

Санкт-Петербургский государственный университет

Фундаментальная математика и механика
Механика жидкости, газа и плазмы

Габдылхакова Венера Гаптелбаровна



Экспериментальное изучение колебаний
плохо обтекаемых тел, движущихся по
дуге большого радиуса

Дипломная работа

Научный руководитель:
гл. научн. сотр. СПбГУ,
д. ф.-м. н., Рябинин А. Н.

Рецензент:
доцент кафедры физики и химии ГУМРФ,
к.т.н., Ежов О. Н.

Санкт-Петербург
2016

SAINT-PETERSBURG STATE UNIVERSITY

Fundamental Mathematics and Mechanics
Mechanics of Fluids, Gases and Plasma

Gabdylkhakova Venera



Experimental study of oscillations of bluff bodies moving along an arc of large radius

Graduation Thesis

Scientific supervisor:
principal researcher SPBU,
D. Sc., Ryabinin Anatolii

Reviewer:
associate professor of the department of Physics and Chemistry GUMRF,
PhD, Ezhov Oleg

Saint-Petersburg
2016

Оглавление

Введение	4
1. Постановка задачи	5
2. Аэродинамическая труба	7
3. Определение амплитуды колебаний	9
3.1. Тарировка тензодатчика	11
3.2. Зависимости амплитуд колебаний от скорости потока . .	12
4. Квазистационарная математическая модель галопирования	13
5. Результаты экспериментов	16
6. Заключение	23
Список литературы	24

Введение

При обтекании тела ровным потоком воздуха происходит изменение энергии системы, связанное с наличием источника энергии. Вследствие этого возникают вибрации (зачастую большие и опасные), из-за чего может произойти разрушение конструкции.

Если нагрузка на упругое тело неконсервативна (то есть приложенные силы не могут быть представлены как градиент некоторой потенциальной функции), то простой энергетический статический критерий устойчивости больше не имеет места, появляется возможность динамических бифуркаций устойчивости [9].

Одним из типов колебаний тел в потоке является галопирование — колебания, обусловленные специфической зависимостью аэродинамических сил от координат тела и от производных координат по времени. Конкретный вид зависимостей зависит от формы тела и от его движения. При галопировании возможны колебания с большими амплитудами в перпендикулярном потоку направлении.

Возможность возникновения колебаний плохо обтекаемых тел такого типа необходимо учитывать при строительстве зданий, мостов, мачт, при переносе грузов подъемным краном и при переносе грузов под вертолетом.

Характерным отличием плохо обтекаемых тел от хорошо обтекаемых является срыв пограничного слоя при обтекании этих тел потоком газа или жидкости с образованием обширных отрывных зон [8].

1. Постановка задачи

В данной работе исследуются колебания плохо обтекаемых тел под действием воздушного потока, проверяется возможность применения квазистационарной модели галопирования к описанию вращательных колебаний тел вдоль дуги, радиус которой превышает в несколько раз размеры тел.

В случае поступательного движения длинных неосесимметричных тел большого удлинения поперек потока хорошо зарекомендовала себя квазистационарная модель галопирования, в основе которой лежит предположение, что коэффициенты аэродинамических сил зависят только от местного угла атаки [1], [2].

Зависимость коэффициента аэродинамической силы, направленной вдоль траектории движения тела, от угла атаки определяется в экспериментах с неподвижно закрепленным телом в рабочей части аэродинамической трубы АТ-12.

Применимость квазистационарной модели галопирования к телам небольшого удлинения, движущимся поступательно, была доказана в работах [3], [7].

В работе в качестве исследуемых моделей взяты призмы квадратного поперечного сечения с удлинениями $\lambda = 10$ и $\lambda = 20$ (с концевыми шайбами диаметром $D = 21,5$ см и без них), а также цилиндры удлинений $\lambda = 0,5$ и $\lambda = 1$.

Тело закреплено на упругой подвеске поперек потока в рабочей части дозвуковой аэродинамической трубы АТ-12, как показано на рис. 1.

Подвеска позволяет совершать вращательные движения по дуге окружности большого радиуса. К одному из торцов цилиндра прикреплена хвостовая державка. На другом конце державки расположена ось вращения, перпендикулярная вектору скорости набегающего потока.

К одной из стальных пружин подвески присоединен полупроводниковый тензопреобразователь С-50, позволяющий измерять натяжение пружины. Сигнал с тензопреобразователя поступает на вход РС – осциллографа Velleman PCS500A, работающего в режиме самописца.

