

## ПРОХОЖДЕНИЕ ЧЕРЕЗ РЕЗОНАНС СТАТИЧЕСКИ НЕУРАВНОВЕШЕННОГО РОТОРА С «НЕИДЕАЛЬНЫМ» АВТОБАЛАНСИРОВОЧНЫМ УСТРОЙСТВОМ

*В. Г. Быков, А. С. Ковачев*

Санкт-Петербургский государственный университет,  
Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

Исследуются нестационарные режимы прямого и обратного прохождений через резонанс неуравновешенного ротора, оснащенного неидеально закрепленным АБУ. Рассмотрены две математические модели: 1) прохождение критической области с постоянным угловым ускорением и 2) движение ротора под действием постоянного внешнего вращающего момента. Исследование первой модели показало, что наличие АБУ оказывает существенное негативное влияние на процесс прямого перехода через резонанс, а максимальная амплитуда прецессионного движения в этом случае может превышать максимум амплитуды в стационарном случае. В то же время, при обратном прохождении резонанса влияние АБУ положительно, и максимум амплитуды прецессионного движения существенно меньше, чем в случае прямого прохождения. Исследование влияния вязкого демпфирования в АБУ показало, что слишком малое демпфирование отрицательно влияет на динамику переходного процесса, затягивая время резонансных колебаний ротора до момента их срыва. Исследование процессов разгона и выбега ротора по второй модели подтверждает основные выводы, полученные по первой модели. Библиогр. 10 назв. Ил. 8.

*Ключевые слова:* статически неуравновешенный ротор, неидеально закрепленное шаровое автобалансирующее устройство, нестационарное прохождение через резонанс.

Начало теоретическому исследованию прохождения неуравновешенного ротора через резонанс положил Льюис [1], получивший формулу для максимальной амплитуды прецессионного движения в случае постоянного углового ускорения. Позднее Капица [2], исследовавший влияние внешнего сопротивления на устойчивость вала, указал возможные способы уменьшения амплитуды нестационарных резонансных колебаний вала при переходе через критические частоты.

Нестационарные движения неуравновешенных роторов, оснащенных шаровыми автобалансирующими устройствами (АБУ), рассматривались в работах [3–8]. В [3] исследовались переходные процессы установления сбалансированных режимов при постоянной угловой скорости ротора. В [4] изучалось влияние угловой скорости ротора на величину максимальной амплитуды прецессионного движения в процессе автоматической балансировки. Численными методами было показано, что резкое изменение скорости вращения ротора может приводить к значительному увеличению амплитуды прецессии. В [5] аналитически исследовались синхронные и асинхронные режимы движения автобалансира для динамически неуравновешенного ротора. В [6] было изучено влияние массы шариков и трения в АБУ на режимы нестационарного прохождения критической области при постоянном угловом ускорении ротора. Было обнаружено, что вследствие движения балансировочных шариков максимальная амплитуда колебаний ротора при нестационарном переходе через критическую скорость может превышать максимальную амплитуду в стационарном случае. В [7] исследовались нестационарные режимы прохождения критической области для ротора, оснащенного АБУ и закрепленного в упругих ортотропных опорах. Было, в частности,

отмечено, что в закритической области полная балансировка ротора в ортотропных опорах происходит быстрее, чем у аналогичного ротора в изотропных опорах. В [8] было установлено, что для жесткого ротора с ортотропно упругим валом амплитуда прецессионного движения в режиме «медленного» прохождения критической области существенно превышает амплитуду прецессии аналогичного ротора с изотропным валом.

Настоящая работа продолжает исследования, начатые в [9, 10], где для модели статически неуравновешенного ротора с эксцентрически насаженным шаровым АБУ были получены условия существования и устойчивости стационарных режимов, и посвящена изучению режимов нестационарного прохождения через резонанс ротора с постоянным угловым ускорением и под действием постоянного вращающего момента.

**1. Механическая модель.** На рис. 1 представлена модель ротора, в виде массивного жесткого диска, закрепленного посередине невесомого упругого вала, вращающегося в вертикальных шарнирных опорах  $O_1$  и  $O_2$ . Предполагается, что диск статически неуравновешен, т. е. его центр тяжести  $G$  не совпадает с точкой  $C$  крепления диска к валу. Для компенсации дисбаланса на диске установлено шаровое автобалансирующее устройство в виде круговой полости с центром  $E$ , в которой могут свободно перемещаться  $n$  балансировочных шариков.

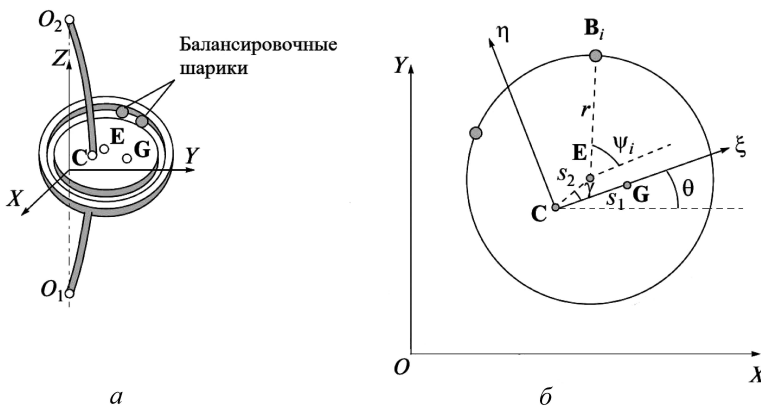


Рис. 1. Ротор с эксцентрически закрепленным АБУ.

