

Санкт-Петербургский государственный университет
Кафедра компьютерных технологий и систем

Мазур Алексей Григорьевич

Выпускная квалификационная работа бакалавра

**Компьютерное и имитационное
моделирование динамики ракет-носителей**

Направление 010400

Прикладная математика и информатика

Научный руководитель,
доктор физ.-мат. наук,
профессор
Веремей Е.И.

Санкт-Петербург

2016

Содержание

Введение	3
Постановка задачи	6
Ракета-носитель	6
Оценка точности выведения	7
Обзор литературы	9
Глава 1. Математическая модель динамики ракеты-носителя	10
1.1. Системы координат	10
1.2. Система дифференциальных уравнений движения	13
1.3. Силы, действующие на объект	13
1.4. Вычисление параметров орбиты	15
1.5. Компьютерная модель динамики ракеты	16
Глава 2. Компьютерное моделирование MEMS гироскопов	21
2.1. Базовые положения	21
2.2. Моделирование шумов в измерениях	22
Глава 3. Имитационное моделирование динамики ракеты и измерителей	26
3.1. Выведение на номинальную орбиту	26
3.2. Моделирование динамики выведения с учетом шумов	27
3.3. Общий анализ результатов	30
Выводы	33
Заключение	34
Список литературы	35

Введение

В настоящий момент в связи со стремительным развитием микроэлектроники наблюдается явная тенденция к уменьшению размеров космических аппаратов, решающих задачи различного рода. Она проявляется в появлении целого класса малых космических аппаратов (МКА) с начальной массой менее 1000 кг. Среди МКА принято выделять следующие виды:

- Малые — от 500 до 1000 кг.
- Мини — от 100 до 500 кг
- Микро — от 10 до 100 кг.
- Нано — от 1 до 10 кг
- Пико — от 0,1 до 1 кг.
- Фемто — менее 0,1 кг.

Космические аппараты классов от фемто до нано включительно используются для обучения студентов, выполнения простейших научных исследований и для отработки элементной базы для больших спутников в реальных условиях. Заказчиками в основном являются профильные факультеты университетов и любительские сообщества, а иногда и частные лица. Требования к параметрам орбиты, срокам запуска и активного существования МКА этих классов обычно достаточно мягкие. Как правило, требуется, чтобы они просто оказались на стабильной орбите. Традиционно их выводят в кластерных запусках на ракетах-носителях (РН) среднего и легкого классов в качестве попутной нагрузки, при этом задача их успешного выведения не является приоритетной. Характерными примерами являются запуски на ракетах «Днепр» и Falcon 9, которые в одной миссии способны выводить до трех десятков МКА. Кроме того, практикуется запуск этих аппаратов с борта международной космической станции.

В настоящее время спутники классов микро и мини имеют характеристики которые в достаточной мере пригодны для прикладного и коммерческого применения, что вызывает к ним повышенный интерес. В первую очередь это спутники дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ), рост потребности в которых обусловлен необходимостью получения оперативной

информации в интересах сельского и лесного хозяйства, а также мониторинга чрезвычайных ситуаций природного и техногенного происхождения. Во-вторых, активно разрабатываются проекты формирования крупных орбитальных группировок МКА с целью широкомасштабного и дешевого обеспечения коммуникационными услугами. Наконец, аппараты данной категории в настоящее время способны решать достаточно серьезные научные задачи.

Совершенно очевидно, что спутники, обеспечивающие получение важной информации должны запускаться в строго определенное время на оптимальные для функционирования орбиты. Это касается как запуска одиночных спутников, так и формирования группировок МКА и их оперативного восполнения. Для решения этих задач требуется создание РН сверхмалого класса.

Основной проблемой создания сверхмалого носителя является сложность одновременного обеспечения низкой стоимости и приемлемого технического и конструктивного совершенства. Учитывая то, что коммерчески приемлемая удельная стоимость выведения МКА составляет 60000 \$ за кг, пуск ракеты-носителя сверхмалого класса для запуска спутника массой в 10 кг должен обходиться не более чем в 600000 \$. Чтобы уложиться в эти суммы, необходимо всемерно упрощать конструкцию ракеты, избегая дорогостоящих решений.

В настоящее время за рубежом прорабатываются несколько проектов РН сверхмалого класса. В США разрабатывается трехступенчатая РН SWORDS [1], способная выводить на орбиту высотой 750 км спутник массой до 25 кг. Компания Interorbital system corporation заключила контракт с NASA на разработку модульного носителя Neptune с грузоподъемностью от 30 до 1000 кг. Аналогичные разработки ведутся [2] во Французском национальном центре космических исследований CNES; в Японии осуществляются [3] НИР по поиску доступных технологий воздушного запуска для выведения КА массой 100...200 кг на низкую околоземную орбиту. Существуют и другие аналогичные проекты.

В настоящий момент в России частной космической компанией Lin Industrial ведется работа над семейством ракет-носителей сверхмалого класса. Проект «Таймыр-1» имеет стартовую массу 2585,2 кг и максимальную массу полезной нагрузки 15,9 кг. Компоновка ракеты — трехступенчатая.

Информационное обеспечение работы автомата стабилизации и выведения производит бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС) на базе бортового компьютера (БК) совместно с набором MEMS (Microelectromechanical systems) гироскопов и акселерометров.

MEMS датчики — это измерительные устройства, созданные на основе технологий объемной микромеханики. Как правило, они не имеют движущихся частей, что обеспечивает им высокую надежность. В связи с активным развитием данных технологий, в настоящее время наблюдается рост точности показаний и улучшение устойчивости датчиков к вибрациям, температуре и иным возмущениям. В совокупности, это позволяет использовать устройства данного класса не только для бытовой электроники, но и применять их в таких сложных приложениях, как системы управления летательными аппаратами. Кроме того, датчики данной категории отличаются низкой стоимостью, что вызывает к ним повышенный интерес.

Система управления (СУ) располагается на верхней ступени РН, что предполагает необходимость максимального снижения ее массы, т.к. масса СУ будет находиться на ракете в течение всей программы выведения. Стоимость ее при этом должна быть низкой для обеспечения дешевизны ракетного комплекса в целом. Для выполнения этих противоречивых требований в СУ предполагается использовать электронные компоненты класса Commercial и Industrial средней ценовой категории, что накладывает дополнительную ответственность на специалистов по системе управления по причине существенного отличия этих компонент от дорогостоящей Military и Space-электроники.

В настоящей работе рассматриваются вопросы, связанные с созданием универсального компьютерного комплекса для моделирования динамики ракет-носителей. Формируется модель шумов в измерениях для датчиков угловых скоростей и осуществляется имитационное моделирование полета ракеты «Таймыр-1» в условиях использования идеальных (незашумленных) датчиков и в реальных условиях при наличии помех. Определяются границы возможных элементов орбиты ПН для заданного уровня шумов в измерениях.

Постановка задачи

Целью настоящего исследования является создание компьютерной модели динамики ракеты-носителя и теоретическая проверка допустимости использования MEMS гироскопов из класса Commercial и Industrial средней ценовой категории для задачи выведения полезной нагрузки.

Ракета-носитель

В настоящей работе в качестве объекта исследования принимается проектируемая в настоящее время компанией Lin Industrial ракета-носитель космического назначения сверхлегкого класса «Таймыр-1». Основные характеристики РН указаны в аванпроекте [4] и приведены в таблице 1. Данные параметры далее будут использоваться как исходные данные для разрабатываемой компьютерной модели. В таблице используется аббревиатура УИ, обозначающая удельный импульс ракетного двигателя. В момент конца программы выведения t_{final} от четвертой ступени отделяется *полезная нагрузка* (ПН), об орбитальных характеристиках которой будет в дальнейшем идти речь.

Таблица 1. Характеристики РКН «Таймыр-1»

Параметр	1 ст.	2 ст. (усл)	3 ст.	4 ст.
Масса ПН m_{pl} , кг		11		
Начальная масса m_s , кг	1885	312	290	85,8
Конечная масса m_f , кг	0	250	60	16,7
УИ на ур. моря ISP_e	200	100	200	200
УИ в вакууме ISP_v	240	160	290	290
Расход топлива W_{sec}	18	11,9	1,55	0,414

Предполагаемая структура системы управления движением базируется на бортовом вычислительном комплексе, состоящего из трех идентичных двухпроцессорных каналов. Каждый канал содержит и опрашивает свой комплект инерциальных датчиков. На данный момент разработки предполагается использовать в качестве датчиков MEMS гироскопы из следующего списка:

- ADIS16445BMLZ – по 1 шт. на канал;
- ADXRS646-EP – по 3 шт. на канал;
- SCC1300-D02 – по 3 шт. на канал.

Важной особенностью данной ракеты является наличие солнечного датчика, с помощью которого возможно производить коррекцию углов тангажа и рысканья с момента выхода ракеты из плотных слоев атмосферы.

Оценка точности выведения

Пусть имеется набор элементов орбиты выводимого спутника при условии идеальной работы системы управления (незашумленные измерения):

$$O_{nom} = (a, e, \Omega, i, \omega)_{nom}.$$

Здесь a — большая полуось, e — эксцентриситет, Ω — долгота восходящего узла, i — наклонение, ω — аргумент перицентра.

Кроме того, будем рассматривать набор элементов орбиты для k -ой реализации случайных процессов, характеризующих ошибки датчиков угловых скоростей, и работы системы управления с зашумленным сигналом:

$$O_k = (a, e, \Omega, i, \omega)_k.$$

Для каждой реализации шумов датчика будем имитировать процесс движения РН с помощью компьютерной модели и вычислять невязку:

$$\Delta O_k = O_{nom} - O_k = (\Delta a, \Delta e, \Delta \Omega, \Delta i, \Delta \omega)_k.$$

На базе теории Кеплера, по формулам описанным в работе [5], будем вычислять вспомогательные характеристики орбиты — невязку апогея ΔA и перигея ΔP . Угловые величины будем измерять в градусах, а параметры a, A, P в километрах. Параметры ΔA и ΔP в совокупности с невязкой наклона орбиты Δi будем рассматривать как базовый набор характеристик качества работы системы управления движением РН. Их величины позволяют судить о точности выведения полезной нагрузки. При необходимости будем пользоваться и другими характеристиками.

В качестве общей оценки результата будем рассматривать выборочное среднее M , среднеквадратичное отклонение S и максимальные отклонения параметров от номинальных. Предполагаем, что имитационное моделирование с шумами проведено N раз. Тогда:

$$M(A) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N A_k, \quad M(P) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N P_k, \quad M(i) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N i_k,$$

$$S(A) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (A_k - M(A))^2}, \quad S(P) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (P_k - M(P))^2},$$

$$S(i) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (i_k - M(i))^2},$$

$$\Delta A_{max} = \max_k |\Delta A_k|, \quad \Delta P_{max} = \max_k |\Delta P_k|, \quad \Delta i_{max} = \max_k |\Delta i_k|.$$

Орбиту космического аппарата будем называть *несформированной*, если перигей $P < 170$ км. При этом условии задача выведения либо не была выполнена, либо итоговая орбита является слишком низкой и срок активного существования на ней космического аппарата составляет не более суток.

