

РАСЧЕТ СТРАТИФИЦИРОВАННОГО ДВУХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ В ТРУБЕ*

Н. Ж. Джайчибеков¹, С. К. Матвеев², Д. Г. Сидоров²

¹ Евразийский Национальный университет им. Л. Н. Гумилева,
Казахстан, 010000, Астана, ул. К. Мунайтпасова, 5

² Санкт-Петербургский государственный университет,
Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

Численно исследуется стационарное стратифицированное (расслоенное) течение двух несжимаемых сред разной плотности в наклонной трубе постоянного круглого сечения под действием перепада давления и силы тяжести. Определяются средние по сечению скорости u_1 , u_2 и напряжения трения на стенках τ_{wi} и межфазной поверхности τ_{ij} . Варьируются перепад давления, угол наклона трубы, объемные доли и вязкости компонент. Дается оценка вычислительной погрешности из-за приближенного описания контура трубы.

Результаты аппроксимируются в виде зависимостей τ_{ij} , τ_{wi} от u_1 , u_2 и параметров задачи. Именно такие аппроксимации требуются для приближенного квазистационарного квазиодномерного метода расчета нестационарного двухфазного течения в трубах переменного сечения. Библиогр. 3 назв. Ил. 4.

Ключевые слова: динамика многофазных сред, стратифицированные течения, средняя скорость.

1. Введение. Развитие техники предъявляет новые требования к более тщательному изучению и описанию различных природных и технических процессов. Это обусловлено необходимостью глубокой оптимизации технологии производства, разработкой новых узлов, механизмов, устройств или общеакадемическими интересами. Наиболее распространенными методами исследования в последние десятилетия являются вычислительные методы, всплеск внимания к которым связан с возросшими возможностями ЭВМ, наличием соответствующего развитого математического аппарата и потребностью в оптимизации расходов на проведение исследований. Одной из задач, исследование которых актуально на текущий момент, является динамика многофазных сред. В общем случае рассматриваются характеристики двухфазных потоков, которые могут быть следующих типов: 1) смесь жидкости и твердой фазы, 2) смесь газа и твердой фазы, 3) смесь жидкости с газом или паром.

В рамках каждого типа двухфазного потока существуют различные режимы течения. Так, для двухфазного газожидкостного потока выделяют два принципиальных случая — течения в вертикальных и горизонтальных каналах. Характерные режимы течений в горизонтальных трубах в зависимости от параметров потока представлены на рис. 1.

В данной работе рассматривается стационарное стратифицированное двухфазное течение в наклонных трубах постоянного сечения, причем численные результаты аппроксимируются в виде, пригодном для использования в приближенных расчетах нестационарных течений в трубах переменного сечения.

2. Постановка задачи. Расчет нестационарных течений в трубах переменного сечения обычно проводится на основе квазистационарного квазиодномерного подхода

*Работа выполнена при поддержке Комитета науки Министерства образования и науки республики Казахстан (грант 5318/ГФ4).

© Санкт-Петербургский государственный университет, 2017

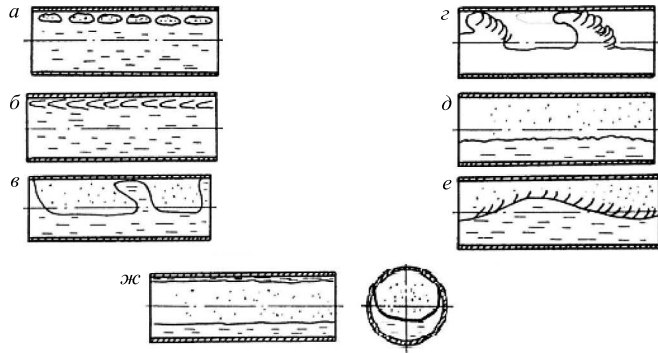


Рис. 1. Режимы течений двухфазной среды в горизонтальной трубе: снарядный (а, б); волновой (в, г); расслоенный (стратифицированный) (д); волново-кольцевой (переходный) (е); кольцевой (жс).