Предполагается, что АБУ установлено на диск ротора «неидеальным» образом, так что точка  $E$  не совпадает с точкой  $C$ . Представленная модель описана в [9], где введены следующие обозначения:  $s_1 = |CG|$  — статический эксцентриситет диска;  $m_1$  — масса диска,  $m_2$  — масса корпуса АБУ (без балансировочных шариков),  $m_3$  — масса одного балансировочного шарика;  $r$  — радиус круговой полости АБУ;  $I_G$  — центральный момент инерции диска;  $k$  — коэффициент упругости вала;  $c$  и  $c_\theta$  — коэффициенты внешнего вязкого сопротивления поперечному движению ротора и вращению вала в подшипниках;  $c_\psi$  — коэффициент вязкого демпфирования в АБУ. Для описания эксцентриситета АБУ вводятся два параметра: расстояние  $s_2$  между точками  $C$  и  $E$  и угол  $\gamma = \angle GCE$ .

Если АБУ содержит  $n$  балансировочных шариков, а движение диска рассматривается только в плоскости статического эксцентриситета, то описанная система имеет  $n + 3$  степени свободы. Выбирая в качестве обобщенных координат абсолютные ко-

ординаты  $X$  и  $Y$  точки  $C$  в неподвижной системе  $XOY$ , угол  $\theta$  поворота ротора и углы  $\psi_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) отклонения балансировочных шариков в системе координат  $\xi C \eta$ , связанной с диском ротора, запишем уравнения движения системы [9]

$$\begin{aligned}
 m_0 \ddot{X} + c \dot{X} + kX &= \\
 &= -\frac{d^2}{dt^2} \left[ m_1 s_1 \cos \theta + (m_2 + nm_3) s_2 \cos(\theta + \gamma) + m_3 r \sum_{j=1}^n \cos(\theta + \gamma + \psi_j) \right], \\
 m_0 \ddot{Y} + c \dot{Y} + kY &= \\
 &= -\frac{d^2}{dt^2} \left[ m_1 s_1 \sin \theta + (m_2 + nm_3) s_2 \sin(\theta + \gamma) + m_3 r \sum_{j=1}^n \sin(\theta + \gamma + \psi_j) \right], \\
 J_C \ddot{\theta} + c_\theta \dot{\theta} - c_\psi \sum_{j=1}^n \dot{\psi}_j &= M(t) + m_1 s_1 (\ddot{X} \sin \theta - \ddot{Y} \cos \theta) + \\
 &+ (m_2 + nm_3) s_2 (\ddot{X} \sin(\gamma + \theta) - \ddot{Y} \cos(\gamma + \theta)) - \\
 &- m_3 r s_2 \sum_{j=1}^n ((\dot{\theta} + \dot{\psi}_j)^2 \sin(\gamma - \psi_j) + (\ddot{\theta} + \ddot{\psi}_j) \cos(\gamma - \psi_j)), \\
 m_3 r^2 (\ddot{\psi}_j + \ddot{\theta}) + c_\psi \dot{\psi}_j &= m_3 r (\ddot{X} \sin(\theta + \psi_j) - \ddot{Y} \cos(\theta + \psi_j)) + \\
 &+ m_3 r s_2 (\dot{\theta}^2 \sin(\gamma - \psi_j) - \ddot{\theta} \cos(\gamma - \psi_j)), \quad j = 1, \dots, n,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где

$$\begin{aligned}
 m_0 &= m_1 + m_2 + nm_3, \\
 J_C &= I_G + m_1 s_1^2 + (m_2 + nm_3) s_2^2.
 \end{aligned}$$

Первые два уравнения (1) описывают движение точки  $C$  в плоскости  $XY$ ; третье уравнение описывает вращательное движение ротора; последние  $n$  уравнений — движение балансировочных шариков.

**2. Прохождение критической области с постоянным угловым ускорением.** Предположим, что движение ротора происходит под действием источника энергии, обеспечивающего постоянство его углового ускорения  $\ddot{\theta} = b = \text{const}$ . Тогда выражения для мгновенной угловой скорости  $\omega$  и угла поворота ротора  $\theta$  принимают следующий вид:

$$\omega(t) = \dot{\theta} = \omega_0 + bt, \quad \theta(t) = \omega_0 t + b \frac{t^2}{2}, \tag{2}$$

где  $\omega_0 = \omega(0)$  — начальная угловая скорость ротора.