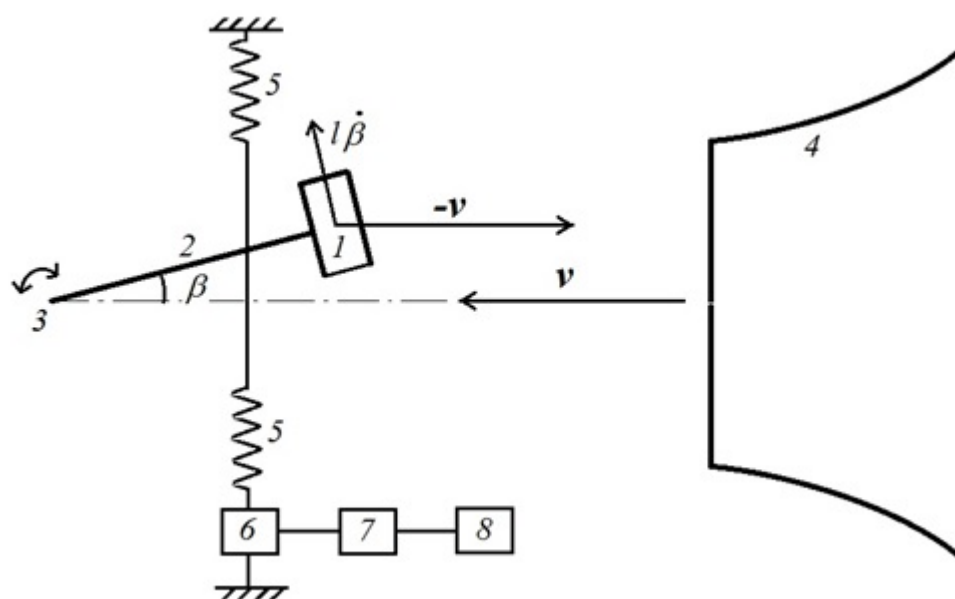


Рис. 1. Схема эксперимента. 1 – изучаемое тело, 2 – хвостовая державка, 3 – ось вращения, 4 – сопло аэродинамической трубы, 5 – пружины, 6 – полупроводниковый тензопреобразователь С-50, 7 – осциллограф Velleman PCS500А, 8 – компьютер

2. Аэродинамическая труба

Исследования проводились в дозвуковой аэродинамической трубе АТ-12 замкнутого типа с открытой рабочей частью, схема которой показана на рис. 2. Более подробное описание представлено в работе [6].

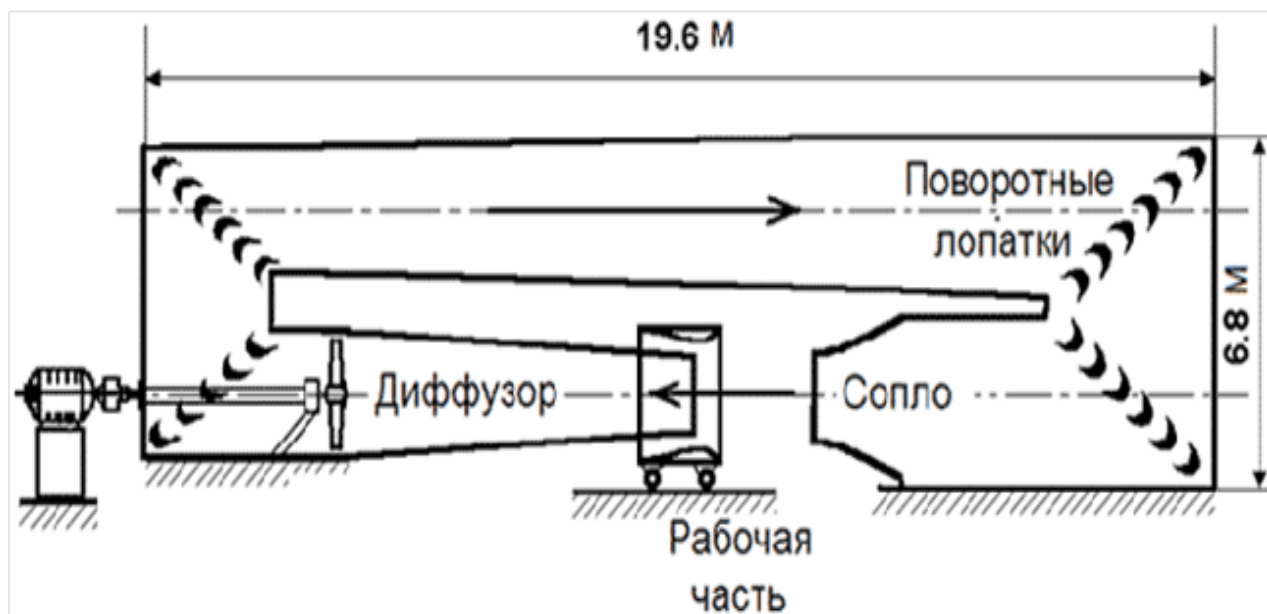


Рис. 2. Схема аэродинамической трубы АТ-12

Технические характеристики:

- диаметр выходной части сопла (круглого сечения): 1,5 м;
- длина рабочей части: 2,25 м;
- диапазон скоростей: 5 – 37 м/с;
- степень турбулентности потока: 0,4 – 0,5;
- общая длина трубы: 19,5 м;
- высота АТ: 6,85 м;
- диффузор круглого сечения длиной 4,45 м с углом конусности $6^{\circ}40'$;
- обратный канал прямоугольного сечения с углом конусности $2^{\circ}30'$;

- в коленах обратного канала установлено 66 профилированных лопаток, поставленных под углом 48° к оси трубы;
- четырехлопастной деревянный вентилятор диаметром 2,5 м.

3. Определение амплитуды колебаний

При появлении установившихся колебаний тела при различных скоростях набегающего потока воздуха (а также для свободных затухающих колебаний при отсутствии потока) данные с осциллографа записываются на компьютер. Осциллограф производит по 100 считываний за одну секунду на протяжении 17 секунд, эти данные записываются в текстовых файлах для последующей обработки.

На основе показаний, снятых с осциллографа, определяются период и частота колебаний.

