

Санкт-Петербургский государственный университет

Механика и математическое моделирование

Механика разрушения

Боденкова Екатерина Олеговна

Моделирование механического взаимодействия биообъектов

Магистерская диссертация

научный руководитель:

кандидат физ.-мат. наук Демидова И.И.

рецензент:

доктор технических наук, профессор Бегун П.И.

Санкт-Петербург

2016

SAINT-PETERSBURG STATE UNIVERSITY

Mechanics and Mathematical Modelling

Fracture mechanics

Bodenkova Ekaterina

Modelling mechanical interaction of biological objects

Master's thesis

Scientific supervisor:

Candidate of Physico-Mathematical Sciences Demidova I.I.

Reviewer:

Doctor of Engineering Sciences, Professor Begun P.I.

Saint-Petersburg

2016

Оглавление

Глава 1. Обзор литературы

- 1.1. Внутриглазное давление. История тонометрии
- 1.2. Основы тонометрии
- 1.3. Математические модели тонометра Маклакова
- 1.4. Ригидность глаза. Эластотонометрия по Филатову-Кальфа
- 1.5. Глаукома

Глава 2. Постановка задачи. Математическая модель

- 2.1. Постановка задачи. Актуальность и новизна
- 2.2. Математическая модель измерения ВГД по методу Маклакова

Глава 3. Влияние различных параметров на тонометрическое давление

- 3.1. Влияние геометрии глаза на тонометрическое давление
- 3.2. Влияние жесткости склеры и роговицы на тонометрическое давление
- 3.3. Влияние неоднородности роговицы на тонометрическое давление

Результаты и выводы

Список литературы

Глава 1. Обзор литературы

1.1. Внутриглазное давление. История тонометрии

Внутриглазное давление (ВГД) – давление под которым находится содержимое глазного яблока в замкнутой полости его плотных оболочек – роговицы и склеры [1]. Уровень ВГД является основным показателем при диагностировании ряда глазных болезней.

Инструментальные методы измерения ВГД называются **тонометрией**. Основным принцип заключается в том, что под действием внешних сил (т.е. под действием тонометра) оболочки глазного яблока деформируются [2].

По принципу воздействия на радужную оболочку глаза тонометры можно разделить на два основных вида: **импрессионные** и **аппланационные**. Импрессионные тонометры регистрируют глубину вдавливания глаза с помощью специального стержня. В основу аппланационной тонометрии положено определение площади сплющивания (аппланации). Измерение ВГД может производиться по величине деформации при одинаковой силе давления на глаз либо по величине давления на глаз при одной и той же зоне контакта [2-3].

В монографии [4] история развития тонометрии разделена на четыре периода.

Начальный период (1862-1884 гг.), в течении которого измерение ВГД носило экспериментальный характер. Первым важное значение измерения ВГД подчеркнул Альберт фон Грефе в 1862 году, изучая причины возникновения глаукомы. Также он создал первый импрессионный тонометр.

Начало аппланационной тонометрии связано с созданием тонометра Маклакова в 1884 году. С этого момента отмечают второй, **ранний клинический**, период развития тонометрии (1884–1913 гг.) [5].

При измерении ВГД тонометром Маклакова используются окрашенные грузики весом 5 или 10 г., которые опускают на глаз. После этого грузик помещают на бумажку и с помощью специализированной линейки измеряют

оставленный им отпечаток. Чем больше площадь соприкосновения грузика и роговицы глаза, тем меньше давление внутри глазного яблока. Данный метод является одним из самых достоверных и доступных.

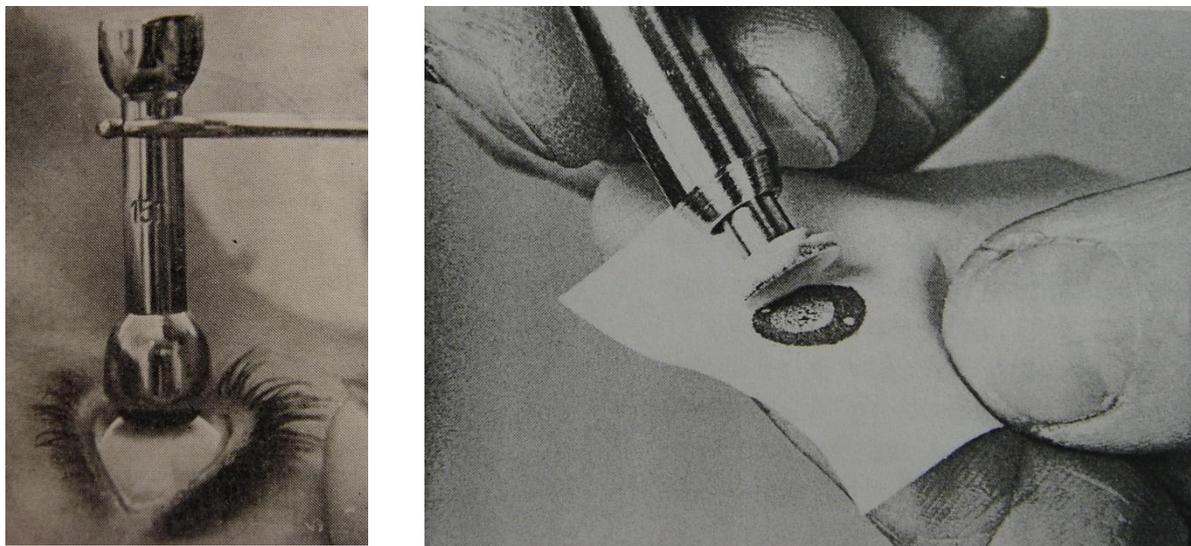


Рис. 1 - 2. Измерение ВГД по методу Маклакова

Во второй период развития тонометрии в клинической практике стали применяться тонометр Маклакова и изобретенный в 1905 году импрессионный тонометр Шиотца. Но недостаточно разработанными оставались принципы стандартизации и калибровки тонометров [4].

Третий, **научно-клинический**, период (1913–1950 гг.) связывают с широким внедрением тонометрии в повседневную практику [5].

В четвертый, **современный**, период завершилась калибровка и стандартизация импрессионного тонометра Шиотца, аппланационного тонометра Маклакова [4]. Также в этот период был разработан наиболее точный, называемый в настоящее время «эталонным», тонометр Гольдмана, названный по имени швейцарского офтальмолога Ганса Гольдмана. При измерении ВГД по Гольдману создается зона контакта 3.06 мм, и о величине ВГД судят по силе, которая нужна, чтобы сделать эту часть роговицы плоской. Диаметр аппланации был выбран в связи с тем, что он обеспечивает соотношение, когда внешнее давление на роговицу в 1 г. соответствует ВГД

в 10 мм рт. ст. Тонometr Гольдмана долгое время считался одним из самых надежных методов измерения внутриглазного давления [3, 6].

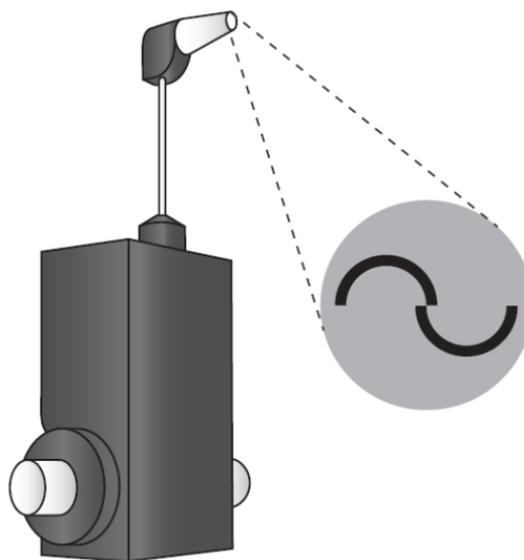


Рис.3. Тонometr Гольдмана

В этот период был создан первый тонограф. С помощью тонографа можно вычислить основные показатели гидродинамики глаза.

После 1991 года можно выделить пятый период развития тонометрии, **связанный с развитием рефракционной хирургии.**

При создании калибровочных таблиц для тонометра Маклакова и при калибровке тонометра Гольдмана предполагалось, что в среднем все глаза одного и того же объема, и роговицы глаз имеют примерно одинаковые механические и геометрические параметры[5].

Однако в последнее время появились приборы, позволяющие точнее определить геометрические параметры роговицы. Также большое распространение получили кераторефракционные операции по коррекции зрения, после которых существенно меняется толщина и кривизна роговицы. В связи с этим появилось много работ, в которых обсуждается чувствительность показателей ВГД при измерении аппланационными методами к толщине роговицы [7-13]. В работе [14] изучается влияние

операций по коррекции зрения ЛАЗИК и ФРК на показатели ВГД, получаемые тонометрами Гольдмана и Маклакова.

В 2006 году офтальмологами из Дрездена были проведены эксперименты, с помощью которых составлена таблица расчета истинного ВГД на основе измерений тонометром Гольдмана и с учетом измеренной толщины роговицы. Авторами было получено, что истинное ВГД будет больше для более тонких роговиц [15].

На сегодняшний день можно отдельно выделить трансфигурационные тонометры. Первый был разработан еще в 1966 г. Ямамори (Jamamary). Принцип трансфигурационной тонометрии заключается в том, что под воздействием такого тонометра радиус кривизны на деформированном участке роговицы увеличивается на некоторую величину, т.е. деформированный участок имеет выпуклую форму. Тогда как в импрессионной тонометрии этот участок роговицы вогнутый, при аппланационной – плоский [15].

