

# Астрономические исследования на математическом факультете Санкт-Петербургского университета. I

М. С. Прокопьева<sup>1</sup>, Х. А. Краяни<sup>1,2</sup>, В. Б. Ильин<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный университет,  
Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

<sup>2</sup> Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
Российская Федерация, 195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

**Для цитирования:** Прокопьева М. С., Краяни Х. А., Ильин В. Б. Астрономические исследования на математическом факультете Санкт-Петербургского университета. I // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2024. Т. 11 (69). Вып. 2. С. 228–258. <https://doi.org/10.21638/spbu01.2024.202>

Рассматривается развитие астрономических исследований, выполнявшихся в Санкт-Петербургском университете с момента его основания. Кратко описана тематика работ и выделены основные достижения университетских астрономов в XVIII–XIX вв. Перечислены важнейшие исследования, проводившиеся в университете в различных областях астрономии в XX в. Определенный акцент сделан на математической стороне работ.

*Ключевые слова:* приложения математики в астрономии.

**1. Введение.** Астрономия присутствует в Санкт-Петербургском университете (далее — Университет) почти 300 лет, причем всегда рядом с математикой. Развитие Астрономического отделения Университета можно разделить на три периода: *становление* (со второй четверти XVIII в. до примерно начала XX в.), *расцвет* (вторая половина XX в.) и *современность* (XXI в.). За это время в Университете было проведено огромное число астрономических исследований, многие из которых дали значительные результаты для развития мировой науки.

В данном обзоре основное внимание уделено работам, выполненным университетскими астрономами в XX в. Перед этим отмечены важнейшие исследования, проводившиеся в XVIII–XIX вв. и в той или иной степени послужившие базисом для более поздних работ. Во второй части обзора будут рассмотрены исследования, выполненные в XXI в.

К сожалению, из-за ограниченного объема обзора многие заслуживающие внимания астрономические работы, сделанные в Университете, оказались неупомянутыми. Различия не проводились между учеными, работавшими только в Университете и в Академии наук и преподававшими в Университете.

**2. Классические исследования (XVIII–XIX вв.).** Основными направлениями астрономических исследований в мире в эти века были работы по определению точных координат звезд, а также планет, их спутников и комет (для уточнения теорий движения). Координаты небесных объектов были необходимы для нахождения точных координат на суше и на море и для целей картографирования. Также проводились наблюдения двойных и переменных звезд и решались различные небесно-механические задачи. Исследования в этих областях в Университете были начаты сразу на самом высоком уровне.

**2.1. Университет и обсерватория Академии наук в XVIII в.**<sup>1</sup> Как сегодня считается, Университет был образован при Академии наук в Санкт-Петербурге в 1724 г. В то же время было начато создание астрономической обсерватории, располагавшейся в трех верхних этажах башни Кунсткамеры, и была предусмотрена должность профессора астрономии. Довольно быстро обсерватория стала одной из самых передовых в мире [1, 2]. При основании Университета Петр I пригласил на должность профессора крупного французского астронома, члена многих академий наук Ж.-Н. Делиля (J.-N. De L'Isle), который проработал в Университете более 20 лет (1725–1747 гг.). Он внес громадный вклад в совершенствование методов астрономических наблюдений. В числе прочего усовершенствовал наблюдения затмений спутников Юпитера и составил их точные эфемериды, необходимые для нахождения долготы [3, 4]. Кроме этого, например, используя собственные наблюдения, проведенные во Франции и Петербурге, Ж.-Н. Делиль впервые определил гелиоцентрические координаты солнечных пятен [5].

Как первый профессиональный астроном в России, Ж.-Н. Делиль инициировал образование Метеорологической службы (1726 г.) и был создателем долгое время употреблявшейся в метеорологии единицы измерения — градуса Делиля [6]. Он организовал в 1735 г. первую в России Службу времени. Такая служба была предметом усилий университетских астрономов в последующие времена. Был первым руководителем Географического департамента Академии наук, основанного в 1739 г., в частности, для организации экспедиций в разные губернии с целью определения астропунктов — опорных точек геодезической сети, точные координаты которых найдены астрономическим путем. Материалы первой сибирской экспедиции Ж.-Н. Делиля 1740 г. были недавно переизданы в полном объеме [7].

После Ж.-Н. Делиля астрономические наблюдения и картографирование были продолжены в Университете в первую очередь академиками Л. Эйлером и Х. Н. фон Винсгеймом. Хорошо известны работы по теории параллакса небесных тел следующего руководителя Географического департамента, астронома, академика А. Н. Гришова [8]. Сменивший последнего академика М. В. Ломоносов не только наблюдал движение Венеры на фоне Солнца, но и открыл присутствие у нее атмосферы, что считается самым важным из его астрономических исследований [9].

В 1727–1741 (проф. математики с 1733 г.) и 1766–1783 гг. в Академии наук работал выдающийся математик и механик Л. Эйлер<sup>2</sup>. Его интересы были обширными, а научные труды многочисленными, и более ста его работ можно отнести к астрономии (см. обзор этих работ в [10]). В те времена важной проблемой было вычисление элементов орбиты тела Солнечной системы по результатам нескольких наблюдений, и, кроме прочего, Л. Эйлер разработал новые способы подобных расчетов и использовал их, например, в случае кометы 1769 г. [11].

Л. Эйлер развил теорию возмущенного движения. Хорошо известна его книга «Новая теория движения Луны» [12], в которой он использовал следующие уравнения (здесь и ниже уравнения даются в оригинальных обозначениях):

$$\alpha \frac{\partial^2 x}{\partial \tau^2} + \frac{Sx}{\nu^3} + \frac{\Theta(x - u \cos \phi)}{\omega^3} + \frac{\Theta \cos \phi}{u^2} = 0, \quad (1)$$

<sup>1</sup>Астрономические исследования в Университете в этот период подробнее описаны в [13, 14].

<sup>2</sup>Отметим, что шесть из двенадцати премий Парижской академии наук получены Л. Эйлером именно по астрономии.

$$\alpha \frac{\partial^2 y}{\partial \tau^2} + \frac{S y}{\nu^3} + \frac{\Theta (y - u \sin \phi)}{\omega^3} + \frac{\Theta \sin \phi}{u^2} = 0, \quad (2)$$

$$\alpha \frac{\partial^2 z}{\partial \tau^2} + \frac{S z}{\nu^3} + \frac{\Theta z}{\omega^3} = 0, \quad (3)$$

где  $x, y, z$  — координаты Луны;  $\tau$  — время;  $\alpha$  — константа, зависящая от единиц, в которых выражается время;  $\nu, w, u$  — расстояния Солнце — Земля, Земля — Луна и Солнце — Луна соответственно;  $\phi$  — угол между направлениями на точку весеннего равноденствия и на Землю;  $S$  и  $\Theta$  — массы Солнца и системы Земля + Луна соответственно. Отметим, что, рассматривая движение в прямолинейных прямоугольных координатах, Л. Эйлер получил дифференциальные уравнения, представляющие весьма общий случай уравнений колебательного движения, которые позднее приобрели очень большое значение в технике (см. предисловие акад. А. Н. Крылова в [15]).

В конце XVIII и начале XIX вв. Департамент и астрономическую обсерваторию возглавлял ученик Л. Эйлера — академик С. Я. Румовский. Хорошо известны его работы по наблюдениям движения тени Венеры по изображению Солнца [16] и расчету с высокой точностью параллакса Солнца — 8.67" (современное значение 8.79405") [17]. Руководитель Академической обсерватории с 1804 г. академик Ф. И. Шуберт занимался теорией движения Марса, Луны, Урана, Цереры. В Санкт-Петербурге в 1798 г. он впервые опубликовал курс теоретической астрономии [18], который, по предложению П. С. Лапласа, был переведен на французский язык и издан в Европе [19].

Подводя итог, заметим, что в эти десятилетия астрономия, по сути, появилась в России, а не только в Университете, где была оснащена первая современная обсерватория и создана Служба времени (Делиль). Приведенные выше примеры показывают, что в Университете начали проводиться астрономические наблюдения тел Солнечной системы (Делиль, Ломоносов, Румовский, Шуберт) как для их более глубокого исследования, так и для расчетов эфемерид. Выполнялись астрометрические наблюдения и расчеты, необходимые для картографии (Делиль, Эйлер, Винсгейм, Гришов). Разрабатывались новые разделы небесной механики (Эйлер). Кроме этого, астрономы участвовали во многих смежных исследованиях (метеорология, переводы научных трудов, создание словарей и атласов). Были написаны первые учебники. В последующие столетия все эти направления работы получили в Университете дальнейшее развитие.

**2.2. Обновленный Университет и обсерватория в XIX в.**<sup>3</sup> В 1819 г. на смену небольшому Академическому университету пришел Главный педагогический институт, реорганизованный в Университет. Первым профессором астрономии в обновленном Университете стал В. К. Вишневский — крупнейший геодезист своего времени, впоследствии академик Императорской Академии наук. В одной из своих экспедиций он впервые надежно вычислил высоту горы Эльбрус — 5648 м (современные измерения дают 5642 м), показав тем самым, что она является самой высокой вершиной в Европе [20]. Он также славился своими наблюдениями. Ученик Ф. В. Бесселя, А. Аргеландер, в своем труде [23], посвященном определению орбиты кометы 1811 г., использовал наблюдения В. К. Вишневого как наиболее длительные из всех имевшихся.

<sup>3</sup>Работы астрономов в этот период описаны П. М. Горшковым в Трудах Астрономической обсерватории ЛГУ (например, [21, 22]).

В 1839 г. место профессора астрономии получил крупный специалист в области небесной механики и геодезии академик А. Н. Савич. Он одним из первых исследовал орбиты новой для его времен планеты Нептун и ее спутника Тритон, скомбинировав данные своих наблюдений Нептуна в 1846–1847 гг. с данными наблюдений Ж. Лаланда (1795) [24]. Кроме этого, совместно с Х. Петерсом он изучал движение кометы 1585 г. по данным, полученным Тихо Браге [25]<sup>4</sup>. Как геодезист, первым выяснил, что уровень Каспийского моря существенно ниже (на 20 м) уровня Мирового океана [26].

В течение последних двух десятилетий XIX в. профессор С. П. Глазенап (впоследствии почетный член АН СССР) выполнил многие тысячи микрометрических измерений двойных звезд и визуальные оценки блеска переменных звезд на 9-дюймовом телескопе новой Университетской обсерватории<sup>5</sup>. Он предложил простой и удобный графический метод нахождения истинных орбит двойных звезд по их видимым орбитам [27]<sup>6</sup>. Последние описывались им общим уравнением

$$\alpha x^2 + \beta y + \gamma x^2 + \delta xy + \epsilon y^2 + 1 = 0, \quad (4)$$

в котором коэффициенты  $\alpha, \gamma$  и  $\beta, \epsilon$  определялись координатами пересечения видимой орбиты с осями  $y$  и  $x$  соответственно, а последний  $\delta$  находился привлечением дополнительных точек орбиты. Переход от уравнения (4) к параметрам истинной орбиты производился по известным формулам профессора М. А. Ковальского, выпускника Университета и ученика А. Н. Савича.

Основные научные труды профессора А. А. Иванова (впоследствии — член-корр. АН СССР), начавшего работу в Университете в 1895 г., были посвящены небесной механике, гравиметрии и практической астрономии. Одним из его важных исследований было измерение величины силы тяжести в разных достаточно удаленных точках и вывод<sup>7</sup> о том, что полушария Земли не симметричны [28]. Он также работал в Главной палате мер и весов под руководством академика Д. И. Менделеева и по предложению последнего занимался абсолютным определением силы тяжести при помощи длинных маятников, получив, например, для Петербурга  $g = 981.948 \pm 0.011$  см/с<sup>2</sup> [29].

Неожиданно сильно связанными с университетской астрономией оказались работы профессора физики Университета О. Д. Хвольсона (позднее — член-корр. Петербургской АН и почетный член АН СССР). В 1886 г. он представил работу, открывшую эпоху теоретического изучения уравнения переноса излучения [30], чем оказалась позднее знаменита ленинградская школа переноса излучения (см. подробнее раздел 3.5). О. Д. Хвольсон первым записал интенсивность излучения  $f(a)$  на глубине  $a$  под поверхностью плоско-параллельного слоя, освещаемого снаружи, в виде [31]

$$f(a) = f(0) e^{-pa} - \frac{\alpha K}{2} \int_0^a f(x) \omega(pa - px) dx - \frac{\alpha K}{2} \int_a^h f(x) \omega(px - pa) dx + Refl, \quad (5)$$

где  $h$  — толщина слоя;  $\alpha$  — коэффициент поглощения для рассеивающих частиц;  $p$  — сумма коэффициентов поглощения частиц и окружающей их среды ( $p \approx \alpha$ );

<sup>4</sup>По представлению Гаусса за эту работу А. Н. Савич получил Золотую медаль от короля Дании.

<sup>5</sup>Обсерватория Академии наук сильно пострадала в пожаре 1747 г.

<sup>6</sup>Работа была удостоена Премии Французской академии наук в 1889 г.

<sup>7</sup>Позднее подтверждено данными с ИСЗ.

$K$  — альbedo однократного рассеяния;  $\omega(x) = -\int_x^\infty e^{-t}/t dt$ ;  $Refl$  — вклад отражения от дальней границы слоя.

Хотя О. Д. Хвольсон исследовал диффузию света в молочных стеклах, его уравнения применимы к рассеянию света в атмосферах звезд и планет и в других средах. Работы Хвольсона сильно опередили свое время — им было получено не только основное уравнение теории многократного рассеяния света, но также найдена асимптотика интенсивности излучения при больших оптических толщинах [31].

Добавим, что Хвольсон также предсказал кольцевидную форму изображений (космических) источников света при гравитационном линзировании [32]. В 1936 г. А. Эйнштейн вычислил радиус такого кольца [33], но впервые кольцо Эйнштейна — Хвольсона удалось наблюдать лишь в конце XX в.

В предреволюционной России важные астрономические работы в Университете были выполнены М. А. Вильевым. Несмотря на то, что он умер от испанки в возрасте 26 лет, за 7 лет научной работы он успел опубликовать более 120 статей по различным вопросам небесной механики, определению элементов орбит тел Солнечной системы, а также по истории науки [34, 35].

Таким образом, можно заметить, что в этот период университетские астрономы перешли от картографии (Вишневский) к геодезии (Вишневский, Савич, Иванов). Сместился акцент в астрономических наблюдениях с тел Солнечной системы (Вишневский) на (двойные) звезды (Глазенап). Наряду с развитием небесной механики (Савич, Вильев) появились физические исследования, в частности рассмотрение переноса излучения в различных средах (Хвольсон), что станет одной из центральных тем в Университете в XX в. По-прежнему проводились исследования в смежных областях (Вишневский, Иванов, Вильев), и большое внимание уделялось педагогической активности и написанию учебников (Савич, Глазенап, Иванов).

**3. Фундаментальные исследования (XX в.).** Во второй четверти XX в. развитие университетской астрономии ускорилося. Исследования в традиционных областях (астрометрия, небесная механика, перенос излучения) вышли на новый уровень. Следуя мировым тенденциям, тематика работ существенно расширилась, и важнейшие результаты были получены в Университете в новых областях: звездной динамике, теоретической и наблюдательной астрофизике, космической газодинамике, космологии и др. Ниже рассмотрение исследований будет проведено отдельно для разных областей астрономии.

**3.1. Астрометрия.** Значительная часть научных исследований в данной области еще в XIX в. переместилась из Университета в Пулковскую обсерваторию, открытую в 1839 г. Однако в XX в. крупнейшие астрометристы этой обсерватории (профессора Н. Н. Павлов и А. А. Немиро, член-корр. М. С. Зверев) работали в Университете, подготавливая необходимые научные кадры. Развитие исследований в этой области включало, например, внедрение в астрометрические наблюдения фотоэлектрического метода регистрации<sup>8</sup>, модернизацию Службы времени, совершенствование абсолютных и дифференциальных определений координат звезд и т. д. (см., например, [36–38]). В то же время профессор А. Н. Дейч внес большой вклад в получение наблюдательного материала по фотографической астрометрии, определил собственные движения многих тысяч звезд в площадках Каптейна, исследовал абсолютные собственные движения звезд [39].