Записанные данные представляют собой гармонический сигнал, на который накладываются случайные погрешности:

$$\begin{aligned}y_i &= \rho \cos(\omega t_i + \varphi) + C + \zeta_i = \rho \{ \cos(\omega t_i) \cos(\varphi) - \sin(\omega t_i) \sin(\varphi) \} + C + \zeta_i = \\ &= A \cos(\omega t_i) + B \sin(\omega t_i) + C + \zeta_i,\end{aligned}$$

где $A = \rho \cos(\varphi)$, $B = -\rho \sin(\varphi)$, $C = const$, ζ_i — случайная величина. Тогда амплитуда колебаний определится из выражения:

$$\rho^2 = A^2 + B^2 \Rightarrow \rho = \sqrt{A^2 + B^2}. \quad (1)$$

Для вычисления амплитуды колебаний использовалась программа, предоставленная научным руководителем, Рябининым А.Н., расчеты по которой производятся по следующей схеме:

1. Все данные разбиваются на участки, каждый участок содержит один период колебаний.
2. На каждом участке сигнал представляется в виде гармонической функции:

$$y_i = A \cos(\omega t_i) + B \sin(\omega t_i) + C + \zeta_i.$$

3. Для определения коэффициентов A и B данные y_i на участках поочередно умножаются на $\sin(\omega t_i)$ и $\cos(\omega t_i)$ и осредняются по периоду.

В силу того, что

$$\overline{A \cos(\omega t_i) \sin(\omega t_i)} = 0, \quad \overline{B \sin^2(\omega t_i)} = \frac{1}{2}B$$

и

$$\overline{A \cos^2(\omega t_i)} = \frac{1}{2}A, \quad \overline{B \sin^2(\omega t_i) \cos(\omega t_i)} = 0,$$

находятся коэффициенты A и B :

$$\overline{y_i \sin(\omega t_i)} = \frac{1}{2}A; \quad \overline{y_i \cos(\omega t_i)} = \frac{1}{2}B.$$

4. Амплитуда вычисляется по формуле (1).

3.1. Тарировка тензодатчика

Измерение натяжения пружины производилось в относительных единицах измерения (мВ). Для перевода относительных единиц в угол отклонения модели (в радианы) производилась тарировка тензодатчика:

- во время записи сигнала полупроводникового тензопреобразователя к телу подвешивался груз $F_0 = 1$ кгс; из разницы показаний до нагрузки и после определялся первый коэффициент K_1 , переводящий относительные единицы показаний в натяжение пружины (кгс);
- второй коэффициент K_2 , преобразовывающий натяжение пружины (кгс) в угол отклонения модели (рад), рассчитывался по следующей формуле:

$$K_2 = \frac{h_0}{LF_0},$$

где h_0 — смещение центра тяжести исследуемого тела при нагрузке призмы грузом,

L — расстояние от оси вращения до точки нагружения.

3.2. Зависимости амплитуд колебаний от скорости потока

Для установившихся колебаний находится среднее значение амплитуды, что позволяет в дальнейшем выявить зависимость амплитуды от скорости набегающего потока.

Скорость набегающего потока вычисляется по формуле (2):

$$v = \sqrt{\frac{2\gamma\mu k F h}{\rho}}, \quad (2)$$

где $\gamma = 0,812(1 - 0,0011(t - 15))$ (кгс/дм³) — удельный вес спирта в микроманометре;

$\mu = 0,992$ — коэффициент перепада давления;

$k = 1,0$ — коэффициент микроманометра;

$F = 0,247$ — фактор наклона шкалы микроманометра;

h — показания манометра, измеряющего перепад давления на сопле;

ρ (г/см³) — плотность воздуха.

Для затухающих же колебаний строится зависимость логарифма амплитуды от времени и по наклону полученной прямой определяется коэффициент демпфирования (затухания).

4. Квазистационарная математическая модель галопирования

В связи с тем, что вращательные колебания исследуемых тел происходят по дуге окружности большого радиуса с отклонениями на малые углы, для описания их движений следует проверить применимость квазистационарной математической модели, используемой для поступательных колебаний.

Уравнение вращательного движения тела имеет вид:

$$J\ddot{\beta} + r\dot{\beta} + k\beta = C_n l S \frac{\rho_0 v^2}{2}, \quad (3)$$

где J — момент инерции тела и подвески,
 r — коэффициент демпфирования подвески,
 k — жесткость упругой подвески,
 C_n — коэффициент нормальной силы,
 l — расстояние от оси вращения до центра масс тела,
 S — площадь миделя,
 ρ_0 — плотность воздуха,
 v — скорость набегающего потока.

Уравнение (3) преобразовывается к виду:

$$\ddot{\beta} + \omega^2 \beta = n C_n v_0^2 - k_r \dot{\beta},$$

где $\omega^2 = \frac{k}{J}$, $n = \frac{l S \rho_0}{2J}$, $k_r = \frac{r}{J}$

или
$$\begin{cases} \gamma = \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} + \omega^2 \beta = n C_n v_0^2 - k_r \gamma \end{cases} \quad (4)$$

В систему (4) входит аэродинамический коэффициент C_n , который в рамках квазистационарной модели зависит только от мгновенного угла атаки α :

$$C_n = \sum_i (A_i \operatorname{tg}^i(\alpha)). \quad (5)$$

Для симметричных тел в разложении коэффициента нормальной силы по степеням тангенса угла атаки присутствуют только нечетные члены.