Обзор литературы

Вопросы динамики ракетного движения достаточно широко освещены во множестве трудов советских и российских ученых. Баллистика ракет в случае трехмерного движения и некоторые вопросы построения оптимальных траекторий рассматриваются в работе [6], где также подробно описан общий подход к формированию математических моделей летательных аппаратов в целом. Подробное описание действующих на ракету сил, различные методы их описания и математические модели атмосферы и силы тяжести изложены в трудах [7] и [8]. Обобщенному описанию математических вопросов, связанных с управлением ракетами-носителями, посвящена книга [9], однако отдельные моменты изложены фрагментарно или в справочной форме. В работе [10] максимально подробно рассмотрены математические модели ракет-носителей различной степени сложности, включая уравнения упругих колебаний корпуса и динамики жидкостей в топливных баках. Различные способы определения орбит космических аппаратов отражены в книге [5], где приведен важный для настоящей работы метод вычисления элементов орбиты полезной нагрузки после завершения программы выведения по вектору состояния РН.

Информация об оценке точности MEMS-датчиков в основном представлена в виде статей. В российских изданиях этим вопросам посвящена публикация [11], где подробно представлено описание отдельных шумовых составляющих датчиков инерциальной навигации через понятие вариации Аллана и спектральной плотности мощности случайного процесса, а также показана достаточная для практического использования точность математического моделирования шумов датчиков на базе данных понятий. Общее описание применяемого метода вариации Аллана и оценка характеристик БИНС рассмотрены в работе [12]. С несколько иной точки зрения представлена общая теория вопроса и результаты зарубежных исследователей в работе [13].

Глава 1. Математическая модель динамики ракеты-носителя

В качестве основы для построения программного комплекса, моделирующего динамику ракет-носителей, примем уравнения движения точки переменной массы под действием сил тяги, аэродинамики, гравитации и эффектов, связанных с вращением Земли.

Существуют различные по сложности варианты уравнений движения ракет-носителей. Мы будем пользоваться достаточно полной системой движения центра масс РН без использования упрощающего предположения о малости углов атаки, скольжения, рысканья и крена. Это связано с тем, что используемые датчики угловых скоростей могут работать с достаточно большой ошибкой.

1.1. Системы координат

Для описания движения РН обычно вводится несколько различных систем координат. Сила тяги и управляющие силы определяются в связанной с ракетой декартовой прямоугольной системой координат (ДПСК) (рис. 1), где начало находится в центре масс ракеты, ось X направлена по продольной оси, ось Y направлена в боковом направлении, а ось Z дополняет систему до правой. Аэродинамические силы описываются в поточной ДПСК, где ось X_p направлена по вектору скорости РН V и составляет с осью X угол атаки α в плоскости OXZ и угол скольжения β в плоскости OXY .

Кроме того используют стартовую ДПСК для определения текущего положения РН относительно места старта. Начало совпадает с центром масс ракеты в момент старта t_0 , Ось X_s направлена в сторону пуска, ось Y_s направлена вверх, а ось Z_s дополняет систему до правой. Положение связанной ДПСК относительно стартовой описывается тремя углами Эйлера: тангажа θ , рысканья ψ и крена γ , которые указаны на рис. 2.

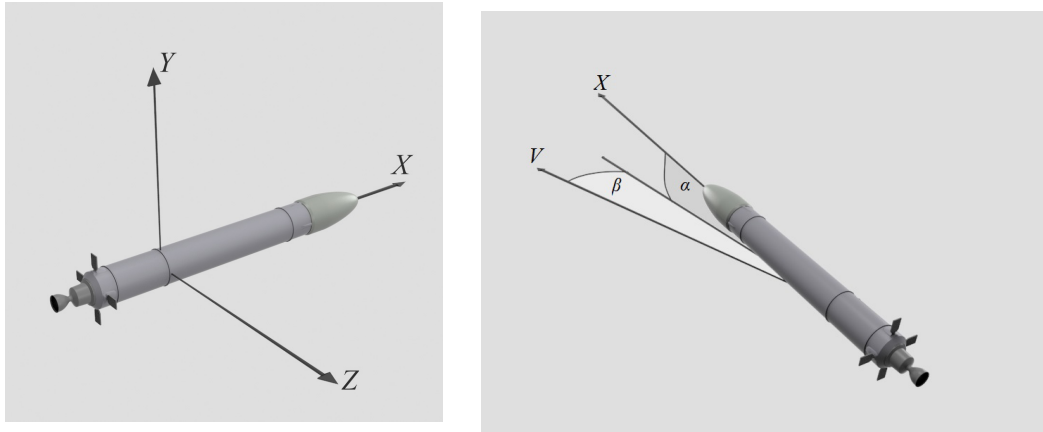


Рис. 1. Связанная с ракетой и поточная системы координат.

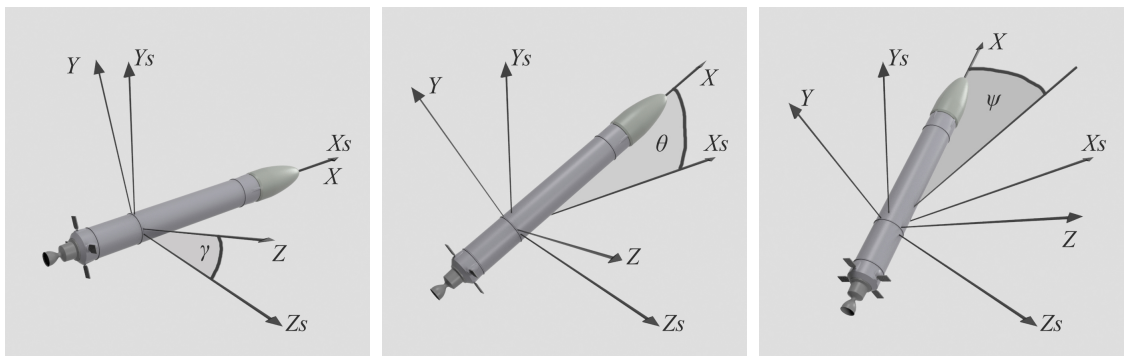


Рис. 2. Переход из стартовой в связанную СК.

Для вычисления элементов орбиты по вектору состояния РН вводится геоцентрическая ДПСК (рис. 3), начало которой находится в центре Земли, ось Z_{gc} направлена на Северный полюс, ось X_{gc} определяется нулевой долготой, ось Y_{gc} дополняет систему до правой. Кроме этого, с целью точного учета гравитационных сил и вычисления трассы РН по поверхности Земли, используется геодезическая система координат. Ее центр находится в центре земного эллипсоида, положение РН определяется углами широты φ и долготы λ и расстоянием r от точки отсчета.

Для привязки РН к конкретному положению на земном эллипсоиде вводят топоцентрическую ДПСК (рис. 4). Начало отсчета располагается на поверхности Земли с координатами φ_0 и λ_0 в геодезической СК, ось X_{tc} направлена на Северный полюс, Z_{tc} по нормали к поверхности, а Y_{tc} дополняет систему до правой тройки. Стартовая СК располагается в плоскости топоцентрической и повернута относительно нее на угол азимута A по оси Z_{tc} . Соотношения для перехода между геодезической, геоцентрической и топоцентрическими системами координат указаны в статье [14].

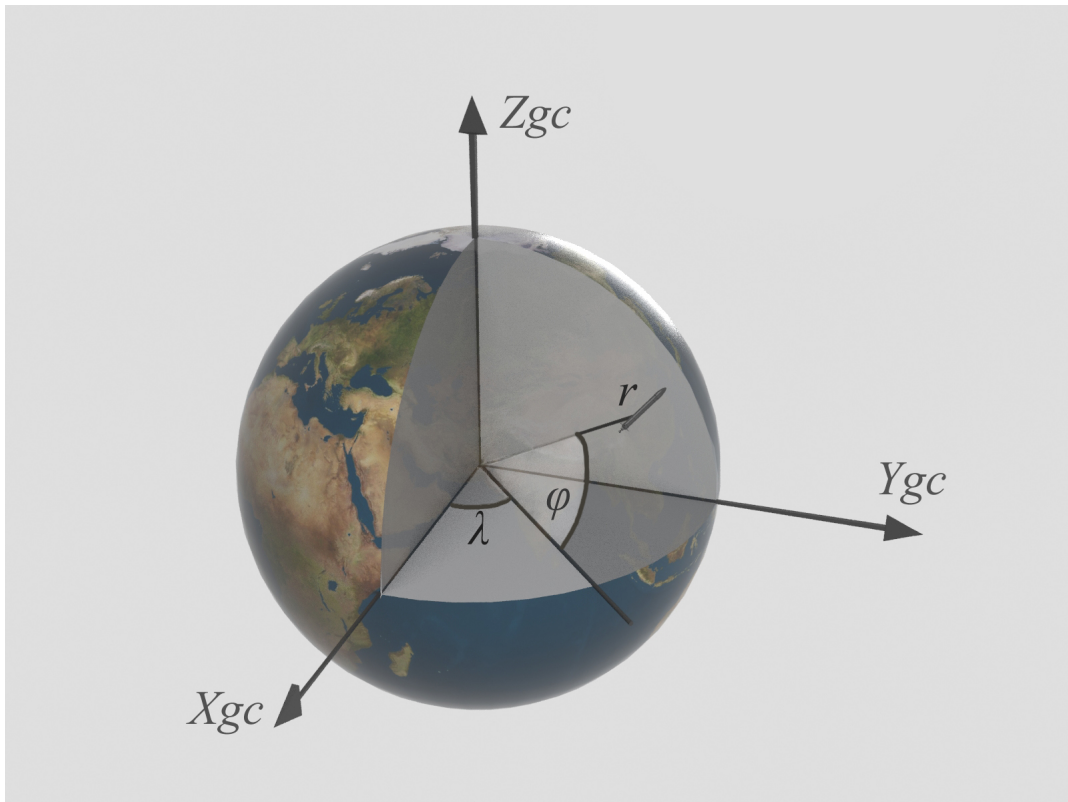


Рис. 3. Геоцентрическая и геодезическая СК.

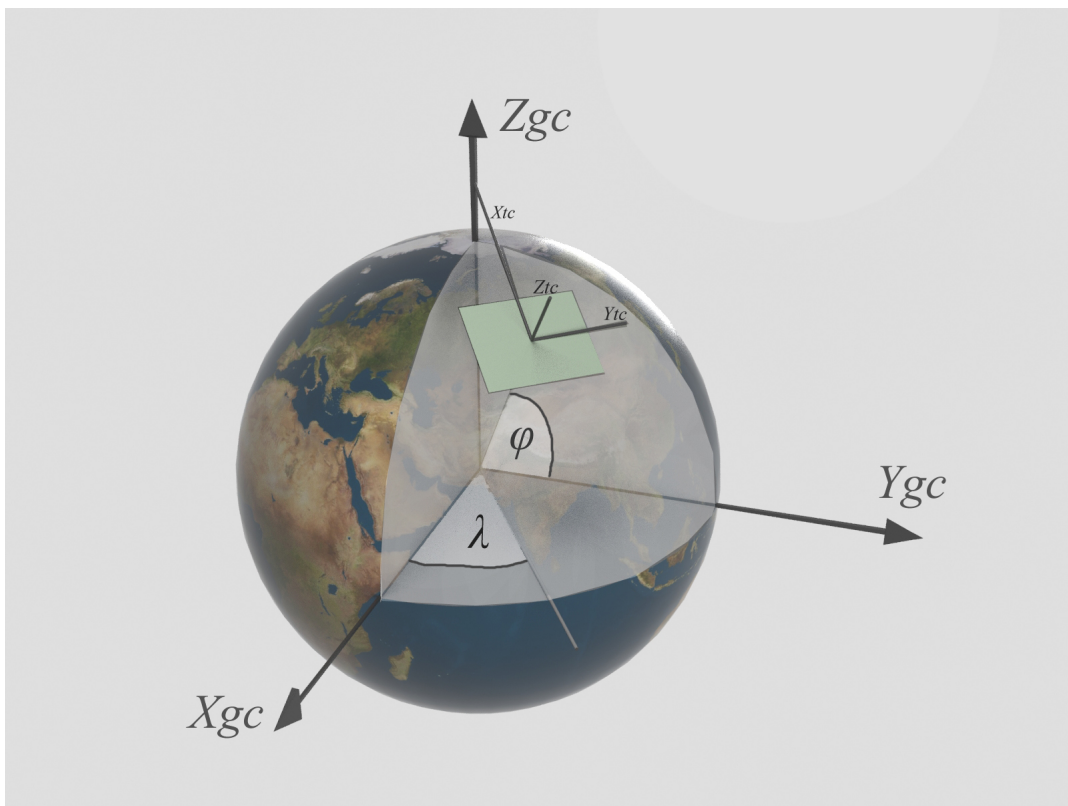


Рис. 4. Геодезическая и топоцентрическая СК.