<sup>8</sup>Сталинская премия 1947 г.

Профессор П. М. Горшков, опубликовавший ряд работ по движению тел Солнечной системы, позднее (вплоть до 1960-х годов) проводил большие и практически важные геодезические и гравиметрические исследования [40].

В конце XX в. привлечение современных математических методов позволило по-новому подойти к классическим задачам, включая сравнение астрометрических каталогов, исследование кинематики звезд и анализ неравномерных временных рядов данных. В частности, профессор В. В. Витязев разработал оригинальный метод определения взаимной ориентации и вращения систем отсчета, представляя разности координат и собственных движений звезд в виде их разложений по сферическим базисам [41]. При этом, например, разницы в координатах звезд  $(\alpha, \delta)$  из двух каталогов были записаны в виде

$$\Delta\alpha \cos \delta = \sum_{j=0}^n c_j Z_j(\alpha, \delta, m) + \varepsilon, \quad \Delta\delta = \sum_{j=0}^{n'} c'_j Z_j(\alpha, \delta, m) + \varepsilon', \quad (6)$$

где  $c_j, c'_j$  — коэффициенты разложения по полной системе ортогональных базисных функций  $Z_j(\alpha, \delta, m)$ , включающих полиномы Эрмита  $H((m - \bar{m})/\sigma_m)$  и Лежандра  $P_{nk}(\delta)$  и функции  $\sin k\alpha$  и  $\cos k\alpha$ ;  $m$  и  $\sigma_m$  — звездная величина и ее погрешность;  $\varepsilon, \varepsilon'$  — случайные ошибки. Аналогичный подход к собственным движениям и лучевым скоростям звезд позднее выявил новые кинематические эффекты.

Для анализа неравномерных временных рядов Витязевым был разработан новый подход [42]. Он представлял подобный ряд в общем виде как

$$y(t) = h(t) \sum_{k=1}^n A_k \cos(\omega_k t + \phi_k), \quad (7)$$

где  $h(t)$  — временное окно;  $n$  — число наблюдений мультигармонической функции с амплитудами  $A_k$ , частотами  $\omega_k$  и сдвигами  $\phi_k$ , — и далее использовал прослеживаемую аналогию с радиоинтерферометрией. Этот метод применялся при изучении неравномерности вращения Земли.

В это же время сотрудниками возглавляемой В. В. Витязевым кафедры астрономии был создан Центр обработки РСДБ-наблюдений, входящий в Международную службу IVS. Была открыта Геодинамическая станция для прецизионного оценивания координат пунктов и геодинамических параметров по спутниковым измерениям, проводимым с помощью глобальных навигационных систем GPS (ГЛОНАСС), GALILEO и COMPAS.

Прогресс в этой традиционной области астрономии в основном был связан с новыми техническими возможностями, такими как РСДБ, Глобальные навигационные системы типа GPS, ПЗС-приемники и др. Важным стало также внедрение сложных математических методов и широкое привлечение числовых и нечисловых алгоритмов, необходимых для использования новых технических возможностей.

**3.2. Небесная механика**<sup>9</sup>. Эта область астрономии, традиционно развивавшаяся в Университете, оказалась в центре внимания астрономов из-за важных приложений, возникших в XX в.: необходимости расчета траекторий космических аппаратов и появившейся технической возможности наблюдать не только планеты, их

<sup>9</sup>Результаты небесно-механических работ, выполненных сотрудниками и выпускниками Университета в XX в., подробно освещены в обзорах [43, 44].

спутники, кометы и двойные звезды, но и другие группы астрономических объектов, эволюционирующих под действием гравитационной силы.

В 1920-х годах важные небесно-механические исследования были выполнены член-корр. Б. В. Нумеровым, который занимался определением орбит небесных тел, развитием методов численного интегрирования уравнений небесной механики и другими проблемами [45–47].

Крупнейший специалист в области небесной механики член-корр. М. Ф. Субботин начал работать в Университете в 1930-х гг. Он разработал новые способы нахождения элементов орбиты по данным для промежутка времени. Эта задача была решена Эйлером и Ламбертом в XVIII в., но полученные ими уравнения плохо подходили для вычислений при решении практических задач. Например, уравнение Эйлера, определяющее время  $\tau = (t_2 - t_1)$ , за которое проходит дуга параболической орбиты от  $r_1$  до  $r_2$ , стягиваемая хордой  $s$ , было сформулировано М. Ф. Субботиным в следующей форме [48]:

$$\theta_0 (2\tau)^2 = s^2 (r_1 + r_2), \quad (8)$$

$$\theta_0 = \left[ \frac{3\sqrt{c}}{(1 + \sqrt{c})^{3/2} - (1 - \sqrt{c})^{3/2}} \right]^2 = 1 + \frac{1}{12}c + \frac{1}{48}c^2 + \frac{7}{864}c^3 + \frac{83}{20736}c^4 + \dots, \quad (9)$$

где  $c = [s/(r_1 + r_2)]^2$ . Это позволило избежать проверки выполнения уравнения в каждом приближении при вычислении орбиты, а также потери точности, поскольку при использовании классической формы уравнения Эйлера в процессе вычисления правая часть представляла собой разность двух мало отличающихся по величине чисел.

Субботин также показал не только возможность улучшения сходимости тригонометрического ряда, которым представлено поведение возмущающих сил, но и получил выражение для определения коэффициентов Лапласа и представил формулы для вычисления коэффициентов необходимых членов тригонометрического ряда [49]. Субботин занимался решением задачи двух тел с переменными массами [50] и работал над проблемой уточнения орбиты по большому числу наблюдений. В начале 1940-х годов им была написана статья, представляющая решение вековых неравенств в виде разложения по степеням эксцентриситета орбиты возмущающей планеты [51].

Помимо небесной механики круг интересов Субботина включал в себя некоторые разделы математики. Результаты, полученные им по теории функций и теории вероятности, представлены в работах [52, 53]. Широкое практическое применение имело его предложение использовать наблюдения малых планет для установления ориентации систем координат звездных каталогов, особую важность представляло собой то, что предлагались также способы определения систематических ошибок.

В 1960-е годы в Университете были начаты работы по теории движения искусственных небесных тел. Профессор В. С. Новоселов и его ученики в эти годы разработали аналитическую теорию оптимальных перелетов космических аппаратов [54] (см. также обзор [55]).

В последующие годы профессор К. В. Холшевников и др. развивали подход А. М. Ляпунова к фигурам равновесия небесных тел [56]. Профессора К. В. Холшевников и Л. Л. Соколов нашли точное решение задачи  $N$  тел при произвольном  $N$  в строго указанной области высоких энергий, удовлетворяющей конструктивным условиям избегания столкновений [57]. В 1999 г. К. В. Холшевников совместно с Н. Н. Васильевым разработал оптимальный алгоритм нахождения теоретико-

множественного расстояния между кеплеровскими эллипсами [58], что позднее было обобщено на произвольные кеплеровские орбиты [59]. Холшевников с сотрудниками в 1980-х годах построил также трассы ИСЗ и полосы их видимости для выявления свойств проектируемых спутниковых навигационных систем. Добавим также, что фотогравитационные задачи рассматривались в работах Е. Н. Поляховой [60].

Таким образом, привлекая в конце века все более сложный математический аппарат, исследования по этой тематике в целом сделали большой шаг вперед в теоретическом направлении, сопровождая его разнообразными приложениями.

**3.3. Звездная динамика**<sup>10</sup>. Этот раздел звездной астрономии стал новой «горячей» точкой астрономических исследований в начале XX в. вследствие развития наблюдательных возможностей и привлечения новых физических и математических подходов.

В Университете в этом новом направлении активно работал профессор К. Ф. Огородников, который занимался звездной кинематикой. Он показал, как, используя лучевые скорости и собственные движения звезд, получить элементы дифференциального (локального) поля скоростей. Позднее этот подход получил название «модель Огородникова — Милна» [61, 62]. Эта модель до сих пор широко применяется и цитируется в работах по кинематике звезд, например в работе 2014 г. ее авторы резюмируют, что «в рамках модели Огородникова — Милна поле скоростей звезд  $\mathbf{V}(\mathbf{r})$  может быть представлено линейным выражением

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}) = \mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} + \hat{\mathbf{M}}^+ \mathbf{r}, \quad (10)$$

где  $\mathbf{V}_0$  — влияние поступательного движения Солнца;  $\boldsymbol{\Omega}$  — угловая скорость твердотельного вращения звездной системы;  $\hat{\mathbf{M}}^+$  — симметричный тензор деформации поля скоростей. Таким образом, модель имеет 12 параметров: компоненты  $\mathbf{V}_0$  и  $\boldsymbol{\Omega}$ , а также элементы  $\hat{M}_{11}^+$ ,  $\hat{M}_{22}^+$ ,  $\hat{M}_{33}^+$ , описывающие сжатие/растяжение поля скоростей вдоль главных галактических осей, и  $\hat{M}_{12}^+$ ,  $\hat{M}_{13}^+$ ,  $\hat{M}_{23}^+$ , характеризующие деформацию в основной и двух перпендикулярных к ней плоскостях» [63].

В 1938–1940-х годах К. Ф. Огородников применил метод звездных подсчетов (или, как его тогда называли, метод звездных черпков) для темных областей неба, что позволило определить характеристики галактических темных облаков [64].

Огородников показал, что звездная динамика может быть тесно связана с другими разделами физики, применив синтетический метод (сочетание гидродинамического и статистического подходов) к решению звездно-динамических задач и сформулировав затем общие динамические свойства звездных систем. Его монография «Динамика звездных систем» (1958), включавшая в себя все важнейшие результаты его исследований в области звездной динамики, была удостоена Университетской премии. Эта монография была переведена на английский язык (1965) и широко цитировалась во всем мире [62].

Огородников — основатель Ленинградской школы звездной динамики. Наиболее яркие представители этой школы — его ученики профессора Т. А. Агемян и В. А. Антонов. В 1960-е и 1970-е годы ими были выполнены уникальные исследования в области звездной динамики.

Агемян широко использовал вероятностные методы при рассмотрении строения и динамики звездных систем. В частности, метод Монте-Карло был применен

<sup>10</sup>Результаты работ, выполненных сотрудниками и выпускниками Университета в этой области в XX в., также описаны в обзорах [43, 44].



им для исследования тройных систем [65]. Новые подходы были разработаны для изучения эволюции нестационарных сферических и вращающихся звездных систем [66], движения в поле произвольного осесимметричного потенциала [67, 68], исследования структуры звездного поля и кратных систем (например, [69]) и анализа кинематики Галактики по профилям линии 21 см [70].

Профессор В. А. Антонов получил основополагающие результаты в теории устойчивости звездных систем. Его главный результат был представлен авторами обзора 2023 г. в следующем виде: «для устойчивости стационарной звездной системы с фазовой плотностью  $F = F(E)$ , где  $E$  — полная энергия, а  $F$  — убывающая функция  $E$ , необходимо и достаточно, чтобы выражение

$$-\int \int \frac{\eta^2}{dF/dE} dr dv - mG \int \int \int \int \frac{\eta(r, v)\eta(r', v')}{|r - r'|} dr dv dr' dv' \quad (11)$$

было положительным при любом выборе непрерывной, не тождественно равной нулю функции  $\eta(r, v)$ . Здесь  $G$  — гравитационная постоянная;  $m$  — средняя масса звезды;  $r, r'$  — радиусы-векторы;  $v, v'$  — векторы скорости» [43]. Данный критерий устойчивости изотропных сферических самогравитирующих систем, позднее названный *вариационным принципом Антонова* [71], позволил доказать ряд утверждений для сферических звездных систем, у которых фазовая плотность является убывающей функцией интеграла энергии [72].

Полученные Антоновым результаты<sup>11</sup> представлены в классической монографии Дж. Бинни и С. Тримейна как следующие четыре закона Антонова:

**«Первый закон.** *Сферическая звездная система с фазовой плотностью  $F = F(E)$  и  $dF/dE < 0$  устойчива, если баротропная газовая система с аналогичной фазовой плотностью устойчива.*

**Второй закон.** *Сферическая звездная система с фазовой плотностью  $F = F(E)$  и  $dF/dE < 0$  устойчива ко всем нерадиальным возмущениям.*

**Третий закон.** *Сферическая звездная система с фазовой плотностью  $F = F(E)$  и  $dF/dE < 0$  устойчива к радиальным возмущениям, если ее плотность  $\rho = \rho(r)$  и потенциал  $U = U(r)$  удовлетворяют всюду неравенству  $d^3\rho/dU^3 \leq 0$ .*

**Четвертый закон.** *Сферическая звездная система с неізотропным распределением по скоростям  $F = F(E, L)$  и  $dF/dE < 0$  устойчива к радиальным возмущениям, если функция плотности*

$$\rho(U, L) = \int F\left(\frac{v}{2} - U, L\right) dv, \quad (12)$$

где  $L$ , рассматриваемая как константа, удовлетворяет неравенству  $\partial\rho^3(U, L)/\partial U^3 \leq 0$  для всех  $L$ » [71].

В 1990-е годы профессор В. В. Орлов выполнил массовые численные расчеты эволюции, в основном тройных систем, и сделал на их основе ряд важных выводов, в частности были выявлены новые закономерности распада таких систем [73]. Была рассмотрена устойчивость многих наблюдаемых тройных систем, сделаны предположения о дальнейшей эволюции некоторых известных объектов этого вида [74–76].

Пик развития звездной динамики в Университете, вероятно, пришелся на работы Антонова, когда был достигнут максимально высокий мировой уровень исследований. Однако и до, и после этого звездно-динамические работы выполнялись в

<sup>11</sup>За эти работы в 1999 г. В. А. Антонов был удостоен премии им. Д. Брауэра Американского астрономического общества.

Университете на высочайшем уровне с привлечением достаточно сложных математических подходов.

**3.4. Работы академика В. А. Амбарцумяна**<sup>12</sup>. В XX в. заканчивалось время великих ученых, способных получать выдающиеся результаты в разных науках. Одним из них был академик В. А. Амбарцумян, внесший выдающийся вклад в развитие математики и астрономии во время работы в Университете.

В конце 1920-х годов он занимался проблемами обратных задач в математике и первым обратил внимание на обратные задачи спектрального анализа дифференциальных операторов и их важность для приложений [77]. Ему же принадлежит следующий важный результат в этой области, который был назван впоследствии его именем [78]:

**Теорема Амбарцумяна.** *Если для непрерывной функции  $\phi(x)$  краевая задача  $y'' + \phi(x)y + \gamma y = 0$ , где  $0 \leq x \leq \pi$  и  $y'(0) = y'(\pi) = 0$ , имеет спектр собственных значений  $\lambda_n = n^2$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), то  $\phi(x) = 0$ .*

В 1936 г. В. А. Амбарцумян предложил следующее решение математической задачи<sup>13</sup> о нахождении распределения пространственных скоростей звезд по распределению их радиальных скоростей [80]:

$$\phi(\xi, \eta, \zeta) = -\frac{1}{8\pi^2} \frac{1}{W} \frac{d}{dW} \int F(\xi \cos l \cos b + \eta \sin l \cos b + \zeta \sin b + W, l, b) d\omega, \quad (13)$$

где  $\phi(\xi, \eta, \zeta)$  — искомая функция распределения пространственных скоростей, а  $F(W, l, b)$  — получаемая из наблюдений функция распределения радиальных скоростей, нормированная на количество звезд в заданном телесном угле;  $W$  — скорость;  $l, b$  — галактические координаты. Заметим, что сходная математическая задача, возникшая в области компьютерной диагностики, была позднее и независимо решена Г. Н. Хаунсфилдом и М. Кормаком. За это решение и создание на его основе медицинской аппаратуры им была присуждена Нобелевская премия в 1979 г.

