Санкт-Петербургский государственный университет
Прикладная математика и информатика
Исследование операций и принятие решений в задачах оптимизации, управления и экономики

Маркова Наталья Александровна

Модели инфляции

Бакалаврская работа

Научный руководитель:
к. ф.-м. н., доцент В. В. Бухвалова

Рецензент:
к. ф.-м. н., доцент Н. И. Наумова

Санкт-Петербург
2016

Saint Petersburg State University
Applied Mathematics and Computer Science
Operation Research and Decision Making in Optimisation, Control and Economics Problems

Markova Natalia Aleksandrovna

Models of inflation

Bachelor's Thesis

Scientific Supervisor:
Associate Professor V. V. Buhvalova

Reviewer:
Associate Professor N. I. Naumova

Saint Petersburg
2016

Оглавление

Введение

Слово «инфляция» у многих на слуху. Особенно в те периоды, когда на привычный набор продуктов приходится тратить всё больше и больше денег. И если за несколько месяцев стоимость стандартной для человека продуктовой корзины возрастает почти в два раза, он невольно обратит внимание на заголовки в СМИ о растущем уровне инфляции.

В 2015 – 2016 гг. в России наблюдался значительный рост цен на продуктовом рынке. Этим обусловлена актуальность изучения вопросов, возникающих при оценке инфляции.

Цели данной работы — изучение моделей инфляции и применение теории на практике, а именно оценка уровня инфляции выбранной продуктовой корзины.

Работа состоит из четырёх глав и трёх приложений.

В главе 1 рассмотрено простейшее определение понятия инфляции, и описан состав выбранной в работе продуктовой корзины.

В главе 2 приводятся три подхода к вычислению индекса цен: определены индекс Ласпейреса, индекс Пааше и индекс Фишера. Рассмотрено формульное выражение уровня инфляции через индекс цен. На основе рассмотренных моделей проведена оценка уровня инфляции выбранной продуктовой корзины за период с ноября 2014 г. по апрель 2016 г. Проанализированы достоинства и недостатки каждой из моделей.

Глава 3 посвящена идеям известного советского учёного В. В. Новожилова, изложенным в [6]. Затронуты вопросы, почему возникает инфляция и каковы её последствия.

В главе 4 рассмотрен вопрос об инвестировании в условиях инфляции. Приведена модель Фишера, связывающая номинальную и реальную процентные ставки. На реальном примере рассмотрена взаимосвязь инфляции, ключевой ставки и процентной ставки по кредиту.

Приложение А содержит информацию о собранных ценах для выбранной продуктовой корзины. Приложение Б посвящено вычислению индекса Пааше. Приложение В служит теоретическим дополнением к пункту 2.3.1.

Глава 1

Инфляция: базовый подход к определению

В этой главе рассмотрено простейшее определение понятия инфляции и приведены данные для основного числового примера, на котором в дальнейшем иллюстрируются различные подходы к оцениванию инфляции.

1.1. Определение инфляции

Приведём, как определяется инфляция в школьном учебнике [4] — важно понять, как вводится понятие в элементарных курсах, после чего его можно уточнять.

Инфляция (от латинского *inflatio* — «вздутие») — процесс повышения общего уровня цен. При этом говорят о *падении покупательной способности денег*, когда на одну и ту же сумму денег можно купить меньше товаров и услуг, чем раньше.

Приведём определение этого понятия из [2]: ***уровень инфляции*** — это уровень роста цен типичной *потребительской корзины*, который для наглядности принято выражать в процентах[1]. Пусть зафиксирован набор товаров и услуг, тогда инфляция за период времени $[t_1, t_2]$ вычисляется по формуле:

$$i(t_1, t_2) = \frac{P(t_2) - P(t_1)}{P(t_1)}, \tag{1.1}$$

где $P(t_1)$ — стоимость набора в начале периода, в момент времени t_1; $P(t_2)$ — стоимость того же набора в конце рассматриваемого периода t_2.

Определение уровня инфляции не было бы полностью корректным, если бы в нём было опущено понятие потребительской корзины.

---

[1] Процент (от лат. per cent — на сотню) — обозначение сотой части числа. Поэтому в формулах за i обозначено $i\%$, выраженное десятичной дробью. Например, условие $i = 5\%$ в формулах интерпретируется как $i = 0.05$.

Потребительская корзина — некоторый зафиксированный набор товаров и услуг с заданными объемами. Нет смысла говорить об инфляции, не определив сначала, уровень цен *чего* мы измеряем. Поэтому именно определение уровня инфляции из [2] примем за базовое в изучении процесса инфляции.

1.2. Потребительская корзина

Как было отмечено выше, чтобы рассмотреть изменение уровня цен, требуется зафиксировать некоторый набор товаров. Обратимся к официальным данным, отраженным в [3]:

> *«В 1992 году Институтом питания Академии медицинских наук совместно с Институтом социально-экономических проблем народонаселения РАН и Минтруда РФ были разработаны новые нормы потребления основных продуктов. Тогда же было принято решение каждые пять лет заново утверждать методику определения прожиточного минимума и нормы потребления.»*

Набор из 25 основных продуктов питания, на основании которого рассчитывался прожиточный минимум, был утвержден Министерством труда 10 ноября 1992 г. Этот набор представлен в таблице 1.1. Для наглядности в третьем столбце годовые нормы приведены в пересчёте на недельные.

Продукты	Годовая норма потребления, кг.	Недельная норма потребления
Хлеб ржано-пшеничный	68.7	1.32 кг.
Хлеб пшеничный	62.9	1.21 кг.
Мука пшеничная	9.5	180 г.
Рис	3.7	70 г.
Пшено	9.8	190 г.
Вермишель	5.2	100 г.
Картофель	124.2	1.92 кг.
Капуста	28.1	540 г.
Морковь	37.5	720 г.
Лук репчатый	28.4	550 г.
Яблоки	19.4	370 г.
Сахар	20.7	390 г.
Говядина	8.4	160 г.
Птица	17.5	340 г.
Колбаса варёная	0.45	10 г.
Колбаса полукопчёная	0.35	10 г.
Рыба мороженая	11.7	230 г.
Молоко	123.1	2.37 кг.
Сметана	1.6	30 г.
Масло животное	2.5	50 г.
Масло растительное	6.4	120 г.
Творог	9.9	190 г.
Сыр	2.3	50 г.
Яйца, шт.	151.4	2.91 шт.
Маргарин	3.9	80 г.

Таблица 1.1. Продуктовая корзина, разработанная Институтом питания РАМН в 1992 г.

1.3. Наполнение продуктовой корзины

Приведём данные для основного примера[2] — продуктовую корзину, которая была выбрана нами в качестве *недельной закупки* для одного человека. Анализ этой корзины будет выполняться с учетом цен в сети магазинов Prisma (Санкт-Петербург). Цены были собраны непосредственно в магазине и с помощью ежемесячных каталогов этой сети.

Зафиксируем продуктовую корзину[3] — таблица 1.2. Данные собраны за период с ноября 2014 г. по апрель 2016 г. В таблице 1.2 приведён фрагмент этих данных, в которых полностью отражен состав выбранной корзины.

На рисунке 1.1 приведено сравнение по месяцам фактической стоимости выбранной выше продуктовой корзины и стоимости той же продуктовой корзины, если бы для нее в действительности имел место уровень инфляции, объявляемый официально.

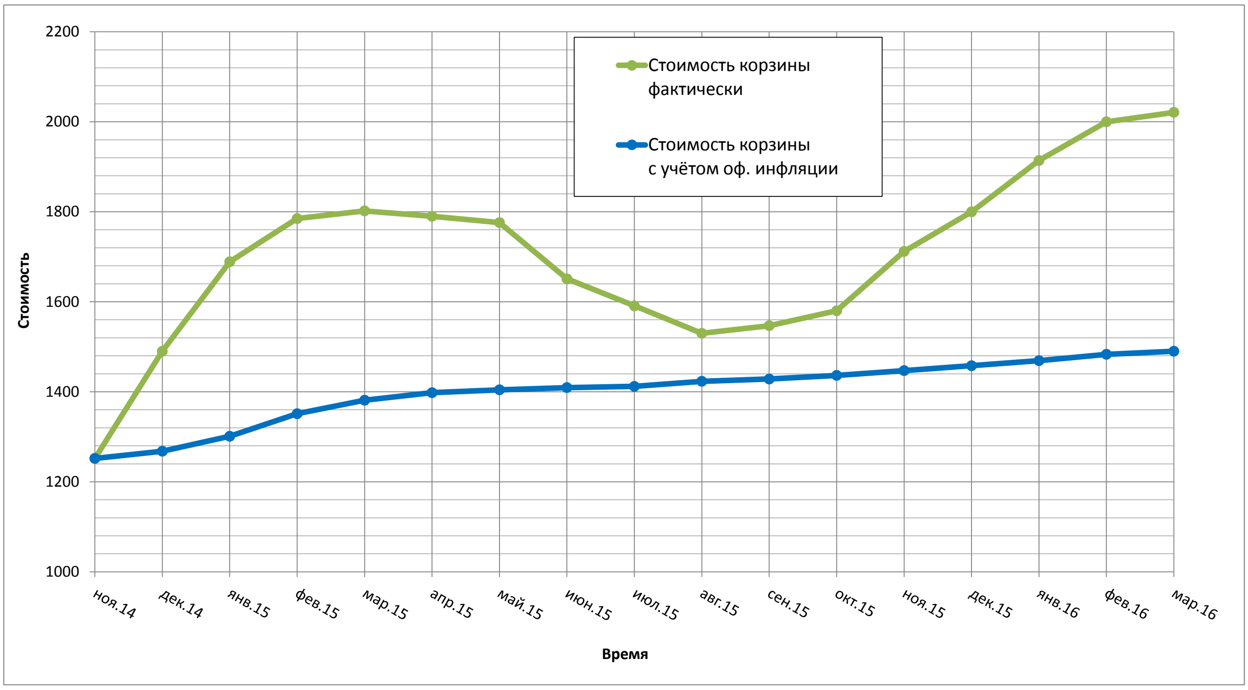


Рис. 1.1. Сравнение фактической стоимости корзины и расчётной с учётом официально объявляемой инфляции

В пунктах 2.1.1 и 2.2.1 содержатся вычисления уровня инфляции для

[2] Здесь и далее информация приводится за ноябрь 2014 г.— апрель 2016 г.

