УДК 519.862.5 Вестник СПбГУ. Прикладная математика. Информатика... 2023. Т. 19. Вып. 4
MSC 91B38

Анализ математико-экономических задач одного предприятия полного цикла*

Н. Г. Иванов

Санкт-Петербургский государственный университет,
Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

Для цитирования: *Иванов Н. Г.* Анализ математико-экономических задач одного предприятия полного цикла // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2023. Т. 19. Вып. 4. С. 563–575.
https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2023.412

Рассматриваются системы управления предприятием. Проведен анализ математико-экономических задач управления предприятием полного цикла. Деятельность предприятия объединена в 12 блоков и 42 задачи. С помощью численного метода спуска решается задача квазиоптимального распределения плана производства на месяц по конвейерным линиям. Кроме того, предложен алгоритм в задаче определения цены продукции для площадки маркетплейса при условии, что поставщик планирует зарабатывать определенную маржу, а у маркетплейса есть нетривиальная система комиссий и бонусов.

Ключевые слова: управление предприятием, метод градиентного спуска, планирование производства, ценообразование, математическое моделирование.

1. Введение. Задачи предприятия описывались многими авторами. В основном это экономические исследования. В. Е. Ширяев [1] занимался систематизацией информации по управлению фирмой, Г. Б. Бурдо и Н. А. Семенов [2, 3] изучали систему управления машиностроительным многономенклатурным предприятием.

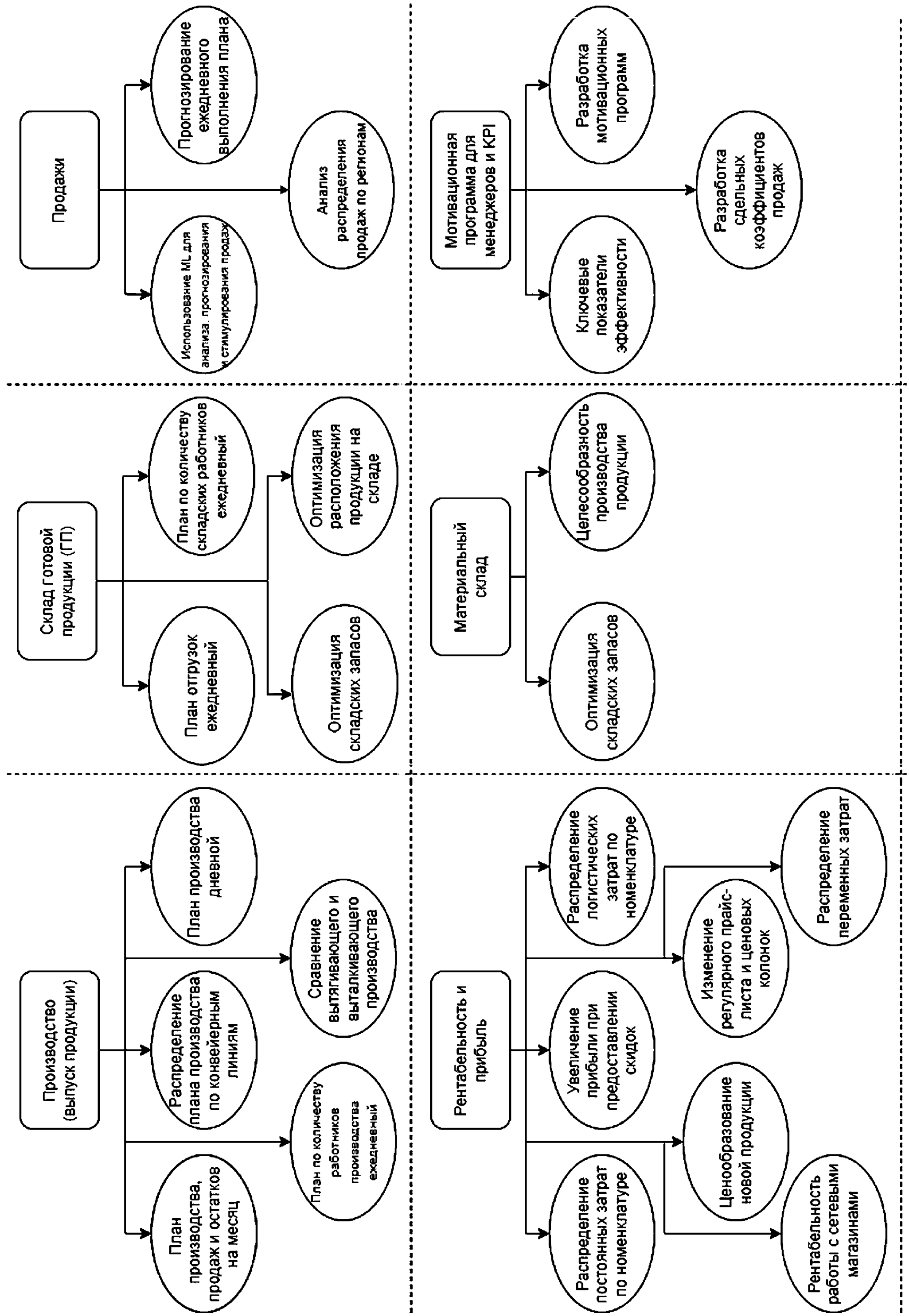
Рассмотрим предприятие по производству торфогрунтов и органо-минеральных удобрений. Компания нацелена на увеличение прибыли при поддержании высокого качества продукции. Предприятие имеет собственный участок добычи основного сырья — торфа, цех смешивания сырья, цех фасовки продукции, материальный склад и склад готовой продукции, а также филиальную сбытовую сеть с собственными или арендуемыми складами. Компания ведет продажи как для домохозяйств (в основном через посредников), так и для фермерских хозяйств.