1.2. Система дифференциальных уравнений движения

Система дифференциальных уравнений динамики РН в общем виде для стартовой системы координат выглядит следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dV_{s_i}}{dt} = \frac{1}{m}(P_i + A_i) + G_i + E_i, \quad i = \overline{1, 3}, \\ \frac{dX_{s_i}}{dt} = V_i, \quad i = \overline{1, 3}, \\ \frac{d\theta}{dt} = \theta_{prog}, \\ \frac{d\psi}{dt} = \psi_{prog}, \\ \frac{d\gamma}{dt} = \gamma_{prog}, \\ \frac{dm}{dt} = W_{sec}. \end{array} \right.$$

Здесь \bar{V} и \bar{X} — вектора скоростей и координат; функции θ_{prog} , ψ_{prog} и γ_{prog} определяют заданное программное движение по углам тангажа, рысканья и крена соответственно; W_{sec} представляет фиксированный секундный расход топлива, P_i , A_i , G_i , E_i — компоненты силы тяги, аэродинамического сопротивления, силы тяжести и влияния вращения Земли. Подробный вывод указанных дифференциальных уравнений представлен в работе [6]. Конкретные параметры, входящие в состав указанных сил, определяются в зависимости от номера работающей ступени.

1.3. Силы, действующие на объект

Сила тяги двигателя

Запишем выражение для силы тяги в системе координат, связанной с ракетой. Считая тягу направленной по продольной оси ракеты, ее действие будет распространяться только на ось X . Обозначим W_{sec} — секундный расход топлива, g — ускорение свободного падения на уровне моря, ISP_v и ISP_e — удельные импульсы в вакууме и у поверхности соответственно, $\frac{p}{p_0}$ — отношение текущего атмосферного давления к давлению у поверхности. Конкретные числовые выражения получают из таб.1. Выражение для силы тяги представляется следующей формулой:

$$P = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_{sec} * g * (ISP_v - (ISP_v - ISP_e) * \frac{\rho}{\rho_0}) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Аэродинамическая сила

Полная аэродинамическая сила зависит от скоростного напора $\frac{1}{2}\rho V^2$, характерной площади тела S (площадь миделя или боковая площадь) и аэродинамического коэффициента C , который в общем случае зависит от числа Маха, геометрических параметров ракеты, углов атаки α и скольжения β . Плотность $\rho(\varphi, \lambda, h)$ получается из блока NRLMSISE-00 Atmosphere model Aerospace toolbox системы Simulink. Для описания силы в стартовой СК сначала запишем матрицу перехода из поточной системы координат в систему, связанную с ракетой:

$$M = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \sin \alpha & -\cos \alpha \sin \beta \\ -\sin \alpha \cos \beta & \cos \alpha & \sin \alpha \sin \beta \\ \sin \alpha & 0 & \cos \beta \end{pmatrix}.$$

Выражение для аэродинамической силы в связанной с ракетой системе координат имеет вид:

$$A = M \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} 0.5\rho C_x S_x V^2 \\ 0.5\rho C_y S_y V^2 \\ 0.5\rho C_z S_z V^2 \end{pmatrix}.$$

Для того, чтобы из связанной с ракетой системы координат перейти в стартовую, необходимо воспользоваться следующей матрицей перехода:

$$L = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \theta & -\cos \theta \sin \psi \\ \sin \gamma \sin \psi - & & \sin \gamma \cos \psi + \\ \cos \gamma \sin \theta \cos \psi & \cos \gamma \cos \theta & \cos \gamma \sin \theta \cos \psi \\ \cos \gamma \sin \psi + & & \cos \gamma \cos \psi - \\ \sin \gamma \sin \theta \cos \psi & -\sin \gamma \cos \theta & \cos \gamma \cos \theta \sin \psi \end{pmatrix}.$$

Таким образом, можно записать следующее выражение для силы тяги и аэродинамики в стартовой системе координат:

$$F_{start} = L^{-1}(A + P).$$

Сила тяжести и эффекты, связанные с вращением Земли

Выражения для силы тяжести формируются далее с помощью блока Spherical Harmonic Gravity Model Aerospace Blockset системы Simulink. Принятая в этом блоке модель гравитационного поля с высокой точностью описывает гравитационный потенциал с учетом несферичности Земли. На вход блока подаются координаты (X_{gc}, Y_{gc}, Z_{gc}) РН в геоцентрической системе координат, на выходе получается вектор ускорения свободного падения $(G_{X_{gc}}, G_{Y_{gc}}, G_{Z_{gc}})^T$ в геоцентрической системе координат.

Влияние вращения Земли на полет ракеты и соответствующие выражения для сил $(E_{X_{gc}}, E_{Y_{gc}}, E_{Z_{gc}})^T$ в геоцентрической системе координат приведены в работе [15]. Полученные силы последовательными преобразованиями приводятся к стартовой системе координат.

1.4. Вычисление параметров орбиты

В результате интегрирования системы дифференциальных уравнений динамики будем иметь вектор состояния РН в конце активного участка траектории в стартовой системе координат. Используя последовательные преобразования, переведем вектор в геоцентрическую систему координат. Пусть \bar{R} и \bar{V} — координаты и скорость полезной нагрузки в геоцентрической системе координат. Произведем вспомогательные вычисления:

$$r = \sqrt{(\bar{R} \cdot \bar{R})}, \quad v = \sqrt{(\bar{V} \cdot \bar{V})}, \quad \bar{h} = \bar{R} \times \bar{V}, \quad \bar{n} = (0, 0, 1) \times \bar{h},$$

$$\bar{e} = \frac{1}{\mu} \left((v^2 - \frac{\mu}{r}) \bar{R} - (\bar{R} \cdot \bar{V}) \bar{V} \right).$$

Здесь r и v — длины соответствующих векторов, вектор \bar{h} перпендикулярен плоскости орбиты, а \bar{n} указывает на восходящий узел. \bar{e} — вектор эксцентриситета. Дополнительно введем параметр $\mu = GM$, где G — гравитационная постоянная, M — масса Земли. Элементы орбиты определяются по следующим формулам:

большая полуось;

$$a = \frac{-\mu}{2E}, \quad E = \frac{v^2}{2} - \mu/r.$$

эксцентриситет;

$$e = |\bar{e}|.$$

наклонение;

$$i = \arccos \frac{h_z}{|\bar{h}|}.$$

долгота восходящего узла;

$$\Omega = \arccos \frac{n_z}{|\bar{n}|}.$$

аргумент перицентра;

$$\omega = \arccos \frac{\bar{n} \cdot \bar{e}}{|\bar{n}| |\bar{e}|}.$$

средняя аномалия.

$$M = E - e \sin E.$$

Теперь приведем формулы для вычисления вспомогательных элементов орбиты, в качестве которых принимаем значение апогея и перигея:

$$A = a(1 - e) - R_{earth}, \quad P = a(1 + e) - R_{earth}.$$

1.5. Компьютерная модель динамики ракеты

В соответствии с описанной выше математической моделью динамики, построим ее компьютерную реализацию в среде MATLAB-Simulink. Общая схема Simulink-модели верхнего уровня представлена на рис. 5.

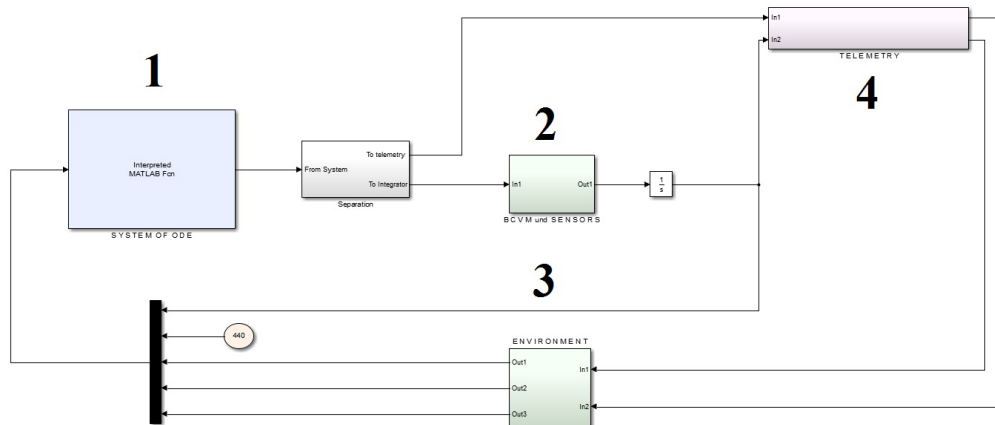


Рис. 5. Simulink-модель верхнего уровня.

Simulink-модель верхнего уровня включает в себя следующие основные блоки подсистем:

1. Блок системы обыкновенных дифференциальных уравнений динамики ракеты-носителя.
2. Блок выделения сигналов угловых скоростей и добавления шумовых составляющих.
3. Блок получения параметров гравитационного поля и атмосферы.
4. Блок телеметрии (обработки результатов интегрирования).

Блок 2 (рис. 6) выделяет из системы дифференциальных уравнений сигналы угловых скоростей и с помощью MATLAB-функции аддитивно добавляет помехи.

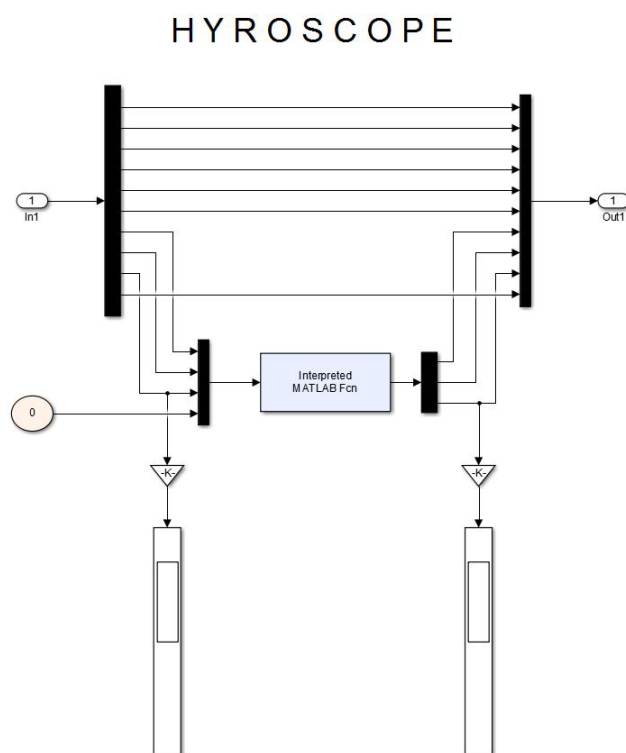


Рис. 6. Блок выделения и зашумления сигналов угловых скоростей.

