-ih_n^{(1)}z), \\ E_{1r\omega}^{(b)} &= \sum_{n=1}^{\infty} E_{1r\omega n}^{(b)} = -\frac{c}{\omega n_1^2 a} \sum_{n=1}^{\infty} B_n^{(1)}(\omega) h_n^{(1)} \eta_n J_1\left(\eta_n \frac{r}{a}\right) \exp(-ih_n^{(1)}z), \\ H_{1\varphi\omega}^{(b)} &= \sum_{n=1}^{\infty} H_{1\varphi\omega n}^{(b)} = \frac{1}{\mu_1 a} \sum_{n=1}^{\infty} B_n^{(1)}(\omega) \eta_n J_1\left(\eta_n \frac{r}{a}\right) \exp(-ih_n^{(1)}z),\end{aligned}\quad (7)$$

где $h_n^{(1)} = \sqrt{k_1^2 - \eta_n^2/a^2}$ ($\text{Im } h_n^{(1)} \geq 0$), $k_1 = \omega n_1/c$.

В случае цилиндрического волновода с каналом набор ортогональных мод образован функциями

$$F_n(r, \omega) = \begin{cases} J_1(\alpha_{cn}r), & r \leq b, \\ \frac{iJ_0(\alpha_{dn}a) J_1(\alpha_{cn}b)}{\Psi_0(\alpha_{dn})} \left(H_1^{(1)}(\alpha_{dn}r) - \frac{H_0^{(1)}(\alpha_{dn}a)}{J_0(\alpha_{dn}a)} J_1(\alpha_{dn}r) \right), & r \geq b. \end{cases}\quad (8)$$

Соответствующее условие ортогональности собственных мод теперь имеет вид (черта над F_n обозначает комплексное сопряжение)

$$\int_0^a \overline{F_n}(r, \omega) F_m(r, \omega) \frac{r}{\varepsilon(r)} dr = \delta_{nm} G_n(\omega), \quad (9)$$

где при $\alpha_{cn} \in \mathbb{R}$

$$G_n(\omega) = \frac{b^2}{2\varepsilon_c} \left[J_1^2(\alpha_{cn}b) + J_0^2(\alpha_{cn}b) - \frac{2}{\alpha_{cn}b} J_0(\alpha_{cn}b) J_1(\alpha_{cn}b) \right] + \\ + \frac{J_1^2(\alpha_{dn}b)}{2\varepsilon_d \Psi_0^2(\alpha_{dn})} \left[\frac{4}{\pi^2 \alpha_{dn}^2} + \frac{2b\Psi_0(\alpha_{dn})\Psi_1(\alpha_{dn})}{\alpha_{dn}} - b^2\Psi_0^2(\alpha_{dn}) - b^2\Psi_1^2(\alpha_{dn}) \right] \quad (10)$$

и при $\alpha_{cn} = i|\alpha_{cn}|$

$$G_n(\omega) = \frac{b^2}{2\varepsilon_c} \left[I_1^2(|\alpha_{cn}|b) - I_0^2(|\alpha_{cn}|b) + \frac{2}{|\alpha_{cn}|b} I_0(|\alpha_{cn}|b) I_1(|\alpha_{cn}|b) \right] + \\ + \frac{I_1^2(|\alpha_{dn}|b)}{2\varepsilon_d \Psi_0^2(\alpha_{dn})} \left[\frac{4}{\pi^2 \alpha_{dn}^2} + \frac{2b\Psi_0(\alpha_{dn})\Psi_1(\alpha_{dn})}{\alpha_{dn}} - b^2\Psi_0^2(\alpha_{dn}) - b^2\Psi_1^2(\alpha_{dn}) \right]. \quad (11)$$

Как следствие, свободное поле в области $z > 0$ имеет вид

$$E_{2z\omega}^{(b)} = \sum_{n=1}^{\infty} E_{2z\omega n}^{(b)} = \frac{ic}{\omega\varepsilon(r)} \sum_{n=1}^{\infty} B_n^{(2)}(\omega) \left(\frac{F_n(r, \omega)}{r} + \frac{\partial F_n(r, \omega)}{\partial r} \right) \exp(ih_n^{(2)}z), \\ E_{2r\omega}^{(b)} = \sum_{n=1}^{\infty} E_{2r\omega n}^{(b)} = \frac{c}{\omega\varepsilon(r)} \sum_{n=1}^{\infty} B_n^{(2)}(\omega) h_n^{(2)} F_n(r, \omega) \exp(ih_n^{(2)}z), \quad (12) \\ H_{2\varphi\omega}^{(b)} = \sum_{n=1}^{\infty} H_{2\varphi\omega n}^{(b)} = \sum_{n=1}^{\infty} B_n^{(2)}(\omega) F_n(r, \omega) \exp(ih_n^{(2)}z),$$

где $h_n^{(2)} = \sqrt{k_{c,d}^2 - \alpha_{c,d}^2}$ ($\text{Im } h_n^{(2)} \geq 0$), $k_{c,d} = \omega n_{c,d}/c$.

Величина $h_n^{(2)}$ определяется из дисперсионного уравнения, необходимого для выполнения требования $E_{z\omega}^{(b)} = 0$ при $r = a$ и условий непрерывности компонент $E_{z\omega}^{(b)}$, $H_{\varphi\omega}^{(b)}$ на границе $r = b$. Данное уравнение имеет вид

$$\varepsilon_c \alpha_{dn} J_1(\alpha_{cn}b) \Psi_1(\alpha_{dn}) - \varepsilon_d \alpha_{cn} J_0(\alpha_{cn}b) \Psi_0(\alpha_{dn}) = 0, \quad (13)$$

где $\alpha_{cn, dn} = \sqrt{k_{c,d}^2 - (h_n^{(2)})^2}$.

