

Санкт-Петербургский государственный университет  
Механика и математическое моделирование  
Молекулярно-кинетическая теория жидкости и газа

Алексеева Мария Викторовна

Влияние физико-химических характеристик среды на ударно-волновые  
процессы

Магистерская диссертация

Научный руководитель:  
д.ф.-м.н., профессор Рыдалевская М.А.

Рецензент:  
к.ф.-м.н., доцент Рябикова Т.В.

Санкт-Петербург

2016

SAINT-PETERSBURG STATE UNIVERSITY

Mechanics and Mathematical Modeling

The molecular - kinetic theory of liquids and gases

Alekseeva Maria

Influence of physical and chemical media properties on shock wave processes

Master's Thesis

Scientific supervisor:

Dr. Sc. (Phys.-Math.) Maria Rydalevska

Reviewer:

PhD Ryabikova Tatyana

Saint-Petersburg

2016

## Оглавление

Введение.....	4
1. Состав и свойства воздушной смеси при различных температурах и давлениях.....	6
2. Поверхности сильного разрыва, их классификация и общий вид условий динамической совместности .....	11
1) Поверхности сильного разрыва и их классификация .....	11
2) Общий вид условий динамической совместности.....	12
3. Изменение полного теплосодержания за ударной волной .....	15
4. Релаксационная структура ударных волн.....	19
5. Зависимость интенсивности ударной волны от скорости её перемещения и адиабатического коэффициента .....	24
6. Изменение полного теплосодержания в потоке газа после пересечения им встречных волн разной интенсивности.....	28
Заключение .....	34
Список литературы .....	36

## Введение

При движении газа с большими сверхзвуковыми скоростями было обнаружено появление узких (по сравнению с характерным размером течения) зон с резким изменением газодинамических параметров. В газовой динамике такие зоны моделируются поверхностями, на которых газодинамические параметры терпят разрыв. Эти поверхности называются поверхностями сильного разрыва (в отличие от поверхностей слабого разрыва, на которых терпят разрыв производные газодинамических параметров)

Основы теории, описывающей формирование поверхностей сильного разрыва, были заложены еще в работах Римана, Рэнкина, Гюгонио.

Распространение поверхностей сильного разрыва имеет волновой характер, поэтому их обычно называют ударными волнами.

Исследование возникновения, распространения и свойств ударных волн является очень важным разделом газовой динамики, которую обычно определяют как аэродинамику больших скоростей и малой пространственной протяженности.

Изложению фундаментальных основ теории ударных волн и изучению отдельных аспектов этой теории всегда уделялось и продолжает уделяться большое внимание в учебниках и монографиях (см., например, [1, 2, 3, 4, 5, 6]).

В настоящее время в отдельную область выделилось исследование бегущих одномерных волн. В двухтомнике [7] проведена систематизация газодинамических разрывов и волн и предложена методика исследования соответствующих волновых процессов.

В данной работе методика, разработанная в [7], применяется для исследования интенсивности бегущих волн и изменения удельного теплосодержания при пересечении таких волн потоком газа, в котором возбуждены внутренние степени свободы молекул и идут химические реакции.

Физико-химические процессы могут существенно изменять свойства различных газов (например, воздуха). Влияние этих изменений на процессы перемещения бегущих волн и поведения газа за этими волнами и исследуется в настоящей работе.

## 1. Состав и свойства воздушной смеси при различных температурах и давлениях

Настоящая работа называется «Влияние физико-химических характеристик среды на ударно-волновые процессы». Однако мы ограничимся рассмотрением ударно-волновых процессов в газообразных средах.

Свойства газовых сред зависят от состава газа, температуры и давления. При высоких температурах поведение многоатомных газов, (например, углекислого газа), отличается от поведения двухатомных и одноатомных газов. Мы, в основном, будем рассматривать воздушную смесь, которая при нормальных температурах состоит из молекул  $O_2$  и  $N_2$ . Приблизённо можно считать, что в воздухе содержится 20% кислорода и 80% азота. Свойства воздушной смеси изменяются с повышением температуры. Эти изменения во многом зависят от начальной плотности воздуха.

Если газ состоит из частиц разных химических сортов  $c$  ( $c = c_1, \dots, c_*$ ), температура в набегающем потоке достаточно высока и у молекул возбуждены не только вращательные, но и колебательные степени свободы, то можно говорить, что молекулы обладают различной колебательной энергией  $\varepsilon_{cv}$  ( $v = 0, 1, \dots, v_c^*$ ) и вращательной энергией  $\varepsilon_{cr}$ , ( $r = 0, 1, \dots, r_c^*$ ). Вращательная энергия часто рассчитывается в классическом пределе, но колебательные энергии, как правило, рассчитываются квантовомеханически.

Если в газе также идут химические реакции, то энергию следует рассматривать как сумму поступательной, вращательной, колебательной и энергии диссоциации (или энергию химической связи):

$$e = e_{tr} + e_{rot} + e_{vibr} + e_{chem} . \quad (1.1)$$

Поступательная энергия

$$e_{tr} = \frac{3}{2}nkT, \quad (1.2)$$

где  $k$  - постоянная Больцмана,  $T$  - температура,  $n$  - число частиц газа в единице объёма (числовая плотность).

Вращательная энергия двухатомных молекул, вычисленная в классическом пределе, может быть представлена в виде

$$e_{rot} = \sum_c n_c kT, \quad (1.3)$$

где  $n_c$  - число двухатомных молекул сорта  $c$ .

Колебательная энергия молекул каждого химического сорта  $c$  равна

$$e_{vibr}^c = \sum_v n_{cv} \varepsilon_{cv}, \quad (1.4)$$

где  $n_{cv}$  - число молекул сорта  $c$  на колебательном уровне  $v$ ,  $\varepsilon_{cv}$  - колебательная энергия данного уровня для сорта  $c$ .

Общая колебательная энергия

$$e_{vibr} = \sum_{c,v} n_{cv} \varepsilon_{cv} = \sum_c e_{vibr}^c. \quad (1.5)$$

В газе с химическими реакциями необходимо учитывать энергию химической связи атомов в молекулах, или энергию диссоциации.

$$e_{chem}^c = -n_c d_c, \quad (1.6)$$

где  $d_c$  - энергия диссоциации молекулы сорта  $c$ .

Тогда полная энергия будет иметь вид:

$$e = \frac{5}{2}nkT + \sum_{c=1}^{c_*} \sum_{v=0}^{v_*} n_{cv} (\varepsilon_{cv} - d_c). \quad (1.7)$$

Следует иметь в виду, что состав газовой смеси (сами величины  $n_c$ ) зависят от температуры газа.

Плотность газа с химическими реакциями может быть выражена как через числа молекул, так и через числа атомов:

$$\rho = \sum_{c=1}^{c_*} m_c n_c = \sum_{\lambda=1}^{\Lambda} m_{\lambda} \tilde{n}_{\lambda}, \quad (1.8)$$

где  $\tilde{n}_{\lambda}$  - число атомов сорта  $\lambda$  в единице объёма.  $\tilde{n}_{\lambda} = \sum_c k_{\lambda c} n_c$ ,  $k_{\lambda c}$  - число атомов сорта  $\lambda$  в молекуле сорта  $c$ .

В зависимости от состава газовой смеси и температуры, её свойства будут различны.

Одним из наиболее важных свойств газа является скорость звука, которая в аэродинамике отождествляется со скоростью распространения малых возмущений. В баротропном газе квадрат скорости звука определяется формулой

$$a^2 = \frac{dp}{d\rho} = \frac{\gamma p}{\rho}, \quad (1.9)$$

где  $p$  - давление,  $\rho$  - плотность газа. Коэффициент  $\gamma$  обычно называют адиабатическим коэффициентом.

В газе с физико-химическими процессами баротропность может нарушаться. В работе [8] было показано, что и в этих условиях сохраняется формула (1.9), однако коэффициент  $\gamma$  не является постоянным и изменяется с повышением температуры и давления. Вместе с возбуждением внутренних



степеней свободы и изменением состава меняются и другие свойства воздушной смеси.

При сравнительно низких температурах можно считать, что молекулы  $O_2$  и  $N_2$  обладают лишь тремя поступательными степенями свободы. При этом показатель адиабаты

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3} = 1.6(6), \quad (1.10)$$

где  $C_p$ ,  $C_v$  - удельные теплоёмкости при постоянном давлении и объёме, соответственно.

При нормальных значениях температуры и давления обычно учитывают поступательные и вращательные степени свободы молекул  $O_2$  и  $N_2$ . Каждая молекула обладает тремя поступательными и двумя вращательными степенями свободы. Показатель адиабаты в этом случае

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{7}{5} = 1.4. \quad (1.11)$$

Дальнейшее повышение температуры приводит к возбуждению колебательных степеней свободы двухатомных молекул. Как правило, колебательная энергия молекул считается квантованной. При этом замечено, что это приводит к уменьшению адиабатического коэффициента [6].

При достаточно высоких температурах начинается диссоциация молекул кислорода. В газе появляются свободные атомы  $O$ . Так как атомы обладают лишь тремя поступательными степенями свободы, теплоёмкости газа и адиабатический коэффициент немного возрастает.