В это же десятилетие Амбарцумян решил также ряд других значимых астрофизических проблем, например, связанных с областями НП [81–83], динамикой звездных скоплений [84] темпом эволюции Галактики [85] и т. д.

В 1940-е годы Амбарцумян разработал теорию рассеяния света в мутной среде [86, 87]. При этом был использован оригинальный принцип инвариантности [88]. Решая задачу переноса излучения в полубесконечной среде бесконечно большой оптической толщины, он предположил, что функция  $r(\eta, \xi)$ , характеризующая отражение света, будет инвариантна по отношению к прибавлению к среде дополнительного слоя малой оптической толщины, состоящего из такой же материи. Используя это свойство инвариантности, он показал, что искомая функция имеет вид

$$r(\eta, \xi) = \frac{\lambda}{4} \xi \frac{\varphi(\eta)\varphi(\xi)}{\eta + \xi}, \quad (14)$$

где  $\lambda$  — альbedo однократного рассеяния. Функция  $\varphi(\eta)$  определяется при этом функциональным уравнением

<sup>12</sup>Источником, раскрывающим многообразие идей В. А. Амбарцумяна, может быть издание [79].

<sup>13</sup>Задача была поставлена знаменитым английским ученым А. Эддингтоном.

$$\varphi(\eta) = 1 + \frac{\lambda}{2} \eta \varphi(\eta) \int_0^1 \frac{\varphi(\xi) d\xi}{\eta + \xi}, \quad (15)$$

которое может быть легко решено численно.

На основе этого математического принципа Амбарцумян получил решение ряда нелинейных задач диффузии излучения [89, 90]. Принцип инвариантности ныне широко применяется и в других разделах математической физики.

Эти работы по сути стали отправной точкой развития Ленинградской школы теории переноса излучения.

### 3.5. Теория переноса излучения — Ленинградская научная школа<sup>14</sup>.

Во второй половине XX в. в астрономии сложилась ситуация, когда резко возрос объем наблюдательных данных о звездах и других объектах. Информация о них была заключена в выходящем из объектов излучении. Поэтому исследования вопросов формирования такого излучения с учетом его распространения (переноса) стало на пару десятилетий ключевым вопросом астрофизики.

Глава упомянутой научной школы, академик В. В. Соболев, работал в Университете более полувека, начиная с 1940-х годов. Он существенно усовершенствовал теорию образования спектральных линий в рассеивающих средах — ввел приближение «полного перераспределения по частотам» [91], являющееся основой современной теории линейчатых спектров звезд. Совместно с И. Н. Мининым исследовал рассеяние света в атмосферах планет. Были рассмотрены различные случаи, включая однократное рассеяние, плоскую и сферическую геометрии, а также случай диффузионного приближения и др. [92, 93]. Позднее Минин посвятил этим вопросам монографию [94]. Разработанная теория была применена, например, при поляризационном исследовании свечения неба на Венере.

В. В. Соболев решил ряд известных астрофизических задач, например определение температуры туманностей. Разработал широко используемое приближение, называемое в мировой литературе Sobolev approximation, для рассмотрения переноса излучения в линии в средах, имеющих градиент скорости газа [95]. Предложил резольвентный метод Соболева для решения интегральных уравнений, описывающих многократное рассеяние излучения в плоскопараллельных слоях. При решении этим методом интегрального уравнения вида

$$S(\tau) = S_0(\tau) + \frac{\lambda}{2} \int_{\tau_*}^{\tau_0} K(|\tau - \tau'|) S(\tau') d\tau', \quad (16)$$

где  $S_0$  является известной функцией,  $S(\tau)$  — искомая функция источника,  $\lambda$  — вероятность выживания фотона при рассеянии, резольвента определяется как функция, которая позволяет найти решение уравнения при произвольном  $S_0(\tau)$ :

$$S(\tau) = S_0(\tau) + \int_{\tau_*}^{\tau_0} \Gamma(\tau, \tau') S_0(\tau') d\tau'. \quad (17)$$

Результаты этих исследований резюмированы в монографии [96]. Среди корифеев в этой области астрофизики Соболев по праву занимает место рядом с С. Чандрасекаром и В. А. Амбарцумяном. Добавим, что Соболев создал крупную научную школу, включающую профессоров В. В. Иванова, Д. И. Нагирнера, С. И. Грачева и др.

<sup>14</sup> Детальный обзор публикаций соболевской (ленинградской) школы теории переноса излучения сделан Д. И. Нагирнером [97]. Работы В. В. Соболева описаны, например, в [98].

В. В. Иванов внес большой вклад в создание аналитической теории многократного рассеяния света в частотах спектральных линий, которая широко использовалась при рассмотрении линейчатых спектров звезд. Эта теория разрабатывалась им в статьях [99–101] и изложена в монографии [102]. Иванов рассмотрел асимптотическое поведение решений интегральных уравнений теории многократного рассеяния излучения в линиях, что позволило найти простое приближенное решение этих уравнений. Он показал, что решение однородного уравнения Винера — Хопфа, имеющего вид

$$S_h(\tau) = \int_0^\infty K(\tau - \tau') S_h(\tau') d\tau' \quad (18)$$

с симметричным ядром  $K(\tau)$ , при нормировке  $S_h(0) = 1$  и больших  $\tau$  имеет асимптотику [103]

$$S_h(\tau) \sim \frac{2}{\alpha \Gamma(\alpha/2)} (\varphi(1/\tau))^{-1/2} \tau^{\alpha/2}, \quad (19)$$

где  $\Gamma(\alpha/2)$  — гамма-функция, а  $\alpha$  — характеристический показатель ядерной функции  $K(\tau)$ .

Иванов также занимался решением общих проблем теории переноса излучения. Используя принцип инвариантности Амбарцумяна, он разработал новый метод расчета полей излучения в полубесконечных атмосферах [104]. Другими важными работами здесь являются [105, 106]. Иванов также показал, что уравнение многократного рассеяния света, известное более 100 лет (см. раздел 2.2), принадлежит семейству уравнений, решения которых связаны между собой. Этот вывод позволил разработать новый способ численного решения проблемы, названный методом альбедного сдвига [107–109].

Применяя теорию функций комплексного переменного, Нагирнер способствовал дальнейшему развитию теории многократного рассеяния излучения. В частности, он нашел точные и приближенные решения некоторых важных задач, возникающих в рамках этой теории [110–112]. Образование линий в рассеивающих средах было изучено им как в случае истинного перераспределения по частоте, так и с учетом поляризации в работах [113–117].

В конце XX в. в Университете завершаются работы по развитию теории переноса излучения. В это время весомый вклад в асимптотическую теорию переноса резонансного излучения был внесен С. И. Грачевым [118–121]. В конце 1990-х годов он обсуждал процесс формирования поляризации в линиях при слабом магнитном поле (с учетом эффекта Ханле) [122]. Полная факторизация фазовой матрицы Ханле, приведенная им в [123], имеет следующую сложную структуру:

$$\hat{\mathbf{P}}(\mu, \varphi, \mu', \varphi', \mu_B, \varphi_B, \gamma_B) = \hat{\mathbf{A}}(\mu) \hat{\mathbf{R}}(\varphi_B - \varphi) \hat{\lambda} \hat{\mathbf{M}}_B(\mu_B, \gamma_B) \hat{\mathbf{R}}(\varphi_B - \varphi) \hat{\mathbf{E}}_{12} \hat{\mathbf{A}}^T(\mu'), \quad (20)$$

где  $\hat{\mathbf{A}}(\mu)$  — матрица размерности  $3 \times 6$ ;  $\hat{\mathbf{R}}(\varphi)$  — блочно-диагональная матрица  $6 \times 6$ , состоящая из трех матриц  $2 \times 2$ :  $\hat{\mathbf{R}}(\varphi) = \text{diag}\{\hat{\mathbf{E}}, \hat{\mathbf{r}}(-\varphi), \hat{\mathbf{r}}(2\varphi)\}$ , где  $\hat{\mathbf{E}} = \text{diag}\{1, 1\}$  и  $\hat{\mathbf{r}}(\varphi)$  — матрица вращения на угол  $\varphi$ ; матрица  $\hat{\mathbf{M}}_B(\mu_B, \gamma_B)$  размерности  $6 \times 6$  описывает влияние магнитного поля,  $\gamma_B$  — безразмерная напряженность поля;  $\hat{\mathbf{E}}_{12} = \text{diag}\{1, 1, 2, 2, 2, 2\}$  и, наконец,  $\hat{\lambda} = \text{diag}\{\lambda, \lambda_p, \lambda_p, \lambda_p, \lambda_p, \lambda_p\}$  — матричное альбедо однократного рассеяния, где  $\lambda$  — обычное альбедо однократного рассеяния,  $\lambda_p = \lambda/(1 + \lambda\sigma^{(2)})$  — альбедо с учетом упругих деполяризующих столкновений.

По общему мнению, практически все, что можно было сделать аналитически при рассмотрении переноса излучения в континууме и линиях, по-видимому, было сделано до конца XX в., и большой вклад в это внесла Ленинградская школа. Дальше наступала эпоха почти полного доминирования компьютерных расчетов. . .

**3.6. Астрофизика**<sup>15</sup>. Благодаря прогрессу физических наук и технологий, быстро развивающихся в XX в., важнейшей и наиболее объемной частью астрономии стала астрофизика, которую мы, естественно, разделим на несколько областей.

**3.6.1. Наблюдательная астрофизика.** Совершенствование телескопов и приемников привело к тому, что астрономические наблюдения как в Университете, так и во всем мире, переключились на исследования звезд и несколько позднее — галактик (хотя наблюдения тел Солнечной системы были также продолжены).

Член-корр. Г. А. Тихов, преподававший в Университете, посвятил свою жизнь решению задач атмосферной оптики, фотометрии и колориметрии звезд и планет (например, [124]). Позднее профессор В. В. Шаронов выполнил уникальные фотометрические исследования поверхностей Луны и планет [125, 126], организовал первую в стране Службу Солнца.

Отличительной чертой наблюдений в Университете стало особое внимание к поляризации регистрируемого излучения. В этом направлении выдающиеся результаты были получены профессором В. А. Домбровским. В 1949 г. он, одновременно и независимо от американских исследователей, открыл явление межзвездной поляризации света [127]. В 1953 г. обнаружил поляризацию оптического излучения Крабовидной туманности [128]. Заметим, что эти открытия мирового уровня были сделаны при все еще простейшей обработке данных: разность звездных величин объекта при вращении поляриметра на  $90^\circ$ , равная  $\Delta m = m_\theta - m_{\theta+90^\circ}$ , аппроксимировалась следующей зависимостью от угла поворота  $\theta$ :

$$\Delta m(\theta) = \Delta m_0 + \gamma \cos 2(\theta - \theta_0), \quad (21)$$

где параметры поляризации  $p \approx \gamma/2$  (степень) и  $\theta_0$  (позиционный угол) определялись в лучшем случае методом наименьших квадратов.

В 1970-е годы направление исследований включило фотометрическое и поляриметрическое изучение активных и пекулярных галактик [129]<sup>16</sup>. Профессор В. А. Гаген-Торн с коллегами выполнил первый обзор поляриметрических наблюдений центральных областей сейфертовских галактик и показал, что поляризация связана с присутствием синхротронного излучения [130]. Вклад механизма электронного рассеяния в интенсивность изображения  $j(\rho)$ , например, оценивался по формулам

$$j(\rho) = 2R_{\text{eff}} \int_0^{y_0} i(\rho, y) dy, \quad i(\rho, y) = \frac{3}{4} \sigma_e n_e \frac{1}{4\pi} \int J (1 + \cos^2 \gamma) d\omega, \quad (22)$$

где  $R_{\text{eff}}$  — некоторый характерный размер;  $y$  и  $\rho$  — координаты рассеивающего объема (в единицах  $R_{\text{eff}}$ );  $\sigma_e$ ,  $n_e$  — сечение рассеяния и концентрация электронов;  $\gamma$  — угол рассеяния;  $J$  — интенсивность падающего излучения;  $\omega$  — телесный угол.

<sup>15</sup> Направления работ и достижения университетских астрономов подробнее описаны, например, в справочнике [131], монографии [132] и на сайте <http://www.astro.spbu.ru/>.

<sup>16</sup> В начале 1960-х по инициативе и под руководством В. А. Домбровского была создана Южная наблюдательная астрономическая станция Университета в Бюракане (Армения).

Также был разработан метод определения относительного распределения энергии в спектрах переменных источников в ядрах активных галактик (иногда называемый методом Гаген-Торна). В результате применения этого метода был установлен степенной характер спектра переменных компонентов [133]. Анализируя одновременно изменения поляризации и блеска, Гаген-Торн разработал простую модель ядер галактик [134, 135]. Заметим, что при этом был предложен графический способ, в чем-то напоминающий метод Глазенапа (см. раздел 2.2).

Не менее квалифицированным наблюдателем, чем упомянутые выше, был О. С. Шулов, изучавший поляризацию излучения звезд разных типов (например, [136]). В частности, он обнаружил поляризацию блеска нескольких тесных двойных систем, что явилось открытием нового вида собственной поляризации звезд (например, [137]).

Описанные выше результаты В. А. Домбровского и его учеников были удостоены премии АН СССР им. Ф. А. Бредихина в 1974 г. До закрытия (конец XX в.) Южная наблюдательная станция оставалась важным мировым центром астрономических поляризационных наблюдений.

**3.6.2. Физика межзвездной среды.** Исследования в этой области были начаты в 1980-х годах профессором Н. В. Вошинниковым наблюдениями излучения пылевых туманностей и их интерпретацией. Однако поскольку многие труды Ленинградской школы переноса излучения касались теории рассеяния света в различных средах, то, естественно, что исследования Вошинникова быстро сместились в сторону теоретического изучения рассеяния излучения космической пылевой средой.

Передовой моделью межзвездных пылинок являлось и является до сих пор их представление в виде сфероидальных частиц. В связи с этим важным является разработанное Вошинниковым и др. оригинальное решение задачи о рассеянии света однородными и слоистыми сфероидами методом разделения переменных при разложении полей по специфическому сфероидальному базису [138]:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{\nu} \left[ a_{\nu} \vec{M}_{\nu}^i(\vec{r}) + b_{\nu} \vec{M}_{\nu}^z(\vec{r}) \right], \quad (23)$$

$$\vec{M}_{\nu}^s(\vec{r}) = \vec{\nabla} \times [\vec{s} \phi_{\nu}(\vec{r})], \quad \phi_{\nu}(\vec{r}) = c_{mn} R_{mn}^{(i)}(c, \xi) S_{mn}(c, \eta) \cos m\varphi, \quad (24)$$

где  $a_{\nu}, b_{\nu}$  — коэффициенты разложения поля  $\vec{E}$ ;  $\vec{s} = \vec{r}$  или орту  $\vec{i}_z$ ; радиус-вектор в сфероидальных координатах  $\vec{r} = (\xi, \eta, \varphi)$ ;  $c_{mn}$  — коэффициенты порядка 1;  $S_{mn}(c, \eta)$  и  $R_{mn}^{(i)}(c, \xi)$  — сфероидальные угловые и радиальные функции  $i$ -го рода;  $\nu = (m, n, e)$ .

Позднее данное и другие решения проблемы рассеяния света неоднородными и (или) несферическими частицами были применены для обоснования новой модели композитной пыли [139] и изучения новых динамических эффектов [140]. Был также разработан новый подход в рамках метода Монте-Карло к переносу поляризованного излучения [141], успешно примененный к исследованию околозвездных оболочек [142].

Обзор работ Вошинникова по данной тематике дан в мемориальной статье [143]. В этом новом направлении удалось почти сразу поднять уровень разработок до мирового, о чем говорят многочисленные международные гранты и соавторство с ведущими профессорами (J. Mathis, E. Krügel, Th. Henning и др.). Особенностью этих исследований были решение задач математической физики и математическое моделирование.