Система уравнений для определения амплитуд мод свободного поля $B_n^{(2)}(\omega)$ получается из условия непрерывности касательных компонент электромагнитного поля на поперечной границе $z = 0$:

$$\left(E_{1r\omega}^{(q)} + E_{1r\omega}^{(b)} \right) \Big|_{z=-0} = \left(E_{2r\omega}^{(q)} + E_{2r\omega}^{(b)} \right) \Big|_{z=+0}, \quad (14) \\ \left(H_{1\varphi\omega}^{(q)} + H_{1\varphi\omega}^{(b)} \right) \Big|_{z=-0} = \left(H_{2\varphi\omega}^{(q)} + H_{2\varphi\omega}^{(b)} \right) \Big|_{z=+0}.$$

Наибольший интерес в данной задаче представляет анализ волнового поля в двух-слойной области. Для определения амплитуд мод $B_n^{(2)}(\omega)$ в области $z > 0$ умножим систему (14) на собственную функцию однородно заполненной области волновода $J_1(\eta_m r/a)$ и проинтегрируем по радиусу волновода с весовой функцией r , используя свойство ортогональности (6). Таким образом, получаем бесконечную систему линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} B_n^{(2)} = U_m, \quad m = 1, 2, \dots, \quad (15)$$

$$A_{mn} = \frac{ab}{(\alpha_{cn}^2 a^2 - \eta_m^2)(\alpha_{dn}^2 a^2 - \eta_m^2)} \left[\eta_m J_0\left(\eta_m \frac{b}{a}\right) J_1(\alpha_{cn} b) Q_1 - \right. \\ \left. - a\alpha_{cn} J_0(\alpha_{cn} b) J_1\left(\eta_m \frac{b}{a}\right) Q_2 \right], \quad (16)$$

$$U_m = -\frac{q\omega a \eta_m}{\pi v c (s_1^2 a^2 - \eta_m^2)} \left(1 + h_m^{(1)} \frac{v}{\omega}\right) - \frac{q\omega a \varepsilon_1 \eta_m}{\pi v c \varepsilon_c (k^2 a^2 + \eta_m^2)} \left(1 + \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_1} h_m^{(1)} \frac{v}{\omega}\right) + \\ + \frac{q\omega a \varepsilon_1 k}{\pi v c (k^2 a^2 + \eta_m^2)(s^2 a^2 - \eta_m^2)} \frac{sa J_1\left(\eta_m \frac{b}{a}\right) \Psi_1(s) Q_3 - \eta_m J_0\left(\eta_m \frac{b}{a}\right) \Psi_0(s) Q_4}{\varepsilon_c s I_1(kb) \Psi_1(s) - \varepsilon_d k I_0(kb) \Psi_0(s)}. \quad (17)$$

Коэффициенты $B_n^{(1)}$ для области $z < 0$ выражаются через $B_n^{(2)}$ следующим образом:

$$B_m^{(1)} = \frac{2\mu_1}{\eta_m a J_1^2(\eta_m)} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n^{(2)} ab}{(\alpha_{cn}^2 a^2 - \eta_m^2)(\alpha_{dn}^2 a^2 - \eta_m^2)} \left(\eta_m J_0\left(\eta_m \frac{b}{a}\right) J_1(\alpha_{cn} b) Q_5 - \right. \right. \\ \left. \left. - a\alpha_{cn} J_1\left(\eta_m \frac{b}{a}\right) J_0(\alpha_{cn} b) Q_6 \right) + \frac{q\omega^2 \eta_m a^3 (n_1^2 - n_c^2)}{\pi c^3 (s_1^2 a^2 - \eta_m^2)(k^2 a^2 + \eta_m^2)} - \right. \\ \left. - \frac{qka}{\pi c (s^2 a^2 - \eta_m^2)(k^2 a^2 + \eta_m^2)} \frac{\varepsilon_c a s J_1\left(\eta_m \frac{b}{a}\right) \Psi_1(s) Q_7 - \varepsilon_d \eta_m J_0\left(\eta_m \frac{b}{a}\right) \Psi_0(s) Q_5}{\varepsilon_c s I_1(kb) \Psi_1(s) - \varepsilon_d k I_0(kb) \Psi_0(s)} \right]. \quad (18)$$

Введённые выше коэффициенты Q_j определены следующими формулами:

$$Q_1 = \alpha_{dn}^2 a^2 \left(h_m^{(1)} + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_c} h_n^{(2)} \right) - \alpha_{cn}^2 a^2 \left(h_m^{(1)} + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_d} h_n^{(2)} \right) - \eta_m^2 h_n^{(2)} \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_c} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_d} \right), \\ Q_2 = \alpha_{dn}^2 a^2 \left(h_m^{(1)} + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_c} h_n^{(2)} \right) - \alpha_{cn}^2 a^2 \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_c} \left(h_m^{(1)} + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_d} h_n^{(2)} \right) - \eta_m^2 h_m^{(1)} \left(1 - \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_c} \right), \\ Q_3 = k^2 a^2 \left(1 + \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_1} h_m^{(1)} \frac{v}{\omega} \right) + s^2 a^2 \left(1 + \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_1} h_m^{(1)} \frac{v}{\omega} \right) + \eta_m^2 \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_1} h_m^{(1)} \frac{v}{\omega} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_d} \right), \\ Q_4 = k^2 a^2 \left(1 + \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_1} h_m^{(1)} \frac{v}{\omega} \right) + \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_c} s^2 a^2 \left(1 + \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_1} h_m^{(1)} \frac{v}{\omega} \right) + \eta_m^2 \left(1 - \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_c} \right), \\ Q_5 = \frac{\omega^2 a^2}{c^2} (n_d^2 - n_c^2), \\ Q_6 = a^2 \left(\alpha_{dn}^2 - \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_c} \alpha_{cn}^2 \right) - \eta_m^2 \left(1 - \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_c} \right), \\ Q_7 = s^2 a^2 + \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_c} k^2 a^2 - \eta_m^2 \left(1 - \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_c} \right). \quad (19)$$