по уравнениям, получающимся осреднением уравнений Навье—Стокса (1) по поперечному сечению трубы S :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}_i S) + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{\rho}_i u_i S) = 0, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}_i u_i S) + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{\rho}_i u_i^2 S) + S \varphi_i \frac{\partial p}{\partial z} = -\tau_{wi} - \tau_{ji} - S \bar{\rho}_i g \sin(\alpha), \quad i = (1, 2). \end{cases} \quad (1)$$

Здесь u_i, φ_i, ρ_i — скорости, объемные доли и отнесенные к объему смеси плотности компонент, p — давление, g — ускорение силы тяжести, α — угол наклона оси трубы к горизонту, φ_i — доля площади поперечного сечения трубы, занимаемая i -й фазой. Добавив к этим уравнениям тождество $\varphi_1 + \varphi_2 = 1$ и уравнения состояния фаз, получим систему уравнений, замкнутую в том случае, если τ_{wi} и τ_{ji} , представляющие силы взаимодействия фаз со стенками и между собой, будут определены в зависимости от параметров задачи и искомых функций $\bar{\rho}_i, u_i$. Эти зависимости определяются экспериментально или теоретически для стационарных одномерных течений. В этом и состоит квазистационарный квазиодномерный подход к решению задачи.

Экспериментальное исследование двухфазных течений очень сложно, поэтому имеющиеся экспериментальные данные скудны и не очень надежны. Теоретические (численные) решения, пригодные для использования в уравнениях (1), в мировой литературе отсутствуют. В связи с этим нами было предпринято численное исследование стратифицированного ламинарного двухфазного течения в наклонной трубе с аппроксимацией простыми формулами величин τ_{wi} и τ_{ji} . Численно решаются описывающие течение уравнения вида

$$D_1 = \mu_1 \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} \right), \quad D_2 = \mu_2 \left(\frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_2}{\partial y^2} \right), \quad (2)$$

где $D_i = dp/dz + \bar{\rho}_i g \sin(\alpha)$ с граничными условиями прилипания на стенках и условия непрерывности осевой скорости $w(x, y)$ и напряжения трения на поверхности раздела жидкостей ($y = h$). По результатам расчетов определяются средние по сечению скорости обеих фаз и напряжения трения, осредненные по смоченному каждой фазой периметру и поверхности раздела.

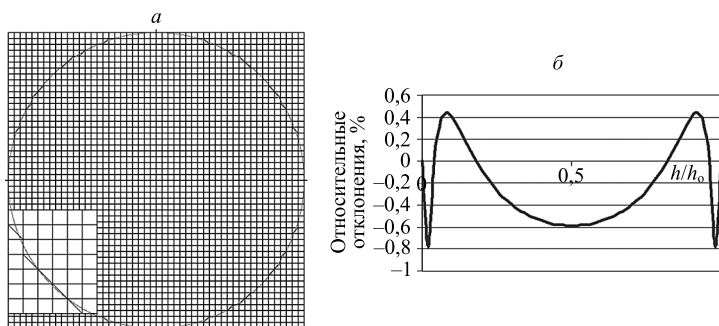


Рис. 2. Форма границы и расчетная сетка (а); погрешность вычислений (б).

3. Результаты. Для аппроксимации уравнений (2) в плоскости (x, y) использовалась квадратная сетка (рис. 2, а). Это позволяло точно отобразить границу раздела фаз, а погрешность из-за приближенного описания стенок круглой трубы не превышала 1% при 100 ячейках на диаметр (рис. 2, б), что проверено сравнением однофазного расчета с решением Гагена—Пуазейля. Также была исследована сеточная независимость решения, которая показала, что результаты, полученные на сетке с разрешением 25 ячеек на радиус, отличаются от результатов для сетки с разрешением 250 ячеек не более чем на 5%, что, в свою очередь, объясняется угрублением сетки в первом случае. Рассчитанные профили скорости при различных степенях заполнения канала жидкой фазой представлены на рис. 3.

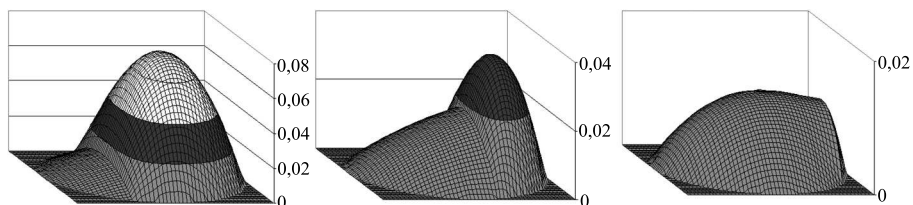


Рис. 3. Профили скорости газожидкостной смеси при степенях заполнения канала 0.3, 0.6 и 0.9.