В определённом диапазоне температур появляются двухатомные молекулы  $NO$ . Это опять изменяет свойства газовой смеси и может привести к уменьшению адиабатического коэффициента [9].

Далее интенсивно происходит диссоциация всех двухатомных молекул  $O_2, N_2, NO$ . Возрастает доля одноатомных частиц, и коэффициент  $\gamma$  также возрастает и стремится к значению 1.6(6) [9].

Изменение адиабатического коэффициента соответствует изменению скорости звука  $a$  (см, формулу (1.9)). Это, в свою очередь, влияет на возможность возникновения ударных волн и их интенсивность. Исследованию такого влияния и посвящена настоящая работа.

## 2. Поверхности сильного разрыва, их классификация и общие условия динамической совместности

### 1) Поверхности сильного разрыва и их классификация

Известно, что при сверхзвуковых течениях газа параметры могут претерпевать разрыв. Поверхностями сильного разрыва обычно называются те поверхности, на которых терпят разрыв значения параметров течения.

Поверхности сильного разрыва можно классифицировать по газодинамическим и кинематическим признакам [7].

а) Сначала рассмотрим газодинамические признаки.

По временному признаку различают волны стационарные и бегущие. В обоих случаях могут наблюдаться либо нормальные, либо контактные разрывы.

К нормальным относят ударные волны и скачки уплотнения. Через поверхности нормальных разрывов среда протекает, а в случае контактных (тангенциальных) разрывов газы по обе стороны разрыва не перемешиваются.

В настоящей работе мы будем рассматривать нормальные разрывы (или ударные волны).

Одной из характеристик ударной волны является её интенсивность  $J = \frac{\hat{p}}{p}$ , где  $p$  - давление до фронта, а  $\hat{p}$  - давление за фронтом волны. В зависимости от величины интенсивности различают волны сжатия ( $J > 1$ ) и волны разрежения ( $J < 1$ )

б) Перейдём к кинематическим признакам.

Одним из основных кинематических признаков ударных волн является направление их распространения. В данной работе будем рассматривать бегущие волны в совершенном газе при отсутствии массовых сил.

Спутные волны движутся в том же направлении, что и частицы газа, перегоняя их, а встречные – в противоположном направлении. Среди встречных ударных волн выделяются дрейфующие. В этом случае фронт волны движется навстречу частицам газа, но сносится вниз по потоку. Скачок уплотнения можно считать стоячей ударной волной, являющейся пограничным случаем между дрейфующими и встречными волнами.

Мы ограничимся рассмотрением одномерных задач. В этих условиях для спутных волн показатель направления движения волны относительно потока будем обозначать  $\chi = +1$ , а для встречных  $\chi = -1$ .

## **2) Общий вид условий динамической совместности**

При прохождении поверхности разрыва, газ переходит из одного состояния термодинамического равновесия в другое. Соотношения между значениями параметров по разные стороны от разрыва выводятся из законов сохранения и называются условиями динамической совместности (см, например, [1]).

### **а) УДС на стационарных разрывах**

Рассматривая равномерный поток, можно записать соотношения для стационарных разрывов, соответствующие

- балансу вещества:

$$[\rho v_n] = 0; \quad (2.1)$$

- балансу импульса:

$$[p + \rho v_n^2] = 0; \quad (2.2)$$

- балансу энергии:

$$[\rho v_n h_0] = 0. \quad (2.3)$$

Здесь  $v_n$  – нормальная (по отношению к поверхности волны) скорость,  $\rho$ ,  $p$  и  $h_0$  – плотность, давление и полное теплосодержание газа.

$$h_0 = h + v^2/2, \quad (2.4)$$

$h = p/\rho + e$ ,  $e$  - удельная энергия,  $v$  – скорость газа.

Когда рассматриваются среды с разными физико-химическими характеристиками, уравнения баланса вещества и энергии по-разному конкретизируются.

### **б) УДС на бегущих разрывах.**

Если поверхность разрыва перемещается, то следует рассматривать относительную скорость движения  $v_n = u - D$ , где  $u$  – скорость частиц газа, а  $D$  – скорость перемещения волны. Тогда соотношения (2.1)-(2.3) принимают вид

$$[\rho(u - D)] = 0, \quad (2.5)$$

$$[p + \rho(u - D)^2] = 0, \quad (2.6)$$

$$[\rho(u - D)h_0] = 0, \quad (2.7)$$

где  $h_0 = h + (u - D)^2/2$ .

**с) УДС на ударных волнах.**

Для ударных волн относительная скорость движения частиц газа и распространяющейся по ним поверхности разрыва должна быть сверхзвуковой:

$$v_n = |u - D| > a,$$

УДС на ударной волне принимают вид:

$$[\rho u] = [\rho]D, \quad (2.8)$$

$$[p + \rho u^2] = [\rho]D^2 = [\rho u]D, \quad (2.9)$$

$$[h_0] = [u]D. \quad (2.10)$$

Также, как и в случае УДС для стационарных разрывов, соотношения (2.8)-(2.10) в газах с разными физико-химическими процессами будут иметь разный вид.

В настоящей работе мы ограничимся рассмотрением встречных бегущих волн и будем использовать УДС в виде (2.5)-(2.7) и (2.8)-(2.10).

### 3. Изменение полного теплосодержания за ударной волной.

Важной характеристикой процессов, происходящих в ударных волнах, является изменение полного теплосодержания газа в результате пересечения волны.

В калорически совершенном газе удельные теплоёмкости  $C_p$  и  $C_v$  не зависят от температуры, а энтальпия  $h$  прямо пропорциональна температуре

$$h = C_p T. \quad (3.1)$$

Для термически совершенного газа, в котором молярная масса постоянна, обычно используется уравнение состояния Менделеева-Клапейрона

$$p = \rho \tilde{R} T, \quad (3.2)$$

где  $\tilde{R} = R/m$ ,  $R$  - универсальная газовая постоянная,  $m$  - масса моля исследуемого газа.

Скорость звука определяется равенством

$$a^2 = \frac{dp}{d\rho} = \gamma p / \rho, \quad (3.3)$$

здесь  $\gamma = C_p / C_v$  - показатель адиабаты.

Удельное полное теплосодержание  $h_0$  выражается равенством

$$h_0 = \frac{u^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} = \frac{u^2}{2} + \frac{a^2}{\gamma-1}. \quad (3.4)$$

Для совершенных газов в [7] были выведены формулы, позволяющие формализовать исследование изменения полного теплосодержания при переходе через бегущую ударную волну.

По аналогии с тем, как это было сделано в [7], введём обозначение  $\mu = 1 + \varepsilon(M^2 - 1)$ , тогда

$$h_0 = \frac{\mu a^2}{2\varepsilon}, \quad (3.5)$$

где  $\varepsilon = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}$ .

В книге [7] коэффициент  $\gamma$ , входящий в  $\varepsilon = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}$ , считается постоянным, имеющим одно и то же значение до и после ударной волны  $\gamma = 1.4$ . Такое значение  $\gamma$  сохраняется в двухатомных газах с поступательными и вращательными степенями свободы.

В настоящей работе рассматриваются высокотемпературные газовые смеси, поэтому коэффициент  $\gamma$  может меняться. Однако, в некоторых случаях можно считать, что  $\gamma$  сохраняет постоянное значение, но оно значительно отличается от 1,4. Поэтому в данном параграфе приводится вывод формулы для отношения  $H_0 = \frac{\hat{h}_0}{h_0}$ , которое характеризует изменение полного теплосодержания при пересечении газом бегущей волны, при разных значениях  $\gamma$ .

Условие динамической совместности, соответствующее балансу потока вещества (2.8) перепишем в виде

$$[u] = (1 - E)(D - u), \quad (3.6)$$

где  $E$  соответствует обратному скачку плотности. Согласно Адиабате Ренкина-Гюгонио, этот скачок можно представить в виде

$$E = \frac{\rho}{\hat{\rho}} = \frac{1 + \varepsilon J}{J + \varepsilon}. \quad (3.7)$$



Здесь  $J = \hat{p}/p$  - интенсивность ударной волны. Формулу (3.7) можно преобразовать к виду

$$(1-E) = \frac{(1-\varepsilon)(J-1)}{(J+\varepsilon)}. \quad (3.8)$$

После подстановки (3.8) в (3.6) в [7] была получена формула четырёх скоростей  $\hat{u}$ ,  $u$ ,  $D$  и  $a$ :

$$[u] = \hat{u} - u = (1-\varepsilon)a \left( \frac{D-u}{a} - \frac{a}{D-u} \right). \quad (3.9)$$

Интенсивность ударной волны  $J$  связана со скоростью её распространения:

$$J = \frac{\hat{p}}{p} = (1+\varepsilon) \left( \frac{D-u}{a} \right)^2 - \varepsilon. \quad (3.10)$$

Если ввести коэффициент интенсивности:

$$I = \sqrt{\frac{J+\varepsilon}{1+\varepsilon}}, \quad (3.11)$$

то из (3.10) можно выразить скорость ударной волны через коэффициент интенсивности:

$$D = u \pm aI \quad (3.12)$$

Используя коэффициент интенсивности (3.11), из формулы для интенсивности (3.10) выразим отношение  $(D-u)/a$  и подставим в формулу четырёх скоростей (3.9), тогда для  $[u]$  имеем

$$[u] = \chi a(1-\varepsilon) \left( I - \frac{1}{I} \right) \quad (3.13)$$

или

$$[u] = \chi \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon} a \Phi_D(J), \quad (3.14)$$

