

Санкт - Петербургский государственный университет

Гимадиев Владислав Александрович

Выпускная квалификационная работа

**Численное моделирование гиперзвуковых течений с
использованием неравновесных моделей воздуха**

Уровень образования: магистратура

Направление 01.04.03 «Механика и математическое моделирование»

Основная образовательная программа ВМ.5506.2021 «Механика и
математическое моделирование»

Профиль «Механика жидкости, газа и плазмы»

Научный руководитель:
Профессор кафедры гидроаэромеханики
д.ф.-м.н., Кустова Е.В.

SAINT-PETERSBURG STATE UNIVERSITY

Gimadiev Vladislav Aleksandrovic

Final qualifying work

**Numerical simulation of hypersonic flows using
nonequilibrium air models**

Level of education: master's degree

Field of education 01.04.03 «Mechanics and mathematical modeling»

Main educational program BM.5506.2021 «Mechanics and mathematical modeling»

Area of specialization «Fluid, gas and plasma mechanics»

Scientific supervisor:

Professor of Hydroaeromechanics Department
Doctor of Physics and Mathematics, Elena Kustova

Содержание

1	Введение	2
2	Постановка задачи	4
2.1	Исследование сеточной сходимости	5
3	Математическая модель многокомпонентного реагирующего га- за	6
3.1	Основные газодинамические уравнения	6
3.2	Осреднение по Фавру	9
3.3	Модель турбулентности Спаларта-Аллмареса	10
3.4	Уравнение диффузии	11
3.5	Двухтемпературная модель	14
3.6	5-ти компонентный реагирующий воздух	15
4	Численные методы	17
4.1	Метод конечных объемов	17
4.2	Схема на основе метода Годунова	17
4.3	Схема AUSM	18
5	Результаты численного моделирования	22
5.1	Поле распределения параметров при параметрах входного потока	22
5.2	Сравнение с экспериментальными данными и моделью совершен- ного газа	25
6	Заключение	27

1 Введение

Гиперзвуковое течение газа - сложное явление, сопровождающееся рядом особенностей, среди которых значительный рост температуры за фронтом головной ударной волны, сильное торможение потока внутри ударного слоя и аэродинамический нагрев поверхности. Такие процессы возникают в результате движения газа со скоростью, превышающей в пять раз скорость звука. Гиперзвуковые потоки газа могут быть созданы в различных условиях, например, при полете космических аппаратов в атмосфере Земли или при испытаниях гиперзвуковых летательных аппаратов.

Одной из особенностей гиперзвукового течения газа является возникновение ударной волны, которая формируется перед телом, движущимся с гиперзвуковой скоростью. При этом газ сжимается и нагревается до очень высоких температур.

Исследования гиперзвуковых течений газа является необходимыми для развития ракетостроения и аэродинамики. Гиперзвуковые двигатели и летательные аппараты позволяют достигать очень высоких скоростей, это особенно актуально для космических полетов и исследований других планет.

Таким образом, исследование данного явления необходимо для развития различных областей науки и техники. Его изучение и развитие технологий связанных с гиперзвуковыми потоками газа позволяют расширять границы нашего знания и открывать новые возможности для человечества.

Экспериментальное моделирование таких явлений является достаточно сложным и затратным с точки зрения ресурсов и времени процессом, а зачастую возможность полного моделирования условий натурного обтекания в ударных трубах и совсем исключается. С развитием электронно-вычислительной техники и в связи с перечисленными выше причинами методы численного моделирования приобретают важное значение. При этом стоит сказать, что сравнение с имеющимися результатами экспериментов, приобретает важное значение и является ключевым при оценке качества математической модели.

При исследовании гиперзвуковых потоков газов мы должны учитывать значительное влияние химических реакций, которые происходят в газе, что является отличием от сверхзвуковых потоков. Помимо этого, важным является учет внутренних степеней свободы молекул, так как они существенно влияют на характеристики потока.

