

Санкт-Петербургский государственный университет
Кафедра Математической теории игр и статистических решений

Шмаргунова Елена Андреевна

Выпускная квалификационная работа бакалавра

**Прогнозирование экспорта и импорта по
странам**

Направление 010400

Прикладная математика и информатика

Научный руководитель,
кандидат физ.-мат. наук
ассистент
Панкратова Я. Б.

Санкт-Петербург
2016

Содержание

Введение	3
Постановка задачи	4
Обзор литературы	5
Глава 1. Выбор данных и предобработка	6
Выбор стран для анализа	6
Проверка гипотез о случайности временного ряда	8
Автокорреляционная функция (АКФ) и частная автокорреляци- онная функция (ЧАКФ)	12
Проверка на стационарность временного ряда	13
Глава 2. Построение прогноза	15
Модель Бокса-Дженкинса (ARIMA)	15
Экспоненциальное сглаживание	22
Глава 3. Оценка моделей	26
Выводы	28
Заключение	31
Список литературы	32
Приложение	33

Введение

В данной работе методы эконометрического анализа применяются с целью моделирования и прогнозирования объемов экспорта и импорта России по различным странам. Актуальность исследования следует из необходимости анализа тенденций внешнеэкономической деятельности России для задачи планирования внешней торговли.

Внешнеэкономические связи (ВЭС) предусматривают взаимодействие всех секторов и отраслей экономики, фаз процесса национального воспроизводства, в значительной мере обеспечивая его сбалансированность и эффективность, и в то же время представляют собой подсистему мирового хозяйства. Под ВЭС понимают различные направления, формы, методы и средства перемещения материальных, финансовых и интеллектуальных ресурсов между странами. ВЭС являются одной из наиболее сложных сфер экономики любой страны, обеспечивающей ее приобщение к мировой науке и технике, промышленности и культуре.

Практическое осуществление экономических связей хозяйствующими субъектами данного государства с другими странами характеризуется как внешнеэкономическая деятельность (ВЭД).

Главным направлением ВЭД является внешняя торговля. Она охватывает продажу товаров в другие страны и приобретение там нужных товаров. К внешней торговле относятся и оплачиваемые услуги в связи с совершением внешнеторговых сделок купли-продажи товаров. Экспорт — это продажа и вывоз товаров за границу для передачи их в собственность иностранному контрагенту. Импорт — закупка и ввоз иностранных товаров для последующей реализации на внутреннем рынке страны-импортера. Прогнозирование внешней торговли основывается на анализе отчетных статистических данных о предшествующем состоянии исследуемого объекта.

Постановка задачи

Целью данной работы является описание, моделирование и выявление тенденций временных рядов объемов экспорта и импорта России по различным странам, а также построение прогноза на год (4 квартала). Также одной из задач работы является рассмотрение концепций применения методов прогнозирования одновременно с вопросами их практической реализации в современных программных средствах. В первой главе данной работы описывается проблема выбора стран для анализа. Рассматриваются различные критерии проверки временных рядов на случайность и стационарность, также описан процесс построения автокорреляционной функции и частной автокорреляционной функции. Во второй главе работы приведена классификация моделей, алгоритмы и технологии их построения, критерии выбора наиболее подходящей модели. Также непосредственно проводится исследование полученных временных рядов. Строится несколько моделей для каждого ряда, из которых выбираются наиболее адекватные и значимые. На основе выбранных моделей строится итоговый прогноз на год по каждому ряду. Описываются тенденции и характер рядов и полученный прогноз. Для нахождения параметров, оценок моделей, проведения тестов на качество и значимость, а также для прогнозирования использовались пакеты R и Excel.

С учётом актуальности проблемы изучения внешнеэкономической деятельности России сформулированы следующие задачи:

1. Выявить страны–лидеры по внешнеэкономической торговле с Российской Федерацией, используя полученные данные;
2. Построить временные ряды для данных стран по обороту импорта и экспорта;
3. Проверить качество и адекватность построенной модели;
4. Построить прогноз экспорта и импорта на 4 квартала.

Рассмотрение проблемы выбора и анализа данных и решение задачи прогнозирования приведено в разных главах.

Обзор литературы

Внешнеэкономическая деятельность России является важной характеристикой качества жизни в любой стране. Этой сфере посвящено большое количество учебных пособий и журналов. Для понимания вопроса был прочитан соответствующий раздел в работе под редакцией Булатова А. С. [3, Глава 34] о развитии экономики нашей страны. В данной работе приведены основные определения и понятия в области мировой торговли.

На сайте Федеральной таможенной службы России [14] приведена вся необходимая информация для исследования по внешней торговле России, а также статистические данные, которые находятся в открытом доступе.

Одним из этапов работы была проверка временных рядов на случайность. Для этого были выбраны различные критерии. Их описание взято из учебного пособия Айвазяна С. А., Енюкова И. С., Мешалкина Л. Д [1].

Вопрос об исследовании временных рядов изучен во следующих учебниках, статьях и методических пособиях [9–11] и [2, 5]. В них представлены методы построения различных моделей, способы задания параметров. Заключительная часть работы состоит в построении прогнозирования временных рядов несколькими методами. Адаптивные методы подробно описаны в работе Лукашин Ю. П. [5]. В книге Бокса Дж., Дженкинса Г. [2] рассматриваются наглядные примеры исследования нестационарных временных рядов.

Для решения одной из поставленных задач, определения качества построенной модели, в работе применяются различные тесты. В учебнике Магнуса Я. Р., Катышева П. К. [6] содержится необходимая теоретическая информация о них.

В процессе реализации описанных методов была использована программная среда R. Функции, использованные для анализа, описаны в учебном пособии Шипунов А. Б., Балдин Е. М., Волкова П. А. и др. [8]. Также это пособие использовалось для изучения функций для проверки качества построенной модели.

Так как вычисления проводились не только в среде программирования R, а также в пакете Microsoft Office Excel, то для грамотного выполнения работы использовалось пособие Гавриленко В. В., Парохненко Л. М. [4].

Глава 1. Выбор данных и предобработка

Выбор стран для анализа

Для получения практически значимой информации решено выбрать тройку стран–лидеров в сотрудничестве с Россией. Построена диаграмма распределения оборотов экспорта (Рис.1). Страны, имеющие долю в экспорте с Россией меньше 3% на диаграмме отмечены как ПРОЧИЕ.

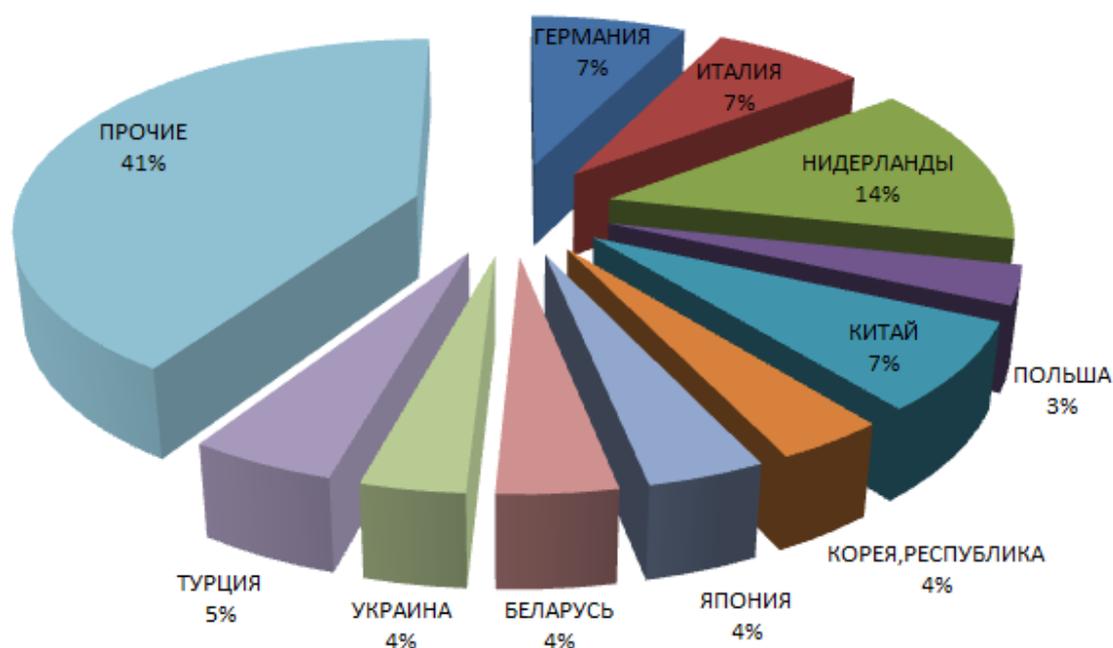


Рис. 1: Распределение оборотов экспорта

Для дальнейшего изучения и анализа выбраны следующие страны:

- Нидерланды;
- Китай;
- Германия.

Аналогично построим диаграмму распределения импорта по странам (Рис. 2). Страны, имеющие долю в экспорте с Россией меньше 2.5% на диаграмме отмечены как ПРОЧИЕ.

Для дальнейшего изучения и анализа выбраны следующие страны:

- Китай;
- Германия;

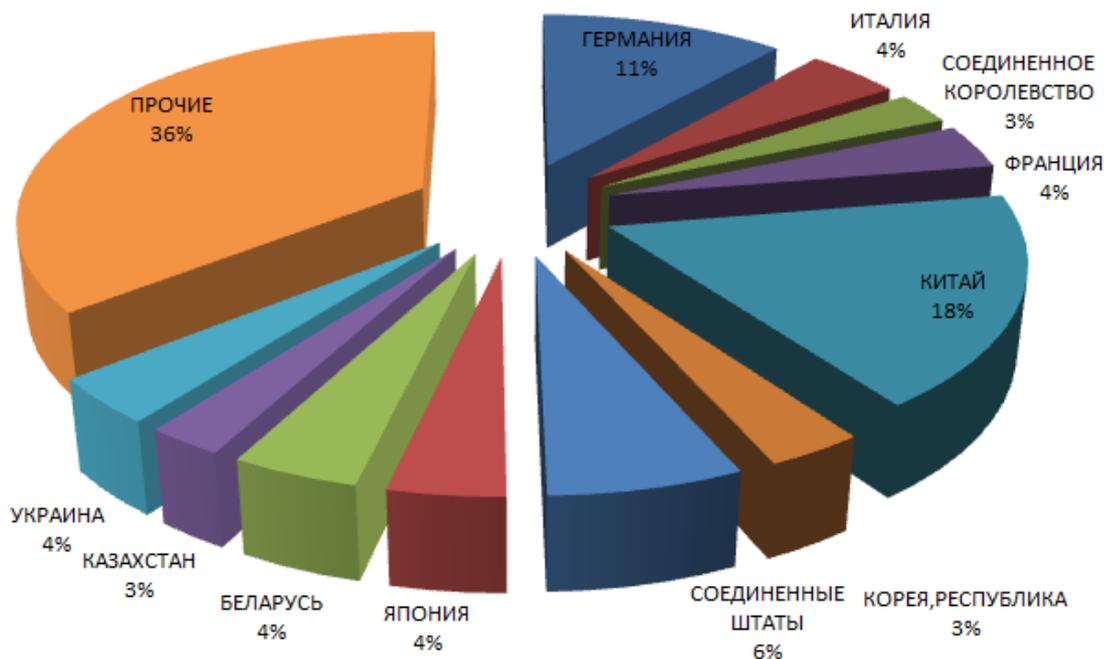


Рис. 2: Распределение оборотов импорта

- США.