В силу малости угла атаки можно записать:

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{(v_0 \sin \beta - l\dot{\beta})}{v_0 \cos \beta} \approx \beta - \frac{\dot{\beta}l}{v_0}. \quad (6)$$

Тогда разложение в ряд (5) с учетом (6) принимает вид:

$$C_n = \sum_{i=0,1,3,5,7} A_i \left(\beta - \frac{\dot{\beta}l}{v_0} \right)^i. \quad (7)$$

Подставляя в систему (4) выражение (7) и применяя метод Боголюбова-Крылова:

$$\begin{cases} \beta = \rho \cos(\omega t + \theta) \\ \gamma = -\omega \rho \sin(\omega t + \theta) \end{cases},$$

система приводится к следующей форме:

$$\begin{cases} \dot{\rho} \cos(\omega t + \theta) - \rho \sin(\omega t + \theta) \dot{\theta} = 0 \\ -\omega \dot{\rho} \sin(\omega t + \theta) - \omega^2 \rho \cos(\omega t + \theta) - \omega \rho \cos(\omega t + \theta) \dot{\theta} = n v_0^2 (A_0 + \\ + A_1 \{ \rho \cos(\omega t + \theta) + \frac{\omega l}{v_0} \rho \sin(\omega t + \theta) \} + \dots) - \\ - k_r \rho \cos(\omega t + \theta). \end{cases} \quad (8)$$

Уравнения системы (8) умножаются на $\cos(\omega t + \theta)$ и $-\frac{\sin(\omega t + \theta)}{\omega}$ соответственно и складываются, после чего полученное выражение осредняется по периоду. Затем уравнения системы (8) умножаются на $\sin(\omega t + \theta)$ и $-\frac{\cos(\omega t + \theta)}{\omega}$ и складываются. Это выражение также осредняется.

В результате, учитывая средние значения следующих тригонометрических функций:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \int_T \cos(\omega t + \theta) \sin(\omega t + \theta) dt &= 0; & \frac{1}{T} \int_T \sin^2(\omega t + \theta) dt &= \frac{1}{2}; \\ \frac{1}{T} \int_T \cos^3(\omega t + \theta) \sin(\omega t + \theta) dt &= 0; & \frac{1}{T} \int_T \cos^2(\omega t + \theta) \sin^2(\omega t + \theta) dt &= \frac{1}{8}; \end{aligned}$$

$$\frac{1}{T} \int_T \cos(\omega t + \theta) \sin^3(\omega t + \theta) dt = 0; \quad \frac{1}{T} \int_T \sin^4(\omega t + \theta) dt = \frac{3}{8}; \quad \dots ,$$

система (8) сводится к двум дифференциальным уравнениям:

$$\begin{aligned} \dot{\rho} = & -A_1 \frac{nv_0 \rho l}{2} \left\{ 1 - \frac{k_r}{nA_1 v_0 l} + \frac{3A_3}{4A_1} \left[\left(\frac{\omega l \rho}{v_0} \right)^2 + \rho^2 \right] + \right. \\ & \left. + \frac{5A_5}{8A_1} \rho^4 \left[1 + \left(\frac{\omega l}{v_0} \right)^2 \right]^2 + \frac{35A_7}{64A_1} \rho^6 \left[1 + \left(\frac{\omega l}{v_0} \right)^2 \right]^3 \right\}, \\ \dot{\theta} = & -\frac{nv_0^2 A_1}{2\omega} \left\{ 1 + \frac{3A_3}{4A_1} \left[\rho^2 + \left(\frac{\omega l \rho}{v_0} \right)^2 \right] + \frac{5A_5}{8A_1} \left[\rho^4 + \left(\frac{\omega l \rho}{v_0} \right)^4 + \right. \right. \\ & \left. \left. + 2 \left(\frac{\omega l \rho^2}{v_0} \right)^2 \right] + \frac{35A_7}{64A_1} \left[\rho^6 + 3 \left(\frac{\omega l \rho^3}{v_0} \right)^2 + 3 \left(\frac{\omega l}{v_0} \right)^4 \rho^6 + \left(\frac{\omega l \rho}{v_0} \right)^6 \right] \right\}. \end{aligned}$$

С помощью замены переменных

$$v_* = -\frac{k_r}{nA_1 l}, \quad G = \left[1 + \left(\frac{\omega l}{v_0} \right)^2 \right]$$

упрощается вид уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{\rho} = & -A_1 \frac{nv_0 \rho l}{2} \left(1 - \frac{v_*}{v_0} + \frac{3A_3}{4A_1} \rho^2 G + \frac{5A_5}{8A_1} \rho^4 G^2 + \frac{35A_7}{64A_1} \rho^6 G^3 \right), \\ \dot{\theta} = & -\frac{nv_0^2 A_1}{2\omega} \left(1 + \frac{3A_3}{4A_1} \rho^2 G + \frac{5A_5}{8A_1} \rho^4 G^2 + \frac{35A_7}{64A_1} \rho^6 G^3 \right). \end{aligned}$$

При рассмотрении установившихся колебаний изменение амплитуды мало, поэтому принимается $\dot{\rho} = 0$.

Тогда, приравнявая скобку в правой части выражения для $\dot{\rho}$ к нулю и принимая за параметр $\rho^2 G$ (в работе значения параметра выбирались в диапазоне от 0 до 0,12 с шагом 0,005), определяются значения скорости v_0 , и, соответственно, значения амплитуды колебаний.