[3] Полная таблица приведена в приложении A.

выбранной продуктовой корзины и сравнение результатов с официальными данными об инфляции.

	Цена, ₽								
Наименование	ноя.14	...	янв.15	...	май.15	...	ноя.15	...	мар.16
Хлеб, 2 шт.	52		58		64		80		94
Рис, 900 г.	65		76		79		97		109
Овсяные хлопья, 500 г.	44		44		48		51		55
Макаронные изделия, 500 г.	40		46		75		78		80
Сахар, 1 кг.	31		48		57		56		56
Масло растительное, 1 л.	67		79		84		127		134
Масло сливочное, 200 г.	70		85		88		116		120
Мясо (свинина), 300 кг.	66		69		69		66		66
Птица (курица), 500 кг.	67		77		70		100		90
Молоко, 2 л.	77		94		116		112		108
Сметана, 250 г.	31		34		38		33		40
Сыр, 200 г.	100	...	114	...	114	...	120	...	123
Яйца, 10 шт.	57		62		78		75		79
Картофель, 3 кг.	90		99		117		70		134
Репчатый лук, 1 кг.	28		30		57		20		26
Капуста, 1 кг.	17		47		79		20		80
Огурцы, 1 кг.	75		174		148		133		166
Помидоры, 1 кг.	60		200		140		110		160
Яблоки, 1 кг.	43		70		81		70		90
Бананы, 1 кг.	80		86		70		74		80
Зелень, 100 г.	30		30		30		30		53
Шоколад, 90 г.	62		67		74		74		78
ИТОГО	**1252**	**...**	**1689**	**...**	**1776**	**...**	**1712**	**...**	**2021**

Таблица 1.2. Выбранная в работе продуктовая корзина

Глава 2

Модели инфляции

Базовым для данной главы является понятие индекса цен.

Индекс цен — показатель, характеризующий изменение цен во времени. Это относительная величина. Существует несколько подходов к вычислению индекса цен. В данной главе рассмотрены:

– индекс Ласпейреса[1];

– индекс Пааше[2];

– индекс Фишера[3].

В пункте 2.6 представлено формульное выражение уровня инфляции через индекс цен.

Изложение теории главы базируется на материале из [7], а приведённые примеры являются оригинальными.

2.1. Индекс Ласпейреса

Индекс Ласпейреса учитывает только изменение цен во времени, а *количество товаров остается фиксированным.*

- Фиксируется корзина, состоящая из n товаров: $\{P_j(t),\, Q_j\}_{j=1}^{n}$, где $P_j(t)$ — цена товара j в момент времени t, $Q_j := Q_j(t_1)$ — объём товара j (постоянен и всегда соответствует количествам начала периода);

---

[1] Эрнст Луи Этьен Ласпейрес (1834 – 1913) — немецкий экономист и статистик. Индекс предложен в 1864 г.

[2] Герман Пааше (1851 – 1925) — немецкий экономист, статистик и политик. Индекс предложен в 1874 г.

[3] Ирвинг Фишер (1867 – 1947) — американский экономист. Индекс предложен в 1922 г.

- Выбирается период $[t_1, t_2]$. Стоимость рыночной корзины на начало периода в момент t_1 равна:

$$\sum_{j=1}^{n} P_j(t_1) Q_j \, ;$$

- $P_j(t_2)$ — цена j-го товара в конце выбранного периода. Объем товаров остался прежним — Q_j. Стоимость рыночной корзины в конце периода равна:

$$\sum_{j=1}^{n} P_j(t_2) Q_j \, ;$$

- Формула для ***индекса Ласпейреса*** имеет вид:

$$I_L(t_1, t_2) = \frac{\sum\limits_{j=1}^{n} P_j(t_2) Q_j}{\sum\limits_{j=1}^{n} P_j(t_1) Q_j} \, . \tag{2.1}$$

Индекс Ласпейреса показывает, во сколько раз изменилась стоимость рыночной корзины за период времени $[t_1, t_2]$.

Замечание 1. Формула (2.1) определена при любых $t_1, t_2 \geqslant 0$. В частности, при $t_1 = t_2$ получаем $I_L(t_1, t_2) = 1$.

Замечание 2. Уровень инфляции $i(t_1, t_2)$, вычисляемый по формуле (1.1), и индекс Ласпейреса $I_L(t_1, t_2)$ связаны формулой:

$$i(t_1, t_2) = I_L(t_1, t_2) - 1 \, . \tag{2.2}$$

Соответственно, далее для уровня инфляции $i(t_1, t_2)$, полученного по модели Ласпейреса, будем использовать обозначение $i_L(t_1, t_2)$.

Замечание 3. Имеет место рекуррентное соотношение:

$$I_L(t_1,t_n) = I_L(t_1,t_2) \times I_L(t_2,t_3) \times \ldots \times I_L(t_{n-1},t_n)\,. \qquad (2.3)$$

Доказательство: Действительно, учитывая, что $I_L(t_1,t_1) = 1$, представим $I_L(t_1,t_n)$ в виде:

$$I_L(t_1,t_n) = \frac{I_L(t_1,t_2)}{I_L(t_1,t_1)} \times \frac{I_L(t_1,t_3)}{I_L(t_1,t_2)} \times \frac{I_L(t_1,t_4)}{I_L(t_1,t_3)} \times \ldots \times \frac{I_L(t_1,t_n)}{I_L(t_1,t_{n-1})}\,.$$

При этом

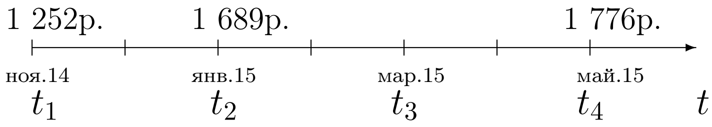
$$\frac{I_L(t_1,t_k)}{I_L(t_1,t_{k-1})} = \frac{\sum\limits_{j=1}^{n} P_j(t_k)Q_j}{\sum\limits_{j=1}^{n} P_j(t_{k-1})Q_j} = I_L(t_{k-1},t_k),\; k \in \overline{2:n}\,.$$

■

2.1.1. Индекс Ласпейреса: пример

Рассмотрим продуктовую корзину из пункта 1.3. Оценим уровень инфляции данной корзины. Сначала используем простейшее определение — формулу (1.1), после вычислим индекс Ласпейреса (2.1) (результаты должны оказаться связанными формулой (2.2)).

Далее приведены вычисления для трёх месяцев: ноябрь 2014, январь 2015, май 2015 (именно в этот период наблюдался значительный рост цен). Начальным моментом t_1 будет ноябрь 2014. Если за период взять 2 месяца, то исходную информацию можно представить следующим образом:



Воспользуемся формулой (1.1).

- ноябрь 2014 – январь 2015

$$\begin{array}{l} P(t_1) = 1\ 252 \\ P(t_2) = 1\ 689 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \frac{P(t_2) - P(t_1)}{P(t_1)} = 0.3490 = 34.9\%;$$

- январь 2015 – май 2015

$$\begin{array}{l} P(t_2) = 1\ 689 \\ P(t_4) = 1\ 776 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \frac{P(t_4) - P(t_2)}{(t_2)} = 0.0515 = 5.15\%;$$

- ноябрь 2014 – май 2015

$$\begin{array}{l} P(t_1) = 1\ 252 \\ P(t_4) = 1\ 776 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \frac{P(t_4) - P(t_1)}{(t_1)} = 0.4185 = 41.85\%.$$

Таким образом, по базовой формуле (1.1) получили:

	ноя.14-янв.15	**янв.15-май.15**	**ноя.14-май.15**
Уровень инфляции, %	34.9	5.15	41.85

Теперь те же данные оценим по формуле (2.3).

- ноябрь 2014 – январь 2015

$$I(t_1, t_2) = \frac{1689}{1252} = 1.3490;$$

- январь 2015 – май 2015

$$I(t_2, t_4) = \frac{1776}{1689} = 1.0515.$$

Индекс Ласпейреса для выбранного периода равен:

$$I_L(t_1, t_4) = I_L(t_1, t_2) \times I_L(t_2, t_3) \times I_L(t_3, t_4) =$$
$$= I_L(t_1, t_2) \times I_L(t_2, t_4) = 1.349 \times 1.0515 = 1.4185$$

В введенных в замечании 2 обозначениях,

$$i_L(t_1, t_4) = I_L(t_1, t_4) - 1 = 1.4185 - 1 = 0.4185 = 41.85\%.$$

Таким образом, результаты вычислений по формуле (1.1) и для модели Ласпейреса совпадают.

2.2. Индекс Пааше

Аналогично индексу Ласпейреса измеряется изменение цен во времени, но теперь с учетом того, что *может меняться не только цена конкретного товара в корзине, но и его количество.* Обозначения оставляем прежними.

- Фиксируется корзина, состоящая из n товаров: $\{P_j(t),\, Q_j(t)\}_{j=1}^{n}$, где $P_j(t)$ — цена товара j в момент времени t, $Q_j(t)$ — его объём (может изменяться со временем).

- Выбирается период $[t_1, t_2]$. Стоимость рыночной корзины в конце периода в момент t_2 равна:
$$\sum_{j=1}^{n} P_j(t_2) Q_j(t_2);$$

- Стоимость *такой же* по составу корзины в начальный момент времени t_1 равна:
$$\sum_{j=1}^{n} P_j(t_1) Q_j(t_2);$$

- Формула для ***индекса Пааше*** имеет вид:

$$I_P(t_1, t_2) = \frac{\sum\limits_{j=1}^{n} P_j(t_2) Q_j(t_2)}{\sum\limits_{j=1}^{n} P_j(t_1) Q_j(t_2)} \tag{2.4}$$

Как индекс Пааше, например, рассчитывается дефлятор ВВП[4] (дефлятор — по определению и есть индекс Пааше для рыночной корзины ВВП). Принято говорить, что в знаменателе индекса Пааше находится

[4] Валовой Внутренний Продукт — суммарная конечная рыночная стоимость всех товаров и услуг во всех отраслях экономики, произведенных на территории государства для конечного потребления, без учета промежуточных продуктов, в течение определенного периода времени, как правило, за год [12].

