## Баротропный отклик динамической системы Балтийского моря на колебания уровня в проливе Каттегат\*

Е. А. Захарчук<sup>1,2</sup>, В. Н. Сухачев<sup>1,3</sup>, Н. А. Тихонова<sup>1,3</sup>

 <sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный университет, Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9
 <sup>2</sup> Мурманский морской биологический институт Кольского научного центра Российской академии наук,

Российская Федерация, 183010, Мурманск, Владимирская ул., 17

<sup>3</sup> Государственный океанографический институт имени Н. Н. Зубова, Российская Федерация, 119034, Москва, Кропоткинский пер., 6

Для цитирования: Захарчук, Е. А., Сухачев, В. Н., Тихонова, Н. А. (2023). Баротропный отклик динамической системы Балтийского моря на колебания уровня в проливе Каттегат. *Вестник Санкт-Петербургского университета. Науки о Земле*, 68 (3), 528–552. https://doi.org/10.21638/spbu07.2023.306

С помощью численных экспериментов с трехмерной баротропной гидродинамической моделью исследуется отклик уровенной поверхности Балтийского моря на разномасштабные возмущения уровня, распространяющиеся в Балтику через Датские проливы из Северного моря. Для этого на жидкой границе, расположенной на севере пролива Каттегат, задавалось 53 гармонических колебания с амплитудами 10 см и периодами от 3 ч до года, которые в статье называются «внешними», в отличие от индуцированных ими возмущений уровня внутри моря. Одинаковые амплитуды у всех исходных колебаний задавались для того, чтобы при анализе результатов хорошо были видны количественные различия у амплитудных спектров «внешних» и «внутренних» колебаний. Показано, что, за исключением диапазона частот собственных баротропных колебаний Балтийского моря, в Датских проливах происходит практически полная фильтрация заданных на границе области колебаний с периодами от 3 ч до 10 суток. В диапазоне периодов от 15 до 35 ч отмечается усиление «внутренних» колебаний за счет резонанса исходных колебаний с собственными колебаниями Балтики. В мезомасштабном диапазоне частот (периоды от часов до нескольких суток) отклик уровенной поверхности Балтийского моря на воздействие «внешних» колебаний проявляется в генерации прогрессивно-стоячих волн Кельвина с выраженными амфидромическими системами и пучностями. У колебаний с периодами более 10 суток с понижением частоты ослабляется фильтрующее влияние Датских проливов, и на периодах около 60 суток их амплитуды понижаются только на 50%. В диапазоне сезонной изменчивости гидравлическое сопротивление в Датских проливах оказывает наименьшее влияние на распространение «внешних» колебаний уровня моря, уменьшая их амплитуды всего на 6-22%. Наибольшая амплитуда отмечается у полугодовых колебаний, кото-

<sup>\*</sup> Работа выполнена благодаря гранту РНФ 22-27-00209 «Пространственная структура и механизмы межгодовой изменчивости сезонных колебаний уровня Балтийского моря».

<sup>©</sup> Санкт-Петербургский государственный университет, 2023

рые усиливаются из-за влияния полугодового обертона у годового колебания, генерирующегося за счет нелинейных эффектов.

*Ключевые слова:* численное гидродинамическое моделирование, Балтийское море, баротропные колебания уровня моря, анализ Фурье, собственные колебания, амфидромические системы, прогрессивно-стоячие волны, годовое колебание, полугодовой обертон.

#### 1. Введение

Балтийское море — внутриконтинентальное, частично ограниченное море Атлантического океана, имеющее связь с ним через Северное море (Добровольский и Залогин, 1982). Водообмен между Балтийским и Северным морями осуществляется через очень узкие и мелководные Датские проливы (Эресунн, Большой Бельт и Малый Бельт). Минимльная ширина пр. Эресунн (Öresund) составляет менее 5 км, а наименьшая глубина — 8 м; для пр. Большой Бельт эти оценки составляют — 3.7 км и более 20 м; для пр. Малый Бельт — 0.8 км и 12 м соответственно (Gräwe et al., 2013; Leppäranta and Myrberg, 2009; Stigebrandt, 1983). Столь ограниченный водообмен Балтики с Северным морем в совокупности с положительным пресным балансом приводят к значительному распреснению ее вод. Если на поверхности Северного моря средняя соленость близка океанической и составляет около 34 ‰, то в открытой Балтике она равна всего 6-8‰ (Добровольский и Залогин, 1982; Leppäranta and Myrberg, 2009; Stigebrandt, 1983). Уклоны уровня между пр. Каттегат и юго-западной Балтикой, связанные в основном с меняющимися метеорологическими условиями, сопровождаются затоками соленых североморских вод в Балтику или оттоком распресненных вод из Балтийского в Северное море. Чаще всего такие потоки имеют небольшие объемы — 10-20 км<sup>3</sup> и сопровождаются незначительными изменениями среднего уровня Балтийского моря (Matthäus, 2006). Однако время от времени в узких Датских проливах наблюдаются очень интенсивные потоки с объемами 90-258 км<sup>3</sup> (например, Большие балтийские затоки), которые могут вызывать значительный приток или отток воды и приводят к заметным колебаниям объема Балтийского моря, сопровождающимся изменениями среднего уровня поверхности на один метр и более в течение нескольких недель (Carlsson, 1997; Madsen and Højerslev, 2009). По оценкам А. Стигебранта и А. Омстедта, такие притоки и оттоки вод через Датские проливы, вызванные разницей уровня между Каттегатом и Балтийским морем, могут быть в 20 раз больше средней величины поступления пресных вод (Omstedt, 1987; Stigebrandt, 1980).

В работе Самуэльсона и Стигебрандта было предложено разделять колебания уровня Балтийского моря на «внутренние» и «внешние» (Samuelsson and Stigebrandt, 1996). «Внутренние» колебания возбуждаются непосредственно в Балтийском море под действием сил касательного трения ветра, градиента атмосферного давления, изменений плотности морской воды и составляющих пресного баланса. «Внешние» колебания уровня формируются в Северном море и затем через Датские проливы распространяются в Балтийское море (Samuelsson and Stigebrandt, 1996). С помощью статистического анализа среднесуточных рядов уровня моря и моделирования «внешних» и «внутренних» колебаний Самуэльсон и Стигебрант показали, что в диапазоне периодов от нескольких дней до нескольких лет от 50 до 80 % дис-

персии суммарного уровня Балтийского моря связано с влиянием «внешних» колебаний, распространяющихся в Балтику из Северного моря. Для периодов короче 1 месяца Балтийское море колеблется как полностью закрытый бассейн с пучностями на противоположных концах моря и узловой зоной между ними. Для более длительных периодов колебания подобны колебаниям уровня в частично ограниченном бассейне с амплитудами, возрастающими от узла в Датских проливах к открытой части моря и далее к вершинам основных заливов Балтики (Samuelsson and Stigebrandt, 1996).

Исследование низкочастотных колебаний уровня в системе Северного и Балтийского морей с помощью спутниковой альтиметрической информации показало, что в диапазоне периодов от недель до месяцев в Балтийском море отсутствует стационарная связь между касательным трением ветра и колебаниями уровня моря, в то время как в Северном море были выделены обширные районы, где в большинстве случаев отмечались высокие значения корреляции между касательным трением ветра и низкочастотными возмущениями уровня моря (Захарчук и Сухачев, 2018). На основании этих результатов авторами было высказано предположение, что колебания уровня с периодами от недель до месяцев генерируются под действием касательного трения ветра в Северном море и затем распространяются в Балтийское море в виде свободных низкочастотных волн (Захарчук и Сухачев, 2018).