где

$$\Phi_D(J) = \varepsilon \left( I - \frac{1}{I} \right) = \frac{\varepsilon}{\sqrt{1+\varepsilon}} \frac{J-1}{\sqrt{J+\varepsilon}} \quad (3.15)$$

Из УДС (2.10), соответствующего балансу энергии, имеем

$$H_0 = \frac{\hat{h}_0}{h_0} = 1 + \frac{[u]D}{h_0} \quad (3.16)$$

С учётом (3.12) и (3.14) отсюда получим

$$H_0 = 1 + \frac{(1-\varepsilon)a^2}{\varepsilon h_0} \Phi_D(J)(I + \chi M) \quad (3.17)$$

Используя (3.5), окончательно получим формулу:

$$H_0 = \frac{\hat{h}_0}{h_0} = 1 + \frac{2(1-\varepsilon)}{\mu} \Phi_D(J)(I + \chi M) \quad (3.18)$$

Формула (3.18) определяет зависимость отношения  $H_0 = \frac{\hat{h}_0}{h_0}$  от коэффициентов  $\mu$  и  $\varepsilon$ , введенных в (3.5), а значит, от адиабатического коэффициента  $\gamma$ , от числа Маха  $M$ , а также от интенсивности ударной волны  $J$  и коэффициента интенсивности  $I$  (3.11) при разных направлениях продвижения волны, когда  $\chi = \pm 1$ .

#### 4. Релаксационная структура ударных волн.

Ударные волны в газах с физико-химическими процессами обладают рядом особенностей. Их изучению посвящено много работ (см., например, [6, 10, 11]).

Если в набегающем потоке возбуждены внутренние степени свободы молекул и идут химические реакции, свойства газа могут сильно отличаться от свойств воздуха при нормальных температуре и давлении (см. §1). В частности, адиабатический коэффициент  $\gamma$  может отличаться от значения 1.4.

А если рассматриваются ударные волны не очень большой интенсивности, то изменения температуры и давления за ударной волной могут не приводить к изменению коэффициента  $\gamma$ , т.е. коэффициент  $\gamma$  будет иметь одно и то же значение до и после волны.

При переходе через ударную волну большой интенсивности в газе резко возрастают давление и температура. В результате могут измениться свойства газа и его состав. В частности, возбуждение внутренних степеней свободы и химические реакции могут изменять значение  $\gamma$ . Это означает, что значение коэффициента  $\gamma$  за ударной волной будет отличаться от его значения до волны.

Для того, чтобы применить результаты, в которых использовались одинаковые значения  $\gamma$  до и после волны, рассмотрим подробнее процессы, происходящие в «толще» ударной волны.

Ударная волна в газе с физико-химическими явлениями утолщается. Здесь имеется в виду весь переходный слой между двумя состояниями термодинамического равновесия. При этом процессы, протекающие в ударной волне, связанные с различными типами межмолекулярных столкновений, происходят с разной скоростью. Установлению равновесных распределений по разным видам энергии соответствуют разные времена релаксации  $\tau$  воздушной смеси [11].

Соотношения между этими временами можно записать в самом общем виде

$$\tau_{RT} \ll \tau_{VRT} \ll \tau_{chem} \approx \tau_{eq}, \quad (4.1)$$

где  $\tau_{RT}$  - время релаксации (установления равновесия) по поступательным и вращательным энергиям молекул,  $\tau_{VRT}$  - время релаксации поступательным, вращательным и колебательным степеням свободы,  $\tau_{chem}$  - время химической релаксации, которое сравнимо со временем установления нового термодинамического равновесия  $\tau_{eq}$ .

За разные временные отрезки газовые частицы успевают пройти различные расстояния. Это позволяет разделить ударную волну на релаксационные зоны в соответствии с соотношением (4.1).

Соответствующая схема приведена на *рис.1*.

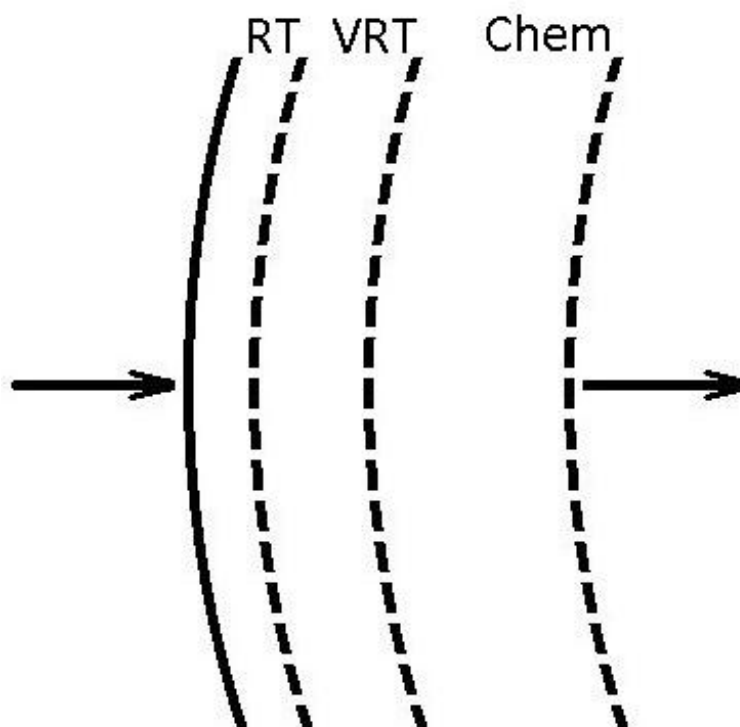


Рис.1. Релаксационная структура ударной волны.

Зону  $RT$  -релаксации обычно отождествляют с фронтом ударной волны [12].

Условия динамической совместности могут быть записаны на границах каждой релаксационной зоны [13]. Условия динамической совместности для бегущей ударной волны имеют вид (2.8)-(2.10).

При этом на границе зоны  $RT$ -релаксации воздушной смеси вместо одного условия (2.8) можно записать условия для скачков колебательных заселенностей  $n_{cv}$  [11].

$$[n_{cv}u] = [n_{cv}D], \quad c=1,2, \quad v = 0, \dots, v_*^{(c)}. \quad (4.2)$$

Здесь индексы  $c=1,2$ , соответствуют молекулам кислорода  $O_2$  и азота  $N_2$ ;  $v_*^{(c)}$  - число колебательных уровней соответствующих молекул.

Условие (2.9), как и следовало ожидать, сохраняет свой вид

$$[p + \rho u^2] = [\rho]D^2 = [\rho u]D, \quad (4.3)$$

В условии (2.10), которое имеет вид

$$[h_0] = [u]D, \quad (4.4)$$

полное теплосодержание

$$h_0 = \frac{3}{2}nkT + e_{rot} + \frac{p}{\rho} + \frac{(u-D)^2}{2},$$

или, учитывая вращательную энергию  $e_{rot}$  в классическом пределе, можем записать

$$h_0 = \frac{5}{2}nkT + \frac{p}{\rho} + \frac{(u-D)^2}{2}, \quad (4.5)$$

Если уже до волны присутствовали атомы  $O$ ,  $N$ , и окись  $NO$ , то условие (4.2) будет записано и для молекул  $NO$  ( $c = 3$ ). Кроме того, будут справедливы условия

$$[n_c(u - D)] = 0 \quad (4.6)$$

для  $c = 4, 5$  (для атомов  $O$  и  $N$ ).

На границе зоны  $VRT$ -релаксации условия (2.8)-(2.10) примут несколько иной вид. Условия (4.2) уже не будут справедливы. Вместо них можно записать условия (4.6) для всех сортов молекул, присутствующих в смеси. В пятикомпонентной воздушной смеси  $O_2, N_2, NO, O$  и  $N$ , это условие справедливо для  $c = 1, \dots, 5$ . Сохраняется лишь условие (4.3).

В условии (4.4) полное теплосодержание вместо (4.5) имеет вид

$$h_0 = \frac{5}{2}nkT + e_{vibr} + \frac{p}{\rho} + \frac{(u - D)^2}{2}, \quad (4.7)$$

где  $e_{vibr}$  - колебательная энергия присутствующих в смеси молекул.

За ударной волной, где установилось новое химическое равновесие, условия (2.8)-(2.10) опять изменяются.

Вместо условия для плотности (2.8) можно записать

$$[\tilde{n}_\lambda(u - D)] = 0, \quad \lambda = 1, 2. \quad (4.8)$$

Здесь  $\tilde{n}_\lambda$  - числовые плотности атомов (в пятикомпонентной воздушной смеси - атомов  $O$  и  $N$ ).

$$\tilde{n}_\lambda = \sum_{c=1}^5 k_{\lambda c} n_c, \quad (4.9)$$

где  $k_{\lambda c}$  - число атомов сорта  $\lambda$  в молекуле сорта  $c$ .