реальная величина, измеряемая в ценах начала периода. Например, появляется термин *реальный ВВП*. В числителе же находится *номинальная* величина (*номинальный ВВП*), вычисленная в ценах конца периода.

Формула для уровня инфляции i_P через индекс Пааше I_P будет приведена в пункте 2.4.

2.2.1. Индекс Пааше: пример

Рассмотрим продуктовую корзину из пункта 1.3. Вычислим индекс Пааше (2.4) для данной корзины за период с октября 2015 г. по январь 2016 г. Преобразуем данные. Взвешивание цен при вычислении индекса Пааше происходит по объёмам потребления конца периода. В рассматриваемом примере это январь 2016 г. Поэтому добавим информацию о количестве закупаемой продукции в январе. Предположим, что в сравнении с октябрём, возросло потребление мяса, и снизилось количество фруктов и овощей в корзине. В отдельные столбцы выделим цены товаров за единицу продукции (в большинстве случаев — за килограмм). Результат представлен в таблице 2.1.

Стоимость рыночной корзины из таблицы 2.1 в январе равна:

$$\sum_{j=1}^{n} P_j(1)Q_j(1) = 1\ 987\,.$$

Стоимость *такой же* по составу рыночной корзины в октябре равна:

$$\sum_{j=1}^{n} P_j(0)Q_j(1) = 1\ 719.$$

Находим индекс Пааше:

$$I_P(0,1) = \frac{\sum\limits_{j=1}^{n} P_j(1)Q_j(1)}{\sum\limits_{j=1}^{n} P_j(0)Q_j(1)} = 1.16$$

Наименование	Единицы	Цена за ед. товара в октябре, $P_j(0)$, ₽	Кол-во купленного за неделю товара в октябре, $Q_j(0)$	Цена за ед. товара в январе, $P_j(1)$, ₽	Кол-во купленного за неделю товара в январе, $Q_j(1)$
Хлеб	1 шт. 400 г.	36	1	47	3
Рис	1 уп. 900 г.	97	1	109	2
Овсяные хлопья	1 уп. 500 г.	48	1	55	1
Макаронные изделия	1 уп. 500 г.	78	1	80	1
Сахар	1 кг.	56	1	56	1
Масло растительное	1 л.	118	1	134	1
Масло сливочное	200 г.	114	1	120	1
Мясо (свинина)	1 кг.	230	0.3	193	0.4
Птица (курица)	1 кг.	200	0.5	220	0.6
Молоко	1 л.	56	2	56	2
Сметана	250 г.	33	1	32	1
Сыр	200 г.	120	1	123	1
Яйца	10 шт.	60	1	79	1
Картофель	1 кг.	22	4	36	3
Репчатый лук	1 кг.	20	1	26	0.7
Капуста	1 кг.	20	1	60	0.7
Огурцы	1 кг.	96	0.7	159	0.5
Помидоры	1 кг.	73	1	135	0.3
Яблоки	1 кг.	50	1.5	70	1
Бананы	1 кг.	74	1	76	1
Зелень	100 г.	30	1	45	1
Шоколад	1 шт. 90 г.	74	1	74	2

Таблица 2.1. Пример: индекс Пааше окт. 2015 – янв. 2016

2.3. Индекс Фишера

Заметим, что определённые выше индексы Ласпейреса и Пааше не удовлетворяют свойству *обратимости во времени.* Если поменять местами данные по ценам и объёмам товаров для конца и начала периода, то индекс цен не будет равен величине, обратной исходному индексу.

$$I_L(t_2, t_1) = \frac{\sum\limits_{j=1}^{n} P_j(t_1)Q_j(t_2)}{\sum\limits_{j=1}^{n} P_j(t_2)Q_j(t_2)} \neq \frac{\sum\limits_{j=1}^{n} P_j(t_1)Q_j(t_1)}{\sum\limits_{j=1}^{n} P_j(t_2)Q_j(t_1)} = \frac{1}{I_L(t_1, t_2)};$$

$$I_P(t_2, t_1) = \frac{\sum\limits_{j=1}^{n} P_j(t_1)Q_j(t_1)}{\sum\limits_{j=1}^{n} P_j(t_2)Q_j(t_1)} \neq \frac{\sum\limits_{j=1}^{n} P_j(t_1)Q_j(t_2)}{\sum\limits_{j=1}^{n} P_j(t_2)Q_j(t_2)} = \frac{1}{I_P(t_1, t_2)}.$$

Можно определить индекс, усредняющий индексы Ласпейреса и Пааше и при этом удовлетворяющий свойству обратимости во времени. ***Индекс Фишера*** определяется формулой:

$$I_F(t_1, t_2) = \sqrt{I_L(t_1, t_2) I_P(t_1, t_2)}. \tag{2.5}$$

При этом выполняется:

$$I_F(t_2, t_1) = \frac{1}{I_F(t_1, t_2)}.$$

2.3.1. Аксиоматический подход к определению индексов

Выше отдельно было рассмотрено свойство обратимости индекса цен. Но можно предложить сразу некоторый набор критериев – аксиом, выполнения которых кажется логичным потребовать от индексов цен. В совокупности к концу XX века было предложено 20 таких критериев для индексов. Приведём некоторые из них[5]:

[5] Полный перечень аксиом приводится в приложении B

K1: *положительность* — индекс цен и составляющие его векторы цен и количеств должны быть положительными.

K3: *критерий тождественности* — если цена в начале периода для каждого продукта совпадает с ценой в конце периода, то индекс цен должен быть равен единице, независимо от векторов количеств.

K5: *пропорциональность* — если все цены конца периода t_2 умножить на положительное число λ, то новый индекс цен будет равен произведению λ на прежний индекс цен.

K10: *соизмеримость* — индекс цен не меняется при изменении единиц, в которых измеряются продукты.

K11: *обратимость во времени* — если поменять местами все данные для двух периодов, то результирующий индекс цен должен быть равен величине, обратной исходному индексу цен.

K16: *критерий граничных значений Пааше и Ласпейреса* — индекс цен находится в интервале между индексами Ласпейреса и Пааше.

K17: *монотонность по ценам конца периода* — при повышении любой цены конца периода t_2 индекс цен также должен увеличиться.

Несмотря на логичность приведённых критериев, не любой в реальности применяемый индекс удовлетворяет сразу всем аксиомам. Более того, в [5] доказывается, что *существует единственный индекс, отвечающий всем 20 аксиомам и это индекс Фишера.* В связи с этим, индекс Фишера также часто называют идеальным индексом. Интересно отметить, что некоторые из приведённых 20 критериев были сформулированы значительно позже того, как Фишер предложил свой индекс. Отметим также, что индексы цен Ласпейреса и Пааше не удовлетворяют всего трём аксиомам K11 – K13.

2.4. Уровень инфляции

Целью данного пункта является формульное выражение уровня инфляции через определённые выше индексы цен.

Для удобства, введём обозначение:

$$I(t) = I(0, t).$$

Определим ***уровень инфляции*** за период $[t, t + \Delta t]$:

$$i(t, t + \Delta t) = \frac{I(t + \Delta t) - I(t)}{I(t)}. \tag{2.6}$$

Уровень инфляции показывает, на сколько процентов изменился индекс цен за период Δt.

Данное определение уровня инфляции согласуется с введёнными ранее. Действительно, как и в пункте 1.1, уровень инфляции по данному определению показывает уровень роста цен. Кроме того, в пункте 2.1 уже отмечалась связь уровня инфляции i_L и индекса Ласпейреса I_L как $i_L(t_1, t_2) = I_L(t_1, t_2) - 1$. Покажем, что эта же связь имеет место и сейчас.

Утверждение 1.

Если индекс цен $I(t)$ в определении (2.6) является индексом Ласпейреса $I_L(t)$, то

$$i_L(t, t + \Delta t) = I_L(t, t + \Delta t) - 1.$$

Доказательство:

По формуле (2.6):

$$i_L(t, t + \Delta t) = \frac{I_L(t + \Delta t) - I_L(t)}{I_L(t)} = \frac{I_L(0, t + \Delta t)}{I_L(0, t)} - 1 =$$

$$= \frac{\sum\limits_{j=1}^{n} P_j(t+\Delta t)Q_j}{\sum\limits_{j=1}^{n} P_j(0)Q_j} \times \frac{\sum\limits_{j=1}^{n} P_j(0)Q_j}{\sum\limits_{j=1}^{n} P_j(t)Q_j} - 1 = \frac{\sum\limits_{j=1}^{n} P_j(t+\Delta t)Q_j}{\sum\limits_{j=1}^{n} P_j(t)Q_j} - 1 =$$

$$= I_L(t, t+\Delta t) - 1.$$

■

В общем случае равенство, аналогичное утверждению 1, имеет место для интервала времени $[0, t]$:

Утверждение 2.

$$i(0, t) = I(t) - 1.$$

Доказательство:

Заметим, что $I(0) = I(0, 0) = 1$.

Тогда по определению (2.6):

$$i(0, t) = \frac{I(t) - I(0)}{I(0)} = I(t) - 1.$$

■

Определим ***мгновенный уровень инфляции*** $\nu(t)$:

$$\nu(t) = \left. \frac{d(i(t, t+\Delta t))}{d(\Delta t)} \right|_{\Delta t = 0}$$

При достаточно малом Δt по свойству производной выполняется:

$$i(t, t+\Delta t) \sim \nu(t)\Delta t. \tag{2.7}$$

Введём обозначения:

$K(t) = \sum\limits_{j=1}^{n} P_j(t)Q_j(t),$

$K_0(t) = \sum\limits_{j=1}^{n} P_j(0)Q_j(t).$

Т. е. $I(t) = \dfrac{K(t)}{K_0(t)}$.

