

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

И

ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ

№ 4, 2023

Электронный журнал,

рег. Эл. № ФС77-39410 от 15.04.2010

ISSN 1817-2172

<http://diffjournal.spbu.ru/>

e-mail: jodiff@mail.ru

Управление колебаниями и хаосом

Моделирование динамических систем

Прикладные задачи

Моделирование и стабилизация нерегулярного механизма ценообразования на сети локальных рынков

Алексеева Т.А.¹, Кузнецов Н.В.^{2,3}, Мокаев Т.Н.², Посудин К.М.²

¹Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Санкт-Петербург

² Санкт-Петербургский государственный университет,
Петергоф, Санкт-Петербург

³ Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург
e-mail: talekseeva@hse.ru

Аннотация. Точность предсказания ожидаемых значений экономических показателей в условиях нерегулярной динамики играет ключевую роль для определения оптимальных управленческих действий. Эта актуальная и трудная задача может эффективно решаться с помощью современных методов, основанных на искусственном интеллекте, на широкое внедрение которых в экономику нацелен федеральный проект «Искусственный интеллект». На примере модели торговли на рынке краткосрочных товаров мы демонстрируем эффективность сочетания искусственного интеллекта и классических методов математического управления для обнаружения нерегулярной динамики в механизме ценообразования и стабилизации выявленного нерегулярного режима с помощью малого управляющего воздействия.

Ключевые слова: нелинейная динамика, хаос, нестабильная периодическая орбита, модель ценообразования, отображение Эно, управление, глубокое машинное обучение, искусственный интеллект.

1 Введение

Применение математических методов и вычислительных технологий для решения экономических задач опирается на научный фундамент, в разработку которого существенный вклад внес нобелевский лауреат по экономике 1975 года Л. В. Канторович [1–4]. Он по праву считается создателем современной математической экономики и нового научного направления «экономическая кибернетика» в рамках научной школы по кибернетике на Математико-механическом факультете, где он начал свою блестящую научную карьеру, сначала как студент в 1926 г., а потом аспирант и профессор, и Экономическом факультете Ленинградского университета (в н.в. СПбГУ) [5, 6]. Л. В. Канторович одним из первых использовал теоретический и инструментальный потенциал теории математического управления, объединив строгий аналитический подход для формализации реальных экономических объектов, построения и анализа их математических моделей и вычислительные методы, которые могут быть эффективны для обработки данных, включая экономические, численного моделирования и оптимизации получаемых решений, в том числе с помощью компьютера [7–9]. Эффективные аналитико-численные методы (см., например, [10]) для анализа, прогнозирования и управления поведением динамических систем в экономике наследуют идеи этой научной школы и продолжают развиваться на новом уровне, обогатив свой инструментарий современными технологиями искусственного интеллекта¹ (ИИ).

Одним из важных направлений применения технологий ИИ является прогнозирование и управление сложной нерегулярной динамикой, которая может возникать в экономике [11–17] как неблагоприятное явление и приводить к критическому развитию ситуации, нарушать стабильное функционирование системы [18]. Выводить систему из равновесия может не только воздействие внешних случайных шоков, редкие и непредсказуемые события «черные ле-

¹В 2021 году в нашей стране в рамках национальной программы «Цифровая экономика Российской Федерации» начал реализовываться федеральный проект «Искусственный интеллект», направленный на широкое внедрение в экономику страны технологий ИИ. Существенное внимание в рамках проекта уделяется стимулированию научных разработок, связанных с ИИ, и их внедрением в приложения, подготовке кадров для этой отрасли, развитию программного обеспечения на базе технологий ИИ и увеличению количества публикаций российских специалистов в области ИИ.