Далее для простоты будем считать, что ротор оснащен двухшариковым АБУ, тогда система (1) с учетом (2) будет представлена четырьмя дифференциальными уравнениями второго порядка. Численное интегрирование системы (1) проводилось для следующих значений параметров:  $m_1 = 1$  кг,  $m_2 = 0.2$  кг,  $\gamma = 0$ ,  $s_1 = 0.003$  м,  $s_2 = 0.0005$  м,  $r = 0.06$  м,  $c = 50$  кг/с,  $c_\psi = 0.1$  кг/с·м<sup>2</sup>.

На рис. 2 представлены результаты расчета прямого ( $b = 0.25$  с<sup>-2</sup>,  $\omega_0 = 0$ ) и обратного ( $b = -0.25$  с<sup>-2</sup>,  $\omega_0 = 1000$  с<sup>-1</sup>) прохождений критической области в случае,

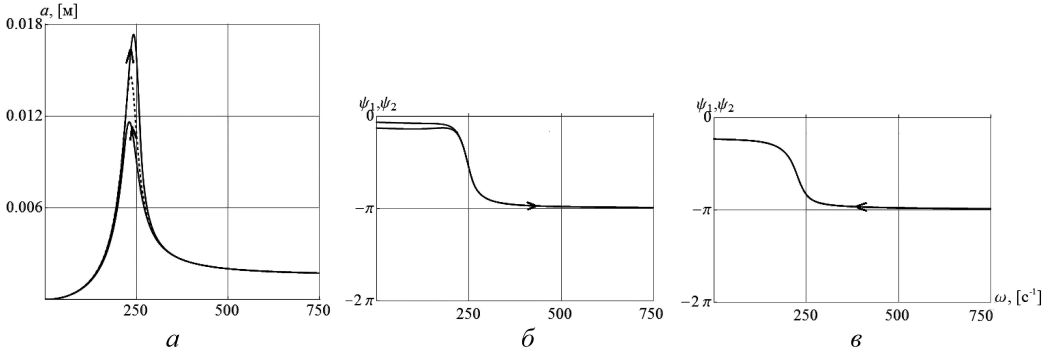


Рис. 2. Прямое и обратное прохождения критической области с постоянным угловым ускорением в случае, когда масса шариков недостаточна для балансировки ротора.

когда масса балансирующего шарика  $m_3 = 0.01$  кг. В [9] было получено следующее условие, необходимое для балансировки ротора:

$$\sigma = \frac{2m_3r}{(m_1 + m_2)s_1} > 1. \quad (3)$$

В нашем случае  $\sigma = 0.8$ , т. е. условие (3) не выполняется, и поэтому после прохождения критической области имеет место несбалансированный прецессионный режим.

Рис. 2, а показывает амплитуду прецессионного движения точки С в зависимости от мгновенной угловой скорости  $\omega$ . Пунктиром отмечена стационарная амплитудно-частотная характеристика. Из рисунка видно, что максимальная амплитуда при прямом прохождении резонанса превышает максимальную амплитуду стационарной АЧХ. Этот эффект объясняется дополнительным дисбалансом, возникающим вследствие движения шариков в момент перехода критической области, показанного на рис. 2, б. В случае обратного перехода критической области аналогичный эффект не возникает, поскольку шарики в закритической области занимают положение максимально удаленное от точки О, что минимизирует общий дисбаланс ротора (рис. 2, в).

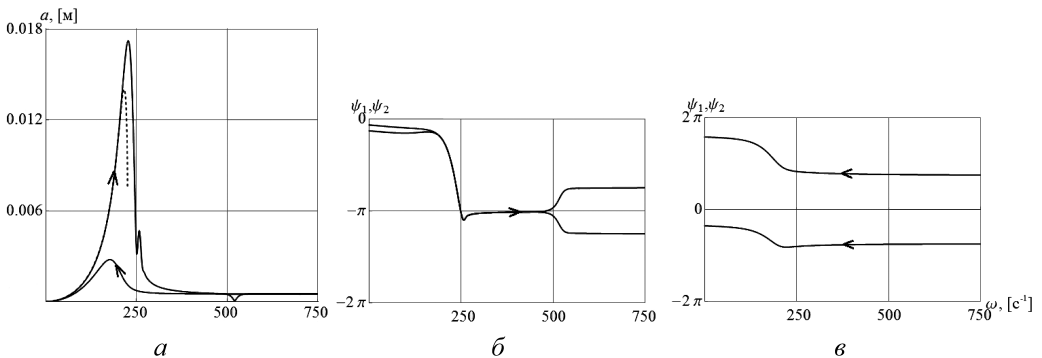


Рис. 3. Прямое и обратное прохождения критической области с постоянным угловым ускорением в случае, когда масса шариков достаточна для балансировки.