Таким образом, аналитически находится зависимость амплитуды от скорости набегающего потока с помощью математической модели.

5. Результаты экспериментов

Исследуемые тела изображены на рис. 5:

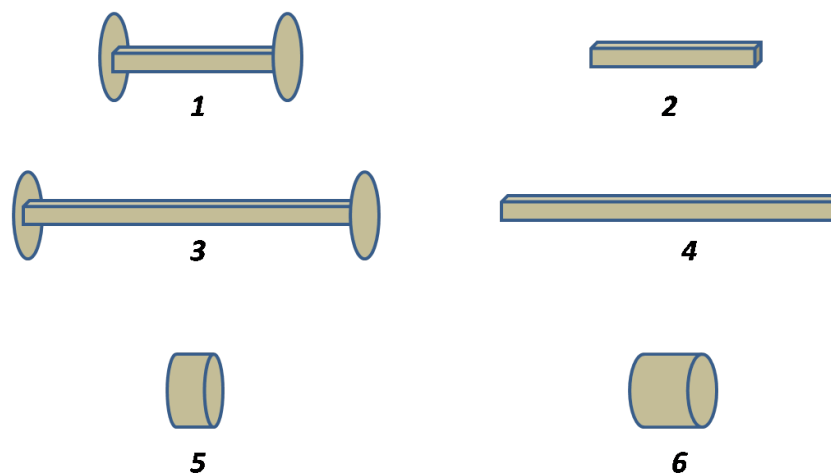


Рис. 3. Исследуемые модели. 1 – призма удлинения 10 с концевыми шайбами; 2 – призма удлинения 10; 3 – призма удлинения 20 с концевыми шайбами; 4 – призма удлинения 20; 5 – цилиндр удлинения 0,5; 6 – цилиндр удлинения 1

Хвостовая державка была перпендикулярна осям призм 1, 2, 3, 4. Местом крепления хвостовой державки к моделям 5 и 6 были торцевые поверхности моделей.

На рисунке 4.1 представлена типичная зависимость сигнала от времени для колебаний в отсутствие потока. Как было написано ранее, по данным затухающих колебаний, записанных в текстовых файлах, строится график зависимости логарифма амплитуды от времени (см. рис. 4.2), по наклону которого определяется коэффициент затухания для последующего построения математической модели.

При воздействии равномерного потока воздуха после установления колебаний зависимость сигнала от времени представляется в виде, изображенном на рис. 5.

Значения коэффициентов A_i в разложении C_n по степеням тангенса угла атаки для призм были определены согласно методике, описанной в на работе Люсина В.Д. и Рябина А.Н. [7], и представлены в таблице 1.

Для цилиндра коэффициенты разложения определены в экспери-

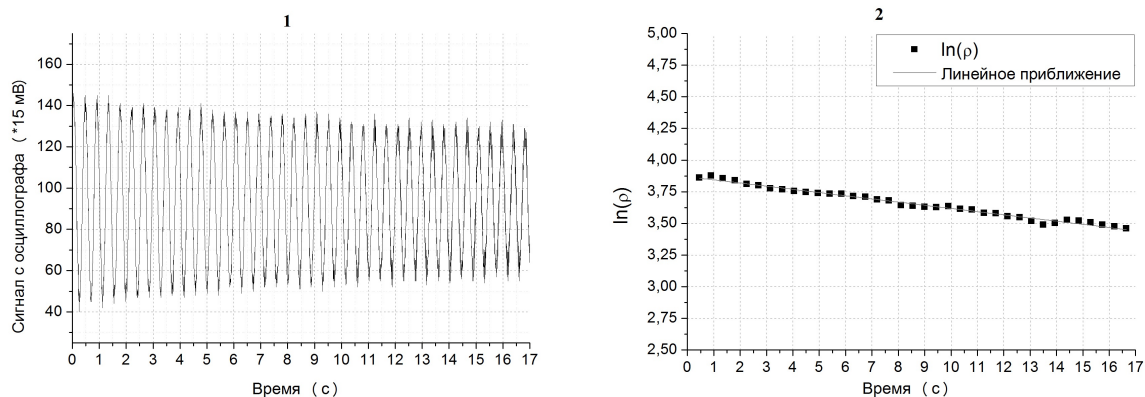


Рис. 4. Графики затухающих колебаний: 1 – типичная зависимость сигнала от времени, 2 – зависимости логарифма амплитуды от времени