беди», концепция которых была введена Насибом Талебом [19], но и эндогенные силы, которые скрыты внутри экономического механизма и способны вызывать эффект, подобный «черному лебедю» [15]. В таких случаях система может перейти к нерегулярному, в том числе хаотическому режиму. Одним из подходов к решению проблемы предотвращения нежелательных последствий хаотической динамики является поиск неустойчивых периодических решений в малой окрестности хаотического режима и их последующая стабилизация малым управлением для регуляризации динамики и подавления хаоса. Решение этой актуальной задачи сопряжено с трудностями, связанными как с процедурой обнаружения неустойчивых периодических траекторий в модели, так и оценкой объема управляющего вмешательства, позволяющего минимальными воздействиями скорректировать хаотический режим (см., например, [20]). Кроме того, следует учитывать экономические ограничения, накладываемые на переменные (например, положительность/ограниченность состояний) и выполнение этих условий для рассматриваемых множеств параметров и состояний модели. Указанные проблемы можно преодолеть с помощью применения алгоритмов, сочетающих классические методы управления и инструменты искусственного интеллекта.

В нашем исследовании мы развиваем результаты², полученные в [21, 22]. Мы рассматриваем экономику с пространственно-временным механизмом ценообразования на рынке краткосрочных товаров. Такие рынки характерны, например, для торговли рыбной и сельскохозяйственной продукцией. Детерминированный механизм формирования цен на этих рынках может характеризоваться нерегулярным поведением, включая хаотический сценарий, когда траектории динамической системы притягиваются к хаотическому аттрактору. В данной работе на примере этой модели экономики продемонстрирована эффективность сочетания подхода, основанного на применении непрерывного глубокого машинного обучения [23], классического метода управления с обратной связью и задержкой по времени, предложенного К. Пирагасом [24], и алгоритмами дифференциальной эволюции [25] для выявления неустойчивых периодических орбит, вложенных в хаотический аттрактор, и последующего подавление хаотического поведения с помощью малого управления. Это позволяет получить новые результаты, которые развивают вклад в данную тематику, сделанный в [21]: расширить область параметров с прогнозируемым нерегулярным поведением, обнаружить для ряда значений параметров неустойчивые периодические траектории периода 2 и 3, стабилизировать

²Искусственный интеллект обучили прогнозировать хаотические процессы в экономических системах (new.ras.ru)

неустойчивую периодическую орбиту периода 2. Полученные результаты могут помочь точнее предсказывать динамику цен на рынках товаров и предоставлять рекомендации для принятия управленческих решений по регулированию рынка.

2 Постановка задачи

2.1 Модель

Следуя работам [21, 22], рассмотрим экономику, состоящую из сети локальных рынков, представленных двумя типами чередующихся узлов – рынками с более высоким и более низким предпочтением в потреблении товаров. Взаимодействие локальных рынков в этой сети приводит к модели глобальной торговли, в которой стационарный чистый приток товаров на различные типы рынков имеет противоположные направления. В каждом узле j d -размерной решетки \mathbb{Z}^d задается конечно-размерная локальная динамическая система в виде отображения $f_j: M_j \rightarrow M_j$, где $M_j \in \mathbb{R}^1, \forall j \in \mathbb{Z}$, (для упрощения возьмем $d = 1$) – локальное фазовое пространство в узле j или бесконечная сеть, \mathbb{R}^1 – одномерное евклидово пространство. Динамика глобального рынка может быть описана следующей решеточной динамической системой [26]:

$$p_j^{(\tau+1)} = \left(\Phi \left(p^{(\tau)} \right) \right)_j = (1 - \alpha)p_j^{(\tau)} + \alpha f \left(p_j^{(\tau)} \right) + \zeta \left(p_{j-1}^{(\tau)} - 2p_j^{(\tau)} + p_{j+1}^{(\tau)} \right), \quad (1)$$

где Φ – эволюционный оператор, $p^{(\tau)} = \{p_j^{(\tau)}\}, \forall j \in \mathbb{Z}, \tau \in \mathbb{Z}^+, \tau$ – момент времени, $p_j^{(\tau)}$ – цена товара на рынке j , $f \left(p_j^{(\tau)} \right)$ – функция, описывающая динамику цены на локальном рынке (т.е. в узле j), $\alpha \in (0, 1]$ – среднее взвешенное $p_j^{(\tau)}$ и $f \left(p_j^{(\tau)} \right)$, ε – коэффициент диффузии, характеризующий меру взаимодействия соседних узлов (локальных рынков). При условии экономического равновесия и с учетом предположений, что ожидания агентов являются наивными, функция спроса линейная, функция предложения представлена логистическим отображением, динамика локального рынка для глобального рынка (1) моделируется следующим образом:

