О НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПОЛЯХ ИЗЛУЧЕНИЯ В БЕСКОНЕЧНОЙ ОДНОМЕРНОЙ СРЕДЕ

А. К. Колесов, Н. Ю. Кропачева

Санкт-Петербургский государственный университет,
Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

В работе рассматривается нестационарный перенос монохроматического излучения в бесконечной однородной одномерной среде. Считается, что среда освещена мгновенным точечным источником энергии. Она характеризуется следующими оптическими параметрами: коэффициентом поглощения α , альбедо однократного рассеяния λ , средним временем t_1 , затрачиваемым фотоном непосредственно на акт рассеяния, и средним временем t_2 между двумя последовательными рассеяниями. Получено точное решение уравнения нестационарного переноса излучения в случае $t_1 = t_2$. Выведены более точные, чем ранее известные, асимптотические выражения для функции источников, средней интенсивности и потока излучения на больших оптических расстояниях от источника энергии ($|\tau| \gg 1$) при малом истинном поглощении света в среде ($1 - \lambda \ll 1$) в случаях, когда $t_1 \gg t_2$, $t_1 \ll t_2$, $t_1 = t_2$. Библиогр. 13 назв.

Ключевые слова: нестационарный перенос излучения, одномерная среда, точечный источник энергии, функция источников, средняя интенсивность излучения, поток излучения, асимптотические формулы.

1. Введение. В современной астрофизике важное место занимает изучение зависящих от времени процессов, протекающих в различных нестационарных небесных объектах. В качестве примера такого процесса можно указать на свечение пылевых туманностей под действием излучения вспыхнувшей новой звезды.

В 1923 г. Комптон [1] предложил для расчета нестационарных полей излучения использовать диффузионное приближение, состоящее в замене уравнения нестационарного переноса излучения уравнением теплопроводности. Однако в 1926 г. Милн [2] показал, что это приближение может приводить к физически необоснованным результатам.

Систематическое развитие теории нестационарных полей излучения было начато в работе В. В. Соболева [3], опубликованной в 1952 г. Основы этой теории изложены в монографиях В. В. Соболева [4], Кейза и Цвайфеля [5] и И. Н. Минина [6]. Некоторые математические проблемы этой теории изучались в книге Винга [7]. Обзоры результатов работ по теории нестационарного переноса излучения приведены в статьях Д. И. Нагирнера [8] и В. П. Гринина [9].

В работах [3, 4] использовалась наиболее простая модель нестационарного поля излучения в одномерной однородной среде с источниками энергии, зависящими от времени. В частности, исследовался случай, когда эта среда освещена мгновенным изотропным точечным источником светимости L , расположенным в начале координат и вспыхивающим в некоторый начальный момент времени. Рассматривалась среда, характеризуемая коэффициентом поглощения α и альбедо однократного рассеяния λ .

В процессе нестационарного переноса излучения важную роль играют две причины, обуславливающие длительность пребывания кванта в среде. Во-первых, световой квант затрачивает некоторое время на акт рассеяния. Обычно предполагается, что вероятность излучения кванта в интервале времени от t до $t + dt$ после поглощения

равна величине $e^{-t/t_1} dt/t_1$, где t_1 — средний промежуток времени нахождения кванта света в поглощенном состоянии. Во-вторых, квант света, распространяющийся в среде с конечной скоростью c , находится в пути между последовательными рассеяниями в среднем в течение промежутка времени $t_2 = 1/(\alpha c)$. Часто в астрофизических объектах значения t_1 и t_2 сильно отличаются друг от друга, поэтому В. В. Соболев [3] предложил выделить рассмотрение двух предельных случаев: случай A , когда $t_1 \gg t_2$, и случай B , когда $t_2 \gg t_1$. Однако t_1 и t_2 могут быть величинами одного и того же порядка, поэтому можно рассмотреть и простой промежуточный случай C , когда $t_1 = t_2$.