Блок 3 выполняет прямые и обратные преобразования координат ракеты-носителя из стартовой системы в геодезическую и геоцентрическую и с помощью моделей гравитационного поля и атмосферы получает параметры, необходимые для замыкания системы дифференциальных уравнений. Кроме того, некоторые параметры передаются в блок обработки телеметрии. Общая схема представлена на рис. 7.

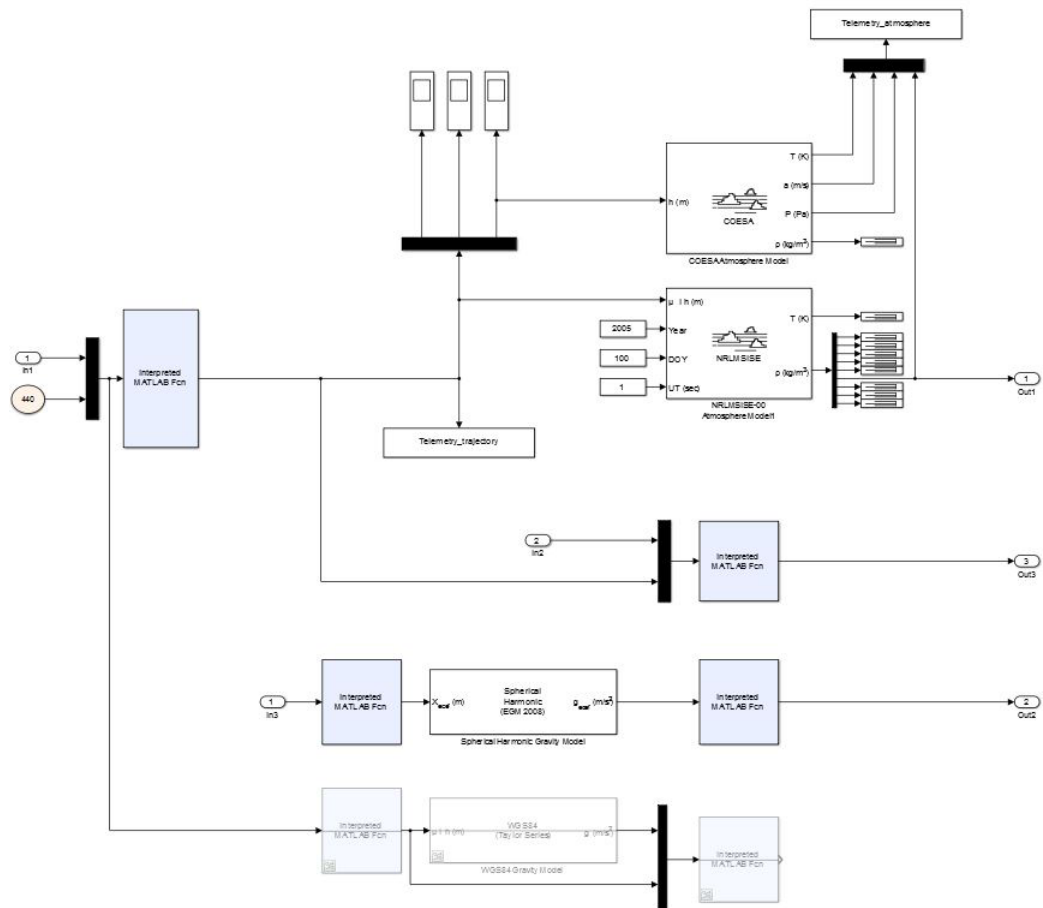


Рис. 7. Блок параметров гравитационного поля и атмосферы.

Схема блока получения телеметрии 4 изображена на рис. 8.

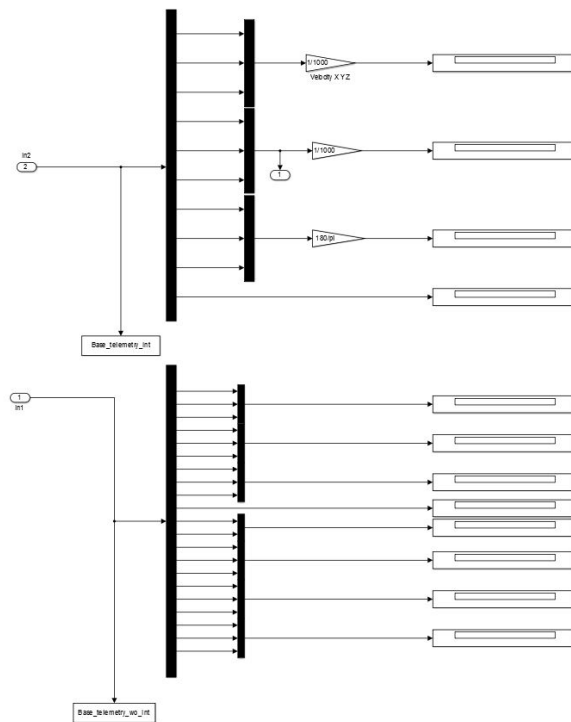


Рис. 8. Блок получение телеметрии.

Основные параметры ракеты-носителя и окружающей среды на траектории выведения в стартовой системе координат представлены на рис. 9.

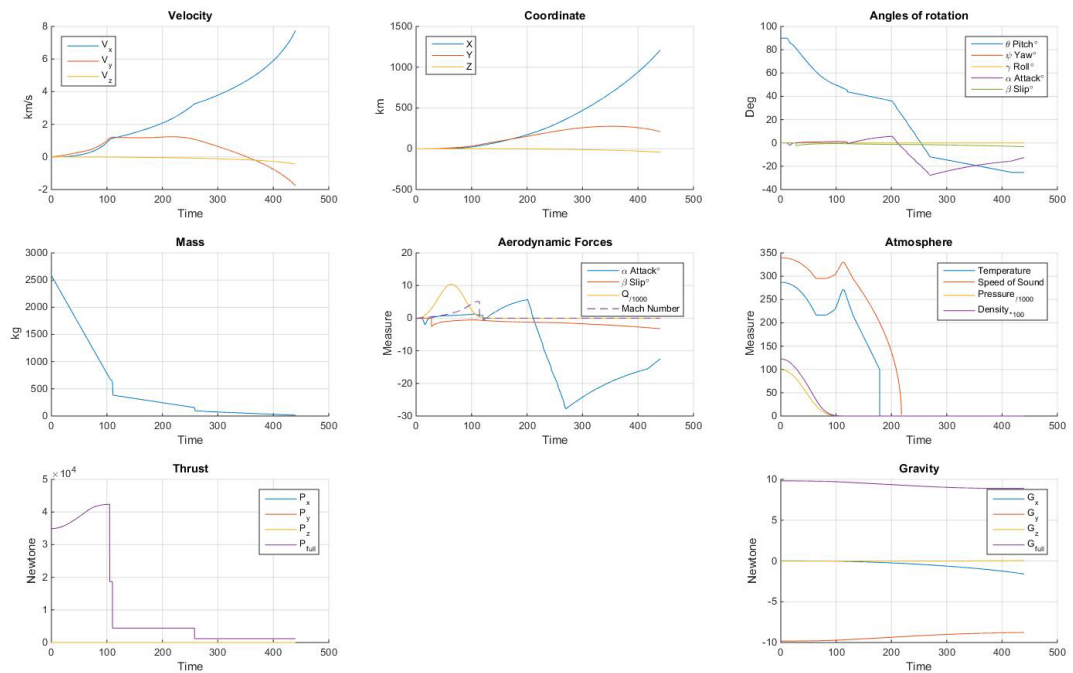


Рис. 9. Телеметрия.

Траектория выведения и итоговая орбита ПН представлены на рис. 10.

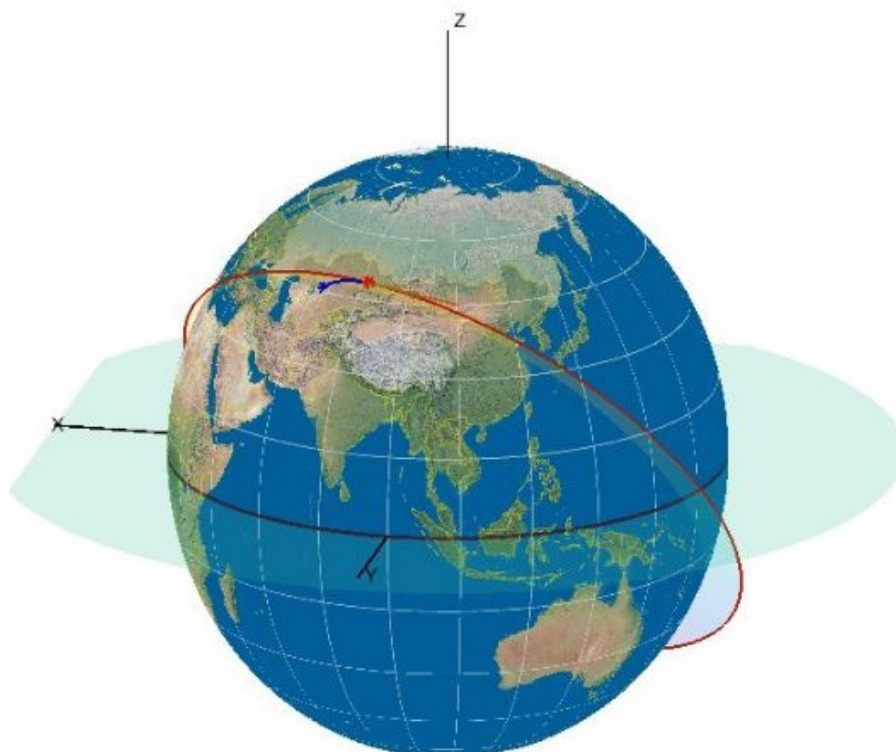


Рис. 10. Орбита ПН.

Проекция орбиты ПН на поверхность Земли за один виток в условиях невозмущенного кеплеровского движения изображена на рис. 11.