$$f(z) = 1 - \lambda z (1 - z), \quad (2)$$

где $\lambda \in (0, 4]$ – параметр логистического отображения. Пространственно-однородное решение $p_j^{(\tau)} = p_t$ ($t \in \mathbb{Z}^+$ – время) системы (1) определяет цену товара на локальном рынке, не зависящую от пространственной координаты

j. Тогда, с учетом направления потоков товаров между узлами (локальными рынками) разных типов и динамики ценообразования (2) в них мы получаем следующую модель ценообразования:

$$p_{t+1} = \frac{1}{\gamma_2} \left(-\beta - \gamma_1 p_{t-1} + (2 + \beta(1 + \lambda)) p_t - \beta \lambda p_t^2 \right), \quad (3)$$

где γ_1, γ_2 ($1 < \gamma_1 < \gamma_2$) – коэффициенты масштабирования цены в зависимости от направления потока товара на глобальном рынке, $\beta = \frac{\alpha}{\varepsilon}$. Модель (3) линейным преобразованием $p_t \rightarrow d_1 x_t + d_2$, $p_{t-1} \rightarrow d_1 y_t + d_2$ может быть сведена к следующей двумерной динамической системе:

$$(x_t, y_t) = H_{a,b}^t(x_0, y_0) = \underbrace{H_{a,b} \circ \dots \circ H_{a,b}}_{t \text{ times}}(x_0, y_0), \quad t \in \mathbb{Z}^+, \quad (x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2, \quad (4)$$

которая порождается отображением Эно [27] $H_{a,b}(x, y) = (a + by - x^2, x)$, где $a = a(\gamma_1, \gamma_2, \beta, \lambda)$, $b = b(\gamma_1, \gamma_2) \in (-1, 0)$, $d_1 = d_1(\gamma_2, \beta, \lambda)$, $d_2 = d_2(\beta, \lambda)$ – числовые параметры. Система (4) имеет две неустойчивые стационарные точки $x_{1,2} = \frac{1}{2}(b - 1 \pm \sqrt{(b - 1)^2 + 4a})$, $y_{1,2} = \frac{1}{2}(b - 1 \pm \sqrt{(b - 1)^2 + 4a})$.

Система (4) может демонстрировать нерегулярную, в том числе хаотическую, динамику при некоторых значениях параметров, которую необходимо стабилизировать с помощью включения в модель управляющей переменной. Для этого представим систему (4) в следующем виде:

$$v_{t+1} = \varphi(v_t) + u_t, \quad t \in \mathbb{Z}_+, \quad (5)$$

где $v_t = (x_t, y_t)^T$, $v_t \in \mathcal{V} \subseteq \mathbb{R}^n$, $\varphi(v_t)$ – вектор функция, u_t – управляющее воздействие.

2.2 Методы и алгоритмы

Цель управления хаотическим режимом состоит в том, чтобы стабилизировать (4) в одной из близких к этому режиму неустойчивых периодических орбит. Важной составляющей различных методов стабилизации хаоса является локализация периодических траекторий, вложенных в хаотический аттрактор, с помощью малых возмущений системы в форме специального управления. Одним из известных методов стабилизации неустойчивых периодических траекторий является метод К. Пирагаса, основанный на введении в систему обратной связи с запаздыванием. Следуя идеям [24], u_t в (5) может рассматриваться в форме подобной управлению по Пирагасу:

$$u_t = u(v_t, v_{t-1}, \dots, v_{t-m}), \quad (6)$$

такому, что вдоль неустойчивой периодической орбиты периода m , т.е. при условии $v_t = v_{t-m}$, $m > 0$ выполняются следующее соотношение $u(v_t, v_{t-1}, \dots, v_{t-m}) = 0$. Для классического метода Пирагаса управление с запаздыванием (6) имеет следующий вид:

$$u_t = K(v_t - v_{t-m}), \quad (7)$$

где K – коэффициент усиления обратной связи, который может быть представлен числом или числовой матрицей. Для эффективной реализации этого метода требуется вычислить точное значение периода орбиты, правильно подобрать значение коэффициента обратной связи, а также указать начальные данные, из которых стабилизированная неустойчивая периодическая траектория может быть локализована. Каждая из этих задач сама по себе является нетривиальной, сопряженной с трудностями вычислительного характера и ограничениями, накладываемыми прикладным содержанием модели, описывающей поведение реальной системы. Поэтому в последнее время активно развиваются различные подходы, связанные с использованием современных технологий искусственного интеллекта, такие как методы машинного обучения и эволюционные алгоритмы. В рамках методов машинного обучения проблема стабилизации и поиска соответствующего контроллера ставится в виде задачи оптимального управления, позволяющего максимизировать некоторую величину, называемую вознаграждение, характеризующую изменение состояния динамической системы в результате воздействия на нее управляющего агента. Одним из таких методов является непрерывное глубокое машинное Q-обучение (continuous deep Q-learning), развиваемое в концепции обучения с подкреплением [28], с помощью которого можно подобрать управление для стабилизации неустойчивых периодических решений и подавить хаотический режим в модели. Являясь альтернативой чаще используемого подхода градиентной политики, метод непрерывного Q-обучения использует нормализованные функции преимущества, что приводит к более простому алгоритму, кроме того, он позволяет работать в непрерывных областях управления [23, 29]. Для выявления периодических орбит более высоких периодов и оптимизации параметров стабилизации системы также высокую эффективность демонстрирует алгоритм дифференциальной эволюции. В данной работе с помощью этих алгоритмов найдены периодические траектории различных периодов.

Далее в работе представлены результаты применения сочетания указанных выше методов для конструирования управления и стабилизации хаоса в системе (4).

3 Управление нерегулярной динамикой ценообразования

В [21] продемонстрировано решение задачи синтеза управления и стабилизации неустойчивой периодической траектории периода $m = 2$ с помощью метода непрерывного глубокого Q-обучения для системы (4). В рамках этого подхода управление u_t рассматривается как действие контроллера, подчиняющегося заданной политике управления, в процессе взаимодействия с управляемой средой, т.е. системой (5), чтобы наилучшим образом в смысле максимизации функции вознаграждения перевести систему из ее текущего состояния в следующее. Задача управления состоит в том, чтобы найти политику управления, которая каждому состоянию v_t в (5) ставит в соответствие управляющее воздействие u_t такое, что заданная цель достигается оптимальным образом, что указывает на качество политики управления. Для значений параметров $a = 1.4$, $b = 0.3$ было показано, что можно стабилизировать неустойчивую периодическую траекторию периода $m = 2$ с помощью функции управления $u_t = K(v_t - v_{t-2})$ с матрицей $K = \begin{pmatrix} -1.1 & 0 \\ -0.9 & 0.9 \end{pmatrix}$ при следующих начальных условиях $v_0 = \begin{pmatrix} -0.6 \\ 1.3 \end{pmatrix}$.

Трудности получения требуемого результата стабилизации неустойчивых периодических траекторий могут быть связаны с такими эффектами сложной динамики как мультистабильность и возможное существование скрытого аттрактора [30–35]. Для значений параметров $a = 1.49$, $b = -0.138$, приведенными в [36], из некоторой начальной точки на неустойчивом многообразии седла $O_1(x_1, y_1)$ может быть визуализирован самовозбуждающийся аттрактор относительно этой седловой точки, а самовозбуждающийся периодический аттрактор можно визуализировать из окрестности другой стационарной точки $O_2(x_2, y_2)$. Эти значения параметров ($-1 < b < 0$) представляют особый интерес, связанный с реальным экономическим воплощением в рассматриваемой экономике и описанными выше сложностями динамического поведения системы (4). Для этого случая в данной работе получена неустойчивая периодическая орбита периода 2, которую удалось стабилизировать с помощью управления вида (7) с $K = -0.02$ при следующих начальных условиях $v_0 = \begin{pmatrix} -0.2 \\ 1.7 \end{pmatrix}$ (Рис. 1). Кроме того, этот результат был расширен для случая $-1 < b < 0$. Для значений параметров $a = 1.583$, $b = -0.083$ выявлена мультиустойчивость, и показаны два сосуществующих аттрактора с их бассейнами притяжения: неустойчивая периодическая орбита периода 2, вложенная в самовозбуждающийся хаотический аттрактор, визуализированный