Далее выбраны поквартальные данные с сайта Федеральной таможенной службы РФ [14] по обороту экспорта и импорта по этим странам (в миллионах долларов США) с 1-го квартала 2005 года до 4-го квартала 2014 года (Приложение 1) и построены соответствующие временные ряды, графики которых представлены ниже.

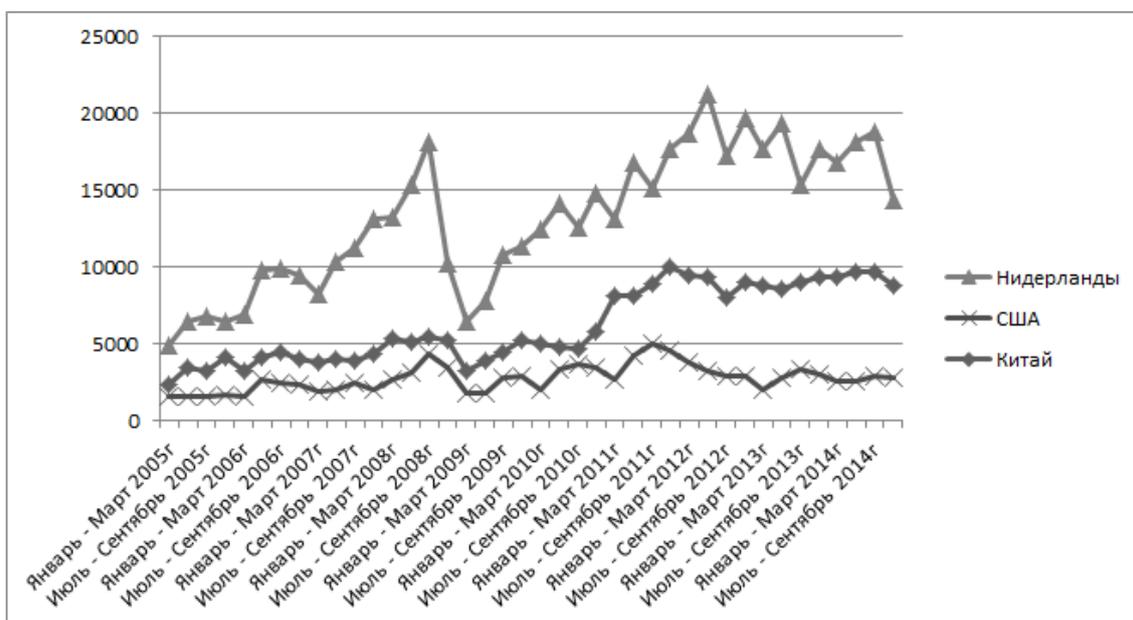


Рис. 3: Графики временных рядов оборотов экспорта

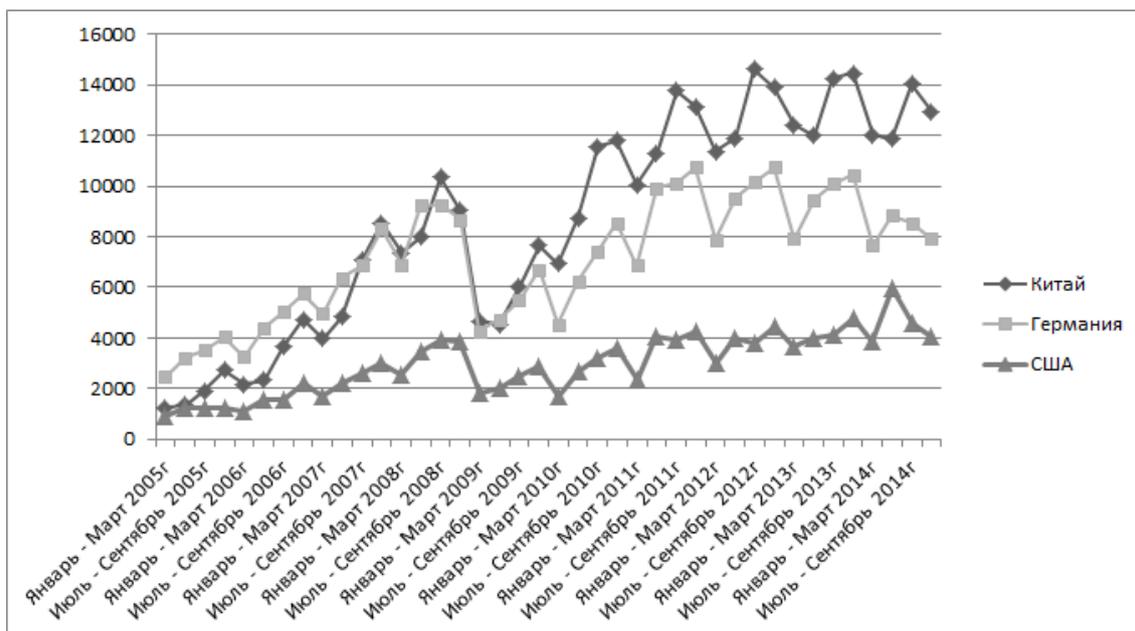


Рис. 4: Графики временных рядов оборотов импорта

Проверка гипотез о случайности временного ряда

Основные подходы к решению этой задачи основаны на статистической проверке гипотез. Критерии выявления компонент ряда основаны на проверке гипотезы о случайности ряда. Выберем 3 критерия в качестве проверки:

- критерий серий, основанный на медиане;
- "восходящих" и "нисходящих" серий;
- критерий "пиков" и "ям".

В качестве примера подробно рассмотрим их для ряда по оборотам экспорта в Нидерланды. Результаты по остальным рядам приведены ниже в виде таблиц. Реализация данных критериев на языке R приведена в Приложении 2.

I. Критерий серий, основанный на медиане

Построим вариационный ряд $(y_{(1)} > y_{(2)} > \dots > y_{(n)})$, соответствующий данному временному и найдём медиану. Так как количество элементов ряда $n = 40$ (чётно), медиану вычислим по формуле:

$$\tilde{y}_{med} = \frac{1}{2}(y_{\frac{n}{2}} + y_{\frac{n}{2}+1}),$$

$$\tilde{y}_{med} = 13195.5615.$$

Сравнивая значения исходного ряда $y_t, t = \overline{1, n}$ с медианой \tilde{y}_{med} , составим последовательность δ_t по формуле:

$$\delta_t = \begin{cases} +, & \text{если } y_t > \tilde{y}_{med}; \\ 0, & \text{если } y_t = \tilde{y}_{med}; \\ -, & \text{если } y_t < \tilde{y}_{med}, \quad t = \overline{1, n}. \end{cases}$$

Далее в этой последовательности нули в рассмотрении не участвуют. Определим 2 параметра: $\nu(n)$ -количество серий и $\tau(n)$ -длину наибольшей серии:

$$\nu(n) = 8,$$

$$\tau(n) = 15.$$

Гипотеза о случайности отвергается для приблизительно 5% уровня значимости, если хотя бы одно из следующих неравенств отклоняется:

$$\begin{cases} \nu_1(n) > [\frac{1}{2}(n + 1 - 1.96\sqrt{n - 1})], \\ \tau_1(n) < [3.3 \lg(n + 1)], \end{cases} \quad \text{где } n\text{-количество элементов ряда.}$$

Квадратные скобки означают целую часть числа. Для $n = 40$ данная система неравенств приобретает следующий вид:

$$\begin{cases} \nu_1(n) > 14, \\ \tau_1(n) < 5. \end{cases}$$

Так как оба неравенства не выполняются, гипотеза о случайности (об отсутствии тренда) временного ряда отвергается.

Приведём результаты остальных рядов в виде следующей таблицы.

Ряд	$\nu(n)$	$\tau(n)$
Экспорт		
Китай	5	17
США	7	12
Импорт		
Китай	3	18
Германия	7	15
США	5	15

Таблица 1: Значения ν и τ

Во всех случаях неравенства не выполняются, поэтому гипотезу об

отсутствии тренда отвергаем.

II. Критерий "восходящих" и "нисходящих" серий

Для исходного ряда y_1, y_2, \dots, y_n построим соответствующую ему последовательность $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{n-1}$ по следующему правилу:

$$\delta_t = \begin{cases} +, & \text{если } y_{t+1} - y_t > 0; \\ 0, & \text{если } y_{t+1} - y_t = 0; \\ -, & \text{если } y_{t+1} - y_t < 0, \quad t = \overline{1, n}. \end{cases}$$

Аналогично предыдущему критерию найдем количество серий ($\nu(n)$) и длину наибольшей серии ($\tau(n)$), при этом не рассматриваем в анализе последовательности нули.

$$\nu_2(n) = 20,$$

$$\tau_2(n) = 5.$$

Если нарушается хотя бы одно из следующих неравенств, то гипотеза о случайности отвергается для приблизительно 5% уровня значимости:

$$\begin{cases} \nu(n) > [\frac{1}{3}(2n - 1) - 1.96\sqrt{\frac{16n - 29}{90}}], \\ \tau(n) < \tau_0, \quad \text{где } n\text{-количество элементов ряда, а.} \end{cases}$$

$$\tau_0 = \begin{cases} 5, & \text{если } n \geq 26; \\ 6, & \text{если } 26 < n \leq 153; \\ 7, & \text{если } 153 < n \leq 1170. \end{cases}$$

Для $n = 40$ данная система неравенств приобретает следующий вид:

$$\begin{cases} \nu_2(n) > 21, \\ \tau_2(n) < 6. \end{cases}$$

Очевидно, что первое неравенство системы не выполняется, поэтому гипотезу о случайности временного ряда отвергается.