**3.6.3. Космическая газодинамика.** В 1970-е годы в Университете и в России появилось новое научное направление «Космическая газодинамика», возникшее на стыке астрофизики и газодинамики. Во многом оно приобрело современный вид благодаря работам профессора В. Г. Горбачко.

Изучая спектры нестационарных звезд, он в 1965 г. рассмотрел газовые потоки в тесных двойных системах и впервые исследовал явление, получившее впоследствии название *дисковой аккреции* [144]. В этом случае, так же как и при рассмотрении сферически-симметричного течения газа, решались уравнения Навье — Стокса, которые для стационарного диска при усреднении по турбулентным пульсациям и интегрировании по толщине диска приняли следующую форму:

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\varphi^2}{r} = -\frac{\lambda}{r^2} + \frac{2\tilde{\eta}}{\sigma} \left( \frac{d^2 v_\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv_\varphi}{dr} - \frac{v_\varphi}{r^2} \right) + \frac{2d\tilde{\eta}}{dr} \frac{dv_r}{dr}, \quad (25)$$

$$\sigma v_r \left( \frac{dv_\varphi}{dr} + \frac{v_\varphi}{r} \right) = \tilde{\eta} \left( \frac{d^2 v_\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv_\varphi}{dr} - \frac{v_\varphi}{r^2} \right) + \frac{d\tilde{\eta}}{dr} \left( \frac{dv_\varphi}{dr} - \frac{v_\varphi}{r} \right), \quad (26)$$

где  $v_r, v_\theta, v_\varphi$  — компоненты вектора скорости;  $\sigma$  и  $\tilde{\eta}$  — интегралы плотности газа и динамического коэффициента турбулентной вязкости по всей толщине диска. Уравнение неразрывности бралось в виде  $r v_r \sigma = C$ , где  $C$  — некоторая постоянная.

Детально изученная затем многими авторами дисковая аккреция играет огромную роль во многих космических объектах: от рентгеновских двойных до квазаров и ядер активных галактик. В. Г. Горбачкий совместно с учениками выполнил гидродинамические расчеты течений газа в тесных двойных системах и объяснил механизм возникновения «горячих пятен» при взаимодействии струй газа с околозвездной оболочкой и структуру самих оболочек. Полученные результаты собраны в двух монографиях [145, 146].

Горбачкий внес заметный вклад в решение многих других астрофизических проблем. Он показал, что космические лучи играют важную роль в нагреве межгалактического газа, приводящем к его излучению в рентгеновском диапазоне. Изучил перенос углового момента в галактиках спирального типа, использовал коагуляцию межзвездных облаков для объяснения наблюдаемого Лайман-альфа леса. Вместе с учениками впервые выполнил анализ распределения газа в космических средах с привлечением теории детерминированного хаоса. Эти и другие результаты можно найти в его монографиях [147, 148].

Заметим, что доля учеников Горбачко среди астрофизиков Университета существенно превышает сегодня вклад других научных школ.

**3.6.4. Космология.** В 1990-е годы в Университете было начато изучение проблем крупномасштабной структуры Вселенной и космологии. В частности, профессор Ю. В. Барышев с учениками рассматривал астрофизические проявления теорий гравитации. Разрабатывался также полевой подход Р. Фейнмана к описанию гравитационного взаимодействия (см. обсуждение в [149]). Были впервые получены (совместно с В. В. Соколовым) уравнения движения вещества в гравитационном поле в рамках такого подхода. Если в общепринятой теории гравитации действие равно

$$S = S_{(g)} + S_{(m)} = \frac{1}{c} \int (\Lambda_{(g)} + \Lambda_{(m)}) \sqrt{-g} d\Omega, \quad (27)$$

где  $S_{(g)}$  и  $S_{(m)}$  — действие для материи и поля,  $\Lambda_{(g)}$  и  $\Lambda_{(m)}$  — лагранжианы для материи и поля,  $g$  — метрика,  $c$  — скорость света, то в полевой теории его выражение

иное:

$$S = S_{(g)} + S_{(int)} + S_{(m)} = \frac{1}{c} \int (\Lambda_{(g)} + \Lambda_{(int)} + \Lambda_{(m)}) d\Omega, \quad (28)$$

где  $S_{(int)}$  и  $\Lambda_{(int)}$  — действие и лагранжиан для взаимодействия. Обе теории хорошо объясняют наблюдаемые эффекты, однако отмечено, что и для сильных, и для слабых гравитационных полей предсказания теорий существенно различаются (см. обсуждение в [150]).

Кроме этого, Ю. В. Барышевым была предложена оригинальная фрактальная модель крупномасштабного распределения галактик [151]. В рамках модели наблюдения давали размерность  $D = 2$ , что естественно приводило к линейной зависимости красного смещения  $z_{\text{grav}}$  от расстояния  $l$ , т. е. к закону Хаббла [152]:

$$z_{\text{grav}} = H_{\text{grav}} l / c, \quad (29)$$

где  $H_{\text{grav}} = 2\pi G\rho_0 R_0 / c$ ,  $c$  — скорость света,  $G$  — гравитационная постоянная, а  $\rho_0$  и  $R_0$  — характерные плотность и масштаб снизу фрактальной структуры.

**3.6.5. Другие разделы астрофизики.** Ограниченный объем обзора не позволил уделить внимания всем отличным астрономическим работам, выполненным в Университете. Некоторые из них хотя бы перечислим.

*Взаимодействие излучения высокой энергии с веществом.* Профессор Д. И. Негирнер с учениками всесторонне исследовал процесс комптоновского рассеяния, вывел точные выражения для элементов матрицы рассеяния поляризованного излучения при произвольном распределении электронов по энергиям [153]. Позднее из квантового уравнения Лиувилля им были выведены релятивистские кинетические уравнения, характеризующие эволюцию во времени и пространственную зависимость матриц плотности поляризованных фотонов и электронов, взаимодействующих посредством комптоновского рассеяния [154]. Также были получены удобные для расчетов формулы, описывающие магнитотормозное излучение релятивистских электронов [155].

*Астропроспектопия.* Эта область астрономии стала быстро развиваться в XX в. благодаря появлению наблюдений астрономических объектов с высоким спектральным разрешением. В Университете по этой тематике успешно работала группа профессора А. А. Никитина. Проводилась интерпретация наблюдаемых линейчатых спектров Солнца и звезд (например, [156]) и была написана (совместно с профессором З. Б. Рудзикасом) классическая монография [157].

В этой же области работал член-корр. О. А. Мельников. Он провел систематические спектрофотометрические исследования линий поглощения в спектрах различных образований на Солнце<sup>17</sup>. Показал (совм. с Е. Я. Перепёлкиным) наличие турбулентных потоков в хромосфере Солнца [158]. Совместно с Б. К. Иоаннисиани создал телескоп АСИ-5 для наблюдений спектров звезд в ультрафиолетовом диапазоне [159].

*Радиоастрономия.* Еще одна область астрономии, появившаяся в XX в. Профессор Г. Б. Гельфрейх стоял у истоков возникновения радиоастрономии в Университете. Был участником многих экспедиций, организованных для наблюдения солнечных затмений. В середине 1960-х годов начал исследования Солнца на разных длинах волн, проводил спектрополяриметрические наблюдения на радиотелескопе

<sup>17</sup>За эти работы получил Премию им. Ф. А. Бредихина АН СССР в 1950 г.



ГАО РАН. В результате этого были изучены важные характеристики радиоисточников над активными областями солнечной поверхности. Гельфрейх — автор большого числа научных работ в области физики Солнца и радиоастрономии, например [160–162].

В этом же направлении работал профессор Л. В. Яснов. Он подробно исследовал динамику радиоизлучения Солнца. Большой цикл его работ представлял результаты исследований в радиодиапазоне магнитных полей в окрестности активных областей. Изучались также всплески излучения Солнца в данном диапазоне [163, 164].

Приведенный список работ можно продолжать достаточно долго, однако где-то всегда приходится ставить точку. Пропущенные, но заслуживающие внимания исследования астрономов Университета будут отмечены во второй части обзора.

**4. Заключение.** Рассмотрение эволюции университетской астрономии, проиллюстрированное выше примерами ее лучших работ до начала XXI в., показывает постоянное усложнение применяемых в исследованиях математических методов и подходов.

При появлении астрономии в Университете (и в России) астрономические работы включали арифметические расчеты и формулирование уравнений движения небесных тел. С тех пор математика во все более сложной форме проникала в традиционные и новые разделы астрономии, что позволило решить сложные проблемы в небесной механике и звездной астрономии, привело к развитию математического моделирования (особенно с появлением компьютеров) при решении задач распространения излучения в космических средах, газодинамических и других проблем. Особенно большие изменения в университетской астрономии связаны с обработкой астрономических данных: от длительных вычислений<sup>18</sup> до развития и использования специальных программных комплексов, применения современных статистических методов и нейронных сетей [165–167]<sup>19</sup>.

Авторы благодарят В. А. Гаген-Торна, С. С. Савченко, С. И. Широкова за помощь при написании данной статьи. Особой благодарности заслуживает Ю. В. Миланова, которая была полноценным соавтором с начала написания обзора и почти до самого его конца. Авторы признательны всем рецензентам за сделанные замечания, которые позволили существенно улучшить текст статьи.

## Литература

1. Weidler I. F. *Historia Astronomiae*. Wittenberg, Schwartz (1741).
2. de La Lande J. *Astronomie*. Paris (1771).
3. de L'Isle J. N. Eclipses satellitum Jovis, observatae Petropoli, a fratribus Josepho Nicolao de L'Isle & Ludovico de L'Isle de la Croyre. *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae* 1, 467–474 (1728).
4. de L'Isle J. N. Eclipses satellitum Jovis, observatae in Imperiali specula astronomica, quae Petropoli est, per integrum annum 1738. *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae* 6, 395–400 (1738).
5. de L'Isle J. N. *Mémoires pour servir à l'histoire et au progrès de l'astronomie, de la géographie, et de la physique*. Saint-Pétersbourg (1738).

<sup>18</sup>Л. Эйлер потерял зрение в основном из-за таких вычислений.

<sup>19</sup>Описанию развития университетской астрономии в XXI в. будет посвящена вторая часть статьи.

6. de L'Isle J. N. *Les thermometres de Mercure Rendus Universels, en leur faisant marquer en tout tems la quantit dont le volume du mercure est diminuar par la temperature prsente de l'air, au dessous de l'endue qu'il a dans l'eau bouillante*. Petropolis (1738).

7. Кирюшенко Н. В. (ред.). *Материалы экспедиции Ж.-Н. Делля в Березов в 1740 г.: Дневник Т. Кенигфельса и переписка Ж.-Н. Делля. Материалы сибирской экспедиции академика Ж.-Н. Делля в 1740 г.: документы из архивохранилищ России и Франции: в 2 т.* Санкт-Петербург, Истор. иллюстр. (2016).

8. Grischow A. N. *Methodus investigandi Parallaxin Lunae et Planetarum Eclipsibus stellarum fixarum a Luna et Planetis innixa. Novi Commentarii academiae scientiarum imperialis Petropolitanae* 4, 451–474 (1744).

9. Lomonosov M. V. *Erscheinung der Venus vor der Sonne beobachtet bey der Kayserlichen Academie der Wissenschaften in St. Petersburg, den 26 May 1761. Aus dem Ruischen bersezt*. St. Petersburg, St. Petersburg Imperial Academy of Sciences (1761).

10. Боголюбов Н. Н. (ред.). *Развитие идей Леонарда Эйлера и современная наука*. Москва, Наука (1988).

11. Euler L. *Recherches et calculs sur la vraie orbite elliptique de le comte de l'an 1769 et son tems priodique*. St. Petersburg, St. Petersburg Imperial Academy of Sciences (1770).

12. Euler L. *Theoria motuum lunar. Nova methodo pertractata*. St. Petersburg, Imperial Academy of Sciences (1772).

13. Невская Н. И. *Петербургская астрономическая школа XVIII в.* Ленинград, Наука (1984).

14. Соболев В. В. (ред.). *История астрономии в России и СССР*. Москва, Янус-К (1999).

15. Эйлер Л. *Новая теория движения Луны*. Ленинград, Изд-во АН СССР (1934).

16. Rumovski S. *Brevis expositio observationum occasione transitus Veneris per Solem in urbe Selenginsk anno 1761 institutarum*. St. Petersburg, St. Petersburg Imperial Academy of Sciences (1762).

17. Rumovski S. *Investigatio parallaxeos Solis ex observatione transitus Veneris per discum Solis Selenginski habita, collata cum observationibus alibi institutis*. St. Petersburg, St. Petersburg Imperial Academy of Sciences (1764).

18. Schubert F. Th. Von. *Theoretische Astronomie*. St. Petersburg, Kaiserliche Akademie der Wissenschaften (1798).

19. Schubert F. Th. *Traite d'astronomie theorique*. Hamburg, Perthes und Besser (1834).

20. Wisniewski V. *Mesure de la hauteur du Mont Elbrus, au-dessus du niveau de la mer. Mmoires de l'Academie Imperiale des Sciences de Saint-Petersbourg* 7, 159–193 (1820).

21. Горшков П. М. Очерки истории астрономии в Петербургском — Ленинградском университете. Вишневский В. К., Зеленой С. И., Савич А. Н. (ред.). *Труды Астрономической обсерватории ЛГУ* 32, 166–184 (1976).

22. Горшков П. М. Очерки истории астрономии в Петербургском-Ленинградском университете. Ч. 4. Глазенап С. П. (ред.). *Труды Астрономической обсерватории ЛГУ* 33, 146–194 (1977).

23. Argelander F. W. *Untersuchungen über die Bahn des grossen Cometen vom Jahre 1811*. Königsberg, Gebr der Borntreger (1823).

24. Sawitsch A. *On the determination of the orbit which a satellite describes around its planet. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 13, 66–73 (1853). <https://doi.org/10.1093/mnras/13.3.66>

25. Peters Ch. A. F., Sawitsch A. N. *Bestimmung der Bahn des Cometen von 1585 nach den von Herrn Conferenzzath Schumacher herausgegebenen Original-Beobachtungen Tycho's. Astronomische Nachrichten* 29 (686), 209–224 (1849). <https://doi.org/10.1002/asna.18490291402>

26. Sawitsch A. *Приложение практической астрономии к географическому определению мест*. Санкт-Петербург, Типография Морского кадетского корпуса (1845).

27. Glasenapp S. *On a graphical method for determining the orbit of a binary star. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 49 (5), 276–280 (1889). <https://doi.org/10.1093/mnras/49.5.276>

28. Иванов А. А. *Вращательное движение земли: о перемещении полюсов оси вращения по поверхности земного сфероида*. Санкт-Петербург, Тип. Е. Евдокимова (1895).

29. Иванов А. А. *Абсолютное определение напряжения силы тяжести в Главной Палате мер и весов в С.-Петербурге при помощи длинных маятников*. Санкт-Петербург, Тип. М. Ф. Флоровой (1911).

30. Хвольсон О. Д. *Основы математической теории внутренней диффузии света (реферат)*. *Журнал Русского физико-химического общества* 18, 93–101 (1886).

31. Хвольсон О. Д. *Основы математической теории внутренней диффузии света. Журнал Русского физико-химического общества* 22 (1), 1–6 (1890).