Рис. 3 демонстрирует случай, когда масса шариков достаточна для балансировки ( $m_3 = 0.03$  кг), при этом  $\sigma = 1.2$ , т. е. условие (3) выполнено. График на рис. 3, а, соответствующий случаю прямого прохождения критической области, показывает, что,

как и в предыдущем случае, максимальная амплитуда при прямом прохождении резонанса превышает максимальную амплитуду стационарной АЧХ, а в закритической области устанавливается полусбалансированный режим, амплитуда которого не зависит от угловой скорости и численно равна величине эксцентриситета АБУ. Заметим, что во время перехода к полусбалансированному режиму наблюдается эффект «мгновенной балансировки», когда амплитуда прецессии быстро уменьшается до нуля, а затем также быстро возвращается к значению, соответствующему полусбалансированному режиму. Этот эффект объясняется тем, что шарики в процессе движения (рис. 3, б) проходят через положение, уравнивающее дисбаланс ротора. Отметим также, что максимальная амплитуда при обратном прохождении существенно ниже, чем при прямом, поскольку шарики, как видно из рис. 3, в, изначально занимают наилучшую позицию, отвечающую полусбалансированному режиму.

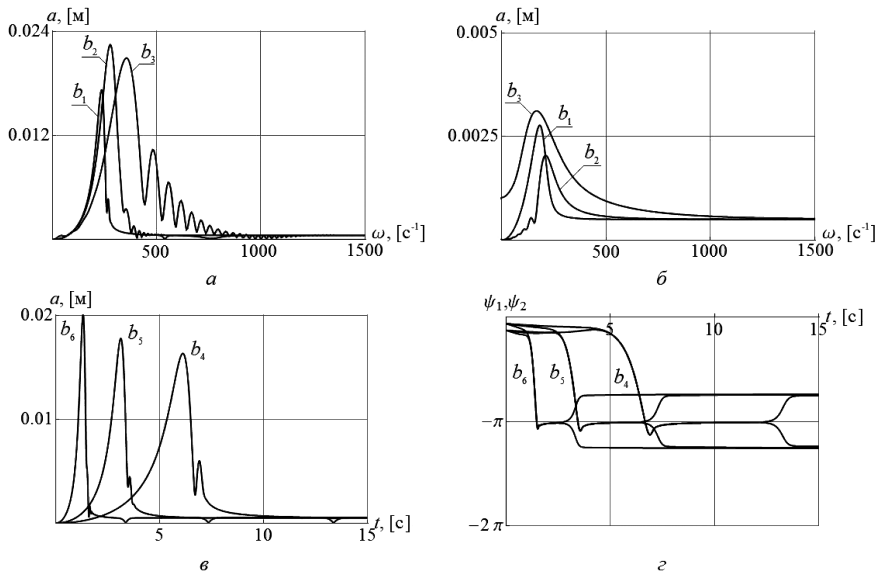


Рис. 4. Прохождение критической области при различных значениях углового ускорения  $b$ :  $b_1 = 0.25 \text{ c}^{-2}$ ,  $b_2 = 2.5 \text{ c}^{-2}$ ,  $b_3 = 12.5 \text{ c}^{-2}$ ,  $b_4 = 0.04 \text{ c}^{-2}$ ,  $b_5 = 0.08 \text{ c}^{-2}$  и  $b_6 = 0.2 \text{ c}^{-2}$ .

Для выяснения влияния углового ускорения на величину максимума амплитуды проведены расчеты прохождения критической области для различных значений углового ускорения  $b$ . На рис. 4, а и б показаны амплитуды прецессионных движений при прямом и обратном прохождении через резонанс соответственно для следующих значений углового ускорения:  $b_1 = 0.25 \text{ c}^{-2}$ ,  $b_2 = 2.5 \text{ c}^{-2}$  и  $b_3 = 12.5 \text{ c}^{-2}$ . На рис. 4, а видно, что при небольших значениях угловых ускорений (т. е. «медленном» прохождении критической области) максимум амплитуды растет вместе с ростом углового ускорения. Однако при более «быстром» прохождении дальнейший рост углового ускорения приводит к уменьшению максимума амплитуды. Противоположная картина наблюдается в случае обратного прохождения критической области (рис. 4, б): при «медленном» прохождении максимальная амплитуда понижается при повышении ускорения, а в при более быстром — растет. Для объяснения этого явления рассмотрим более подробно случай «медленного» прохождения критической области. На рис. 4, в представлены временные зависимости амплитуды прямого прохождения при

следующих значениях параметра  $b$ :  $b_4 = 0.04 \text{ с}^{-2}$ ,  $b_5 = 0.08 \text{ с}^{-2}$  и  $b_6 = 0.2 \text{ с}^{-2}$ . Эффект возрастания максимума амплитуды с ростом углового ускорения объясняется дополнительным возмущением, которое возникает вследствие движения балансировочных шариков, как показано на рис. 4, 2.