Е.А.Куликов и соавторы с помощью аналитического моделирования исследовали колебания уровня в бассейне произвольной формы, соединенном с открытым морем узким проливом (Куликов и др., 2015а). С помощью линеаризованных уравнений движения однородной жидкости без учета вращения Земли в приближении мелкой воды они определили связь колебаний уровня моря в бухте с изменениями уровня в открытом море. На основе результатов моделирования и статистического анализа измерений уровня моря в береговых пунктах они пришли к выводу, что ограниченная пропускная способность Датских проливов работает как естественный фильтр низких частот для колебаний уровня, распространяющихся из Северного моря: колебания Северного моря с периодами менее 10 суток при проникновении в Балтийское море затухают по амплитуде в 10 раз и более, а колебания с 74-дневным периодом — в 2 раза. По их мнению, в узких и мелководных Датских проливах возникающий компенсационный сток в основном регулируется двумя физическими составляющими: силой трения (гидравлическим сопротивлением) в придонном турбулентном пограничном слое и градиентом гидростатического давления, образующимся вдоль канала (Куликов и др., 2015а). Эти результаты позволили в другой работе Е.А.Куликову, И.В. Файну и И.П. Медведеву прийти к выводу, что численная гидродинамическая модель Балтийского моря, в которой не учитывается водообмен через Датские проливы, вполне адекватно воспроизводит внутренние колебания с периодами меньше 10–20 суток (Куликов и др., 20156). Соглашаясь с авторами работы (Куликов и др., 2015а), что для моделирования динамики вод в узких каналах, таких как Датские проливы, можно не учитывать влияние силы Кориолиса, в то же время следует заметить, что в открытом море неучет вращения Земли на периодах изменчивости, сравнимых с маятниковыми сутками и более, исключает генерацию волн Кельвина и градиентно-вихревых волн, которые оказывают заметное влияние на особенности пространственно-временной изменчивости уровня Балтийского моря (Raudsepp et al., 2003; Айтсам и Талпсепп, 1982; Захарчук, 2007; Захарчук и др., 2006, 2004; Талпсепп, 1983). Ниже также будет показано, что при моделировании колебаний уровня Балтийского моря на периодах меньше 10 суток обязательно нужно учитывать колебания водообмена между Балтийским и Северным морями.

Плохо изученным остается отклик динамической системы Балтики на воздействие распространяющихся из Северного моря колебаний уровня в мезомасштабном диапазоне частот (периоды от часов до нескольких суток (Каменкович и др., 1987).

Цель данной работы — исследовать с помощью численных экспериментов с трехмерной гидродинамической моделью пространственно-временную изменчивость уровня Балтийского моря в диапазоне периодов от часов до года, обусловленную влиянием распространяющихся из Северного моря свободных баротропных гармонических колебаний одинаковой амплитуды.

Следуя работам Самуэльсона и Стигебрандта (Samuelsson and Stigebrandt, 1996), а также Куликова с соавторами (Куликов и др., 2015а), мы будем в данной статье называть «внешними» колебания, которые генерируются в Северном море и затем распространяются в Балтийское через Датские проливы, в отличие от индуцированных ими возмущений уровня внутри моря, которые будем называть «внутренними».

### 2. Гидродинамическая модель и описание численных экспериментов

В качестве базовой модели для проведения численных экспериментов использовалась модель циркуляции океанов и морей INMOM (Institute of Numerical Mathematics Ocean Model), разработанная в Институте вычислительной математики РАН и адаптированная для условий Балтийского моря. В основе модели лежит система примитивных уравнений гидродинамики океана в приближениях гидростатики и Буссинеска, записанная в обобщенных ортогональных координатах по горизонтали и в *σ*-системе координат по вертикали. Прогностическими переменными модели служат горизонтальные компоненты вектора скорости, потенциальная температура, соленость и отклонение уровня океана от невозмущенной поверхности (Zalesny et al., 2010; Дианский, 2013). Для расчета плотности используется уравнение состояния, учитывающее сжимаемость морской воды и специально предназначенное для моделей циркуляции океана (Brydon et al., 1999).

При численной реализации INMOM используется метод расщепления (Марчук, 2009) по физическим процессам и пространственным координатам, что является ее отличием от других известных моделей, например: (Blumberg and Mellor, 1987; Griffies, 2005 и др.). Для этого уравнения динамики океана записываются в специальной симметризованной форме. Она позволяет представить оператор дифференциальной задачи в виде суммы более простых операторов, каждый из которых является неотрицательным в норме, определяемой законом сохранения полной энергии. Это дает возможность расщепить оператор полной задачи на ряд более простых подзадач и построить их пространственные аппроксимации так, чтобы энергетическим законам сохранения, выполняющимся для исходной дифференциальной задачи, удовлетворяли все расщепленные дискретные задачи. Разностные аппроксимации по пространственным координатам строятся на «С»-сетке (Mesinger and Arakawa, 1976; Лебедев, 1964).

Для задания батиметрии в модели использовались данные значений глубин моря, полученные из системы DAS шведского института «Baltic Nest Institute»<sup>1</sup> с разрешением 1 миля, которые были записаны в формате модели на сетке с шагом 2 мили и ограничены снизу минимальным значением 2 м, что необходимо для невырожденности преобразования координат по вертикали.

Для верификации модели в работе (Zakharchuk et al., 2021) было проведено сравнение рассчитанных рядов уровня моря с ежечасными мареографными измерениями в 20 береговых пунктах Балтийского моря. Результаты сравнения показали, что модель INMOM достаточно точно рассчитывает колебания уровня в разных районах Балтийского моря: величины коэффициентов корреляции между рассчитанными и измеренными значениями уровня варьировали от 0.79 до 0.92, оценки абсолютной ошибки расчетов были невелики и менялись от 6.7 до 9.2 см; значения относительной ошибки варьировали в пределах 3.7–7.4%, а оценки критерия точности показали, что от 75 до 90% значений в рассчитанных по модели рядах уровня моря не выходили из диапазона < 0.674 $\sigma$ , где  $\sigma$  — среднее квадратическое отклонение ряда измеренного уровня моря (Zakharchuk et al., 2021).

Численный эксперимент по оценке влияния «внешних» колебаний на пространственно-временную изменчивость уровня Балтийского моря проводился с помощью баротропной версии трехмерной модели INMOM. С этой целью потоки тепла и соли в базовой конфигурации модели INMOM задавались равными нулю, воздействие метеорологических процессов исключалось, и, кроме этого, использовалось баротропное уравнение состояния, в котором плотность воды зависит только от давления. Речной сток и ледовые условия в Балтийском море не учитывались. В данной версии модели задавалось 25 равномерно распределенных по всей толще воды  $\sigma$ -слоев. Коэффициент вертикальной вязкости выбирался согласно параметризации Пакановского и Филандера (Pacanowski and Philander, 1981) и изменялся от 1 до 50 см<sup>2</sup>/с. Горизонтальное трение описывалось обычным лапласианом с коэффициентом  $v = 10^{-3}$  см<sup>2</sup>/с. Придонное трение задавалось квадратичным уравнением с коэффициентом  $C_{\rm D} = 2.5 \cdot 10^{-3}$  и минимальной скоростью 5 см/с.

Для вывода динамической системы из равновесия на жидкой границе модельной области на севере пр. Каттегат (рис. 1) в диапазоне периодов от 3 ч до 1 года задавалась суперпозиция гармонических колебаний уровня моря, амплитудный спектр которых представлен на рисунке (рис. 2, а). Для этого моделировался ежечасный ход уровня моря из суперпозиции 53 гармоник с амплитудами 10 см, который затем был задан в качестве граничных условий на жидкой границе. Одинаковая амплитуда всех гармоник задавалась для того, чтобы при сравнении результатов хорошо были видны особенности количественных изменений спектральной структуры «внутренних» возмущений уровня моря по сравнению со спектром заданных на жидкой границе колебаний. Скорости течений на границе не задавались. Частоты заданных на жидкой границе гармоник выбирались таким образом, чтобы оценить реакцию динамической системы Балтики на воздействие «внешних» возмущений уровня моря на частотах полусуточного и суточного приливов, собственных баротропных коле-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Доступно на: http://nest.su.se. [Дата доступа 10.09.2014].