При использовании модели одномерной среды находятся интенсивности излучения $I_1(r, t)$ и $I_2(r, t)$, распространяющегося на расстоянии r от источника в момент времени t в сторону возрастающих и убывающих значений координаты r соответственно. При замене переменных r и t и параметров t_1 и t_2 соответствующими безразмерными величинами $\tau = \alpha r$, $u = t/(t_1 + t_2)$, $\beta_1 = t_1/(t_1 + t_2)$ и $\beta_2 = t_2/(t_1 + t_2)$ уравнения переноса записываются в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_1(\tau, u)}{\partial \tau} + \beta_2 \frac{\partial I_1(\tau, u)}{\partial u} + I_1(\tau, u) &= B(\tau, u), \\ -\frac{\partial I_2(\tau, u)}{\partial \tau} + \beta_2 \frac{\partial I_2(\tau, u)}{\partial u} + I_2(\tau, u) &= B(\tau, u), \end{aligned} \quad (1)$$

где $B(\tau, u)$ — функция источников, описываемая уравнением лучистого равновесия

$$B(\tau, u) = \frac{\lambda}{2} \int_0^u [I_1(\tau, u') + I_2(\tau, u')] e^{-\frac{u-u'}{\beta_1}} \frac{du'}{\beta_1}. \quad (2)$$

К этим уравнениям добавляется начальное условие, учитывающее тот факт, что энергия выделяется под действием мгновенного точечного источника при $\tau = 0$ и $u = 0$. Зная интенсивности излучения $I_1(\tau, u)$ и $I_2(\tau, u)$, можно вычислить среднюю интенсивность $J(\tau, u)$ и поток излучения $H(\tau, u)$, определяемые соответственно соотношениями

$$J(\tau, u) = \frac{1}{2} [I_1(\tau, u) + I_2(\tau, u)], \quad (3)$$

$$H(\tau, u) = I_1(\tau, u) - I_2(\tau, u). \quad (4)$$

Вследствие изотропности точечного источника и его расположения в начале координат выполняется соотношение $I_1(\tau, u) = I_2(-\tau, u)$, т. е. функция $J(\tau, u)$ является четной, а функция $H(\tau, u)$ — нечетной.

Представляют интерес асимптотические формулы для характеристик поля излучения, в частности, для функций $B(\tau, u)$, $J(\tau, u)$ и $H(\tau, u)$, справедливые на больших оптических расстояниях от источника излучения ($|\tau| \gg 1$) в случае малого истинного поглощения ($1 - \lambda \ll 1$). Для случаев A и B такие асимптотические формулы были получены в работе А. К. Колесова и В. В. Соболева [10] из точных выражений для указанных величин. Простая методика вывода этих формул на основе свойств преобразования Лапласа по времени предложена И. Н. Мининым [6, 11].

Настоящую статью можно рассматривать как продолжение работы [10]. В статье получено точное решение уравнения нестационарного переноса излучения для случая C , а также более точные, чем в [10], асимптотические выражения для функций $B(\tau, u)$, $J(\tau, u)$ и $H(\tau, u)$, определяющие их с точностью порядка $1/u^2$ для случаев A , B и C .

2. Точные решения уравнения переноса излучения. Из уравнений (1) и (2) следует, что функции $B(\tau, u)$, $J(\tau, u)$ и $H(\tau, u)$ связаны следующими соответствиями:

$$\beta_1 \frac{\partial B(\tau, u)}{\partial u} + B(\tau, u) = \lambda J(\tau, u), \quad (5)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial H(\tau, u)}{\partial \tau} + \beta_2 \frac{\partial J(\tau, u)}{\partial u} + J(\tau, u) = B(\tau, u), \quad (6)$$

$$2 \frac{\partial J(\tau, u)}{\partial \tau} + \beta_2 \frac{\partial H(\tau, u)}{\partial u} + H(\tau, u) = 0. \quad (7)$$

В работе [10] получены точные выражения для функции источников $B(\tau, u)$, средней интенсивности излучения $J(\tau, u)$ и потока излучения $H(\tau, u)$ в одномерной бесконечной среде, освещенной мгновенным точечным источником. Для случая A эти выражения имеют вид

$$B(\tau, u) = \frac{L}{4\pi} \int_0^\infty e^{-\left(1 - \frac{\lambda}{1+x^2}\right)u} \cos(x\tau) dx, \quad (8)$$

$$J(\tau, u) = \frac{L}{2\pi} \int_0^\infty e^{-\left(1 - \frac{\lambda}{1+x^2}\right)u} \cdot \frac{\cos(x\tau)}{1+x^2} dx, \quad (9)$$

$$H(\tau, u) = \frac{L}{\pi} \int_0^\infty e^{-\left(1 - \frac{\lambda}{1+x^2}\right)u} \cdot \frac{x \sin(x\tau)}{1+x^2} dx; \quad (10)$$