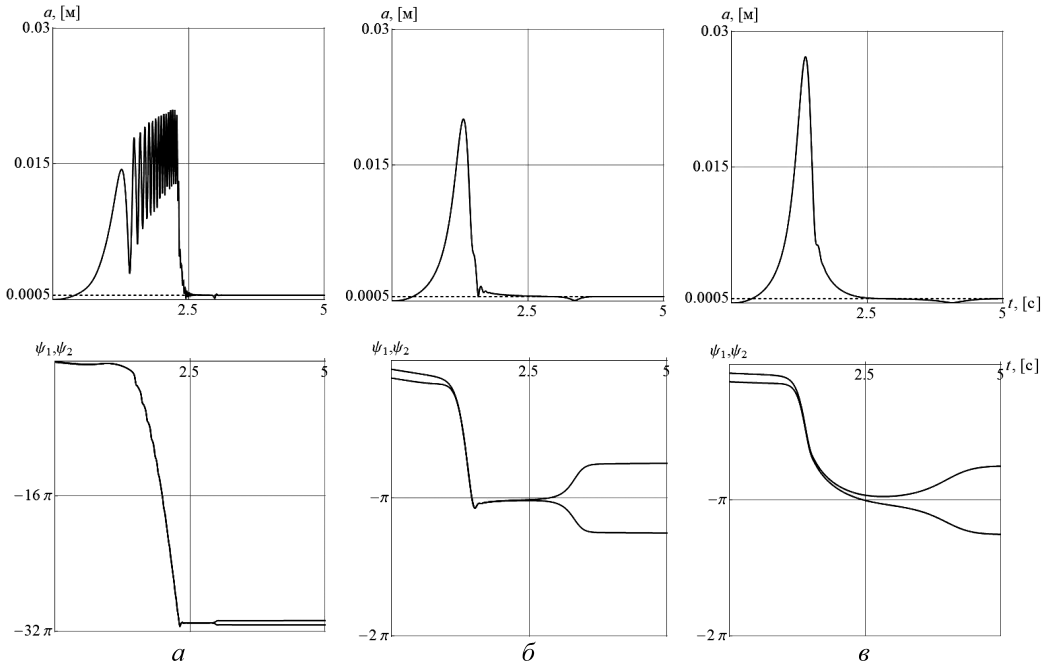


Рис. 5. Влияние коэффициента демпфирования в АБУ:  $c_\psi = 0.01 \text{ кг/с}\cdot\text{м}^2$  (а);  $c_\psi = 0.1 \text{ кг/с}\cdot\text{м}^2$  (б);  $c_\psi = 0.4 \text{ кг/с}\cdot\text{м}^2$  (в).

Исследуем теперь влияние коэффициента демпфирования в АБУ. На рис. 5 показаны амплитуды прецессионного движения и углы отклонения шариков в зависимости от времени для случая, когда  $b = 0.2 \text{ с}^{-2}$  для трех значений коэффициента  $c_\psi$ . Графики показывают, что при  $c_\psi = 0.1 \text{ кг/с}\cdot\text{м}^2$  достигается наилучший режим автобалансировки (рис. 5, б), так как при слишком малом коэффициенте ( $c_\psi = 0.01 \text{ кг/с}\cdot\text{м}^2$ ) после прохождения резонансного пика наблюдаются осцилляции амплитуды, вызванные быстрыми движениями шариков относительно обоймы АБУ (рис. 5, а). Этот процесс заканчивается в определенный момент «срывом» амплитуды и переходом к полусбалансированному режиму. Слишком большое значение коэффициента демпфирования ( $c_\psi = 0.4 \text{ кг/с}\cdot\text{м}^2$ ), в свою очередь, приводит к росту максимального значения амплитуды прецессии и увеличивает время, необходимое для установления полусбалансированного режима (рис. 5, в).

Таким образом, вышеприведенные расчеты показывают, что величина максимальной амплитуды прецессии при нестационарном переходе через критическую скорость зависит от углового ускорения, коэффициента демпфирования в АБУ и от дисбаланса, вносимого шариками АБУ.

**3. Прохождение критической области под действием постоянного вращающего момента.** На практике переход через критическую скорость у роторных машин осуществляется под действием внешнего вращающего момента. Далее будем

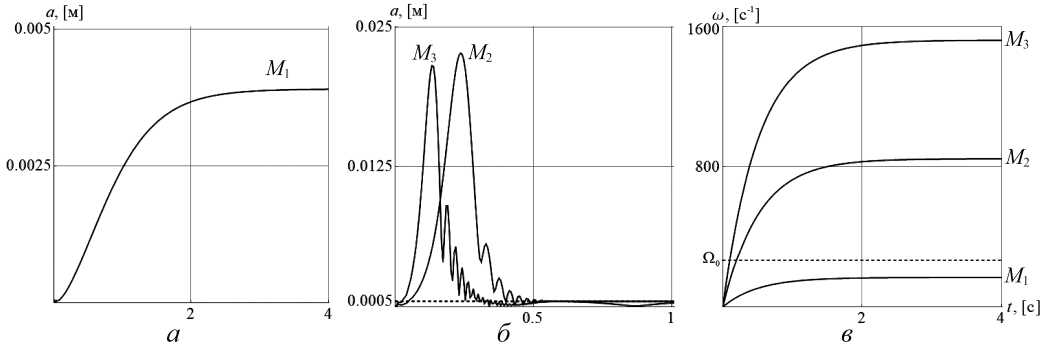


Рис. 6. Прохождение критической области под действием постоянного вращающего момента  $M$ :  $M_1 = 18$  Н·м,  $M_2 = 91$  Н·м и  $M_3 = 165$  Н·м.