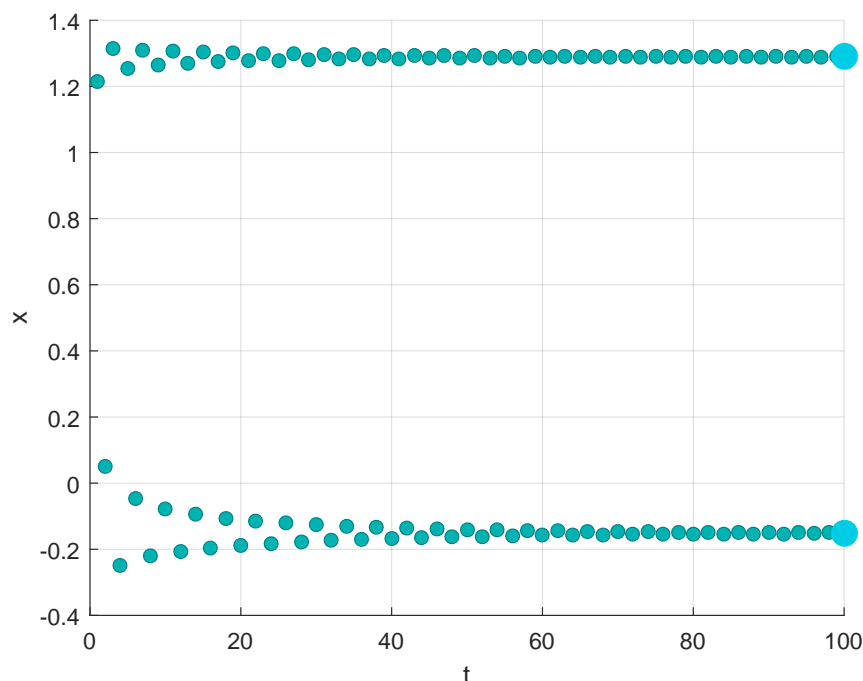


Рис. 1: Стабилизация неустойчивой периодической орбиты периода 2 для параметров $a = 1.49$, $b = -0.138$ системы (4).

из неустойчивых стационарных состояний O_1 и O_2 и самовозбуждающийся периодический аттрактор периода 6, который визуализируется из окрестности неустойчивого стационарного состояния O_2 (Рис. 2). Для хаотического аттрактора орбита стабилизирована с $K = -0.0145$ и начальными данными $v_0 = \begin{pmatrix} 1.3 \\ -0.3 \end{pmatrix}$ (Рис. 3).

Заключение

В работе на примере модели ценообразования на глобальном рынке краткосрочных товаров обсуждается эффективное применение методов математического управления и искусственного интеллекта для стабилизации нерегулярной динамики в процессе формирования цен между взаимодействующими локальными рынками. Результаты работы демонстрируют, что экономика, описываемая даже достаточно простой с точки зрения математического представления моделью, как например, отображение Эно, может обладать богатым спектром нетривиальной динамики, включая мультистабильность и хаотический режим, и оставляет обширное поле открытых задач, которые стимулируют применение все более искусных аналитических и численных приемов и инструментов, основанных на искусственном интеллекте.