Цель работы — обзор и анализ задач финансового, экономического и аналитического отделов предприятия, описание решений или идей решений задач в виде математических моделей. На прибыль влияет качество прогнозирования планов производства и продаж, в том числе понимание оптимального горизонта прогнозирования [4–6]. Важно учитывать и точность прогнозирования с учетом ограничений по спросу и сроку годности [7].

Деятельность конкретного предприятия можно разбить на 12 блоков (рис. 1), где БДР — бюджет доходов и расходов, БДДС — бюджет движения денежных средств, KPI — ключевые показатели эффективности. Две задачи из разных блоков были разобраны подробно математически с решением.

---

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-31-90063).


Продажи
Прогнозирование ежедневного выполнения плана
Анализ распределения продаж по регионам
Использование ML для анализа. прогнозирования и стимулирования продаж
Мотивационная программа для менеджеров и KPI
Разработка мотивационных программ
Разработка сдельных коэффициентов продаж
Ключевые показатели эффективности
Склад готовой продукции (ГП)
План по количеству складских работников ежедневный
Оптимизация расположения продукции на складе
План отгрузок ежедневный
Оптимизация складских запасов
Материальный склад
Целесообразность производства продукции
Оптимизация складских запасов
Производство (выпуск продукции)
План производства дневной
Сравнение вытягивающего и выталкивающего производства
Распределение плана производства по конвейерным линиям
План по количеству работников производства ежедневный
План производства, продаж и остатков на месяц
Рентабельность и прибыль
Распределение логистических затрат по номенклатуре
Распределение переменных затрат
Изменение регулярного прайс-листа и ценовых колонок
Увеличение прибыли при предоставлении скидок
Ценообразование новой продукции
Распределение постоянных затрат по номенклатуре
Рентабельность работы с сетевыми магазинами