исследовать движение ротора под действием постоянного вращающего момента  $M$  путем численного интегрирования системы (1). На рис. 6, *a* показан график амплитуды прецессионного движения ротора для случая, когда величина вращающего момента  $M = M_1 = 18$  Н·м недостаточна для перехода через резонанс. Графики на рис. 6, *б* рассчитаны для значений  $M_2 = 91$  Н·м и  $M_3 = 165$  Н·м. В этих случаях величина момента достаточна для преодоления критической области, в результате чего устанавливается полусбалансированный режим (пунктиром отмечена величина эксцентриситета АБУ  $s_2 = 0.5$  мм). Графики демонстрируют, что с увеличением вращающего момента сокращается время перехода к полусбалансированному режиму.

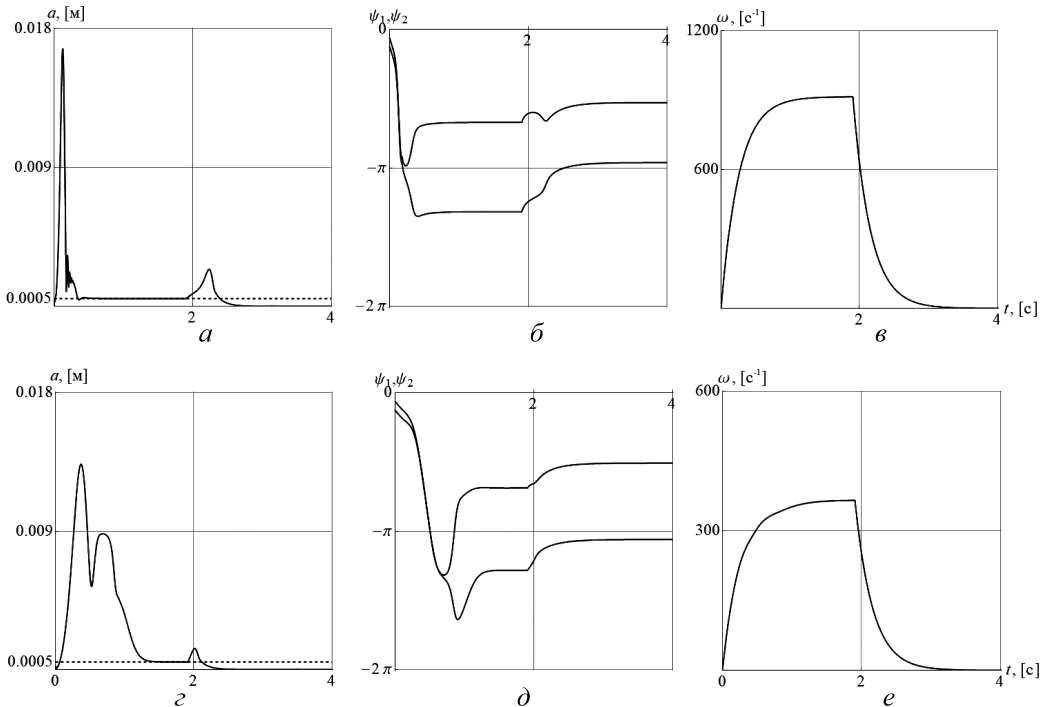


Рис. 7. Движение ротора и балансировочных шариков при разгоне и выбеге.