для случаев B —

$$B(\tau, u) = \lambda J(\tau, u), \quad (11)$$

$$J(\tau, u) = \frac{L}{4} e^{-(1-\frac{\lambda}{2})u} \delta(u - |\tau|) + \frac{\lambda L}{8} \left[I_0 \left(\frac{\lambda}{2} \sqrt{u^2 - \tau^2} \right) + \frac{u}{\sqrt{u^2 - \tau^2}} I_1 \left(\frac{\lambda}{2} \sqrt{u^2 - \tau^2} \right) \right] \Theta(u - |\tau|) e^{-(1-\frac{\lambda}{2})u}, \quad (12)$$

$$H(\tau, u) = \frac{L}{4} e^{-(1-\frac{\lambda}{2})u} \delta(u - |\tau|) + \frac{\lambda L}{4} \frac{\tau}{\sqrt{u^2 - \tau^2}} I_2 \left(\frac{\lambda}{2} \sqrt{u^2 - \tau^2} \right) \Theta(u - |\tau|) e^{-(1-\frac{\lambda}{2})u}, \quad (13)$$

где $I_0(z)$ и $I_1(z)$ — модифицированные функции Бесселя, $\delta(z)$ — дельта-функция, а $\Theta(z)$ — функция со значениями $\Theta(z) = 1$ при $z \geq 0$, $\Theta(z) = 0$ при $z < 0$. Наличие множителей $\Theta(u - |\tau|)$ в выражениях (12) и (13) отражает тот факт, что вследствие конечности скорости распространения света до точек среды, находящихся на оптических расстояниях $|\tau| > u$ от источника света, излучение этого источника не доходит, так что в этих точках имеем $J(\tau, u) = 0$ и $H(\tau, u) = 0$. При выводе формул (8)–(13) учитывалась полная интенсивность излучения, т. е. сумма интенсивности диффузного излучения и прямого излучения, приходящего в данную точку среды непосредственно от источника излучения.

Рассмотрим теперь случай C ($\beta_1 = \beta_2 = 0.5$). Введем вспомогательные функции

$$b(\tau, u) = B(\tau, u)e^{2u}, \quad j(\tau, u) = J(\tau, u)e^{2u}, \quad h(\tau, u) = H(\tau, u)e^{2u}, \quad (14)$$

связь между которыми в соответствии с формулами (5)–(7) дается следующими равенствами:

$$\frac{\partial b(\tau, u)}{\partial u} = 2\lambda j(\tau, u), \quad (15)$$

$$\frac{\partial j(\tau, u)}{\partial u} - 2b(\tau, u) = -\frac{\partial h(\tau, u)}{\partial \tau}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial h(\tau, u)}{\partial u} = -4\frac{\partial j(\tau, u)}{\partial \tau}. \quad (17)$$

Исключая из этих равенств функции $b(\tau, u)$ и $h(\tau, u)$, находим, что функция $j(\tau, u)$ является решением телеграфного уравнения

$$\frac{\partial^2 j(\tau, u)}{\partial u^2} = 4\frac{\partial^2 j(\tau, u)}{\partial \tau^2} + 4\lambda j(\tau, u). \quad (18)$$

Такому же уравнению удовлетворяет и функция $h(\tau, u)$:

$$\frac{\partial^2 h(\tau, u)}{\partial u^2} = 4\frac{\partial^2 h(\tau, u)}{\partial \tau^2} + 4\lambda h(\tau, u). \quad (19)$$