Согласно представлению (12), свободное поле в двухслойной области может быть записано в виде

$$\begin{aligned}\vec{E}_2^{(b)} &= \sum_{n=1}^{\infty} \vec{E}_{2n}^{(b)} = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}_{2\omega n}^{(b)} e^{if_n(\omega)} d\omega, \\ \vec{H}_2^{(b)} &= \sum_{n=1}^{\infty} \vec{H}_{2n}^{(b)} = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{H}_{2\omega n}^{(b)} e^{if_n(\omega)} d\omega,\end{aligned}\tag{20}$$

где $f_n(\omega) = -\omega t + h_n^{(2)}z$.

Асимптотическое поведение свободного поля может быть исследовано с помощью метода перевала [17].

Рассмотрим собственную моду $\vec{E}_{2n}^{(b)}$ с номером n . Как следует из (20), седловая точка данной моды $\omega_n^{(s)}$ определяется из уравнения $df_n/d\omega = 0$, которое приводит к уравнению, связывающему точку наблюдения z , момент времени t и частоту:

$$z = v_n^{(gr)}(\omega) t,\tag{21}$$

где $v_n^{(gr)}$ — групповая скорость n -й моды:

$$v_n^{(gr)}(\omega) = \left[\partial h_n^{(2)} / \partial \omega \right]^{-1}.$$

Согласно методу перевала, следующим шагом определения асимптотики интеграла вида (20) является переход от исходного контура интегрирования к контуру наиболее быстрого спуска (КНС). При трансформации исходного контура интегрирования к КНС возможно пересечение особенностей подынтегрального выражения (20). Для последующего наиболее существенным представляется вклад полюсов. Данный вклад представляет собой черенковскую часть свободного поля.

Дальнейшее аналитическое и численное рассмотрение будет проводиться с учётом требования $\epsilon_1 = \epsilon_c = 1$, $\mu_1 = \mu_c = 1$, т. е. области $z < 0$ и $z > 0$, $0 \leq r \leq b$ являются пустыми. Данное требование согласуется с задачами, реализуемыми на практике, когда движение пучков заряженных частиц происходит внутри вакуумных каналов в волноведущих структурах. В таком случае правая часть системы (15) существенно упрощается:

$$U_m = \frac{q\omega a k}{\pi v c (k^2 a^2 + \eta_m^2) (s^2 a^2 - \eta_m^2)} \frac{s a J_1(\eta_m b/a) \psi_1(s) Q_3 - \eta_m J_0(\eta_m b/a) \psi_0(s) Q_4}{F_{ch}(\omega)},\tag{22}$$

где $F_{ch}(\omega) = s I_1(kb) \psi_1(s) - \epsilon_d k I_0(kb) \psi_0(s)$.

Отметим, что дисперсионное уравнение

$$s I_1(kb) \psi_1(s) - \epsilon_d k I_0(kb) \psi_0(s) = 0\tag{23}$$

идентично дисперсионному уравнению для вынужденного поля, так как $F_{ch}(\omega)$ совпадает со знаменателем в формулах (4). Таким образом, (23) определяет частоты $\omega_k^{(ch)}$ ($k = 1, 2 \dots$), на которых происходит генерация излучения Вавилова—Черенкова (так называемого кильватерного поля) в двухслойной области волновода [9]. В соответствии с системой (15) и выражением (22), каждая функция $B_n^{(2)}(\omega)$ ($n = 1, 2 \dots$) имеет бесконечный набор особенностей типа полюса на черенковских частотах $\omega_k^{(ch)}$ ($k = 1, 2 \dots$).

Черенковская часть свободного поля, обусловленная вкладом полюсов подынтегрального выражения (20), вычисляется с помощью теоремы о вычетах. При трансформации исходного контура интегрирования в КНС для каждой собственной моды с номером n пересечение полюса $\omega_k^{(ch)}$ происходит при условии $\omega_n^{(s)} < \omega_k^{(ch)}$. Используя уравнение (21), можно показать, что требование $\omega_n^{(s)} < \omega_k^{(ch)}$ тождественно требованию $z < v_n^{(gr)}(\omega_k^{(ch)})t$. Таким образом, черенковская часть свободного поля $\vec{E}_2^{(b)(w)}$, $\vec{H}_2^{(b)(w)}$ в области $z > 0$ имеет следующий вид:

$$E_{2z}^{(b)(w)} = \sum_{k,n} E_{2zk,n}^{(b)(w)} = \frac{4\pi c}{\varepsilon(r)} \Theta(t) \operatorname{Re} \left[\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\exp(-i\omega_k^{(ch)}t)}{\omega_k^{(ch)}} \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Res} \left(B_n^{(2)}(\omega_k^{(ch)}) \right) \times \right. \\ \left. \times \exp \left(ih_n^{(2)}(\omega_k^{(ch)})z \right) \left(\frac{F_n(r, \omega_k^{(ch)})}{r} + \frac{\partial F_n(r, \omega_k^{(ch)})}{\partial r} \right) \Theta \left(v_n^{(gr)}(\omega_k^{(ch)})t - z \right) \right], \quad (24)$$