Ещё один тип тонометров – бесконтактные тонометры. Их преимущество – возможность измерения ВГД без непосредственного контакта прибора с роговицей глаза, следовательно, он не требует местной анестезии и исключает риск инфицирования. Бесконтактные устройства делают роговицу плоской, используя для этого струю воздуха длительностью до 3 мс (моргание длится 10 мс). Оптический датчик фиксирует, когда роговица изменила кривизну до заданной степени, и прибор пересчитывает требующееся для этого время в миллиметры ртутного столба [2, 15].

Недавно в Финляндии появилась серия тонометров Icare. Принцип действия портативного тонометра Icare представляет собой новую методику измерения, которая заключается в мгновенном ударе маленького легкого наконечника по центру роговицы, после чего анализируются параметры его смещения. В момент контакта датчика с роговицей уровень падения скорости движения датчика зависит от внутриглазного давления. Чем выше ВГД, тем быстрее падает скорость движения датчика. Кроме того, время контакта

меньше при высоком и дольше при низком ВГД. Измерение выполняется едва заметно для пациента, без анестезии, может проводиться при произвольном положении обследуемого. Поэтому тонометры Icare стали рекомендоваться для измерения ВГД у детей.



Рис.4. Тонометр Icare

В большинстве современных методов измерения ВГД проводятся через роговицу, поэтому важно учитывать ее толщину, а также биомеханические характеристики (в частности, модуль упругости).

В связи с этим появились приборы, которые определяют не только традиционные показатели ВГД, но и так называемое «роговично-компенсированное» ВГД, которое, по данным разработчиков прибора, «не должно зависеть от данных пахиметрии». Хотя в работах российских и зарубежных исследователей отмечалось, что показатель роговично-компенсированного ВГД увеличивается по мере возрастания толщины роговицы [16, 8]. Один из таких приборов – ORA (Ocular Response Analyzer). Он позволяет оценивать вязко-эластические свойства роговицы и ее толщину.

В работах [17, 18] обсуждаются тонометры, появившиеся в 21 веке. Приводятся их достоинства и недостатки и сравнение с тонометром Гольдмана.

При таком большом разнообразии современных тонометров измерение ВГД методами Гольдмана и Маклакова до сих пор применяется в большинстве случаев.

В работе [12] приводится таблица 1 со средними значениями и стандартными отклонениями ВГД (в мм рт. ст.) в зависимости от толщины роговой оболочки. В первых двух столбцах приведены данные работы [19], в последнем столбце данные, полученные при измерении ВГД по Гольдману в Каунасской клинике.

Таблица 1. ВГД, измеренное разными методами, при различной толщине роговицы

Группы по толщине роговицы в центральной зоне	Пневмотонометрия	Тонометрия по Маклакову	Тонометрия по Гольдману
I – 441-480 мкм	12,1± 2,0	18,1±1,0	
II – 481-520 мкм	15,1±2,7	19,0±0,9	14,8±1,3
III – 521-560 мкм	17,2±3,3	19,4±1,0	17,2±1,8
IV – 561-600 мкм	19,7±3,2	20,0±1,4	20,7±2,0
V – 601-644 мкм	23,1±3,3	20,8±1,86	22,8±2,1

Видно, что влияние толщины роговицы на показатели ВГД существенно больше при измерении ВГД по Гольдману, чем при измерении ВГД тонометром Маклакова. Скорость роста показателей ВГД, полученных тонометром Гольдмана, практически такая же, как скорость роста показателей ВГД, полученных при помощи пневмотонометра [12].

В [14] получено, что изменения показателей внутриглазного давления по методу Маклакова после операций ЛАЗИК и ФРК очень незначительны. Измерение ВГД по методу Маклакова до сих пор считается одним из самых точных.

В связи с этим изучение теории тонометрии, создание математических моделей, с помощью которых можно оценить влияние различных параметров глаза на показатели ВГД, до сих пор актуально.

1.2. Основы тонометрии

Первое теоретическое обоснование аппланационной тонометрии принадлежит Имберту (Imbert, 1885). Он предположил, что тонометрическое давление можно определить следующим соотношением: $p_t = W/S$, где W — вес прилагаемого груза (или прикладываемая сила), S — площадь зоны контакта. Теоретически этот закон применим к бесконечно тонким, мягким оболочкам (т.е. оболочкам, не сопротивляющимся изгибу). А роговица глаза близка к мягкой оболочке [3,12].

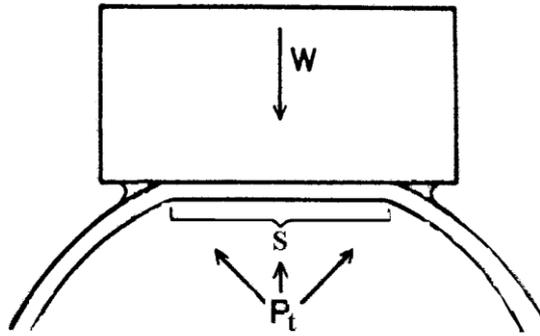


Рис.5. ТонOMETрическое давление

При этом истинное внутриглазное давление (давление в глазу до нагружения) можно описать уравнением, сформулированным Гольдманом и Шмидт в 1957 г.:

$$p = p_t + M - N, \quad (1)$$

где N — влияние силы упругости роговицы, уменьшающее зону контакта, а M — силы, увеличивающие зону контакта, за счет прикладываемого груза. Силы M и N трудно оценить, тем более для конкретного глаза [3, 20].

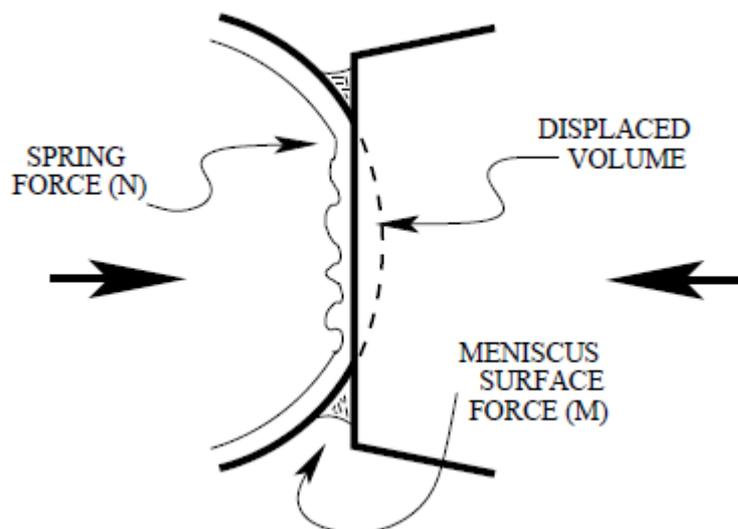


Рис.6. Истинное внутриглазное давление

Сейчас истинное ВГД при использовании метода Маклакова определяют с помощью специальных таблиц. В основе этих таблиц лежат эмпирические формулы, связанные с величиной изменения ВГД $p_t - p$ при нагружении глаза тонометром, и объемом V сегмента роговицы (объем смещенной жидкости), основание которого равно кругу, совпадающему с площадью контакта тонометра и роговицы. В 1918 г. Рёмер, считая, что объем V мал по отношению к объему глаза, предложил использовать линейную связь [21, 22]:

$$p_t - p = K_0 \Delta V, \quad K_0 = const$$

Полагалось, что константа K зависит только от упругих свойств оболочки, и для ее определения предлагалось сделать два измерения с разными грузами. Однако позже эксперименты показали, что величина K_0 зависит и от массы груза.

В 1937 г. Фриденвальд показал, что достаточно хорошо связь между изменением давления и введенным в глаз дополнительным объемом описываются соотношением

$$\ln p_1 - \ln p_0 = A \Delta V^*, \quad A = const, \quad (2)$$

где p_0, p_1 – внутриглазное давление в начале опыта и после введения в глаз объема жидкости; коэффициент A иногда называют коэффициентом ригидности оболочки [22]. Для вывода этого соотношения он использовал большое количество экспериментальных данных, проведенных на выделенных глазах.

Соотношение (2) Фриденвальд предложил использовать для определения внутриглазного давления p_0 и коэффициента ригидности оболочки глаза A на основе опытов по нагружению глаза тонометром, предполагая, что изменение давления внутри глаза при нагружении его тонометром равно изменению давления в том же глазу, если в него ввести дополнительный объем жидкости, равный объему сферического сегмента, основание которого равно зоне контакта тонометра и роговицы. Так это соотношение легло в основу стандартных таблиц для тонометрического определения внутриглазного давления. Однако для получения лучшего соответствия опытным данным в это соотношение вводилось много разных поправок, связанных со слоем слезы и др. Никаких аналитических моделей при этом не рассматривалось [5, 12].

1.3. Математические модели тонометра Маклакова

В работе [23] рассмотрены две модельные задачи, проведен анализ влияния упругих и геометрических свойств склеры и роговицы на изменение давления в глазу при его нагружении.

Модель №1: глазное яблоко моделируется двумя сферическими сегментами разного радиуса с разными свойствами – склера и роговица (рис. 7). Полагалось, что до нагружения глаз заполнен несжимаемой жидкостью с давлением p_0 .