Приведём значения $\nu(n)$ и $\tau(n)$ для остальных рядов ниже (Таблица 2).

Так как первое неравенство системы не выполняется для полученных значений каждого ряда, гипотеза о случайности (об отсутствии тренда)

Ряд	$\nu(n)$	$\tau(n)$
Экспорт		
Китай	15	4
США	14	5
Импорт		
Китай	14	3
Германия	14	3
США	17	3

Таблица 2: Значения ν и τ

временного ряда отвергается.

III. Критерий "пиков" и "ям"

Нужно определить уровень ряда:

- уровень временного ряда является максимальным, если

$$\begin{cases} 1, & \text{при } y_{t-1} < y_t > y_{t+1}; \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

- уровень временного ряда является минимальным, если

$$\begin{cases} 1, & \text{при } y_{t-1} > y_t < y_{t+1}; \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

y_t — называется точкой поворота в ряду.

В случайном ряду математическое ожидание (\bar{p}) и дисперсия (σ_p^2) числа точек поворота вычисляются по формулам:

$$\bar{p} = \frac{2}{3}(N - 2);$$

$$\sigma_p^2 = \frac{16N - 29}{90}.$$

Критерием случайности с вероятностью 95% является неравенство:

$$p > \left[\frac{2}{3}(N - 2) - 1.96 \sqrt{\frac{16N - 29}{90}} \right]$$

Для $n = 40$ данное неравенство приобретает следующий вид:

$$p > 20.$$

Значения p приведены в Таблице 3.

Ряд	p
Экспорт	
Нидерланды	15
Китай	13
США	13
Импорт	
Китай	14
Германия	14
США	16

Таблица 3: Значения p

Во всех случаях значение p не превосходит 20, таким образом, отвергается гипотеза о случайности ряда.

Автокорреляционная функция (АКФ) и частная автокорреляционная функция (ЧАКФ)

Первым этапом исследования структуры временного ряда является построение автокорреляционной и частной автокорреляционной функции.

Пусть даны последовательности $y(t_1), y(t_2), \dots, y(t_n)$ и $y(t_{1+k}), y(t_{2+k}), \dots, y(t_{n-k})$, которые сдвинуты относительно друг друга на k моментов времени или, по-другому, с лагом k . Тогда можно определить уровень статистической зависимости между ними, вычислив оценку коэффициента автокорреляции $r(k)$ и построив корреллограмму. Оценка коэффициента автокорреляции вычисляется по следующей формуле:

$$r(k) = \frac{(n-k) \sum_{i=1}^{n-1} y_i y_{i+k} - \left(\sum_{i=1}^{n-1} y_i \right) \left(\sum_{i=1}^{n-1} y_{i+k} \right)}{\sqrt{(n-k) \left(\sum_{i=1}^{n-1} y_i \right)^2} \sqrt{(n-k) \left(\sum_{i=1}^{n-1} y_{i+k} \right)^2}}.$$

Последовательность коэффициентов корреляции $r(k)$, где $k = 1, 2, \dots, n$, как функция интервала k между наблюдениями называется автокорреляционной функцией (АКФ).

Частной автокорреляцией называется автокорреляция, существующая между разделенными временем τ членами ряда $y(t)$ и $y(t + \tau)$ при устранении влияния на эту взаимосвязь всех промежуточных значений ряда. Величина τ называется порядком частной автокорреляции. Формула для

вычисления частной автокорреляции второго порядка:

$$r_{\text{частн}}(2) = \frac{r(2) - r^2(1)}{1 - r^2(1)}.$$

Частные автокорреляции более высоких порядков могут быть подсчитаны аналогичным образом с использованием формулы:

$$r_{\text{частн}} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & r(1) & \vdots & r(1) \\ r(1) & 1 & \vdots & r(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r(m-1) & r(m-2) & \vdots & r(m) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r(1) & \vdots & r(m-1) \\ r(1) & 1 & \vdots & r(m-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r(m-1) & r(m-2) & \vdots & 1 \end{vmatrix}}.$$

Для стационарных рядов характерно "быстрое убывание" кореллограммы и графика частной автокорреляционной функции с ростом k после нескольких первых значений. Так как графики построенных рядов (Приложение 3) убывают медленно, то есть основания предположить нестационарность ряда. Проверим данное предположение с помощью теста Дики-Фуллера [6, Глава 11].

Проверка на стационарность временного ряда

Для того, чтобы определить являются ли ряды стационарными или нет, используем расширенный тест Дики-Фуллера (Dickey–Fuller test или DF-тест). Подробное описание алгоритма и критические значения указаны в учебнике Яна Р. Магнуса [6, Глава 11]. Этот тест используют для проверки наличия единичных корней в полиномах оператора сдвига. При помощи этого теста проверяют значение коэффициента a в авторегрессионном уравнении первого порядка AR(1) (подробно об этом процессе в Главе 2): $y_t = a \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t$ Для стационарности процесса необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического уравнения лежали бы внутри единичного круга, т.е. не превосходили бы по модулю единицу.

В тесте выдвигается гипотеза

$$H_0 : a = 1$$

против альтернативной

$$H_1 : a < 1$$

при 5% уровне значимости.

Для этого в программе R используем функцию `adf.test` из пакета `tseries`. Результаты данного теста для каждого ряда в таблице:

	<i>t - statistic</i>	<i>p - value</i>
Экспорт		
Нидерланды	-2.0559	0.5515
США	-1.8606	0.6282
Китай	-1.2725	0.8671
Импорт		
Китай	-1.9867	0.5787
Германия	-1.208	0.8843
США	-1.8871	0.6178

Таблица 4: Значения статистики Дики – Фуллера

Все ряды можно считать нестационарными (гипотеза о наличии единичного корня не опровергнута), так как *p-value* превышает уровень значимости 0.05, а значения статистика Дики – Фуллера не превышает критического.

Переходим к следующему этапу исследования – построение моделей прогнозирования.

Глава 2. Построение прогноза

Модель Бокса-Дженкинса (ARIMA)

Первым методом построения модели временного ряда является модель Бокса-Дженкинса (Box-Jenkins approach). Часто эту модель называют моделью авторегрессии – проинтегрированного скользящего среднего (АРПСС) или в англоязычном варианте Autoregressive Integrated Moving Average mode (ARIMA) [2, Глава 4].

Процедуры оценки параметров и прогнозирования, предполагают, что математическая модель процесса известна. В реальных данных часто нет отчетливо выраженных регулярных составляющих. Отдельные наблюдения содержат значительную ошибку, что мешает не только выделить регулярные компоненты, но также построить прогноз. Методология ARIMA, разработанная Боксом и Дженкинсом, позволяет это сделать. Данный метод чрезвычайно популярен во многих приложениях, и практика подтвердила его мощь и гибкость.

В модели рассматривают 2 основных процесса:

1. Процесс авторегрессии (AR):

Если временной ряд содержит элементы, которые последовательно зависят друг от друга, то эту зависимость можно представить в следующем виде:

$$y_t = \nu + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + a_3 y_{t-3} + \dots + \varepsilon_t,$$

где: ν – константа (свободный член), а $a_1, a_2, a_3 \dots$ – параметры авторегрессии.

Видно, что каждый элемент ряда является суммой случайной компоненты и линейной комбинации предыдущих наблюдений.

2. Процесс скользящего среднего (MA):

В отличие от предыдущего процесса, в процессе скользящего среднего на каждое наблюдение оказывается суммарное воздействие предыдущих ошибок. Такой процесс имеет следующий вид:

$$y_t = \mu + e_t - b_1 \varepsilon_{t-1} - b_2 \varepsilon_{t-2} - b_3 \varepsilon_{t-3} - \dots,$$

где: μ — константа, $b_1, b_2, b_3 \dots$ — параметры скользящего среднего. Значит текущее наблюдение ряда является суммой случайной компоненты в этот момент и линейной комбинации случайных воздействий в предыдущие моменты времени.

В эконометрических исследованиях чаще всего используют модели $ARIMA(p, d, q)$, значения параметров которой принимают значения не больше числа 2. При этом параметры p и q определяют порядок авторегрессионной составляющей и порядок скользящего среднего (для этого рассматривают модели $ARMA(p, q)$ —модели авторегрессии со скользящими средними) соответственно, а параметр d —порядок разности (дискретной производной).

Общий вид $ARIMA$ модели имеет вид:

$$\Delta^d y_t = c + \sum_{i=1}^p a_i \Delta^d y_{t-i} + \sum_{j=1}^q b_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t,$$

где ε_t — стационарный временной ряд, c, a_i, b_j — параметры модели, а Δ^d — оператор разности.

Для преобразования ряда к стационарному используют сдвиг ряда с фиксированным лагом. Чаще всего используют сдвиг с лагом равным 1 или 2. В этом случае ряд преобразуется следующим образом: $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ для всех значений $t = \overline{1, n}$ для первой разности и $\Delta^2 y_t = \Delta y_t - \Delta y_{t-1}$ для второй. Этот порядок и определяет коэффициент d .

Для того, чтобы определить сколько параметров выбрать для каждого ряда, будем использовать графики АКФ и ЧАКФ (Приложение 3) и их свойства, представленные в следующей таблице.

Функция	ARMA(1, 0)	ARMA(2, 0)	ARMA(0, 1)	ARMA (0, 2)	ARMA (1, 1)
АКФ	Экспоненциально затухает	Экспоненциально затухает или имеет форму синусоидальной волны	Пик на лаге 1	Пики на лагах 1 и 2	Экспоненциально затухает от значения $r(1)$
ЧАКФ	Пик на лаге 1	Пики на лагах 1 и 2	Экспоненциально затухает	Экспоненциально затухает или имеет форму синусоидальной волны	Экспоненциально затухает от значения $r_p(1)$

Таблица 5: Свойства АКФ и ЧАКФ

Каждый временной ряд рассмотрен отдельно, так как все они не являются стационарными (по тесту Дики — Фуллера), то первым шагом явля-

ется построение последовательных разностей первого порядка и аналогичная проверка на стационарность. Если полученный ряд также не стационарен, то процесс продолжается. Далее построены графики АКФ и ЧАКФ для последовательных разностей, после которых установлена стационарность ряда. Пунктирной линией на графиках обозначена граница "белого шума" (случайная последовательность значений с математическим ожиданием равным нулю). Исходя из них, выбраны наиболее подходящими параметры p , d и q . Использована функция *arima* в пакете *tseries* с различными параметрами.