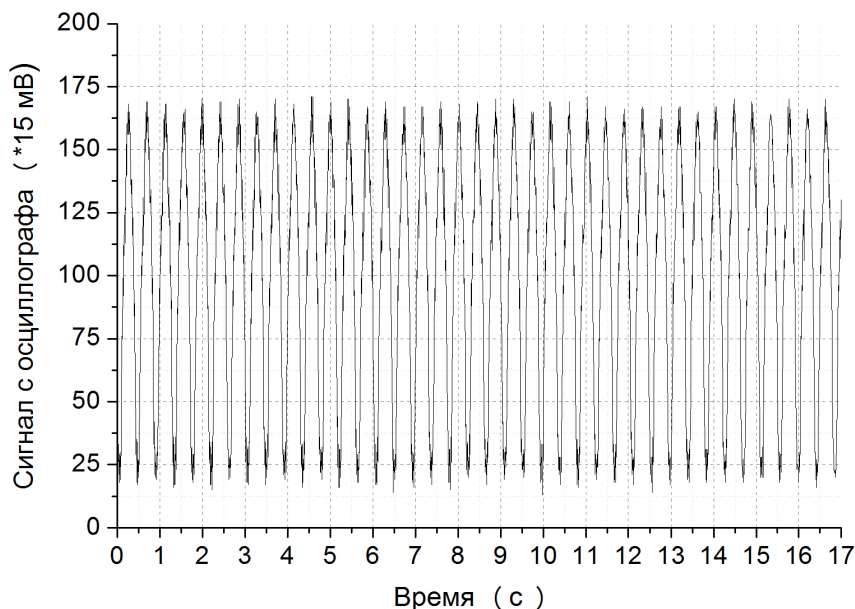


Рис. 5. Типичная зависимость сигнала от времени для установившихся колебаний

менте с помощью весов с проволочной подвеской при постоянной скорости набегающего потока [5].

Экспериментальные данные зависимости коэффициента нормальной силы от угла атаки представлены в таблице 2.

По результатам данных из таблицы 2 определяются коэффициенты разложения C_n по тангенсу углов атаки цилиндров (см. таблицу 3).

Таким образом, по вышеописанным расчетам строятся графики зависимости амплитуды колебаний от скорости набегающего потока (рис. 6

Таблица 1. Коэффициенты разложения коэффициента нормальной силы призм

	$\lambda = 10$ (без шайб)	$\lambda = 10$ (с шайбами)	$\lambda = 20$ (без шайб)	$\lambda = 20$ (с шайбами)
A0	0,016	0,057	0,067	0,03
A1	-0,356	-2,379	-0,325	-1,698
A3	0	100,68	0	29,08
A5	-440	-2595	-340	-680
A7	3100	18350	2600	4300

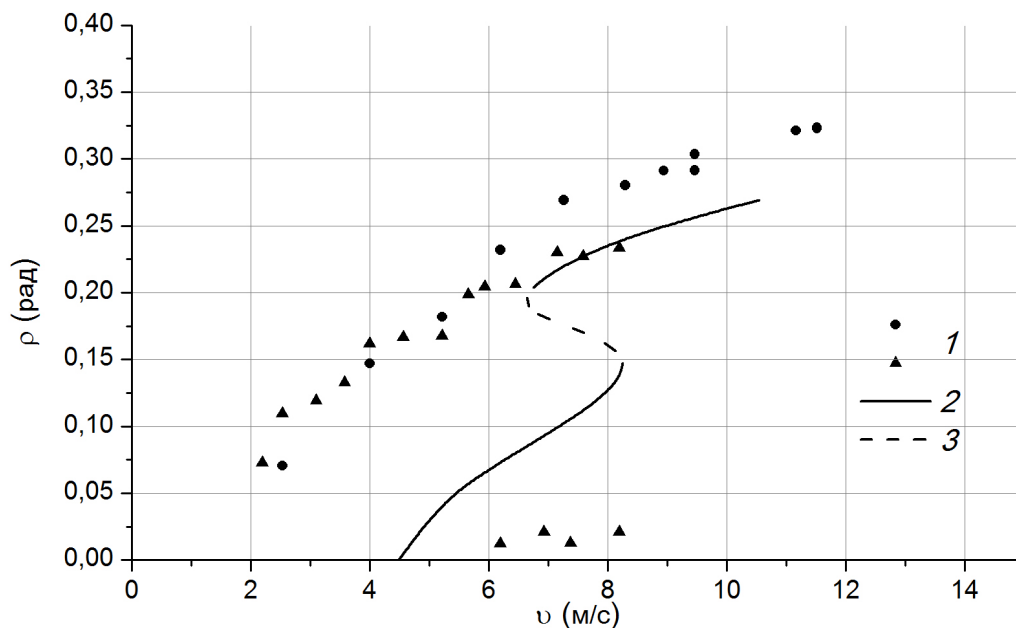


Рис. 6. Результаты эксперимента и расчеты амплитуды колебаний призмы удлинения 10 в зависимости от скорости набегающего потока. 1 – эксперимент, 2 – математическая модель (устойчивое решение), 3 – математическая модель (неустойчивое решение)

- рис. 9).

По данным зависимостей $\rho(v)$ для призм (рис. 6 и рис. 7) наблюдается явление гистерезиса: при увеличении скорости происходит скачок амплитуды колебаний, при уменьшении скорости скачок имеет место уже при меньшей скорости.