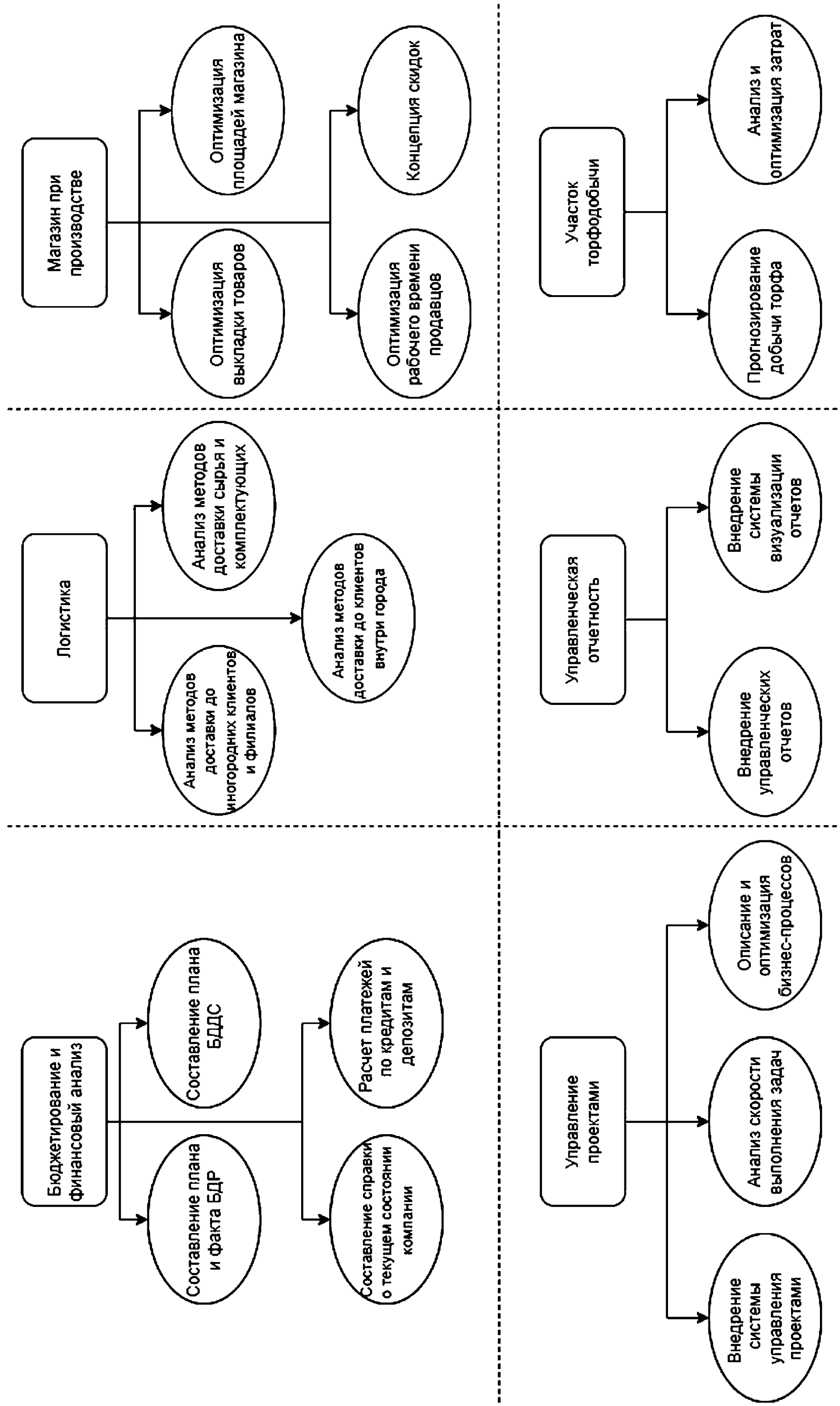


Рис. 1. Блок-схема аналитических задач

2. Распределение плана производства по конвейерным линиям. При наличии плана производства на месяц начальнику производства необходимо понимать, на каком конвейере сколько и какой продукции надо производить. Он из собственного опыта может это сделать интуитивно, однако хотелось бы создать математическую модель для распределения общего плана производства по планам производства каждой конвейерной линии.

2.1. Постановка задачи. При большом количестве конвейерных линий, особенностей производительности каждой из них возникает необходимость решить задачу оптимального распределения продукции из плана производства по конвейерам. Критерии оптимальности могут быть различные: минимально необходимое количество конвейеров для выполнения плана, минимальное количество переналадок оборудования (минимизация простоев), минимальное время выпуска продукции, минимизация рабочих часов (минимизация расходов по оплате труда).

В научной литературе такая задача не является новой. Существуют математические модели работы производственных линий с множеством последовательных и пересекающихся операций в технологическом маршруте [8]. Однако такие серьезные модели в основном используются на больших предприятиях с длинным циклом сборки и значительным количеством незавершенного производства. Для мелких предприятий количество технологических операций может быть даже одной. Сложность заключается только в том, что по одной технологической операции может параллельно проводиться на нескольких взаимозаменяемых конвейерах.

В одной компании, производящей торфогрунты в потребительской упаковке, существует необходимость распределить план производства продукции так, чтобы он не превышал максимальную производительность оборудования и разница во времени работы конвейеров была бы минимальной. Экономически такой критерий связан с тем, чтобы все рабочие в течение каждой смены были заняты производством продукции, т. е. с максимизацией производительности труда.

Рассмотрим задачу распределения плана производства продукции по конвейерам квазиоптимальным образом по критерию минимизации разницы времени работы конвейеров. Пусть специфика продукции заключается в том, что каждый вид продукции (SKU — stock keeping unit) имеет параметр — литраж (объем). Каждый из конвейеров может делать продукцию только определенных литражей, причем литражи на разных конвейерах могут пересекаться. Конвейеры отличаются друг от друга по производительности продукции и для одинаковых литражей, и на одном конвейере для различных литражей.

Компания производит N видов продукции p типов литражей. Примем, что $L_{N\times 2}$ — план производства продукции, отображающий в первом столбце количество штук для каждой из N SKU, во втором столбце — литраж SKU (один из p вариантов). Всего имеется m конвейеров, каждый из которых может производить не более p литражей. Введем $C_{m\times p}$ — матрицу производительности конвейеров (штук за смену), $R_{m\times p}$ — матрицу распределения плана по конвейерам и литражам в штуках, $S_{m\times 1}$ — вектор-столбец, отображающий производственное время каждого конвейера в сменах, r — количество рабочих смен в месяце.

Сформулируем задачу строго математически:

$$\sum_{j=1}^{p}\sum_{k=1}^{m} R(k,j) = \sum_{i=1}^{N} L(i,1),$$

$$
\begin{aligned}
&S_k = \sum_{j=1}^{p} \frac{R(k,j)}{C(k,j)}, \quad k = \overline{1,m},\ C(k,j) > 0,\\
&d(S) = [\max(S) - \min(S)] \to \min,\\
&S_k \leqslant r, \quad k = \overline{1,m}.
\end{aligned} \tag{1}
$$

Необходимо определить матрицу R при условии выполнения системы (1), если известен параметр r, заданы матрица производительности C и план производства L. Из системы (1) видно, что уравнений меньше, чем неизвестных. Помимо этого, матрица R имеет целочисленный вид, потому неприменим метод градиентного спуска [9]. Тогда будем решать задачу численным методом, который фактически будет являться методом спуска для дискретной функции.

2.2. Алгоритм решения. Будем считать, что были заданы план производства, производительность оборудования и количество рабочих смен в месяце. В силу того, что для решения выбран численный метод, зададим переменную ε для остановки алгоритма. В матрице производительности $C_{m\times p}$, если какой-то конвейер не может производить продукцию определенного литража, соответствующий элемент матрицы $C(k,j) = 0$ и соответствующий элемент матрицы $R(k,j) = 0$.

Предложим следующий алгоритм.

1. Предварительное распределение плана по конвейерам.

Для каждого литража $j = \overline{1,p}$ распределим продукцию по конвейерам. Для этого просуммируем по i от 1 до N только те элементы плана $L(i,1)$, для которых выполняется условие $j = L(i,2)$. Далее полученную сумму распределим равномерно по всем конвейерам, у которых производительность литража j больше нуля. В итоге получим заполненную матрицу $R_{m\times p}$.

2. Предварительное распределение рабочего времени по конвейерам.

Сумма по $j = \overline{1,p}$ отношений матрицы R к матрице C (если $C(k,j) = 0$, то в сумму это отношение не входит) показывает время работы каждого конвейера $S(k,1)$. Пройдя по всем конвейерам по $k = \overline{1,m}$, получим вектор S. Зафиксируем его максимальное $\max(S)$ и минимальное $\min(S)$ значения.