Рис. 1. Батиметрическая карта, названия районов и географических объектов Балтийского моря. На рис. 1, 5, 7 по оси абсцисс и ординат обозначены градусы. Жирной красной линией обозначена жидкая граница модельной области на севере пролива Каттегат. Красными точками с номерами обозначены районы прибрежной зоны, для которой рассчитывался пространственный частотноамплитудный спектр «внутренних» колебаний Балтийского моря. Большой красный круг местоположение мареографной станции Скаген. Данные батиметрии доступны на: http://data.bshc. pro. [Дата доступа 25.10.2016]



баний Балтийского моря (Jönsson et al., 2008; Wübber and Krauss, 1979; Zakharchuk et al., 2021), на различные виды низкочастотных волн, подобных волнам Кельвина и градиентно-вихревым (Raudsepp et al., 2003; Айтсам and Талпсепп, 1982; Захарчук, 2007; Захарчук et al., 2006; 2004; Талпсепп, 1983), а также сезонные колебания уровня (периоды 1 год и кратные ему гармоники). Расчетный шаг по времени составил 2.5 мин. Расчеты производились в течение двух лет. Вывод результатов счета выполнялся путем осреднения данных за каждый час. При моделировании оценивались зависимости от времени средних по акватории моря значений потенциальной и кинетической энергий, которые показали, что при расчетном периоде моделирования два года установление равновесного режима происходило на третьи сутки.

Для оценки амплитудно-фазовых характеристик рассчитанных колебаний проводился Фурье-анализ модельных рядов уровня моря в каждой точке поля:

$$f(t) = Z_0 + \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \left( a_k \cos k \,\omega t + b_k \sin k \,\omega t \right), \left( \omega = \frac{2\pi}{T}, \ k = 0, 1, 2, \ldots \right), \tag{1}$$

где f(t) — исходный временной ряд уровня моря; N — длина ряда; T — период; t — момент времени;  $a_k$ ,  $b_k$  — коэффициенты разложения, соответствующие своей частоте  $\omega$ ;  $Z_0$  — среднее значение ряда; k — номер коэффициента.

Амплитуда (*A*<sub>k</sub>) и фаза (*F*<sub>k</sub>) колебаний рассчитывалась следующим образом:

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, F_k = \arctan\left(\frac{b_k}{a_k}\right).$$
(2)

По результатам Фурье-анализа строились амплитудные спектры рассчитанных колебаний уровня и оценивалось пространственное распределение их амплитуд и фаз.

По разности фаз между соседними узлами сеточной области оценивались фазовые скорости поступательной компоненты волнового движения (*C*):

$$C_x = \frac{\Delta x}{P\Delta F_x}, C_y = \frac{\Delta y}{P\Delta F_y},\tag{3}$$

где,  $C_x$ ,  $C_y$  — составляющие вектора фазовой скорости на параллель и меридиан;  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  — расстояние между соседними узлами сеточной области вдоль параллели и меридиана; P — период колебаний;  $\Delta F_x$ ,  $\Delta F_y$  — разность фаз между узлами сеточной области вдоль параллели и меридиана. Оценка модуля фазовой скорости определялась по формуле

$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2}.\tag{4}$$

Фазовые скорости рассчитывались только для тех районов, где  $A_k > 0.67\sigma$ ,

$$\sigma = \sqrt{\frac{\bar{A}^2}{2}},\tag{5}$$

где  $\overline{A}$  — средняя по полю амплитуда колебаний уровня на каждой частоте  $\omega$ .

Для интерпретации результатов моделирования индуцированных колебаний в диапазоне мезомасштабной изменчивости уровня моря проводился вейвлет-анализ рядов ежечасных значений уровня в январе 2007 г. и сентябре 2018 г. в пункте Скаген, расположенном на границе пролива Скагеррак (Северное море) и пролива Каттегат (Балтийское море) (см. рис. 1). Предварительно с помощью фильтра Баттерворта из рядов были исключены полусуточные приливы. Вейвлет-коэффициенты рассчитывались путем непрерывного вейвлет-преобразования по методике, изложенной в работе (Смоленцев, 2008):

$$C_{a,b} = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt,$$
(6)

где *s*(*t*) — сигнал; *a* — масштабный коэффициент; параметр *b* определяет сдвиг по оси 0*x*; *t* — время; Ψ — вейвлет Морле,

$$\Psi(x) = e^{-x^2/2} \cos(5x).$$
(7)

Для исследования причин усиления полугодовых «внутренних» колебаний по сравнению с годовыми колебаниями, которое было отмечено по результатам численного эксперимента, проводился второй численный эксперимент: на жидкой границе задавалось только одно гармоническое колебание с периодом 1 год.

#### 3. Результаты и интерпретация численных экспериментов

На рис. 2, а представлен спектр задаваемых на жидкой границе колебаний уровня моря и спектры индуцированных ими колебаний уровня в двух точках юго-западной части Балтийского моря. Хорошо видно, что после прохождения Датских проливов амплитуда «внутренних» колебаний уровня моря практически на всех частотах уменьшается. Однако это уменьшение происходит неодинаково в разных частотных диапазонах. Менее всего гидравлическое сопротивление Датских проливов влияет на диссипацию энергии «внутренних» колебаний в диапазоне сезонной изменчивости (периоды от 1 года до 3 месяцев). Их амплитуды на выходе из Датских проливов уменьшаются на 6-22%, причем самое минимальное понижение амплитуды в этом диапазоне наблюдается у полугодовых вариаций уровня моря. В синоптическом диапазоне частот (периоды от месяцев до нескольких суток (Каменкович и др., 1987)) с увеличением частоты происходит резкое уменьшение амплитуд «внутренних» колебаний на 30-99%. При переходе в мезомасштабный диапазон (периоды от нескольких суток до часов) наблюдается увеличение амплитуд «внутренних» колебаний до 2-4 см по сравнению с соседним, более низкочастотным диапазоном. Эта особенность отмечается на периодах от 45 до 15 ч. Далее, при уменьшении периодов, амплитуды «внутренних» колебаний уровня резко уменьшаются почти до нулевых значений. Обращает на себя внимание, что в диапазоне периодов менее 300 ч амплитуды «внутренних» колебаний у северного побережья Арконского бассейна значительно меньше по сравнению с южным побережьем (рис. 2).

На рис. 3 представлены результаты гармонического анализа, демонстрирующие пространственные изменения амплитуд «внутренних» колебаний уровня в прибрежной зоне Балтийского моря в диапазоне периодов от 1 года до 3 ч.





В мезомасштабном диапазоне периодов наблюдается выраженная неоднородность в пространственных распределениях амплитуд «внутренних» колебаний, когда в одних районах выделяются обширные прибрежные акватории Балтики, где отмечается практически полное затухание колебаний, в то время как в других регионах их амплитуды достигают 3–7.5 см (рис. 3). Например, в диапазоне периодов от 3 до 14 ч везде, кроме юго-западной Балтики и самой восточной части Финского залива, амплитуды «внутренних» колебаний близки к нулю (рис. 3). В Ботническом заливе, у западного побережья открытой Балтики и у южного побережья Швеции почти полное затухание «внутренних» колебаний наблюдается в диапазоне периодов более 41 ч, но менее 4 суток. На западе Ботнического моря и на северо-западном побережье открытой Балтики эта особенность распространяется также на диапазон периодов от 20 до 35 ч.