Лемма.

При достаточно малом Δt выполняется:

$$i(t, t+\Delta t) \sim \frac{K'(t)K_0(t) - K_0'(t)K(t)}{K_0(t)K(t)} \times \Delta t.$$

Доказательство:

$$i(t, t+\Delta t) = \left(\frac{K(t+\Delta t)}{K_0(t+\Delta t)} - \frac{K(t)}{K_0(t)}\right) \times \frac{K_0(t)}{K(t)} =$$
$$= \frac{K(t+\Delta t)K_0(t) - K_0(t+\Delta t)K(t)}{K_0(t+\Delta t)K(t)} \sim \frac{K'(t)K_0(t) - K_0'(t)K(t)}{K_0(t)K(t) + K_0'(t)K(t)\Delta t} \sim$$
$$\sim \frac{K'(t)K_0(t) - K_0'(t)K(t)}{K_0(t)K(t)} \times \Delta t,$$

где было учтено, что

$K(t+\Delta t) \sim K(t) + K'(t)\Delta t$ и $K_0(t+\Delta t) \sim K_0(t) + K_0'(t)\Delta t$.

■

Утверждение 3.

$$I(t) = \frac{K(t)}{K_0(t)} = \exp\left(\int_0^t \nu(s)ds\right). \tag{2.8}$$

Доказательство: Из формулы 2.7 и леммы следует:

$$\nu(t) = \frac{K'(t)K_0(t) - K_0'(t)K(t)}{K_0(t)K(t)},$$

$$\nu(t) = \frac{K'(t)}{K(t)} - \frac{K_0'(t)}{K_0(t)},$$

$$\nu(t) = \frac{d}{dt} ln\, K(t) - \frac{d}{dt} ln\, K_0(t),$$

$$\nu(t) = \frac{d}{dt} ln \frac{K(t)}{K_0(t)}.$$

Интегрируя, получаем:

$$\int\limits_0^t \nu(s)ds = ln\frac{K(t)}{K_0(t)} - ln\frac{K(0)}{K_0(0)},$$

$$exp\left(\int\limits_0^t \nu(s)ds\right) = ln\frac{K(t)}{K_0(t)}.$$

■

Пусть зафиксирован интервал времени $[0, t]$. Согласно утверждению 2 и утверждению 3, получаем:

$$I(t) = i(0, t) + 1 = \exp\left(\int\limits_0^t \nu(s)ds\right)$$

На практике измерения уровня инфляции проводятся за конечные промежутки времени, в которых мгновенный уровень инфляции считается достаточно постоянным. Размер каждого промежутка зависит от уровня инфляции: чем он выше, тем чаще нужно проводить измерения.

Пусть исходный интервал времени $[0, t]$ разбит на n промежутков $\{\,[t_{k-1}, t_k]\,|\,k \in \overline{1:n},\, t_0 = 0,\, t_n = t\}$, в каждом из которых мгновенный уровень инфляции ν_k можно считать постоянным. Тогда:

$$\exp\left(\int\limits_0^t \nu(s)ds\right) \approx \exp\left(\int\limits_0^{t_1} \nu_1(s)ds\right) \exp\left(\int\limits_{t_1}^{t_2} \nu_2(s)ds\right) \ldots \exp\left(\int\limits_{t_{n-1}}^{t} \nu_n(s)ds\right).$$

Каждому промежутку соответствует дискретный уровень инфляции:

$$1 + i_k = \exp\left(\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k} \nu_k(s)ds\right).$$

Следовательно, получаем:

$$I(t) = i(0, t) + 1 \approx (i_1 + 1) \times \ldots \times (i_n + 1). \tag{2.9}$$

Пример

Обратимся к официально объявляемым данным по уровню инфляции [10], которые содержат уровень инфляции по месяцам и «суммарный» — за год. Рассмотрим информацию за январь – апрель 2016 г. :

	Янв.	Фев.	Мар.	Апр.	**Янв.–Апр.**
i, %	0.96	0.63	0.46	0.40	**2.47**

Обозначим: $i_1 = 0.0096$, $i_2 = 0.0063$, $i_3 = 0.0046$, $i_4 = 0.0040$. Воспользуемся формулой (2.9):

$$i + 1 \approx (1 + 0.0096) \times (1 + 0.0063) \times (1 + 0.0046) \times (1 + 0.0040) = 1.0247$$

$$i \approx 0.0247 = 2.47\%.$$

Результат совпал с приведённым на сайте [10].

2.5. Анализ полученных результатов

В настоящем пункте проведена оценка уровня инфляции выбранной в пункте 1.3 продуктовой корзины. Анализ базируется на приведённой в текущей главе теории. Для выбранной корзины вычислены индексы Ласпейреса, Пааше и Фишера и соответствующие им уровни инфляции по месяцам с ноября 2014 г. по апрель 2016 г.

2.5.1. Программа для вычисления индекса Ласпейреса

Анализ собранных данных выполнен с помощью программы, написанной на языке AWK. Язык AWK ориентирован на обработку текстовых данных, допускающих представление в виде однотипных записей, разделенных на поля. Преобразуем собранную в пункте 1.3 информацию. Транспонируем таблицу из приложения А и добавим в начало таблицы дополнительный столбец с номерами строк. Получившийся файл Basket представляет собой файл формата csv. Строка файла состоит из следующих полей: номер строки, месяц, поля 2 – 24 соответствуют выбранным продуктам, последнее 25-ое поле — общая стоимость корзины в текущем месяце.

Приведём текст программы. Для наглядности строки пронумерованы.

```
BEGIN {FS = ";"; k=25; n=18}
{p[$1] = $k}
END {for (i = 1; i <= n-1; i++) {print  (p[i+1]-p[i])/p[i]*100 "%"}}
```

В шаблоне BEGIN заданы разделитель строк и две константы: $k = 25$, отвечающая за номер столбца с итоговой стоимостью, и $n = 18$, отвечающая за количество месяцев. Приведённая программа позволяет получить таблицу месячной инфляции за рассматриваемый интервал.

Для запуска программы используется командный файл Windows:

```
awk -f Prog1.awk Basket.csv > Rez1.txt
```

Приведём ещё один вариант программы для оценки инфляции по модели Ласпейреса:

```
BEGIN {FS = ";"; t1 = "ноя.14"; t2 = "фев.16"; k=25; n=18}
($2==t1) {p1 = $k}
($2==t2) {p2 = $k}
END {print t1" - " t2 ":    " (p2-p1)/p1*100 "%"}
```

Данная программа позволяет задать интересующий интервал времени. Для этого нужно в шаблоне BEGIN зафиксировать соответствующие константы. Например, приведённая программа вычисляет уровень инфляции за период с ноября 2014 г. по февраль 2016 г.

2.5.2. Инфляция выбранной продуктовой корзины

В таблице 2.2 результаты вычислений приведены в сравнении с соответствующим уровнем официально объявляемой инфляции [10]. Результаты по модели Ласпейреса были получены с помощью программы на языке AWK, описанной в пункте 2.5.1. Для моделей Пааше и Фишера вычисления проводились в Microsoft Excel. Выбранные объёмы товаров по месяцам для вычисления индекса Пааше приведены в приложении Б. График, иллюстрирующий полученные результаты, представлен на рисунке 2.1.