$$E_{2r}^{(b)(w)} = \sum_{k,n} E_{2rk,n}^{(b)(w)} = \frac{4\pi c}{\varepsilon(r)} \Theta(t) \operatorname{Im} \left[\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\exp(-i\omega_k^{(ch)}t)}{\omega_k^{(ch)}} \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Res} \left(B_n^{(2)}(\omega_k^{(ch)}) \right) \times \right. \\ \left. \times \exp \left(ih_n^{(2)}(\omega_k^{(ch)})z \right) F_n(r, \omega_k^{(ch)}) h_n^{(2)}(\omega_k^{(ch)}) \Theta \left(v_n^{(gr)}(\omega_k^{(ch)})t - z \right) \right], \quad (25)$$

$$H_{2\varphi}^{(b)(w)} = \sum_{k,n} H_{2\varphi k,n}^{(b)(w)} = 4\pi \Theta(t) \operatorname{Im} \left[\sum_{k=1}^{\infty} \exp(-i\omega_k^{(ch)}t) \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Res} \left(B_n^{(2)}(\omega_k^{(ch)}) \right) \times \right. \\ \left. \times \exp \left(ih_n^{(2)}(\omega_k^{(ch)})z \right) F_n(r, \omega_k^{(ch)}) \Theta \left(v_n^{(gr)}(\omega_k^{(ch)})t - z \right) \right]. \quad (26)$$

Определим вид функций $\alpha_{cn}(\omega)$, $\alpha_{dn}(\omega)$ и $h_n^{(2)}(\omega)$ на черенковских частотах. Для этого сделаем следующее переобозначение: $\alpha_{cn}(\omega) = i\tilde{k}(\omega)$, $\alpha_{dn}(\omega) = \tilde{s}(\omega)$. Тогда дисперсионное уравнение (13) принимает вид

$$\tilde{s}(\omega) I_1(\tilde{k}(\omega)b) \Psi_1(\tilde{s}(\omega)) - \varepsilon_d \tilde{k}(\omega) I_0(\tilde{k}(\omega)b) \Psi_0(\tilde{s}(\omega)) = 0. \quad (27)$$

Вид данного уравнения совпадает с видом уравнения (23), определяющего частоты поля излучения Вавилова—Черенкова $\omega_k^{(ch)}$. Тогда функции

$$\tilde{s} = \omega_k^{(ch)} \sqrt{n_d^2 \beta^2 - 1}/v, \quad \tilde{k} = \omega_k^{(ch)} \sqrt{1 - \beta^2}/v$$

являются решениями уравнения (27) при $\omega = \omega_k^{(ch)}$. Получаем, что на черенковских частотах выполнены соотношения

$$\alpha_{ck}(\omega_k^{(ch)}) = \frac{i|\omega_k^{(ch)}|}{v} \sqrt{1 - \beta^2}, \quad \alpha_{dk}(\omega_k^{(ch)}) = \frac{\omega_k^{(ch)}}{v} \sqrt{n_d^2 \beta^2 - 1}, \quad h_k^{(2)}(\omega_k^{(ch)}) = \frac{\omega_k^{(ch)}}{v}.$$

С учётом вышесказанного на черенковской частоте $\omega_k^{(ch)}$ столбец матрицы \hat{A} с номером k пропорционален вектору U_m

$$A_{mk} \left(\omega_k^{(ch)} \right) = \frac{ib\pi c}{q\varepsilon_d k \left(\omega_k^{(ch)} \right)} \frac{I_1 \left(k \left(\omega_k^{(ch)} \right) b \right)}{\Psi_0 \left(s \left(\omega_k^{(ch)} \right) \right)} F_{ch} \left(\omega_k^{(ch)} \right) U_m \left(\omega_k^{(ch)} \right). \quad (28)$$

Запишем систему уравнений (15) в более удобном виде. Для этого введём обозначения

$$U_m(\omega) = \frac{P_m(\omega)}{F_{ch}(\omega)}, \quad B_n^{(2)}(\omega) = \frac{\tilde{B}_n^{(2)}(\omega)}{F_{ch}(\omega)},$$

где функции $P_m(\omega)$ и $\tilde{B}_n^{(2)}(\omega)$ регулярны при $\omega = \omega_k^{(ch)}$. Тогда система (15) принимает вид

$$A_{mn} \tilde{B}_n^{(2)}(\omega) = P_m(\omega), \quad (29)$$

и интересующие нас вычеты функции $B_n^{(2)}(\omega)$ на черенковских частотах $\omega_k^{(ch)}$

$$\text{Res} \left(B_n^{(2)} \left(\omega_k^{(ch)} \right) \right) = \tilde{B}_n^{(2)} \left(\omega_k^{(ch)} \right) \left[\left(\frac{dF_{ch}}{d\omega} \right) \right]^{-1} \Big|_{\omega=\omega_k^{(ch)}}. \quad (30)$$

Систему (29) решаем методом Крамера:

$$\tilde{B}_n^{(2)} = \frac{\Delta_n}{\Delta},$$

где Δ — определитель матрицы системы \hat{A} ; Δ_n — определитель матрицы \hat{A} , в которой столбец с номером n заменён на вектор $\vec{P}(\omega)$.