32. Chwolson O. *Über eine mögliche Form fiktiver Doppelsterne. Astronomische Nachrichten* 221 (20), 329–330 (1924). <https://doi.org/10.1002/asna.19242212003>

33. Einstein A. Lens-like action of a star by the deviation of light in the gravitational field. *Science* **84** (2188), 506–507 (1936). <https://doi.org/10.1126/science.84.2188.506>
34. Вильев М. А. Аналитическое решение основной задачи теоретической астрономии. *Ученые записки Ленинградского университета* **27** (5), 79–246 (1938).
35. Вильев М. А. Сравнение некоторых наблюдений Луны и планет, упоминаемых в древних и средневековых источниках, с их положением, определяемым по современным таблицам их движений. *Известия Петроградского научного института им. П. Ф. Лесгафта* **1**, 18–27 (1919).
36. Павлов Н. Н. Фотоэлектрическая регистрация звездных прохождений. *Труды Главной астрономической обсерватории АН СССР* **59** (2) (1946).
37. Немиро А. А. Исследование результатов абсолютных прямых восхождений звезд в Пулково. *Труды Главной астрономической обсерватории АН СССР* **71** (2), 65–168 (1958).
38. Зверев М. С. Фундаментальная астрометрия. Часть 1. *Успехи астрономических наук* **5**, 3–110 (1950).
39. Petrova M. A., Schacht N. A. Alexander Nikolaevich Deutsch on the occasion of his 120<sup>th</sup> anniversary. *Astronomical and Astrophysical Transactions* **32** (1), 45–58 (2020).
40. Горшков П. М. Астрономия и геодезия в ЛГУ. *Ленинградский университет* **2**, 2 (1938).
41. Vityazev V. V. The ROTOR: a new method to derive rotation between two reference frames. *Astronomical and Astrophysical Transactions* **4**, 195–218 (1994). <https://doi.org/10.1080/10556799408205376>
42. Vityazev V. V. The Time Interferometer: a new tool of spectral analysis of time series. *Astronomical and Astrophysical Transactions* **5**, 177–210 (1994). <https://doi.org/10.1080/10556799608205460>
43. Шевченко И. И., Мельников А. В., Титов В. Б., Балугев Р. В., Веселова А. В., Кривов А. В., Микрюков Д. В., Миланов Д. В., Мюллери А. А., Никифоров И. И., Питьев Н. П., Поляхова Е. Н., Соколов Л. Л., Шайдулин В. Ш. Избранные проблемы классической и современной небесной механики и звездной динамики. I. Классические результаты. *Астрономический вестник* **57** (1), 81–99 (2023). <https://doi.org/10.31857/S0320930X23010073a>
44. Шевченко И. И., Мельников А. В., Титов В. Б., Балугев Р. В., Веселова А. В., Кривов А. В., Микрюков Д. В., Миланов Д. В., Мюллери А. А., Никифоров И. И., Питьев Н. П., Поляхова Е. Н., Соколов Л. Л., Шайдулин В. Ш. Избранные проблемы классической и современной небесной механики и звездной астрономии. II. Современные исследования. *Астрономический вестник* **57** (2), 181–196 (2023). <https://doi.org/10.31857/S0320930X2302007X>
45. Noumeroff B. Méthode nouvelle de la détermination des orbites et le calcul des ephemerides en tenant compte des perturbations. *Publications de l'Observatoire Astrophysique Central de Russie* **2**, 188–288 (1923).
46. Numerov B. V. A method of extrapolation of perturbations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **84** (8), 592–601 (1924). <https://doi.org/10.1093/mnras/84.8.592>
47. Numerov B. V. Note on the numerical integration of  $d^2x/dt^2 = f(x, t)$ . *Astronomische Nachrichten* **230** (19), 359–364 (1927). <https://doi.org/10.1002/asna.19272301903>
48. Субботин М. Ф. Новая форма уравнения Эйлера — Ламберта и ее применение при вычислении орбит. *Русский Астрономический журнал* **1** (1923).
49. Субботин М. Ф. Об одном способе улучшения сходимости тригонометрических рядов, имеющих основное значение для небесной механики. *Доклады Академии наук СССР* **40** (8), 302–305 (1943).
50. Subbotin M. F. Sur le problème des deux corps de masses variables. *Russian Astronomical Journal* **13**, 554–562 (1936).
51. Subbotin M. F. Sur le calcul des inégalités séculaires. 1. Solution nouvelle du problème de Gauss. *Russian Astronomical Journal* **18**, 35–49 (1941).
52. Subbotin M. F. Sur les propriétés-limites du module des fonctions entières d'ordre fini. *Mathematische Annalen* **104**, 377–386 (1931). <https://doi.org/10.1007/BF01457946>
53. Субботин М. Ф. О численном интегрировании дифференциальных уравнений. *Известия Академии наук СССР* **7**, 895–902 (1933).
54. Новоселов В. С. Оптимальный двухимпульсный перелет между орбитами с малыми наклонностями и эксцентриситетами. *Бюллетень Института теоретической астрономии* **9** (5), 295–309 (1963).
55. Тихонов В. С. Динамика твердого тела от уравнений Эйлера до управления угловым движением ИСЗ в трудах ученых СПбГУ. Ч. 1. *Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия* **10** (68), вып. 3, 457–486 (2023). <https://doi.org/10.21638/spbu01.2023.303>

56. Kholshchevnikov K. V., Elkin A. V. Convergence of Liapunov series for Maclaurin ellipsoids. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* **84**, 57–63 (2002). <https://doi.org/10.1023/A:1008312521428>
57. Соколов Л. Л., Холшевников К. В. О точном решении: задачи  $N$  тел в области больших энергий. *Труды Астрономической обсерватории Ленинградского университета* **41** (63), 175–193 (1987).
58. Kholshchevnikov K. V., Vassiliev N. N. On the distance function between two Keplerian elliptic orbits. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* **75** (2), 75–83 (1999). <https://doi.org/10.1023/A:1008312521428>
59. Baluyev R. V., Kholshchevnikov K. V. Distance between two arbitrary unperturbed orbits. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* **91** (3–4), 287–300 (2005). <https://doi.org/10.1007/s10569-004-3207-1>
60. Kunitsyn A. L., Polyakhova E. N. Distance between two arbitrary unperturbed orbits. *Astronomical and Astrophysical Transactions* **6** (4), 283–293 (2005). <https://doi.org/10.1080/10556799508232073>
61. Ogorodnikoff K. F. A theory of streaming in the system of B stars. *Zeitschrift für Astrophysik* **4**, 190–207 (1932).
62. Ogorodnikov K. F. *Dynamics of stellar systems*. Oxford, Pergamon (1965).
63. Витязев В. В., Цветков А. С., Трофимов Д. А. Кинематический анализ лучевых скоростей звезд методом сферических функций. *Письма в Астрономический журнал* **40** (11), 783–793 (2014).
64. Ogorodnikov K. F. Theoretical analysis of star counts in obscured regions. *Bulletin de l'Observatoire Central a Pulkovo* **16** (3), 1–40 (1939).
65. Агекян Т. А., Аносова Ж. П. Исследование динамики тройных систем методом статистических испытаний. *Астрономический журнал* **44**, 1261 (1967).
66. Агекян Т. А. Общие черты эволюции вращающихся систем гравитирующих тел. *Астрономический журнал* **37** (2), 317 (1960).
67. Агекян Т. А., Орлов В. В. Движение в поле ротационно-симметричного потенциала. О точном использовании приближенного уравнения для производной поля направлений по нормали к траектории. *Письма в Астрономический журнал* **28** (1), 71–75 (2002).
68. Агекян Т. А. Основная система уравнений в поле ротационно-симметричного потенциала. *Письма в Астрономический журнал* **29** (5), 397–400 (2003).
69. Агекян Т. А., Аносова Ж. П. Конечные движения в иерархических тройных системах. *Астрономический журнал* **68**, 1099–1103 (1991).
70. Агекян Т. А., Petrovskaya I. V., Fesenko V. I. Вращение Галактики по данным радионаблюдений. *Астрономический журнал* **41** (6), 1027 (1964).
71. Binney J., Tremaine S. *Galactic Dynamics*. Princeton, Princeton University Press (1987).
72. Антонов В. А. Решение задачи об устойчивости звездной системы с законом плотности Эмдена и сферическим распределением скоростей. *Вестник Ленинградского университета* **19**, 96–111 (1962).
73. Anosova J. P., Orlov V. V. Main features of dynamical escape from three-dimensional triple systems. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* **59** (4), 327–343 (1994). <https://doi.org/10.1007/BF00692101>
74. Anosova J. P., Orlov V. V. The dynamical evolution of the nearby multiple stellar systems ADS 48, ADS 6175 (alpha Geminorum = Castor), alpha Centauri and ADS 9909 (ksi Scorpii). *Astronomy and Astrophysics* **252**, 123–126 (1991).
75. Kiseleva L. G., Eggleton P. P., Orlov V. V. Instability of close triple systems with coplanar initial doubly circular motion. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **270**, 936–946 (1994). <https://doi.org/10.1093/mnras/270.4.936>
76. Anosova J. P., Orlov V. V., Pavlova N. A. Dynamics of nearby multiple stars. The alpha Centauri system. *Astronomy and Astrophysics* **292**, 115–118 (1994).
77. Курош А. Г. *Математика в СССР за сорок лет (1917–1957)*. Т. 1. *Обзорные статьи*. Москва, Физматгиз (1959).
78. Ambarzumjan W. Über eine Frage der Eigenwerttheorie. *Zeitschrift für Physik* **53**, 690–695 (1929). <https://doi.org/10.1007/BF01330827>
79. Ambartsumian R. V. (ed.). *A life in astrophysics: selected papers of Viktor Ambartsumian*. New York, Allerton Press (2009).
80. Ambartsumian V. A. On the derivation of the frequency function of space velocities of the stars from the observed radial velocities. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **96** (3), 172–179 (1936).

81. Ambartsumian V. A. On the radiative equilibrium of a planetary nebula. *Bulletin de l'Observatoire Central a Pulkovo* **13** (114), 1–27 (1933).
82. Ambartsumian V. A. The excitation of the metastable states in the gaseous nebulae. *Poukovo Observatory Circular* **6**, 10–17 (1933).
83. Ambartsumian V. A. On the temperatures of the nuclei of planetary nebulae. *Poukovo Observatory Circular* **4**, 8–12 (1932).
84. Ambartsumian V. A. On the mean life-time of the cluster type variables. *The Observatory* **58** (732), 152–153 (1935).
85. Амбарцумян В. А. К статистике двойных звезд. *Астрономический журнал* **14**, 207–219 (1937).
86. Амбарцумян В. А. Новый способ расчета рассеяния света в мутной среде. *Известия Академии наук СССР. Сер. География и геофизика* **3**, 97–106 (1942).
87. Ambarzumjan V. A. On the problem of the diffuse reflection of light. *Journal of Physics* **8** (2), 65–75 (1944).
88. Амбарцумян В. А. К вопросу о диффузном отражении света мутной средой. *Доклады Академии наук СССР* **38** (8), 257–279 (1943).
89. Амбарцумян В. А. Диффузия света через рассеивающую среду большой оптической толщины. *Доклады Академии наук СССР* **43** (3), 106–110 (1944).
90. Амбарцумян В. А. Мутная среда с равномерным распределением источников. *Доклады Академии наук Арм. ССР* **8**, 149–151 (1948).
91. Sobolev V. V. *A Treatise on radiative transfer*. Princeton, Van Nostrand (1963).
92. Sobolev V. V., Minin I. N. Light scattering in a spherical atmosphere. *Planetary and Space Science* **11** (6), 657–662 (1963).
93. Минин И. Н., Соболев В. В. Теория рассеяния излучения в атмосферах планет. *Астрономический журнал* **40** (3), 496–503 (1963).
94. Минин И. Н. *Теория переноса излучения в атмосферах планет*. Москва, Наука (1988).
95. Sobolev V. V. *Moving envelopes of stars*. Cambridge, Harvard University Press (1960).
96. Соболев В. В. *Рассеяние света в атмосферах планет*. Москва, Наука (1972).
97. Nagirner D. I. Viktor V. Sobolev and radiative transfer theory. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* **183**, 4–37 (2016). <https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2016.06.010>
98. Иванов В. В. (ред.). *Академик Виктор Викторович Соболев*. Санкт-Петербург, Изд-во С.-Петербур. ун-та (2000).
99. Иванов В. В. Диффузия резонансного излучения в атмосферах звезд и туманностях. I. Полубесконечная среда. *Астрономический журнал* **39** (6), 1020–1032 (1962).
100. Иванов В. В. Диффузия резонансного излучения в атмосферах звезд и туманностях. II. Слой конечной толщины. *Астрономический журнал* **40** (2), 257–267 (1963).
101. Иванов В. В. Определение населенностей возбужденных уровней в оптически толстом газовом слое. В: *Теория звездных спектров*. 127–158. Москва, Наука (1966).
102. Ivanov V. V. *Transfer of radiation in spectral lines*. Washington, National Bureau of Standards, Special Publication **385** (1973).
103. Иванов В. В. Приближенные решения уравнения переноса излучения в частотах линий. *Астрономический журнал* **49** (1), 115–120 (1972).
104. Иванов В. В. Принципы инвариантности и внутренние поля излучения в полубесконечных атмосферах. *Астрономический журнал* **52** (2), 217–226 (1975).
105. Домке Х., Иванов В. В. Асимптотики функции Грина уравнения переноса поляризованного излучения. *Астрономический журнал* **52** (5), 1034–1037 (1975).
106. Иванов В. В. Нелинейные соотношения в линейных задачах о переносе излучения в плоских атмосферах. *Астрономический журнал* **55** (5), 1072–1083 (1978).
107. Иванов В. В. Альбедный сдвиг: новый метод в теории переноса излучения. *Астрономический журнал* **75** (1), 102–112 (1998).
108. Иванов В. В., Касауров А. М. Метод альбедного сдвига в задаче об анизотропном рассеянии света в плоских атмосферах. *Астрофизика* **41** (4), 623–646 (1998).
109. Иванов В. В., Касауров А. М. Метод альбедного сдвига: функция источников в плоских атмосферах. *Астрофизика* **42** (4), 485–500 (1999).
110. Нагирнер Д. И. О решении интегральных уравнений теории рассеяния света. *Астрономический журнал* **41** (4), 669–675 (1964).
111. Нагирнер Д. И. Многократное рассеяние света в полубесконечной среде. *Труды Астрономической обсерватории ЛГУ* **25**, 79–87 (1968).
112. Нагирнер Д. И. Нестационарные поля излучения в бесконечных средах. *Астрофизика* **5** (1), 31–53 (1969).