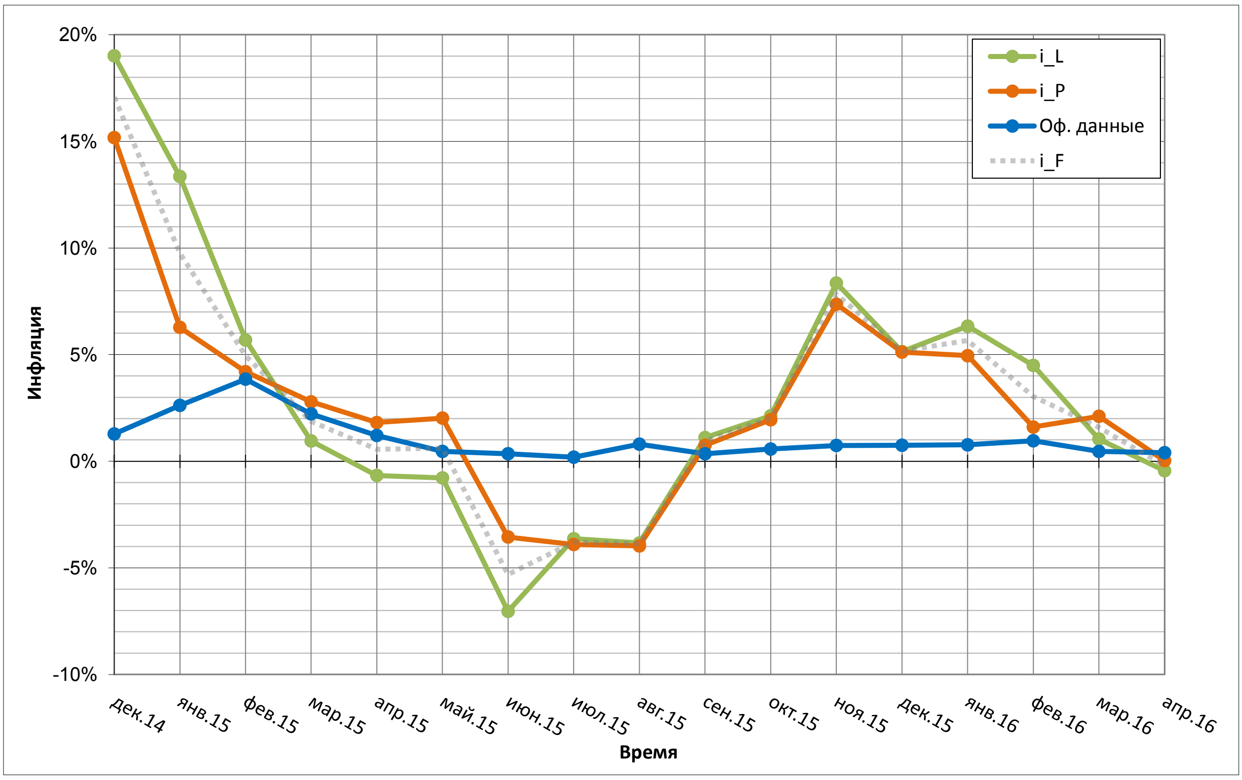


Рис. 2.1. Месячная инфляция выбранной продуктовой корзины

Период	Оф. инфляция, %	i_L, %	i_P, %	i_F, %
ноя.14 - дек.14	1.28	19.01	15.18	17.08
дек.14 - янв.15	2.62	13.36	6.28	9.76
янв.15 - фев.15	3.85	5.68	4.20	4.94
фев.15 - мар.15	2.22	0.95	2.79	1.86
мар.15 - апр.15	1.21	-0.67	1.81	0.57
апр.15 - май.15	0.46	-0.78	2.02	0.61
май.15 - июн.15	0.35	-7.04	-3.55	-5.31
июн.15 - июл.15	0.19	-3.63	-3.90	-3.80
июл.15 - авг.15	0.80	-3.83	-3.97	-3.87
авг.15 - сен.15	0.35	1.11	0.75	0.93
сен.15 - окт.15	0.57	2.13	1.95	2.04
окт.15 - ноя.15	0.74	8.35	7.36	7.83
ноя.15 - дек.15	0.75	5.14	5.12	5.16
дек.15 - янв.16	0.77	6.33	4.95	5.67
янв.16 - фев.16	0.96	4.49	1.60	3.04
фев.16 - мар.16	0.46	1.04	2.11	1.58
мар.16 - апр.16	0.40	-0.45	0.03	-0.21
ноя.14 - апр.16	**19.22**	**61.42**	**53.00**	**57.15**

Таблица 2.2. Месячная инфляция выбранной продуктовой корзины

2.6. Индексы Ласпейреса, Пааше и Фишера: выводы

Основное ограничение модели Ласпейреса — объёмы товаров в корзине фиксированы. Именно из-за этой особенности данный индекс может оказаться необъективным (это касается и нашего примера). Это связано с тем, что в состав корзины могут входить, например, сезонные товары. Или такие продукты, стоимость которых временно, но значительно, изменилась (такая ситуация возможна, например, из-за неурожая).

Заметим, что и в нашей корзине есть сезонные товары. Зимой и весной сильно возрастают цены на фрукты и овощи. Необъективно судить о стоимости жизни в соответствие с индексом Ласпейреса такой рыночной корзины. В реальности количество овощей, которые человек покупает в магазине, сильно отличается осенью и зимой. Т. е. часто изменяется не только стоимость товаров в корзине, но и сама структура этой корзины: большинство людей заметно сокращает потребление некоторых продуктов в зависимости от времени года.

Индекс Пааше позволяет учитывать изменения в структуре потребительской корзины и лучше, по сравнению с индексом Ласпейреса, отражает реальную ситуацию. Но модель Пааше имеет и недостатки. Во-первых, качество товара со временем обычно растет. И, во-вторых, рынок товаров и услуг достаточно стремительно развивается. В начальный момент t_1 может не оказаться некоторых товаров из конечного момента времени t_2.

Таким образом, индекс цен Ласпейреса следует использовать, когда рыночная корзина действительно неизменна. Индекс Пааше учитывает изменения в объёмах товаров, но может оказаться неудобен в долгосрочном периоде.

Индекс Фишера, определённый на основе индексов Ласпейреса и Пааше, является единственным индексом, удовлетворяющим набору из 20 критериев – аксиом из пункта 2.3.1. Но при этом он менее нагляден, чем индексы

Ласпейреса и Пааше, экономический смысл которых сразу виден из определения.

Глава 3

В. В. Новожилов об инфляции

Выше было рассмотрено, как проявляет себя инфляция. В этой главе рассмотрены вопросы:

- почему возникает инфляция;
- каковы последствия инфляции.

В обоих вопросах обратимся к статье 1924 г. советского ученого В. В. Новожилова «Пределы инфляции» [6]. Идеи, изложенные в данной статье, остаются современными и являются полезными для понимания процесса инфляции. Более того, изучая работы современных авторов, можно заметить, что базовые направления теоретических исследований за почти 100 лет не изменились.

3.1. Уравнение обмена. Эмиссия и инфляция.

Понятие инфляции тесно связано с понятием количества денег. Её уровень зависит от темпа роста денежной массы. Интуитивно это кажется понятным: если денег в стране стало больше, а количество товаров не менялось, то стоимость этих товаров увеличится.

Более формально зависимость между уровнем цен и массой денег в обращении можно описать, если считать, что выполняется **уравнение обмена**[1]:

$$MV = PQ\,, \tag{3.1}$$

где M — денежная масса, V — скорость обращения денег, P — уровень цен, Q — объём производства.

[1] Обоснование формулы дал американский экономист Ирвинг Фишер в [8] в 1911 году.

<u>**Замечание**</u> *Скорость обращения денег* V показывает, сколько *раз* в среднем денежная единица используется для покупки товаров и услуг. Тогда левая часть уравнения $M\,[\text{руб.}]{\times}V\,[\text{раз.}]$ соответствует общей сумме денег, преходящей «из рук в руки» в обмен на товары и услуги. Правая часть уравнения, если рассматривать P как вектор цен, а Q как вектор соответствующих объёмов, есть общая ценность обмениваемых товаров и услуг $P\,[\text{руб.}]{\times}Q\,[\text{кол-во}] = p_1q_1 \times \ldots \times p_nq_n$.

Проанализируем уравнение (3.1). Если скорость обращения денег V и объем производства Q меняются значительно медленнее остальных показателей, то при увеличении денежной массы M будет расти и уровень цен P. Ниже мы вернёмся к вопросу, почему изменить количество денег M значительно проще, чем объем товаров и услуг Q.

Таким образом, к инфляции приводит рост денежной массы, при постоянстве или незначительном росте объема товаров и услуг. Как происходит увеличение величины М? Посредством ***эмиссии***, представляющей собой выпуск в обращение новых денег. К неконтролируемой же инфляции приводит неконтролируемая эмиссия. А что, в свою очередь, приводит к неконтролируемой эмиссии?

3.1.1. Новожилов об эмиссии

Свою статью «Пределы инфляции» Новожилов начинает с разделения эмиссии на две основные группы по цели выпуска денег:

- деньги выпускаются для выполнения платежей при нехватке государственного бюджета;
- безналичные деньги выпускаются в оборот, когда банки предоставляют ссуды своим клиентам.

Избыточный выпуск денег приводит к инфляции. В первом случае речь идет о **фискальной инфляции**, во втором — о **кредитной инфляции**.

Несмотря на то, что эмиссия строго регулируется денежной политикой государства, и о бесконтрольном выпуске денег речи не идет [15], задача четкого соотношения количества денег и количества товаров трудноразрешима. Но ещё больше её усложняет простота выпуска денег.

Новожилов объясняет, почему эмиссии слишком просто стать неконтролируемой. Чем производство денег отличается от производства какого-либо товара? Относительным отсутствием издержек. *Ценность* денег несравнима с их *стоимостью.* Некий продукт производитель не сможет длительное время выпускать в убыток, когда издержки превысили доход. В случае с деньгами аналогичного момента перенасыщения может и не наступить. *Выпуск денег не ограничен личным интересом эмитента* так, как это происходит с обыкновенным производством.

3.2. Новожилов о последствиях инфляции

Новожилов строит схему последствий отдельно для двух вариантов:

- денежный поток направляется на непроизводительное потребление;
- денежный поток направляется на организацию производства.

В первом случае расширяется потребление, но если инфляция неограничена, создается иллюзия *неограниченности потребительских возможностей.*

> *«Когда напряжение эмиссии и темп обесценения денег достигают сравнительно высокой степени, когда поэтому население начинает ощущать обесценение денег как тяжелое бремя, тогда возникает массовое стихийное стремление всех сократить размеры своей кассы, ограничить ее минимальной*

суммой денег. Все спешат скорее сбыть с рук падающие деньги. Каждый старается сблизить моменты получения денег и расходования их, нередко предпочитая совершенно отказаться от обмена, чем получить в обмен деньги, которые могут залежаться долгое время. ***Деньги перестают быть орудием сохранения ценностей, эту функцию за них начинают выполнять некоторые товары***»

Функцию денег начинают выполнять некоторые товары, а значит, происходит больше и больше сделок, целью которых является перепродажа товаров. Круг обмена сужается, поступление на рынок товаров от производителей уменьшается, производительные силы страны снижаются. Возникает **кризис недопроизводства**.

Во втором случае, когда денежный поток направлен на производство, возникает иллюзия *избытка производственных ресурсов*. Этот вариант характернее для кредитной инфляции, т.к. кредитная инфляция понижает ссудный процент, что в свою очередь способствует росту возможных предприятий. Происходит перепроизводство, затрудняется сбыт и предприятиям начинает нехватать прибыли для расплаты за сырье. Это приводит к гибели слабых предприятий, а для сильных предприятий падение прибыли служит толчком к техническим улучшениям.

Подводя итоги, каков ответ на вопрос, всегда ли инфляция является отрицательным явлением? Нужно ли бороться с инфляцией? Опасна инфляция неконтролируемая. Продолжительная неограниченная инфляция приводит к краху, к глубокому кризису либо недопроизводства, либо перепроизводства. Но иначе обстоит дело с умеренной инфляцией. Умеренное расширение потребления стимулирует рост производства, здоровую конкуренцию на рынке. Слишком быстрая инфляция «затаптывает» экономику, контролируемая инфляция заставляет искать новые пути развития, провоцируя рост экономики.