Рассмотрим $\tilde{B}_n^{(2)}(\omega_k^{(ch)})$ при $n \neq k$. В таком случае определитель Δ_n равен нулю, так как два его столбца пропорциональны друг другу: столбец с номером n равен вектору $\vec{P}(\omega_k^{(ch)})$, столбец с номером k , как следует из (28), равен

$$\frac{ib\pi c}{q\varepsilon_d k \left(\omega_k^{(ch)} \right)} \frac{I_1 \left(k \left(\omega_k^{(ch)} \right) b \right)}{\Psi_0 \left(s \left(\omega_k^{(ch)} \right) \right)} \vec{P} \left(\omega_k^{(ch)} \right).$$

Таким образом, $\tilde{B}_n^{(2)}(\omega_k^{(ch)}) = 0$ и, следовательно, $\text{Res} \left(B_n^{(2)} \left(\omega_k^{(ch)} \right) \right) = 0$ при $n \neq k$. В случае когда $n = k$,

$$\tilde{B}_k^{(2)} \left(\omega_k^{(ch)} \right) = - \frac{iq\varepsilon_d k \left(\omega_k^{(ch)} \right) \Psi_0 \left(s \left(\omega_k^{(ch)} \right) \right)}{\pi c b I_1 \left(k \left(\omega_k^{(ch)} \right) b \right)}, \quad (31)$$

$$\text{Res} \left(B_k^{(2)} \left(\omega_k^{(ch)} \right) \right) = - \frac{iq\varepsilon_d k \left(\omega_k^{(ch)} \right) \Psi_0 \left(s \left(\omega_k^{(ch)} \right) \right)}{\pi c b I_1 \left(k \left(\omega_k^{(ch)} \right) b \right)} \left[\left(\frac{dF_{ch}}{d\omega} \right) \right]^{-1} \Big|_{\omega=\omega_k^{(ch)}}. \quad (32)$$

Таким образом, двойная сумма в (24)–(26) снимается, и эти выражения принимают вид

$$E_{2z}^{(b)(w)} = \frac{4\pi c}{\varepsilon(r)} \Theta(t) \operatorname{Re} \left[\sum_{k=1}^{\infty} \exp\left(i\omega_k^{(ch)} \left(\frac{z}{v} - t\right)\right) \frac{\operatorname{Res}\left(B_k^{(2)}\left(\omega_k^{(ch)}\right)\right)}{\omega_k^{(ch)}} \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{F_k\left(r, \omega_k^{(ch)}\right)}{r} + \frac{\partial F_k\left(r, \omega_k^{(ch)}\right)}{\partial r} \right) \Theta\left(v_k^{(gr)}\left(\omega_k^{(ch)}\right) t - z\right) \right], \quad (33)$$

$$E_{2r}^{(b)(w)} = \frac{4\pi c}{\varepsilon(r)} \Theta(t) \operatorname{Im} \left[\sum_{k=1}^{\infty} \exp\left(i\omega_k^{(ch)} \left(\frac{z}{v} - t\right)\right) \frac{\operatorname{Res}\left(B_k^{(2)}\left(\omega_k^{(ch)}\right)\right)}{\omega_k^{(ch)}} \times \right. \\ \left. \times F_k\left(r, \omega_k^{(ch)}\right) \frac{\omega_k^{(ch)}}{v} \Theta\left(v_k^{(gr)}\left(\omega_k^{(ch)}\right) t - z\right) \right], \quad (34)$$

$$H_{2\varphi}^{(b)(w)} = 4\pi \Theta(t) \operatorname{Im} \left[\sum_{k=1}^{\infty} \exp\left(i\omega_k^{(ch)} \left(\frac{z}{v} - t\right)\right) \operatorname{Res}\left(B_k^{(2)}\left(\omega_k^{(ch)}\right)\right) \times \right. \\ \left. \times F_k\left(r, \omega_k^{(ch)}\right) \Theta\left(v_k^{(gr)}\left(\omega_k^{(ch)}\right) t - z\right) \right]. \quad (35)$$

Таким образом, в области $0 < z < v_k^{(gr)}\left(\omega_k^{(ch)}\right) t$ вклад полюсов в свободное поле представляет собой сумму мод на черенковских частотах. При больших значениях z полюсы не дают вклада в свободное поле.

Рассмотрим далее сумму кильватерного поля (т. е. черенковского излучения в регулярном волноводе) и выписанного выше вклада полюсов. Такую сумму можно назвать полным черенковским полем. Вид кильватерного поля, генерируемого при движении точечного источника внутри цилиндрического волновода с каналом, известен [9]. Представим здесь только его продольную компоненту:

$$E_{2z}^{(q)(w)} = \sum_{k=1}^{\infty} E_{2zk}^{(q)(w)} = \frac{4q}{v^2} \Theta(t) \Theta(vt - z) \times \\ \times \operatorname{Re} \left[\sum_{k=1}^{\infty} \omega_k^{(ch)} R\left(r, \omega_k^{(ch)}\right) \exp\left(i\omega_k^{(ch)} \left(\frac{z}{v} - t\right)\right) \right], \quad (36)$$

$$R\left(r, \omega_k^{(ch)}\right) = (\beta^2 - 1) \left[I_0(kr) \operatorname{Res}\left(\chi^{(q)}\right) \right] \Big|_{\omega=\omega_k^{(ch)}}, \quad r \leq b, \\ R\left(r, \omega_k^{(ch)}\right) = \frac{i\pi}{2\varepsilon_d} (n_d^2 \beta^2 - 1) \left[\left(H_0^{(1)}(sr) - \frac{H_0^{(1)}(sa)}{J_0(sa)} J_0(sr) \right) \operatorname{Res}\left(v^{(q)}\right) \right] \Big|_{\omega=\omega_k^{(ch)}}, \quad r \geq b, \\ \operatorname{Res}\left(\chi^{(q)}\right) = \frac{sK_1(kb)\Psi_1(s) + \varepsilon_d k K_0(kb)\Psi_0(s)}{dF_{ch}/dw}, \quad \operatorname{Res}\left(v^{(q)}\right) = -\frac{2\varepsilon_d k J_0(sa)}{pb s dF_{ch}/dw}.$$

Тогда продольная компонента черенковского поля в области $z > 0$ принимает вид

$$E_{2z}^{(w)} = \sum_{k=1}^{\infty} E_{2zk}^{(w)} = E_{2z}^{(q)(w)} + E_{2z}^{(b)(w)} = \sum_{k=1}^{\infty} E_{2zk}^{(q)(w)} + \sum_{k=1}^{\infty} E_{2zk}^{(b)(w)}.$$

Можно показать, что из выражений (32), (33) и (36) следует, что в области

$$z < v_k^{(gr)} \left(\omega_k^{(ch)} \right) t$$

k -я мода черенковской части свободного поля равна по значению, но противоположна по знаку кильватерному полю, возбуждаемому на той же частоте. Таким образом, в данной области полное черенковское поле на частоте $\omega_k^{(ch)}$ равно нулю. Отметим, что подобный эффект взаимной компенсации черенковской части свободного поля и кильватерного поля ранее отмечался для случая, когда отсутствует канал в области $z > 0$ [13].