На выходе из Датских проливов (Арконский бассейн) амплитуды «внутренних» мезомасштабных колебаний достигают 7–8 см. За пределами юго-западной части открытой Балтики самые большие амплитуды «внутренних» колебаний в мезомасштабном диапазоне наблюдаются для колебаний с периодами от 17 до 35 ч в Рижском и особенно Финском заливах, где они достигают значений 4.5–5.4 см (рис. 3). Это известный диапазон собственных баротропных колебаний Балтийского моря, описанных в работах (Jönsson et al., 2008; Wübber and Krauss, 1979; Zakharchuk et al., 2021). Так, Вабер и Краус по результатам численных экспериментов с моделью мелкой воды выделили собственные баротропные колебания с периодами 31, 26, 22, 20, 17 и 13 ч (Wübber and Krauss, 1979). Моделирование собственных колебаний с помощью трехмерной баротропной модели позволило выделить дополнительно, кроме перечисленных выше, колебания с периодами 41, 37, 29, 21, 16 и 15 ч (Zakharchuk et al., 2021).

В синоптическом диапазоне масштабов неоднородность в пространственном изменении амплитуд «внутренних» колебаний заметно уменьшается (см. рис. 3). Здесь в диапазоне периодов от 2 до 15 суток, за исключением Арконского бассейна, вдоль всех побережий Балтики амплитуды «внутренних» колебаний имеют очень низкие значения, не превышающие 0.5–1.5 см (см. рис. 3). При понижении частоты оценки амплитуд увеличиваются до 6.5–7.5 см и становятся более однородными на всем протяжении побережий Балтийского моря.

В диапазоне сезонной изменчивости (периоды от 1 года до 3 месяцев) гидравлическое сопротивление Датских проливов оказывает незначительное влияние на распространение заданных на жидкой границе колебаний уровня внутрь Балтийского моря. Амплитуда полугодовой гармоники уменьшается на 6% до 9.4 см и остается неизменной во всех прибрежных зонах Балтики. У годовой гармоники амплитуда меняется от 8.2–8.4 см на выходе из Датских проливов до минимального значения 7.8 см в Невской губе Финского залива. Значения амплитуд третьгодовой гармоники везде составляют 8.2 см, а у четвертьгодовой они немного меньше — 7.7–7.8 см.

Для того чтобы ответить на вопрос: почему амплитуды «внутренних» годовых колебаний в Балтийском море меньше, чем у полугодовых, был проведен еще один численный эксперимент. На жидкой границе задавалась только одна годовая гармоника с амплитудой 10 см. На рис. 4 приведены амплитудные спектры Фурье, полученные в рамках этого численного эксперимента. Хорошо видно, что на выходе из Датских проливов амплитуда годовой гармоники уменьшается, и в более высокочастотной области формируются обертоны годового хода уровня (рис. 4, б, в, г.).





Выявленные особенности пространственной изменчивости амплитуд «внутренних» колебаний уровня в диапазоне сезонной изменчивости в первом численном эксперименте связаны с тем, что из-за нелинейных взаимодействий, которые могут быть вызваны работой адвективных ускорений и придонным трением, происходит передача энергии от годовых колебаний в более высокочастотную область спектра, где генерируются обертоны годового хода уровня моря, из которых наибольшую амплитуду имеет полугодовой обертон, его величина максимальна на востоке Финского залива. В результате амплитуда годовой гармоники уменьшается, а амплитуда «внутреннего» полугодового колебания увеличивается за счет влияния обертона.

Согласно теоретическим представлениям, в морских бассейнах релаксация водных масс к условиям равновесия после прекращения действия возмущающих сил происходит в виде длинных волн двух классов: гравитационных и градиентно-вихревых (LeBlond and Mysal, 1978; Педлоски, 1984; Тареев, 1971). В ограниченных морских бассейнах большое влияние на динамику длинных волн оказывают эффекты отражения, проявляющиеся в формировании стоячих мод гравитационных волн и мод градиентно-вихревых волн, свойственных замкнутым бассейнам (LeBlond and Mysal, 1978; Некрасов, 1975; Педлоски, 1984).

Теоретические исследования длинных гравитационных волн в полуограниченных и замкнутых бассейнах свидетельствуют, что на частотах  $\omega$ , где вращение Земли не ощущается, то есть  $\omega >> f(f -$ параметр Кориоллиса), формируются сейши — свободные затухающие стоячие гравитационные волны, генерирующиеся на частотах собственных колебаний бассейна<sup>2</sup> (Лабзовский, 1971). Самый простой вид сейш когда уровень воды поднимается у одного края бассейна, в то же время опускаясь у другого его края, а посередине бассейна наблюдается узловая линия, вдоль которой колебания уровня отсутствуют, и частицы воды движутся только горизонтально. Этот вид сейш называют одноузловыми. Двухузловой называют сейшу, имеющую две узловые линии. Сейши бывают и многоузловые — три, четыре и более узлов. Специфической особенностью сейш является одновременность фазы колебания во всех точках бассейна с резким ее изменением на 180° в узловой зоне. Результаты численного моделирования показывают, что в Балтийском море при отсутствии вращения Земли для сейши с периодами 40.6 ч единственная узловая линия располагается на самом севере открытой Балтики (Wübber and Krauss, 1979).

На частотах, близких к инерционной частоте или существенно ниже ее, где велико влияние вращения Земли, в стоячей гравитационной волне происходит ослабление развития фиксированных узловых линий и стягивание их в узловые точки (амфидромические центры), вокруг которых возмущения уровня моря начинают вращаться против часовой стрелки в виде волны Кельвина в Северном полушарии и по часовой стрелке — в Южном (Wilson, 1972). Такие колебательные движения имеют признаки как стоячих, так и прогрессивных волн. Признак стоячих волн наличие выраженной узловой области в виде амфидромии, в центре которой колебания уровня отсутствуют, и пучностей, где колебания уровня максимальны. Признак прогрессивных волн — квазимонотонное изменение фазы волны в пространстве, вокруг амфидромического центра. В некоторых работах такие волны на-

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> ГОСТ 18451-73. Океанология. Термины и определения (1973). Государственный комитет стандартов Совета Министров СССР.

зывают смешанными или прогрессивно-стоячими (Zakharchuk et al., 2021; Крылов, 1946; Некрасов, 1975; Тимонов, 1959).

В реальных природных условиях ограниченных морских бассейнов из-за сложности очертаний берегов и рельефа дна под влиянием вращения Земли стоячие гравитационные волны модифицируются в многоузловые прогрессивно-стоячие волны Кельвина (Pugh, 1987; Taylor, 1922; Zakharchuk et al., 2021; Некрасов, 1975).

Именно такие особенности колебательных движений мы наблюдаем на рис. 5, а, б, в, где показаны амплитудно-фазовые характеристики «внутренних» баротропных колебаний в мезомасштабном диапазоне частот. Отклик уровенной поверхности Балтийского моря на воздействие «внешних» колебаний с периодами 12, 24 и 26 ч проявляется в виде генерации прогрессивно-стоячих волн (Zakharchuk et al., 2021; Крылов, 1946; Некрасов, 1975; Тимонов, 1959) с выраженными амфидромическими системами и пучностями, вращающимися против часовой стрелки вокруг амфидромических центров в виде волн Кельвина (рис. 5 а, б, в). Для колебаний с периодом 12 ч отмечается восемь амфидромий, и практически на всей акватории Балтики их амплитуды не превышают 0.4 см, только на самом востоке Финского залива, а также на юго-западе открытой Балтики замечены пучности, в которых амплитуда повышается до 0.8 см на востоке Финского залива и до 3.5 см на юго-западе моря (рис. 5, а).