Глава 4

Взаимосвязь инфляции и процентных ставок

Как уже отмечалось выше, в условиях инфляции финансовые показатели раздваиваются на реальные и номинальные. В частности, появляются номинальная и реальная процентные ставки. В данной главе рассматривается влияние инфляции на доходность при инвестировании, приводится модель Фишера, связывающая номинальную и реальную процентные ставки. Изложение теории базируется на материале из [1], [2] и [7].

4.1. Номинальные и реальные процентные ставки

Пример 1 (Инвестирование в условиях инфляции)

Предположим, что мы инвестируем 10 000 р., помещая их на банковский вклад под 10% годовых. Через год банк возвращает нам 11 000 р. *Номинальная доходность* составляет 10%. Рассмотрим ту же ситуацию с другой стороны. Пусть в начале рассматриваемого периода цена некоторого продукта составляла 1 000 р. за единицу товара, т. е. на 10 000 р. мы могли приобрести 10 ед. товара. Пусть через год цена на тот же продукт составляет 1 100 р. Получив 11 000 р. в банке мы сможем приобрести по-прежнему 10 ед. товара. Таким образом, *реальная доходность* составляет 0%. Под какой *номинальный процент* следовало бы разместить деньги, чтобы получить более высокую *реальную доходность*?

Пример 2 (Долг в условиях инфляции)

Пусть некоторый банк выдал кредит 100 000 р. на один год, желая получить *реальную доходность* 5%. Какую процентную ставку *номинально* он должен указать, если *ожидаемый* уровень инфляции за рассматриваемый год составляет 10%?

Оба приведённых примера в общем случае описываются одной математической моделью.

Обозначим:

S_0 — сумма, составляющая долг за некоторый фиксированный период времени. В примере 1 такую сумму «берёт в долг» банк у инвестора.

r_0 — *реальный процент*, под который была выдана сумма S_0. Это та предполагаемая реальная доходность, которую расчитывает получить инвестор из примера 1 или банк из примера 2.

i — процент инфляции за выбранный период.

Найдём сумму возврата на конец периода. Без учета инфляции эта сумма равна $S_0 + r_0 S_0$.

Теперь учтем инфляцию. Из-за инфляции возвращаемая сумма обесценивается, поэтому прибавляем компенсацию за понизившуюся покупательную способность суммы $S_0 + r_0 S_0$. Возвращаемая сумма с учётом инфляции равна:

$$S_0 + r_0 S_0 + i(S_0 + r_0 S_0).$$

Преобразуем это выражение и получаем, что *номинальная* сумма возврата равняется:

$$S_{nom} = S_0 \underbrace{(1 + r_0)(1 + i)}_{\text{номин-й коэф-т роста}}.$$

Следовательно, *номинальная процентная ставка* (номинальная доходность) равна:

$$r_{nom} = (1 + r_0)(1 + i) - 1.$$

Или

$$1 + r_{nom} = (1 + r_0)(1 + i).$$

Последнее равенство называют ***эффектом Фишера***. Используя это выражение, можно вычислить реальный коэффициент роста $1 + r_0$, зная номинальную процентную ставку r и процент инфляции i:

$$1 + r_0 = \frac{1 + r_{nom}}{1 + i}.$$

Пример 2 (продолжение)

В введённых обозначениях условие примера выглядит следующим образом:

$S_0 = 100\ 000$,

$r_0 = 5\%$,

$i = 10\%$.

Номинальный процент, который нужно указать, равен:

$$r_{nom} = (1 + r_0)(1 + i) - 1 = 1.05 \times 1.10 - 1 = 0.155 = 15.5\%.$$

Такой процент обеспечит банку реальную доходность в 5% при условии, что уровень инфляции за год *действительно* составит 10%. Тогда возвращаемая сумма равна:

$$S_{nom} = S_0(1 + r_0)(1 + i) = 100\ 000 \times 1.155 = 115\ 500.$$

Номинальные величины устанавливаются заранее. Реальные величины — это ожидаемые величины, т. к. их оценки зависят от точности прогноза об ожидаемой инфляции. Фактическое значение реальных величин становится известным только в конце периода. Модель Фишера лишь предлагает построение номинального процента на основе прогноза об ожидаемой инфляции.

Пример 3 (Долгосрочное инвестирование в условиях инфляции)

Рассмотрим пример долгосрочного инвестирования. Если сумма S инвестируется на n лет под $r\%$ годовых, то реальная выручка через n лет при условии $i\%$ инфляции в год составит:

$$S^* = \frac{S(1 + r)^n}{(1 + i)^n}$$

Смоделируем этот пример в динамической программе GeoGebra, позволяющей строить интерактивные математические модели. Изменяемыми параметрами будут S, n, r, i. Им соответствуют четыре ползунка в верхней части экрана. На рисунках 4.1 – 4.4 приведено несколько фрагментов рабочей области программы при разных параметрах. На 4.4 показано, что доходность может быть и отрицательной, если уровень инфляции i превосходит процентную ставку r.

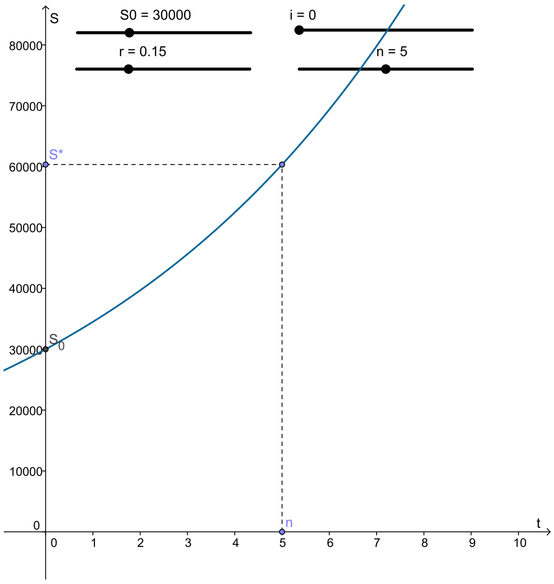


Рис. 4.1. $S = 30\,000$, $n = 5$, $r = 15\%$, $i = 0\%$

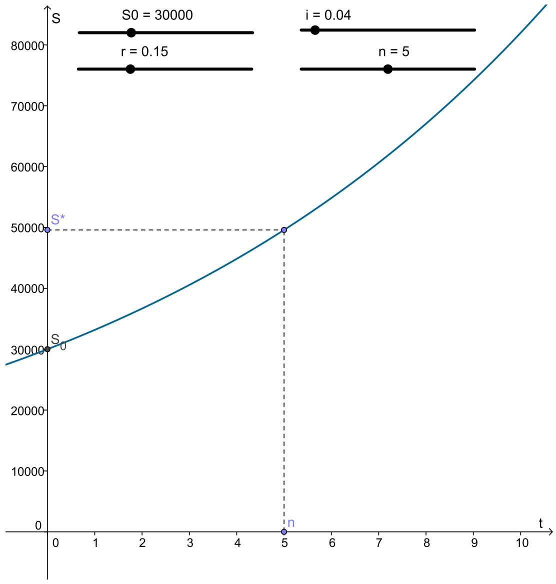


Рис. 4.2. $S = 30\,000$, $n = 5$, $r = 15\%$, $i = 4\%$

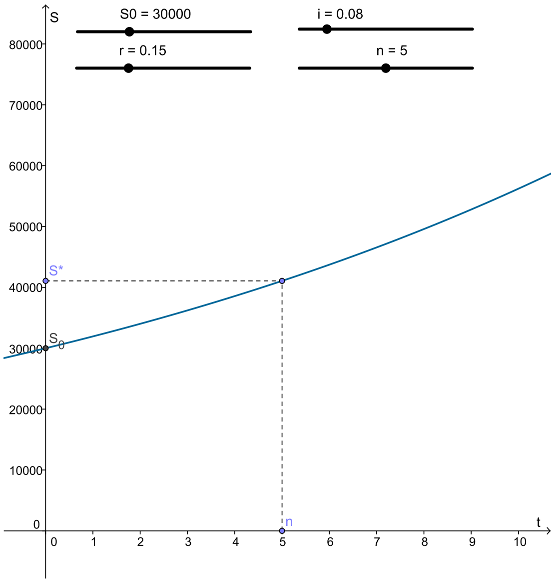


Рис. 4.3. $S = 30\,000$, $n = 5$, $r = 15\%$, $i = 8\%$

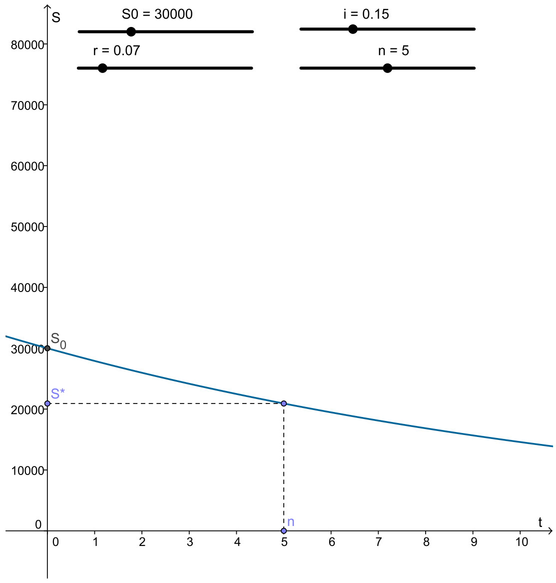


Рис. 4.4. $S = 30\,000$, $n = 5$, $r = 7\%$, $i = 15\%$

4.2. Процент по кредиту, ключевая ставка и инфляция

За период с февраля 2014 г. по февраль 2016 г. была собрана информация по значениям:

- процентной ставки по потребительскому кредиту без обеспечения в Сбербанке[1] [13];
- ключевой ставки [11]. **Ключевая ставка** — это минимальная процентная ставка, по которой Центральный банк России предоставляет краткосрочные кредиты коммерческим банкам;
- уровня инфляции [10].

Собранная информация представлена графиками на рисунке 4.5.