3. Снижение максимальной разницы рабочего времени между конвейерами.

Чтобы сократить время работы «максимального» конвейера, необходимо предварительно распределенную продукцию этого конвейера переместить на «минимальный» конвейер в количестве заранее заданных q штук при условии наличия возможности конвейера выпускать продукцию данного литража. Таким образом, уменьшится $\max(S)$ и увеличится $\min(S)$.

4. Проверка квазиоптимальности решения:

4а) до тех пор, пока $d(S) \geqslant \varepsilon$, повторяем п. 3, 4;

4б) в случае если $d(S)$ больше, чем $d(S)$ на предыдущей итерации, то останавливаем алгоритм и считаем предыдущий результат квазиоптимальным, так как иначе алгоритм начнет зацикливаться.

Замечание 1. Если какие-то подмножества множества конвейеров не пересекаются по литражам или по составу содержимого упаковки с другими конвейерами, то приведенный алгоритм стоит использовать для каждого такого подмножества. Возможен случай, когда только один вид конвейеров производит продукцию необходимого литража или состава. Для таких конвейеров предварительное распределение плана будет совпадать с окончательным.

Замечание 2. Если по результатам выполнения алгоритма на каком-то конвейере необходимое количество производственных смен для выполнения плана больше, чем смен в месяце, то следует уменьшать производственный план по соответствующим литражам и выполнять алгоритм заново. Уменьшение плана можно также автоматизировать.

Замечание 3. В зависимости от количества переставляемых штук q с одного конвейера на другой за одну итерацию определяется минимальное значение ε.

Утверждение. Пусть все конвейеры множества пересекаются по литражам. Если условие останова определяется неравенством

$$\varepsilon \geqslant \frac{q \times N \times 2}{\min_{C(k,j)>0} C(k,j)}, \tag{2}$$

то алгоритм не будет зацикливаться.

Доказательство. Для того чтобы алгоритм не зацикливался, необходимо найти такой ε, чтобы на каждой итерации п. 4а алгоритм $d(S) = [\max(S) - \min(S)]$ нестрого убывал. В (2) заданы максимально возможный числитель для $d(S)$ (все N позиций убираются с одного конвейера и добавляются на другой по q шт. за раз) и минимальный знаменатель (минимальный ненулевой элемент матрицы производительности конвейеров). Таким образом, определится такой ε, при котором $d(S)$ будет нестрого уменьшаться с каждой итерацией.

Утверждение доказано. $\square$

Замечание 4. При более детальном анализе и в частных случаях плана и матрицы производительности чаще всего ε можно сделать меньше, чем в неравенстве (2), однако алгоритм может принудительно остановиться из-за зацикливания.

Замечание 5. Параметр q в примитивном случае равен 1 шт. Для ускорения работы алгоритма, жертвуя точностью, q может быть и другой постоянной натуральной величиной больше единицы. К другому варианту, который ускоряет работу алгоритма, относится случай, когда q меняется от итерации к итерации в зависимости от промежуточной R или S. Если быть еще более точным, нужно учитывать, что q может иметь физические ограничения, например, по количеству штук на палете, количеству потребительских упаковок из одного рулона пленки. Тогда q может быть вектор-функцией $q(i),\ i = \overline{1, N}$.

2.3. Пример. Задан план производства $L_{51\times 2}$, в месяце максимально возможно 60 смен ($r = 60$). Всего на производстве 7 конвейерных линий, каждая из которых делает до 5 видов литражей. Известна матрица производительности оборудования $C_{7\times 5}$ (табл. 1).

Таблица 1. **Матрица производительности C за 12-часовую смену**

№ конвейера	Литраж, л				
	2.5	5	10	25	50
1	0	0	0	6187.5	5062.5
2	0	11 092	9787.5	0	0
3	0	11 092	9787.5	0	0
4	0	12 398	9787.5	0	0
5	12 398	12 398	9787.5	0	0
6	12 398	12 398	9787.5	0	0
7	12 398	12 398	9787.5	0	0

Сформируем предварительную матрицу $R_{7\times5}$, распределив равномерно по литражам и конвейерам план $L_{51\times2}$, для нее просчитаем начальный вектор рабочих смен $S_{7\times1}$ для каждого конвейера (табл. 2).

Таблица 2. **Вектор S и предварительная матрица R**

№ конвейера	Количество смен, S	Литраж, л				
		2.5	5	10	25	50
1	57.557	0	0	0	190 120	135 830
2	17.671	0	106 372	79 093	0	0
3	17.671	0	106 372	79 093	0	0
4	16.661	0	106 372	79 093	0	0
5	20.502	47 625	106 372	79 093	0	0
6	20.502	47 625	106 372	79 093	0	0
7	20.502	47 625	106 372	79 093	0	0

Так как конвейер № 1 не пересекается с другими по литражам, то для него предварительный результат будет равен окончательному. Конвейеры № 2–7 рассматриваются отдельной системой.

Будем использовать $q = 1$. Тогда $N = 51$, $\min_{C(k,j)>0} C(k,j) = 9785.5$ и

$$\varepsilon = \frac{1 \times 51 \times 2}{9785.5} = 0.0104.$$

По предварительному S видно, что количество смен для всех конвейеров не превышает r, поэтому план производства L корректировать не нужно.