Выражение для теплосодержания  $h_0$  в условии (2.10) будет отличаться от (4.7) на энергию химической связи  $e_{chem}$ . В пятикомпонентной воздушной смеси эта величина может быть также представлена в виде

$$e_{chem} = -\sum_{c=1}^3 n_c d_c \quad (4.10)$$

Из сказанного выше следует, что коэффициент  $\gamma$  в ударных волнах большой интенсивности будет сохраняться таким же, как до волны, только на границе зоны  $RT$ -релаксации.

Если интенсивность рассматриваемой ударной волны не велика и приводит к таким изменениям температуры и давления, при которых сохраняется адиабатический коэффициент  $\gamma$ , то результаты книги [7] (см. §3) могут применяться для исследования состояния газа не только за фронтом бегущей волны, но и в состоянии нового термодинамического равновесия.

В противном случае использовать результаты §3 можно, рассматривая состояние газа только сразу за фронтом ударной волны (на границе завершения зоны  $RT$ -релаксации).

## 5. Зависимость интенсивности ударной волны от скорости её перемещения и адиабатического коэффициента

В настоящей работе рассматриваются ударные волны в газах с разными физико-химическими характеристиками. Как уже отмечалось, скачки газодинамических параметров зависят от интенсивности ударной волны. Поэтому в данном параграфе рассматривается изменение интенсивности ударной волны в соответствии с формулой (2.20):

$$J = \frac{\hat{p}}{p} = (1 + \varepsilon) \left( \frac{D - u}{a} \right)^2 - \varepsilon, \quad (5.1)$$

где  $p, \hat{p}$  - давление по обе стороны волны,  $u$  - скорость частиц газа,  $D$  - скорость перемещения волны;  $\varepsilon = (\gamma - 1) / (\gamma + 1)$  (см. (3.5));  $a = \sqrt{\gamma p / \rho}$  - местная скорость звука (см. (1.9)).

Известно, что адиабатический коэффициент  $\gamma$  по определению всегда больше единицы. При этом, в §1 уже говорилось, что его значение не превосходит 1.6(6). Именно в этих пределах на *рис.2* построена зависимость коэффициента  $\varepsilon(\gamma)$ .

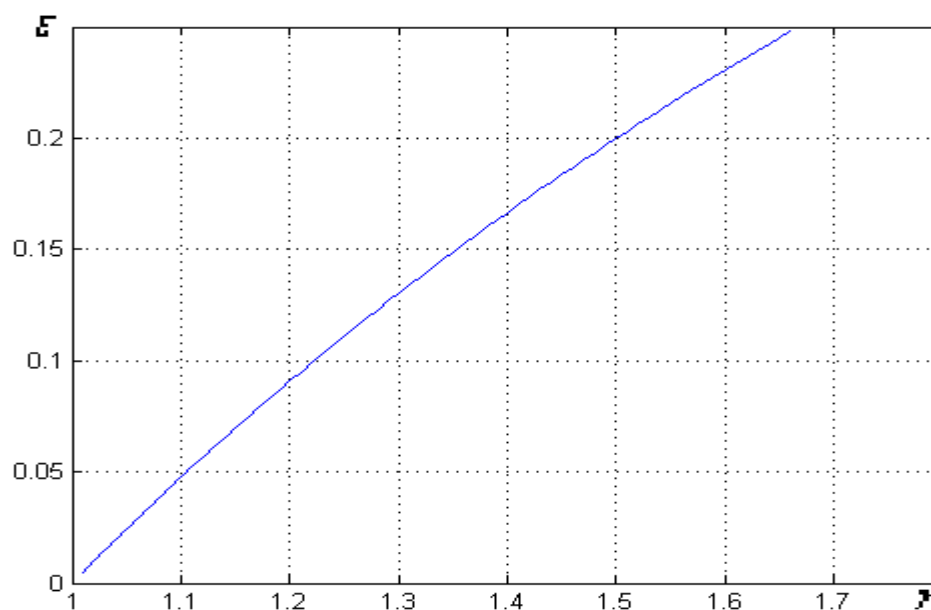


рис.2. Зависимость коэффициента  $\varepsilon$  от адиабатического коэффициента  $\gamma$ .



Как и следовало ожидать, коэффициент  $\varepsilon$  возрастает с увеличением адиабатического коэффициента  $\gamma$ .

В формулу для интенсивности (5.1) входит значение скорости звука  $a$ . Поэтому на *рис.3* показаны зависимости  $a(\gamma)$ , рассчитанные по формуле (5.3) для воздушной смеси, имеющей постоянную плотность  $\rho = 1.292 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$  при нескольких значениях давления:  $p_1 = 95325 \text{ Па}$ ,  $p_2 = 101325 \text{ Па}$ ,  $p_3 = 107325 \text{ Па}$ .

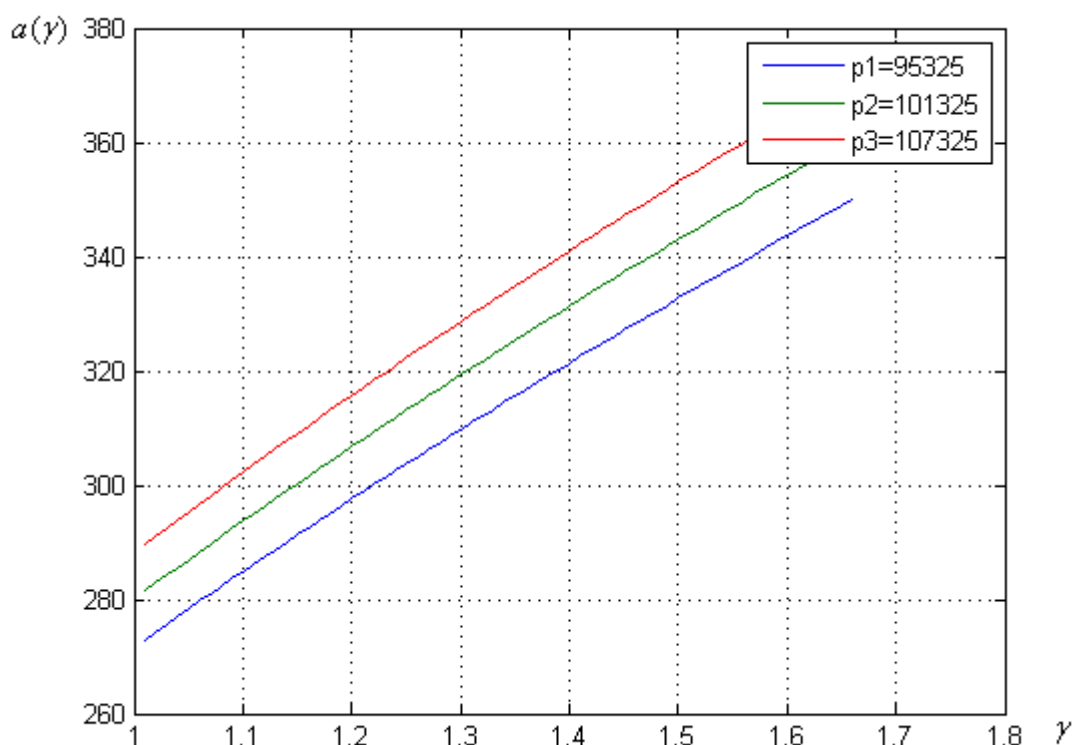


рис.3. Зависимость скорости звука  $a$  от адиабатического коэффициента  $\gamma$

при  $\rho = 1.292 \text{ кг} / \text{м}^3$ . Верхняя кривая соответствует  $p_1 = 95325 \text{ Па}$ , средняя -  $p_2 = 101325 \text{ Па}$ , нижняя -  $p_3 = 107325 \text{ Па}$ .

Как видно из *рис.3*, скорость звука  $a$  возрастает с увеличением коэффициента  $\gamma$  тем больше, чем больше давление.

Поведение интенсивности  $J$  (5.1) в зависимости от адиабатического коэффициента  $\gamma$  при разных значениях скорости перемещения  $D$  изображено на *рис.4а* и *рис.4б*.

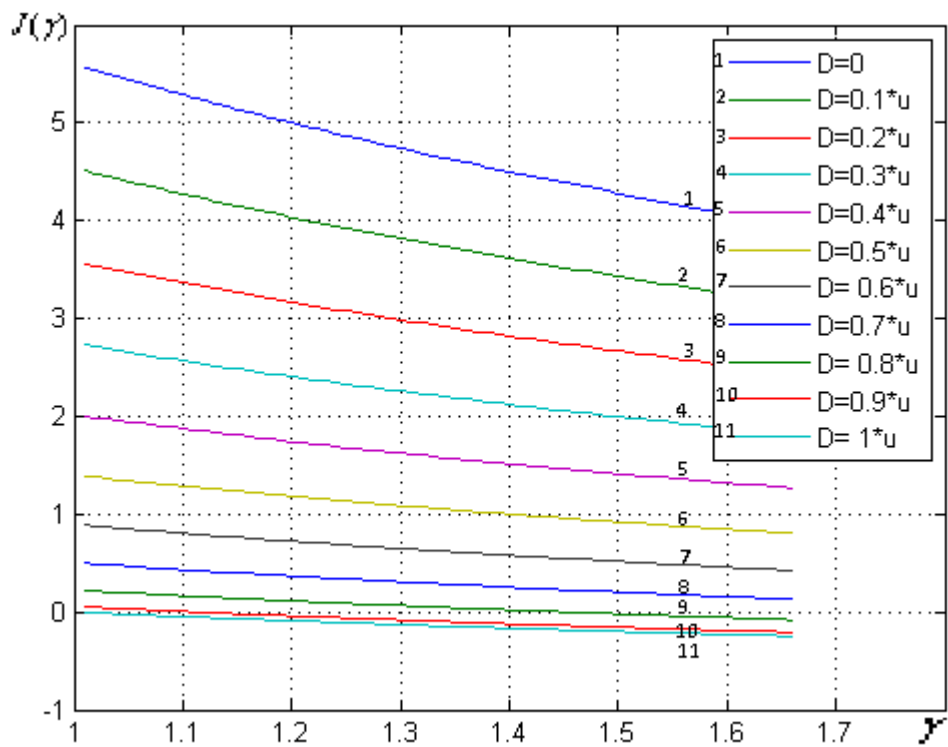


рис.4а. Зависимость  $J(\gamma)$ . Кривые 1-11 соответствуют изменению скорости  $D$  от  $D=0$  до  $D=u$  с шагом  $0.1u$ .