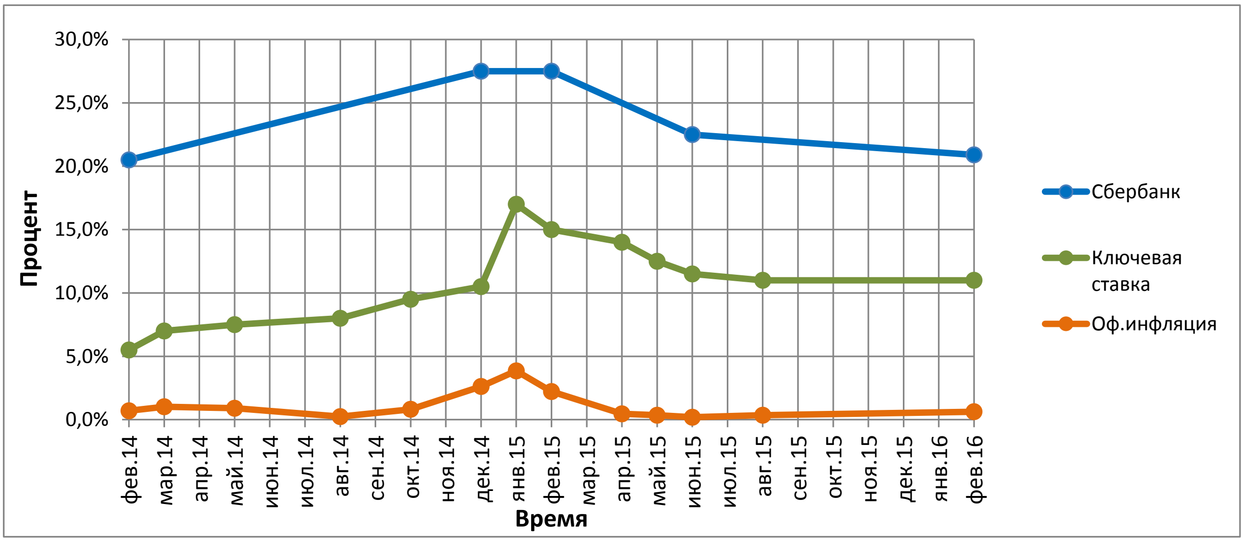


Рис. 4.5. Сравнение графиков изменения процентной ставки по потребительскому кредиту в Сбербанке, ключевой ставки и официально объявляемой инфляции

Полученные данные можно интерпретировать по-разному, выдвигая разные гипотезы о взаимосвязи уровня инфляции и рассматриваемых процентных ставок.

[1] Рассматривалась минимальная ставка по данному кредиту — это ставка, при которой сумма кредита составляет от 45 000 р. до 1 500 000 р., и кредит берётся на срок от 3 месяцев до 2 лет.

Пик уровня инфляции, ключевой ставки и процентной ставки Сбербанка совпадает и приходится на январь 2015 г. Ключевая ставка — это ставка, по которой ЦБ РФ кредитует остальные банки. Повышение ключевой ставки приводит к повышению коммерческими банками процентных ставок по кредитам. Спрос на кредиты снижается, следовательно количество безналичных денег в обороте снижается, т. е. денежная масса уменьшается.

Приведённый пример можно рассматривать как иллюстрацию идеи о влиянии эмиссии на инфляцию, которая была приведены в главе 3. Поднятие ключевой ставки — это один из способов борьбы со слишком быстрой инфляцией, т.к. при этом снижается эмиссия безналичных денег. Эту гипотезу можно проиллюстрировать цитатой из статьи А. Фернандо и Р. Лукаса[2] [9]:

> *A consensus has emerged about the conduct of monetary policy... The central elements of this consensus are that the instrument of monetary policy ought to be the short term interest rate, that policy should be focused on the control of inflation, and that* ***inflation can be reduced by increasing short term interest rates****.*[3]

Другая интерпретация может быть следующей. Повышение ключевой ставки снижает доступность рублёвых ресурсов. И, как следствие, делает менее выгодным перевод кредитных средств в иностранную валюту. Таким образом, повышение ключевой ставки направлено на сдерживание девальвации рубля. Обратной стороной является то, что это тормозит и развитие экономики, т. к. из-за высоких процентных ставок меньше предприятий го-

[2] Роберт Эмерсон Лукас, младший — американский экономист, лауреат Нобелевской премии 1995 г., президент Американской экономической ассоциации.

[3] Возник консенсус о ведении денежно-кредитной политики... Центральным элементом этого консенсуса является то, что инструментом денежно-кредитной политики должна быть краткосрочная процентная ставка, что политика должна быть направлена на контроль над инфляцией, и что инфляция может быть уменьшена за счет увеличения краткосрочных процентных ставок.

товы брать кредиты на развитие производства. Поэтому, повышение ключевой ставки — временная мера, что согласуется с графиком 4.5.

Заключение

Поставленные в начале работы цели достигнуты, а именно:

- Рассмотрены модели инфляции: с фиксированными в потребительской корзине объёмами товаров (соответствующая индексу Ласпейреса), с возможностью изменения объёмов товаров (соответствующая индексу Пааше) и третья, усредняющая первые две, модель (соответствующая индексу Фишера).

- Выбрана продуктовая корзина, для которой собраны цены за период с ноября 2014 г. по апрель 2016 г. (Prisma, Санкт-Петербург)

- Проведена оценка инфляции выбранной продуктовой корзины на основе рассмотренной теории. Результаты сравнены с официально объявляемой инфляцией.

- Проанализированы достоинства и недостатки рассмотренных моделей.

- Рассмотрен вопрос об инвестировании в условиях инфляции.

- На реальном примере рассмотрена взаимосвязь инфляции, процентной ставки по кредиту и ключевой ставки.

Список литературы

1. **Брейли Р., Майерс С, Франклин А.**, *Принципы корпоративных финансов* //Москва: Вильямс, — 2015
2. **Бухвалов А. В., Бухвалова В. В.** *Финансовые вычисления для менеджеров* //Факультет менеджмента СПбГУ.–СПб.: Издат. дом С.-Петерб. гос. ун-та — 2009.
3. **Зауральский С.** *Бездонная корзина* //Журнал «Итоги» за 17 марта 1998 г.
4. **Липсиц И. В.** *Экономика. Базовый курс: Учебник для 10, 11 кл.* — Москва: Вита-Пресс. — 2006.
5. **МОТ/МВФ/ОЭСР/Евростат/ЕЭК ООН/Всемирный банк** *Руководство по индексу потребительских цен: теория и практика* //Вашингтон: Международный Валютный Фонд — 2007.
6. **Новожилов В. В.** *Пределы инфляции* //Финансы и денежное обращение в современной России, — Ленинград: Петроград — 1924. сс. 83–121.
7. **Решецкий В. И.** *Экономический анализ и расчет инвестиционных проектов.* //Калининград: Янтарный сказ — 2001.
8. **Фишер И.** *Покупательная сила денег* //Москва: Дело — 2001.
9. **Fernando A., Lucas R.** *Interest Rates and Inflation*
The American Economic Review, Vol.91, No.2, Papers and Proceedings of the Hundred Thirteenth Annual Meeting of the Economic Association — May, 2001, 219–225
10. Информационный сайт — www.уровень-инфляции.рф (дата обращения: 02.14 – 05.16)
11. Информационный сайт — http://www.banki.ru/wikibank/klyuchevaya_stavka/ (дата обращения: 02.14 – 05.16)
12. Информационный сайт — http://www.banki.ru/wikibank/valovyiy_vnutrenniy_ (дата обращения: 05.16)

13. Информационный сайт — http://www.sberbank.ru/ru/person (дата обращения: 02.14 – 05.16)

14. *Каталоги продуктов магазинов сети Prisma*

15. *О Центральном банке Российской Федерации (Банке России)* //Федеральный закон от 10.07.2002 № 86-ФЗ (ред. от 30.12.2015) (с изм. и доп., вступ. в силу с 09.02.2016)

Приложение А

Наименование	ноя.14	дек.14	янв.15	фев.15	мар.15	апр.15	май.15	июн.15	июл.15	авг.15	сен.15	окт.15	ноя.15	дек.15	янв.16	фев.16	мар.16	апр.16
Хлеб, 2 шт.	52	56	58	58	60	60	64	64	64	64	72	72	80	80	94	94	94	99
Рис, 900г.	65	70	76	76	79	79	79	79	85	85	85	97	97	97	109	109	109	109
Овсяные хлопья, 500г.	44	44	44	44	44	48	48	48	48	48	48	48	51	51	55	55	55	55
Макаронные изделия, 500г.	40	45	46	69	69	69	75	75	75	75	78	78	78	78	80	80	80	80
Сахар, 1кг.	31	40	48	52	52	52	57	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56
Масло растительное, 1л.	67	70	79	81	83	83	84	94	114	114	118	118	127	127	134	134	134	134
Масло сливочное, 200г.	70	81	85	85	88	88	88	97	97	114	114	114	116	116	120	120	120	120
Мясо(свинина), 300г.	66	69	69	69	69	69	69	75	81	69	69	69	66	63	58	66	66	66
Птица(курица), 500г.	67	67	77	70	70	70	70	71	71	77	83	100	100	100	110	110	90	90
Молоко, 2л.	77	90	94	114	116	116	116	112	112	112	112	112	112	110	112	112	108	108
Сметана, 250г.	31	34	34	34	35	38	38	38	38	38	33	33	33	32	32	31	40	48
Сыр, 200г.	100	109	114	114	114	114	114	114	117	117	120	120	120	120	123	123	123	123
Яйца, 10шт.	57	60	62	74	68	70	78	78	78	70	60	60	75	75	79	79	79	79
Картофель, 3кг.	90	99	99	120	120	117	117	117	100	75	66	66	70	99	107	119	134	134
Репчатый лук, 1кг.	28	28	30	46	70	65	57	30	23	20	20	20	20	24	26	26	26	26
Капуста, 1кг.	17	31	47	60	79	79	79	38	25	19	19	20	20	40	60	80	80	60
Огурцы, 1кг.	75	114	174	179	179	179	148	108	90	80	90	96	133	150	159	169	166	166
Помидоры, 1 кг.	60	130	200	187	160	140	140	100	60	50	60	73	110	125	135	160	160	160
Яблоки, 1кг.	43	70	70	70	70	80	81	80	80	70	70	50	70	70	70	70	90	90
Бананы,1кг.	80	86	86	86	80	70	70	70	70	70	70	74	74	76	76	80	80	78
Зелень, 100г.	30	30	30	30	30	30	30	33	33	33	30	30	30	37	45	53	53	53
Шоколад, 90г.	62	67	67	67	67	74	74	74	74	74	74	74	74	74	74	74	78	78
ИТОГО	**1252**	**1490**	**1689**	**1785**	**1802**	**1790**	**1776**	**1651**	**1591**	**1530**	**1547**	**1580**	**1712**	**1800**	**1914**	**2000**	**2021**	**2012**