Реализовав в пакете MATLAB® описанный в статье алгоритм, получили за 3032 итерации окончательные вектор S (размах вектора для конвейеров № 2–7 равен 0.0095 (рис. 2)) и матрицу R (табл. 3).

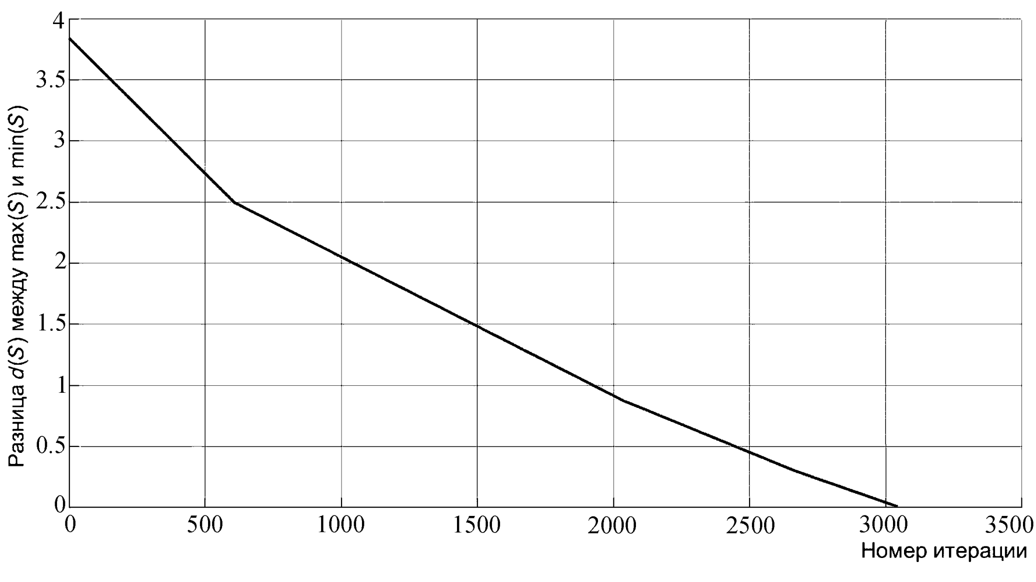


Рис. 2. График $d(S)$

Таблица 3. **Квазиоптимальный вектор S и квазиоптимальная матрица R**

№ конвейера	Количество смен, S	Литраж, л				
		2.5	5	10	25	50
1	57.557	0	0	0	190 120	135 830
2	18.942	0	115 366	83 603	0	0
3	18.943	0	115 366	83 605	0	0
4	18.942	0	123 911	87 573	0	0
5	18.951	47 625	94 534	73 259	0	0
6	18.951	47 625	94 534	73 259	0	0
7	18.951	47 625	94 534	73 259	0	0

Таким образом, по конвейеру № 1 необходимо вывести работников на 58 рабочих смен, по остальным конвейерам — на 19 смен (округление до целого в бóльшую сторону).

Замечание 6. Встречаются случаи, когда по матрице производительности и плану продаж непонятно, разбито ли верно множество конвейеров на подмножества. Имеется в виду, что предварительные матрицы R и C не вызывают подозрений, что $\max(S)$ или $\min(S)$ не достигнет значения, близкого к другим элементам S. Такое происходит, например, когда по какому-то литражу перенесли всю предварительно распределенную продукцию с $\max(S)$ на другие конвейеры, но при этом максимальным остается этот же конвейер, так как другие литражи, которые могут производиться только на нем, требуют большего количества производственных смен. Из-за этого алгоритм перестает уменьшать значение $d(S)$. Такие случаи требуют отдельного изучения и модернизации алгоритма, не входящего в рассмотрение данной работы.

3. Расчет цены для маркетплейса в категории «Сад и Огород». В отличие от традиционных федеральных сетей маркетплейсы создают довольно нетривиальную систему бонусов. И чтобы понять, сколько поставщик будет зарабатывать, если выставит цену c для покупателя, маркетплейс создает калькулятор, где при вводе цены, веса, направления логистики на выходе получается сумма к начислению поставщику за вычетом всех бонусов.

Если же у нового поставщика тысячи позиций, то ручной способ становится неэффективным. Поставщик хочет получать определенную сумму m с каждого товара. Тогда ему необходимо решить обратную задачу, зная схему образования цены c, задать m и получить c, затем применить этот способ ко всем позициям.

Рассмотрим конкретный пример маркетплейса [10]. Введем следующие обозначения: m — сумма к начислению (задается заранее поставщиком) с налогом на добавленную стоимость (НДС); c — минимально рекомендованная цена для конечного покупателя с НДС (вычисляемая цена); S_1 — бонус маркетплейса: «последняя миля» — доставка от пункта выдачи заказов до квартиры; S_2 — бонус маркетплейса: логистика; a — коэффициент, применяемый к цене (в зависимости от веса); k_1 — минимальное возможное значение бонуса логистики (в зависимости от веса); k_2 — максимальное возможное значение бонуса логистики (в зависимости от веса); l — кластерный множитель.

Замечание 7. Параметры k_1, k_2 и a выбираются тройками из заданной маркетплейсом таблицы (часть которой приведена далее (табл. 4)), всегда однозначно определяемы и зависят от заранее известного веса товара.