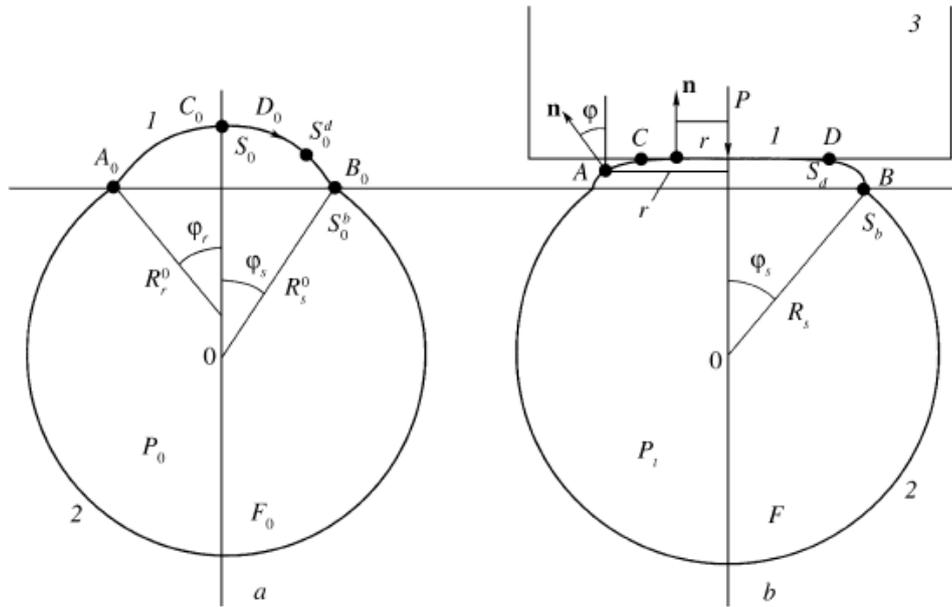


Рис. 7. Модель №1. Два сопряженных сферических сегмента перед нагрузкой (а), нагруженные тонометром (б). 1 –роговица, 2- склера, 3 – тонометр

Деформированное состояние оболочки на участке DB описывается системой уравнений, состоящей из геометрических соотношений и уравнений равновесия оболочки:

$$(r_0 T_1)' - T_2 \cos \varphi = 0, \quad r' = \lambda_1 \cos \varphi, \quad -T_2 \sin \varphi - r_0 \varphi' T_1 + \lambda_1 r \Delta p = 0,$$

$$\varphi_0 = \frac{S_0}{R_0}, \quad r_0 = R_r^0 \sin \varphi_0,$$

$$\varepsilon_2 = \frac{r}{r_0} - 1, \quad T_2 = \nu_r T_1 + E_r h_r \varepsilon_2 + T_0 (1 - \nu), \quad (3)$$

$$\lambda_1 = 1 + \varepsilon_1, \quad \varepsilon_1 = \frac{(T_1 - T_0)(1 - \nu_r^2)}{E_r h_r} - \nu_r \varepsilon_2$$

В этой системе Δp – разность давлений внутри и снаружи оболочки, T_1, T_2 – проекции тангенциальных усилий в нагруженной оболочке на меридиональную плоскость и перпендикулярно к ней, T_0 – тангенциальные усилия в ненагруженном состоянии ($T_1 = T_2 = T_0$), $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ –

дополнительные деформации оболочки, h_r – толщина роговицы, r – расстояние до оси симметрии φ – угол между нормалью \mathbf{n} к образующей оболочки и осью симметрии в деформированном состоянии, штрихом обозначена производная по s_0 .

Из дифференциальных уравнений в системе (3) определяются T_1, r, φ как функции s_0 . Остальные величины выражаются через них.

На участке под грузом система (3) упрощается, т.к. в ней $\varphi = 0$. Геометрические соотношения сокращаются до двух уравнений:

$$(r_0 T_1)' - T_2 = 0, \quad r' = \lambda_1. \quad (4)$$

При интегрировании системы (3), (4) необходимо выполнение условий ограниченности решения при $s_0=0$, условия непрерывности функций T_1, r, φ в точке D (в том числе равенство $r(s_d)=d/2$) и условие сопряжения в точке B

$$r(s_b) = r_b, \quad r_b = R_s^0 \sin \varphi_s \left(1 + \frac{(1 - \nu_s) R_s^0 (p - p_0)}{2 E_s h_s} \right), \quad (5)$$

где h_s – толщина склеры, а величина r_b найдена из условий её деформирования.

Для вычисления r_b записывается уменьшение объема ΔV в результате действия груза

$$\Delta V = \pi \int_0^{s_b} (r_0^2 \sin \varphi_0 - r^2 \lambda_1 \sin \varphi) ds_0, \quad (6)$$

которое компенсируется растяжением склеры

$$\Delta V = \Lambda (p - p_0), \quad \Lambda = \frac{3(1 - \nu_s) R_s^0}{2 E_s h_s} V_s, \quad (7)$$

где Λ - податливость глаза при повышении давления, V_s и V_r – объемы сегментов $A_0C_0D_0B_0$ и $A_0F_0B_0$ соответственно.

Итак, в системе (3), (4) заданы все геометрические и физические параметры оболочек и величины P, d, p . Величины $p_0, s_d, \Delta V$ подлежат определению в процессе решения.

Модель №2: глаз рассматривается как мягкая сферическая оболочкой, механические свойства которой однородны (рис. 8). Здесь также полагалось, что до нагружения глаз заполнен несжимаемой жидкостью с давлением p_0 .

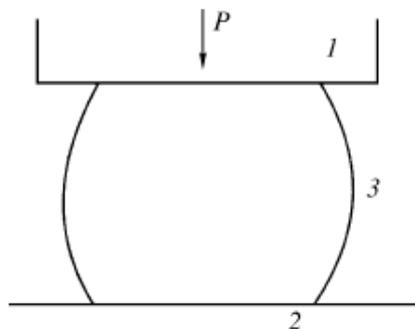


Рис. 8. Модель №2. Мягкая сферическая оболочка

Деформированное состояние оболочки описывается системой уравнений (3), меняются лишь граничные условия, которые теперь превращаются в условия симметрии относительно плоскости, равноудаленной от плоскостей груза и опоры.

Используя полученные расчеты, авторы работы [23] приходят к выводу, что используемая на практике связь между внутриглазным давлением p_0 и диаметром d плоской части области деформации роговицы глаза при измерении по методу Маклакова удовлетворительно описывается решениями модельных задач только в тех случаях, если оболочку считать либо мягкой в тангенциальном направлении. Данный вывод плохо согласуется с существующими представлениями и экспериментальными данными.

Отмечается, что широко используемое утверждение о том, что изменение давления внутри оболочки при ее нагружении совпадает с изменением давления в той же оболочке после введения в нее дополнительного объема жидкости ΔV , равного количеству “смещенной жидкости”, не согласуется с точными решениями для модельных задач. [23]

Также отмечается, что на истинное внутриглазное давление влияют параметры не только роговицы, но и склеры.

В данных моделях предполагается, что роговица однородна, а в реальном глазе даже без патологии роговица неоднородна. Также роговица ортотропна и обладает жесткостью на изгиб.

1.4. Ригидность глаза. Эластотонометрия по Филатову-Кальфа

Величина внутриглазного давления зависит от объема содержимого глаза и ригидности его оболочек. Исследование ригидности оболочек глаза необходимо для получения достоверной информации о величине внутриглазного давления.

Задача определения показателя ригидности глаза осложняется многими побочными факторами. Среди них: реакция внутриглазных сосудов на изменение офтальмотонуса, вязкоупругая реакция глаза на нагрузку. Существенное влияние на показатели ригидности оказывает объем глазного яблока. Из-за данных факторов до настоящего времени теория ригидности глаза разработана не полностью, а методы ее исследования можно рассматривать как ориентировочные. [22]

Самый удобный и простой метод исследования эластичности глаза – эластотонометрия. Этот метод разработан В. П. Филатовым и С. Ф. Кальфа. Для эластотонометрии применяют набор тонометров Маклакова весом 5; 7,5; 10 и 15 г. С помощью этих тонометров в порядке возрастания их веса производят подряд четыре измерения внутриглазного давления. Каждым

тонометром давление измеряют 2 раза. Для анализа используют средние величины из двух измерений. На основе этих данных строят кривую, которая называется эластокривой.

При анализе кривой учитывают её начало, размах, форму и эластоподъем (разность показаний тонометров большего и меньшего веса). Последний, по С.Ф. Кальфа может служить мерой ригидности глаза.

В нормальных глазах ее начало не превышало 21 мм рт. ст., размах её находился в пределах от 7 до 12 мм рт. ст. и равнялся в среднем 9,9 мм рт. ст., а максимальное значение не превышало 30 мм рт. ст. Форма нормальной кривой близка к прямой линии [22].

Высокий показатель начала кривой (выше 21), ее высокая изломанность свидетельствуют о патологии глаза. Излом кривой может происходить из-за того, что при патологии жесткость склеры увеличивается. При небольшой нагрузке в 5 и 7.5 г. склера еще не влияет, влияние склеры начинается при нагрузке в 10 г.

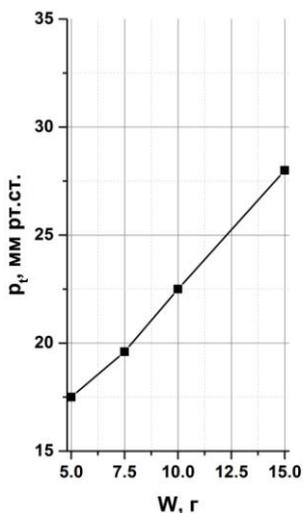


Рис. 9. Нормальная эластонометрическая кривая

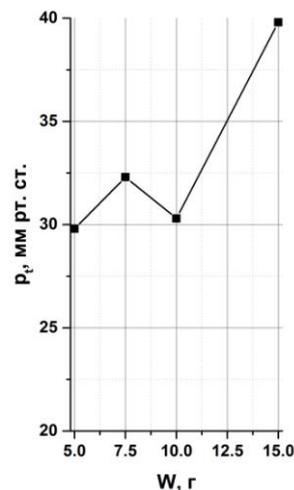


Рис. 10. Патологическая эластонометрическая кривая

С. Ф. Кальфа выдвинул также гипотезу о сосудисто-рефлекторном механизме регуляции ВГД и роли его нарушения в патогенезе глаукомы.