Для колебаний с периодом 24 ч наблюдаются две амфидромические системы: одна — на севере Ботнического залива, вторая — на самом севере открытой Балтики, а также пучности в Финском и Рижском заливах и на юго-западе моря (рис. 5, 6). Период 26 ч соответствует периоду доминирующих по амплитуде собственных баротропных колебаний Балтийского моря (Jönsson et al., 2008; Wübber and Krauss, 1979; Zakharchuk et al., 2021). По этой причине происходит резонанс между «внешними» колебаниями с периодом 26 ч и собственными колебаниями Балтики, в результате которого внутри моря генерируется двухузловая прогрессивно-стоячая волна Кельвина (рис. 5, в), имеющая наибольшую амплитуду (5-6 см) по сравнению с «внутренними» колебаниями других частот мезомасштабного диапазона (см. рис. 3). Одна из амфидромий у этих колебаний располагается на севере Ботнического залива, другая — на северо-западе открытой Балтики (рис. 5, в). Основные пучности отмечаются в Финском заливе и на юго-западе моря, а менее выраженные — в Рижском заливе и на севере Ботнического залива (рис. 5, в). Эти результаты свидетельствуют, что «внешние» колебания с периодами собственных колебаний Балтийского моря могут вносить определенный вклад в формирование опасных подъемов уровня в Балтике. Например, хорошо известно, что длинные волны, которые генерируются во время штормовых нагонов и вызывают наводнения на востоке Финского залива, имеют периоды, близкие к периодам собственных колебаний Балтики (Захарчук et al., 2020; Куликов и Медведев, 2013), и в ряде работ показано, что одним из механизмов опасных подъемов уровня в Невской губе может быть резонанс между анемобарическими силами в движущемся над морем глубоком циклоне и собственными колебаниями Балтики (Захарчук и др., 2017; Захарчук и Тихонова, 2011; Куликов и Медведев, 2013). Мареографные измерения уровня на границе Северного и Балтийского морей в пункте Скаген (см. рис. 1) свидетельствуют о том, что в осенне-зимний период здесь отмечаются довольно интенсивные



Рис. 5. Амплитудно-фазовые характеристики «внутренних» баротропных колебаний уровня моря с периодами 12.4, 24 и 26 ч (а–в), 4, 7 и 25 суток (г–е) и 91, 181 и 365 суток (ж–и)

неприливные мезомасштабные колебания, которые приводят к подъемам уровня в данном районе около одного метра (рис. 6). Вейвлет-анализ таких колебаний показывает (рис. 6, б, г), что их периоды близки к периоду 26–27 ч, который имеют доминирующие по амплитуде в Балтийском море собственные баротропные колебания (Jönsson et al., 2008; Wübber and Krauss, 1979; Zakharchuk et al., 2021). Этот результат свидетельствует о возможности резонанса между «внешними» и собственными колебаниями Балтийского моря. Возможен, по-видимому, и двойной резонанс генерации волн невских наводнений, когда периоды изменчивости анемобарических сил в проходящем над Балтикой глубоком циклоне и «внешних» колебаний совпадают с собственными баротропными колебаниями Балтийского моря.



Вестник СПбГУ. Науки о Земле. 2023. Т. 68. Вып. 3





Средняя глубина Балтийского моря равна 54 м, средние глубины его основных заливов меняются от 15 до 77 м, а максимальная глубина достигает 458 м (Leppäranta and Myrberg, 2009). Теоретические фазовые скорости гравитационных волн, соответствующие таким глубинам и оцененные по известной формуле  $C_g = (gH)^{1/2}$  (где g — ускорение свободного падения; H — средняя глубина Балтийского моря), равны 12–67 м/с. Оценки фазовой скорости поступательной компоненты волнового движения у «внутренних» колебаний с периодом 12.4 ч, рассчитанные на основе результатов численного моделирования по формулам (3)–(4), варьируют от 12 до 42 м/с (рис. 7, а), то есть входят в диапазон теоретических фазовых скоростей гравитационных волн. Фазовые скорости колебаний о пи равны 6–19 м/с (рис. 7, в). Такие оценки также частично пересекают диапазон теоретических фазовых скоростей гравитационных волн.

В синоптическом диапазоне частот амплитудно-фазовая картина «внутренних» колебаний значительно меняется. Результаты, представленные на рис. 5, г-е, демонстрируют, что у колебаний с периодами 4, 7 и 25 суток отсутствуют амфидромические системы, но сохраняется неоднородность пространственного распределения оценок фаз: в южной части моря отмечается сгущение изофаз, а севернее их разрежение (см. рис. 5, г-е). Эта особенность также является признаком прогрессивно-стоячих волн (Некрасов, 1975). Гидравлическое сопротивление Датских проливов оказывает значительное влияние на распространение заданных на границе колебаний с периодами 4 и 7 суток: их амплитуды за проливной зоной уменьшаются приблизительно на порядок до значений 0.3–1.4 см (рис. 5, г, д). Оценки амплитуд у колебаний с периодом 25 суток остаются однородными на всей акватории Балтики за проливной зоной и имеют значения около 3–3.5 см.

В ограниченных бассейнах на частотах  $\omega < f$ , кроме низкочастотных волн Кельвина, могут генерироваться захваченные градиентно-вихревые волны, подобные топографическим волнам Россби (Ефимов и др., 1985). Это преимущественно горизонтально-поперечные волновые движения, которые генерируются только на частотах, лежащих всегда ниже инерционной частоты. В ряде работ возмущения синоптического масштаба в полях течений и уровня Балтийского моря идентифицировались как топографические волны (Raudsepp et al., 2003; Айтсам и Талпсепп, 1982; Захарчук, 2007; Захарчук и др., 2004, 2006; Талпсепп, 1983). Топографические волны всегда распространяются вдоль изобат, оставляя зону подъема дна справа в Северном полушарии и слева — в Южном (Ефимов и др., 1985). Результаты на рис. 7, г-е свидетельствуют, что в синоптическом диапазоне «внутренние» колебания уровня моря с периодами 4 суток распространяются с фазовыми скоростями 1.6–5.5 м/с, 7 суток — 0.9–3.0 м/с, 25 суток — 0.2–0.8 м/с. Эти значения значительно меньше теоретических оценок фазовых скоростей баротропных гравитационных волн для условий Балтийского моря, которые мы получили выше. Можно предположить, что в синоптическом диапазоне частот «внутренние» баротропные волновые движения в поле уровня Балтийского моря могут быть связаны с топографическими волнами.

У «внутренних» баротропных колебаний с периодами 1, 0.5 и 0.25 года не отмечается пространственного изменения фазы, что свидетельствует о синхронности изменений уровня в Каттегате и других районах Балтийского моря.





#### 4. Выводы

Результаты численных экспериментов с трехмерной баротропной гидродинамической моделью позволяют сделать следующие основные выводы:

1. В диапазоне периодов от 3 ч до 10 суток, за исключением частот собственных баротропных колебаний Балтийского моря (периоды 15–35 ч), гидравлическое сопротивление Датских проливов оказывает значительное влияние на фильтрацию индуцированных на жидкой границе колебаний уровня моря, приводя к снижению их амплитуды за проливами приблизительно в 10 и более раз. В диапазоне периодов 15–35 ч из-за резонанса с собственными баротропными колебаниями Балтийского моря происходит усиление заданных на границе флуктуаций уровня моря, и их максимальные амплитуды достигают значений 5–6 см.

2. В мезомасштабном диапазоне частот баротропный отклик уровенной поверхности Балтийского моря на воздействие заданных на жидкой границе колебаний проявляется в генерации прогрессивно-стоячих волн с выраженными амфидромическими системами и пучностями, вращающимися против часовой стрелки вокруг амфидромических центров в виде волн Кельвина. Оценки фазовой скорости поступательной компоненты волнового движения у этих колебаний согласуются с теоретическими значениями фазовых скоростей гравитационных волн.

3. В синоптическом диапазоне частот у колебаний с периодами более 10 суток с увеличением периодов ослабляется фильтрующее влияние Датских проливов и на периодах около 60 суток их амплитуды понижаются только на 50%. В пространственной структуре этих колебаний отсутствуют амфидромические системы, но сохраняется неоднородность пространственного распределения оценок фаз. Значения фазовых скоростей распространения колебаний синоптического масштаба внутри моря значительно меньше теоретических оценок фазовых скоростей баротропных гравитационных волн для условий Балтийского моря. Можно предположить, что в синоптическом диапазоне частот баротропные волновые движения в поле уровня Балтийского моря могут быть связаны с топографическими волнами.