Цена c вычисляется с помощью уравнения

$$c = m + 0.135c + S_1 + S_2,$$

где

$$S_1 = \begin{cases} 20, & \text{если } 0.05c < 20 \Rightarrow c < 400, \\ 0.05c, & \text{если } 0.05c \in [20; 250] \Rightarrow c \in [400; 5000], \\ 250, & \text{если } 0.05c > 250 \Rightarrow c > 5000, \end{cases}$$

$$S_2 = l \begin{cases} k_1, & \text{если } ac < k_1 \Rightarrow c < \frac{k_1}{a}, \\ ac, & \text{если } ac \in [k_1; k_2] \Rightarrow c \in [\frac{k_1}{a}; \frac{k_2}{a}], \\ k_2, & \text{если } ac > k_2 \Rightarrow c > \frac{k_2}{a}. \end{cases}$$

Таблица 4. **Зависимость k_1, k_2 и a от массы продукта**

Масса, кг	k_1	k_2	a
<0.1	38	50	0.05
[0.1;0.2)	39	50	0.05
[0.2;0.3)	40	60	0.05
...	...	...	...
[5;6)	130	250	0.06
...	...	...	...
[20;25)	500	650	0.07
[25;30)	650	1200	0.07
[30;35)	750	1200	0.07
>35	950	1200	0.07

Если совместить условия S_1 и S_2, то на оси c значения $\{400;\ 5000;\ \frac{k_1}{a};\ \frac{k_2}{a}\}$ могут располагаться следующим образом:

$$1)\ 400 < \frac{k_1}{a} < \frac{k_2}{a} < 5000,$$
$$2)\ 400 < \frac{k_1}{a} < 5000 < \frac{k_2}{a},$$
$$3)\ 5000 < \frac{k_1}{a} < \frac{k_2}{a},$$
$$4)\ \frac{k_1}{a} < \frac{k_2}{a} < 400,$$
$$5)\ \frac{k_1}{a} < 400 < \frac{k_2}{a} < 5000.$$

Рассмотрим даже более строгие условия, чем приведены в табл. 4:

$$\min \frac{k_1}{a} = \frac{\min k_1}{\max a} = \frac{38}{0.07} = 542.86,$$
$$\max \frac{k_1}{a} = \frac{\max k_1}{\min a} = \frac{950}{0.05} = 19\,000,$$
$$\min \frac{k_2}{a} = \frac{\min k_2}{\max a} = \frac{50}{0.07} = 714.29,$$
$$\max \frac{k_2}{a} = \frac{\max k_2}{\min a} = \frac{1200}{0.05} = 24\,000.$$

Таким образом, мы сталкиваемся со стандартной задачей с параметрами [11]. Рассмотрим три варианта.

Вариант 1. При $400 < \frac{k_1}{a} < \frac{k_2}{a} < 5000$

$$c = \begin{cases} m + 0.135c + 20 + k_1 l, & c < 400, \\ m + 0.135c + 0.05c + k_1 l, & 400 \leqslant c < \frac{k_1}{a}, \\ m + 0.135c + 0.05c + acl, & \frac{k_1}{a} \leqslant c < \frac{k_2}{a}, \\ m + 0.135c + 0.05c + k_2 l, & \frac{k_2}{a} \leqslant c < 5000, \\ m + 0.135c + 250 + k_2 l, & c \geqslant 5000. \end{cases}$$

Выразив c, получим

$$c = \begin{cases} \frac{m+20+k_1 l}{0.865}, & c < 400 \Rightarrow m < 326 - k_1 l, \\ \frac{m+k_1 l}{0.815}, & 400 \leqslant c < \frac{k_1}{a} \Rightarrow 326 - k_1 l \leqslant m < 0.815\frac{k_1}{a} - k_1 l, \\ \frac{m}{0.815-al}, & \frac{k_1}{a} \leqslant c < \frac{k_2}{a} \Rightarrow 0.815\frac{k_1}{a} - k_1 l \leqslant m < 0.815\frac{k_2}{a} - k_2 l, \\ \frac{m+k_2 l}{0.815}, & \frac{k_2}{a} \leqslant c < 5000 \Rightarrow 0.815\frac{k_2}{a} - k_2 l \leqslant m < 4075 - k_2 l, \\ \frac{m+250+k_2 l}{0.865}, & c \geqslant 5000 \Rightarrow m \geqslant 4075 - k_2 l. \end{cases}$$

Вариант 2. При $400 < \frac{k_1}{a} < 5000 < \frac{k_2}{a}$

$$c = \begin{cases} m + 0.135c + 20 + k_1 l, & c < 400, \\ m + 0.135c + 0.05c + k_1 l, & 400 \leqslant c < \frac{k_1}{a}, \\ m + 0.135c + 0.05c + acl, & \frac{k_1}{a} \leqslant c < 5000, \\ m + 0.135c + 250 + acl, & 5000 \leqslant c < \frac{k_2}{a}, \\ m + 0.135c + 250 + k_2 l, & c \geqslant \frac{k_2}{a}. \end{cases}$$