Для получения достоверного результата сравним качество модели с другими возможными по информационному критерию Акаике (Akaike information criterion–AIC) [7]:

$$AIC = 2\frac{p+q}{n} + \ln \left(\frac{\sum_{t=1}^n y_t^2}{n} \right).$$

Данное значение рассчитывается автоматически при построении модели в *R*. Смысл данного критерия заключается в том, что, если существует несколько адекватных моделей для построения прогноза, лучше выбрать ту, в которой содержится меньше параметров (принцип "экономии мышления").

Ряды по экспорту

1. Нидерланды:

Так как ряд не является стационарным, то применим к нему процедуру последовательных разностей и проведём тест Дики–Фуллера. Полученный ряд стационарный (p-value = 0.04462).

model	AIC
ARIMA(1, 1, 0)	722.1721
ARIMA(1, 1, 1)	723.5065
ARIMA(0, 1, 1)	722.0814
ARIMA(0, 1, 0)	721.9906

Таблица 6: Значение коэффициента AIC (Нидерланды)

В таблице сравнения (Таблица 6) видно, что наименьшее значение коэффициент AIC принимает в модели ARIMA(0, 1, 0). Данная модель является случайным блужданием (простейшей моделью стохастическо-

го тренда). Выберем её для построения прогноза.

$$\Delta y_t = \varepsilon_t.$$

Год	1 квартал	2 квартал	3 квартал	4 квартал
2015	16830	17853	18638	19299

Таблица 7: Прогноз построенной модели

2. Китай:

После вычисления второй разности значение теста Дики – Фуллера даёт основания о принятии гипотезы стационарности ряда (p-value < 0.01).

ARIMA(1, 2, 0)	632.2458
ARIMA(1, 2, 1)	622.5750
ARIMA(0, 2, 1)	620.6273
ARIMA(0, 2, 0)	641.9093

Таблица 8: Значение коэффициента AIC (Китай)

Из таблицы 8 видно, что модель с наименьшим значением AIC – ARIMA(0, 2, 1):

$$\Delta^2 y_t = c + b_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t,$$

$$b_1 = -0.9346,$$

$$c = 6174.30315.$$

Прогноз построенной модели

Год	1 квартал	2 квартал	3 квартал	4 квартал
2015	9749	10252	10687	11086

Таблица 9: Прогноз построенной модели

3. США:

Применим аналогичные действия к уже другому ряду. После применения последовательной разности 1 порядка также видно, что новый ряд представляет собой стационарный процесс. Сравнивая коэффициенты критерия AIC (Таблица 10), получаем, что лучшая модель ARIMA(0, 1,

ARIMA(1, 1, 0)	624.2185
ARIMA(1, 1, 1)	625.3417
ARIMA(0, 1, 1)	624.1674
ARIMA(0, 1, 0)	622.2300

Таблица 10: Значение коэффициента AIC (США)

0)(аналогично первому случаю (Нидерланды)–случайное блуждание)

$$\Delta y_t = \varepsilon_t.$$

Прогноз построенной модели

Год	1 квартал	2 квартал	3 квартал	4 квартал
2015	3448	3732	3951	4135

Таблица 11: Прогноз построенной модели

Ряды по импорту

1. Китай:

Построим графики АКФ и ЧАКФ для первых разностей и проверим данный ряд на стационарность методом Дики-Фуллера. Значение p – $value = 0.5537$, что превышает допустимый уровень значимости. Таким образом, нужно построить ещё одну разность $\Delta^2 y_t = \Delta y_t - \Delta y_{t-1}$ и также проверим его на стационарность. Ряд, к которому дважды применили последовательную разность, является стационарным (т.к. p – $value = 0.03555$). Рассмотрены несколько моделей ARIMA, в котором параметр d равен 2 (Таблица 12).

ARIMA(1, 2, 0)	695.2857
ARIMA(1, 2, 1)	677.5065
ARIMA(0, 2, 1)	675.8104
ARIMA(0, 2, 0)	693.5984

Таблица 12: Значение коэффициента AIC (Китай)

Выберем для построения прогноза модель с наименьшим значением AIC (ARIMA(0, 2, 1)). Значения приведены в Таблице 12. Она имеет следующий вид:

$$\Delta^2 y_t = c + b_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t,$$

$$b_1 = -1,$$

$$c = 8632.3.$$

Год	1 квартал	2 квартал	3 квартал	4 квартал
2015	14849	15844	16697	17478

Таблица 13: Прогноз построенной модели

2. Германия:

После построения разностей первого и второго порядка значение p -value превышало допустимый уровень 0.05% (после взятия первой разности p -value = 0.7461, после второй p -value = 0.2411). Таким образом, для того чтобы преобразовать данный ряд в стационарный, нужно посчитать 3 последовательные разности, так как только на третьем шаге тест Дики-Фуллера дает положительный результат о стационарности (p -value < 0.01).

ARIMA(1, 3, 0)	699.8567
ARIMA(1, 3, 1)	678.6608
ARIMA(0, 3, 1)	692.8274
ARIMA(0, 3, 0)	730.5364

Таблица 14: Значение коэффициента AIC (Германия)

Модель с наименьшим значением AIC (ARIMA(1, 3, 1)) имеет вид:

$$\Delta^3 y_t = c + a_1 \Delta^3 y_{t-1} + b_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t,$$

$$a_1 = -0.5891891,$$

$$b_1 = -0.9999177,$$

$$c = 7178.6824.$$

Прогноз данной модели:

Год	1 квартал	2 квартал	3 квартал	4 квартал
2015	9453	10346	11959	13689

Таблица 15: Прогноз построенной модели

3. США:

Данный ряд будет преобразован в стационарный после вычисления 2-х последовательных разностей (тест Дики-Фуллера: p -value = 0.01718).

ARIMA(1, 2, 0)	638.2392
ARIMA(1, 2, 1)	620.2032
ARIMA(0, 2, 1)	626.2533
ARIMA(0, 2, 0)	661.0110

Таблица 16: Значение коэффициента AIC (США)

Модель с наименьшим значением AIC (ARIMA(1, 2, 1)) имеет вид:

$$\Delta^2 y_t = c + a_1 \Delta^2 y_{t-1} + b_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$a_t = -0.43701,$$

$$b_t = -1.00,$$

$$c = 2986.3819.$$

Прогноз данной модели:

Год	1 квартал	2 квартал	3 квартал	4 квартал
2015	5155	5250	5565	5761

Таблица 17: Прогноз построенной модели

Средняя ошибка прогноза

Одним из проверки критерия качества построенной модели является средняя ошибка прогноза, которая вычисляется по формуле:

$$\varepsilon^* = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|y_t - \hat{y}_t^*|}{y_t} \cdot 100\%.$$

Вычислим данную ошибку для ARIMA моделей, построенных выше. Полученный результат занесём таблицу.

Временной ряд	ε^*
Экспорт	
Нидерланды	6.95%
США	9.23%
Китай	8.12%
Импорт	
Китай	7.71%
Германия	6.93%
США	7.38%

Таблица 18: Средняя ошибка прогноза (ARIMA модели) ε^*

Так как все значения не превышают 10% можно сделать вывод, что модели достаточно хорошо аппроксимируют исследуемые данные.

Экспоненциальное сглаживание

В качестве альтернативного варианта построения прогноза рассмотрены адаптивные методы прогнозирования, в частности, различные типы экспоненциального сглаживания.

I. Простое экспоненциальное сглаживание (Модель Брауна)

Особенность метода экспоненциального сглаживания состоит в том, что во время выравнивания каждого наблюдения используются только значения предыдущих значений, взятых с определенным коэффициентом. Относительный вес каждого наблюдения уменьшается по экспоненте по мере его удаления от момента, для которого определяется сглаженное значение.

Общая формула расчета экспоненциальной средней имеет вид:

$$S_t(y) = \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha) \cdot S_{t-1}(y), \alpha \in (0; 1).$$

Теоретический анализ проблемы выбора постоянной сглаживания при применении простейшей экспоненциальной модели для прогнозирования стационарного процесса с автокорреляционной функцией вида $r_k = r_1^k$. где r_1 — коэффициент автокорреляции при лаге 1, k — лаг, проведен Д. Р. Коксом [13] и Дж. Д. Кохеном [12]. Они показали, что минимум среднего квадрата ошибки при прогнозировании такого ряда на 1 шаг вперед будет при

$$\alpha_{opt} = \begin{cases} \frac{3r_1 - 1}{2r_1}, & \text{если } \frac{1}{3} < r_1 \leq 1; \\ 0, & \text{если } -1 \leq r_1 \leq \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Вычислим значение α_{opt} для каждого ряда, взяв значение автокорреляции при лаге 1.

<i>TS</i>	α_{opt}
Ned_exp	0.875
USA_exp	0.728
China_exp	0.955
China_imp	0.924
Ger_imp	0.812
USA_imp	0.802

Таблица 19: α_{opt}

В качестве начальных данных (y_0) первое значение временного ряда (y_1), построим модель, которая наиболее точно описывает данные и вычислим среднюю ошибку прогноза по формуле:

$$\varepsilon^* = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|y_t - \hat{y}_t^*|}{y_t} \cdot 100\%.$$

Временной ряд	ε^*
Экспорт	
Нидерланды	15.3%
США	19.15%
Китай	10.79%
Импорт	
Китай	17.08%
Германия	17.97%
США	20.82%

Таблица 20: Средняя ошибка прогноза ε^*

Значение ошибки, которое лежит в промежутке $10 \leq \varepsilon^* \leq 20$, можно оценить как недостаточно хорошую точность прогноза.

II. Метод Хольта

Так как на исследуемых данных существует линейный тренд, тогда модель Брауна может не подходить для решения такой задачи. Чтобы учесть влияние линейного тренда, используем модель Хольта (Holt) [10].

$$\hat{y}_{t+d} = a_t + d \cdot b_t,$$

где a_t — прогноз, очищенный от тренда (экспоненциальное сглаживание), b_t — параметр линейного тренда.

$$a_t = \alpha_1 y_t + (1 - \alpha_1)(a_{t-1} - b_{t-1}),$$

$$b_t = \alpha_2(a_t - a_{t-1}) + (1 - \alpha_2)b_{t-1}.$$

Важной проблемой является выбор коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2 \in (0, 1)$, которые определяют чувствительность модели. Чувствительная модель быстро реагирует на реальные изменения, а нечувствительная не реагирует на шум и случайные отклонения. Проблема выбора параметров модели рас-

смотрена в книге Лукашина [5].

Подбор коэффициентов для всех моделей осуществляется надстройку MS Excel «Поиск решения» по критерию «минимизация суммы квадратов отклонений расчётных значений от фактических». Полученные коэффициенты α_1 и α_2 приведены ниже (Таблица 21).