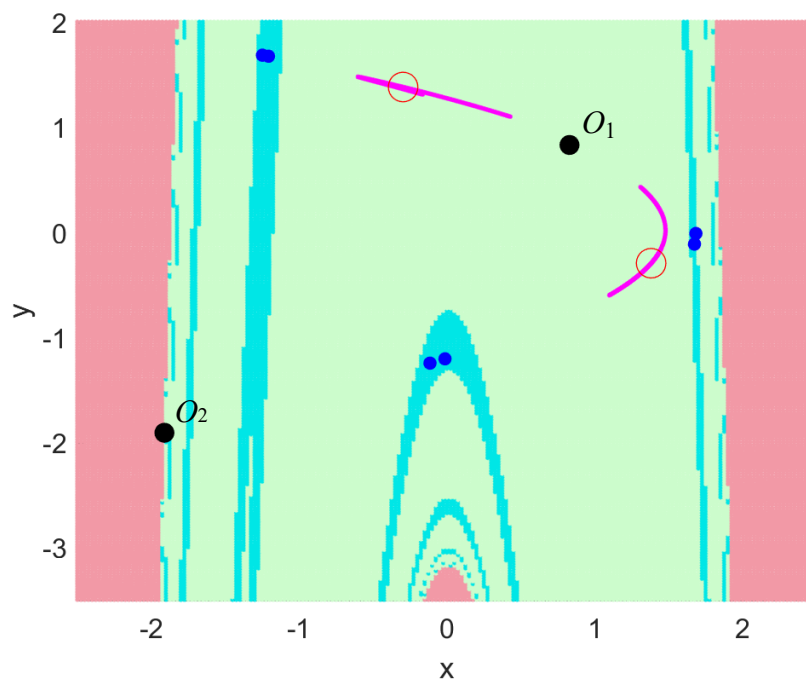


Рис. 2: Неустойчивая периодическая орбита периода 2 (красные кружки), вложенная в самовозбуждающийся хаотический аттрактор (пурпурный), относительно неустойчивых стационарных состояний $O_{1,2}$ (черные точки), и его бассейн притяжения (зеленый); самовозбуждающийся периодический аттрактор периода 6 (синие точки) относительно неустойчивого стационарного состояния O_2 и его бассейн притяжения (голубой); область фазового пространства с начальными данными, из которых траектории уходят на бесконечность, для параметров $a = 1.583$, $b = -0.083$ системы (4).

Благодарности

Работа выполнена при поддержке программы Ведущих научных школ РФ на 2022-2023 годы (НШ-4196.2022.1.1) и проекта Санкт-Петербургского государственного университета (ID 94029567).

Список литературы

- [1] Kantorovich L. Mathematics in Economics: Achievements, Difficulties, Perspectives. Nobel Lectures and 1989 Survey of Members (Dec., 1989). The American Economic Review. 1989. 79(6). 18–22.
- [2] Канторович Л. В. Математические методы организации и планирования производства. Л.: Изд-во ЛГУ, 1939. 68 с.
- [3] Канторович Л. В. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. М.: Изд-во Академии наук СССР, 1959. 344 с.

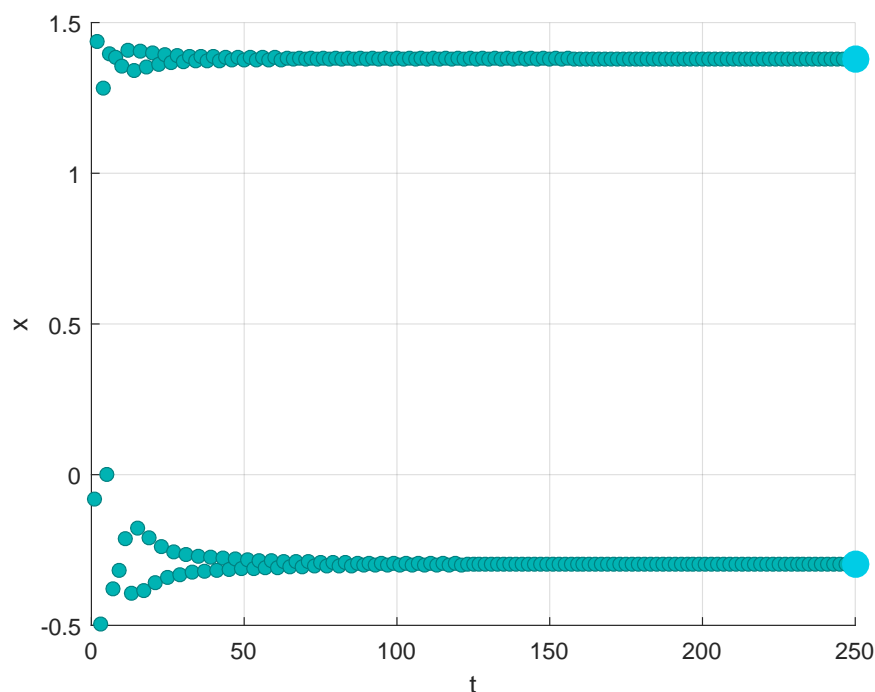


Рис. 3: Стабилизация неустойчивой периодической орбиты периода 2 для параметров $a = 1.583$, $b = -0.083$ системы (4).