Измерение эластоподъема по методу С. Ф. Кальфа позволяло оценивать индивидуальную ригидность глаза и реакцию внутриглазных сосудов на быстрое повышение офтальмотонуса. Этот метод вскоре был введен в отечественную клиническую практику для ранней диагностики глаукомы [24].

1.5. Глаукома

Термин "глаукома" объединяет большую группу заболеваний, зачастую разного происхождения и с разным течением. Однако при отсутствии лечения исход у этих разных заболеваний один — атрофия зрительного нерва и слепота.

По данным Всемирной Организации Здравоохранения глаукома является основным заболеванием, которое, при отсутствии своевременного лечения, необратимо вызывает слепоту. Более 5 млн. человек потеряли зрение вследствие глаукомы, что составляет 13,5% от всех слепых в мире.



Рис. 11. Нормальное зрение



Рис. 12. Зрение человека с глаукомой

Причины развития глаукомы

В здоровом глазу постоянно поддерживается определенное давление (18–22 мм рт. ст.) благодаря балансу притока и оттока жидкости. При глаукоме нарушается циркуляция жидкости. Жидкость накапливается, и внутриглазное давление начинает расти. Зрительный нерв и другие структуры глаза испытывают повышенную нагрузку, нарушается

кровообращение глаза. В результате глазной нерв атрофируется, и зрительные сигналы перестают поступать в головной мозг. Человек начинает хуже видеть, нарушается периферическое зрение, в результате чего ограничивается зона видимости; и в итоге может наступить слепота.

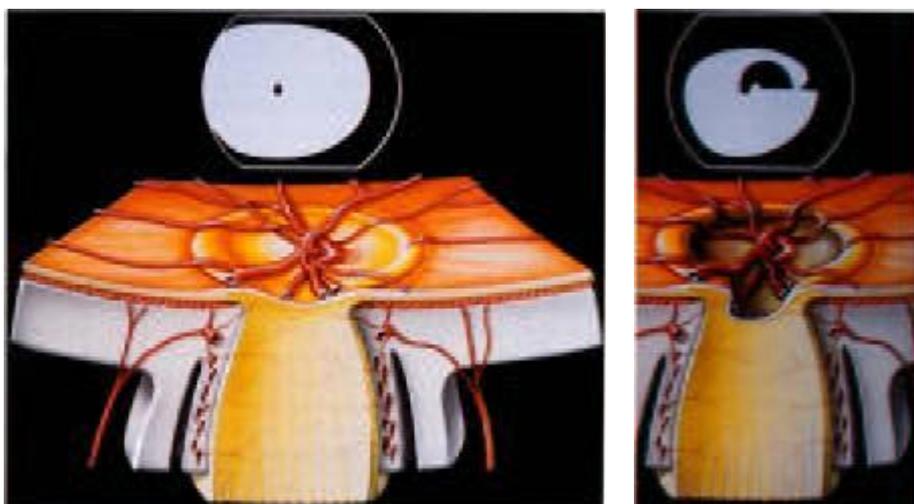


Рис. 13 - 14. Диск зрительного нерва в норме (слева) и в развитой стадии глаукомы (справа). В верхней части рисунка представлены изменения полей зрения. При глаукоме выражен прогиб диска.

В последнее время всё большее внимание уделяется изучению роли механического фактора в развитии глаукомы.

Например, в работе [25] рассматриваются модели, характеризующие разные аспекты поведения решетчатой пластинки зрительного нерва. В [26] изучаются возрастные изменения биомеханических свойств фиброзной оболочки глаза. Авторы приходят к выводу, что снижение биомеханических параметров фиброзной оболочки с возрастом может влиять на показатели ВГД, измеряемые с помощью тонометров, и качество диагностики глаукомы.

Дистрофия роговицы

Известно, что из-за воспалительных процессов в роговице, аутоиммунных болезней или глаукомы в глазах может развиться **краевая дистрофия роговицы**. Дистрофия роговицы представляет из себя

определенную группу заболеваний, основными проявления которых является образование определенных нарушений трофики, а также структуры самой роговичной оболочки глаза. Чаще всего, в результате начала развития дистрофии роговицы, происходит необратимое и постоянно прогрессирующее снижение зрения.

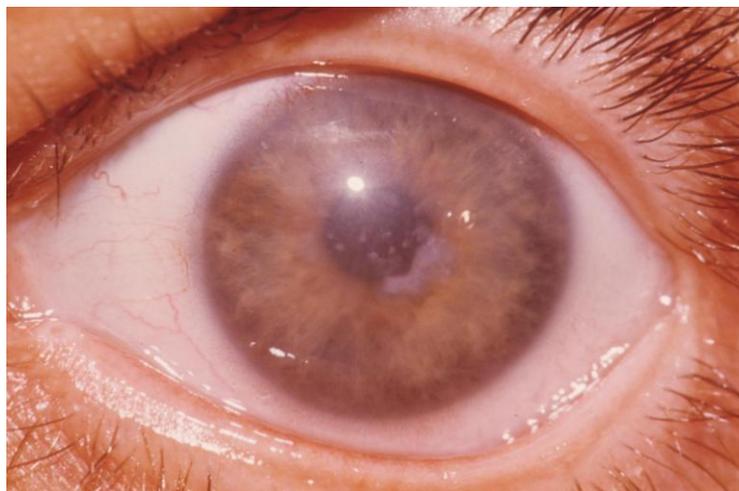


Рис. 15. Краевая дистрофия роговицы

Глаукоме сопутствует и другое заболевание: **дистрофия роговицы краевая эктатическая (син. Коби дистрофия роговицы)**. Это болезнь неясной этиологии, характеризующаяся развитием мелкоточечных помутнений в роговице и вращением в нее кровеносных сосудов с последующим истончением и эктазией измененных участков, что приводит к развитию астигматизма и значительному понижению зрения.

Изучение глаукомы продолжает оставаться актуальной проблемой.

Глава 2. Постановка задачи. Математическая модель.

2.1 Постановка задачи. Актуальность и новизна

Цель моей работы – объяснить с механической точки зрения зависимость тонометрического давления от массы груза при патологии. А также показать, как на значения тонометрического давления влияют:

1. Геометрия глаза. Считается, что для нормального глаза радиус кривизны роговицы 7.8 мм, радиус кривизны склеры 12 мм. Но такие глаза сейчас встречаются редко. Это связано с распространением глазных болезней, после которых форма и объем глаза может изменяться. Намного чаще встречаются глаза эллипсоидной формы. На рис. 16 представлены различные формы глаза при миопии и гиперметропии.

2. Жесткости склеры и роговицы. Например, при миопии жесткость склеры уменьшается, при глаукоме жесткость склеры увеличивается.

3. Неоднородность роговицы. Роговица и так неоднородна по радиусу, а при патологии эта неоднородность становится больше.

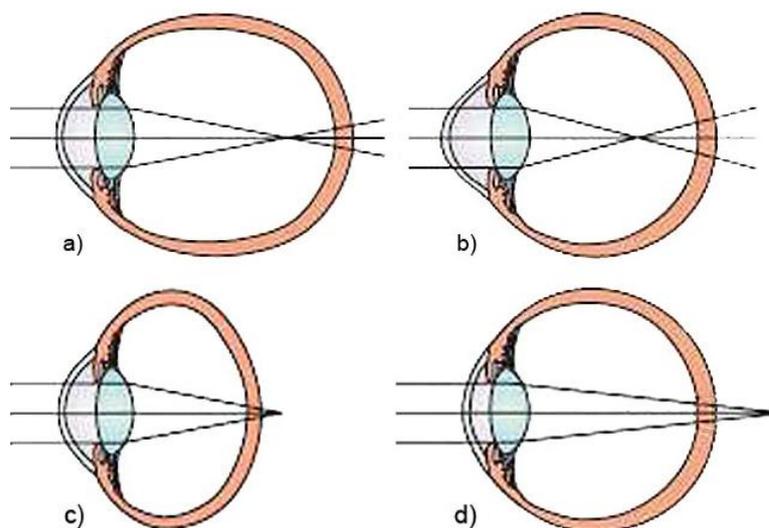


Рис. 16. а) миопия, вызванная искривлением склеры и удлинением ПЗО;
б) миопия, вызванная искривлением роговицы;
с) гиперметропия, вызванная искривлением склеры и уменьшением ПЗО;
d) гиперметропия, вызванная искривлением роговицы.

Как уже отмечалось в п. 1.1. влияние толщины роговицы на тонометрическое давление меньше всего, когда измерение ВГД происходит методом Маклакова. Несмотря на то, что современные методы измерения ВГД удобны, не требуют анестезии, исключают риск инфицирования, они не всегда точны. В связи с этим тонометр Маклакова до сих пор применяется, особенно после кераторефракционных операций. В эластотонометрии также используется тонометр Маклакова. Поэтому изучение данного метода и построение математических моделей до сих пор актуально.

Важность изучения глаукомы подчеркивается в п. 1.5.

В математических моделях, представленных в п. 1.3., учитывается только геометрия глаза, неоднородность материала и жесткость роговицы на изгиб не учитываются. Однако, экспериментальные исследования свидетельствуют о том, что материал роговицы, как и материал склеры, отличается биомеханической анизотропией и неоднородностью. Склера – трансверсально-изотропный материал, роговица – ортотропный. При нагрузке, соответствующей нижней границе нормального внутриглазного давления (10 мм рт. ст.), тангенциальный модуль упругости роговицы составляет $0,34 \div 0,54$ МПа. Модуль Юнга склеры в направлении толщины составляет в среднем 0,5 МПа, тогда как в тангенциальном направлении этот показатель меняется в пределах 3–40 МПа [27, 28, 29]. Поэтому в данной работе, материалы роговицы и склеры рассматриваются как трансверсально-изотропные материалы, роговица рассматривается, как неоднородная.