Важную роль при моделировании гиперзвукового потока играет выбор газовой смеси. В данной работе использовалась 5-компонентная воздушная смесь. Численное моделирование гиперзвуковых течений связано с использованием сложной математической модели, включающей уравнения, описывающие пространственное течение вязкого сжимаемого газа, уравнения модели турбулентности, уравнения состояния, уравнения химической кинетики. Таким образом, по сравнению с моделью совершенного газа, неравновесные модели обсуждаемые в этой работе значительно сложнее, время на расчет до сопоставимой точности занимает в десятки больше времени, при этом приближение результатов к экспериментальным данным составляет порядка 10 %.

В данной работе обсуждается построение и реализация математической модели, предназначенной для численного моделирования гиперзвукового обтекания сферы с учетом неравновесных физико-химических процессов, протекающих в высокотемпературном воздухе. Численное моделирование осуществляется с использованием программного комплекса Ansys Fluent.

Основной целью работы является исследование зависимости безразмерной толщины ударного слоя от скорости входного потока на основе данных, полученных в результате численных расчетов с использованием неравновесных моделей течения газа, и сравнение данного результата с экспериментальными данными и моделью совершенного газа.

Рассматриваются следующие модели:

1. Однотемпературная модель химической кинетики
2. Двухтемпературная модель химической кинетики
3. Модель совершенного газа

Результаты численного моделирования с применением данных моделей сравниваются с экспериментами [2], [3]. Работа выполнялась в рамках гранта Российского научного фонда, по результатам исследований были сделаны следующие публикации [14],[15].

2 Постановка задачи

Модели исследованные в данной работе тестировались на примеры задачи обтекания сферы гиперзвуковым воздухом.

Сфера с радиусом 0.007 м обтекается гиперзвуковым потоком. Концентрация двухатомного азота равна 76,7 %, концентрация двухатомного кислорода составляет 23,3 %. Численный расчет осуществлен в 9 точках, со следующими входными данными(Таблица 1):

ρR , кг / м ²	Скорость на входной границе, м/с	Радиус сферы, мм	Re
$1.0 \cdot 10^{-4}$	3570	7	39447
$1.0 \cdot 10^{-4}$	3850	7	42541
$2.0 \cdot 10^{-4}$	3250	7	71823
$2.0 \cdot 10^{-4}$	3360	7	80442
$2.0 \cdot 10^{-4}$	3640	7	160883
$4.0 \cdot 10^{-4}$	3190	7	140994
$4.0 \cdot 10^{-4}$	3370	7	148950
$4.0 \cdot 10^{-4}$	3490	7	154254
$f 1.7 \cdot 10^{-3}$	3160	7	593591

Таблица 1: Входные данные

Задача решается в осесимметричной постановке. На входной границе задаются граничные условия сверхзвукового втекания в расчетную область, а на выходной границе — условия сверхзвукового вытекания. Стенка сферы считается теплоизолированной.

Численный расчёт данной задачи произведен в программном комплексе Ansys Fluent.

Среднюю длину свободного пробега молекул воздуха в условиях рассматриваемой задачи можно получить следующим образом: ($[\lambda] = \text{м}$):

$$\lambda = \frac{k_b T}{\sqrt{2} \pi \sigma p} \approx 4,89 \cdot 10^{-1}$$

k_b - постоянная Больцмана, σ - эффективное сечение молекулы.

Число Кнудсена в данной задаче принимает значение:

$$Kn = \frac{\lambda}{d_{sph}} \approx 0,016$$

Так как $Kn \ll 1$ система уравнений Навье-Стокса применима для решения этой задачи. В каждом случае входным параметров из Таблицы 1 имеет место развитый турбулентный поток газа.