Полученные аналитические результаты могут быть обобщены на случай движения гауссова пучка частиц с объёмной плотностью заряда:

$$\rho^{(g)} = \frac{q}{\sqrt{2\pi\sigma}} \delta(x) \delta(y) \exp\left(-\frac{(z-vt)^2}{2\sigma^2}\right).$$

Можно показать, что выражения для компонент черенковской части свободного поля и кильватерного поля будут отличаться от (24)–(26) и (28) соответственно только домножением каждого члена ряда на коэффициент $\exp\left(-\left(\omega_k^{(ch)}\sigma\right)^2 / (2v^2)\right)$. Тогда для полного черенковского поля получаем

$$E_{2z}^{(w)} = E_{2z}^{(q)(w)} + E_{2z}^{(b)(w)} = \frac{4q}{v^2} \Theta(t) \operatorname{Re} \left[\sum_{k=1}^{\infty} \omega_k^{(ch)} R\left(r, \omega_k^{(ch)}\right) \Theta\left(z - v_k^{(gr)} \left(\omega_k^{(ch)}\right) t\right) \times \right. \\ \left. \times \exp\left(i\omega_k^{(ch)} \left(\frac{z}{v} - t\right) - \frac{\left(\omega_k^{(ch)}\sigma\right)^2}{2v^2}\right) \right]. \quad (37)$$

Численное решение задачи и анализ результатов. Дальнейший анализ волнового поля проводился на основе аналитического результата (37) с использованием разработанного алгоритма численного решения дисперсионного уравнения (23).

На рис. 2 приведена временная зависимость продольной компоненты полного черенковского поля $E_{2z}^{(w)}$ в точке наблюдения $r = 0$ см, $z = 50$ см, генерируемого при движении ультрарелятивистского гауссова пучка вдоль оси волновода. Используются следующие параметры задачи: $a = 1$ см, $b = 0,25$ см, $\epsilon_1 = \epsilon_c = 1$, $\epsilon_d = 5,7$, $\mu_1 = \mu_c = \mu_d = 1$, $v = 0,99c$, $\sigma = 0,12$ см, $q = 1$ нКл. Длина пучка σ выбрана таким образом, что большая часть волнового поля возбуждается на первых 13 черенковских частотах. В рассматриваемом случае

$$\max |E_{2z13}^{(w)}| / \max |E_{2z1}^{(w)}| \approx 9,6 \cdot 10^{-3}.$$

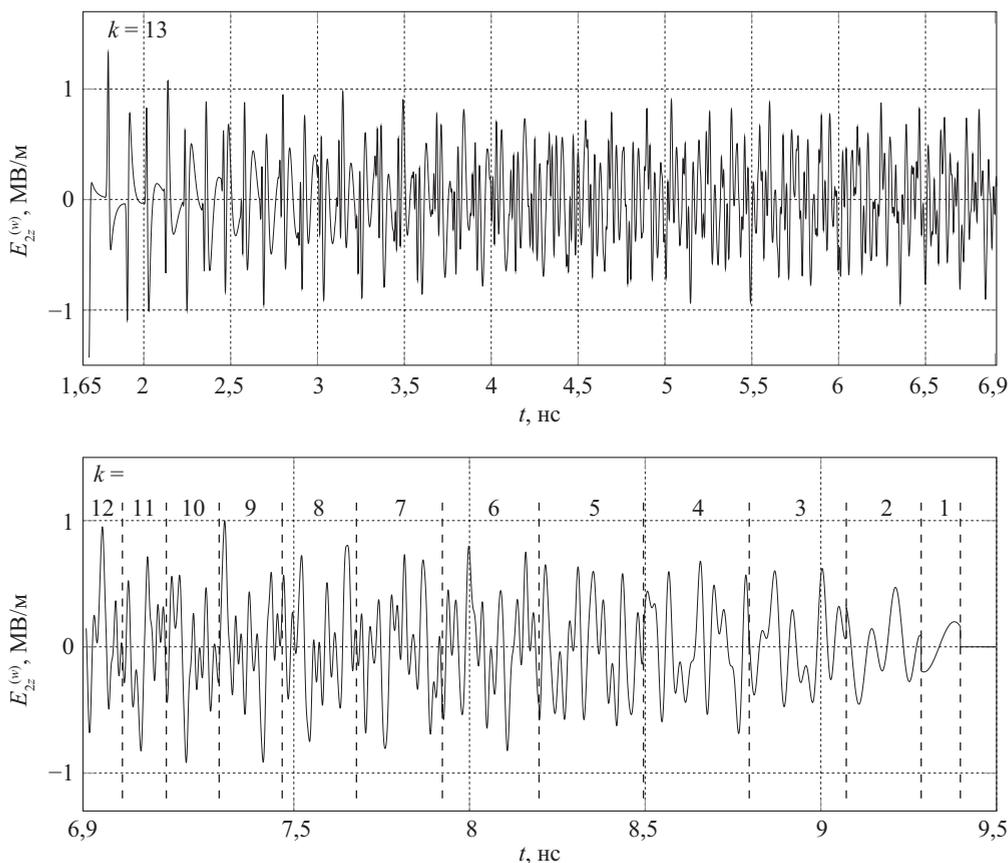


Рис. 2. Зависимость продольной компоненты полного черенковского поля $E_{2z}^{(w)}$ от времени t в точке $r = 0$ см, $z = 50$ см:

параметры волноведущей структуры и пучка приведены в тексте;

k — количество черенковских частот, вносящих вклад в соответствующем временном интервале; время отсчитывается от момента пролёта заряда через точку наблюдения

Дальнейшее увеличение числа принимаемых во внимание черенковских частот не приводит к существенному изменению результатов расчёта.