2.2. Математическая модель

Корнеосклеральная оболочка глаза моделируется сопряженными сферическими сегментами с разными упругими свойствами. Составная оболочка до нагружения заполнена несжимаемой жидкостью с давлением p (истинное давление).

Измерение внутриглазного давления тонометром Маклакова моделируется контактными задачами в программном пакете Ansys.

Материалы задаются как трансверсально-изотропные. Неоднородность роговицы сначала не учитывается.

Таблица 2. Модули упругости роговицы

$E_{\varphi} = E_{\vartheta} = 1 \text{ МПа}$	$E_r = 0.01 \text{ МПа}$
$\nu_{r\varphi} = \nu_{r\vartheta} = 0.01$	$\nu_{\vartheta\varphi} = 0.449$
$G_{r\varphi} = G_{r\vartheta} = 0.029 \text{ МПа}$	$G_{\vartheta\varphi} = 0.214 \text{ МПа}$

Таблица 3. Модули упругости склеры

$E_{\varphi} = E_{\vartheta} = 3 \text{ МПа}$	$E_r = 0.03 \text{ МПа}$
$\nu_{r\varphi} = \nu_{r\vartheta} = 0.01$	$\nu_{\vartheta\varphi} = 0.449$
$G_{r\varphi} = G_{r\vartheta} = 0.087 \text{ МПа}$	$G_{\vartheta\varphi} = 0.6 \text{ МПа}$

На первом шаге прикладывается внутреннее давление, на следующих шагах прикладывается сила $F = mg$, где m – масса груза, g - ускорение свободного падения. Последовательно к штампу прикладывались силы (как в эластотометрии), равные 5 г (0,05 Н), 7.5 г (0,075 Н), 10 г (0,1 Н) и 15 г (0,15 Н), и фиксировалась площадь контакта.

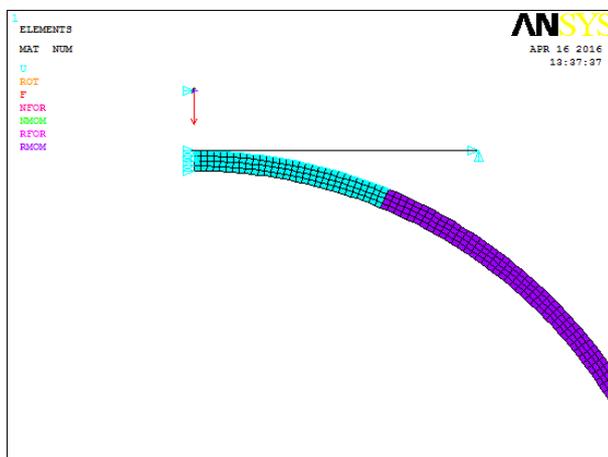


Рис. 17. Создание контактной пары «поверхность – поверхность»

Глава 3. Влияние различных параметров на тонометрическое давление

3.1. Влияние геометрии глаза на тонометрическое давление

Для анализа влияния геометрии глаза на показатели тонометрического давления в модели изменялся радиус кривизны роговицы R_c : 7.8 мм, 9 мм, 10 мм, 12 мм. Радиус кривизны склеры R_s считался постоянным: 12 мм. Были выбраны именно такие значения, потому что принято считать, что $R_s = 12$ мм, $R_c = 7.8$ мм ближе всего к средней геометрии глаза. Но как отмечалось ранее, форма и объем глаза могут меняться из-за развития различных болезней, например, миопии. После кераторефракционных операций радиус может увеличиться.

Так как эластокривые меняются, ясно, что радиус кривизны роговицы влияет на показатели. При увеличении радиуса, растёт площадь контакта, соответственно тонометрическое давление становится меньше. Ниже представлены математические модели, распределение контактных напряжений (масса груза 5 г) и эластокривые для двух случаев (Рис. 18 – 23).

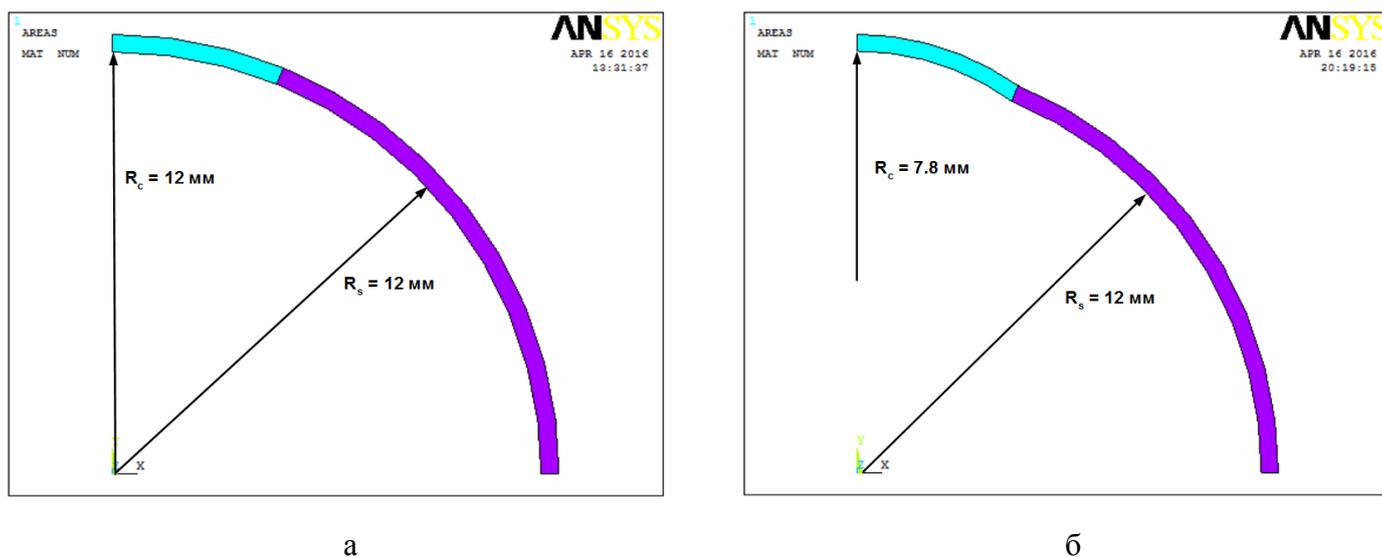
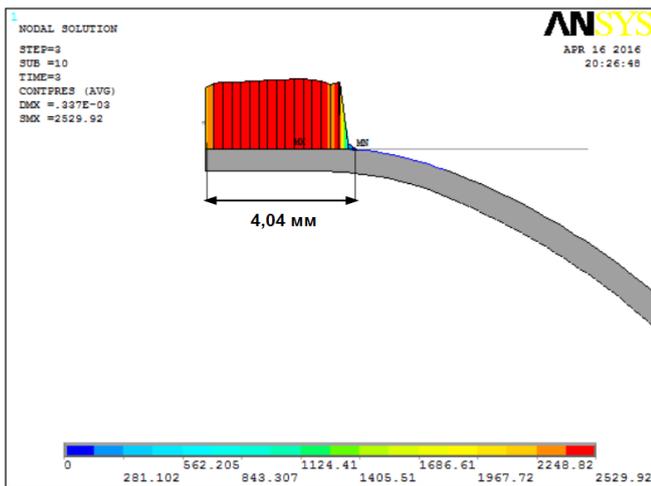
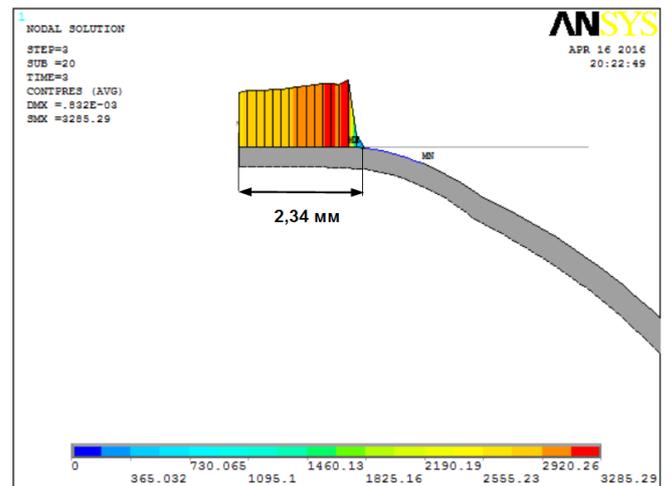


Рис. 18 – 19. Модели глаза: а - с равными радиусами, $R_s = R_c = 12$ мм; б - с разными радиусами, $R_s = 12$ мм, $R_c = 7.8$ мм.

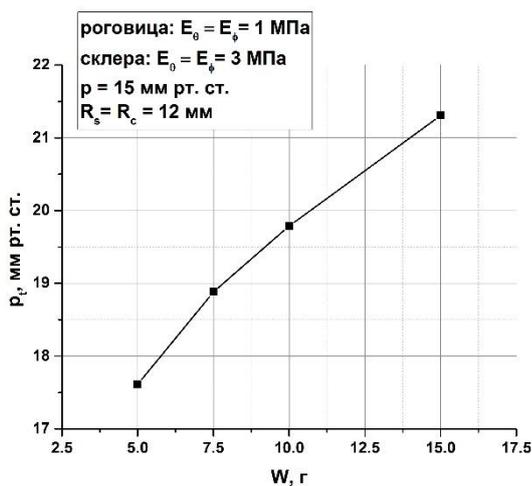


а

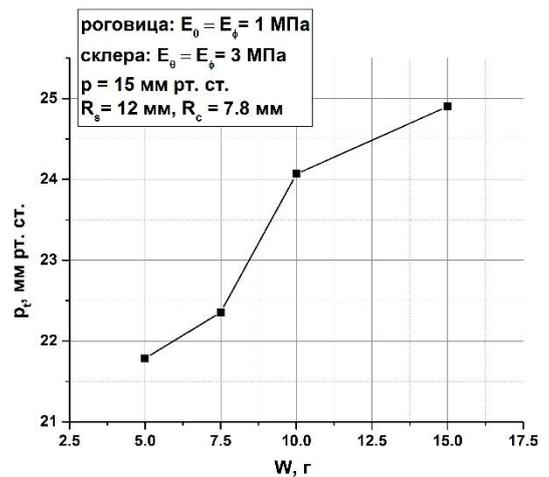


б

Рис. 20 – 21. Распределение контактных напряжений при измерении внутриглазного давления тонометром Маклакова (груз 5 г): а – модель с равными радиусами, $R_s = R_c = 12$ мм; б – модель с разными радиусами, $R_s = 12$ мм, $R_c = 7.8$ мм.