4. Наименьшее фильтрующее воздействие Датские проливы оказывают на заданные на границе колебания в диапазоне сезонной изменчивости (3–12 месяцев): их амплитуды на выходе из Датских проливов уменьшаются на 6–22 %. У этих колебаний не отмечается пространственного изменения фазы. Наибольшая амплитуда в Балтийском море наблюдается у полугодовых «внутренних» колебаний. Эта особенность связана с влиянием полугодового обертона у годового колебания, который генерируется за счет нелинейных эффектов и усиливает полугодовое колебание уровня моря.

#### Литература

- Айтсам, А.М. и Талпсепп, Л.А. (1982). Об одной интерпретации синоптических явлений в Балтийском море. Океанология, 22, 357–362.
- Дианский, Н. А. (2013). Моделирование циркуляции океана и исследование его реакции на короткопериодные и долгопериодные атмосферные воздействия. М.: Физматлит.

Добровольский, А.Д. и Залогин, Б.С. (1982). Моря СССР. М.: Изд-во Московского ун-та.

Ефимов, В.В., Куликов, Е.А., Рабинович, А.В., Файн, И.В. (1985). Волны в пограничных областях океана. Л.: Гидрометеоиздат.

- Захарчук, Е. А., ред. (2007). Динамика вод Балтийского моря в синоптическом диапазоне пространственно-временных масштабов. СПб.: Гидрометеоиздат.
- Захарчук, Е. А., Клеванцов, Ю. П., Тихонова, Н. А. (2006). Пространственно-временная структура и идентификация синоптических возмущений уровня Балтийского моря по данным спутниковых альтиметрических измерений. *Метеорология и Гидрология*, 5, 69–77.
- Захарчук, Е.А. и Сухачев, В.Н. (2018). Использование спутниковой альтиметрической информации для оценки особенностей генерации возмущений уровня синоптического масштаба под действием касательного трения ветра в системе Балтийского и Северного морей. Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса, 15 (7), 163–174.
- Захарчук, Е.А., Сухачев, В.Н., Тихонова, Н.А. (2017). Механизмы опасных подъемов уровня моря в Финском заливе. СПб.: Петербург — XXI век.
- Захарчук, Е. А., Сухачев, В. Н., Тихонова, Н. А. (2020). О пространственной структуре и распространении волн невских наводнений. *Метеорология и гидрология*, 4, 42–53.
- Захарчук, Е.А. и Тихонова, Н.А. (2011). О пространственно-временной структуре и механизмах формирования невских наводнений. *Метеорология и гидрология*, 8, 54–64.
- Захарчук, Е. А., Тихонова, Н. А., Фукс, В. Р. (2004). Свободные низкочастотные волны в Балтийском море. *Метеорология и гидрология*, 8.
- Каменкович, В. М., Кошляков, М. Н., Монин, А. С. (1987). *Синоптические вихри в океане*. Л.: Гидрометеоиздат.
- Крылов, Ю.М. (1946). Орбиты водных частиц в прогрессивно-стоячей волне на примере Белого моря. Метеорология и гидрология, 2, 69–74.
- Куликов, Е.А. и Медведев, И.П. (2013). Изменчивость уровня Балтийского моря и наводнения в Финском заливе. *Океанология*, 53 (2), 161–174.
- Куликов, Е. А., Медведев, И. П., Колтерманн, К. П. (2015а). Роль баротропного водообмена в формировании спектра колебаний уровня Балтийского моря. *Океанология*, 55 (1), 5–15.
- Куликов, Е. А., Файн, И. В., Медведев, И. П. (20156). Численное моделирование анемобарических колебаний уровня Балтийского моря. *Метеорология и гидрология*, 2, 41–52.
- Лабзовский, Н.А. (1971). Непериодические колебания уровня моря. Л.: Гидрометеоиздат.
- Лебедев, В. И. (1964). Разностные аналоги ортогональных разложений, основных дифференциальных операторов и некоторых краевых задач математической физики. *Журнал вычислительной математики и математической физики*, 4 (3), 449–465.
- Марчук, Г.И. (2009). Методы вычислительной математики. СПб.: Лань.
- Некрасов, А.В. (1975). Приливные волны в окраинных морях. Л.: Гидрометеоиздат.
- Педлоски, Дж. (1984). Геофизическая гидродинамика: пер. с англ. М.: Мир.
- Смоленцев, Н.К. (2008). Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в matlab. М.: ДМК Пресс.
- Талпсепп, Л. А. (1983). О захваченных топографических волнах в Балтийском море. *Океанология*, 23, 928–931.
- Тареев, Б. А. (1971). Градиентно-вихревые волны на материковом склоне океана. Известия Академии наук СССР. Физика атмосферы и океана, 7(4), 431–436.
- Тимонов, В.В. (1959). О кинематическом анализе приливов. Труды ГОИН, 37, 181-204.
- Blumberg, A. F. and Mellor, G. L. (1987). A description of a three-dimensional coastal ocean circulation model. In: N. S. Heaps, ed., *Coastal and Estuarine Sciences*, book 4. American Geophysical Union, 1–6.
- Brydon, D., Sun, S., Bleck, R. (1999). A new approximation of the equation of state for seawater, suitable for numerical ocean models. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 104 (C1), 1537–1540. https://doi. org/10.1029/1998jc900059
- Carlsson, M. (1997). Sea level and salinity variations in the Baltic Sea an oceanographic study using historical data. Göteborg University.
- Gräwe, U., Friedland, R., Burchard, H. (2013). The future of the western Baltic Sea: Two possible scenarios. *Ocean Dynamics*, 63 (8), 901–921. https://doi.org/10.1007/s10236-013-0634-0
- Griffies, S. M. (2005). Ch. 2. Some ocean model fundamentals. *Ocean Weather Forecasting: An Integrated View of Oceanography*. Springer.
- Jönsson, B., Döös, K., Nycander, J., Lundberg, P. (2008). Standing waves in the Gulf of Finland and their relationship to the basin-wide Baltic seiches. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 113 (3). https:// doi.org/10.1029/2006JC003862
- LeBlond, P. H. and Mysal, L. A. (1978). Waves in the Ocean. Elsevier.