Временной ряд	α_1	α_2
Экспорт		
Нидерланды	0.53	0.43
США	0.47	0.84
Китай	0.67	0.48
Импорт		
Китай	1	0.03
Германия	0.63	0.04
США	0.46	0.18

Таблица 21: коэффициенты α_1 и α_2

Также вычислим среднюю ошибку прогноза ε^* (Таблица 22).

Временной ряд	ε^*
Экспорт	
Нидерланды	14.9%
США	19.76%
Китай	11.09%
Импорт	
Китай	18.38%
Германия	17.66%
США	20.97%

Таблица 22: Средняя ошибка прогноза ε^*

Среднюю ошибку аппроксимации только для нескольких рядов (Нидерланды по экспорту и Китай по импорту) можно считать допустимой. Для остальных рядов аппроксимация является недостаточно хорошей.

III. Метод Хольта-Винтерса

Модель Хольта-Уинтерса является развитием модели Хольта, в ней появляется сезонная составляющая, в результате чего получается система уравнений с тремя постоянными сглаживания:

$$\hat{y}_{t+d} = (a_t + d \cdot b_t)c_{t-s+d},$$

$$a_t = \alpha_1 \frac{y_t}{c_{t-s}} + (1 - \alpha_1)(a_{t-1} - b_{t-1}),$$

$$b_t = \alpha_2(a_t - a_{t-1}) + (1 - \alpha_2)b_{t-1},$$

$$c_t = \alpha_3 \frac{y_t}{a_t} + (1 - \alpha_3)c_{t-s}.$$

Алгоритм построения модели заключается в том, что сначала рассчитываются коэффициенты a_0 и b_0 линейного тренда, далее рассчитываются сезонные составляющие c_t по формуле:

$$c_t = \frac{y_t}{a_0 + b_0 t}.$$

При подборе коэффициентов с помощью функции `HoltWinters` в данной модели во всех рядах сезонность никак не адаптируется, так как $\alpha_3 = 0$. Поэтому результат построенной модели будет совпадать с результатами, полученными в предыдущем пункте. Таким образом данную модель не целесообразно использовать для исследуемых рядов.

Глава 3. Оценка моделей

Для разных видов моделей будем использовать различные критерии проверки на адекватность.

1. Критерий Дарбина–Уотсона

Проверим независимости уровней ряда остатков в адаптивных моделях (модель Брауна и модель Хольта). Выдвигается гипотеза H_0 : автокорреляция в остатках отсутствует.

Вычислим значение статистики по формуле:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}.$$

Дарбин и Уотсон доказали, что существуют 2 границы (обычно обозначают d_l и d_u), которые зависят только от n и уровня значимости и обладают следующим свойством: если $DW > d_u$, то гипотеза H_0 не отвергается, а если $DW < d_l$, то, соответственно, отвергается в пользу альтернативной. В случае, когда $d_l < DW < d_u$ ситуация неопределенна (т.е. нельзя высказаться в пользу одной или другой гипотезы).

Вычислим значение статистики DW для каждого из исследуемых рядов и представим результат в виде таблицы. Все значения DW для

Временной ряд	DW (Метод Брауна)	DW (Метод Хольта)
Экспорт		
Нидерланды	1.8135	1.541
США	1.523	1.965
Китай	1.72	1.944
Импорт		
Китай	1.763	1.565
Германия	1.868	1.951
США	1.655	1.946

Таблица 23: Значение статистики Дарбина–Уотсона

двух методов превышают значение d_u (для $n = 40$ табличное значение $d_u = 1.49$). Таким образом, нет оснований отвергнуть гипотезу об отсутствии автокорреляции в остатках моделей.

2. Q-тест Льюнга–Бокса

Так как критерий Дарбина-Уотсона не подходит для моделей автокорреляции, будем использовать другой метод. Проверим остатки полученных моделей на соответствие «белому шуму», для этого проведем Q-тест Льюнга-Бокса для проверки гипотезы о том, что остатки случайны [6, Глава 11]. Значение статистики вычисляется следующим образом:

$$\tilde{Q} = n(n + 2) \sum_{k=1}^K \frac{r_k^2}{n - k},$$

где n — количество наблюдений, r_k — коэффициент автокорреляции с лагом k , K — максимальный лаг автокорреляции.

Проверяется нулевая гипотеза H_0 : данные являются случайными (т.е. представляют собой белый шум). Данный тест проводится на остатках модели ARIMA. Таким образом, нам надо сначала получить остатки модели (residuals), а затем к получившимся коэффициентам применить тест. Для этого будем использовать функцию *Box.test* с параметром *type = "Ljung - Box"* и *fitdf = p + q*. Результаты занесём в следующую таблицу: Результаты теста по всем исследуемым рядам (Таблица

Временной ряд	<i>p - value</i>
Экспорт	
Нидерланды	0.1445
США	0.9203
Китай	0.4723
Импорт	
Китай	0.673
Германия	0.3747
США	0.2764

Таблица 24: Результаты Q-теста Льюнга—Бокса

20) показывают отсутствие автокорреляции остатков, таким образом можно сделать выводы, что модель адекватна и её можно использовать для прогнозирования.

Выводы

В работе было проведено построение нескольких моделей с различными параметрами и прогнозирование временных рядов объемов экспорта и импорта России с различными странами. Вычисления проводились с использованием поквартальных данных с 2005 г. по 2014 г. (включительно). Прогноз строился на 2015 год. На Рис. 5 и 6 представлены графики временных рядов, а также отмечены полученные спрогнозированные значения.

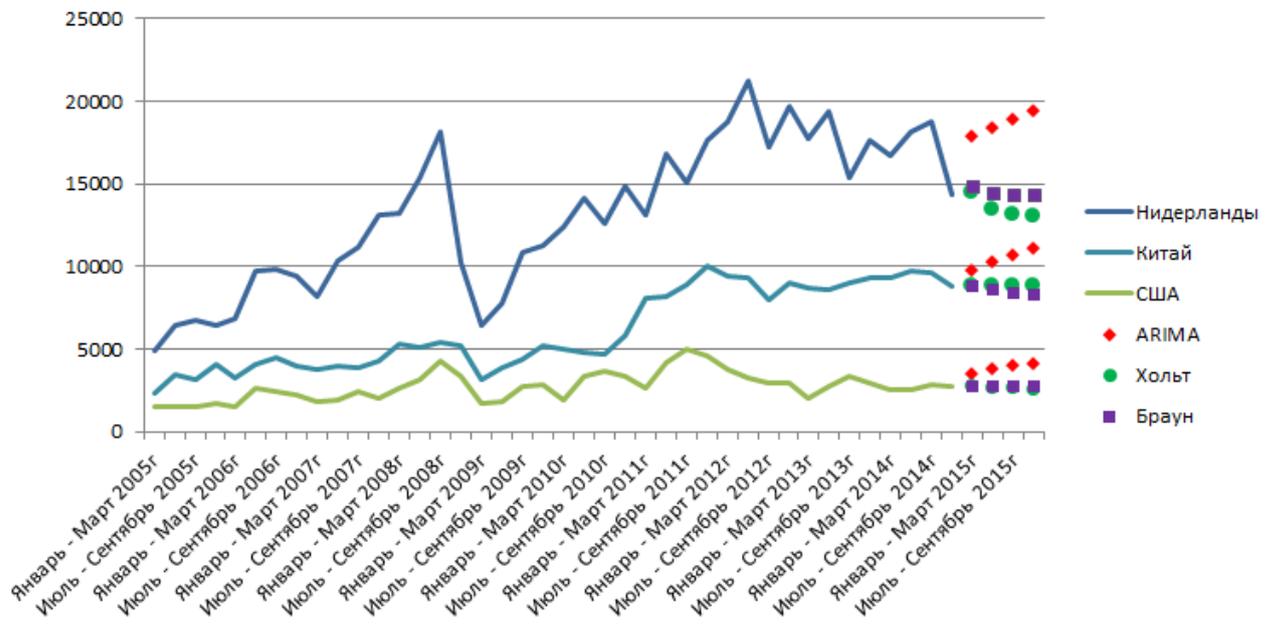


Рис. 5: Построенный прогноз по экспорту

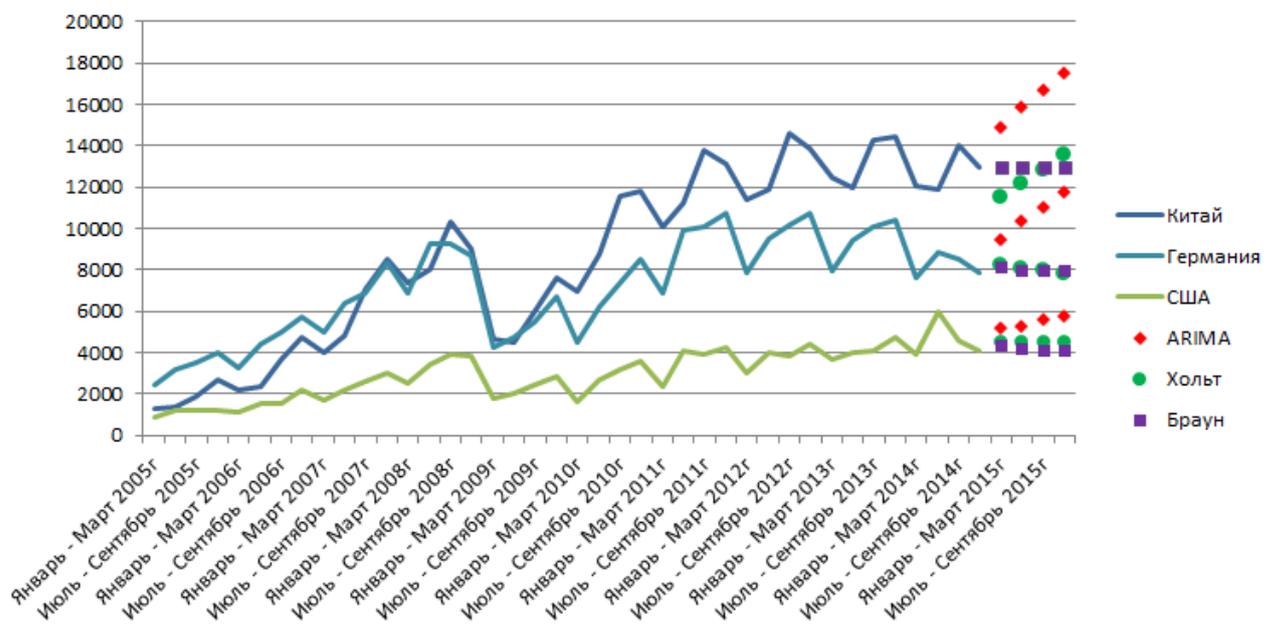


Рис. 6: Построенный прогноз по импорту

На момент написания работы на сайте Федеральной таможенной службы были доступны данные за I квартал 2015 года. Сравним спрогнозируемые результаты разными методами с реальным значением.