Таблица 2. Зависимость коэффициента нормальной силы от угла атаки для цилиндров различного удлинения (эксперимент)

$\lambda = 0.5$		$\lambda = 1$	
$\alpha, ^\circ$	C_n	$\alpha, ^\circ$	C_n
-30	-0,04689	-15	-0,278
-27	-0,02907	-14	-0,246
-24	-0,01244	-13	-0,23
-21	0,03036	-12	-0,195
-18	0,06338	-11	-0,085
-15	0,0486	-10	-0,031
-12	0,01513	-9	0,001
-9	0,00575	-8	0,025
-7	0,02919	-7	0,035
-5	-0,00427	-6	0,004
-3	-0,02349	-5	-0,013
-1	0,00598	-4	-0,02
1	-0,00595	-3	-0,02
3	0,01283	-2	-0,017
5	-0,02898	-1	-0,017
7	0,00466	0	-0,018
9	0,00111	1	-0,017
12	-0,00462	2	-0,01
15	-0,03341	3	-0,006
18	-0,07879	4	-0,01
21	-0,05422	5	-0,02
24	-0,04467	6	-0,027
27	0,0159	7	-0,044
30	0,08008	8	-0,047
		9	-0,02
		10	0,014
		11	0,086
		12	0,175
		13	0,224
		14	0,261
		15	0,285

Таблица 3. Коэффициенты разложения C_n цилиндра

	$\lambda = 0,5$	$\lambda = 1$
A0	0	0
A1	0	0
A3	-4,2	-48,667
A5	21	2493,723
A7	0	-22788,782

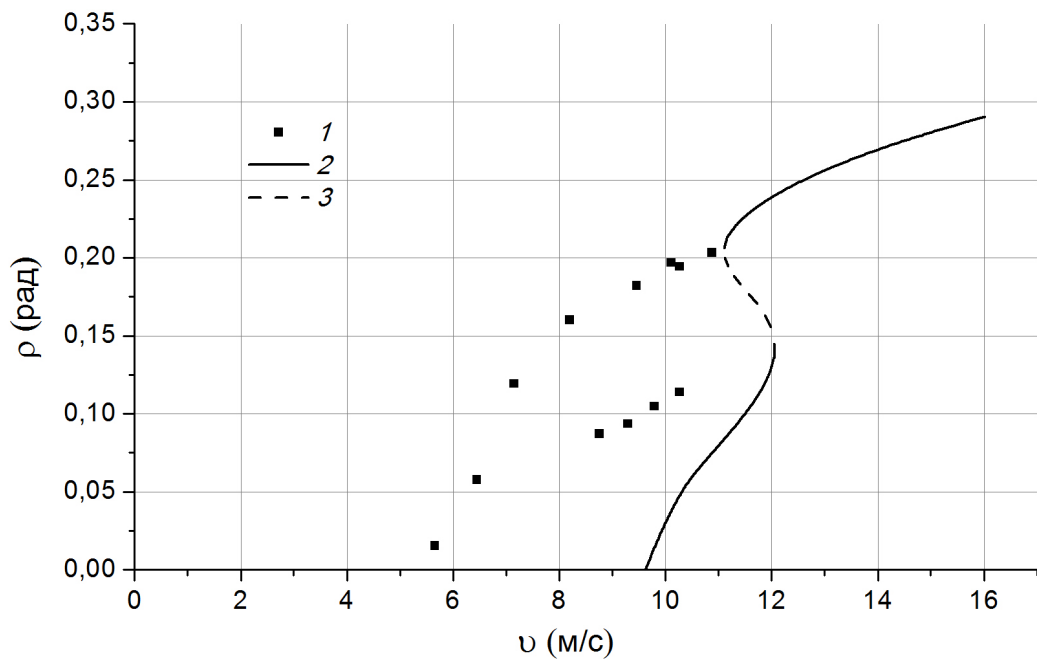


Рис. 7. Результаты эксперимента и расчеты амплитуды колебаний призмы удлинения 20 в зависимости от скорости набегающего потока. 1 – эксперимент, 2 – математическая модель (устойчивое решение), 3 – математическая модель (неустойчивое решение)

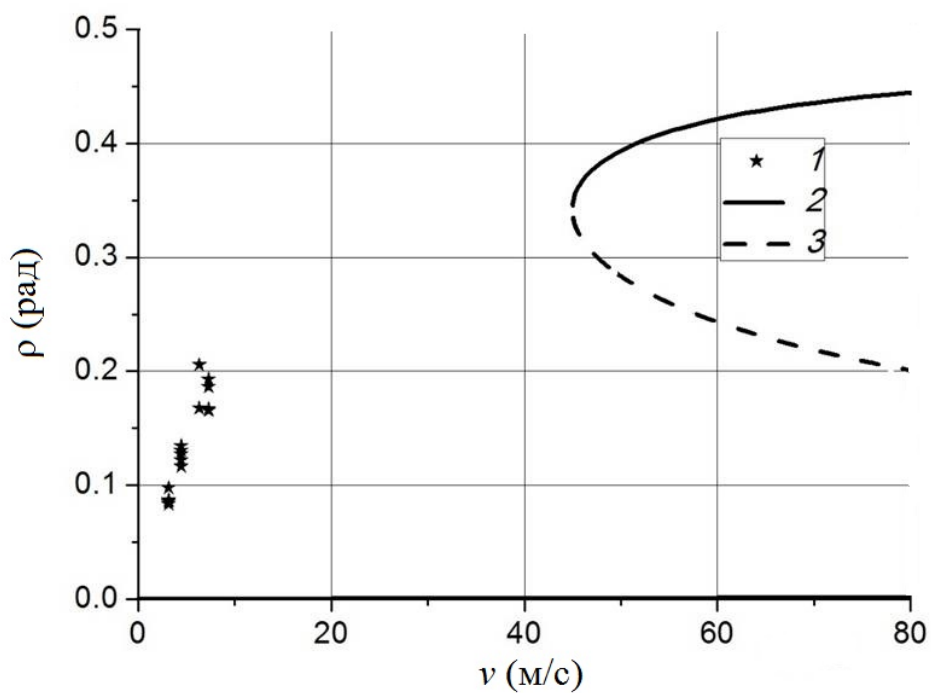


Рис. 8. Результаты эксперимента и расчеты амплитуды колебаний цилиндра в зависимости от скорости набегающего потока. 1 – эксперимент, 2 – математическая модель (устойчивое решение), 3 – математическая модель (неустойчивое решение)