- Leppäranta, M. and Myrberg, K. (2009). *Physical Oceanography of the Baltic Sea*. Springer. https://doi. org/10.1007/978-3-540-79703-6
- Madsen, K. S. and Højerslev, N. K. (2009). Long-term temperature and salinity records from the Baltic Sea transition zone. *Boreal Environment Research*, 14 (1), 125–131.
- Matthäus, W. (2006). The history of investigation of salt water inflows into the Baltic Sea from the early beginning to recent results. In: *Meereswissenschaftliche Berichte Marine Science Reports*, 65. Germany, Rostock: Leibniz Institute for Baltic Sea Research Warnemünde.
- Mesinger, F. and Arakawa, A. (1976). Numerical methods used in atmospheric models. Vol. 1. *Global Atmospheric Research Program World Meteorological Organization*, 1 (17).
- Omstedt, A. (1987). Water cooling in the entrance of the Baltic Sea. *Tellus A*, 39 A (3). https://doi. org/10.1111/j.1600-0870.1987.tb00306.x
- Pacanowski, R. C. and Philander, S. G. H. (1981). Parametrization of vertical mixing in numerical models of the tropical ocean. *J. Phys. Oceanogr.*, 11, 1443–1451.
- Pugh, D. (1987). Tides, Surges and Mean Sea Level: A Handbook for Engineers and Scientists. John Wiley & Sons.
- Raudsepp, U., Beletsky, D., Schwab, D. J. (2003). Basin-scale topographic waves in the Gulf of Riga. *Journal of Physical Oceanography*, 33 (5). https://doi.org/10.1175/1520-0485(2003)033<1129:BTWITG>2.0. CO;2
- Samuelsson, M. and Stigebrandt, A. (1996). Main characteristics of the long-term sea level variability in the Baltic sea. *Tellus, Series A: Dynamic Meteorology and Oceanography*, 48(5). https://doi.org/10.3402/ tellusa.v48i5.12165
- Stigebrandt, A. (1980). Barotropic and Baroclinic Response of a Semi-Enclosed Basin to Barotropic Forcing from the Sea. In: H. Freeland, D. Farmer, C. Levings, eds, *Fjord Oceanography. NATO Conference Series* (*IV Marine Sciences*), 4. 141–164. https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-1-4613-3105-6\_5
- Stigebrandt, A. (1983). A Model for the Exchange of Water and Salt Between the Baltic and the Skagerrak. *Journal of Physical Oceanography*, 13(3), 411–427. https://doi.org/10.1175/1520-0485(1983)013<0411 :amfteo>2.0.co;2
- Taylor, G. I. (1922). Tidal oscillations in gulfs and rectangular basins. In: *Proceedings of the London Mathematical Society*, s2-20 (1). https://doi.org/10.1112/plms/s2-20.1.148
- Wilson, B. W. (1972). Seiches. Adv. Hydrosci, 1, 1-89.
- Wübber, Ch., and Krauss, W. (1979). The two-dimensional seiches of the Baltic Sea. Oceanologica Acta, 2 (4), 435–446.
- Zakharchuk, E. A., Tikhonova, N., Zakharova, E., Kouraev, A. V. (2021). Spatiotemporal structure of Baltic free sea level oscillations in barotropic and baroclinic conditions from hydrodynamic modelling. *Ocean Science*, 17 (2), 543–559. https://doi.org/10.5194/os-17-543-2021
- Zalesny, V. B., Marchuk, G. I., Agoshkov, V. I., Bagno, A. V., Gusev, A. V., Diansky, N. A., Moshonkin, S. N., Tamsalu, R., Volodin, E. M. (2010). Numerical simulation of large-scale ocean circulation based on the multicomponent splitting method. *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*, 25 (6), 581–609. https://doi.org/10.1515/RJNAMM.2010.036

Статья поступила в редакцию 12 января 2023 г. Статья рекомендована к печати 11 августа 2023 г.

Контактная информация:

Захарчук Евгений Александрович — eazakharchuk@yandex.ru Сухачев Владимир Николаевич — syhachev@mail.ru Тихонова Наталья Александровна — nata-tik@yandex.ru

# Barotropic response of the Baltic Sea dynamic system to sea level fluctuations in the Kattegat strait\*

E. A. Zakharchuk<sup>1,2</sup>, V. N. Sukhachev<sup>1,3</sup>, N. A. Tikhonova<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup> St. Petersburg State University,

7-9, Universitetskaya nab., St. Petersburg 199034, Russian Federation

 <sup>2</sup> Murmansk Marine Biological Institute of the Kola Science Center of the Russian Academy of Sciences,
 17, ul. Vladimirskaya, Murmansk, 183010, Russian Federation

<sup>3</sup> N.N.Zubov's State Oceanographic Institute,

6, Kropotkinskiy per., Moscow, 119034, Russian Federation

For citation: Zakharchuk, E. A., Sukhachev, V. N., Tikhonova, N. A. (2023). Barotropic response of the Baltic Sea dynamic system to sea level fluctuations in the Kattegat strait. *Vestnik of Saint Petersburg University. Earth Sciences*, 68 (3), 528–552. https://doi.org/10.21638/spbu07.2023.306 (In Russian)

With the help of numerical experiments with a three-dimensional barotropic hydrodynamic model, the response of the level surface of the Baltic Sea to different-scale level disturbances propagating into the Baltic through the Danish straits from the North Sea is studied. For this, 53 harmonic oscillations with amplitudes of 10 cm and periods from 3 hours to 1 year, which in the article are called "external", in contrast to the perturbations of the level inside the sea induced by them. The same amplitudes for all initial oscillations were set so that when analyzing the results, quantitative differences in the amplitude spectra of "external" and "internal" oscillations were clearly visible. It is shown that, with the exception of the frequency range of natural barotropic oscillations of the Baltic Sea, in the Danish Straits there is an almost complete filtration of oscillations specified at the boundary of the region with periods from 3 hours to 10 days. In the range of periods from 15 to 35 hours, there is an increase in "internal" oscillations due to the resonance of the initial oscillations with the natural oscillations of the Baltic. In the mesoscale frequency range (periods from hours to several days), the response of the level surface of the Baltic Sea to the impact of "external" oscillations is manifested in the generation of progressive-standing Kelvin waves with pronounced amphidromic systems and antinodes. For oscillations with periods of more than 10 days, with a decrease in frequency, the filtering effect of the Danish Straits is weakened and for periods of about 60 days, their amplitudes decrease by only 50%. In the range of seasonal variability, hydraulic resistance in the Danish Straits has the least effect on the propagation of "external" sea level fluctuations, reducing their amplitudes by only 6–22%. The highest amplitude is observed in semi-annual oscillations, which are amplified due to the influence of the semi-annual overtone in the annual oscillation generated by nonlinear effects.

*Keywords:* Numerical hydrodynamic modeling, Baltic Sea, barotropic sea level fluctuations, Fourier analysis, natural oscillations, amphidromic systems, progressive standing waves, annual oscillation, semi-annual overtone.

#### References

Aitsam, A.M. and Talpsepp, L.A. (1982). On an interpretation of synoptic phenomena in the Baltic Sea. *Oceanology*, 22, 357–362. (In Russian)

Blumberg, A.F. and Mellor, G.L. (1987). A description of a three-dimensional coastal ocean circulation model. In: N.S. Heaps, ed., *Coastal and Estuarine Sciences*, book 4. American Geophysical Union, 1–6.

<sup>\*</sup> Acknowledgments. The study was effectuated thanks to the Russian Science Foundation 22-27-00209 Grant "Spatial structure and mechanisms of interannual variability of seasonal fluctuations in the Baltic Sea level".