Страна	Нидерланды	США	Китай
Фактическое значение	15656.028	2199.888	6768.434
Модель Брауна			
Опт.значение α	0.878	0.728	0.95
Прогнозное значение	14884.401	2755.489	8844.202
Абсолютная ошибка	771.626	555.6015	2075.768
Относительная ошибка	0.153	0.192	0.147
Модель Хольта			
Опт.значение α_1, α_2	0.53, 0.43	0.47, 0.84	0.67, 0.48
Прогнозное значение	15257.0762	2727.806	8814.180
Абсолютная ошибка	398.951	527.9181625	2045.746
Относительная ошибка	0.149	0.177	0.115
ARIMA модели			
Вид модели	(0, 1, 0)	(0, 1, 0)	(0, 2, 1)
Прогнозное значение	16830	3448	9749
Абсолютная ошибка	1173.972	1248.112	2980.566
Относительная ошибка	0.075	0.167	0.44

Таблица 25: Сравнение построенного прогноза с фактически значением (экспорт)

Страна	Китай	Германия	США
Фактическое значение	14488.786	8123.322	4675.546
Модель Брауна			
Опт.значение α	0.878	0.74	0.71
Прогнозное значение	14884.40197	8095.594	4273.961
Абсолютная ошибка	771.6260317	27.727	401.584
Относительная ошибка	0.153668453	0.0034	0.0858
Модель Хольта			
Опт.значение α_1, α_2	1, 0.03	0.63, 0.04	0.46, 0.18
Прогнозное значение	15257.08	8173.67	4460.62
Абсолютная ошибка	768.29	50.351	214.921
Относительная ошибка	0.053	0.00619	0.0459
ARIMA модели			
Вид модели	(0, 2, 1)	(0, 3, 1)	(1, 2, 1)
Прогнозное значение	14849	9453	5155
Абсолютная ошибка	360.214	1329.678	479.454
Относительная ошибка	0.0248	0.163	0.102

Таблица 26: Сравнение построенного прогноза с фактически значением (импорт)

Опираясь на график, а также значения AIC, Дарбина-Уотсона, Q-теста Льюнга – Бокса можно сделать вывод, что лучшими моделями, описывающими исследуемые данные, является модели Бокса – Дженкинса (ARIMA). Модели с выбранными параметрами удовлетворяют всем крите-

риям качества и адекватности. Таким образом, их можно использовать для построения прогноза с целью получения наиболее достоверного результата.

Заключение

В работе исследование временных рядов было проведено с помощью следующих моделей:

1. Различные ARIMA-модели;
2. Метод экспоненциального сглаживания (однопараметрический метод Брауна и двухпараметрическая модель Хольта).

Для исследования структуры рядов и оценки качества построенных моделей использовались следующие тесты и критерии:

- Критерии случайности (критерий серий, основанный на медиане; "восходящих" и "нисходящих" серий; "пиков" и "ям");
- Информационный критерий Акаике (AIC);
- Тест Дики – Фуллера;
- Q-тест Льюнга – Бокса;
- Критерий Дарбина – Уотсона.

Результатом моделирования стало построение итоговых прогнозов и их графиков. Работа может быть продолжена, так как рассмотрены только несколько из возможных методов прогнозирования. В дальнейшем можно применить GARCH (Generalized ARCH - обобщённая авторегрессионная условная гетероскедастичность) модели для построения более точного прогноза, а также попытаться выделить сезонную компоненту, разделив ряд на части.

Список литературы

- [1] Айвазян С. А., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных. М.: Финансы и статистика, 1983. 471 с.
- [2] Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов прогноз и управление М.: Мир, 1974. 406 с.
- [3] Булатов А. С. Экономика. М.: Экономист, 2002. 896 с.
- [4] Гавриленко В.В., Парохненко Л.М. Решение задач аппроксимации средствами Excel М: Компьютеры + программы, 2002.
- [5] Лукашин Ю. П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов. М.: Финансы и статистика, 2003. 416 с.
- [6] Магнус Я. Р., Катышев П. К., Пересецкий А. А. Эконометрика. Начальный курс. М.: Дело, 2004. 576 с.
- [7] Тихонов. Э. Е. Методы прогнозирования в условиях рынка. Невинномысск, 2006. 221 с.
- [8] Шипунов А. Б., Балдин Е. М., Волкова П. А., Коробейников А. И., Назарова С. А., Петров С. В., Суфиянов В. Г. Наглядная статистика, используем R., ДМК Пресс, 2014.
- [9] Brown R. G. Smoothing forecasting and prediction of discrete time series. - N.Y., 1963.
- [10] Holt C. C. Forecasting trends and seasonals by exponentially weighted moving averages. O.N.R. Memorandum, Carnegie Inst. of Technology, 1957.
- [11] Winters P .R. Forecasting sales by exponentially weighted moving averages //Management Science, 1960. Vol. 6. №3.
- [12] Cohen G. D., A note on exponential smoothing and autocorrelated inputs Oper. Res., 1963. Vol. 11. - № 3.
- [13] Cox D. R., Prediction by exponentially weighted moving averages and related methods // J. of the Royal Stat. Soc. 1961. Vol. 23 . -№ 2.
- [14] Федеральная таможенная служба. <http://customs.ru>

Приложение

1. Исследуемые данные

Период	Экспорт			Испорт		
	Нидерланды	США	Китай	Китай	Германия	США
Январь - Март 2005г	4917.055	1548.332	2298.438	1258.757	2467.52	883.209
Апрель - Июнь 2005г	6454.612	1532.786	3474.272	1363.961	3224.03	1218.675
Июль - Сентябрь 2005г	6747.271	1569.056	3189.513	1912.939	3533.116	1222.333
Октябрь - Декабрь 2005г	6496.675	1674.994	4090.964	2732.69	4044.642	1238.609
Январь - Март 2006г	6877.753	1530.825	3258.858	2164.747	3258.903	1093.457
Апрель - Июнь 2006г	9732.15	2621.731	4072.811	2345.491	4413.918	1545.676
Июль - Сентябрь 2006г	9846.724	2413.18	4467.695	3662.626	5026.565	1572.483
Октябрь - Декабрь 2006г	9439.221	2283.655	3957.689	4738.883	5757.287	2192.482
Январь - Март 2007г	8209.788	1832.211	3737.056	3974.182	4973.276	1699.991
Апрель - Июнь 2007г	10306.783	1946.594	3948.004	4844.204	6387.949	2196.643
Июль - Сентябрь 2007г	11204.226	2429.958	3901.289	7052.876	6853.728	2586.028
Октябрь - Декабрь 2007г	13146.812	2044.569	4305.926	8542.315	8324.743	2984.487
Январь - Март 2008г	13235.78	2618.159	5341.247	7369.253	6905.675	2547.978
Апрель - Июнь 2008г	15329.603	3112.293	5127.608	7994.905	9235.958	3471.654
Июль - Сентябрь 2008г	18101.431	4304.886	5435.575	10355.02	9277.048	3920.447
Октябрь - Декабрь 2008г	10259.942	3395.188	5239.178	9047.65	8679.972	3841.471
Январь - Март 2009г	6411.725	1733.884	3175.116	4665.583	4282.372	1801.4
Апрель - Июнь 2009г	7761.621	1789.252	3924.544	4529.259	4732.739	2019.407
Июль - Сентябрь 2009г	10832.073	2765.391	4409.404	6009.003	5498.681	2487.454
Октябрь - Декабрь 2009г	11303.378	2885.828	5168.623	7647.549	6695.533	2874.607
Январь - Март 2010г	12430.692	1971.93	5049.392	6929.847	4535.66	1663.206
Апрель - Июнь 2010г	14136.189	3329.442	4762.665	8740.371	6233.888	2698.45
Июль - Сентябрь 2010г	12561.448	3645.291	4696.882	11573.199	7412.343	3192.947
Октябрь - Декабрь 2010г	14842.337	3386.533	5819.698	11809.872	8530.747	3581.215
Январь - Март 2011г	13155.343	2635.732	8066.768	10058.47	6878.924	2358.2
Апрель - Июнь 2011г	16781.25	4169.076	8162.886	11263.323	9923.217	4077.294
Июль - Сентябрь 2011г	15106.633	5044.242	8941.309	13766.773	10125.742	3921.652
Октябрь - Декабрь 2011г	17636.619	4598.122	10062.16	13141.47	10751.722	4246.277
Январь - Март 2012г	18721.546	3816.959	9461.573	11373.149	7880.676	3007.544
Апрель - Июнь 2012г	21228.576	3252.645	9287.172	11887.381	9521.366	4026.482
Июль - Сентябрь 2012г	17217.755	2934.532	8017.213	14620.589	10157.984	3830.19
Октябрь - Декабрь 2012г	19683.519	2921.74	9000.871	13886.575	10741.165	4455.333
Январь - Март 2013г	17716.104	2015.249	8741.409	12437.193	7921.335	3659.32
Апрель - Июнь 2013г	19362.743	2776.908	8575.245	11997.929	9465.514	3967.389
Июль - Сентябрь 2013г	15392.218	3360.798	9023.576	14271.104	10091.202	4100.583
Октябрь - Декабрь 2013г	17655.027	2982.154	9285.19	14466.86	10438.633	4774.693
Январь - Март 2014г	16757.15	2508.037	9371.37	12020.653	7648.955	3891.8
Апрель - Июнь 2014г	18149.254	2516.844	9682.064	11857.649	8848.548	5968.952
Июль - Сентябрь 2014г	18746.407	2850.447	9638.551	14040.012	8559.854	4558.766
Октябрь - Декабрь 2014г	14360.599	2760.348	8802.322	12937.694	7906.166	4076.492