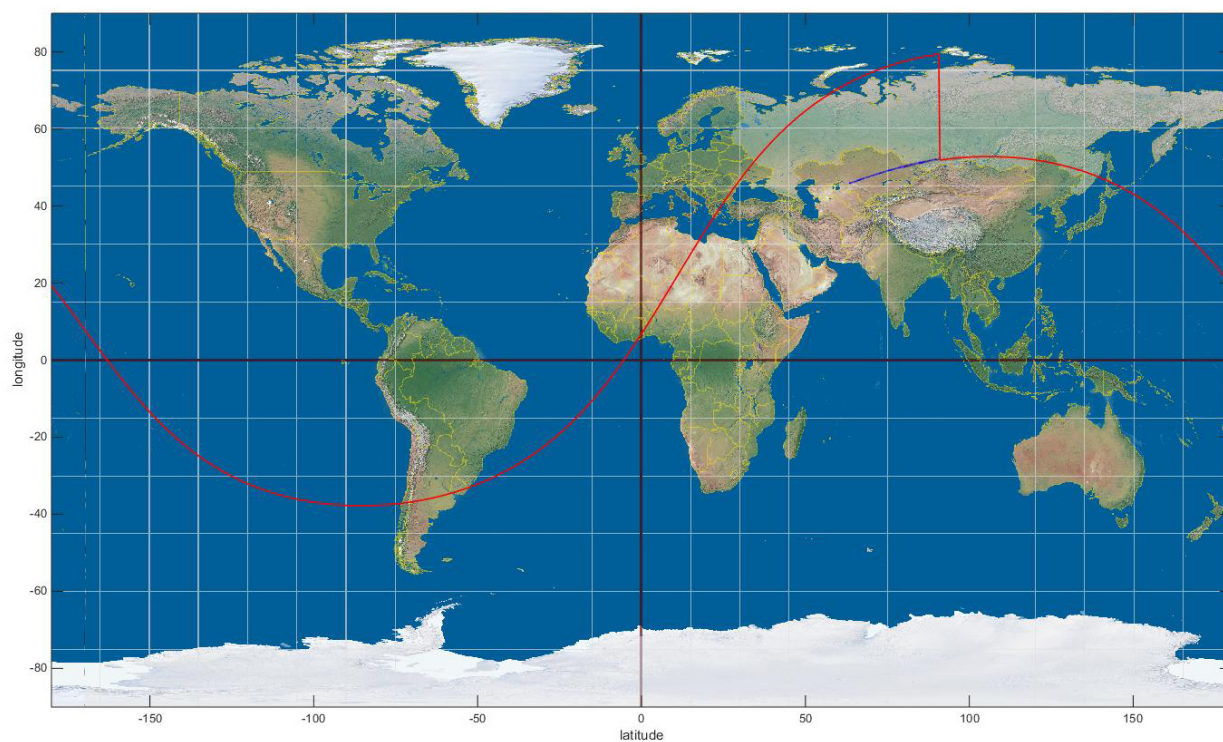


Рис. 11. Проекция орбиты полезной нагрузки.

Глава 2. Компьютерное моделирование MEMS гироскопов

В идеальном случае результат работы системы управления целиком и полностью зависит от качества подаваемых ей сигналов. Однако в реальных условиях основную помеху вносят ошибки измерительных приборов. На чистый информационный сигнал MEMS гироскопов аддитивно накладывается несколько различных по характеру шумовых составляющих. Для определения значения количественного вклада используется метод, основанный на понятии вариации Аллана. Одно из его основных удобств состоит в том, что оценка вариации присутствует в спецификациях всех MEMS приборов лидирующих фирм, что позволяет разработать общую для них компьютерную модель.

2.1. Базовые положения

В основе метода вариации Аллана лежит вычисление дисперсий разницы соседних отклонений: для случайной последовательности $\{x_k\}$ длины T вариация Аллана $\sigma_A^2(\tau)$ на интервале осреднения τ определяется как среднее дисперсий соседних пар по следующей формуле:

$$\sigma_A^2(\tau) = \frac{1}{2(M-1)} \sum_{k=1}^{M-1} (x_{k-1} - x_k)^2, \quad M = \left\lfloor \frac{T}{\tau} \right\rfloor - 1.$$

Вариация Аллана связана со спектральной плотностью шума следующим соотношением:

$$\sigma_A^2(\tau) = 4 \int_0^\infty P(f) \frac{\sin(\pi f \tau)^4}{(\pi f \tau)^2} df.$$

Основные составляющие погрешностей инерциальных датчиков известны, и в работе [11] указаны конкретные выражения для их спектральной плотности. Существует аппроксимационный полином для вариации Аллана, который записывается в виде:

$$\sigma_A^2(\tau) \approx p_A^2(\tau) = R^2 \frac{\tau^2}{2} + K^2 \frac{\tau}{3} + B^2 \frac{2}{\pi} \ln(2) + N^2 \frac{1}{\tau} + Q^2 \frac{1}{\tau^2}.$$

Значения коэффициентов в данном полиноме есть характеристика интенсивности каждой шумовой составляющей сигнала в отдельности. Для определения их численных значений в работе [12] описан метод наименьших квадратов, обеспечивающий максимальное совпадение функций.

2.2. Моделирование шумов в измерениях

Вариация Аллана позволяет оценить 7 основных составляющих шума, однако, учитывая кратковременность активного участка траектории РН (300-500 секунд), имеет смысл рассматривать только две: белый шум со спектральной плотностью N^2 и фликкер-шум (смещение нуля) со спектральной плотностью $\frac{B^2}{2\pi} \frac{1}{f}$.

На основе заданной спектральной плотности мощности возможно смоделировать оба данных шума. Существует множество способов синтеза шума по спектральной характеристике, и один из них реализуется с помощью функции `dsp.ColoredNoise` в системы MATLAB. Для гироскопа фирмы Analog Devices ADIS16445BMLZ необходимые коэффициенты известны [16]: $N = 0.5$ и $B = 12$. Результат моделирования показан на рис. 12.

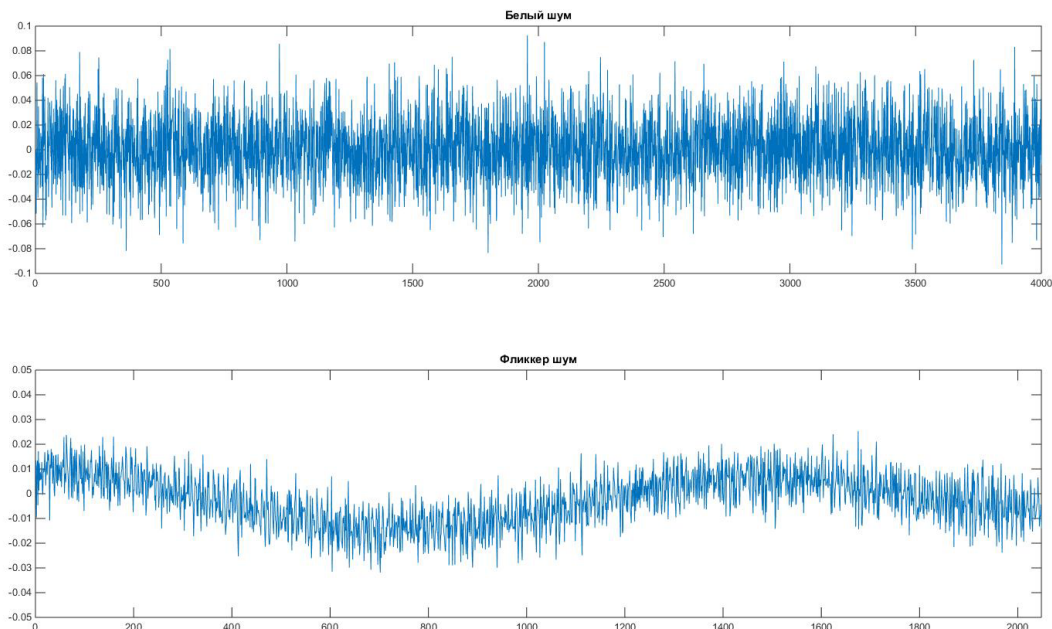


Рис. 12. Белый и фликкер шумы.

На рис. 13 представлена сумма результатов моделирования этих шумов. Как можно видеть, смещение нуля угловой скорости находится в пре-

делах $\pm 0,1$ градуса за серию в 200 секунд с частотой 10 Гц.

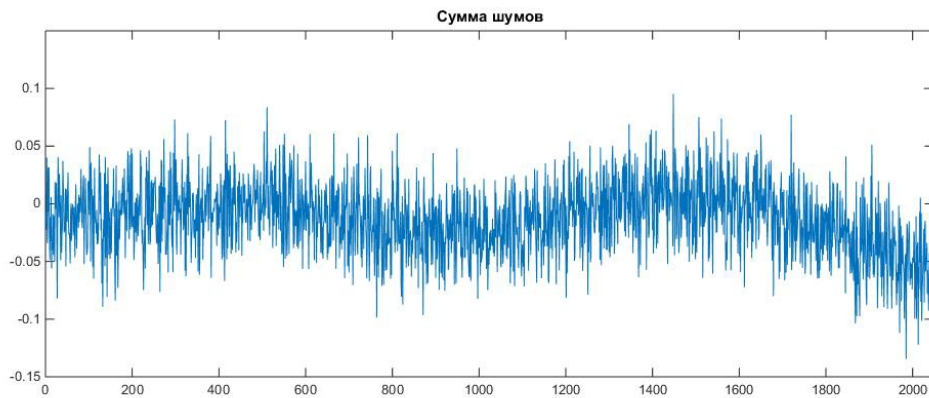


Рис. 13. Сумма белого и фликкер-шумов.

О достаточной точности моделирования говорит спектральный анализ реальных данных датчика ADIS16445BMLZ и смоделированного шума. Результат сравнения представлен на рис. 14. Два верхних графика отображают шум и его спектр для математической модели, два нижних показывают реальные данные гироскопа в состоянии покоя.

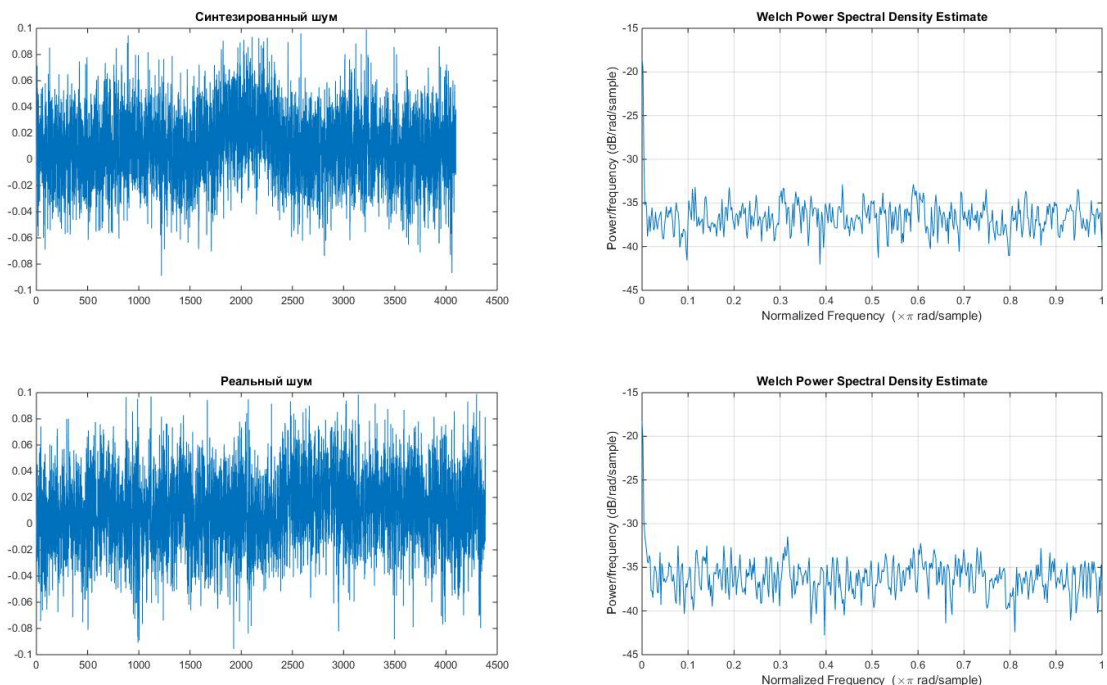


Рис. 14. Оценка спектральной плотности модельных и реальных данных.

Сравнить показания канала угловой скорости разворота по тангажу до и после добавления шумов можно по рис. 15.