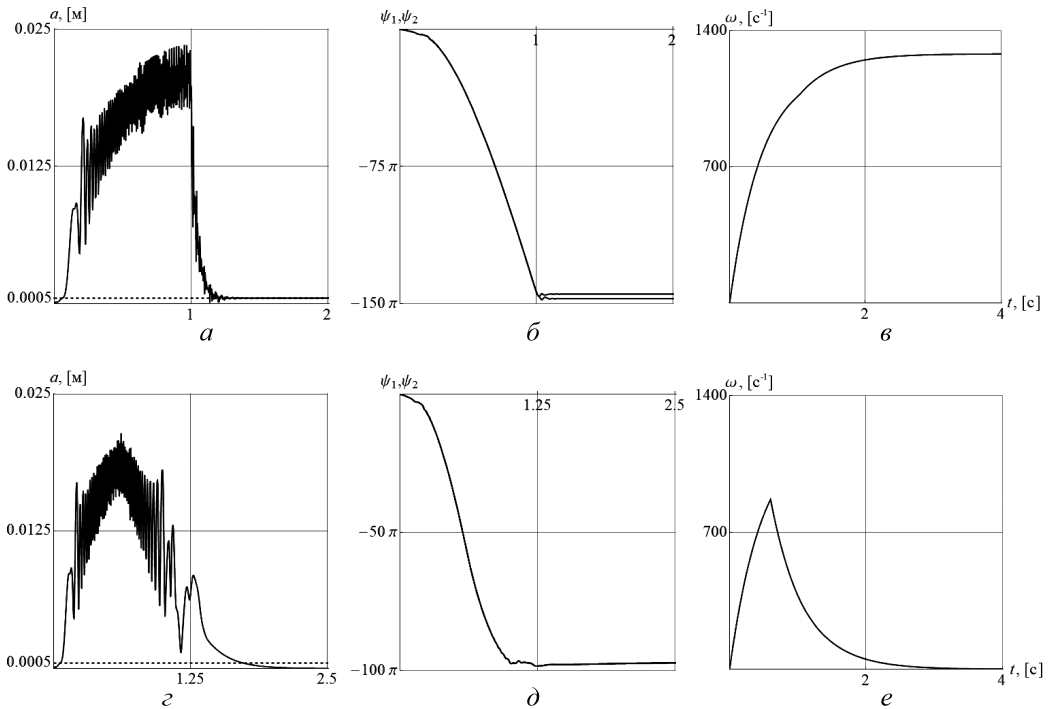


Рис. 8. Движение ротора и балансировочных шариков в случае недостаточного демпфирования в АБУ.

На рис. 6, в представлены графики изменения угловой скорости ротора  $\omega = \dot{\theta}$ . Пунктиром отмечена частота поперечных колебаний диска  $\Omega_0 = \sqrt{k/m_0} = 288 \text{ c}^{-1}$ .

Рассмотрим случай, когда ротор сначала разгоняется под действием вращающего момента  $M = 183 \text{ Н}\cdot\text{м}$ , а затем, при  $t = t_1 = 1.8 \text{ с}$ , момент становится равным нулю (рис. 7, в). Из рис. 7, а видно, что после прохождения резонанса устанавливается полусбалансированный режим. После прекращения действия момента ротор движется в режиме выбега, при этом амплитуда снова начинает расти, что обусловлено «разбалансировкой» ротора вследствие движения балансировочных шариков, как показано на рис. 7, б. Графики на рис. 7, г-е рассчитаны для меньшей величины вращающего момента  $M = 73 \text{ Н}\cdot\text{м}$ . Уменьшение  $M$ , как видно из рис. 7, г, ведет к увеличению времени, необходимого для прохождения резонансной области, и к уменьшению максимальной амплитуды колебаний. После прекращения действия вращающего момента амплитуда изменяется аналогично предыдущему случаю.

Рассмотрим теперь влияние коэффициента демпфирования  $c_\psi$ . На рис. 8, а-в рассматривается разгон ротора при малом коэффициенте демпфирования ( $c_\psi = 0.004 \text{ кг/с}\cdot\text{м}^2$ ). Как и в случае, изображенном на рис. 5, а, здесь также наблюдаются осцилляции амплитуды вследствие быстрого движения шариков относительно обоймы АБУ, которые заканчиваются «срывом» и переходом к полусбалансированному режиму. На рис. 8, г-е представлен случай, когда при  $t = t_1 = 0.6 \text{ с}$  приложенный момент становится равным нулю. Из графика амплитуды на рис. 8, г видно, что при  $t > t_1$  наблюдается уменьшение средней амплитуды осцилляций до нулевого значения.



Приведенные расчеты показывают, что в случае приложенного к ротору постоянного вращающего момента наличие АБУ оказывает существенное негативное влияние на процесс прямого перехода через резонанс, а величина максимальной амплитуды прецессии зависит как от дисбаланса, вносимого шариками АБУ, так и от коэффициента демпфирования в АБУ. Слишком малая величина коэффициента демпфирования может приводить к затягиванию времени резонансных колебаний ротора до момента их срыва, отрицательно влияя на динамику переходного процесса. В то же время при обратном прохождении резонанса АБУ оказывает положительное влияние, снижая пик максимума амплитуды прецессионного движения. Таким образом, влияние АБУ проявляется сходным образом для обеих рассмотренных моделей прохождения ротора через резонанс.

## Литература

1. Lewis F. M. Vibration during acceleration through a critical speed // Trans. ASME. 1932. Vol. 54. P. 253.
2. Капица П. Л. Устойчивость и переход через критические числа оборотов быстро вращающихся валов // ЖТФ. 1939. Т. IX, вып. 2.
3. Green K., Champneys A. R., Friswell M. I. Analysis of the Transient Response of an Automatic Dynamic Balancer for Eccentric Rotors // Int. J. Mech. Sci. 2006. Vol. 48, N 3. P. 274–293. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2005.09.014>
4. Chung J. Effect of gravity and angular velocity on an automatic ball balancer // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. 2005. Vol. 219, issue 1. P. 43–51. <https://doi.org/10.1243/095440605X8333>
5. Ryzhik B., Sperling L., Duckstein H. Non-synchronous motions near critical speeds in a singleplane auto-balancing device // Technische Mechanik. Vol. 24, N 1. 2004. P. 25–36.
6. Быков В. Г. Нестационарные режимы движения статически неуравновешенного ротора с автобалансирующим механизмом // Вест. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 3. С. 89–96.
7. Быков В. Г. Автобалансировка жесткого ротора в вязко-упругих ортотропных опорах // Вест. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 2. С. 82–91.
8. Быков В. Г. Автобалансировка ротора с ортотропно упругим валом // ПММ. 2013. Т. 77, № 4. С. 514–527.
9. Быков В. Г., Ковачев А. С. Динамика ротора с эксцентрическим шаровым автобалансирующим устройством // Вест. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2014. Вып. 4. С. 579–588.
10. Bykov V. G., Kovachev A. S. On stability of unbalanced steady-state motions of a rotor with eccentric ball autobalancing device // Mechanics – Seventh Polyakhov's Reading, 2015 International Conference on. <https://doi.org/10.1109/POLYAKHOV.2015.7106720>

Статья поступила в редакцию 13 апреля 2017 г.; рекомендована в печать 22 июня 2017 г.