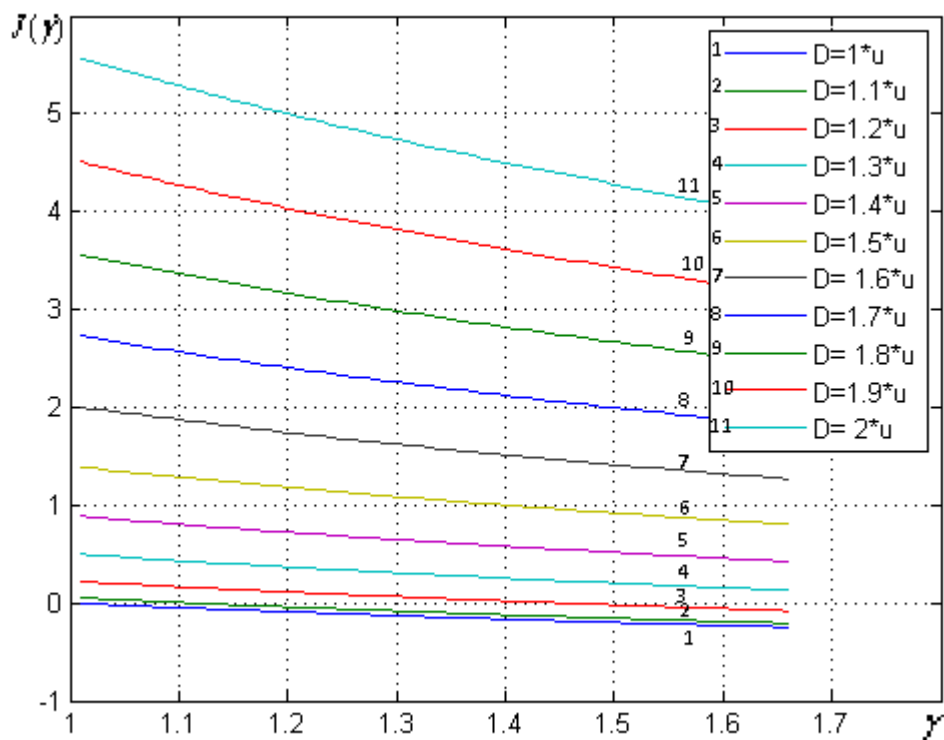


рис.4б. Зависимость  $J(\gamma)$ . Кривые 1-11 соответствуют изменению скорости  $D$  от  $D=u$  до  $D=2u$  с шагом  $0.1u$ .

Как и следовало ожидать, при любой скорости перемещения волны  $D$  интенсивность  $J$  монотонно убывает с увеличением адиабатического коэффициента  $\gamma$ . При этом картины поведения интенсивности  $J(\gamma)$  при скоростях перемещения  $0 \leq D \leq u$  и  $u \leq D \leq 2u$  совпадают, так как из формулы (5.1) видно, что интенсивность  $J(\gamma)$  зависит от  $(D-u)^2$ , то есть от абсолютного значения разности  $D-u$ . На *рис.4а* показано, что с возрастанием скорости перемещения волны  $D$  интенсивность  $J(\gamma)$  уменьшается, а на *рис.4б* – увеличивается. Это связано с тем, что в случае, когда  $D < u$ , встречная волна лишь затормаживает поток, а при  $D > u$  поворачивает в противоположном направлении.

При дальнейшем увеличении скорости перемещения волны  $D$ , интенсивность будет также возрастать, что можно видеть на *рис.4в*.

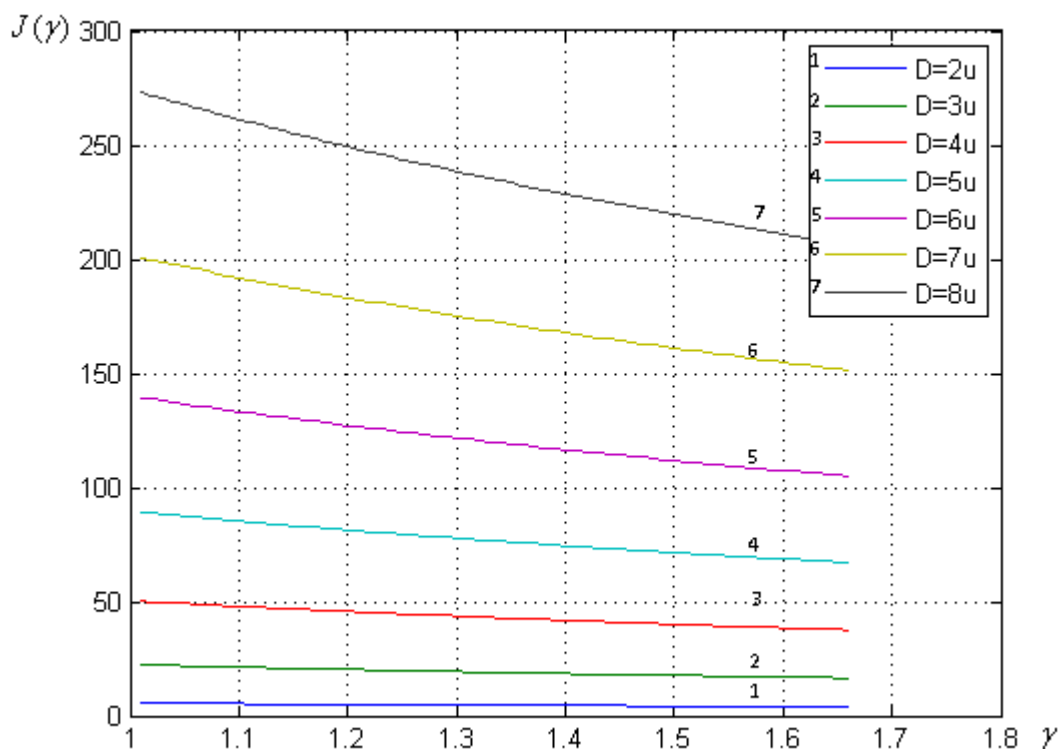


рис.4в. Зависимость  $J(\gamma)$  при скорости перемещения волны  $D > 2u$ .

Все расчёты проводились для скорости газа  $u = 662.7062 \text{ м/с}$ . Это та скорость, которая равна удвоенной скорости звука в воздухе при нормальных температуре и давлении.

## 6. Изменение полного теплосодержания в потоке газа после пересечения им встречных волн разной интенсивности

Для расчета зависимости отношения  $H_0 = \hat{h}_0 / h_0$  от интенсивности ударной волны  $J$  используем формулу (3.18)

$$H_0 = \frac{\hat{h}_0}{h_0} = 1 + \frac{2(1-\varepsilon)}{\mu} \Phi_D(J)(I + \chi M),$$

при этом  $\chi = -1$ , значения  $\mu(\gamma)$  и  $\varepsilon(\gamma)$  были рассчитаны ранее,  $\Phi_D(J)$  и  $I(J)$  определяются по формулам (3.15) и (3.11).

На рисунках 5-11 показаны зависимости  $H_0(J)$  при разных значениях адиабатического коэффициента  $\gamma = 1.1, 1.2, \dots, 1.66$ . На каждом из рисунков приведены  $H_0(J)$ , соответствующие различным числам Маха набегающего потока.