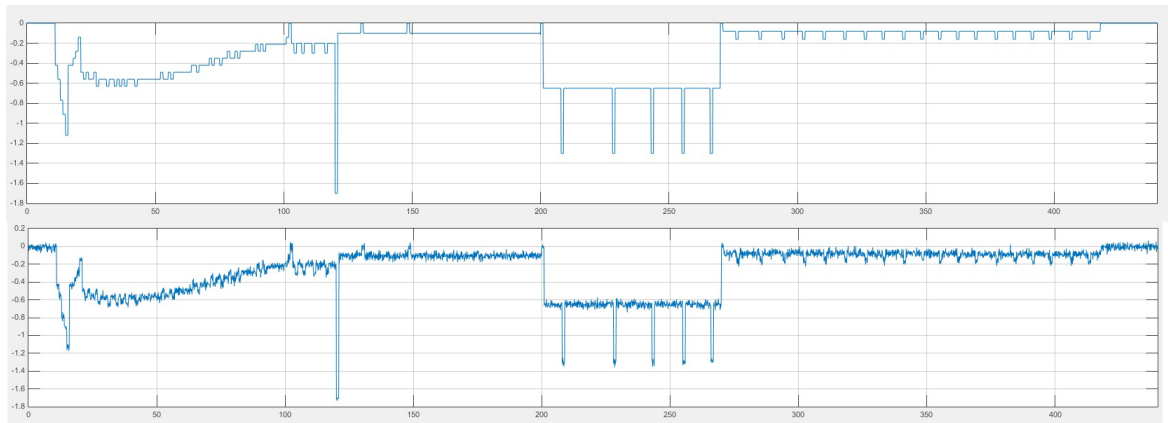


Рис. 15. Результат моделирования динамики тангажа с учетом шума в измерениях.

Результат интегрирования показаний датчиков угловых скоростей в идеальном случае представлен на рис. 16. Как можно видеть, углы крена и рысканья равны нулю, что соответствует полету по плоской траектории, которая обычно и выбирается в качестве оптимальной траектории выведения РН в ряде модельных задач. Если добавить шумовую компоненту, то в результате интегрирования наблюдаем уход углов от номинальных показаний (рис. 17).

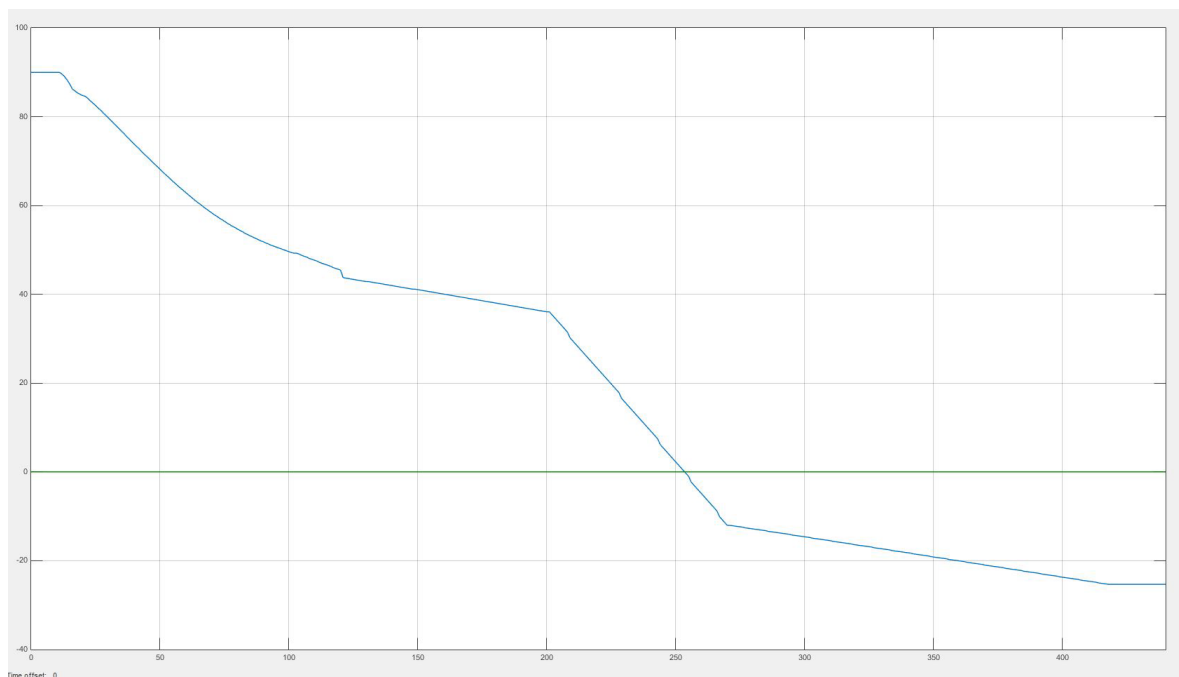


Рис. 16. Значения углов без шумов.

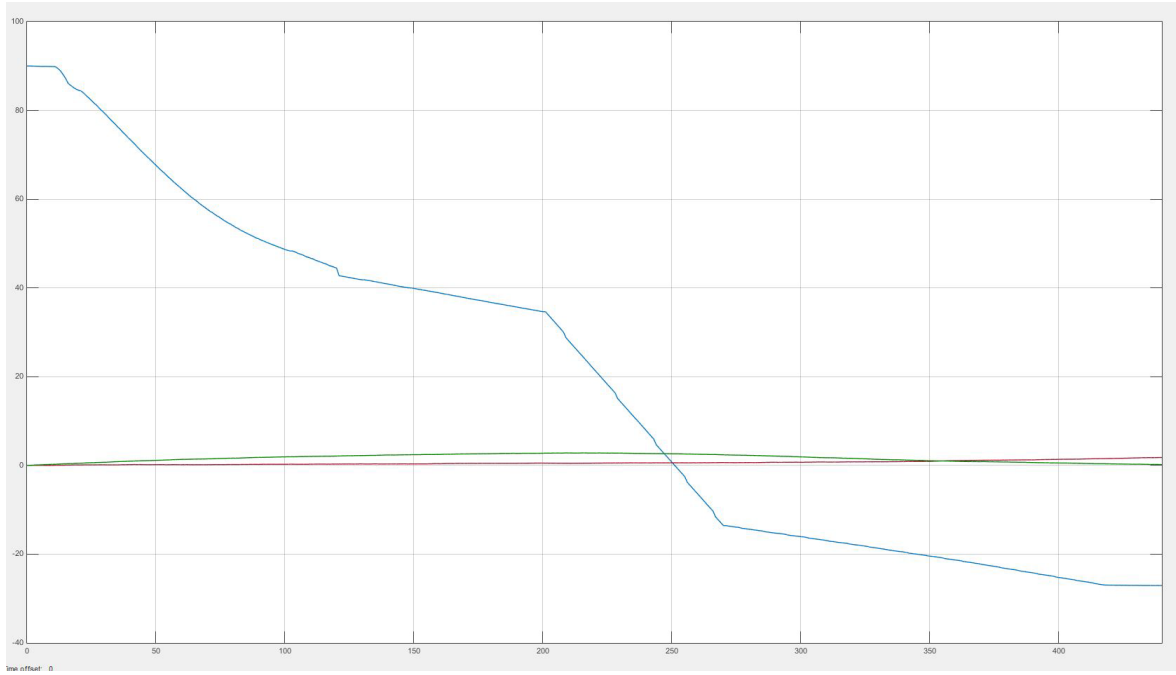


Рис. 17. Значения углов с шумовой компонентой.

Глава 3. Имитационное моделирование динамики ракеты и измерителей

3.1. Выведение на номинальную орбиту

Старт ракеты производится с космодрома Байконур с широтой 45.94° и долготой 63.3° . Возвышение площадки составляет 91 метр, азимут пуска 63.2° , что соответствует минимально возможному наклонению целевой орбиты для этого космодрома. С заданным программным управлением θ_{prog} , ψ_{prog} и γ_{prog} при отсутствии шумовых составляющих командного сигнала ракета-носитель выводит целевую нагрузку на высокоэллиптическую орбиту со следующими параметрами:

$$O_{nom} = (a, e, \Omega, i, \omega)_{nom} = (7740, 0.137, 10.96^\circ, 51.9^\circ, 83.8^\circ),$$

при значениях апогея и перигея:

$$A = 2424, P = 301.$$

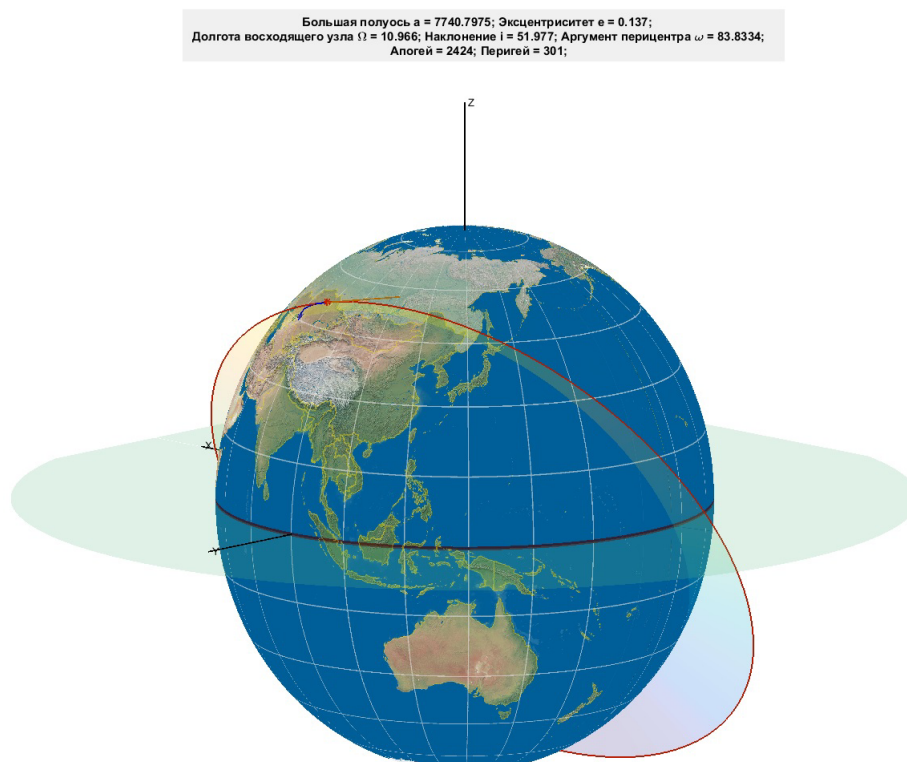


Рис. 18. Номинальная орбита полезной нагрузки

3.2. Моделирование динамики выведения с учетом шумов

Для того, чтобы имитационное моделирование со случайными составляющими давало достаточно подробную и точную информацию, необходимо выполнять его многократно. Компьютерная модель динамики ракеты и шумов в измерениях совместно запускалась 520 раз. Общее время моделирования составляет 440 секунд до окончания программы выведения. Целевая информация для каждой прогонки включает следующие параметры фактической орбиты орбиты:

$$O_k = (a, e, \Omega, i, \omega, A, P)_k.$$

При необходимости можно обратиться к полной телеметрической информации конкретного запуска.

Процесс имитационного моделирования разобьем на два основных этапа, качественно отличающихся друг от друга:

- Моделирование с шумами в измерениях угловой скорости во всех трех каналах в течение 440 секунд на всей траектории полета;
- моделирование с предположением об использовании коррекции по тангажу и рысканью с помощью солнечного датчика с точностью до 0.1° на 250 секунде полета.