Дополним эти дифференциальные уравнения соответствующими начальными условиями. Очевидно, что выполняются равенства

$$j(\tau, 0) = J(\tau, 0) = \frac{L}{2}\delta(\tau), \quad (20)$$

$$h(\tau, 0) = H(\tau, 0) = \frac{L}{2}\delta(\tau). \quad (21)$$

Из работ И. Н. Минина (см. [6]) следует, что функция $J(\tau, u)$ при малых значениях u в случае C пропорциональна $e^{-2(1-\sqrt{\lambda})u}$, поэтому имеют место соотношения

$$\left. \frac{\partial J(\tau, u)}{\partial u} \right|_{u=0} = -L(1 - \sqrt{\lambda})\delta(\tau), \quad (22)$$

$$\left. \frac{\partial j(\tau, u)}{\partial u} \right|_{u=0} = L\sqrt{\lambda}\delta(\tau). \quad (23)$$

Вследствие изотропности точечного источника и равенства $I_1(0, u) = I_2(0, u)$ имеем

$$\left. \frac{\partial h(\tau, u)}{\partial u} \right|_{u=0} = \left. \frac{\partial H(\tau, u)}{\partial u} \right|_{u=0} = 0. \quad (24)$$

При начальных условиях (20), (21), (23) и (24) решения телеграфных уравнений (18) и (19) выражаются через модифицированные функции Бесселя $I_0(z)$ и $I_1(z)$ (см., например, [12, § 199]). Для $J(\tau, u) = j(\tau, u)e^{-2u}$ и $H(\tau, u) = h(\tau, u)e^{-2u}$ получаются следующие выражения:

$$\begin{aligned} J(\tau, u) = & L \left\{ \frac{1}{4} \delta \left(u - \frac{1}{2} |\tau| \right) + \right. \\ & \left. + \frac{\sqrt{\lambda}}{4} \left[I_0 \left(\sqrt{\lambda(4u^2 - \tau^2)} \right) + \frac{2u}{\sqrt{4u^2 - \tau^2}} I_1 \left(\sqrt{\lambda(4u^2 - \tau^2)} \right) \right] \Theta \left(u - \frac{|\tau|}{2} \right) \right\} e^{-2u}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$H(\tau, u) = L \left\{ \frac{1}{2} \delta \left(u - \frac{1}{2} |\tau| \right) + \frac{\sqrt{\lambda}}{2} \frac{\tau}{\sqrt{4u^2 - \tau^2}} I_1 \left(\sqrt{\lambda(4u^2 - \tau^2)} \right) \Theta \left(u - \frac{|\tau|}{2} \right) \right\} e^{-2u}. \quad (26)$$

Отметим, что в рассматриваемом случае C (как и в случае B) вследствие конечности скорости распространения света имеем $J(\tau, u) = 0$ и $H(\tau, u) = 0$ при условии $u < \frac{1}{2} |\tau|$.

Средняя интенсивность $J^*(\tau, u)$ и поток $H^*(\tau, u)$ диффузного излучения даются следующими выражениями:

$$J^*(\tau, u) = \frac{\sqrt{\lambda}L}{4} \left[I_0 \left(\sqrt{\lambda(4u^2 - \tau^2)} \right) + \frac{2u}{\sqrt{4u^2 - \tau^2}} I_1 \left(\sqrt{\lambda(4u^2 - \tau^2)} \right) \right] \times \\ \times \Theta \left(u - \frac{|\tau|}{2} \right) e^{-2u}, \quad (27)$$

$$H^*(\tau, u) = \frac{\sqrt{\lambda}L}{2} \frac{\tau}{\sqrt{4u^2 - \tau^2}} I_1 \left(\sqrt{\lambda(4u^2 - \tau^2)} \right) \Theta \left(u - \frac{|\tau|}{2} \right) e^{-2u}, \quad (28)$$

отличающимися от выражений (25) и (26) отсутствием слагаемого, содержащего дельта-функцию.

Мы видим, что значения функций $J^*(\tau, u)$ и $H^*(\tau, u)$ при произвольных λ связаны со значениями этих функций при $\lambda = 1$ известными (см. [6]) соотношениями

$$J^*(\tau, u, \lambda) = \sqrt{\lambda} e^{-2(1-\sqrt{\lambda})u} J^*(\tau\sqrt{\lambda}, u\sqrt{\lambda}, 1), \quad (29)$$

$$H^*(\tau, u, \lambda) = \sqrt{\lambda} e^{-2(1-\sqrt{\lambda})u} H^*(\tau\sqrt{\lambda}, u\sqrt{\lambda}, 1), \quad (30)$$

где $0 \leq \lambda \leq 1$.