Таблица 27: Данные по оборотам экспорта и импорта

2. Критерии случайности

I.Критерий серий, основанный на медиане выборки

```
library("tseries")
library("FitAR")
library("forecast")

Data <- read.csv("Country.csv", header = TRUE, sep = ";")

n <- length(Data)
med <- median(Data)
delta_1 <- integer(n)
delta_1[1:n] <- 1

for (i in 1:n){
  if(Data[i] < med){
    delta_1[i] <- 0
  }
}
changes <- integer(n)
changes[1:n] <- 1
for (i in 1:n){
  if(delta_1[i+1]==delta_1[i]){
    changes[i] <- 0
  }
}
Max.element <- delta_1[1]
Max.length <- 1
Max.index <- 0
Current.element <- delta_1[1]
Current.length <- 0
Current.index <- 1
for(i in 2:n){
  #Цепочка не закончилась
  if (delta_1[i]==Current.element) {
    Current.length <- Current.length + 1
  }
  #Цепочка закончилась, она больше максимальной
  if (Current.length > Max.length){
    Max.length <- Current.length
  }
  #Новая цепочка
  Current.element <- delta_1[i]
  Current.length <- 1
  Current.index <- i
}
#Случай, когда последняя цепочка максимальная
if (Current.length > Max.length) {
```

```

    Max.length <- Current.length
}

v1 <- sum(changes)
tau1 <- Max.length

if((tau1<=floor(3.3*log10(n+1))) & (v1>=floor(0.5*(n+1-1.96*sqrt(n-1))))){
  print("Good")
}else
{
  print("Bad")
}

```

II. Критерий восходящий и нисходящих серий

```

Data <- as.vector(Ned)
delta_2 <- integer(n)
delta_2[1:n] <- 1
for (i in 1:n-1){
  if(Data[i] > Data[i+1]){
    delta_2[i] <- 0
  }
}
changes2 <- int(n)
changes2[1:n] <- 1
for (i in 1:n){
  if(delta_2[i+1]==delta_2[i]){
    changes2[i] <- 0
  }
}
Max.element2 <- delta_2[1]
Max.length2 <- 1
Max.index2 <- 0
Current.element2 <- delta_2[1]
Current.length2 <- 0
Current.index2 <- 1
for(i in 2:n){
  #Цепочка не закончилась
  if (delta_2[i]==Current.element2) {
    Current.length2 <- Current.length2 + 1
  }
  #Цепочка закончилась, она больше максимальной
  if (Current.length2 > Max.length2){
    Max.length2 <- Current.length2
  }
  #Новая цепочка
  Current.element2 <- delta_2[i]
  Current.length2 <- 1
  Current.index2 <- i
}

```

```

#Случай, когда последняя цепочка максимальная
if (Current.length2 > Max.length2) {
  Max.length2 <- Current.length2
}

v2 <- sum(changes2)
tau2 <- Max.length2
tau_0<-5

if((v2 > floor(1/3*(2*n-1)-1.96*sqrt((16*n-29)/90))&(tau2<tau_0)){
  print("Good")
} else{
  print("Bad")
}

```

III. Критерий "пиков" и "ям"

```

delta_1 <- integer(n)
delta_2 <- integer(n)

delta_1[2:n-1] <- 0
for (i in 1:n){
  if((Data[i] < Data[i+1])&(Data[i] < Data[i-1]))
  {
    delta_1[i] <- 1
  }
}

sum1 <- 0
for (i in 1:n){
  sum <- sum + delta_1[i]
}

sum2 <- 0
for (i in 1:n){
  sum <- sum + delta_2[i]
}
sum <- sum1+sum2
delta_2[2:n-1] <- 0
for (i in 1:n){
  if(Data[i]>Data[i+1] && Data[i]>Data[i-1]){
    delta_1[i] <- 1
  }
}

if((p>floor(2/3*(n-2)-1.96*sqrt((16*n-1)/90))){
  print("Good")
} else{
  print("Bad")
}

```

3. Графики АКФ и ЧАКФ для исходных рядов

Экспорт

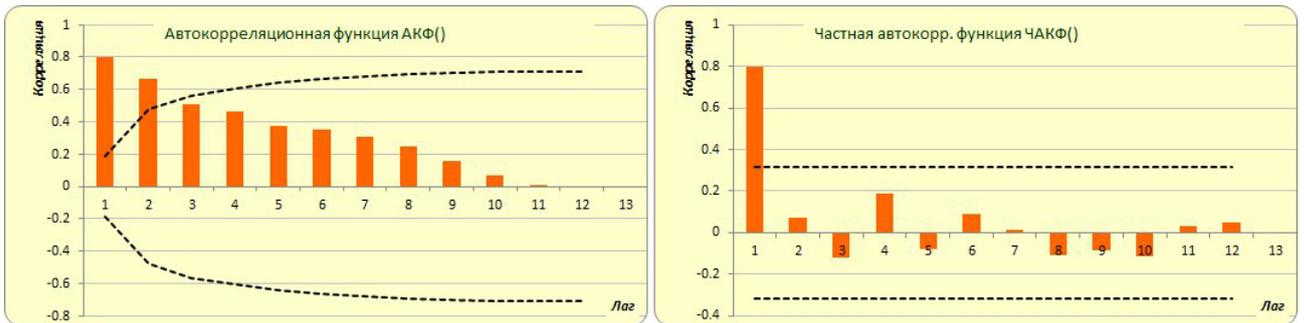


Рис. 7: АКФ и ЧАКФ (Нидерланды)

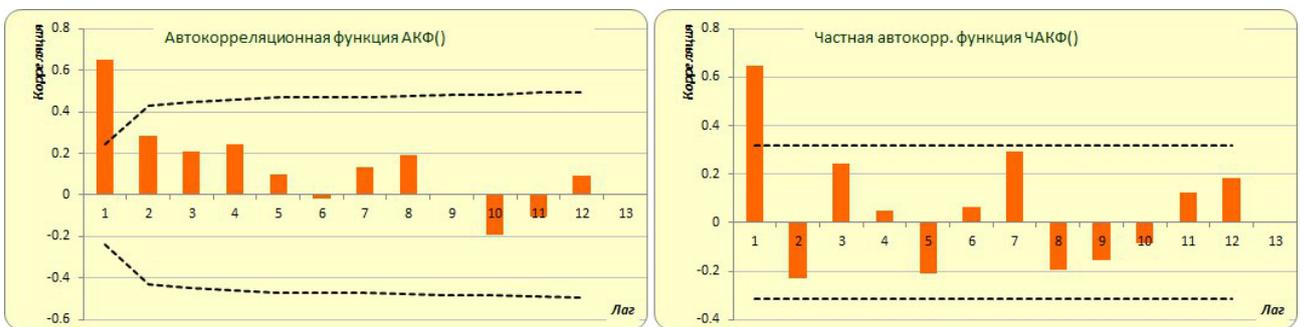


Рис. 8: АКФ и ЧАКФ (США)

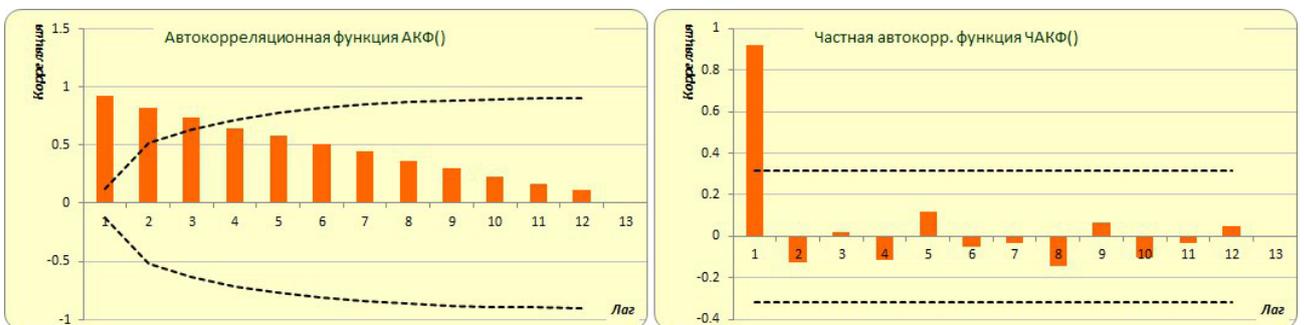


Рис. 9: АКФ и ЧАКФ (Китай)

Импорт

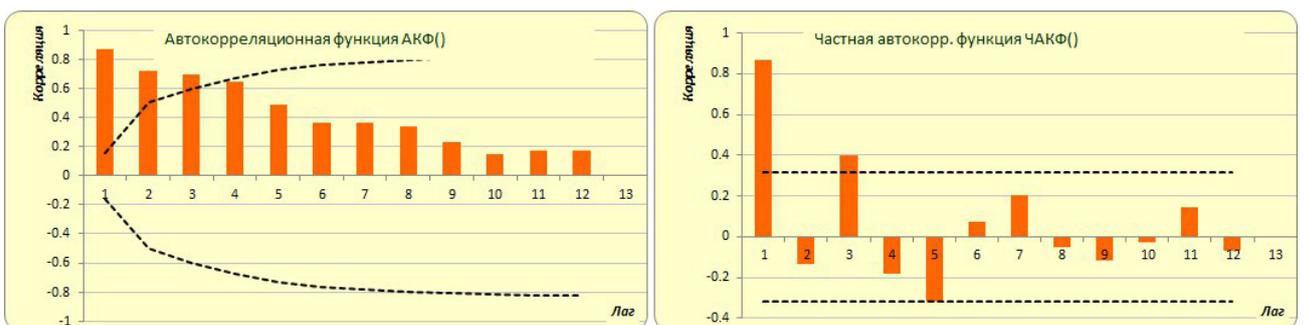


Рис. 10: АКФ и ЧАКФ (Китай)

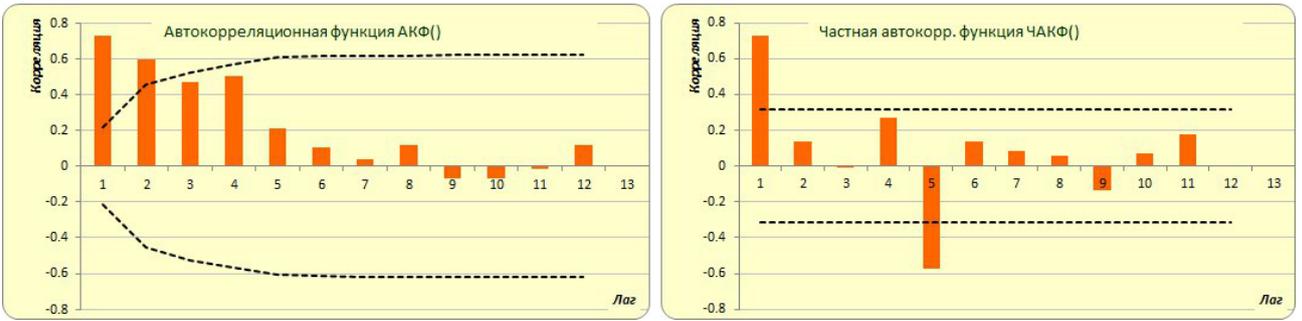


Рис. 11: АКФ и ЧАКФ (Германия)

