

РЕЦЕНЗИЯ
на выпускную квалификационную работу
студентки 4 курса факультета ПМ-ПУ
Чернышевой Любови Андреевны
«Матрица Ляпунова как решение уравнения Фредгольма»

Работа Л. А. Чернышевой посвящена исследованию систем дифференциальных уравнений с запаздывающими аргументами (ДУЗА) с помощью матрицы Ляпунова и одному способу построения этой матрицы. Модели, учитывающие связь между изменением состояния системы и её состояниями в некоторые моменты в прошлом, находят всё большее применение в моделирование физических, биологических, социальных и других процессов. Во многом это связано с развитием методов решения таких систем, но в свою очередь рождает интерес к разработке новых методов их изучения и решения. Одним из таких способов является построение матрицы Ляпунова.

Универсального способа конструирования матриц Ляпунова для произвольной системы ДУЗА не существует. Некоторые способы построения известны лишь для некоторых классов задач, в частности, для довольно простого случая системы с несколькими кратными запаздываниями. В рассматриваемой выпускной работе изучается система с некратными дискретными запаздываниями, для которой строится уравнение Фредгольма второго рода, решением которого является искомая матрица Ляпунова.

Работа организована следующим образом.

Во введении обосновывается интерес к поставленной задаче, представлен обзор существующих методов конструирования матриц Ляпунова для систем с дискретными запаздываниями.

В первой главе вводятся основные используемые понятия, формулируется решаемая задача, а также приводятся известные теоремы о матрице Ляпунова.

Следующие две главы, являющиеся основными в работе, посвящены построению интегрального уравнения Фредгольма второго рода, решение которого представляет собой матрицу Ляпунова системы ДУЗА, и методам решения уравнений Фредгольма.

В последней главе приводятся практические примеры уравнений, для которых известен полуаналитический метод построения матрицы Ляпунова. Для них реализованы рассмотренные ранее методы численного построения матриц Ляпунова и проводится сравнение численных решений с полуаналитическим.

Работа завершается заключением, в котором суммируются полученные результаты и делаются выводы, и списком использованной литературы.

По рецензируемой работе можно сделать несколько замечаний.

1. В Определении 4 используется обозначение I , которое не поясняется. Легко догадаться, что это — единичная матрица, но всё же, при использовании непривычного для русской традиции обозначения, следовало бы его пояснить.
2. Автор пишет, что метод последовательных приближений (МПП) «достаточно прост в практической реализации». Однако в своей основной формулировке этот метод предполагает аналитическое интегрирование. При рассмотрении практического примера видно, что матрица Ляпунова вычисляется лишь в нескольких точках, то есть, применяется численное интегрирование. Следовало бы упомянуть эти подробности реализации явно.
3. В практических примерах приводятся только исходные дифференциальные уравнения, хотя работа посвящена выводу и решению уравнений Фредгольма. Думаю, было бы правильно привести и их для каждого примера.

Кроме того, можно добавить следующее. Для второго практического примера метод последовательных приближений не сходится. Ранее рассматриваются условия сходимости, накладывающие ограничения на ядро интегрального уравнения. В данном случае, можно предположить, что некоторые замены переменных или другой способ записать эквивалентное уравнение могли бы обеспечить сходимость МПП. Это могло бы быть одним из направлений дальнейшей работы, тем более, что сравнение с полуаналитическим методом в том случае, когда МПП сходится, показывает, что он несколько лучше альтернативного численного метода.

Поднятые в замечаниях вопросы несколько не умаляют положительного впечатления от работы и не влияют на качество исследования.

Проведённое исследование свидетельствует о способностях к самостоятельной научной работе и практической реализации теоретических результатов. Считаю, что выпускная квалификационная работа Чернышевой Л. А. представляет собой полноценное исследование и заслуживает оценки «отлично», а Чернышева Л. А. — присвоения квалификации бакалавра.

Рецензент, к. ф.-м. н.,
доцент каф. ИС



Еремин А. С.