3. Асимптотические выражения для характеристик нестационарного поля излучения. Получим асимптотические формулы для функций $B(\tau, u)$, $J(\tau, u)$ и $H(\tau, u)$, выполняющиеся при условиях $u \gg |\tau| \gg 1$, $1 - \lambda \ll 1$.

Рассмотрим сначала случай A , когда $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 0$. Интеграл, входящий в выражение (8), можно приближенно представить в виде

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left(1 - \frac{\lambda}{1+x^2}\right)u} \cos(x\tau) dx \approx e^{-(1-\lambda)u} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\lambda u x^2} \cos(x\tau) dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\lambda u}} e^{-(1-\lambda)u - \frac{\tau^2}{4\lambda u}} \quad (31)$$

(см. [12, § 84]), т. е. в соответствии с формулой (8) в случае A для функции источников получается асимптотическое выражение

$$B_A^{as}(\tau, u) \approx \frac{L}{4\sqrt{\pi\lambda u}} e^{-(1-\lambda)u - \frac{\tau^2}{4\lambda u}}. \quad (32)$$

Используя формулу (32), а также соотношения (5)–(7) и ограничиваясь в разложениях исследуемых функций по степеням $1/u$ членами порядка $1/u^2$, находим для средней интенсивности $J(\tau, u)$ и потока излучения $H(\tau, u)$ следующие асимптотические формулы:

$$J_A^{as}(\tau, u) \approx \frac{L}{4\sqrt{\pi\lambda u}} e^{-(1-\lambda)u - \frac{\tau^2}{4\lambda u}} \left(1 - \frac{1}{2\lambda u} + \frac{\tau^2}{4\lambda^2 u^2} \right), \quad (33)$$

$$H_A^{as}(\tau, u) \approx \frac{L}{4\sqrt{\pi\lambda u}} \cdot \frac{\tau}{\lambda u} e^{-(1-\lambda)u - \frac{\tau^2}{4\lambda u}} \left(1 - \frac{3}{2\lambda u}\right). \quad (34)$$

Рассматривая случаи B и C , используем асимптотику для модифицированных функций Бесселя, выполняющуюся при больших значениях аргумента (см. [13]):

$$I_0(z) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi z}} e^z \left(1 + \frac{1}{8z} + \frac{9}{128z^2}\right), \quad (35)$$

$$I_1(z) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi z}} e^z \left(1 - \frac{3}{8z} - \frac{15}{128z^2}\right). \quad (36)$$

При этом в точках среды, удаленных от источника излучения, можно пренебрегать интенсивностью прямого излучения, приходящих в эти точки непосредственно от источника излучения, т. е. можно считать, что полная интенсивность равна интенсивности диффузного излучения.

В случае B из соотношений (5)–(7) при $\beta_1 = 0$, $\beta_2 = 1$ получаются с указанной точностью следующие асимптотические выражения для функций $B(\tau, u)$, $J(\tau, u)$ и $H(\tau, u)$:

$$B_B^{as}(\tau, u) \approx \frac{\lambda^2 L}{4\sqrt{\pi\lambda u}} e^{-(1-\lambda)u - \frac{\lambda\tau^2}{4u}} \left(1 - \frac{1}{4\lambda u} + \frac{\tau^2}{2u^2} - \frac{3}{32\lambda^2 u^2}\right), \quad (37)$$

$$J_B^{as}(\tau, u) \approx \frac{\lambda L}{4\sqrt{\pi\lambda u}} e^{-(1-\lambda)u - \frac{\lambda\tau^2}{4u}} \left(1 - \frac{1}{4\lambda u} + \frac{\tau^2}{2u^2} - \frac{3}{32\lambda^2 u^2}\right), \quad (38)$$

$$H_B^{as}(\tau, u) \approx \frac{\lambda L}{4\sqrt{\pi\lambda u}} \cdot \frac{\tau}{u} e^{-(1-\lambda)u - \frac{\lambda\tau^2}{4u}} \left(1 - \frac{3}{4\lambda u}\right). \quad (39)$$