а



б

Рис. 22-23. Зависимости тонометрического давления от массы груза: а – модель с равными радиусами, $R_s = R_c = 12$ мм; б – модель с разными радиусами, $R_s = 12$ мм, $R_c = 7.8$ мм.

Модель, в которой $R_s = 12$ мм, $R_c = 7.8$ мм, наиболее близка к геометрии человеческого глаза. Можно прийти к выводу, что в более простых моделях, например, когда радиусы роговицы и склеры равны, значения тонометрического давления немного занижаются.

Для получения более точных результатов, при дальнейших расчетах используется модель, в которой $R_s = 12$ мм, $R_c = 7.8$ мм.

3.2. Влияние жесткостей склеры и роговицы на тонометрическое давление

Известно, что при глаукоме жесткость склеры становится больше. Поэтому исследовалось, как влияет изменение жесткости склеры на показатели давления. Для этого тангенциальные модули упругости склеры варьировались в пределах, указанных в таблице 4. Также менялись значения модуля упругости роговицы.

Таблица 4. Тангенциальные модули упругости склеры и роговицы

Склера: $E_\varphi = E_\vartheta$, МПа	3	5	10	15	20	30
Роговица: $E_\varphi = E_\vartheta$, МПа	0.5	1	3	5		

Почему рассматривались именно такие значения модулей упругости? В [5] представлена таблица со значениями модуля упругости, полученными разными авторами при исследовании механических свойств глазных тканей (Табл. 5).

Таблица 5. Значения модуля упругости тканей глаза человека, полученные разными авторами

Вид глазной ткани	Модуль упругости, МПа	Литературный источник
Роговица	0,54	S. Woo и соавт., 1972
	57,0	T. Andreasser, A.Simonsen, 1980
	9,0	C. Edmund, 1989
	0,34	D. Hoeltzel и соавт., 1992
	8,6 – 13,0	T. Seiler и соавт., 1992; J. Hjortdal, 1996
	10,3	M. Smolek, 1994
	13,6	E. Iomdina, 2004
Склера	5,5	A. Kobayashi и соавт., 1971
	4,76	J. Battaglioli и R. Kamm, 1984
	5,3 – 41,0	A. Arciniegas и Amaya L., 1986
	1,8 – 2,9	T. Friberg, J. Lase, 1988
	17,4 – 44,2	Е.Н. Иомдина, 1984, 2000
	28,5 – 36,0	E. Spoerl и соавт., 2005

Первое, что бросается в глаза это разброс данных в зависимости от автора, проводившего исследования. При этом различия могут достигать одного порядка. Конечно, причиной этого является отсутствие стандартных воспроизводимых в разных лабораториях методик и разброс физических данных [30]. Поэтому значения тангенциальных модулей упругости могут изменяться в пределах, указанных в таблице 4.

При вычислении тонометрического давления выяснилось, что на него влияет как жесткость склеры, так и жесткость роговицы.

При определенных параметрах получены зависимости тонометрического давления от массы груза, которые не являются линейными, в кривой появляется пологий участок (рис. 24).

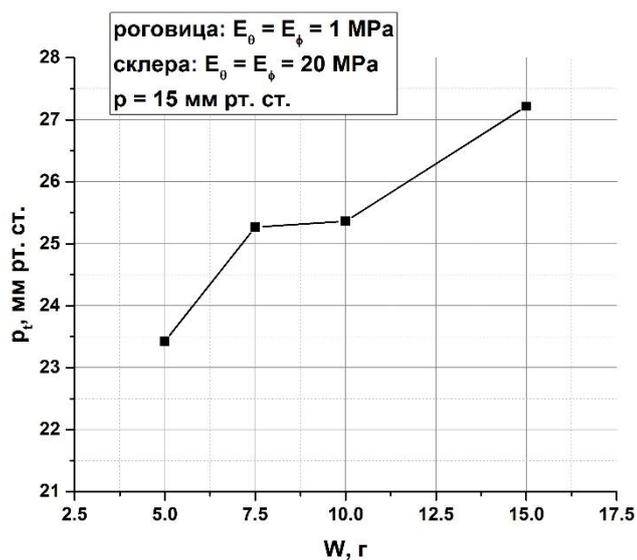


Рис. 24. Зависимость тонометрического давления от массы груза с пологим участком.

Также получены кривые, имеющие излом, что хорошо согласуется с эластокривой, полученной Кальфа (см. рис. 10).

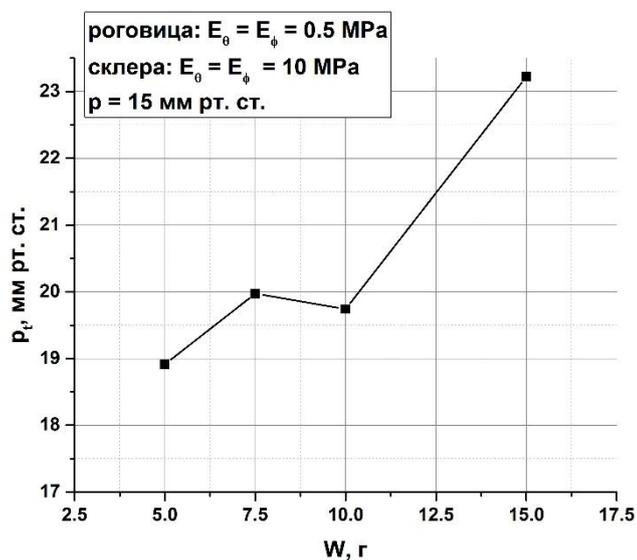


Рис. 25. Зависимость тонометрического давления от массы груза с изломом

В некоторых случаях, когда роговица или склера становятся жестче, площадь контакта увеличивается неравномерно, за счет чего и происходят

скачки в значениях давления. Ниже представлены распределения контактных напряжений при измерении внутриглазного давления тонометром Маклакова (грузы 5 г, 7.5 г, 10 г, 15 г.) для модели, в которой модули упругости роговицы $E_{\varphi} = E_{\theta} = 0.5$ МПа, модули упругости склеры $E_{\varphi} = E_{\theta} = 10$ МПа. При таких параметрах появляется излом в зависимости.