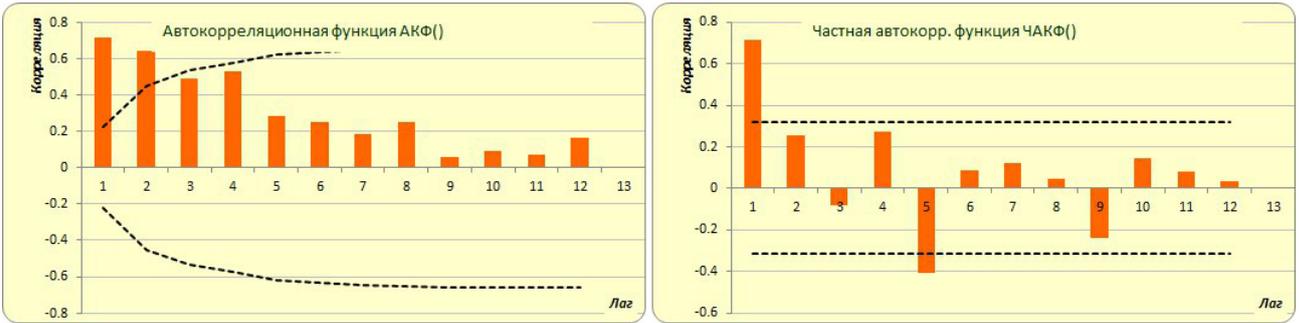


Рис. 12: АКФ и ЧАКФ (США)

4. Графики АКФ и ЧАКФ для последовательных разностей Экспорт

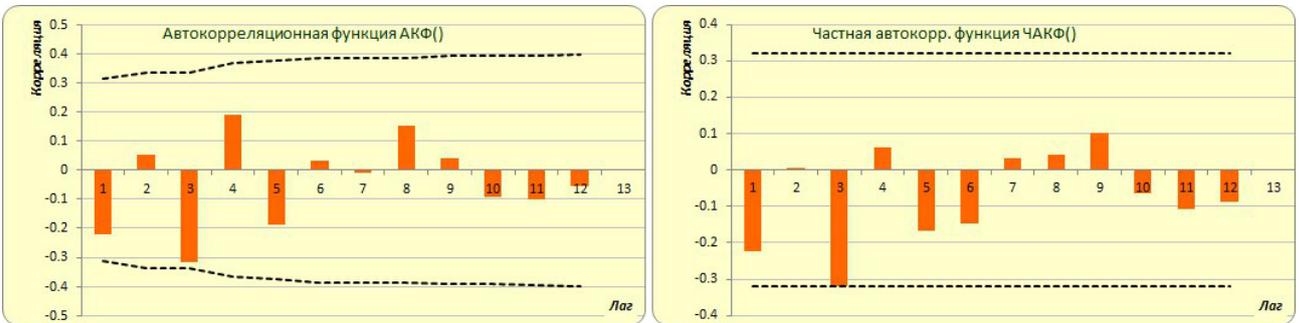


Рис. 13: АКФ и ЧАКФ для Δ^1 (Нидерланды)

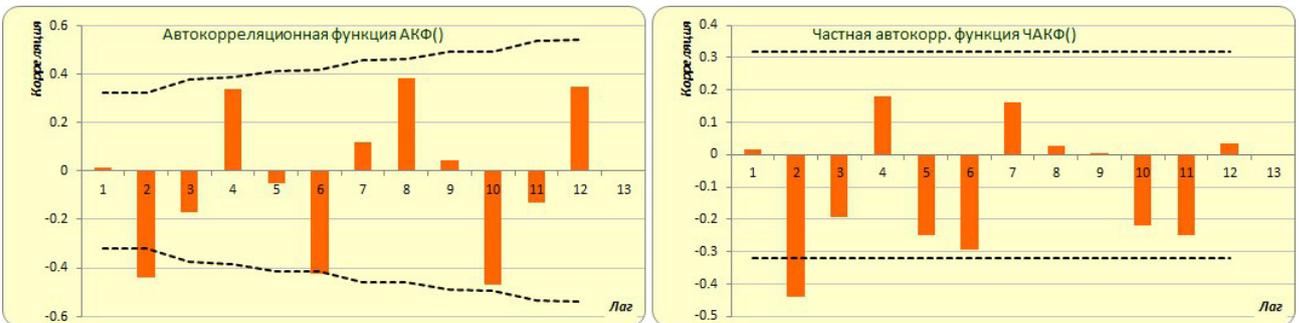


Рис. 14: АКФ и ЧАКФ Δ^2 (США)

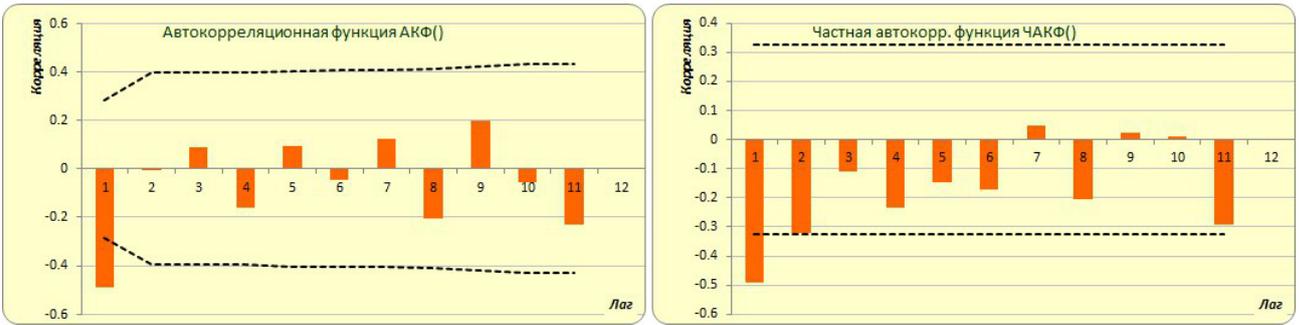


Рис. 15: АКФ и ЧАКФ Δ^1 (Китай)

Импорт

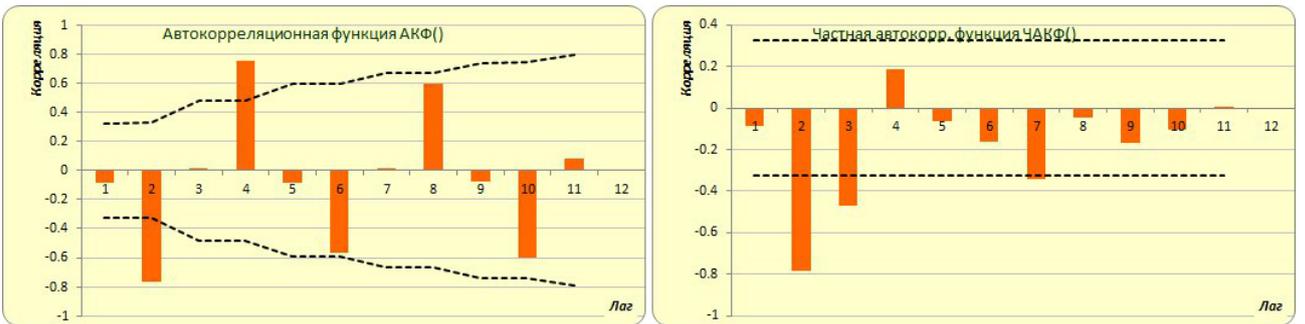


Рис. 16: АКФ и ЧАКФ Δ^2 (Китай)

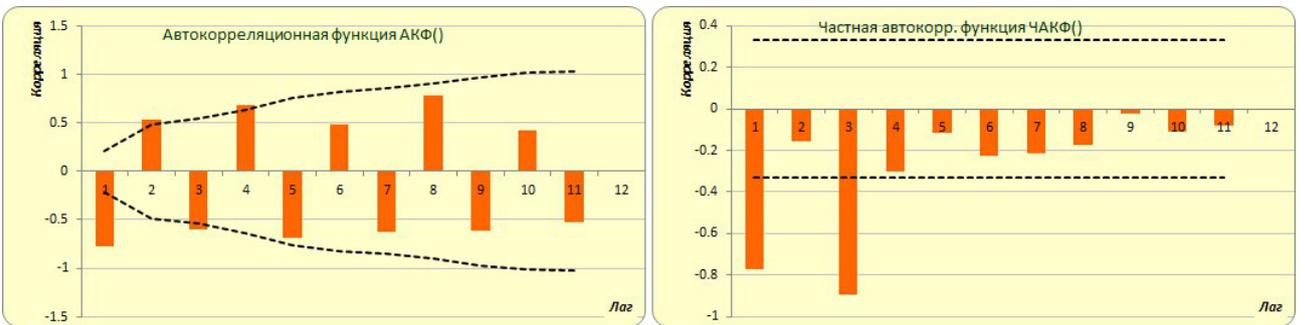


Рис. 17: АКФ и ЧАКФ Δ^3 (Германия)

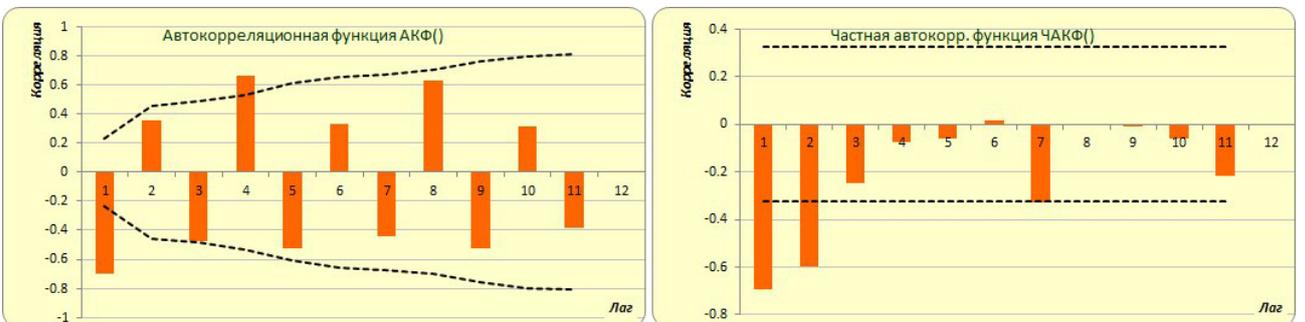


Рис. 18: АКФ и ЧАКФ Δ^2 (США)