- Brydon, D., Sun, S., Bleck, R. (1999). A new approximation of the equation of state for seawater, suitable for numerical ocean models. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 104 (C1), 1537–1540. https://doi. org/10.1029/1998jc900059
- Carlsson, M. (1997). Sea level and salinity variations in the Baltic Sea an oceanographic study using historical data. Göteborg University.
- Diansky, N. A. (2013). Modeling of ocean circulation and study of its response to short-period and long-period atmospheric forcings. Moscow: Fizmatlit Publ. (In Russian)
- Dobrovolsky, A. D. and Zalogin, B. S. (1982). Seas of the USSR. Moscow University Publ. (In Russian)
- Efimov, V. V., Kulikov, E. A., Rabinovich, A. V., Fain, I. V. (1985). *Waves in the border areas of the ocean*. Leningrad: Gidrometeoizdat Publ. (In Russian)
- Gräwe, U., Friedland, R., Burchard, H. (2013). The future of the western Baltic Sea: Two possible scenarios. *Ocean Dynamics*, 63 (8), 901–921. https://doi.org/10.1007/s10236-013-0634-0
- Griffies, S. M. (2005). Ch. 2. Some ocean model fundamentals. Ocean Weather Forecasting: An Integrated View of Oceanography. Springer.
- Jönsson, B., Döös, K., Nycander, J., Lundberg, P. (2008). Standing waves in the Gulf of Finland and their relationship to the basin-wide Baltic seiches. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 113 (3). https:// doi.org/10.1029/2006JC003862
- Kamenkovich, V. M., Koshlyakov, M. N., Monin, A. S. (1987). *Synoptic vortices in the ocean*. Leningrad: Gidrometeoizdat Publ. (In Russian)
- Krylov, Y. M. (1946). Orbits of water particles in a progressive-standing wave on the example of the White Sea. *Meteorology and Hydrology*, 2, 69–74. (In Russian)
- Kulikov, E. A., Fain, I. V., Medvedev, I. P. (2015). Numerical simulation of anemobaric fluctuations in the level of the Baltic Sea. *Meteorology and Hydrology*, 2, 41–52. (In Russian)
- Kulikov, E. A. and Medvedev, I. P. (2013). Variability of the Baltic Sea level and floods in the Gulf of Finland. *Oceanology*, 53 (2), 161–174. (In Russian)
- Kulikov, E. A., Medvedev, I. P., Coltermann, K. P. (2015). The role of barotropic water exchange in the formation of the spectrum of fluctuations in the level of the Baltic Sea. *Oceanology*, 55 (1), 5–15. (In Russian)
- Labzovsky, N. A. (1971). Non-periodic fluctuations in sea level. Leningrad: Gidrometeoizdat Publ. (In Russian)
- Lebedev, V. I. (1964). Difference analogues of orthogonal expansions, basic differential operators, and some boundary value problems in mathematical physics. *Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 4 (3), 449–465. (In Russian)
- LeBlond, P.H. and Mysal, L.A. (1978). Waves in the Ocean. Elsevier.
- Leppäranta, M. and Myrberg, K. (2009). Physical Oceanography of the Baltic Sea. In *Physical Oceanography* of the Baltic Sea. https://doi.org/10.1007/978-3-540-79703-6
- Madsen, K.S. and Højerslev, N.K. (2009). Long-term temperature and salinity records from the Baltic Sea transition zone. *Boreal Environment Research*, 14 (1), 125–131.
- Marchuk, G. I. (2009). Methods of computational mathematics. Fallow deer. (In Russian)
- Matthäus, W. (2006). The history of investigation of salt water inflows into the Baltic Sea from the early beginning to recent results. In: *Meereswissenschaftliche Berichte Marine Science Reports*, 65. Germany, Rostock: Leibniz Institute for Baltic Sea Research Warnemünde.
- Mesinger, F. and Arakawa, A. (1976). Numerical methods used in atmospheric models, volume 1. *Global Atmospheric Research Program World Meteorological Organization*, 1 (17).
- Nekrasov, A. V. (1975). Tidal waves in marginal seas. Leningrad: Gidrometeoizdat Publ. (In Russian)
- Omstedt, A. (1987). Water cooling in the entrance of the Baltic Sea. *Tellus A*, 39 A (3). https://doi. org/10.1111/j.1600-0870.1987.tb00306.x
- Pacanowski, R. C. and Philander, S. G. H. (1981). Parametrization of vertical mixing in numerical models of the tropical ocean. *J. Phys. Oceanogr.*, 11, 1443–1451.
- Pedloski, J. (1984). Geophysical hydrodynamics. Lane. from English World. (In Russian)
- Pugh, D. (1987). Tides, Surges and Mean Sea Level: A Handbook for Engineers and Scientists. John Wiley & Sons.
- Raudsepp, U., Beletsky, D., Schwab, D. J. (2003). Basin-scale topographic waves in the Gulf of Riga. *Journal of Physical Oceanography*, 33(5). https://doi.org/10.1175/1520-0485(2003)033<1129:BTWITG>2.0.CO;2
- Samuelsson, M. and Stigebrandt, A. (1996). Main characteristics of the long-term sea level variability in the Baltic sea. *Tellus, Series A: Dynamic Meteorology and Oceanography*, 48 (5). https://doi.org/10.3402/ tellusa.v48i5.12165

- Smolentsev, N.K. (2008). Fundamentals of wavelet theory. Wavelets in MATLAB. Moscow: DMK Publ. (In Russian)
- Stigebrandt, A. (1980). Barotropic and Baroclinic Response of a Semi-Enclosed Basin to Barotropic Forcing from the Sea. In: H. Freeland, D. Farmer, C. Levings, eds, *Fjord Oceanography. NATO Conference Series (IV Marine Sciences)*, 4. 141–164. Boston: Springer, 275 MA. https://doi.org/10.1007/978-1-4613-3105-6\_5
- Stigebrandt, A. (1983). A Model for the Exchange of Water and Salt Between the Baltic and the Skagerrak. *Journal of Physical Oceanography*, 13 (3), 411–427. https://doi.org/10.1175/1520-0485(1983)013<041 1:amfteo>2.0.co;2
- Talpsepp, L. A. (1983). On captured topographic waves in the Baltic Sea. *Oceanology*, 23, 928–931. (In Russian)
- Tareev, B.A. (1971). Gradient-vortex waves on the continental slope of the ocean. *Proceedings of the USSR Academy of Sciences. Atmospheric and Ocean Physics*, 7 (4), 431–436. (In Russian)
- Taylor, G. I. (1922). Tidal oscillations in gulfs and rectangular basins. *Proceedings of the London Mathematical Society*, s2-20 (1). https://doi.org/10.1112/plms/s2-20.1.148
- Timonov, V. V. (1959). On the kinematic analysis of tides. Proceedings of GOIN, 37, 181–204. (In Russian)

Wilson, B. W. (1972). Cuttlefish. Adv. Hydrosci, 1, 1–89.

- Wübber, Ch. and Krauss, W. (1979). The two-dimensional seiches of the Baltic Sea. *Oceanologica Acta*, 2 (4), 435–446.
- Zakharchuk, E. A., ed. (2007). *Dynamics of Baltic Sea waters in the synoptic range of space-time scales.* St. Petersburg: Gidrometeoizdat Publ. (In Russian)
- Zakharchuk, E. A., Klevantsov, Y. P., Tikhonova, N. A. (2006). Spatial-temporal structure and identification of synoptic disturbances of the Baltic Sea level from satellite altimetry measurements. *Meteorology and Hydrology*, 5, 69–77. (In Russian)
- Zakharchuk, E. A. and Sukhachev, V. N. (2018). The use of satellite altimetry information to assess the features of the generation of perturbations of the synoptic scale under the influence of tangential wind friction in the Baltic and North Sea systems. *Modern problems of remote sensing* of *the Earth from space*, 15 (7), 163–174. (In Russian)
- Zakharchuk, E. A., Sukhachev, V. N., Tikhonova, N. A. (2017). *Mechanisms of dangerous sea level rises in the Gulf of Finland*. St. Petersburg: Petersburg XXI century Publ. (In Russian)
- Zakharchuk, E. A. and Tikhonova, N. A. (2011). On the spatial-temporal structure and mechanisms of formation of the Neva floods. *Meteorology and Hydrology*, 8, 54–64. (In Russian)
- Zakharchuk, E. A., Sukhachev, V. N., Tikhonova, N. A. (2020). On the spatial structure and propagation of the waves of the Neva floods. *Meteorology and Hydrology*, 4, 42–53. (In Russian)
- Zakharchuk, E. A., Tikhonova, N. A., Fuchs, V. R. (2004). Free low-frequency waves in the Baltic Sea. *Meteorology and Hydrology*, 8. (In Russian)
- Zakharchuk, E. A., Tikhonova, N., Zakharova, E., Kouraev, A. V. (2021). Spatiotemporal structure of Baltic free sea level oscillations in barotropic and baroclinic conditions from hydrodynamic modelling. *Ocean Science*, 17 (2), 543–559. https://doi.org/10.5194/os-17-543-2021
- Zalesny, V.B., Marchuk, G. I., Agoshkov, V.I., Bagno, A. V., Gusev, A. V., Diansky, N. A., Moshonkin, S. N., Tamsalu, R., Volodin, E. M. (2010). Numerical simulation of large-scale ocean circulation based on the multicomponent splitting method. *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*, 25 (6), 581–609. https://doi.org/10.1515/RJNAMM.2010.036

Received: January 12, 2023 Accepted: August 11, 2023

Authors' information:

*Evgeniy A. Zakharchuk* — eazakharchuk@yandex.ru *Vladimir N. Sukhachev* — syhachev@mail.ru *Natalya A. Tikhonova* — nata-tik@yandex.ru