Как видно, вследствие эффекта взаимной компенсации черенковской части свободного поля и кильватерного поля с течением времени структура поля $E_{2z}^{(w)}$ упрощается, так как уменьшается число частот в его составе. Если же рассматривать картину в пространстве при заданном времени, то окажется, что с увеличением расстояния от заряда уменьшается число черенковских частот, вносящих вклад в волновое поле.

На рис. 2 величина k обозначает число черенковских частот в выделенном интервале времени, которое отсчитывается от момента пролёта пучка через точку наблюдения (иначе говоря, это число «черенковских мод», которые существенны в данном временном интервале). Как видно, в интервале до 6,9 нс черенковское поле состоит из 13 черенковских частот, так что в этой области имеет место сложная волновая картина с множеством резких экстремумов. Это типичный многомодовый «вейкфилд» (wake-field), реализуемый в кильватерных ускорителях заряженных частиц. С ростом времени число существенных черенковских частот уменьшается. Для временного интервала от

9,3 до 9,4 нс полное черенковское поле является одночастотным ($k = 1$), а при больших временах оно отсутствует.

Заключение. В работе было проведено аналитическое и численное исследование излучения заряда, движущегося вдоль оси цилиндрической волноведущей структуры с однородной и двухслойной областями. Решение строилось путём представления свободного поля в каждой области волновода в виде набора собственных ортогональных мод. Была получена бесконечная система линейных алгебраических уравнений на амплитуды собственных мод в двухслойной области. Далее более детально рассматривался случай, когда однородная область волновода и канал являются вакуумными.

При этом проводилось исследование полного черенковского поля, т. е. суммы черенковского (кильватерного) поля в регулярном волноводе и вклада полюсов в свободное поле. Такое исследование позволило наглядно продемонстрировать формирование кильватерного поля. Было показано, что каждый полюс в свободном поле даёт вклад, компенсирующий соответствующую моду кильватерного поля в некоторой области пространства. Как следствие, полное черенковское поле содержит различное число частот (черенковских мод) в зависимости от точки и времени наблюдения. При заданном моменте времени число возбуждаемых мод падает с ростом расстояния от заряда, причём граница области генерации каждой моды определяется её групповой скоростью.

Литература

1. Болотовский Б. М. Теория эффекта Вавилова—Черенкова (III) // Усп. физ. наук. 1961. Т. LXXV, вып. 2. С. 295–350.
2. Ng K.-Y. Wake fields in a dielectric-lined waveguide // J. Phys. (D). 1990. Vol. 42, N 5. P. 1819–1828.
3. Rosing M., Gai W. Longitudinal- and transverse-wake-field effects in dielectric structures // J. Phys. (D). 1990. Vol. 42, N 5. P. 1829–1834.
4. Gai W., Schoessow P., Cole B., Konecny R., Norem J., Rosenweig J., Simpson J. Experimental demonstration of wake-field effects in dielectric structure // Phys. Rev. Lett. 1988. Vol. 61, N 24. P. 2756–2758.
5. Power J. G., Conde M. E., Gai W., et al. Measurements of the longitudinal wakefields in a multimode, dielectric wakefield accelerator driven by a train of electron bunches // Phys. Rev. STAB. 2000. Vol. 3. 101302.
6. Альтмарк А. М., Канарейкин А. Д., Шейнман И. Л. Управляемая ускорительная кильватерная структура с диэлектрическим заполнением // Журн. техн. физики. 2005. Т. 75, вып. 1. С. 89–97.
7. Канарейкин А. Cherenkov radiation and dielectric based accelerating structure: wakefield generation, power excitation and energy transfer efficiency // J. Phys.: Conf. Ser. 2010. Vol. 236. 012032.
8. Батурын С. С., Шейнман И. Л., Альтмарк А. М. и др. Генерация кильватерного излучения в диэлектрической ускорительной структуре прямоугольного сечения // Письма в журн. техн. физики. 2011. Т. 37, вып. 9. С. 7–13.
9. Tyukhtin A. V. Determination of the particle energy in a waveguide with a thin dielectric layer // Phys. Rev. STAB. 2012. Vol. 15. 102801.
10. Li W., He Z., Jia Q. Electron bunch length measurement with a wakefield radiation decelerator // Phys. Rev. STAB. 2014. Vol. 17. 042801.
11. Shchelkunov S. V., Marshall T. C., Hirshfield J. L., LaPointe M. A. Nondestructive diagnostic for electron bunch length in accelerators using the wakefield radiation spectrum // Phys. Rev. STAB. 2005. Vol. 8. 062801.
12. Grigoreva A. A., Tyukhtin A. V., Vorobev V. V., Antipov S. Radiation of a charge intersecting a boundary between a bilayer area and a homogeneous one in a circular waveguide // IEEE TMTT. 2018. Vol. 66. P. 49–55.
13. Alekhina T. Yu., Tyukhtin A. V. Radiation of a charge in a waveguide with a boundary between two dielectrics // J. Phys.: Conf. Ser. 2012. Vol. 357. 012010.
14. Alekhina T. Yu., Tyukhtin A. V. Electromagnetic field of a charge intersecting a cold plasma boundary in a waveguide // Phys. Rev. (E). 2011. Vol. 83. 066401.
15. Alekhina T. Yu., Tyukhtin A. V., Grigoreva A. A. Cherenkov-transition radiation in a waveguide partly filled with a resonance dispersion medium // Phys. Rev. STAB. 2015. Vol. 18. 091302.