Выразив c, получим

$$c = \begin{cases} \frac{m+20+k_1 l}{0.865}, & c < 400 \Rightarrow m < 326 - k_1 l, \\ \frac{m+k_1 l}{0.815}, & 400 \leqslant c < \frac{k_1}{a} \Rightarrow 326 - k_1 l \leqslant m < 0.815\frac{k_1}{a} - k_1 l, \\ \frac{m}{0.815-al}, & \frac{k_1}{a} \leqslant c < 5000 \Rightarrow 0.815\frac{k_1}{a} - k_1 l \leqslant m < 4075 - 5000al, \\ \frac{m+250}{0.865-al}, & 5000 \leqslant c < \frac{k_2}{a} \Rightarrow 4075 - 5000al \leqslant m < 0.865\frac{k_2}{a} - k_2 l - 250, \\ \frac{m+250+k_2 l}{0.865}, & c \geqslant \frac{k_2}{a} \Rightarrow m \geqslant 0.865\frac{k_2}{a} - k_2 l - 250. \end{cases}$$

Вариант 3. При $5000 < \frac{k_1}{a} < \frac{k_2}{a}$

$$c = \begin{cases} m + 0.135c + 20 + k_1 l, & c < 400, \\ m + 0.135c + 0.05c + k_1 l, & 400 \leqslant c < 5000, \\ m + 0.135c + 250 + k_1 l, & 5000 \leqslant c < \frac{k_1}{a}, \\ m + 0.135c + 250 + acl, & \frac{k_1}{a} \leqslant c < \frac{k_2}{a}, \\ m + 0.135c + 250 + k_2 l, & c \geqslant \frac{k_2}{a}. \end{cases}$$

Выразив c, получим

$$c = \begin{cases} \frac{m+20+k_1 l}{0.865}, & c < 400 \Rightarrow m < 326 - k_1 l, \\ \frac{m+k_1 l}{0.815}, & 400 \leqslant c \leqslant 5000 \Rightarrow 326 - k_1 l \leqslant m < 4075 - k_1 l, \\ \frac{m+250+k_1 l}{0.865}, & 5000 \leqslant c < \frac{k_1}{a} \Rightarrow 4075 - k_1 l \leqslant m < 0.865\frac{k_1}{a} - k_1 l - 250, \\ \frac{m+250}{0.865-al}, & \frac{k_1}{a} \leqslant c < \frac{k_2}{a} \Rightarrow 0.865\frac{k_1}{a} - k_1 l - 250 \leqslant m < 0.865\frac{k_2}{a} - k_2 l - 250, \\ \frac{m+250+k_2 l}{0.865}, & c \geqslant \frac{k_2}{a} \Rightarrow m \geqslant 0.865\frac{k_2}{a} - k_2 l - 250. \end{cases}$$

Замечание 8. В общем виде возможны варианты 4 и 5: $\frac{k_1}{a} < \frac{k_2}{a} < 400$ и $\frac{k_1}{a} < 400 < \frac{k_2}{a} < 5000$, для них системы вычисления c аналогичны вариантам 1–3 и дадут еще 2 варианта по 5 случаям. Однако в данном примере $\frac{k_1}{a} > 400$ и $\frac{k_2}{a} > 400$, потому отсекаем эти 2 варианта.

В итоге для приведенного примера в зависимости от веса, a, k_1, k_2 и m однозначно определяется 1 из 15 случаев (в общем виде 1 из 25 случаев) и по соответствующей получившемуся случаю формуле вычисляем c.

4. Заключение. В работе были описаны математико-экономические и аналитические задачи предприятия. Задачи распределения плана производства по конвейерным линиям, вычисление ценообразования маркетплейсов приведены в математическом описании и предложены их алгоритмы решения. Важно напомнить, что рассматривается конкретное предприятие полного цикла со своей спецификой, потому как сами задачи, так и предлагаемые решения могут быть неоптимальными или вовсе не подходить для другого предприятия. Однако стоит сказать, что многие задачи в том или ином виде есть в любом бизнесе, в том числе в цифровой экономике, поэтому их обзор и обозначение, а может и предложенные идеи решения могут быть использованы на других предприятиях. Ценностью данной статьи является анализ применения математических моделей различного уровня сложности на реальных задачах производственного предприятия. Более того, совокупность описания задач помогает понять стандартные системы управления предприятием и их взаимосвязь.

Все вычисления выполнены с помощью MS Excel и прикладного вычислительного пакета MATLAB.

Литература

1. *Ширяев Е. В., Ширяев В. И., Баев И. А.* Алгоритмы управления фирмой. Изд. 4-е, испр. и доп. М.: ЛИБРОКОМ, 2009. 224 с.

2. *Бурдо Г. Б., Семенов Н. А.* Основные принципы создания систем автоматизации проектирования и управления в машиностроительных производственных системах // Программные продукты и системы. 2019. Т. 32. № 1. С. 134–140.

3. *Бурдо Г. Б., Семенов Н. А.* Интеллектуальная поддержка принятия решений при диспетчировании технологических процессов в многономенклатурном машиностроении // Программные продукты и системы. 2017. Т. 30. № 1. С. 21–27.

4. *Иванов Н. Г., Прасолов А. В.* Анализ аппроксимации тренда временного ряда и прогнозирования на ее основе // Устойчивость и процессы управления. Памяти В. И. Зубова (SCP). СПб.: Издательский дом Федоровой Г. В., 2015. С. 423–424.

5. *Ivanov N. G., Prasolov A. V.* The model of time series as a piecewise-stationary process // Conference ICAIT'2018. The 3rd International Conference on Applications in Information Technology / eds N. Bogach, E. Pyshkin, V. Klyuev. Aizu-Wakamatsu, Japan: ACM, 2018. P. 150–153.

6. *Иванов Н. Г., Прасолов А. В.* Математическая модель функционального управления предприятием // Управление бизнесом в цифровой экономике : сб. тезисов выступлений пятой международной конференции. СПб.: Санкт-Петербургский государственный университет, 2022. С. 324–328.