В случае C , когда $\beta_1 = \beta_2 = 0.5$, соответствующие асимптотические выражения для этих функций получаются в виде

$$B_C^{as}(\tau, u) \approx \frac{\lambda L}{4\sqrt{\pi\sqrt{\lambda}u}} e^{-2(1-\sqrt{\lambda})u - \frac{\sqrt{\lambda}\tau^2}{4u}} \left(1 + \frac{3}{16\sqrt{\lambda}u} + \frac{69}{512\lambda u^2}\right), \quad (40)$$

$$J_C^{as}(\tau, u) \approx \frac{\sqrt{\lambda} L}{4\sqrt{\pi\sqrt{\lambda}u}} e^{-2(1-\sqrt{\lambda})u - \frac{\sqrt{\lambda}\tau^2}{4u}} \left(1 - \frac{1}{16\sqrt{\lambda}u} + \frac{\tau^2}{8u^2} - \frac{3}{512\lambda u^2}\right), \quad (41)$$

$$H_C^{as}(\tau, u) \approx \frac{\sqrt{\lambda} L}{4\sqrt{\pi\sqrt{\lambda}u}} \cdot \frac{\tau}{u} e^{-2(1-\sqrt{\lambda})u - \frac{\sqrt{\lambda}\tau^2}{4u}} \left(1 + \frac{3}{16\sqrt{\lambda}u}\right). \quad (42)$$

Отметим, что если в формулах (33), (34), (38) и (39) учитывать только первые члены разложений по степеням $1/u$, они совпадут с соответствующими формулами, полученными в работе [10].

4. Заключение. В результате проведенного в настоящей работе исследования показано, что при интерпретации наблюдений астрофизических объектов следует учитывать зависимость их светимости L от безразмерного времени u , а также длительность u_0 вспышки. Для этого в выведенных в статье выражениях для характеристик поля излучения следует вместо постоянного значения L взять функцию $L(u)$ и проинтегрировать эти выражения по u в пределах от $u = 0$ до $u = u_0$.

Отметим, что использованную в настоящей статье методику вывода асимптотических выражений для функции источников, средней интенсивности и потока излучения можно использовать и в случаях мгновенных плоского, точечного и осевого источников излучения в трехмерной бесконечной однородной среде.

Литература

1. *Compton K. T.* Some properties of resonance radiation and excited atoms // *Phil. Mag.* 1923. Vol. 45, N 268. P. 750–760.
2. *Milne E. A.* The diffusion of imprisoned radiation through a gas // *London Math. Sci.* 1926. Vol. 1, N 1. P. 40–51.
3. *Соболев В. В.* К теории нестационарного поля излучения // *Астрон. журн.* 1952. Т. 29, № 4–5. С. 406–414. С. 517–525.
4. *Соболев В. В.* Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет. М.: Гостехиздат, 1956.
5. *Кейз К., Цвайфель П.* Линейная теория переноса. М.: Мир, 1972. 384 с.
6. *Минин И. Н.* Теория переноса излучения в атмосферах планет. М.: Наука, 1988. 264 с.
7. *Wing G. M.* An Introduction to Transport Theory. New York, London: J. Wiley Publ. Co., 1962.
8. *Нагурнер Д. И.* Теория нестационарного переноса излучения // *Астрофизика.* 1974. Т. 10, № 3. С. 445–469.
9. *Гринин В. П.* Теория нестационарного переноса излучения // *Труды Астрон. обс. СПбГУ.* 1994. Т. 44. С. 236–249.
10. *Колесов А. К., Соболев В. В.* О нестационарном поле излучения // *Труды Астрон. обс. ЛГУ.* 1991. Т. 43. С. 5–27.
11. *Минин И. Н.* К теории нестационарного переноса излучения // *Звезды, туманности, галактики* / под ред. В. В. Соболева. Ереван: Изд. АН Арм. ССР, 1969. С. 51–55.
12. *Смирнов В. И.* Курс высшей математики: в 5 т. М.: Наука, 1974. Т. 2. 655 с.
13. *Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами* / под ред. М. Абрамовица и А. Стиган. М.: Наука, 1979. 832 с.