- [4] Бухвалов А. В. Л. В. Канторович и экономико-математическое моделирование: синтез реальности, математики и экономики // Российский журнал менеджмента. 2012. Т. 10, № 3. С. 3–30.
- [5] Леонов Г. А., Катькало В. С., Бухвалов А. В. Леонид Витальевич Канторович: математика, менеджмент, информатика / Под ред. Леонова Г. А., Катькало В. С. СПб.: Изд-во «Высшая школа менеджмента», 2009. 575 с.
- [6] Вершик А. М., Кутателадзе С. С., Новиков С. П. Леонид Витальевич Канторович (к 100-летию со дня рождения) // Успехи математических наук. 2012. Т. 67, № 405. С. 185–191.
- [7] Канторович Л. В. О проведении численных и аналитических вычислений на машинах с программным управлением // Изв. АН Арм. ССР. 1957. Т. 10, № 2. С. 3–16.
- [8] Канторович Л. В. О некоторых новых подходах к вычислительным методам и обработке наблюдений // Сиб. матем. журн. 1962. Т. 3, № 5. С. 701–709.

- [9] Даугавет О.К., Романовский И.В. О деятельности и работах Л.В. Канторовича в области программирования // Журнал Новой экономической ассоциации. 2012. Т. 1, № 13. С. 185–190.
- [10] Kuznetsov N. Theory of hidden oscillations and stability of control systems. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2020. 59. 647–668.
- [11] Parkes D., Wellman M. Economic reasoning and artificial intelligence. *Science*. 2015. 349(6245). 267–272.
- [12] Maliar L., Maliar S., Winant P. Deep learning for solving dynamic economic models. *Journal of Monetary Economics*. 2021. 122. 76–101.
- [13] Barnett W., Bella G., Ghosh T. et al. Shilnikov chaos, low interest rates, and New Keynesian macroeconomics. *Journal of Economic Dynamics and Control*. 2022. 134. art. num. 104291.
- [14] Galizia D. Saddle Cycles: Solving Rational Expectations Models Featuring Limit Cycles (Or Chaos) Using Perturbation Methods. *Quantitative Economics*. 2021. 12(3). 869–901.
- [15] Beaudry P., Galizia D., Portier F. Putting the cycle back into business cycle analysis. *American Economic Review*. 2020. 110(1). 1–47.
- [16] Alexeeva T., Kuznetsov N., Mokaev T. Study of irregular dynamics in an economic model: attractor localization and Lyapunov exponents. *Chaos, Solitons & Fractals*. 2021. 152. art. num. 111365.
- [17] Alexeeva T., Mokaev T., Polshchikova I. Dynamics of monetary and fiscal policy in a New Keynesian model in continuous time. *Differencialnie Uravnenia i Protsesy Upravlenia/Differential Equations and Control Processes*. 2020. 4. 88–114.
- [18] Aliber R. Z., Kindleberge C. P. *Manias, Panics, and Crashes: A History of Financial Crises*. Palgrave Macmillan UK, 2015.
- [19] Taleb N. N. *The Black Swan: The Impact of the Highly Improbable (The Incerto Collection)*. Random House and Penguin, 2007.
- [20] Alexeeva T., Barnett W., Kuznetsov N., Mokaev T. Time delay control for stabilization of the Shapovalov mid-size firm model. *IFAC-PapersOnLine* 2020. 53 (2). 16971–16976.