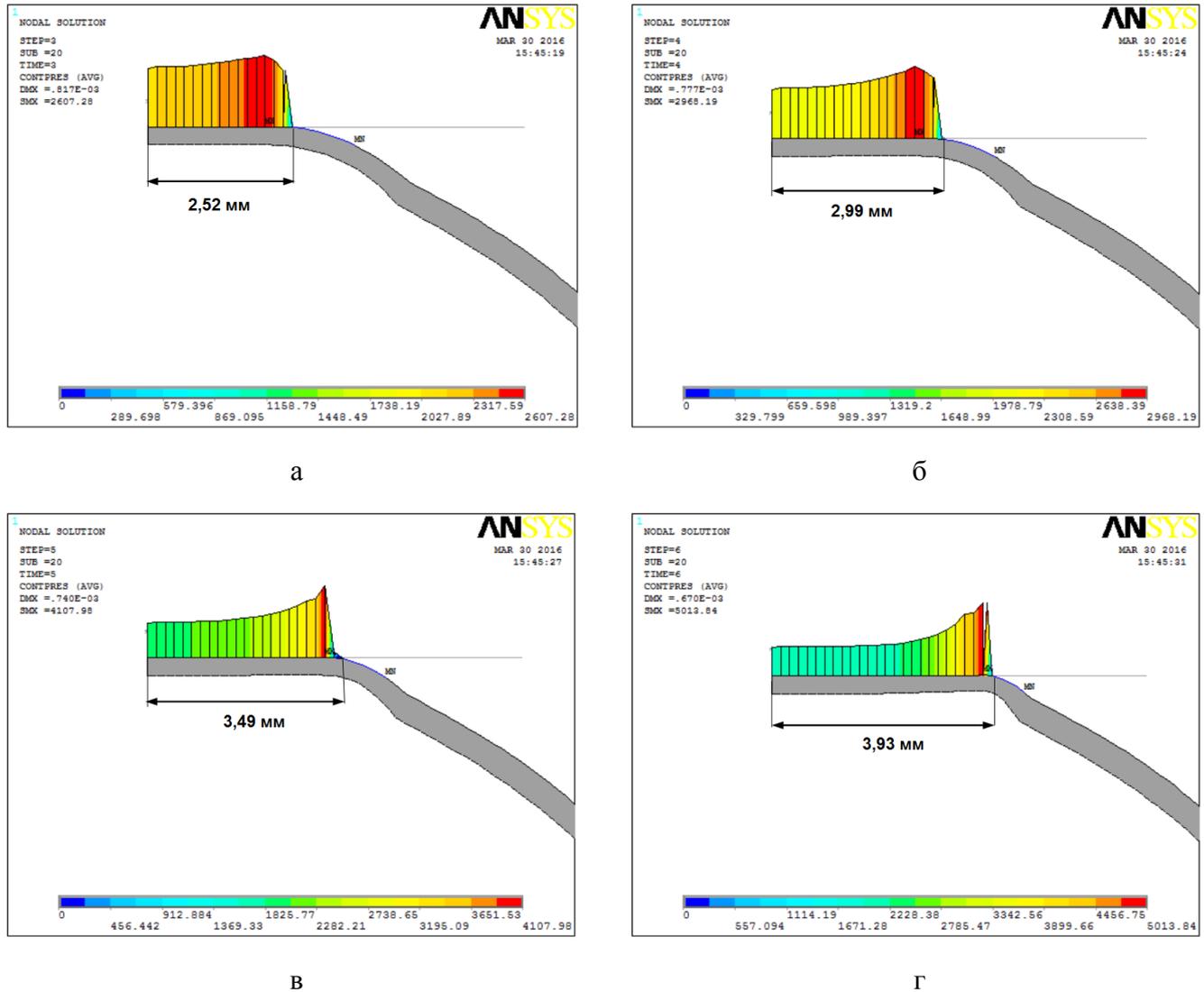


Рис. 26. Распределение контактных напряжений при измерении внутриглазного давления тонометром Маклакова для модели, в которой модули упругости роговицы $E_{\varphi} = E_{\theta} = 0.5$ МПа, модули упругости склеры $E_{\varphi} = E_{\theta} = 10$ МПа: а – груз 5 г, б – груз 7.5 г, в – груз 10 г, г – груз 15 г.

Таким образом при ужесточении склеры, в зависимости тонометрического давления от массы груза тонометра действительно появляется излом.

3.3. Влияние неоднородности роговицы на тонометрическое давление

Как отмечалось в п.3.3. при глаукоме может развиваться краевая дистрофия роговицы или дистрофия роговицы краевая эктатическая, при которых неоднородность роговицы увеличивается.

Данные явления моделировались с помощью добавления мягкой вставки разных размеров в роговицу.

На рис. 27 представлена модель глаза с мягкой вставкой большого размера (площадь A2). Значения тангенциальных модулей упругости роговицы и склеры варьировались в тех же пределах, что и в п. 3.2 (Таблица 4).

Таблица 4. Тангенциальные модули упругости склеры и роговицы

Склера: $E_{\varphi} = E_{\theta}$, МПа	3	5	10	15	20	30
Роговица: $E_{\varphi} = E_{\theta}$, МПа	0.5	1	3	5		

Модули упругости вставки: $E_{\varphi} = E_{\theta} = 0.3$ МПа.

Во всех случаях в зависимости тонометрического давления от массы груза появлялся излом. Но на последнем этапе нагрузки давление возрастало не сильно, так как площадь контакта продолжала быстро увеличиваться из-за мягкости вставки.

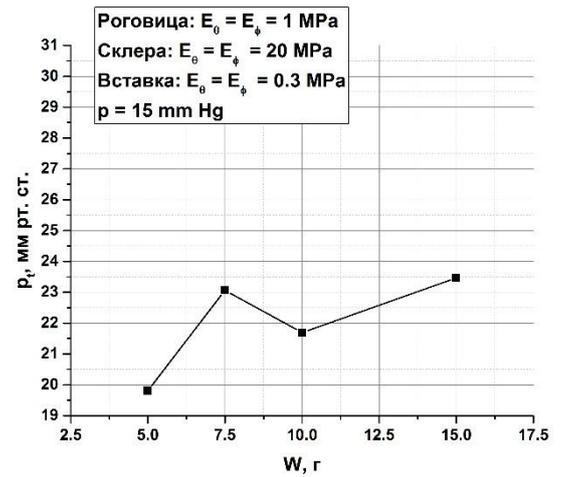
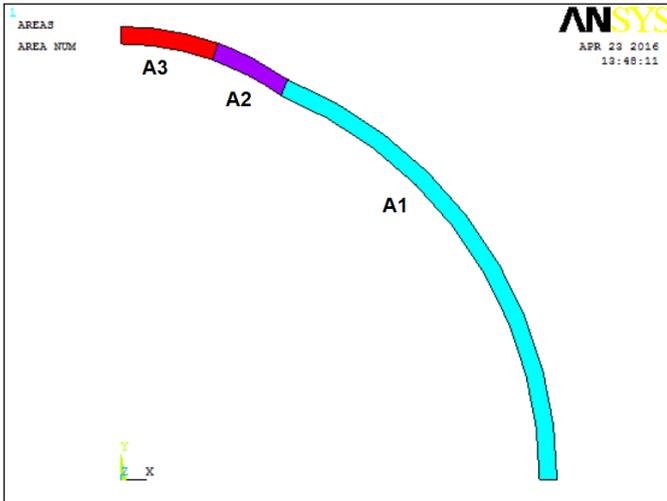


Рис. 27 - 28. Математическая модель глаза с мягкой вставкой в роговице (площадь A2) большого размера. Зависимость тонометрического давления от массы груза для данной модели

Далее уменьшался размер вставки. В данном случае происходит большой скачок давления на последнем шаге нагружения. Действительно, когда груз достигает конца вставки, площадь контакта растет медленно, и тонометрическое давление сильно возрастает.

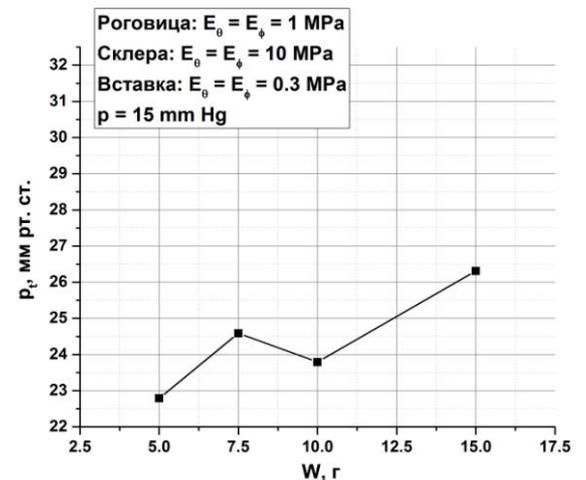
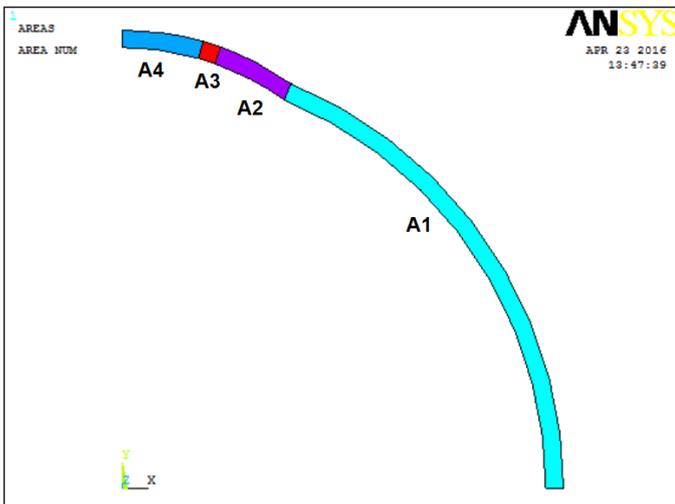


Рис. 29 - 30. Математическая модель глаза с мягкой вставкой в роговице (площадь A3) среднего размера. Зависимость тонометрического давления от массы груза для данной модели

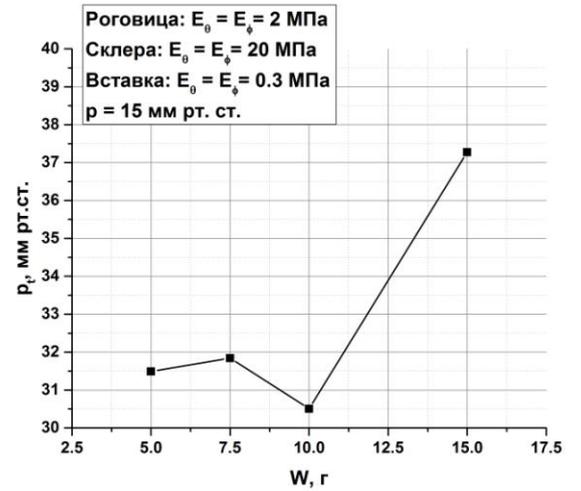
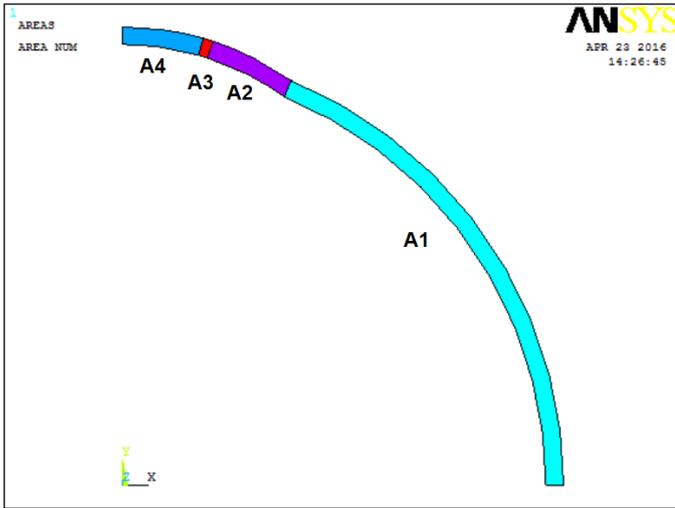


Рис. 31 - 32. Математическая модель глаза с мягкой вставкой в роговице (площадь A3) маленького размера. Зависимость тонометрического давления от массы груза для данной модели

Глаукома – болезнь глаз, вызванная повышением внутреннего давления. Чтобы смоделировать глаукому, повышалось внутреннее давление: $p = 33$ мм рт.ст. На рис. 33 представлена зависимость тонометрического давления от массы груза для одного из случаев. Использовалась модель с вставкой среднего размера.