Моделирование с шумами на всей траектории полета

Моделирование производилось 120 раз. Как можно видеть из рис. 19, значения апогея и перигея итоговых орбит сильно варьируются. Кроме того, вследствие значительного изменения аргумента перицентра ω наблюдается большие отклонения (рис. 20) плоскости орбиты. Максимальные отклонения апогея ΔA_{max} , перигея ΔP_{max} и наклона Δi_{max} от номинального составили 337 км, 230 км и 2.39° соответственно. Вычислено математическое ожидание $M(A) = 2445$, $M(P) = 268$, $M(i) = 52.06^\circ$ и среднеквадратичное отклонение $S(A) = 130$, $S(P) = 63$, $S(i) = 0.77^\circ$ данных величин.

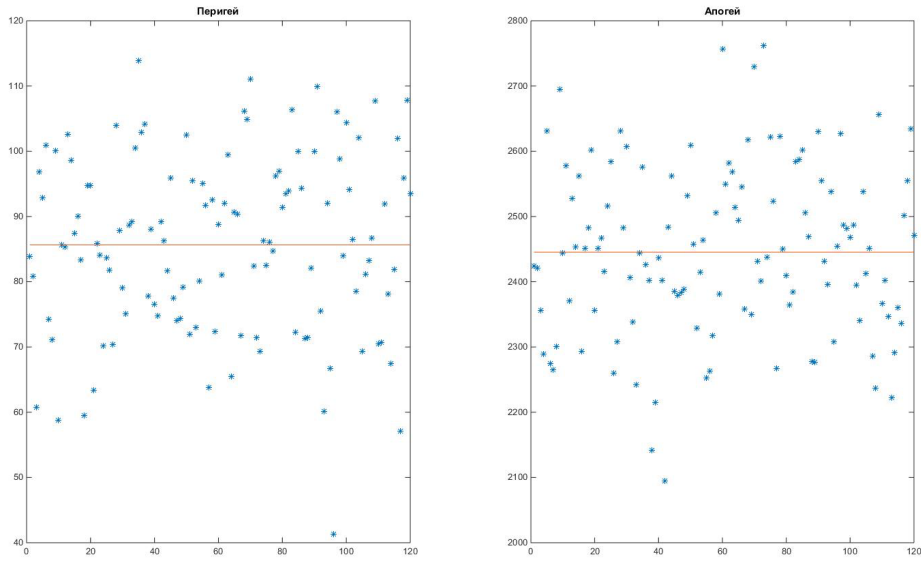


Рис. 19. Значения апогея и перигея в каждом моделировании

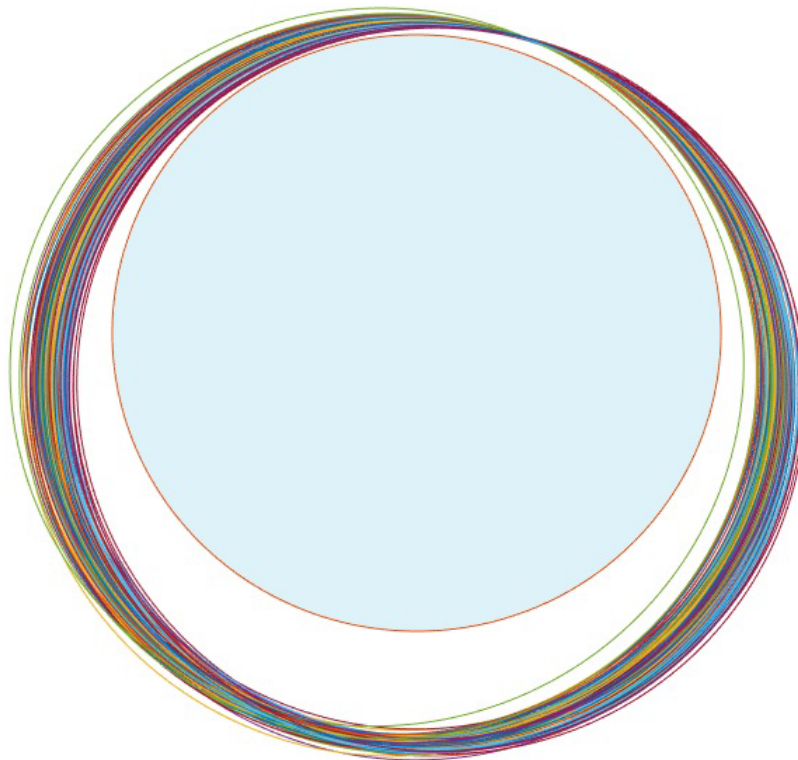


Рис. 20. Положение Земли в плоскости орбиты

Отдельно важно отметить, что 8 процентов получившихся орбит являются *несформированными*, т.е. их перигей $P < 170$ км.

Моделирование в предположении коррекции тангажа и рысканья после 250 секунды полета

Моделирование производилось 400 раз. Значения апогея и перигея итоговых орбит варьируются значительно меньше (рис. 21), чем в предыдущем случае. Среднеквадратичное отклонение аргумента перицентра $S(\omega)$ составило порядка 1° , поэтому положение плоскости орбиты (рис. 23) изменяется незначительно. Максимальные отклонения апогея ΔA_{max} , перигея ΔP_{max} и наклона Δi_{max} от номинального составили 224 км, 16 км и 0.23° соответственно. Вычислено математическое ожидание $M(A) = 2424$, $M(P) = 299$, $M(i) = 52^\circ$ и среднеквадратичное отклонение $S(A) = 224$, $S(P) = 16$, $S(i) = 0.23^\circ$ данных величин.

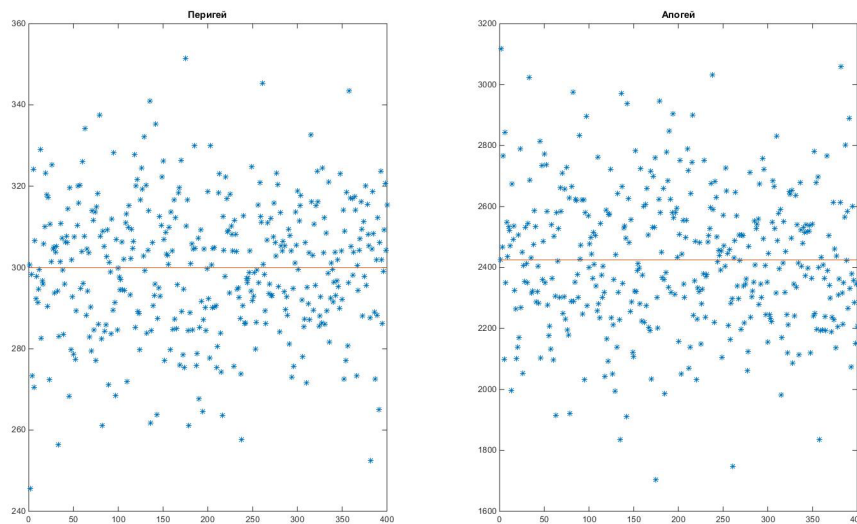


Рис. 21. Значения апогея и перигея в каждом моделировании

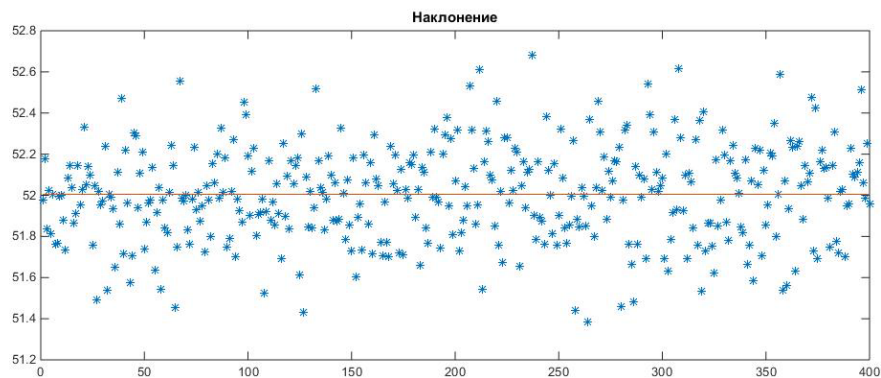


Рис. 22. Угол наклона орбиты в каждом моделировании

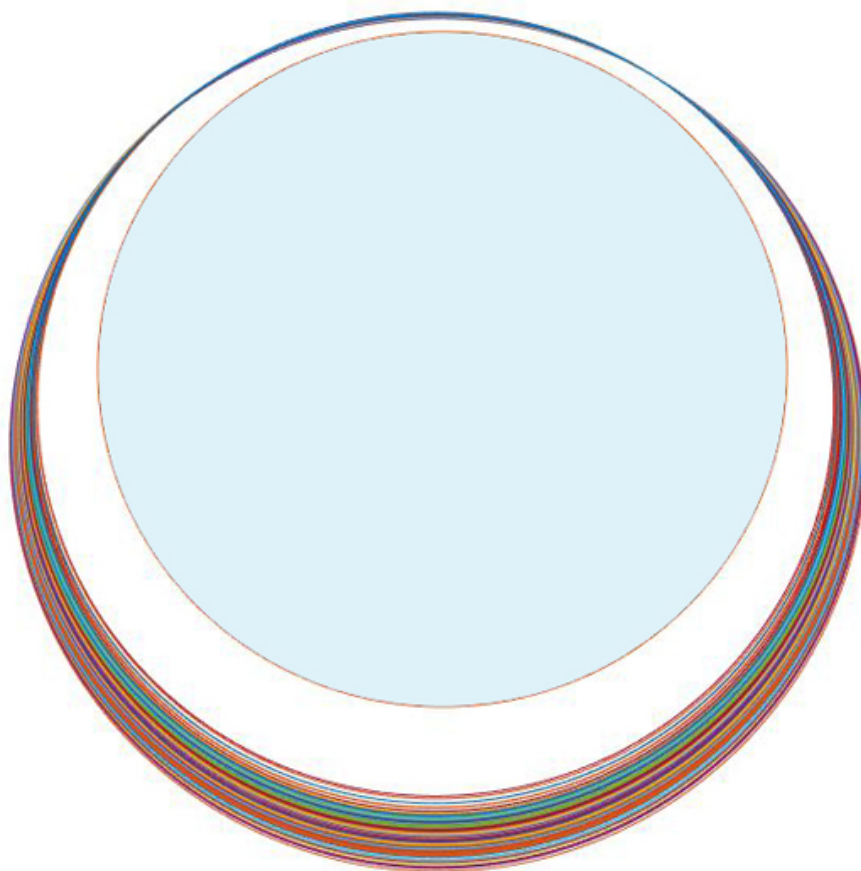


Рис. 23. Положение Земли в плоскости орбиты

Несформированные орбиты отсутствуют.

3.3. Общий анализ результатов

Обобщая полученную информацию, можно сделать вывод о том, что задача выведения полезной нагрузки ракетой-носителем с MEMS гироскопами ADIS16445BMLZ фирмы Analog Devices при условии их работы на всей траектории выведения будет выполнена некорректно. Несмотря на то что средние величины орбитальных параметров можно характеризовать как приемлемые, имеют место несформированные орбиты, а среди сформированных наблюдаются большие вариации как по параметрам формы орбиты, так и по ее ориентации в пространстве. Срок активного существования спутника будет серьезно отличаться от расчетного преимущественно в сторону его уменьшения. Значительные среднеквадратичные отклонения наклона и аргумента перигея не позволяют с достаточной

точностью обеспечивать падение ступеней РН в запланированные районы. В полностью реальных условиях следует ожидать еще большего ухудшения результатов, что делает недопустимым применение подобных датчиков. Итоговые орбиты для первого случая показаны на рис. 24.