- [21] Alexeeva T., Diep Q.-B., Kuznetsov N., Zelinka I. Forecasting and stabilizing chaotic regimes in two macroeconomic models via artificial intelligence technologies and control methods. *Chaos, Solitons & Fractals*. 2023. 170. art. num. 113377.
- [22] Алексеева Т.А., Беляев А.Ю., Кузнецов Н.В., Мокаев Т.Н. Прогнозирование и управление в модели цен на сетевых рынках: нелинейный анализ и технологии искусственного интеллекта // Математическая теория управления и ее приложения: МТУИП-2022. Материалы 15-й мультikonференции конференции по проблемам управления. СПб.: АО Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2022. С. 225–228.
- [23] Ikemoto J., Ushio T. Continuous deep Q-learning with a simulator for stabilization of uncertain discrete-time systems. *Nonlinear Theory and Its Applications*, IEICE. 2021. 12(4). 738–757.
- [24] Pyragas K. Continuous control of chaos by self-controlling feedback. *Physics letters A*. 1992. 170(6). 421–428.
- [25] Storn R., Price K. Differential evolution – a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of global optimization*. 1997. 11(4). 341–359.
- [26] Chow S.-N. Lattice Dynamical Systems. In: Macki, J.W., Zecca, P. (eds) *Dynamical Systems. Lecture Notes in Mathematics*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2003. 1822. 1–102.
- [27] Hénon M. A two-dimensional mapping with a strange attractor. *Communications in Mathematical Physics*. 1976. 50. 69–77.
- [28] Sutton R., Barto A. *Reinforcement Learning: An Introduction*. Cambridge: MIT press, 1998. 522 p.
- [29] Gu S., Lillicrap T., Sutskever I., Levine S. Continuous Deep Q-Learning with Model-Based Acceleration. *ICML'16: Proceedings of the 33rd International Conference on International Conference on Machine Learning*. 48. 2016. 2829–2838.
- [30] Dudkowski D., Jafari S., Kapitaniak T. et al. Hidden attractors in dynamical systems. *Physics Reports*. 2016. 637. 1–50.

- [31] Prasad A. Existence of Perpetual Points in Nonlinear Dynamical Systems and Its Applications. *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2015. 25(2). art. num. 153005.
- [32] Leonov G., Kuznetsov N. Hidden attractors in dynamical systems. From hidden oscillations in Hilbert-Kolmogorov, Aizerman, and Kalman problems to hidden chaotic attractors in Chua circuits. *International Journal of Bifurcation and Chaos in Applied Sciences and Engineering*. 2013. 23(1). art. num. 1330002.
- [33] Kuznetsov N., Leonov G., Mokaev T. et al. Finite-time Lyapunov dimension and hidden attractor of the Rabinovich system. *Nonlinear Dynamics*. 2018. 92(2). 267–285.
- [34] Kuznetsov N., Mokaev T., Kuznetsova O., Kudryashova E. The Lorenz system: hidden boundary of practical stability and the Lyapunov dimension. *Nonlinear Dynamics*. 2020. 102. 713–732.
- [35] Kuznetsov N., Mokaev T., Ponomarenko V. et al. Hidden attractors in Chua circuit: mathematical theory meets physical experiments. *Nonlinear Dynamics*. 2023. 111. 5859–5887.
- [36] Dudkowski D., Prasad A., Kapitaniak T. Perpetual points and periodic perpetual loci in maps. *Chaos*. 2016. 26. art. num. 103103.

Modeling and stabilization of an irregular pricing mechanism on a network of local markets

Alexeeva T.A.¹, Kuznetsov N.V.^{2,3}, Mokaev T.N.², Posudin K.M.²

¹HSE University, Saint-Petersburg

² St. Petersburg State University,
Peterhof, Saint-Petersburg

³ Institute for Problems in Mechanical Engineering RAS,
Saint-Petersburg

e-mail: talekseeva@hse.ru

Abstract. The accuracy of forecasting the expected values of economic indicators under conditions of irregular dynamics has a key role in taking optimal management decision-making. This current and complex task can be effectively solved using modern methods based on artificial intelligence, the wide introduction of which into the economy is aimed at by the Federal project “Artificial Intelligence”. We show the effectiveness of combining artificial intelligence and classical methods of mathematical control to detect irregular dynamics in the pricing mechanism and stabilize the revealed irregular mode through a small control action using a pricing model in the market of short-term goods as an example.

Keywords: nonlinear dynamics, chaos, unstable periodic orbit, pricing model, Hénon map, deep machine learning, artificial intelligence

Acknowledgements. The work is supported by the 2022-2023 program Leading Scientific Schools of the Russian Federation (project NSh-4196.2022.1.1) and St.Petersburg State University grant (Pure ID 94029567).