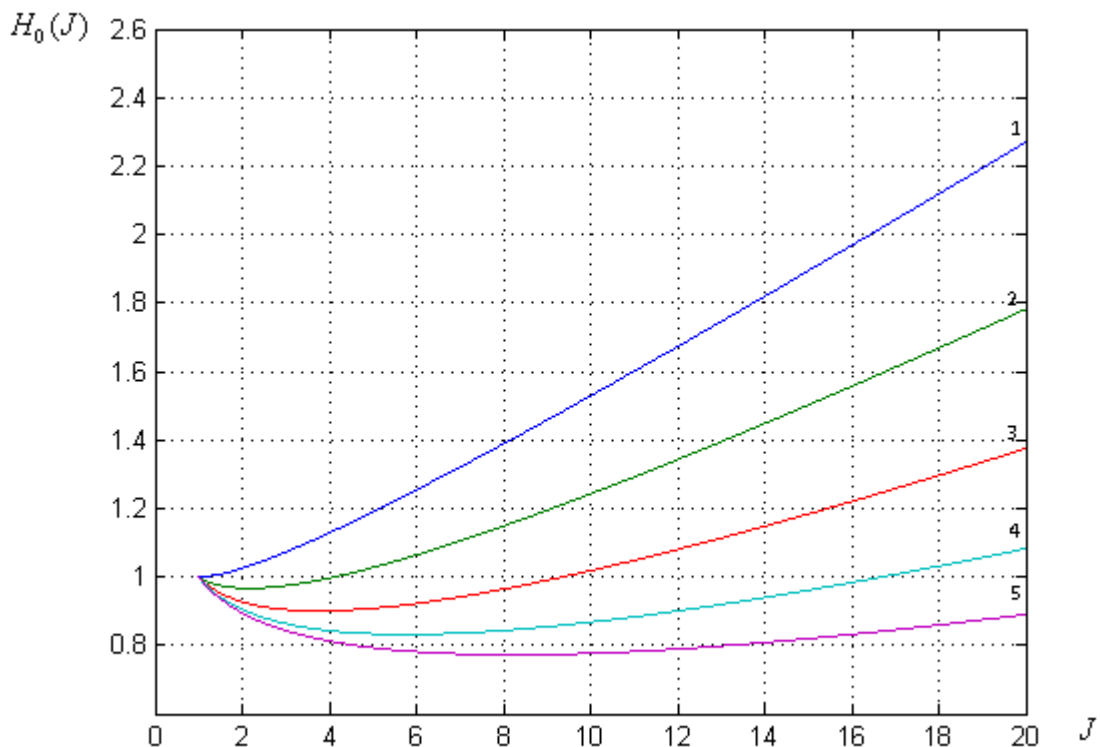


рис.5. Зависимость отношения  $H_0 = \hat{h}_0 / h_0$  от интенсивности волны при  $\gamma = 1,1$ .

Кривая 1 соответствует  $M=1$ , 2 –  $M=2$ , 3 –  $M=3$ , 4 –  $M=4$ , 5 –  $M=5$ .

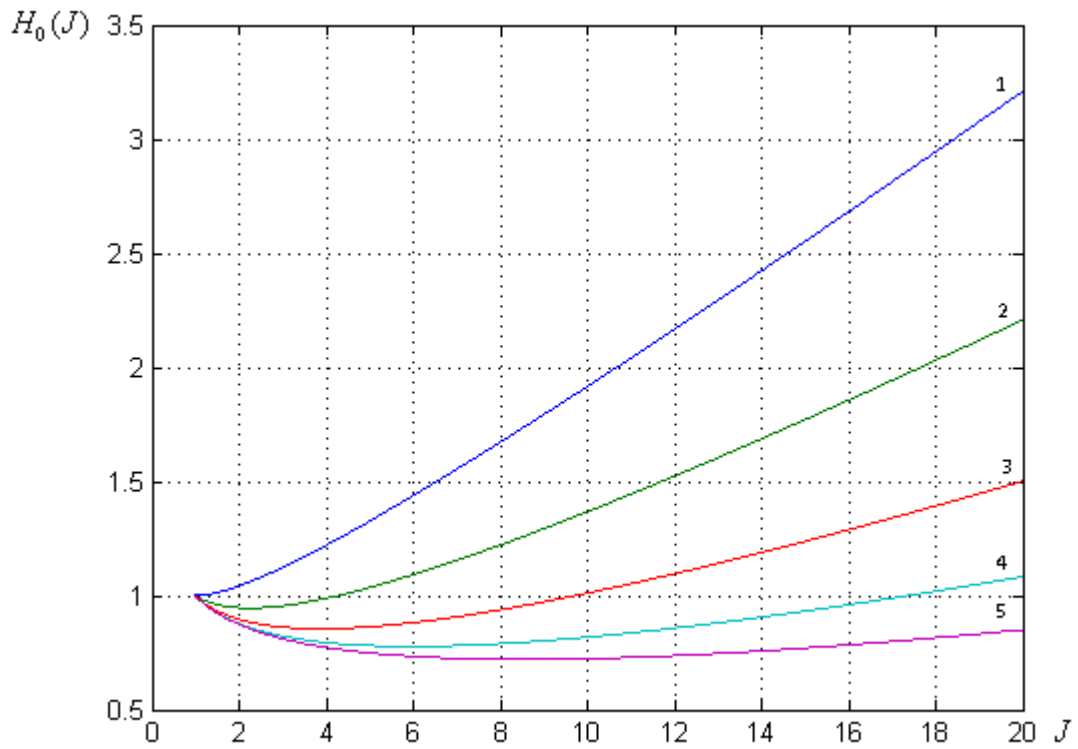


рис.6. Зависимость отношения  $H_0 = \hat{h}_0 / h_0$  от интенсивности волны при  $\gamma = 1,2$ .

Кривая 1 соответствует  $M=1$ , 2 –  $M=2$ , 3 –  $M=3$ , 4 –  $M=4$ , 5 –  $M=5$ .

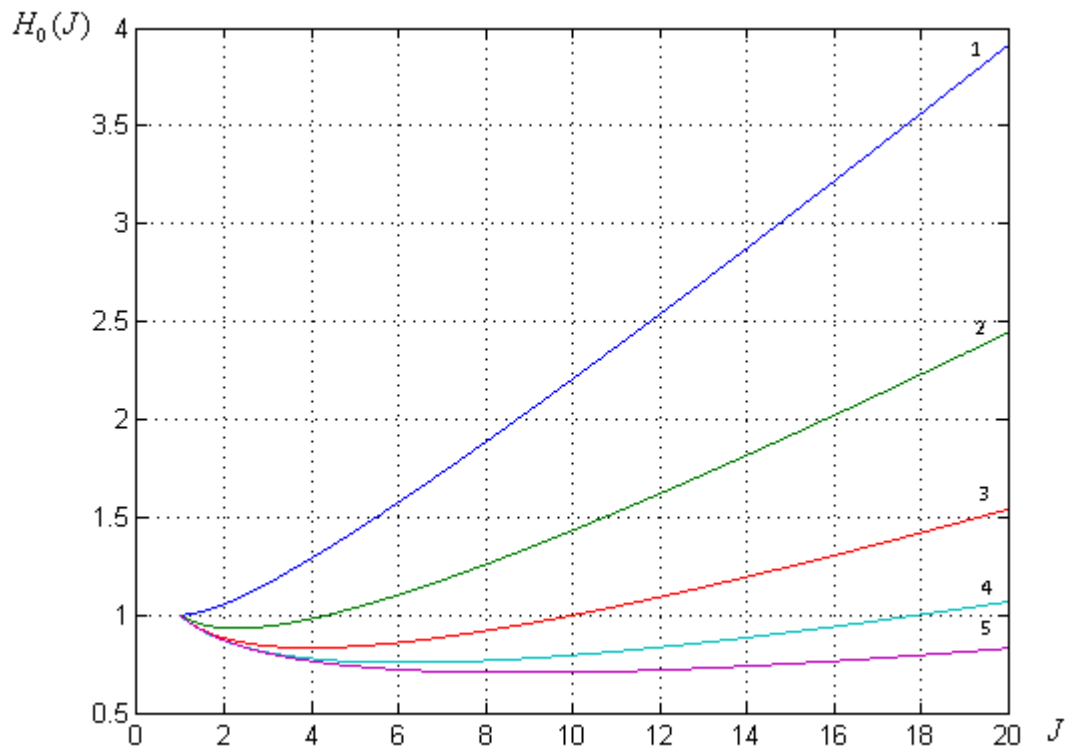


рис.7. Зависимость отношения  $H_0 = \hat{h}_0 / h_0$  от интенсивности волны при  $\gamma = 1,3$ .

Кривая 1 соответствует  $M=1$ , 2 –  $M=2$ , 3 –  $M=3$ , 4 –  $M=4$ , 5 –  $M=5$ .