113. Нагирнер Д. И. Теория нестационарного переноса излучения. *Астрофизика* **10** (3), 445–469 (1974).
114. Nagirner D. I. Theory of radiation transfer in spectral lines. *Astrophysics and Space Physics Reviews* **3**, 255–300 (1984).
115. Нагирнер Д. И. Поляризация излучения в спектральных линиях. В: *Фотометрические и поляриметрические исследования небесных тел*, 118–128, Киев (1985).
116. Нагирнер Д. И. Образование спектральных линий при частичном перераспределении по частоте. *Астрофизика* **26** (1), 157–195 (1987).
117. Нагирнер Д. И. Методы решений интегральных уравнений теории переноса излучения. *Труды Астрономической обсерватории ЛГУ* **44**, 39–68 (1994).
118. Грачев С. И. Асимптотическое подобие в задачах о переносе резонансного излучения в линейно расширяющихся средах. I. Ядра интегральных уравнений, вероятности выхода фотонов. *Астрофизика* **23** (2), 323–336 (1985).
119. Грачев С. И. Асимптотическое подобие в задачах о переносе резонансного излучения в линейно расширяющихся средах. II. Решения для бесконечных и полубесконечных сред. *Астрофизика* **23** (3), 551–568 (1985).
120. Грачев С. И., Дубрович В. К. Рекомбинация водорода в расширяющейся Вселенной. *Астрофизика* **34** (2), 249–264 (1991).
121. Грачев С. И. Асимптотическая теория переноса поляризованного излучения при резонансном рассеянии в доплеровском ядре линии. *Астрофизика* **43** (1), 95–114 (2000).
122. Грачев С. И. Образование поляризованных линий: учет эффекта Ханле. *Астрономический журнал* **78** (12), 1092–1098 (2001).
123. Грачев С. И. Образование поляризованных линий: факторизация фазовой матрицы Ханле и закон корня из эpsilon в общем виде. *Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия* **1** (4), 632–639 (2014).
124. Tikhov G. A. Les orbites spectrales de l'étoile [beta] Aurigae calcules sparment d'après les raies diffrentes. *Bulletin de l'Observatoire central de Russie Poulkovo* **10** (2), 205–275 (1924).
125. Шаронов А. А. Литологическая интерпретация фотометрических и колориметрических исследований планеты Марс. *Астрономический журнал* **38** (5), 267–272 (1961).
126. Sharonov V. V. Some results of photometric and colorimetric comparison of terrestrial volcanic crusts with the Lunar surface. *New York Academy of Sciences Annals* **12**, 740–750 (1965).
127. Домбровский В. А. О поляризации излучения звезд ранних спектральных типов. *Доклады Академии наук Арм. ССР* **10** (5), 199–203 (1949).
128. Домбровский В. А. О природе излучения Крабовидной туманности. *Доклады Академии наук СССР* **94** (6), 1021–1029 (1954).
129. Гаген-Торн В. А., Домбровский В. А. Поляриметрические наблюдения ядерных областей сейфертовских галактик. *Астрономический циркуляр* **454** (4), 4–7 (1967).
130. Домбровский В. А., Гаген-Торн В. А. Поляриметрическое исследование ядер галактик. *Астрофизика* **4** (3), 409–425 (1968).
131. Черепашук А. М. (ред.). *Астрономы России*. Москва, Изд-во РАН (2022).
132. Иванов В. В., Максимова Т. М. Летопись университетской астрономии. Санкт-Петербург, Изд-во С.-Петерб. ун-та (1999).
133. Гаген-Торн В. А., Бабаджанянц М. К. О переменности поляризации излучения ядер сейфертовских галактик NGC 1275 и NGC 4151 и N-галактики 3C 371. *Астрономический циркуляр* **526** (1), 1–3 (1969).
134. Гаген-Торн В. А. О разделении компонентов в излучении переменных внегалактических источников. *Астрофизика* **22** (3), 449–460 (1985).
135. Hagen-Thorn V. A. OJ 287: Polarization and photometric behaviour during 1971–1976. *Astrophysics & Space Science* **73**, 263–277 (1980). <https://doi.org/10.1007/BF00642406>
136. Шулов О. С. Изменения поляризации  $\beta$ -лиры. *Астрофизика* **2** (3), 175–177 (1967).
137. Гнедин Ю. Н., Шулов О. С. Обнаружение переменной круговой поляризации света рентгеновской звезды Sco X-1. *Астрофизика* **7**, 529–545 (1971).
138. Voshchinnikov N. V., Farafonov V. G. Optical properties of spheroidal particles. *Astrophysics & Space Science* **204**, 19–86 (1993). <https://doi.org/10.1007/BF00658095>
139. Voshchinnikov N. V., Mathis J. S. Calculating cross sections of composite interstellar grains. *Astrophysical Journal* **526**, 257–264 (1999). <https://doi.org/10.1086/307997>
140. Вошинников Н. В., Ильин В. Б. Давление излучения на несферические пылинки и эффект Пойнтинга — Робертсона. *Письма в Астрономический журнал* **9** (3), 188–193 (1983).
141. Voshchinnikov N. V., Karjukin V. V. Multiple scattering of polarized radiation in circumstellar dust shells. *Astronomy & Astrophysics* **288**, 883–896 (1994).

142. Voshchinnikov N. V., Molster F. J., Thé P. S. Circumstellar extinction of pre-main-sequence stars. *Astronomy & Astrophysics* **312**, 243–255 (1996).
143. П'ин В. В. Nikolai Voshchinnikov: from light scattering by spheroids to Large Interstellar Polarisation Survey. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* **220**(1), 114–118 (2018). <https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2018.09.012>.
144. Горбацкий В. Г. Дискообразные оболочки в тесных двойных системах и их влияние на спектры звезд. *Астрономический журнал* **41**(5), 849–857 (1965).
145. Горбацкий В. Г. *Новоподобные и новые звезды*. Москва, Наука (1974).
146. Горбацкий В. Г. *Космическая газодинамика*. Москва, Наука (1977).
147. Горбацкий В. Г. *Введение в физику галактик и скоплений галактик*. Москва, Наука (1986).
148. Горбацкий В. Г. *Газодинамические неустойчивости в астрофизических системах*. Санкт-Петербург, Изд-во С.-Петерб. ун-та (1999).
149. Baryshev Y., Teerikorpi P. *Fundamental questions of practical cosmology: Exploring the realm of galaxies*. Berlin, Springer-Verlag (2012). <https://doi.org/10.1007/978-94-007-2379-5>
150. Baryshev Y. Einstein's geometrical versus Feynman's quantum-field approaches to gravity physics: Testing by modern multimessenger astronomy. *Universe* **6**(11), 212 (2020). <https://doi.org/10.3390/universe6110212>
151. Baryshev Yu. V. On the fractal nature of the large-scale structure of the Universe. *Astronomical and Astrophysical Transactions* **5**(1), 15–23 (1994). <https://doi.org/10.1080/10556799408245848>
152. Baryshev Yu. V., Sylos Labini F., Montuori M. On the fractal structure of galaxy distribution and its implications for cosmology. *Fractals* **6**(3), 231–243 (1998). <https://doi.org/10.1142/S0218348X98000286>
153. Nagirner D. I., Poutanen J. Compton scattering of polarized light: Scattering matrix for isotropic electron gas. *Astronomy and Astrophysics* **275**, 325–336 (1993).
154. Nagirner D. I., Poutanen J. Relativistic Kinetic Equation for Induced Compton Scattering of Polarized Radiation. *Astronomy and Astrophysics* **379**, 664–682 (2001). <https://doi.org/10.1051/0004-6361:20011198>
155. Nagirner D. I., Poutanen J. Single Compton scattering. *Astrophysics & Space Physics Reviews* **9**(1), 1–84 (1994).
156. Никитин А. А. О линиях технеция в спектре Солнца. II. *Астрономический журнал* **35**, 366–371 (1958).
157. Никитин А. А., Рудзикас З. Б. *Основы теории спектров атомов и ионов*. Москва, Наука (1983).
158. Perepelkin E. J., Melnikov O. A. Study of Helium D3 line in the spectrum of chromosphere. *Bulletin de l'Observatoire Central a Pulkovo* **14**(5), 1–16 (1935).
159. Мельников О. А., Иоаннисани Б. К. Новый телескоп с бесщелевым спектрографом для ультрафиолетовой области и его испытания в высокогорных условиях. *Известия Главной астрономической обсерватории* **18**, 55–63 (1949).
160. Akhmedov S. B., Gelfreikh G. B., Bogod V. M., Korzhavin A. N. The measurement of magnetic fields in the solar atmosphere above sunspots using gyro-resonance emission. *Solar Physics* **79**(1), 41–58 (1982). <https://doi.org/10.1007/BF00146972>
161. Gelfreikh G. B., Pilyeva N. A., Ryabov B. I. On the gradient of coronal magnetic fields from radio observations. *Solar Physics* **170**(2), 253–264 (1997). <https://doi.org/10.1023/A:1004967202294>
162. Gelfreikh G. B., Grechnev V., Kosugi T., Shibasaki K. Detection of periodic oscillations in sunspot-associated radio sources. *Solar Physics* **185**(1), 177–191 (1999). <https://doi.org/10.1023/A:1005144310218>
163. Yasnov L. V. On a relation of solar proton characteristics with some parameters of solar microwave bursts. *Geomagnetism & Aeronomy* **32**(3), 159–163 (1992).
164. Yasnov L. V., Ipatova L. P., Hohlov Y. Y. Spectral peculiarities of strong solar bursts. *Solar Physics* **168**(2), 183–193 (1996). <https://doi.org/10.1007/BF00145834>
165. Mosenkov A. V., Usachev P. A., Shakespear Z., Guerrette J. The distribution of dust in edge-on galaxies: I. The global structure. *Monthly Notices of Royal Astronomical Society* **515**(4), 5698–5717 (2022). <https://doi.org/10.1093/mnras/stac2112>
166. Smirnov A. A., Savchenko S. S., Poliakov D. M., Marchuk A. A., Mosenkov A. V., Ilin V. B., Gontcharov G. A., Roman J., Seguinte J. Prospects for future studies using deep imaging: Analysis of individual Galactic cirrus filaments. *Monthly Notices of Royal Astronomical Society* **519**(3), 4735–4752 (2023). <https://doi.org/10.1093/mnras/stac3765>

167. Savchenko S. S., Poliakov D. M., Mosenkov A. V., Smirnov A. A., Marchuk A. A., Il'in V. B., Gontcharov G. A., Seguire J., Baes M. The problem of dust attenuation in photometric decomposition of edge-on galaxies and possible solutions. *Monthly Notices of Royal Astronomical Society* **524** (3), 4729–4745 (2023). <https://doi.org/10.1093/mnras/stad2189>

Статья поступила в редакцию 18 августа 2023 г.;  
доработана 9 ноября 2023 г.;  
рекомендована к печати 9 ноября 2023 г.

#### Контактная информация:

Прокопьева Марина Сергеевна — канд. физ.-мат. наук, доц.; [m.prokopjeva@spbu.ru](mailto:m.prokopjeva@spbu.ru)

Краяни Хуссейн Али — аспирант; [huseinkrayani@hotmail.com](mailto:huseinkrayani@hotmail.com)

Ильин Владимир Борисович — д-р физ.-мат. наук, проф.; [v.b.ilin@spbu.ru](mailto:v.b.ilin@spbu.ru)

## Astronomical researches at the mathematical faculty of the St. Petersburg University. I

M. S. Prokopjeva<sup>1</sup>, H. A. Krayani<sup>1,2</sup>, V. B. Il'in<sup>1</sup>

<sup>1</sup> St. Petersburg State University, 7–9, Universitetskaya nab., St. Petersburg, 199034, Russian Federation

<sup>2</sup> St. Petersburg Polytechnic University,

29, Politekhnicheskaya ul., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

**For citation:** Prokopjeva M. S., Krayani H. A., Il'in V. B. Astronomical researches at the mathematical faculty of the St. Petersburg University. I. *Vestnik of Saint Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2024, vol. 11 (69), issue 2, pp. 228–258.

<https://doi.org/10.21638/spbu01.2024.202> (In Russian)

The progress of astronomical researches performed within the St. Petersburg University since its foundation is reviewed. The topics of the works of University astronomers in the 18<sup>th</sup>–19<sup>th</sup> centuries are briefly described and their main achievements are highlighted. The most important studies made in various fields of astronomy in the University in 20<sup>th</sup> century are outlined. An accent is made on the mathematical aspects.

*Keywords:* mathematics applications in astronomy.

## References

1. Weidler I. F. *Historia Astronomiae*. Wittenberg, Schwartz (1741).
2. de La Lande J. *Astronomie*. Paris (1771).
3. de L'Isle J. N. Eclipses satellitum Jovis, observatae Petropoli, a fratribus Josepho Nicolao de L'Isle & Ludovico de L'Isle de la Croyre. *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae* **1**, 467–474 (1728).
4. de L'Isle J. N. Eclipses satellitum Jovis, observatae in Imperiali specula astronomica, quae Petropoli est, per integrum annum 1738. *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae* **6**, 395–400 (1738).
5. de L'Isle J. N. *Mémoires pour servir à l'histoire et au progrès de l'astronomie, de la géographie, et de la physique*. Saint-Pétersbourg (1738).
6. de L'Isle J. N. *Les thermometres de Mercure Rendus Universels, en leur faisant marquer en tout tems la quantite dont le volume du mercure est diminue par la temperature presente de l'air, au dessous de l'etendue qu'il a dans l'eau bouillante*. Petropolis (1738).
7. Kiryushenko N. V. (ed.). *Materials of the expedition of J.-N. Delisle to Berezov in 1740: Diary of T. Koeningfels and correspondence of J.-N. Delisle + Materials of the Siberian expedition of academician J.-N. Delisle in 1740: Documents from the archives of Russia and France. In 2 vols.* St. Petersburg, Istoricheskaja illiustratsiia Publ. (2016). (In Russian)



8. Grischow A.N. Methodus investigandi Parallaxin Lunae et Planetarum Eclipsibus stellarum fixarum a Luna et Planetis innixa. *Novi Commentarii academiae scientiarum imperialis Petropolitanae* **4**, 451–474 (1744).
9. Lomonosov M.V. *Erscheinung der Venus vor der Sonne beobachtet bey der Kayserlichen Academie der Wissenschaften in St. Petersburg, den 26 May 1761. Aus dem Ruischen ebersez.* St. Petersburg, St. Petersburg Imperial Academy of Sciences (1761). (In Russian)
10. Bogolyubov N.N. (ed.). *The development of Leonhard Euler's ideas and modern science.* Moscow, Nauka Publ. (1988). (In Russian)
11. Euler L. *Recherches et calculs sur la vraie orbite elliptique de le comete de l'an 1769 et son tems periodique.* St. Petersburg, St. Petersburg Imperial Academy of Sciences (1770).
12. Euler L. *Theoria motuum lunar. Nova methodo pertractata.* St. Petersburg, Imperial Academy of Sciences (1772).
13. Nevskaya N.I. *St. Petersburg astronomical school of the 18<sup>th</sup> century.* Leningrad, Nauka Publ. (1984). (In Russian)
14. Sobolev V.V. (ed.). *History of astronomy in Russia and the USSR.* Moscow, Ianus-K Publ. (1999). (In Russian)
15. Euler L. *New theory of the moon's movement.* Leningrad, AN SSSR Publ. (1934). (In Russian)
16. Rumovski S. *Brevis expositio observationum occasione transitus Veneris per Solem in urbe Selenginsk anno 1761 institutarum.* St. Petersburg, St. Petersburg Imperial Academy of Sciences (1762).
17. Rumovski S. *Investigatio parallaxeos Solis ex observatione transitus Veneris per discum Solis Selenginski habita, collata cum observationibus alibi institutis.* St. Petersburg, St. Petersburg Imperial Academy of Sciences (1764).
18. Schubert F.Th. Von. *Theoretische Astronomie.* St. Petersburg, Kaiserliche Akademie der Wissenschaften (1798).
19. Schubert F.Th. *Traite d'astronomie theorique.* Hamburg, Perthes und Besser (1834).
20. Wisniewski V. Mesure de la hauteur du Mont Elbrus, au-dessus du niveau de la mer. *Memoires de l'Academie Imperiale des Sciences de Saint-Petersbourg* **7**, 159–193 (1820).
21. Gorshkov P.M. Outlines of the history of astronomy at the Petersburg — Leningrad University. Vishnevskij V. K., Zelenoj S. I., Savich A. N. (eds). *Trudy astronomicheskoi observatorii LGU* **32**, 166–184 (1976). (In Russian)
22. Gorshkov P.M. Outlines of the history of astronomy at the Petersburg-Leningrad University. Pt. 4. Glazenap S.P. (ed.). *Trudy astronomicheskoi observatorii LGU* **33**, 146–194 (1977). (In Russian)
23. Argelander F.W. *Untersuchungen über die Bahn des grossen Cometen vom Jahre 1811.* Königsberg, Gebreder Borntreger (1823).
24. Sawitsch A. On the determination of the orbit which a satellite describes around its planet. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **13**, 66–73 (1853). <https://doi.org/10.1093/mnras/13.3.66>
25. Peters Ch. A. F., Sawitsch A. N. Bestimmung der Bahn des Cometen von 1585 nach den von Herrn Conferenzzrath Schumacher herausgegebenen Original-Beobachtungen Tycho's. *Astronomische Nachrichten* **29** (686), 209–224 (1849). <https://doi.org/10.1002/asna.18490291402>
26. Sawitsch A. *Application of practical astronomy to the geographic determination of places.* St. Petersburg, Tipografia Morskogo kadetskogo korpusa Publ. (1845). (In Russian)
27. Glasenapp S. On a graphical method for determining the orbit of a binary star. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **49** (5), 276–280 (1889). <https://doi.org/10.1093/mnras/49.5.276>
28. Ivanov A. A. *Rotational motion of the earth: On the movement of the poles of the axis of rotation along the surface of the earth's spheroid.* St. Petersburg, Tipografia E. Evdokimova Publ. (1895). (In Russian)
29. Ivanov A. A. *Absolute determination of gravity stress in the Main Chamber of Weights and Measures in St. Petersburg using long pendulums.* St. Petersburg, Tipografia M. F. Florovoi Publ. (1911). (In Russian)
30. Chwolson O. Fundamentals of the mathematical theory of internal light diffusion (abstract). *Zhurnal Russkogo fiziko-khimicheskogo obshchestva* **18**, 93–101 (1886). (In Russian)
31. Chwolson O. Fundamentals of the mathematical theory of internal light diffusion. *Zhurnal Russkogo fiziko-khimicheskogo obshchestva* **22** (1), 1–6 (1890). (In Russian)
32. Chwolson O. Über eine mögliche Form fiktiver Doppelsterne. *Astronomische Nachrichten* **221** (20), 329–330 (1924). <https://doi.org/10.1002/asna.19242212003>
33. Einstein A. Lens-like action of a star by the deviation of light in the gravitational field. *Science* **84** (2188), 506–507 (1936). <https://doi.org/10.1126/science.84.2188.506>
34. Vilyev M. A. Analytical solution to the main problem of theoretical astronomy. *Uchenye zapiski Lenigradskogo universiteta* **27** (5), 79–246 (1938). (In Russian)