Расчет выполняется строго для стратифицированного режима течения, что предполагает стабильную во времени границу раздела двух сред, это возможно только при определенных соотношениях скорости, плотности и вязкости потоков с геометрическими параметрами канала. Критерием устойчивости стратифицированного течения может быть соотношение, предложенное Тайтелом и Даклером в работе [1]:

$$u_g = \sqrt{\frac{4\nu_l \Delta \rho g}{s \rho_g u_l}}, \quad (3)$$

где u, ρ, ν — скорости, плотности, кинематическая вязкость жидкости (индекс l) и газа (индекс g) соответственно, g — ускорение свободного падения, а s — коэффициент укрытия, примерно равный 0.06. Также определить картину течения можно по диаграммам Бэйкера, модифицированным Скоттом [2] и Шихтом [3]. Расчеты проводились в широком диапазоне параметров ($0 \leq D_1/D_2 \leq 2$, $0.01 \leq \mu_2/\mu_1 \leq 1$). Силы

трения фаз о стенки τ_{wi} , рассчитанные на единицу длины трубы, в зависимости от осредненных по сечению скоростей фаз u_1, u_2 , вязкостей фаз и геометрических параметров могут быть аппроксимированы следующими формулами:
при $H > R$

$$\begin{aligned}\tau_{w1} &= 2\mu_1 u_1 \frac{\Pi_1}{r_1} - \frac{\tau_{12}}{2} \sqrt{\frac{r_1}{R}} + \mu_1 u_1 \frac{R}{2r_1} \left(1 - \frac{H}{R}\right)^2, \\ \tau_{w2} &= 2\mu_2 u_2 \frac{\Pi_2}{r_2} - \frac{\tau_{12}}{2} \sqrt{\frac{r_2}{R}};\end{aligned}\quad (4)$$

при $H < R$

$$\begin{aligned}\tau_{w1} &= 2\mu_1 u_1 \frac{\Pi_1}{r_1} - \frac{\tau_{12}}{2} \sqrt{\frac{r_1}{R}}, \\ \tau_{w2} &= 2\mu_2 u_2 \frac{\Pi_2}{r_2} - \frac{\tau_{12}}{2} \sqrt{\frac{r_2}{R}} + \mu_2 u_2 \frac{R}{2r_2} \left(1 - \frac{H}{R}\right)^2,\end{aligned}\quad (5)$$

а сила межфазного взаимодействия — формулой

$$\tau_{12} = \frac{6.67(u_{20} - u_{10})l_{12}}{r_1/\mu_1 + r_2/\mu_2} \sqrt{\frac{l_{12}}{R}},\quad (6)$$

где при $H > R$ имеем $u_{10} = u_1$, $u_{20} = u_2 \sqrt[4]{(2R - H)/H}$, при $H < R$ — $u_{10} = u_1 \sqrt[4]{H/R}$, $u_{20} = u_2$. В этих формулах R — радиус трубы, H — уровень межфазной поверхности (глубина потока тяжелой фазы, $i = 1$), l_{12} — ширина межфазной поверхности, $r_i = 4S_i/\Pi_i$, S_i, Π_i — гидравлический радиус, площадь сечения и смоченный периметр i -й фазы $i = 1, 2$.

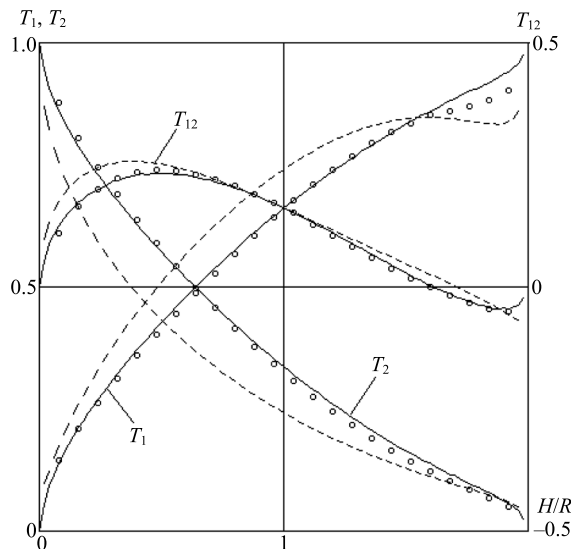


Рис. 4. Аппроксимация сил трения, $D_1/D_2 = 1$, $\mu_1/\mu_2 = 0.1$.