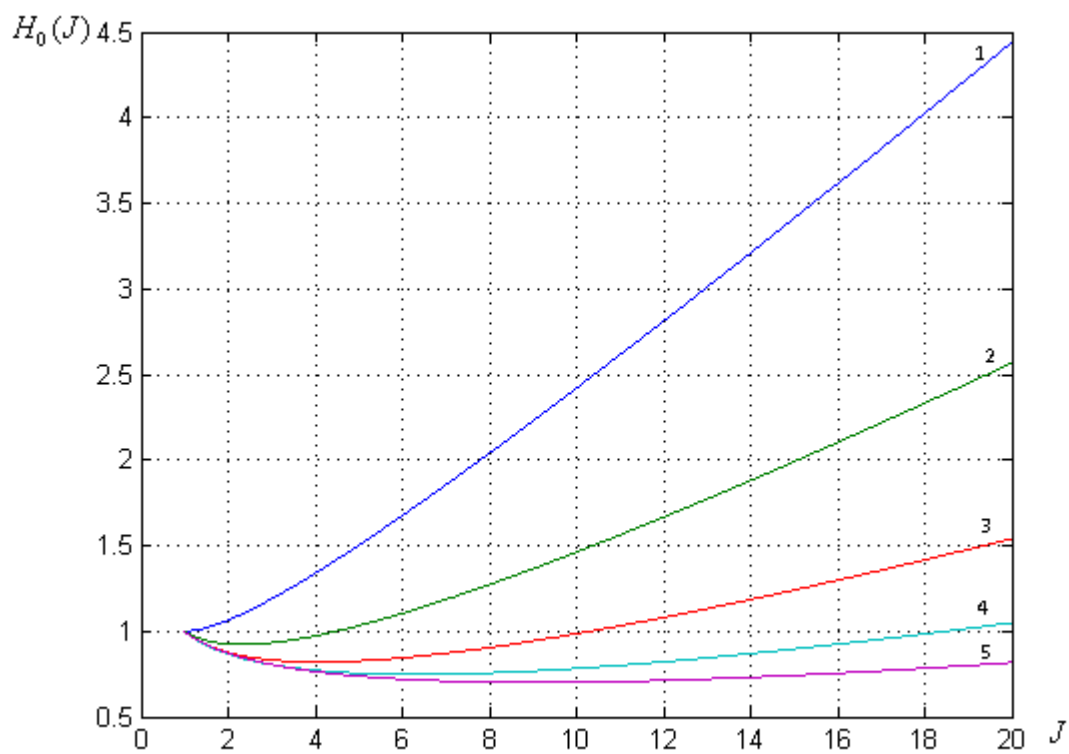


рис.8. Зависимость отношения  $H_0 = \hat{h}_0 / h_0$  от интенсивности волны при  $\gamma = 1,4$ .

Кривая 1 соответствует  $M=1$ , 2 –  $M=2$ , 3 –  $M=3$ , 4 –  $M=4$ , 5 –  $M=5$ .

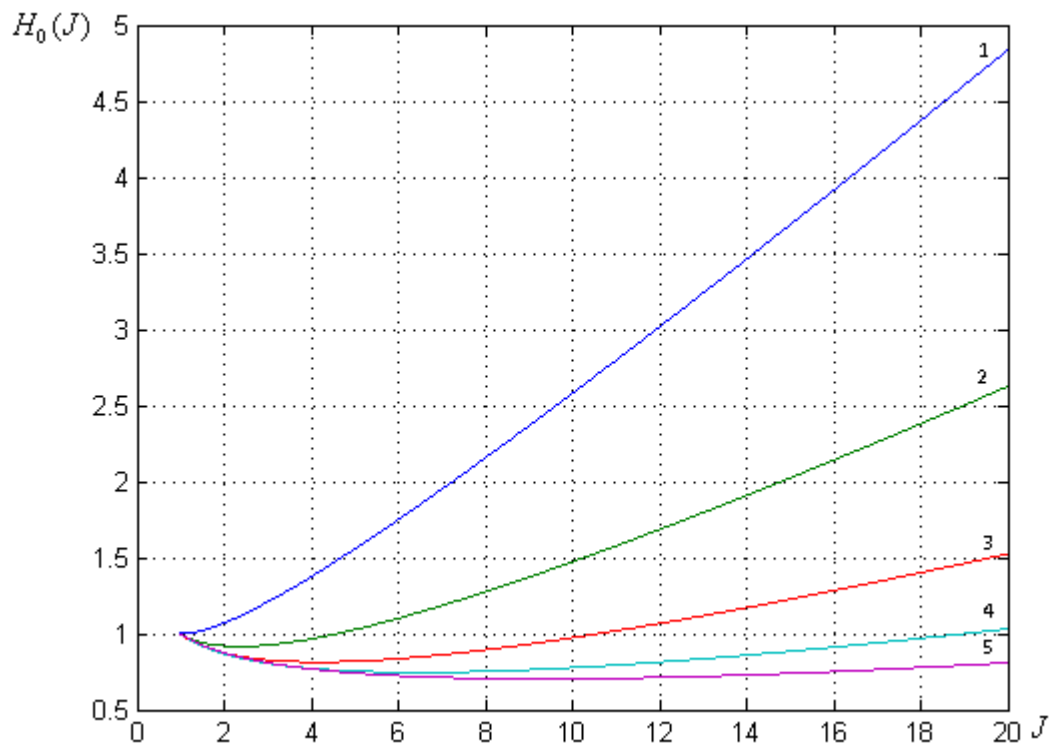


рис.9. Зависимость отношения  $H_0 = \hat{h}_0 / h_0$  от интенсивности волны при  $\gamma = 1,5$ .

Кривая 1 соответствует  $M=1$ , 2 –  $M=2$ , 3 –  $M=3$ , 4 –  $M=4$ , 5 –  $M=5$ .

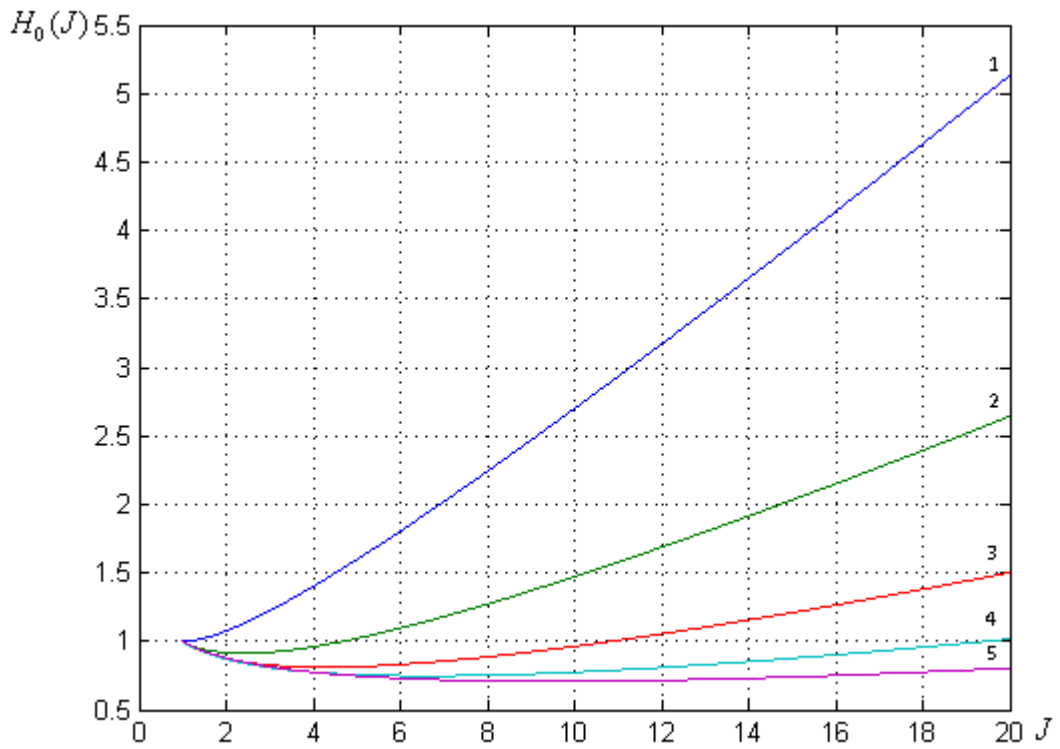


рис.10. Зависимость отношения  $H_0 = \hat{h}_0 / h_0$  от интенсивности волны при  $\gamma = 1, 6$ .

Кривая 1 соответствует  $M=1$ , 2 –  $M=2$ , 3 –  $M=3$ , 4 –  $M=4$ , 5 –  $M=5$ .

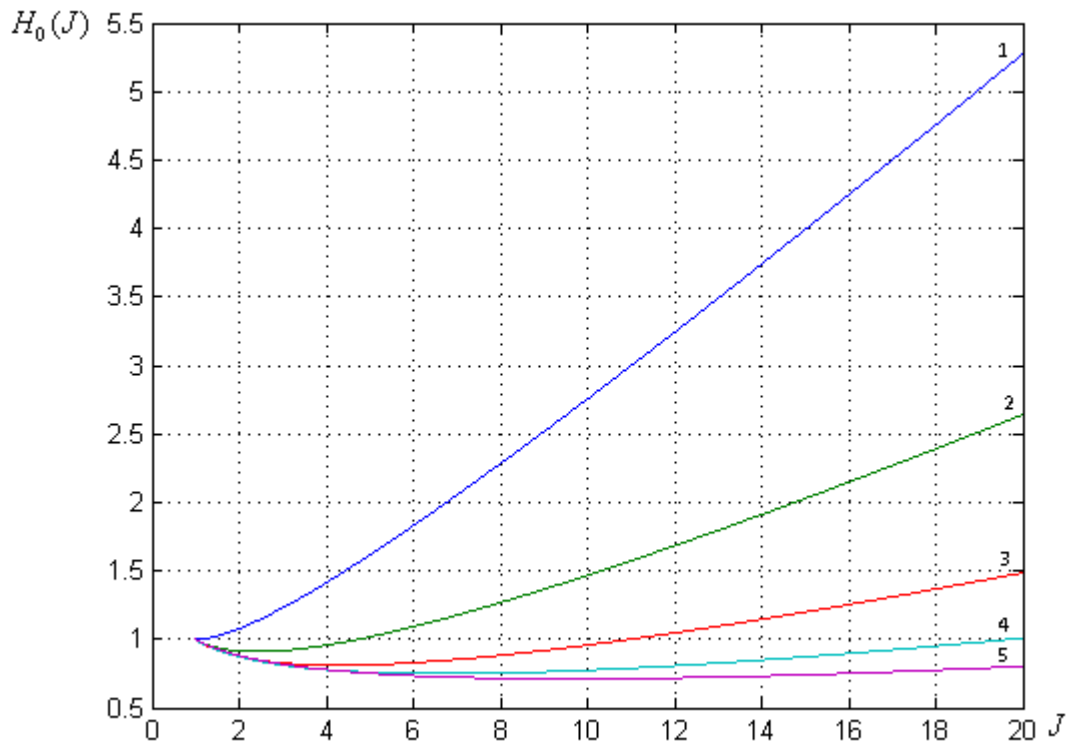


рис.11. Зависимость отношения  $H_0 = \hat{h}_0 / h_0$  от интенсивности волны при  $\gamma = 1, 66$ .