35. Vilyev M. A. Comparison of some observations of the Moon and planets mentioned in ancient and medieval sources with their positions determined from modern tables of their movements. *Proceedings of the Petrograd Scientific Institute named after. P. F. Lesgaft*, **1**, 18–27 (1919). (In Russian)
36. Pavlov N. N. Photoelectric recording of stellar transits. *Trudy Glavnoi astronomicheskoi observatorii Akademii nauk SSSR* **59** (2) (1946). (In Russian)
37. Nemiro A. A. Study of the results of absolute right ascensions of stars in Pulkovo. *Trudy Glavnoi astronomicheskoi observatorii Akademii nauk SSSR* **71** (2), 65–168 (1958). (In Russian)
38. Zverev M. S. Fundamental astrometry. Part 1. *Uspekhi astronomicheskikh nauk* **5**, 3–110 (1950). (In Russian)
39. Petrova M. A., Schacht N. A. Alexander Nikolaevich Deutsch on the occasion of his 120<sup>th</sup> anniversary. *Astronomical and Astrophysical Transactions* **32** (1), 45–58 (2020).
40. Gorshkov P. M. Astronomy and geodesy at Leningrad State University. *Leningradski Universitet* **2**, 2 (1938). (In Russian)
41. Vityazev V. V. The ROTOR: a new method to derive rotation between two reference frames. *Astronomical and Astrophysical Transactions* **4**, 195–218 (1994). <https://doi.org/10.1080/10556799408205376>
42. Vityazev V. V. The time interferometer: a new tool of spectral analysis of time series. *Astronomical and Astrophysical Transactions* **5**, 177–210 (1994). <https://doi.org/10.1080/10556799608205460>
43. Shevchenko I. I., Mel'nikov A. V., Titov V. B., Baluev R. V., Veselova A. V., Krivov A. V., Mikriukov D. V., Milanov D. V., Miullari A. A., Nikiforov I. I., Pit'ev N. P., Poliakhova E. N., Sokolov L. L., Shaidulin V. Sh. Selected Problems of Classical and Modern Celestial Mechanics and Stellar Dynamics: I-Classical Results *Solar System Research* **57** (1), 85–102 (2023). <https://doi.org/10.1134/S0038094623010069>
44. Shevchenko I. I., Mel'nikov A. V., Titov V. B., Baluev R. V., Veselova A. V., Krivov A. V., Mikriukov D. V., Milanov D. V., Miullari A. A., Nikiforov I. I., Pit'ev N. P., Poliakhova E. N., Sokolov L. L., Shaidulin V. Sh. Selected Problems of Classical and Modern Celestial Mechanics and Stellar Dynamics: II-Modern Studies *Solar System Research* **57** (2), 175–189 (2023). <https://doi.org/10.1134/S0038094623020077>
45. Noumeroff B. Methode nouvelle de la determination des orbites et le calcul des ephemerides en tenant compte des perturbations. *Publications de l'Observatoire Astrophysique Central de Russie* **2**, 188–288 (1923).
46. Numerov B. V. A method of extrapolation of perturbations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **84** (8), 592–601 (1924). <https://doi.org/10.1093/mnras/84.8.592>
47. Numerov B. V. Note on the numerical integration of  $d^2x/dt^2 = f(x, t)$ . *Astronomische Nachrichten* **230** (19), 359–364 (1927). <https://doi.org/10.1002/asna.19272301903>
48. Subbotin M. F. A new form of the Euler—Lambert equation and its application in calculating orbits. *Russkiy Astronomicheskii zhurnal* **1** (1923). (In Russian)
49. Subbotin M. F. On one way to improve the convergence of trigonometric series, which are of fundamental importance for celestial mechanics. *Doklady Akademii nauk SSSR* **40** (8), 302–305 (1943).
50. Subbotin M. F. Sur le problème des deux corps de masses variables. *Russian Astronomical Journal* **13**, 554–562 (1936).
51. Subbotin M. F. Sur le calcul des inegalites seculaires. 1. Solution nouvelle du probleme de Gauss. *Russian Astronomical Journal* **18**, 35–49 (1941).
52. Subbotin M. F. Sur les proprietes-limites du module des fonctions entieres d'ordre fini. *Mathematische Annalen* **104**, 377–386 (1931). <https://doi.org/10.1007/BF01457946>
53. Subbotin M. F. On the numerical integration of differential equations. *Izvestiia Akademii nauk SSSR* **7**, 895–902 (1933). (In Russian)
54. Novoselov B. S. Optimal two-pulse transfer between orbits with low inclinations and eccentricities. *Biulleten' instituta teoreticheskoi astronomii* **9** (5), 295–309 (1963). (In Russian)
55. Tikhonov A. A. Rigid body dynamics from the Euler equations to the spacecraft attitude control in the works of scientists from Saint Petersburg State University. Part 1. *Vestnik of Saint Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy* **10** (68), iss. 3, 457–486 (2023). (In Russian) <https://doi.org/10.21638/spbu01.2023.303> [Eng. transl.: *Vestnik St. Petersburg University. Mathematics* **56**, iss. 3, 322–340. <https://doi.org/10.1134/S1063454123030081>].
56. Kholshchevnikov K. V., Elkin A. V. Convergence of Liapunov series for Maclaurin ellipsoids. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* **84**, 57–63 (2002). <https://doi.org/10.1023/A:1008312521428>
57. Sokolov L. L., Kholshchevnikov K. V. On the exact solution of the N-body problem in the domain of large energies. *Trudy Astronomicheskoi observatorii Leningrad* **41**, 175–193 (1987). (In Russian)

58. Kholshchevnikov K. V., Vassiliev N. N. On the distance function between two Keplerian elliptic orbits. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* **75** (2), 75–83 (1999). <https://doi.org/10.1023/A:1008312521428>
59. Baluyev R. V., Kholshchevnikov K. V. Distance between two arbitrary unperturbed orbits. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* **91** (3–4), 287–300 (2005). <https://doi.org/10.1007/s10569-004-3207-1>
60. Kunitsyn A. L., Polyakhova E. N. Distance between two arbitrary unperturbed orbits. *Astronomical and Astrophysical Transactions* **6** (4), 283–293 (2005). <https://doi.org/10.1080/10556799508232073>
61. Ogorodnikoff K. F. A theory of streaming in the system of B stars. *Zeitschrift für Astrophysik* **4**, 190–207 (1932).
62. Ogorodnikov K. F. *Dynamics of stellar systems*. Oxford, Pergamon (1965).
63. Vityazev V. V., Tsvetkov A. S., Trofimov D. A. Kinematic analysis of stellar radial velocities by the spherical harmonics. *Astronomy Letters* **40** (11), 713–723 (2014).
64. Ogorodnikov K. F. Theoretical analysis of star counts in obscured regions. *Bulletin de l'Observatoire Central a Poulkovo* **16** (3), 1–40 (1939).
65. Agekyan T. A., Anosova Zh. P. A study of the dynamics of triple systems by means of statistical sampling. *Astronomicheskii zhurnal* **44**, 1261 (1967). (In Russian) [Eng. transl.: *Soviet Astronomy* **11**, 1007–1014 (1968)].
66. Agekyan T. A. General features of the evolution of rotating systems of gravitating bodies. *Astronomicheskii zhurnal* **37** (2), 317 (1960). (In Russian) [Eng. transl.: *Soviet Astronomy* **4**, 298–307 (1960)].
67. Agekyan T. A., Orlov V. V. Motion in the field of a rotationally symmetric potential: Exact use of an approximate equation for the derivative of the field of directions along the normal to a trajectory. *Pis'ma v Astronomicheskii zhurnal* **28** (1), 71–75 (2002). (In Russian) [Eng. transl.: *Astronomy Letters* **28** (1), 63–67 (2002)]. <https://doi.org/10.1134/1.1434454>.
68. Agekyan T. A. A basic system of equations in the field of a rotationally symmetric potential. *Pis'ma v Astronomicheskii zhurnal* **29** (5), 397–400 (2003). (In Russian) [Eng. transl.: *Astronomy Letters* **29**, 348–351 (2003)]. <https://doi.org/10.1134/1.1573284>.
69. Agekian T. A., Anosova Z. P. Final motions in nonhierarchical triple systems. *Astronomicheskii zhurnal* **68**, 1099–1103 (1991). (In Russian) [Eng. transl.: *Soviet Astronomy* **35** (5), 551–552 (1991)].
70. Agekyan T. A., Petrovskaya I. V., Fesenko B. I. Galactic rotation from radio observations. *Astronomicheskii zhurnal* **41** (6), 1027 (1964). (In Russian) [Eng. transl.: *Soviet Astronomy* **8** (6), 823–829 (1965)].
71. Binney J., Tremaine S. *Galactic Dynamics*. Princeton, Princeton University Press (1987).
72. Antonov V. A. Solution of the problem of stability of a stellar system with Emden's density law and spherical velocity distribution. *Vestnik Leningrad University* **19**, 96–111 (1962). (In Russian)
73. Anosova J. P., Orlov V. V. Main features of dynamical escape from three-dimensional triple systems. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* **59** (4), 327–343 (1994). <https://doi.org/10.1007/BF00692101>
74. Anosova J. P., Orlov V. V. The dynamical evolution of the nearby multiple stellar systems ADS 48, ADS 6175 (alpha Geminorum = Castor), alpha Centauri and ADS 9909 (ksi Scorpii). *Astronomy and Astrophysics* **252**, 123–126 (1991).
75. Kiseleva L. G., Eggleton P. P., Orlov V. V. Instability of close triple systems with coplanar initial doubly circular motion. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **270**, 936–946 (1994). <https://doi.org/10.1093/mnras/270.4.936>
76. Anosova J. P., Orlov V. V., Pavlova N. A. Dynamics of nearby multiple stars. The alpha Centauri system. *Astronomy and Astrophysics* **292**, 115–118 (1994).
77. Kurosha A. G. *Mathematics in the USSR for forty years (1917–1957). Vol. 1. Review articles*. Moscow, Fizmatgiz Publ. (1959). (In Russian)
78. Ambarzumjan W. Über eine Frage der Eigenwerttheorie. *Zeitschrift für Physik* **53**, 690–695 (1929). <https://doi.org/10.1007/BF01330827>
79. Ambartsumian R. V. (ed.). *A life in astrophysics: selected papers of Viktor Ambartsumian*. New York, Allerton Press (2009).
80. Ambartsumian V. A. On the derivation of the frequency function of space velocities of the stars from the observed radial velocities. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **96** (3), 172–179 (1936).
81. Ambartsumian V. A. On the radiative equilibrium of a planetary nebula. *Bulletin de l'Observatoire Central a Poulkovo* **13** (114), 1–27 (1933).

82. Ambartsumian V. A. The excitation of the metastable states in the gaseous nebulae. *Poulkovo Observatory Circular* **6**, 10–17 (1933).
83. Ambartsumian V. A. On the temperatures of the nuclei of planetary nebulae. *Poulkovo Observatory Circular* **4**, 8–12 (1932).
84. Ambartsumian V. A. On the mean life-time of the cluster type variables. *The Observatory* **58** (732), 152–153 (1935).
85. Ambartsumian V. A. On the statistics of double stars. *Astronomicheskii zhurnal* **14** (3), 207–219 (1937). (In Russian)
86. Ambartsumian V. A. A new way to calculate light scattering in turbid media. *Izvestiia Akademii nauk SSSR. Ser. Geografiia i geofizika* **3**, 97–106 (1942). (In Russian)
87. Ambarzumjan V. A. On the problem of the diffuse reflection of light. *Journal of Physics* **8** (2), 65–75 (1944).
88. Ambarzumjan V. A. On the issue of diffuse reflection of light by a turbid medium. *Doklady Akademii nauk SSSR* **38** (8), 257–279 (1943). (In Russian)
89. Ambarzumjan V. A. Diffusion of light through a scattering medium of large optical thickness. *Doklady Akademii nauk SSSR* **43**, (3), 106–110 (1944). (In Russian)
90. Ambarzumjan V. A. Turbid environment with uniform distribution of sources. *Doklady Akademii nauk Arm. SSR* **8**, 149–151 (1948). (In Russian)
91. Sobolev V. V. *A Treatise on radiative transfer*. Princeton, Van Nostrand (1963).
92. Sobolev V. V., Minin I. N. Light scattering in a spherical atmosphere. *Planetary and Space Science* **11** (6), 657–662 (1963). [https://doi.org/10.1016/0032-0633\(63\)90171-5](https://doi.org/10.1016/0032-0633(63)90171-5)
93. Minin I. N., Sobolev V. V. The theory of radiation scattering in planetary atmospheres. *Astronomicheskii zhurnal* **40** (3), 496–503 (1963). (In Russian) [Eng. transl.: *Soviet Astronomy* **7** (3), 379–383 (1963)].
94. Minin I. N. *Theory of radiative transfer in planetary atmospheres*. Moscow, Nauka Publ. (1988). (In Russian)
95. Sobolev V. V. *Moving Envelopes of Stars*. Cambridge, Harvard University Press (1960).
96. Sobolev V. V. *Scattering of light in planetary atmospheres*. Moscow, Nauka Publ. (1972).
97. Nagirner D. I. Viktor V. Sobolev and radiative transfer theory. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* **183**, 4–37 (2016). <https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2016.06.010>
98. Ivanov V. V. (ed.). *Academician Viktor Viktorovich Sobolev*. St. Petersburg, St. Petersburg University Press (2000). (In Russian)
99. Ivanov V. V. The diffusion of resonance radiation in stellar atmospheres and nebulae. I. Semi-infinite medium. *Astronomicheskii zhurnal* **39** (6), 1020–1032 (1962). (In Russian) [Eng. transl.: *Soviet Astronomy* **6** (6), 793–801 (1962)].
100. Ivanov V. V. The diffusion of resonance radiation in stellar atmospheres and nebulae. II. A layer of finite thickness. *Astronomicheskii zhurnal* **40** (2), 257–267 (1963). (In Russian) [Eng. transl.: *Soviet Astronomy* **7** (2), 199–206 (1963)].
101. Ivanov V. V. Determination of populations of excited levels in optically thick gas layer. In: *Theory of stellar spectra*, 127–158. Moscow, Nauka Publ. (1966). (In Russian)
102. Ivanov V. V. *Transfer of radiation in spectral lines*. Washington, National Bureau of Standards, Special Publication **385** (1973).
103. Ivanov V. V. An approximate solution of the radiative transfer equation in line frequencies. *Astronomicheskii zhurnal* **49** (1), 115–120 (1972). (In Russian) [Eng. transl.: *Soviet Astronomy* **16** (1), 91–94 (1972)].
104. Ivanov V. V. Invariance principles and internal radiation fields in semi-infinite atmospheres. *Astronomicheskii zhurnal* **52** (2), 217–226 (1975). (In Russian) [Eng. transl.: *Soviet Astronomy* **19** (2), 137–141 (1975)].
105. Domke H., Ivanov V. V. Asymptotics of Green's function of the transfer equation for polarized radiation. *Astronomicheskii zhurnal* **52** (5), 1034–1037 (1975). (In Russian) [Eng. transl.: *Soviet Astronomy* **19** (5), 624–626 (1975)].
106. Ivanov V. V. Nonlinear equations in linear problems of radiation transfer in plane atmospheres. *Astronomicheskii zhurnal* **55** (5), 1072–1083 (1978). (In Russian) [Eng. transl.: *Soviet Astronomy* **22** (5), 612–617 (1978)].
107. Ivanov V. V. Albedo shifting: a new method in radiative transfer theory. *Astronomicheskii zhurnal* **75** (1), 102–112 (1998). (In Russian) [Eng. transl.: *Astronomy Reports* **42** (1), 89–98 (1998)].
108. Ivanov V. V., Kasarov A. M. Albedo-shift method in the problem of anisotropic light scattering in a plane atmosphere. *Astrofizika* **41** (4), 623–646 (1998). (In Russian) [Eng. transl.: *Astrophysics* **41** (4), 408–426 (1998)]. <https://doi.org/10.1007/BF02894668>.