Трудность получения приведенных формул и определения диапазона их применимости заключалась в том, что u_1, u_2 , так же как τ_{ij}, τ_{wi} , являются функционалами решения уравнения (2), а не задаваемыми параметрами при решении этих уравнений.

В качестве примера на рис. 4 показаны зависимости от H/R сил трения, отнесенных к максимальной силе трения тяжелой фазы τ_{1m} при заполнении ею всего поперечного сечения. Соответственно будем иметь $T_1 = \tau_{w1}/\tau_{1m}$, $T_2 = \tau_{w2}/\tau_{1m}$, $T_{12} = \tau_{12}/\tau_{1m}$. Сплошная линия — численный расчет по уравнениям (2), кружки — аппроксимация по приведенным выше формулам, штриховая линия — по формулам, используемым применительно к трубам некруглого сечения и русловым потокам $\tau_{wi} = 2\mu_1 u_1 \Pi_i / r_i$ и по упрощенной формуле для межфазного трения: $\tau_{12} = 6.67(u_2 - u_1)l_{12}/(r_1/\mu_1 + r_2/\mu_2)$. Видно, что упрощенные формулы дают заметную погрешность.

Литература

1. Taitel Y., Dukler A. E. A theoretical approach to the Lockhart-Martinelli correlation for stratified flow // *Int. J. Multiphase Flow*. 1976. Vol. 2. P. 591–595.
2. Scott D. S. Properties of current gas-liquid flow // *Chem. Engng*. 1963. N 4. P. 199–277.
3. Schicht H. H. Flow patterns for an adiabatic flow of water and air within a horizontal tube // *Verfahrenstechnik*. 1969. N 3(4). P. 153–161.

Статья поступила в редакцию 9 июня 2016 г.; рекомендована в печать 6 октября 2016 г.

Сведения об авторах

Джайчибеков Нурбулат Жумабекович — доктор физико-математических наук, профессор; jaich@mail.ru

Матвеев Сергей Константинович — доктор физико-математических наук, профессор; smat@rambler.ru

Сидоров Дмитрий Геннадьевич — аспирант; sidorov.d.g@yandex.ru

CALCULATION OF STRATIFIED TWO-PHASE FLOW IN A PIPE

Nurbulat Z. Jaichibekov¹, Sergey K. Matveev², Dmitry G. Sidorov²

¹ The L. N. Gumilyovs Eurasian University, ul. K. Munaitpasova, 5, Astana, 010000, Kazakhstan; jaich@mail.ru

² St. Petersburg State University, Universitetskaya nab., 7–9, St. Petersburg, 199034, Russian Federation; smat@rambler.ru, sidorov.d.g@yandex.ru

Investigated numerically stationary stratified flow for two incompressible fluids of different density in the sloping tube of constant circular cross-section of differential pressure and gravity. Determined average speed over the cross section u_1 , u_2 and the frictional stress on the walls τ_{wi} and interphase surface τ_{ij} . Were varied differential pressure, the angle of inclination of the tube, volume fraction and viscosity component. The estimation of computational error due to an approximate description of the pipe wall.

The results are approximated as dependencies τ_{ij} , τ_{wi} , from u_1 , u_2 and task settings. Such approximations are required to quasi-stationary method of calculation of the two-phase flow in the variable cross section pipes. Refs 3. Figs 4.

Keywords: dynamics of multiphase media, stratified flows, average speed.

References

1. Taitel Y., Dukler A. E., “A theoretical approach to the Lockhart-Martinelli correlation for stratified flow”, *Int. J. Multiphase Flow* **2**, 591–595 (1976).
2. Scott D. S., “Properties of current gas-liquid flow”, *Chem. Engng.* (4), 199–277 (1963).
3. Schicht H. H., “Flow patterns for an adiabatic flow of water and air within a horizontal tube”, *Verfahrenstechnik* no. 3(4), 153–161 (1969).

Для цитирования: Джайчибеков Н. Ж., Матвеев С. К., Сидоров Д. Г. Расчет стратифицированного двухфазного течения в трубе // Вестник СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. 2017. Т. 4 (62). Вып. 1. С. 131–135. DOI: 10.21638/11701/spbu01.2017.115

For citation: Jaichibekov N. Z., Matveev S. K., Sidorov D. G. Calculation of stratified two-phase flow in a pipe. *Vestnik SPbSU. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2017, vol. 4(62), issue 1, pp. 131–135. DOI: 10.21638/11701/spbu01.2017.115