## Сведения об авторах

Быков Владимир Григорьевич — кандидат физико-математических наук, доцент; [vgbykov@mail.ru](mailto:vgbykov@mail.ru)

Ковачев Александр Светославович — кандидат физико-математических наук; [alex0303@mail.ru](mailto:alex0303@mail.ru)

## PASSAGE THROUGH THE RESONANCE OF A STATICALLY UNBALANCED ROTOR WITH “IMPERFECT” AUTOBALANCING DEVICE

Vladimir G. Bykov, Alexander S. Kovachev

St. Petersburg State University, Universitetskaya nab., 7–9, St. Petersburg, 199034, Russian Federation; [vgbykov@mail.ru](mailto:vgbykov@mail.ru), [alex0303@mail.ru](mailto:alex0303@mail.ru)

Nonstationary modes of direct and reverse passage through resonance of an unbalanced rotor equipped with an imperfectly mounted ABB are investigated. Two mathematical models are considered. The first one is the passage of the critical region with constant angular acceleration, and the second one is the motion of the rotor under the action of a constant external torque. The study of the first model has shown that the presence of the ABB has a significant negative effect on the process of direct passage through

resonance, and the maximum amplitude of whirling in this case can exceed the maximum in the stationary case. At the same time, in case of reverse resonance passage, the influence of the ABB is positive, and the maximum amplitude of the whirling motion is much smaller than in the case of the direct passage. The investigation of the influence of viscous damping in the ABB has shown that too small damping affects negatively on the dynamics of the transient process, prolonging the time of the resonant oscillations of the rotor until the moment of their disruption. The study of the processes of acceleration and deceleration of the rotor according to the second model confirms the main conclusions obtained from the first model. Refs 10. Figs 8.

**Keywords:** statically unbalanced rotor, imperfectly mounted automatic ball balancer, nonstationary passage through resonance.

## References

1. Lewis F. M., "Vibration during acceleration through a critical speed", *Trans. ASME* **54**, 253 (1932).
2. Kapitsa P. L., "Stability and transition through critical speeds of rapidly rotating shafts", *JTF IX(2)* (1939) [in Russian].
3. Green K., Champneys A. R., Friswell M. I., "Analysis of the Transient Response of an Automatic Dynamic Balancer for Eccentric Rotors", *Int. J. Mech. Sci.* **48**(3), 274–293 (2006). <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2005.09.014>
4. Chung J., "Effect of gravity and angular velocity on an automatic ball balancer", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* **219**(1), 43–51 (2005). <https://doi.org/10.1243/095440605X8333>
5. Ryzhik B., Sperling L., Duckstein H., "Non-synchronous motions near critical speeds in a singleplane auto-balancing device", *Technische Mechanik* **24**(1), 25–36 (2004).
6. Bykov V. G., "Non-stationary modes of motion of a statically unbalanced rotor with an auto-balancing mechanism", *Vestnik St. Petersburg University. Ser. 1*, issue 3, 89–96 (2010) [in Russian].
7. Bykov V. G., "Auto-balancing of rigid rotor in visco-elastic orthotropic bearings", *Vestnik St. Petersburg University. Ser. 1*, issue 2, 82–91 (2013) [in Russian].
8. Bykov V. G., "Auto-balancing of a rotor with an orthotropic elastic shaft", *J. Appl. Math. Mech.* **77**(4), 369–379 (2013). <https://doi.org/10.1016/j.jappmathmech.2013.11.005>
9. Bykov V. G., Kovachev A. S., "Dynamics of a Rotor with an Eccentric BallAutoBalancing Device", *Vestnik St. Petersburg Univ. Math.* **47**, issue 4, 173–180 (2014). <https://doi.org/10.3103/S1063454114040037>
10. Bykov V. G., Kovachev A. S., "On stability of unbalanced steady-state motions of a rotor with eccentric ball autobalancing device", *Mechanics - Seventh Polyakhov's Reading, 2015 International Conference on.* <https://doi.org/10.1109/POLYAKHOV.2015.7106720>

**Для цитирования:** Быков В. Г., Ковачев А. С. Прохождение через резонанс статически неуравновешенного ротора с «неидеальным» автобалансирующим устройством // Вестник СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. 2017. Т. 4 (62). Вып. 4. С. 671–680. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu01.2017.415>

**For citation:** Bykov V. G., Kovachev A. S. Passage through the resonance of a statically unbalanced rotor with "imperfect" autobalancing device. *Vestnik SPbSU. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2017, vol. 4 (62), issue 4, pp. 671–680. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu01.2017.415>