109. Ivanov V. V., Kasaurov A. M. Albedo-shifting method: Source function in a plane atmosphere. *Astrofizika* **42** (4), 485–500 (1999). (In Russian) [Eng. transl.: *Astrophysics* **42** (4), 363–375 (1999). <https://doi.org/10.1007/BF02700943>].
110. Nagirner D. I. On the solution of integral equations of the theory of light scattering. *Astronomicheskii zhurnal* **41** (4), 669–675 (1964). (In Russian) [Eng. transl.: *Soviet Astronomy* **8** (4), 533–537 (1965)].
111. Nagirner D. I. Multiple light scattering in a semi-infinite medium. *Trudy Astronomicheskoi observatorii LGU* **25**, 79–87 (1968). (In Russian)
112. Nagirner D. I. Nonstationary radiation fields in infinite media. *Astrofizika* **5** (1), 31–53 (1969). (In Russian) [Eng. transl.: *Astrophysics* **5** (1), 13–22 (1969). <https://doi.org/10.1007/BF01013345>].
113. Nagirner D. I. Theory of nonstationary transfer of radiation. *Astrofizika* **10** (3), 445–469 (1974). (In Russian) [Eng. transl.: *Astrophysics* **10** (3), 274–289 (1974). <https://doi.org/10.1007/BF01001563>].
114. Nagirner D. I. Theory of radiation transfer in spectral lines. *Astrophysics and Space Physics Reviews* **3**, 255–300 (1984).
115. Nagirner D. I. Polarization of radiation in spectral lines. In: *Photometric and polarimetric investigations of celestial bodies*, 118–128. Kiev (1985). (In Russian)
116. Nagirner D. I. Formation of spectral lines when there is partial frequency redistribution. *Astrofizika* **26** (1), 157–195 (1987). (In Russian) [Eng. transl.: *Astrophysics* **26** (1), 90–115 (1987). <https://doi.org/10.1007/BF01005403>].
117. Nagirner D. I. Integral equation methods in radiative transfer theory. *Trudy Astronomicheskoi observatorii LGU* **44**, 39–68 (1994). (In Russian)
118. Grachev S. I. Asymptotic scaling in transfer problems for resonance radiation in linearly expanding media. I. Kernels of the integral equations and photon escape probabilities. *Astrofizika* **23** (2), 323–336 (1985). (In Russian) [Eng. transl.: *Astrophysics* **23** (2), 554–562 (1985)].
119. Grachev S. I. Asymptotic scaling in transfer problems for resonance radiation in linearly expanding media. II. Solutions for infinite and semi-infinite media. *Astrofizika* **23** (3), 551–568 (1985). (In Russian) [Eng. transl.: *Astrophysics* **23** (3), 692–703 (1985)].
120. Grachev S. I., Dubrovich V. K. Hydrogen recombination in an expanding universe. *Astrofizika* **34** (2), 249–264 (1991). (In Russian) [Eng. transl.: *Astrophysics* **34** (2), 124–134 (1991)].
121. Grachev S. I. Asymptotic Theory of the Transfer of Polarized Radiation with Resonance Scattering in the Doppler Core of the Line Show affiliations. *Astrofizika* **43** (1), 95–114 (2000). (In Russian) [Eng. transl.: *Astrophysics* **43**, 70–86 (2000). <https://doi.org/10.1007/BF02683950>].
122. Grachev S. I. The Formation of Polarized Lines: Allowance for the Hanle Effect. *Astronomicheskii zhurnal* **78** (12), 1092–1098 (2001). (In Russian) [Eng. transl.: *Astronomy Reports* **45** (12), 960–966 (2001). <https://doi.org/10.1134/1.1426126>].
123. Grachev S. I. The formation of polarized lines: factorization of the hanle phase matrix and v $\in$  law in a most general form. *Vestnik of Saint Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy* **1** (4), 632–639 (2014). (In Russian)
124. Tikhov G. A. Les orbites spectrales de l'étoile [beta] Aurigae calculées séparément d'après les raies différentes. *Bulletin de l'Observatoire central de Russie Poulkovo* **10** (2), 205–275 (1924).
125. Sharonov A. A. Lithological interpretation of photometric and colorimetric studies of the planet Mars. *Astronomicheskii zhurnal* **38** (5), 267–272 (1961). (In Russian) [Eng. transl.: *Soviet Astronomy* **5** (2), 199–202 (1961)].
126. Sharonov V. V. Some results of photometric and colorimetric comparison of terrestrial volcanic crusts with the Lunar surface. *New York Academy of Sciences Annals* **12**, 740–750 (1965). <https://doi.org/10.1111/j.1749-6632.1965.tb20397.x>
127. Dombrovsky V. A. On the polarization of radiation from stars of early spectral types. *Doklady akademii nauk Arm. SSR* **10** (5), 199–203 (1949). (In Russian)
128. Dombrovsky V. A. On the nature of radiation from the Crab Nebula. *Doklady Akademii nauk SSSR* **94** (6), 1021–1029 (1954). (In Russian)
129. Hagen-Thorn V. A., Dombrovsky V. A. Polarimetric observations of the nuclear regions of Seyfert galaxies. *Astronomicheskii tsirkuliar* **454** (4), 4–7 (1967). (In Russian)
130. Dombrovsky V. A., Hagen-Thorn V. A. Polarimetric study of galactic nuclei. *Astrofizika* **4** (3), 409–425 (1968). (In Russian) [Eng. transl.: *Astrophysics* **4** (3), 163–172 (1968). <https://doi.org/10.1007/BF01087503>].
131. Cherepashchuk A. M. (ed.). *Russian astronomers*. Moscow, RAN Publ. (2022). (In Russian)
132. Ivanov V. V., Maksimova T. M. It Annals of the University astronomy. St. Petersburg, St. Petersburg University Press (1999). (In Russian)

133. Hagen-Thorn V. A., Babajanyants M. K. On the variability of the polarization of radiation from the nuclei of the Seyfert galaxies NGC 1275 and NGC 4151 and the N-galaxy 3C 371. *Astronomicheskii tsirkuliar* **526** (1), 1–3 (1969). (In Russian)
134. Hagen-Thorn V. A. Component Separation in the Radiation of Variable Extragalactic Sources. *Astrofizika* **22** (3), 449–460 (1985). (In Russian) [Eng. transl.: *Astrophysics* **22** (3), 264–272 (1985). <https://doi.org/10.1007/BF01029720>].
135. Hagen-Thorn V. A. OJ 287: Polarization and photometric behaviour during 1971–1976. *Astrophysics & Space Science* **73**, 263–277 (1980). <https://doi.org/10.1007/BF00642406>
136. Shulov O. S. Interpretation of the polarization variability of  $\beta$ -Lyrae radiation. *Astrofizika* **3** (2), 175–177 (1967). (In Russian) [Eng. transl.: *Astrophysics* **3** (2), 111–115 (1967). <https://doi.org/10.1007/BF01013204>].
137. Gredin Y. N., Shulov O. S. Discovery of variable circular polarization in the optical radiation from x-ray star Sco X-1. *Astrofizika* **7**, 529–545 (1971). (In Russian) [Eng. transl.: *Astrophysics* **7**, 317–325 (1971). <https://doi.org/10.1007/BF01003014>].
138. Voshchinnikov N. V., Farafonov V. G. Optical properties of spheroidal particles. *Astrophysics & Space Science* **204**, 19–86 (1993). <https://doi.org/10.1007/BF00658095>
139. Voshchinnikov N. V., Mathis J. S. Calculating cross sections of composite interstellar grains. *Astrophysical Journal* **526**, 257–264 (1999). <https://doi.org/10.1086/307997>
140. Voshchinnikov N. V., Il'in V. B. Radiation pressure on aspherical grains, compared with the Poynting–Robertson effect. *Pis'ma v Astronomicheskii zhurnal* **9** (3), 188–194 (1983). (In Russian) [Eng. transl.: *Soviet Astronomy Letters* **9**, 101–103 (1983)].
141. Voshchinnikov N. V., Karjukin V. V. Multiple scattering of polarized radiation in circumstellar dust shells. *Astronomy & Astrophysics* **288**, 883–896 (1994).
142. Voshchinnikov N. V., Molster F. J., Thé P. S. Circumstellar extinction of pre-main-sequence stars. *Astronomy & Astrophysics* **312**, 243–255 (1996).
143. Il'in V. B. Nikolai Voshchinnikov: From light scattering by spheroids to Large Interstellar Polarisation Survey. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* **220** (1), 114–118 (2018). <https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2018.09.012>
144. Gorbatskii V. G. Disk-Like Envelopes in Close Binary Systems and Their Effect on Stellar Spectra. *Astronomicheskii zhurnal* **41** (5), 849–857 (1965). (In Russian) [Eng. transl.: *Soviet Astronomy* **8**, 680–684 (1965)].
145. Gorbatsky V. G. *Nova-like and novae*. Moscow, Nauka Publ. (1974). (In Russian)
146. Gorbatsky V. G. *Space Gas Dynamics*. Moscow, Nauka Publ. (1977). (In Russian)
147. Gorbatsky V. G. *Introduction to the physics of galaxies and clusters of galaxies*. Moscow, Nauka Publ. (1986). (In Russian)
148. Gorbatsky V. G. *Gas-dynamic instabilities in astrophysical systems*. St. Petersburg University Press (1999).
149. Baryshev Y., Teerikorpi P. *Fundamental questions of practical cosmology: exploring the realm of galaxies*. Berlin, Springer-Verlag (2012). <https://doi.org/10.1007/978-94-007-2379-5>
150. Baryshev Y. Einstein's geometrical versus Feynman's quantum-field approaches to gravity physics: testing by modern multimessenger astronomy. *Universe* **6** (11), 212 (2020). <https://doi.org/10.3390/universe6110212>
151. Baryshev Yu. V. On the fractal nature of the large-scale structure of the Universe. *Astronomical and Astrophysical Transactions* **5** (1), 15–23 (1994). <https://doi.org/10.1080/10556799408245848>
152. Baryshev Yu. V., Sylos Labini F., Montuori M. On the fractal structure of galaxy distribution and its implications for cosmology. *Fractals* **6** (3), 231–243 (1998). <https://doi.org/10.1142/S0218348X98000286>
153. Nagirner D. I., Poutanen J. Compton scattering of polarized light: Scattering matrix for isotropic electron gas. *Astronomy and Astrophysics* **275**, 325–336 (1993)
154. Nagirner D. I., Poutanen J. Relativistic Kinetic Equation for Induced Compton Scattering of Polarized Radiation. *Astronomy and Astrophysics* **379**, 664–682 (2001). <https://doi.org/10.1051/0004-6361:20011198>
155. Nagirner D. I., Poutanen J. Single Compton scattering. *Astrophysics & Space Physics Reviews* **9** (1), 1–84 (1994).
156. Nikitin A. A. On the Lines of Technetium in the Solar Spectrum. II *Astronomicheskii zhurnal* **35**, 366–371 (1958). (In Russian) [Eng. transl.: *Soviet Astronomy* **2**, 338–343 (1958)].
157. Nikitin A. A. Rudzikas Z. B. *Foundations of the theory of spectra of atoms and ions*. Moscow, Nauka Publ. (1983). (In Russian)
158. Perepelkin E. J., Melnikov O. A. Study of Helium D3 line in the spectrum of chromosphere. *Bulletin de l'Observatoire Central a Poulkovo* **14** (5), 1–16 (1935).

159. Mel'nikov O. A., Ioannisianni B. K. Novi teleskop s besshchelevym spektrografom dlia ul'traioletovoj oblasti i ego ispytanie v vysokogornnykh usloviiaxh. New Telescope with Gapless Spectrograph for Ultraviolet Areas and its Trials in High Elevation Conditions. *Mitteilungen der Nikolai-Hauptsternwarte zu Pulkowo* **18**, 55–63 (1949).
160. Akhmedov S. B., Gelfreikh G. B., Bogod V. M., Korzhavin A. N. The measurement of magnetic fields in the solar atmosphere above sunspots using gyro-resonance emission. *Solar Physics* **79** (1), 41–58 (1982). <https://doi.org/10.1007/BF00146972>
161. Gelfreikh G. B., Pilyeva N. A., Ryabov B. I. On the gradient of coronal magnetic fields from radio observations. *Solar Physics* **170** (2), 253–264 (1997). <https://doi.org/10.1023/A:1004967202294>
162. Gelfreikh G. B., Grechnev V., Kosugi T., Shibasaki K. Detection of periodic oscillations in sunspot-associated radio sources. *Solar Physics* **185** (1), 177–191 (1999). <https://doi.org/10.1023/A:1005144310218>
163. Yasnov L. V. On a relation of solar proton characteristics with some parameters of solar microwave bursts. *Geomagnetism & Aeronomy* **32** (3), 159–163 (1992).
164. Yasnov L. V., Ipatova L. P., Hohlov Y. Y. Spectral peculiarities of strong solar bursts. *Solar Physics* **168** (2), 183–193 (1996). <https://doi.org/10.1007/BF00145834>
165. Mosenkov A. V., Usachev P. A., Shakespear Z., Guerrette J. The distribution of dust in edge-on galaxies: I. The global structure. *Monthly Notices of Royal Astronomical Society* **515** (4), 5698–5717 (2022). <https://doi.org/10.1093/mnras/stac2112>
166. Smirnov A. A., Savchenko S. S., Poliakov D. M., Marchuk A. A., Mosenkov A. V., Ilin V. B., Gontcharov G. A., Roman J., Seguire J. Prospects for future studies using deep imaging: analysis of individual Galactic cirrus filaments. *Monthly Notices of Royal Astronomical Society* **519** (3), 4735–4752 (2023). <https://doi.org/10.1093/mnras/stac3765>
167. Savchenko S. S., Poliakov D. M., Mosenkov A. V., Smirnov A. A., Marchuk A. A., Il'in V. B., Gontcharov G. A., Seguire J., Baes M. The problem of dust attenuation in photometric decomposition of edge-on galaxies and possible solutions. *Monthly Notices of Royal Astronomical Society* **524** (3), 4729–4745 (2023). <https://doi.org/10.1093/mnras/stad2189>

Received: August 18, 2023  
 Revised: November 9, 2023  
 Accepted: November 9, 2023

Authors' information:

Marina S. Prokopjeva — [m.prokopjeva@spbu.ru](mailto:m.prokopjeva@spbu.ru)  
 Hussein A. Krayani — [huseinkrayani@hotmail.com](mailto:huseinkrayani@hotmail.com)  
 Vladimir B. Il'in — [v.b.ilin@spbu.ru](mailto:v.b.ilin@spbu.ru)