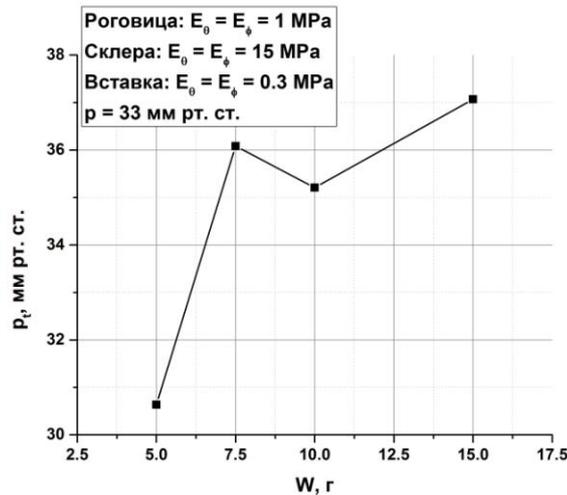


Рис. 33. Зависимость тонометрического давления от массы груза для модели с вставкой среднего размера и большим внутренним давлением $p = 33$ мм рт.ст.

Используя модель, учитывающую повышенное внутреннее давление, как при глаукоме, а также неоднородность роговицы, получены зависимости тонометрического давления от массы груза с изломом.

Можно сделать вывод, что модели с мягкими вставками небольших размеров точнее всего моделируют глаз с патологией, так как полученные зависимости тонометрического давления от массы груза лучше всего согласуются с эластокривыми Кальфа.

Результаты и выводы

В данной работе исследовалась эластотонометрия глаза. Особое внимание уделялось анализу причин, по которым данные эластотонометрии могут иметь патологию.

Были получены следующие результаты и сделаны соответствующие выводы:

1. ТонOMETрическое давление, полученное тонометром Маклакова, зависит от геометрии глаза, в частности от радиуса кривизны роговицы. Получено, что при увеличении радиуса кривизны роговицы, площадь контакта также увеличивается, а тонометрическое давление убывает.
2. Жесткости склеры и роговиц влияют на тонометрическое давление. При глаукоме жесткости склеры и роговицы могут увеличиваться, поэтому в работе варьировались тангенциальные модули упругости. При определенных параметрах получены зависимости тонометрического давления от массы груза, при которых в кривой, характеризующей эластотонометрию, появляется пологий участок, либо излом.
3. Роговица - неоднородный материал даже в здоровом человеческом глазе. При патологии эта неоднородность возрастает. Например, при таких заболеваниях, как краевая дистрофия роговицы или дистрофия роговицы краевая эктатическая. Чтобы изучить влияние неоднородности роговицы на тонометрическое давление, использовалась математическая модель с мягкой вставкой в роговицу. В этом случае площадь контакта растет неравномерно. И зависимости тонометрического давления от массы груза для таких моделей лучше всего согласуются с патологическими кривыми

Кальфа. Здесь также начало кривой начинается выше 21 мм рт. ст., присутствует излом при нагрузке 10 г.

Изучение влияния различных параметров на тонометрическое давление, исследование патологической эластокривой Кальфа с изломом необходимы, чтобы лучше понять механику человеческого глаза. Это может помочь выяснить причины возникновения различных патологий глаза. Благодаря этому могут быть созданы новые методы исследования внутриглазного давления и лечения заболеваний глаза.

Список литературы:

1. Краснов М. М. Микрохирургия глауком. - М.: Медицина, 1980. - 248 с.
2. Рожко Ю.И. Глазное давление: тонометрические и тонографические методы исследования: учебно-методическое пособие по офтальмологии для студентов 4–6 курсов всех факультетов, клинических ординаторов и аспирантов медицинских вузов. – Гомель: ГомГМУ, 2013. – 36 с.
3. Бауэр С.М. Об аппланационных методах измерения внутриглазного давления // Труды семинара «Компьютерные методы в механике сплошной среды» - 2006-2007 г. – с. 86–101.
4. Вургафт М.Б., Вургафт Я.М. Тонометрические методы исследования внутриглазного давления и гидродинамика глаза при глаукоме. Казань; 1991. 112 с.
5. Иомдина Е.Н., Бауэр С.М., Котляр К.Е. Биомеханика глаза: теоретические аспекты и клинические приложения / Под редакцией В.В. Нероева. М.: Реал Тайм, 2015. –208 с.: ил.
6. Jóhannesson G. Intraocular pressure - clinical aspects and new measurement methods. Umeå: Umeå universitet, 2011. , 44 p.
7. Whitacre MM, Stein RA, Hassanein K. The effect of corneal thickness on applanation tonometry// American Journal of Ophthalmology, 1993; 115(5):592-596.
8. Doughty MJ, Zaman ML. Human corneal thickness and its impact on intraocular pressure measures: a review and meta-analysis approach // Surv Ophthalmol., 2000; 44 p.367-408.
9. Feltgen N., Leifert D., Funk J. Correlation between central corneal thickness, applanation tonometry, and direct intracameral IOP readings // Br J Ophthalmol., 2001, 85, p.85-87.
10. Shimmyo M, Ross AJ, Moy A, Mostafavi R. Intraocular pressure, Goldmann applanation tension, corneal thickness, and corneal curvature in Caucasians, Asians, Hispanics, and African Americans.

- 11.Тарутта Е.П., Еричев В.П., Ларина Т.Ю. Контроль уровня ВГД после кераторефракционных операций // Биомеханика глаза. М., 2004. С.120-122.
- 12.Бауэр С.М., Качанов А.Б., Семенов Б.Н., Слесорайте Е. О влиянии толщины роговицы на показатели внутриглазного давления при измерении ВГД аппланационными методами. // Биомеханика глаза – 2007: сб. тр. конф. – М., 2007. – с. 119 –124.
- 13.Слесорайте Е. Статистический и численный анализ влияния толщины роговицы на показатели внутриглазного давления // Российский журнал биомеханики, 2006, Т. 10, № 2, с. 58–63.
- 14.Бауэр С.М., Карамшина Л.А., Качанов А.Б. Механические модели измерения внутриглазного давления тонометрами Маклакова и Гольдмана после операций по коррекции зрения // Российский журнал биомеханики, 2012, Т. 16, № 3, с. 25–31.
- 15.Kohlhaas M., Boehm A.G., Spoerl E., Pursten A., Grein H.J., Pillunat L.E. Effect of central corneal thickness, corneal curvature, and axial length on applanation tonometry. Archives of ophthalmology. 2006; 124: 471–476.
- 16.Аветисов С.Э., Бубнова И.А. Современные возможности прижизненной оценки биомеханических свойств роговицы. В кн.: Современные методы диагностики и лечения заболеваний роговицы и склеры. Сб. трудов конференции. М.; 2007: 236–9.
- 17.De Moraes C.G.V., Prata T.S., Liebmann J., Ritch R. Modalities of tonometry and their accuracy with respect to corneal thickness and irregularities. J.Optomety. 2008; 1:43–9.
- 18.Detry-Morel M. Update in tonometry. Phosphene and rebound tonometries, self-tonometry and technologies for the future. Bull. Soc. Belge Ophtalmol. 2007; 303: 87–95.
- 19.Балашевич Л.И., Качанов А.Б., Новак Я.Н., Бауэр С.М., Зимин Б.А. О влиянии толщины роговицы на показатели внутриглазного давления //

- Офтальмохирургия, 2005, N 16 с.27-29, Биомеханика глаза, 2005, с.119-120.
- 20.Ljubimova D. Biomechanics of the Human Eye and Intraocular Pressure Measurements. Doctoral Thesis in Mechanics. Stockholm: Royal Institute of Technology; 2009; 200 p.
- 21.Волков В.В. Глаукома при псевдонормальном давлении. Руководство для врачей. М.: Медицина, 2001. 352 с.
- 22.Нестеров А.П., Бунин Ф.Я., Канцельсон Л.А. Внутриглазное давление. Физиология и патология. М.: Наука, 1974. 381 с.
- 23.Бауэр С.М., Любимов Г.А., Товстик П.Е. Математическое моделирование метода Маклакова измерения внутриглазного давления // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2005. №1, С. 24 – 39.
- 24.Глаукома. Национальное руководство/под ред. Е.А. Егорова. – М.: ГЭОТАР-Медиа, 2013. – 824 с.
- 25.Романова А.А. К построению модели деформации решетчатой пластины диска зрительного нерва. // Труды семинара «Компьютерные методы в механике сплошной среды» - 2007-2008 г. – с. 110–116.
26. Аветисов С.Э., Бубнова И.А., Антонов А.А. Возрастные изменения биомеханических свойств фиброзной оболочки глаза // // Глаукома. 2013. № 3. С. 10–15.
- 27.Карамшина Л.А. Механические модели аппланационной тонометрии с учетом многослойности роговицы // Российский журнал биомеханики. – 2011 - №3. - С. 37–44.
- 28.Иомдина Е.Н. Механические свойства тканей глаза человека // Современные проблемы биомеханики. – 2006. – Вып. 11. – С. 183–200.
- 29.Аветисов С.Э., Бубнова И.А., Антонов А.А. Исследование влияния биомеханических свойств роговицы на показатели тонометрии // Бюллетень Сибирского отделения РАМН. 2009. Т. 29. № 4. С. 30–33.

30.Смотрич Е.А. Топография роговицы и распределение механических напряжений в ней при различных видах корнеальной хирургии. Автореф. дис. ...канд. мед. наук. М.; 2014.