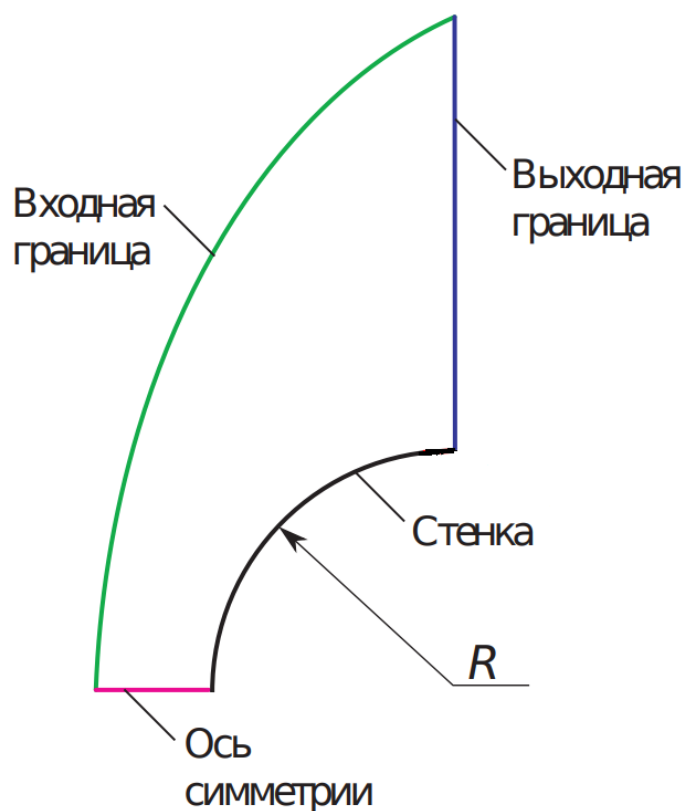


Рис. 1: Схема расчетной области

2.1 Исследование сеточной сходимости

Зачастую численное решение задач газодинамики требует мощного вычислительного ресурса, и даже при его наличии расчеты занимают огромное количество времени.

Один из способов сократить время расчета - уменьшить количество ячеек вычислительной сетки. Для выбора оптимальной вычислительной сетки в данной ситуации проводится анализ сеточной сходимости.

В рамках данной работы были построены 3 сетки разной степенью подробности:

1. 2000 ячеек
2. 170000 ячеек
3. 620000 ячеек

Были проведены расчеты с одинаковыми входными параметрами, и построен график распределения давления по оси симметрии расчетной области (Рис.1).

По графику (Рис.1) видно, что разница в результатах между сеткой в 170000 ячеек и 620000 незначительна, и вторая сетка является избыточной. При этом в обоих случаях имеет место резкое изменение давления на фронте ударной волны. В случае расчета с использованием сетки на 2000 ячеек не наблюдается резкого скачка давления, происходит размытие ударного фронта. Было принято решение использовать сетку на 170000 ячеек.

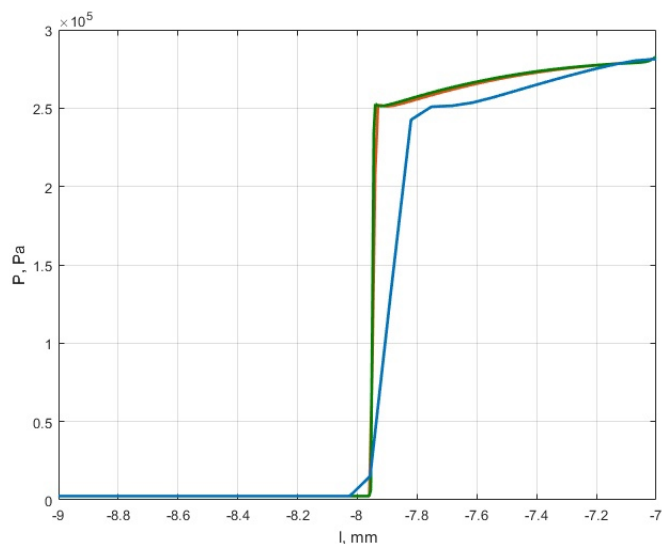


Рис. 2: График давления на оси симметрии, синяя линия - 2000 ячеек, красная - 170000 ячеек, зеленая - 620000 ячеек