Кривая 1 соответствует  $M=1$ , 2 –  $M=2$ , 3 –  $M=3$ , 4 –  $M=4$ , 5 –  $M=5$ .

Следует отметить, что на каждом из *рисунков 5-11* кривые с номером 1 соответствуют пограничному случаю, когда волна перемещается в потоке, движущемся со скоростью звука. Эти кривые монотонно возрастают при увеличении  $J = \hat{p} / p$ .

Кривые 2-5 соответствуют перемещению ударных волн в сверхзвуковых потоках газа. Здесь можно наблюдать немонотонность зависимости  $H_0(J)$ .

Все кривые, приведенные на *рисунках 5-11* пересекаются в предельной точке  $J = \hat{p} / p = 1$ , где ударные волны отсутствуют. С увеличением интенсивности они возникают. При этом отношение  $H_0$ , характеризующее изменение полного теплосодержания, вначале убывает. Затем, начиная с некоторого значения  $J$ , отношение  $H_0$  монотонно возрастает. Минимум функции  $H_0(J)$  сдвигается вправо по оси абсцисс и становится менее выраженным с увеличением числа Маха.

Немонотонность поведения  $H_0(J)$ , по-видимому, можно объяснить следующим образом: при сравнительно малых значениях  $J = \hat{p} / p$  основной вклад в изменение теплосодержания вносит изменение члена  $(u - D)^2 / 2$ , который уменьшается в соответствии с теоремой Цемплена. Именно поэтому  $H_0(J)$  уменьшается. С увеличением значения  $J = \hat{p} / p$  возрастает вклад энтальпии в изменение полного теплосодержания. В какой-то момент возрастание энтальпии начинает превосходить убывание члена  $(u - D)^2 / 2$ , и величина  $H_0(J)$  становится возрастающей функцией.



Сравнивая между собой *рис.5-11*, соответствующие разным значениям адиабатического коэффициента  $\gamma$ , можем отметить следующее:

- 1) увеличение  $\gamma$  приводит к более интенсивному возрастанию отношения  $H_0(J)$  на звуковой линии 1. При этом увеличивается  $H_0'(J)$  и диапазон изменения этой функции;
- 2) при  $M > 1$  увеличение  $\gamma$  слабо влияет на поведение отношения  $H_0$ . Однако, величина  $H_0$  при тех же самых значениях интенсивности  $J$  и числа Маха  $M$  с ростом  $\gamma$  немного увеличивается, особенно при больших интенсивностях.

В разделе 1 говорилось о том, что возбуждение внутренних степеней свободы и химические реакции приводят к уменьшению коэффициента  $\gamma$ . Если в газе идут химические реакции, приводящие к диссоциации молекул и появлению свободных атомов, то коэффициент  $\gamma$  снова начинает возрастать и стремится к значению 1.6(6), соответствующему одноатомным газам.

Поэтому при повышении температуры в молекулярных газах с внутренними степенями свободы параметр  $\gamma$  понижается, что приводит к некоторому уменьшению отношения  $H_0$ .

При высоких температурах, когда степень диссоциации газа достаточно большая, параметр  $\gamma$  возрастает, что приводит к некоторому увеличению отношения  $H_0$ .

## Заключение

В настоящей работе проводилось исследование влияния физико-химических характеристик воздушной смеси на поведение одномерных бегущих волн. Состав и свойства воздушной смеси при различных температурах и давлении могут сильно отличаться.

В работе подробно рассмотрено изменение термодинамических свойств в высокотемпературном газе.

В сверхзвуковых потоках газов возникают области резкого изменения газодинамических параметров, которые моделируются поверхностями сильного разрыва. В работе приведена классификация поверхностей сильного разрыва. Выписан общий вид условий динамической совместности.

На их основе исследовано изменение параметров воздушной смеси за ударными волнами с разными скоростями перемещения.

Основное внимание уделяется изменению полного теплосодержания в газах с разным значением адиабатического коэффициента  $\gamma$ . В газе с физико-химическими процессами адиабатический коэффициент  $\gamma$  может сильно отличаться от значения 1.4, которое наблюдается в воздухе при нормальных температуре и давлении.

В монографии [7] был предложен метод исследования величины  $H_0 = \hat{h}_0 / h_0$  ( $\hat{h}_0$  и  $h_0$  - значения полного теплосодержания по обе стороны от фронта волны) в условиях, когда адиабатический коэффициент  $\gamma$  не изменяется при переходе через ударную волну.

При переходе воздушной смеси через ударную волну большой интенсивности может изменяться состав и свойства газа. В данной работе подробно рассматривается релаксационная структура ударной волны. В результате делается вывод о том, что метод, предложенный В.Н.Усковым

(см.[7]) всегда может быть использован для исследования величины  $H_0$  сразу за фронтом ударной волны (на границе зоны RT-релаксации).

В случае, когда числа Маха и интенсивность волн не очень велика, состав и адиабатический коэффициент  $\gamma$  сохраняются за ударной волной. При этом метод В.Н.Ускова может быть применен и для исследования  $H_0$  не только за фронтом волны, но и в состоянии нового термодинамического равновесия.

В настоящей работе подробно исследовано влияние величины  $\gamma$  на интенсивность бегущих ударных волн при разных скоростях их перемещения  $D$ . Было показано, что интенсивность ударной волны возрастает с увеличением  $\gamma$ . Величина интенсивности зависит от  $(u - D)^2$ , поэтому при наложении графиков друг на друга кривые, соответствующие одинаковым значениям модуля разности скоростей, полностью совпадают. Однако, в пределах  $0 \leq D \leq u$  интенсивность уменьшается с увеличением параметра  $D$ , а в пределах  $u \leq D \leq 2u$  - зеркальным образом увеличивается. Это связано с тем, что в случае, когда  $D < u$ , встречная волна лишь затормаживает поток, а при  $D > u$  поворачивает в противоположном направлении.

Далее в работе исследовано изменение полного теплосодержания  $H_0$  в потоке газа после пересечения им встречных волн разной интенсивности. Построены зависимости отношения  $H_0$  от интенсивности ударной волны  $J$  при разных значениях числа Маха и адиабатического коэффициента  $\gamma$ . Обнаружена немонотонность поведения функции  $H_0(J)$ . При сравнительно малых значениях интенсивности  $H_0(J)$  убывает, а затем, с увеличением  $J$ , начинает возрастать. Показано, что с увеличением числа Маха минимум функции  $H_0(J)$  сдвигается вправо по оси абсцисс и становится менее выраженным.

Исследования, проведенные в работе, могут найти применение во многих разделах высокоскоростной и высокотемпературной аэродинамики.

## Список литературы

1. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Часть II. М.: ГИФМЛ, 1963. 728с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973. 848с.
3. Седов Л.И. Механика сплошных сред. В 2-х томах. М.: Наука, 1976. Т.1 - 583с, Т2 – 727с.
4. Овсянников Л.В. Лекции по основам газовой динамики. М.: Наука, 1981. 368с.
5. Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука, 1988. 424с.
6. Лунев В.В. Течения реальных газов с большими скоростями. М.:Физматмет, 2007. 760с.
7. Усков В.Н. Бегущие одномерные волны. В 2-х книгах. СПб.: Изд-во БГТУ, 2013. Кн.1 – 232с. Кн.2 – 186с.
8. Рыдалевская М.А. Аэродинамические свойства течений газа с физико-химическими процессами // Сб.Аэродинамика / Под ред. Р.Н. Мирошина. СПб.: НИИ Химии СПбГУ, 2000. С.82-93.
9. Морозов А.А., Рыдалевская М.А. Равновесный состав и скорость звука реагирующих газовых смесей //Вестник СПбГУ. Сер.1. 2012. Вып.2. С.122-130.
10. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966. 686с.
11. Ступоченко Е.В., Лосев С.А., Осипов А.И. Релаксационные процессы в ударных волнах. М.: Наука, 1965. 484 с.
12. Нагнибеда Е.А., Кустова Е.В. Кинетическая теория процессов переноса и релаксации в потоках неравновесных реагирующих газов. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2003. 272с.
13. Рыдалевская М.А. Статистические и кинетические модели в физико-химической газодинамике. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2003. 248с.