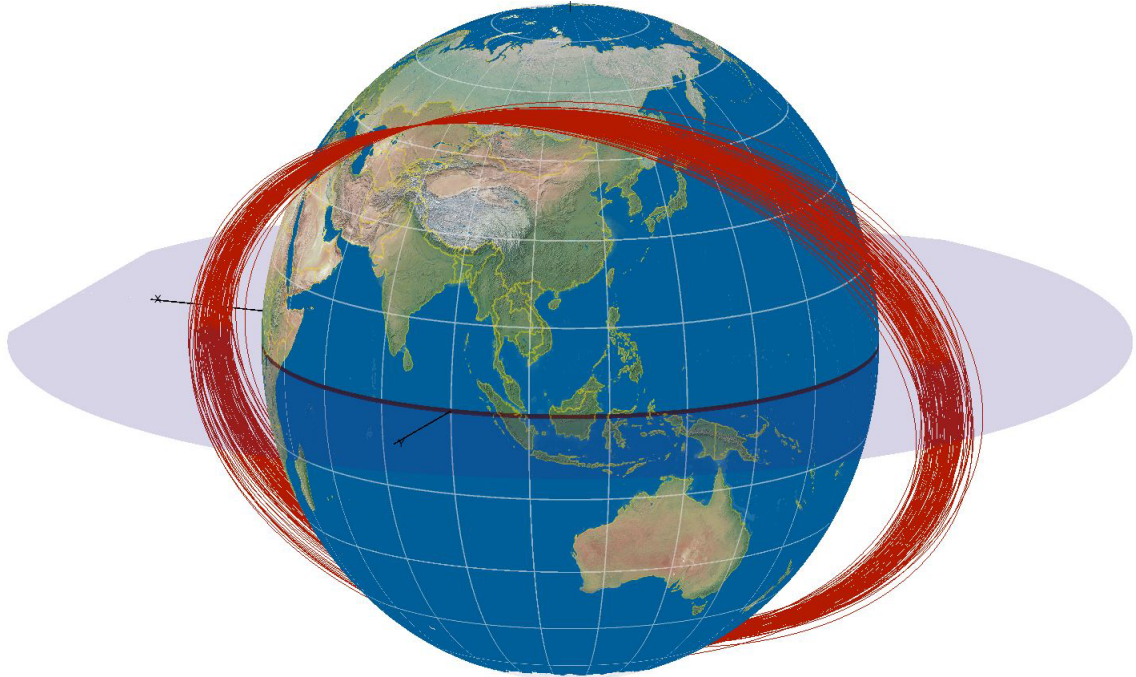


Рис. 24. Итоговые орбиты полезной нагрузки

В предположении о возможности коррекции углов тангажа и рысканья после 250 секунды полета результаты значительно улучшились, наблюдается сужение трубки траекторий выведения. Итоговые орбиты в этом варианте показаны на рис. 25. При данных условиях среднеквадратичное отклонение аргумента перицентра и наклона орбиты незначительны, что позволяет гарантировать падение ступеней РН в заданные районы. Уменьшились вариации формы орбиты, несформированные орбиты отсутствуют, срок активного существования спутника ожидается близким к расчетному. Все это позволяет сделать вывод о том, что выведение ПН по предложенной схеме допустимо для МКА классов от фемто до микро.

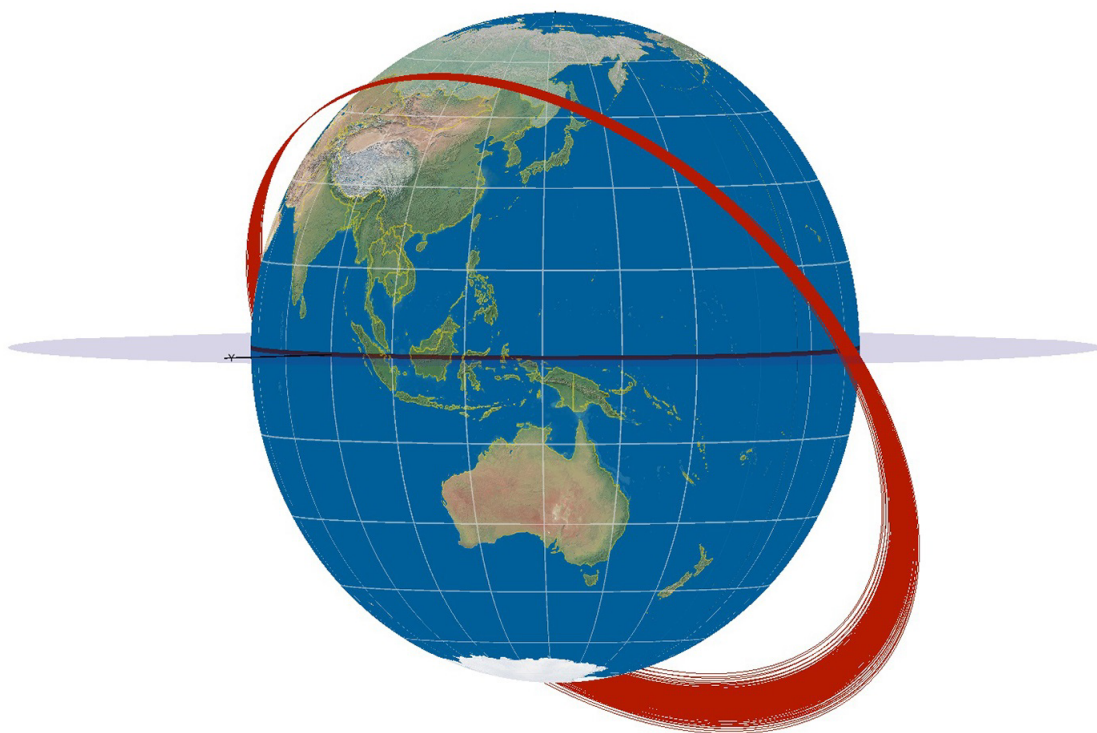


Рис. 25. Итоговые орбиты полезной нагрузки

В итоге, можно говорить о том, что потенциально сверхлегкая ракетаноситель с датчиками класса из Commercial и Industrial при условии коррекции по солнечному датчику способна выполнить задачу выведения космического аппарата. Однако, требуется существенное увеличение запаса точности с целью обеспечения размещения КА на орбите при максимально неблагоприятном стечении обстоятельств. Для достижения этой цели необходимо комбинировать следующие методы:

- Применение более стабильных MEMS-датчиков из высокой ценовой категории;
- использование методов фильтрации их показаний на основе математических моделей движения РН;
- производство дополнительной коррекции с помощью солнечного датчика после выхода из плотных слоев атмосферы.

При условии успешной реализации данных методов следует ожидать допустимость использования РН для выведения МКА классов от микро до малых, в том числе для формирования и пополнения орбитальных группировок.

Выводы

В настоящем исследовании достигнуты следующие результаты, которые выносятся на защиту:

1. Построена компьютерная модель динамики ракеты-носителя на базе пакета MATLAB-Simulink, учитывающая факторы неоднородности гравитационного поля Земли и эффекты, связанные с ее вращением.
2. Произведено компьютерное моделирование шумов в измерениях для MEMS-гироскопа.
3. Произведено имитационное моделирование полета ракеты в условиях зашумленных командных сигналов и сделан вывод о допустимости использования датчиков подобного типа в задачах выведения.

Заключение

В настоящей работе создан программно-вычислительный комплекс на базе системы Matlab-Simulink, который в достаточно общем виде производит моделирование полета ракеты-носителя любого количества ступеней с заранее заданными параметрами. Учтены неоднородности гравитационного поля Земли и эффекты, связанные с ее вращением. Данная баллистическая модель может послужить основой для дальнейшего изучения вопросов динамики ракеты-носителя, например, связанных с проблемами оптимальной траектории, стабилизации, динамики разделения ступеней. При использовании полных аэродинамических моделей и данных об распределении ветров возможно прогнозирование районов падения ступеней. Привлекая дополнительные вычислительные мощности, количество реализаций имитационного моделирования может быть увеличено многократно, что позволит быстро накапливать значительное количество статистики в случае моделирования со случайными параметрами.

Исследован вопрос о применении датчиков угловых скоростей на базе MEMS-технологий коммерческого класса в среднем ценовом диапазоне. С учетом коррекции углов тангажа и рысканья по солнечному датчику следует ожидать выведения полезной нагрузки на сформированную орбиту с точностью, достаточной для МКА классов нано и фемто. Намечены пути улучшения полученных результатов для расширения возможностей ракеты-носителя. Предел улучшения точности и стабильности показаний датчиков на базе MEMS-технологий еще не достигнут, что позволяет говорить о смещении высокоточных сенсоров в среднюю ценовую категорию и, таким образом, значительного уменьшения рассеивания элементов орбиты при сохранении цены комплекса системы управления.

Безусловно, подтверждение продемонстрированных в имитационном моделировании характеристик необходимо произвести с помощью серий различных натуральных испытаний. Их результаты также можно будет использовать для уточнения математических моделей.

Список литературы

- [1] California's Interorbital Has Big Plans for Small Satellites.
<http://spacenews.com/californias-interorbital-has-big-plans-small-satellites>
- [2] European University and Scientific Space Research Program PERSEUS.
http://www.perseus.fr/IMG/pdf/eucass88_perseus.pdf
- [3] ALSET — Air Launch System Enabling Technology R&D Program.
<http://digitalcommons.usu.edu/smallsat/2011/all2011/17/>
- [4] ООО «Лин Индастриал», АВАНПРОЕКТ. Том 1. Основные положения. Основные проектные параметры и конструкция, 2016, 82 с.
- [5] Иванов Н. М., Лысенко Л. Н. Баллистика и навигация космических аппаратов. 2 изд. М.: Дрофа, 2004. 544 с.
- [6] Сихарулидзе Ю. Г. Баллистика летательных аппаратов. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. 352 с.
- [7] Лысенко Л. Н. Наведение и навигация баллистических ракет: Учебное пособие. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. 672 с.
- [8] Дмитриевский А. А. Внешняя баллистика. М: Машиностроение, 1972. 584 с.
- [9] Ракета как объект управления / Игдалов И. М., Кучма Л. Д., Поляков Н. В., Шептун Ю. Д. Под ред. С.Н. Конюхова. Д.: АРТ-ПРЕСС, 2004. 544 с.
- [10] Колесников К. С. Динамика ракет. 2 изд. М.: Машиностроение, 2003. 520 с.
- [11] Михеев А. В. Разработка и применение модели шумов датчиков первичной информации при математическом моделировании работы бесплатформенной инерциальной навигационной системы // Вестник Саратовского государственного технического университета, 2009. №2 (38). С. 149—159.
- [12] Кутовой Д. А., Ситников П. В., Федотов А. А., Якимов В. Л. Оценка основных характеристик бесплатформенного инерциального блока с использованием вариации Аллана // Вестник Саратовского государственного технического университета, 2014. №1 (43). С. 201—209.

- [13] Naser El-Sheimy, Nailying Hou, Xiaoji Niu Analysis and modeling of inertial sensors using allan variance // IEEE TRANSACTIONS ON INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT. 2008. №1. С. 140—149.
- [14] Геодезические системы пространственных координат. <http://gis-lab.info/qa/geodesic-coords.html>
- [15] Остославский И. В., Стражева И. В. Динамика полета. Траектории летательных аппаратов. 2 изд. М.: Машиностроение, 1969. 499 с.
- [16] Data Sheet ADIS16445. <http://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/ADIS16445.pdf>