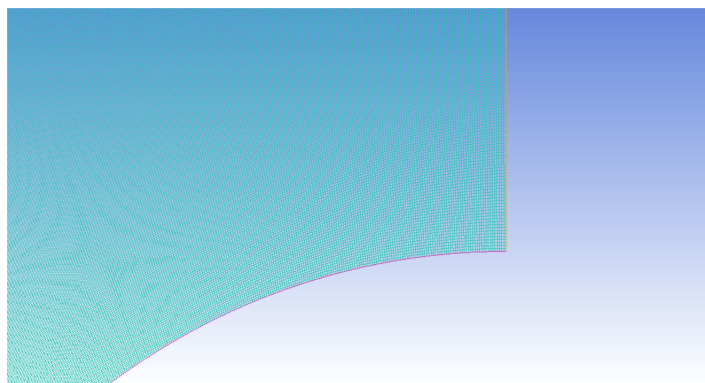


Рис. 3: Вычислительная сетка вблизи выхода

3 Математическая модель многокомпонентного реагирующего газа

3.1 Основные газодинамические уравнения

Нестационарное трехмерное течение вязкого сжимаемого газа описывается системой уравнений, которая в интегральной форме записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \mathbf{U} dV + \iint_{\partial V} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (1)$$

где \mathbf{U} — вектор-столбец консервативных переменных в точке x в момент времени t , \mathbf{F} — тензорное поле потока, V — некоторый замкнутый объем газа с границей ∂V , $d\mathbf{S} = \mathbf{n} dS$ — вектор элементарной площадки dS к границе объема ∂V с внешней нормалью \mathbf{n} . Вектор-столбец консервативных переменных и тензорное поле потока имеют вид

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho \mathbf{v} \\ \rho e \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho \mathbf{v} \\ \rho \mathbf{v} \mathbf{v} + p \mathbf{I} - \boldsymbol{\tau} \\ (\rho e + p) \mathbf{v} - \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{q} \end{pmatrix}$$

Полная энергия единицы массы газа складывается из внутренней энергии, связанной с различными термодинамическими процессами (такими как поступательное движение, вращение, колебание и возбуждение электронов в атомах и молекулах газовой смеси), и кинетической энергии.

$$e = \varepsilon + \frac{1}{2} |\mathbf{v}|^2 \quad (2)$$

где t - время, ρ - плотность, \mathbf{v} - вектор скорости с компонентами v_x, v_y, v_z в координатных направлениях x, y, z .

\mathbf{I} - единичный тензор, $\boldsymbol{\tau}$ - тензор вязких напряжений, компоненты которого определяются равенством:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (3)$$

где δ_{ij} - символ Кронекера.

Вектор потока тепла \mathbf{q} определяется законом теплопроводности Фурье:

$$\mathbf{q} = -\lambda \nabla T \quad (4)$$

здесь λ - коэффициент теплопроводности, T - температура.

В процессе взаимодействия газа с поверхностью тела, общая энергия единицы массы газа складывается из внутренней энергии, связанной с различными термодинамическими процессами, такими как поступательное движение, вращение, колебание и возбуждение электронов в атомах и молекулах газовой смеси, и кинетической энергии. Для решения данной задачи необходимо учитывать такие характеристики среды, как вязкость и теплопроводность, которые при термически совершенном газе практически не зависят от давления и являются функциями только температуры. Однако, в высокотемпературном воздухе, когда начинают происходить процессы диссоциации и ионизации, зависимости этих характеристик от параметров среды усложняются и начинает играть роль зависимость от давления, которая является следствием изменения молекулярного состава.

В нашей модели воздух рассматривается как многокомпонентный газ, состоящий из n компонентов. Парциальная плотность компонента i воздуха находится из уравнения состояния:

$$\rho_i = \frac{p_i}{R_i T} \quad (5)$$

где p_i — парциальное давление компонента i , R_i — газовая постоянная компонента i в составе смеси. Газовая компонента определяется соотношением $R_i = \frac{R_0}{M_i}$, где R_0 — универсальная газовая постоянная, M_i — молярная масса компонента i . Плотность смеси находится из уравнения состояния:

$$\rho = \frac{p}{RT} \quad (6)$$

где p — давление смеси, M — мольная масса смеси. Давление смеси находится из закона Дальтона

$$p = \sum_{i=1}^n p_i \quad (7)$$

Мольная масса смеси находится из соотношения:

$$M = \sum_{i=1}^n c_i M_i \quad (8)$$

где M_i — мольная масса компонента i , c_i — массовая концентрация компонента i в смеси ($c_i = \rho_i/\rho$).