16. Grigoreva A. A., Tyukhtin A. V., Vorobev V. V., et al. Mode transformation in a circular waveguide with a transverse boundary between a vacuum and a partially dielectric area // *IEEE TMTT*. 2016. Vol. 64. P. 3441–3448.
17. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн: в 2 т. / пер. с англ. Т. 1. М., 1978. 547 с.

References

1. Bolotovskii B. M. Teoriia effekta Vavilova—Cherenkova (III) [Theory of effect of Vavilov—Cherenkov (III)]. *Usp. fiz. nauk. [Advances in Physical Sciences]*, 1961, vol. LXXV, iss. 2, pp. 295–350. (In Russian)
2. Ng K.-Y. Wake fields in a dielectric-lined waveguide. *J. Phys. (D)*, 1990, vol. 42, no 5, pp. 1819–1828.
3. Rosing M., Gai W. Longitudinal- and transverse-wake-field effects in dielectric structures. *J. Phys. (D)*, 1990, vol. 42, no 5, pp. 1829–1834.
4. Gai W., Schoessow P., Cole B., Norem J., Rosenweig J., Simpson J. Experimental demonstration of wake-field effects in dielectric structure. *Phys. Rev. Lett.*, 1988, vol. 61, no 24, pp. 2756–2758.
5. Power J. G., Conde M. E., Gai W., et al. Measurements of the longitudinal wakefields in a multimode, dielectric wakefield accelerator driven by a train of electron bunches. *Phys. Rev. STAB*, 2000, vol. 3, 101302.
6. Al'tmark A. M., Kanareikin A. D., Sheinman I. L. Upravliaemaia uskoritel'naia kil'vaternaia struktura s dielektricheskim zapolneniem [The operated accelerating kilvaterny structure with dielectric filling]. *Zhurn. tekhnicheskoi fiziki [Technical Physics]*, 2005, vol. 75, iss. 1, pp. 89–97. (In Russian)
7. Kanareykin A. Cherenkov radiation and dielectric based accelerating structure: wakefield generation, power excitation and energy transfer efficiency. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2010, vol. 236, 012032.
8. Baturin S. S., Sheinman I. L., Al'tmark A. M., et al. Generatsiia kil'vaternogo izlucheniia v dielektricheskoi uskoritel'noi strukture priamougol'nogo secheniia [Generation of kilvaterny radiation in dielectric accelerating structure of rectangular section]. *Pisma v Zhurn. tekhnicheskoi fiziki [Technical Physics Letters]*, 2011, vol. 37, iss. 9, pp. 7–13. (In Russian)
9. Tyukhtin A. V. Determination of the particle energy in a waveguide with a thin dielectric layer. *Phys. Rev. STAB*, 2012, vol. 15, 102801.
10. Li W., He Z., Jia Q. Electron bunch length measurement with a wakefield radiation decelerator. *Phys. Rev. STAB*, 2014, vol. 17, 042801.
11. Shchelkunov S. V., Marshall T. C., Hirshfield J. L., LaPointe M. A. Nondestructive diagnostic for electron bunch length in accelerators using the wakefield radiation spectrum. *Phys. Rev. STAB*, 2005, vol. 8, 062801.
12. Grigoreva A. A., Tyukhtin A. V., Vorobev V. V., Antipov S. Radiation of a charge intersecting a boundary between a bilayer area and a homogeneous one in a circular waveguide. *IEEE TMTT*, 2018, vol. 66, p. 49–55,
13. Alekhina T. Yu., Tyukhtin A. V. Radiation of a charge in a waveguide with a boundary between two dielectrics. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2012, vol. 357, 012010.
14. Alekhina T. Yu., Tyukhtin A. V. Electromagnetic field of a charge intersecting a cold plasma boundary in a waveguide. *Phys. Rev. (E)*, 2011, vol. 83, 066401.
15. Alekhina T. Yu., Tyukhtin A. V., Grigoreva A. A. Cherenkov-transition radiation in a waveguide partly filled with a resonance dispersion medium. *Phys. Rev. STAB*, 2015, vol. 18, 091302.
16. Grigoreva A. A., Tyukhtin A. V., Vorobev V. V., et al. Mode transformation in a circular waveguide with a transverse boundary between a vacuum and a partially dielectric area. *IEEE TMTT*, 2016, vol. 64, pp. 3441–3448.
17. Felsen L., Markuvits N. *Izluchenie i rasseianie voln: v 2 t. T. 1 [Radiation and dispersion of waves, in 2 volumes. Vol. 1]*. Moscow, 1978. 547 p. (In Russian)

Статья поступила в редакцию 5 октября 2017 г.

Контактная информация

Григорьева Александра Андреевна — аспирантка; e-mail: aleksandra.a.grigoreva@gmail.com
 Тюхтин Андрей Викторович — доктор физико-математических наук, профессор;
 e-mail: a.tyuhitin@spbu.com

Grigoreva Alexandra Andreevna — post-graduate student; e-mail: aleksandra.a.grigoreva@gmail.com
 Tyukhtin Andrey Viktorovich — Doctor of Physics and Mathematics, Professor;
 e-mail: a.tyuhitin@spbu.com