7. Системы поддержки принятия решения. URL: https://www.matburo.ru/Examples/Files/Tpr_4.pdf (дата обращения: 3 августа 2023 г.).

8. *Pihnastyi O. M.* About a new class of dynamic models flow lines of production systems // Scientific bulletins of Belgorod State University. Belgorod: Belgorod State University, 2014. N 31/1. P. 147–157.

9. Метод градиентного спуска. URL: http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=Метод_градиентного_спуска (дата обращения: 3 августа 2023 г.).

10. Калькулятор вычисления цены маркетплейса. URL: https://calculator.ozon.ru (дата обращения: 3 августа 2023 г.).

11. *Далингер В. А.* Задачи с параметрами: учеб. пособие. Омск: Амфора, 2012. 961 с.

Статья поступила в редакцию 25 августа 2023 г.
Статья принята к печати 12 октября 2023 г.

К о н т а к т н а я   и н ф о р м а ц и я:

Иванов Никита Григорьевич — st013355@student.spbu.ru

Analysis of mathematical and economic problems of a full-cycle enterprise*

N. G. Ivanov

St. Petersburg State University, 7–9, Universitetskaya nab., St. Petersburg,
199034, Russian Federation

For citation: Ivanov N. G. Analysis of mathematical and economic problems of a full-cycle enterprise. *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2023, vol. 19, iss. 4, pp. 563–575.
https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2023.412 (In Russian)

The paper addresses enterprise management systems. Analysis of mathematical-economic management problems in full-cycle enterprises. The enterprise's activities are divided into 12 blocks and 42 tasks. The task of quasi-optimal distribution of the production plan across conveyor lines for a month is examined in detail. The task is solved using a numerical gradient descent method. Additionally, an algorithm is proposed for determining the price of products on a marketplace platform, given that the supplier aims to earn a certain margin, while the marketplace has a non-trivial system of commissions and bonuses.

Keywords: enterprise management, gradient descent method, production planning, pricing, mathematical modeling.

References

1. Shiryayev E. V., Shiryayev V. I., Baev I. A. *Algoritmy upravleniya firmoj* [*Algorithms of firm management*]. 4^{th} ed., rev. and enl. Moscow, LIBROKOM Press, 2009, 224 p. (In Russian)

2. Burdo G. B., Semenov N. A. Osnovnye principy sozdaniya sistem avtomatizacii proektirovaniya i upravleniya v mashinostroitel'nyh proizvodstvennyh sistemah [Key principles of developing automation systems for design and management in mechanical engineering production systems]. *Software Products and Systems*, 2019, vol. 32, no. 1, pp. 134–140. (In Russian)

3. Burdo G. B., Semenov N. A. Intellektual'naya podderzhka prinyatiya reshenij pri dispetchirovanii tekhnologicheskih processov v mnogonomenklaturnom mashinostroenii [Intelligent decision support for dispatching technological processes in multi-product mechanical engineering]. *Software Products and Systems*, 2017, vol. 30, no. 1, pp. 21–27. (In Russian)

4. Ivanov N. G., Prasolov A. V. Analiz approksimacii trenda vremennogo ryada i prognozirovaniya na ee osnove [Analysis of the approximation of time series trend and forecasting based on it]. *Stability and Control Processes. Memory of V. I. Zubov (SCP)*. St. Petersburg, Izdatel'skii dom Fedorovoi G. V. Publ., 2015, pp. 423–424. (In Russian)

5. Ivanov N. G., Prasolov A. V. The model of time series as a piecewise-stationary process. *Conference ICAIT'2018. The 3^{rd} International Conference on Applications in Information Technology*. Eds N. Bogach, E. Pyshkin, V. Klyuev. Aizu-Wakamatsu, Japan, ACM Publ., 2018, pp. 150–153.

6. Ivanov N. G., Prasolov A. V. Matematicheskaya model' funkcional'nogo upravleniya predpriyatiem [Mathematical model of functional enterprise management]. *Business Management in the Digital Economy.* Abstracts Collection of Presentations from the Fifth International Conference. St. Petersburg. St. Petersburg University Press, 2022, pp. 324–328. (In Russian)

7. *Cistemy podderzhki prinyatiya resheniya* [*Decision support systems*]. Available at:
https://www.matburo.ru/Examples/Files/Tpr_4.pdf (accessed: August 3, 2023). (In Russian)

8. Pihnastyi O. M. About a new class of dynamic models flow lines of production systems. *Scientific bulletins of Belgorod State University*. Belgorod, Belgorod State University Press, 2014, no. 31/1, pp. 147–157.

* This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project N 20-31-90063).

9. *Metod gradientnogo spuska* [*Gradient descent method*]. Available at: http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=Метод_градиентного_спуска (accessed: August 3, 2023). (In Russian)

10. *Kal'kulyator vychisleniya ceny marketplejsa* [*Marketplace price calculation calculator*]. Available at: https://calculator.ozon.ru (accessed: August 3, 2023). (In Russian)

11. Dalinger V. A. *Zadachi s parametrami.* Ucheb. posobie [*Parametric problems.* A study guide]. Omsk, Amfora Publ., 2012, 961 p. (In Russian)

Received: August 25, 2023.
Accepted: October 12, 2023.

Author's information:

Nikita G. Ivanov – st013355@student.spbu.ru