Энтальпия смеси имеет вид:

$$h = \sum_{i=1}^n c_i h_i \quad (9)$$

Энтальпия компонента i смеси находится из соотношения:

$$h_i = \int_{T_1}^{T_2} C_{pi} dT \quad (10)$$

Удельная теплоемкость каждой компоненты i смеси задается в виде кусочно-линейной зависимости как функция температуры и давления. Средняя удельная теплоемкость газовой смеси вычисляется с использованием соотношения:

$$c_p = \sum_{i=1}^n c_i C_{pi} \quad (11)$$

где C_{pi} — удельная теплоемкость компонента i .

Вязкость и теплопроводность газовой смеси определяются по формулам:

$$\mu = \sum_{i=1}^n \frac{x_i \mu_i}{\sum_{j=1}^n x_{ij} \varphi_{ij}}, \lambda = \sum_{i=1}^n \frac{x_i \lambda_i}{\sum_{j=1}^n x_{ij} \varphi_{ij}} \quad (12)$$

где x_i — мольная концентрация компонента i . Параметр φ_{ij} рассчитывался с использованием соотношения:

$$\varphi_{ij} = \left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{M_{wj}}{M_w} \right)^{\frac{1}{4}} \right]^2 \left[8 \left(1 + \frac{M_{wi}}{M_{wj}} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (13)$$

Вязкость каждого компонента вычисляется по формуле Сазерленда:

$$\mu_i = \mu_{0i} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \frac{T_0 + S}{T + S} \quad (14)$$

где μ_{0i} — динамическая вязкость компонента i при температуре T_0 , S — эффективная температура (константа Сазерленда, $S = 110.4$ К). Для воздуха $\mu_0 = 1.76 \cdot 10^{-5}$ Па · с при $T_0 = 273.14$ К. Теплопроводность каждого компонента определяется с использованием соотношения из кинетической теории газов:

$$\lambda_i = \frac{15 R_0}{4 M_i} \mu_i \left(\frac{4 C_{pi} M_i}{15 R_0} + \frac{1}{3} \right) \quad (15)$$

3.2 Осреднение по Фавру

Согласно подходу, предложенному Рейнольдсом, мгновенные параметры турбулентного потока представляются в виде суммы среднего и пульсационной составляющих, \bar{f} и f' , соответственно:

$$f = \bar{f} + f' \quad (16)$$

Осреднение производится по времени:

$$\bar{f} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} f dt \quad (17)$$

где Δt — интервал осреднения, который должен быть достаточно велик по сравнению с характерным периодом пульсационного поля и существенно мал по сравнению с периодом осредненного поля.

Это классический подход, который предложил Рейнольдсом для течений несжимаемой жидкости, при турбулентном течении сжимаемого газа более предпочтительным является другой способ осреднения, при котором для плотности и давления газа применяется осреднение по Рейнольдсу, а для остальных параметров течения определяется их так называемое средневзвешенное значение. Данный смешанный подход осреднения, называемый методом средневзвешенных параметров, иногда его также именуют осреднением по Фавру.[1]

Таким образом, осредненный параметр потока определяется в виде суммы средневзвешенного значения \tilde{f} и пульсационной составляющей f'' :

$$f = \tilde{f} + f'' \quad (18)$$

Средневзвешенные параметры течения определяются следующим образом:

$$\tilde{f} = \frac{\overline{\rho f}}{\bar{\rho}} \quad (19)$$

В данном случае, прямая черта сверху обозначает осреднение по времени. При это для плотности и давления сохраняется обычное представление. Очевидно, что для несжимаемой жидкости $\tilde{f} = \bar{f}$.