Статья поступила в редакцию 30 августа 2016 г.; рекомендована в печать 6 октября 2016 г.

Сведения об авторах

Колесов Александр Константинович — доктор физико-математических наук, профессор;
a.kolesov@spbu.ru

Кропачева Наталья Юрьевна — кандидат физико-математических наук, доцент;
NK@NK11595.spb.edu

ON NON-STATIONARY RADIATION FIELDS IN AN INFINITY ONE-DIMENSIONAL HOMOGENEOUS MEDIUM

Aleksandr K. Kolesov, Natalia Yu. Kropacheva

St. Petersburg State University, Universitetskaya nab., 7–9, St. Petersburg, 199034, Russian Federation;
a.kolesov@spbu.ru, NK@NK11595.spb.edu

This paper considers the non-stationary monochromatic radiative transfer in an infinite one-dimensional homogeneous medium. It is believed that the medium is illuminated by a momentary isotropic point energy source. Optical properties of the medium are characterized by the absorption coefficient α , the single-scattering albedo λ , the mean time t_1 of the stay of a photon in the absorbed state and the mean time t_2 of its stay on the path between two consecutive scatterings. The exact solution of the non-stationary radiative transfer equation was derived for the case $t = t_1$. Asymptotic expressions were found for the source function of average intensity and flux when points of the medium located on the large optical distances from the power source $|\tau| \gg 1$ and scattering close to the light conservative ($1 - \lambda \ll 1$) assuming that $t_1 \gg t_2$, $t_1 \ll t_2$, or $t_1 = t_2$. These expressions are more precise than previously known. Refs 13.

Keywords: non-stationary radiative transfer, one-dimensional medium, point energy source, source function, mean radiation intensity, radiation flux, asymptotic expressions.

References

1. Compton K. T., "Some properties of resonance radiation and excited atoms", *Phil. Mag.* **45**(268), 750–760 (1923).
2. Milne E. A., "The diffusion of imprisoned radiation through a gas", *London Math. Sci.* **1**(1), 40–51 (1926).
3. Sobolev V. V., "On the theory of the non-stationary radiation field", *Astron. Zh.* **29**, 406–414, 517–525 (1952) [in Russian].
4. Sobolev V. V., *A Treatise on Radiative Transfer* (Van Nostrand, Princeton, New York, 1963).
5. Case K. M., Zweifel P. F., *Linear Transport Theory* (Addison-Wesley Pub. Co., Reading, Massachusetts, 1967).
6. Minin I. N., *Theory of Radiative Transfer in Planetary Atmospheres* (Nauka, Moscow, 1988, 264 p.) [in Russian].
7. Wing G. M., *An Introduction to Transport Theory* (J. Willey Publ. Co., New York, London, 1962).
8. Nagirner D. I., "Theory of non-stationary transfer of radiation", *Astrophysics* **10**(3), 274–289 (1974).
9. Grinin V. P., "Non-stationary radiative transfer theory", *Trudy Astron. Obs.* **44**, 236–249 (1994).
10. Kolesov A. K., Sobolev V. V., "On non-stationary radiative transfer", *Proc. Astron. Observ.* **43**, 5–27 (1991) [in Russian].
11. Minin I. N., "On the non-stationary radiation fields theory", *Stars, nebulae, galaxies*, 51–55 (ed. V. V. Sobolev. Yerevan, Izd. Akad. Nauk Armen. SSR, 1969).
12. Smirnov V. I., *Course of Higher Mathematics* In 5 vols (Nauka, Moscow, 1974, **2**, 655 p.) [in Russian].
13. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables* (eds. M. Abramowitz, A. Stegun, National Bureau of Standards, New York, 1964).

Для цитирования: Колесов А. К., Кропачева Н. Ю. О нестационарных полях излучения в бесконечной одномерной однородной среде // Вестник СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. 2017. Т. 4 (62). Вып. 1. С. 159–166. DOI: 10.21638/11701/spbu01.2017.118

For citation: Kolesov A. K., Kropacheva N. Yu. On non-stationary radiation fields in an infinity one-dimensional homogeneous medium. *Vestnik SPbSU. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2017, vol. 4 (62), issue 1, pp. 159–166. DOI: 10.21638/11701/spbu01.2017.118