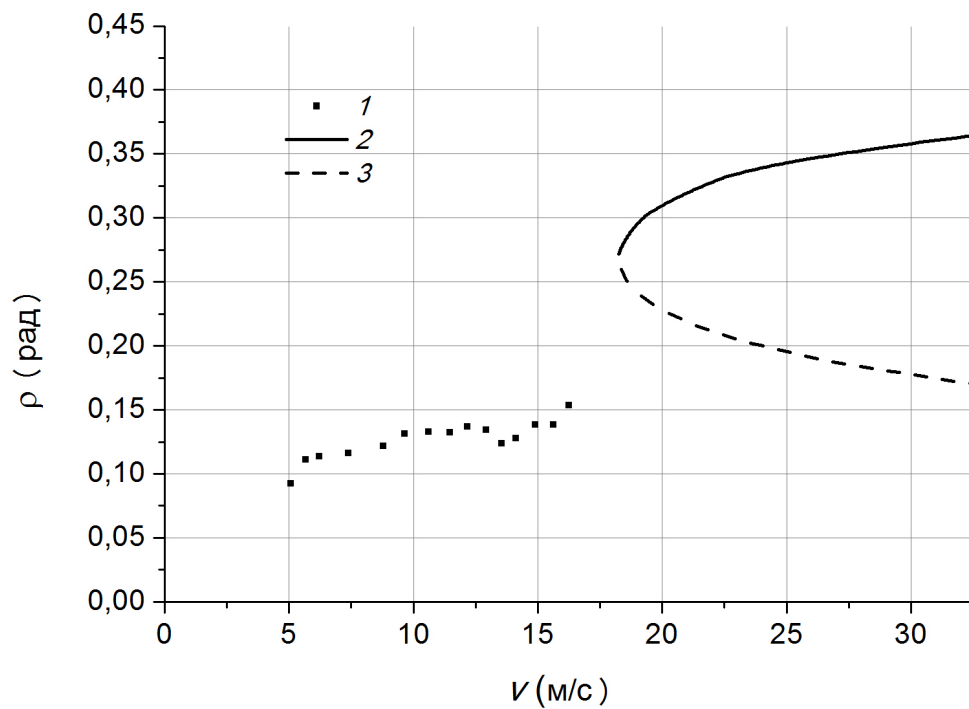


Рис. 9. Результаты эксперимента и расчеты амплитуды колебаний цилиндра в зависимости от скорости набегающего потока. 1 – эксперимент, 2 – математическая модель (устойчивое решение), 3 – математическая модель (неустойчивое решение)

6. Заключение

В результате данной работы были исследованы вращательные колебания плохо обтекаемых тел по дуге большой окружности, получены зависимости амплитуд колебаний от скорости набегающего потока.

Приведенные расчеты свидетельствуют о том, что постороенная квазистационарная математическая модель, хорошо предсказывающая амплитуду колебаний для поступательных колебаний тела, не годится для описания вращательных колебаний, даже если радиус дуги, по которой происходит движение, в несколько раз превосходит размеры тела.

Результаты дипломной работы докладывались на международной конференции по механике "Седьмые Поляховские чтения" и опубликованы в работах [4], [5].

Список литературы

1. Parkinson G.V., Brooks N.P. On the aeroelastic instability of bluff cylinders // Journal of Applied Mechanics. — 1961. — Vol. 28. — P. 252–258.
2. Parkinson G.V., Smith J.D. The square prism as an aeroelastic non-linear oscillator // Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics. — 1964. — Vol. 17. — P. 225–239.
3. Ryabinin A.N., Lyusin V.D. Galloping of small aspect ratio square cylinder // ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences. — 2015. — Vol. 10, no. 1. — P. 134–148.
4. Габдылхакова В.Г., Рябинин А.Н. Экспериментальное исследование вращательных колебаний призмы в воздушном потоке // Седьмые Поляховские чтения. Тезисы докладов Международной научной конференции по механике. Санкт-Петербург, 2-6 февраля 2015 — СПб. — 2015. — С. 109.
5. Габдылхакова В.Г., Рябинин А.Н. Вращательные колебания цилиндра по дуге большого радиуса в воздушном потоке // Естественные и математические науки в современном мире. — 2016. — № 3(38). — С. 103–108.
6. Ковалев М.А. О расчете и исследовании аэродинамических труб // Уч. зап. Ленинградского ун-та. Вып. 7. — 1939. — С. 61–86.
7. Люсин В.Д., Рябинин А.Н. Исследование влияния удлинения призмы на ее аэродинамические характеристики и амплитуду колебаний при галопировании // Вестник Санкт-Петербургского университета. Вып. 2. Серия 1. — 2011. — С. 139–140.
8. Рябинин А.Н. Некоторые задачи аэродинамики плохообтекаемых тел. — СПб. : Изд-во Санкт-Петербургского университета, 1997.

9. Томпсон Дж.М.Т. Неустойчивости и катастрофы в науке и технике. — Москва : МИР, 1985.