Приложение Б

Наименование	Единицы	ноя.14		дек.14		янв.15		фев.15		мар.15		апр.15		май.15		июн.15		июл.15		авг.15		сен.15		окт.15		ноя.15		дек.15		янв.16		фев.16		мар.16		апр.16	
		P	Q	P	Q	P	Q	P	Q	P	Q	P	Q	P	Q	P	Q	P	Q	P	Q	P	Q	P	Q	P	Q	P	Q	P	Q	P	Q	P	Q	P	Q
Хлеб	1шт. 400г.	26	2	28	2	29	3	29	2	30	2	30	1	32	1	32	0.5	32	0	32	0	36	0.5	36	1	40	1	40	2	47	3	47	2	47	2	50	1
Рис	1уп. 900г.	65	1	70	2	76	2	76	2	79	1	79	1	79	1	79	1	85	1	85	1	85	1	97	1	97	1	97	2	109	2	109	2	109	1	109	1
Овсяные хлопья	1уп. 500г.	44	1	44	1	44	1	44	1	44	1	48	1	48	1	48	1	48	1	48	1	48	1	48	1	51	1	51	1	55	1	55	1	55	1	55	1
Макаронные изделия	1уп. 500г.	40	1	45	1	46	1	69	1	69	1	69	1	75	1	75	1	75	1	75	1	78	1	78	1	78	1	78	1	80	1	80	1	80	1	80	1
Сахар	1кг.	31	1	40	1	48	1	52	1	52	1	52	1	57	1	56	1	56	1	56	1	56	1	56	1	56	1	56	1	56	1	56	1	56	1	56	1
Масло растительное	1л.	67	1	70	1	79	1	81	1	83	1	83	1	84	1	94	1	114	1	114	1	118	1	118	1	127	1	127	1	134	1	134	1	134	1	134	1
Масло сливочное	200г.	70	1	81	1	85	1	85	1	88	1	88	1	88	1	97	1	97	1	114	1	114	1	114	1	116	1	116	1	120	1	120	1	120	1	120	1
Мясо(свинина)	1кг.	220	0.3	230	0.3	230	0.4	230	0.4	230	0.3	230	0.3	230	0.3	250	0.3	270	0.2	230	0.3	230	0.2	230	0.3	220	0.3	210	0.3	193	0.4	220	0.4	220	0.3	220	0.3
Птица(курица)	1кг.	134	0.5	134	0.5	154	0.6	140	0.7	140	0.6	140	0.5	140	0.5	142	0.5	142	0.5	154	0.4	166	0.4	200	0.5	200	0.5	200	0.5	220	0.6	220	0.7	180	0.6	180	0.5
Молоко	1л.	39	2	45	2	47	2	57	2	58	2	58	2	58	2	56	2	56	1	56	2	56	2	56	2	56	2	55	2	56	2	56	2	54	2	54	2
Сметана	250г.	31	1	34	1	34	1	34	1	35	1	38	1	38	1	38	2	38	1	38	1	33	1	33	1	33	1	32	1	32	1	31	1	40	1	48	1
Сыр	200г.	100	1	109	1	114	1	114	1	114	1	114	1	114	1	114	1	117	1	117	1	120	1	120	1	120	1	120	1	123	1	123	1	123	1	123	1
Яйца	10шт.	57	1	60	1	62	1	74	1	68	1	70	1	78	1	78	1	78	1	70	1	60	1	60	1	75	1	75	1	79	1	79	1	79	1	79	1
Картофель	1кг.	30	3	33	3	33	3	40	3	40	2	39	2	39	3	39	3	33	3	25	4	22	4	22	4	23	4	33	3	36	3	40	3	45	2	45	2
Репчатый лук	1кг.	28	1	28	1	30	0.7	46	0.7	70	0.5	65	0.5	57	0.7	30	0.7	23	1	20	1	20	1	20	1	20	1	24	1	26	0.7	26	0.7	26	0.5	26	0.5
Капуста	1кг.	17	1	31	1	47	0.7	60	0.5	79	0.5	79	0.7	79	0.7	38	1	25	1	19	1	19	1.2	20	1	20	1	40	1	60	0.7	80	0.5	80	0.5	60	0.7
Огурцы	1кг.	75	1	114	0.7	174	0.5	179	0.3	179	0.3	179	0.3	148	0.5	108	0.7	90	1	80	1.2	90	1	96	0.7	133	0.5	150	0.7	159	0.5	169	0.3	166	0.3	166	0.3
Помидоры	1кг.	60	1	130	0.5	200	0.3	187	0.3	160	0.5	140	0.5	140	0.5	100	0.7	60	1	50	1.2	60	1.2	73	1	110	0.7	125	0.5	135	0.3	160	0.3	160	0.5	160	0.5
Яблоки	1кг.	43	1	70	1	70	1	70	1	70	1	80	1	81	1	80	1	80	1	70	1.5	70	1.5	50	1.5	70	1	70	1	70	1	70	1	90	1	90	1
Бананы	1кг.	80	1	86	1	86	1	86	1	80	1	70	1	70	1	70	1	70	1	70	1	70	1	74	1	74	0.7	76	1	76	1	80	1	80	1	78	1
Зелень	100г.	30	1	30	1	30	1	30	1	30	1	30	1	30	1	33	1	33	2	33	2	30	2	30	1	30	1	37	1	45	1	53	1	53	1	53	1
Шоколад	1шт. 90г.	62	1	67	2	67	2	67	2	67	2	74	2	74	1	74	1	74	1	74	1	74	1	74	1	74	1	74	2	74	2	74	2	78	2	78	2

	дек.14	янв.15	фев.15	мар.15	апр.15	май.15	июн.15	июл.15	авг.15	сен.15	окт.15	ноя.15	дек.15	янв.16	фев.16	мар.16	апр.16
числ	1528	1649	1679	1563	1544	1559	1570	1476	1570	1556	1562	1572	1864	1987	1972	1824	1769
знам(t_1,t_k)	1327	1347	1316	1192	1156	1145	1195	1170	1295	1275	1255	1177	1327	1347	1316	1192	1156
I_P(t_1,t_k)	1.15	1.22	1.28	1.31	1.33	1.36	1.31	1.26	1.21	1.22	1.24	1.34	1.40	1.47	1.50	1.53	1.53
i_P(t_k-1,t_k)	15.18%	6.28%	4.20%	2.79%	1.81%	2.02%	-3.55%	-3.90%	-3.97%	0.75%	1.95%	7.36%	5.12%	4.95%	1.60%	2.11%	0.03%

Приложение В

20 критериев-аксиом из [5] для индексов цен:

К1: *положительность* — индекс цен и составляющие его векторы цен и количеств должны быть положительными.

К2: *непрерывность* — индекс цен непрерывно зависит от цен и объёмов товаров начала и конца периода.

К3: *критерий тождественности* — если цена в начале периода для каждого продукта совпадает с ценой в конце периода, то индекс цен должен быть равен единице, независимо от векторов количеств.

К4: *критерий фиксированной корзины* — если объёмы продуктов начала периода совпадают с объёмами продуктов конца периода, то индекс цен должен быть равен отношению стоимости постоянной корзины в конце периода к стоимости той же корзины в начале периода.

К5: *пропорциональность* — если все цены конца периода t_2 умножить на положительное число λ, то новый индекс цен будет равен произведению λ на прежний индекс цен.

К6: *обратная пропорциональность ценам начала периода* — если все цены начала периода t_1 умножить на положительное число λ, то новый индекс цен будет равен произведению $\dfrac{1}{\lambda}$ на прежний индекс цен.

К7: *инвариантность к пропорциональным изменениям количеств конца периода* — если все количества конца периода умножить на положительное число λ, то индекс цен останется неизменным.

К8: *инвариантность к пропорциональным изменениям количеств начала периода* — если все количества начала периода умножить на положительное число λ, то индекс цен останется неизменным.

К9: *инвариантность к изменениям порядка товаров* — индекс цен должен быть инвариантен относительно перестановки продуктов в корзине.

К10: *соизмеримость* — индекс цен не меняется при изменении единиц, в которых измеряются продукты.

K11: *обратимость во времени* — если поменять местами все данные для двух периодов, то результирующий индекс цен должен быть равен величине, обратной исходному индексу цен.

K12: *критерий обратимости количеств* — если поменять местами векторы количеств начала и конца периода, то индекс цен останется неизменным.

K13: *критерий обратимости цен*[1]

K14: *критерий среднего значения* — индекс цен находится между минимальным и максимальным соотношениями цен.

K15: *критерий среднего значения для индекса количеств*[2]

K16: *критерий граничных значений Пааше и Ласпейреса* — индекс цен находится в интервале между индексами Ласпейреса и Пааше.

K17: *монотонность по ценам конца периода* — при повышении любой цены конца периода t_2 индекс цен также должен увеличиться.

K18: *монотонность по ценам начала периода* — при повышении любой цены начала периода t_1 индекс цен должен уменьшится.

K19: *монотонность по количествам конца периода*[3]

K20: *монотонность по количествам начала периода*[4]

[1] приведен в [5] в п.16.46

[2] приведен в [5] в п.16.48

[3] приведен в [5] в п.16.50

[4] приведен в [5] в п.16.50