Затем, проведя осреднение исходной системы уравнений способом, описанным выше, мы получим следующую систему:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i) = 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_i v_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}[\mu(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial v_i}{\partial x_i})] + \frac{\partial}{\partial x_j}(-\overline{\rho v'_i v'_j}) \quad (21)$$

Для замыкания этой системы уравнений необходимо определить компоненты тензора рейнولدсовых напряжений $-\overline{\rho v'_i v'_j}$. Данная система в литературе часто встречается под названием FANS(англ. "Favre-averaged Navier-Stokes") по аналогии с названием уравнений Рейнольдса (англ. Reynolds-averaged Navier-Stokes или RANS).

3.3 Модель турбулентности Спаларта-Аллмареса

Моделирование турбулентности является сложной задачей, которая требует учета множества факторов и характеристик среды. Для этого используются эмпирические и математические модели, которые включают в себя дополнительные дифференциальные уравнения и соотношения. Одним из основных направлений в исследовании турбулентных течений является поиск универсальной модели турбулентности, которая бы позволила прогнозировать широкий спектр турбулентных явлений. Однако, долгое время существовало заблуждение, что для такой модели необходимо максимальное число уравнений. Увеличение числа уравнений требует соответствующей эмпирической информации, которая может быть трудно достижимой [5].

В данной работе применяется модель турбулентности Спаларта-Аллмареса, которая является одной из самых надежных моделей при своей относительной простоте и тем самым не требует много вычислительного ресурса[6]. Система уравнений Навье-Стокса, осредненная по Фавру замыкается, уравнением для переноса модифицированной турбулентной вязкости $\tilde{\nu}$:

$$\frac{d\tilde{\nu}}{dt} = P^\nu - D^\nu + \frac{1}{\sigma}[\nabla \cdot \{(\nu + \tilde{\nu})\nabla\tilde{\nu}\} + C_{b2}\{(\nabla\tilde{\nu}) \cdot (\nabla\tilde{\nu})\}] + f_{t1}\Delta u^2 \quad (22)$$

$\tilde{\nu}$ выражается через кинематическую турбулентную вязкость следующим образом:

$$\tilde{\nu} = \frac{v_t}{f_{\nu 1}} \quad (23)$$

$$f_{\nu 1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{\nu 1}^3}, \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \quad (24)$$

в свою очередь кинематическая вязкость ν связана с динамической вязкостью μ следующим соотношением:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (25)$$

Генерационный член P^ν и диссипативный член D^ν :

$$P^\nu = c_{b1}(1 - f_{t2})\tilde{S}_{\tilde{\nu}} \quad (26)$$

$$D^\nu = (c_{w1}f_w - \frac{c_{b1}}{k^2}f_{t2})\left(\frac{\tilde{\nu}}{d_w}\right)^2 \quad (27)$$

где

$$\tilde{S} = \Omega + f_{\nu 2} \frac{\tilde{\nu}}{(kd_w)^2}, f_{\nu 2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{\nu 1}} \quad (28)$$

$$f_w = g\left(\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^3}\right)^{\frac{1}{6}}, g = r + c_{w2}(r^6 - r), r = \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S}(kd_w)^2} \quad (29)$$

d_w - расстояние до стенки, $k = 0.41$ - постоянная Кармана, Ω - модуль тензора завихренности:

$$\Omega = (2\Omega_{ij}\Omega_{ij})^{\frac{1}{2}}, \Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \quad (30)$$

В уравнении (22) f_{t2} отвечает за подавление "численного" ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое, определяется следующим выражением:

$$f_{t2} = C_{t3} \cdot \exp\{-C_{t4}\chi^2\} \quad (31)$$

Член $f_{t1}\Delta u^2$ в уравнении переноса турбулентной вязкости отвечает за ламинарно-турбулентный переход в заданной точке.

Ниже представлены константы, включенные в модель:

$$\sigma = \frac{2}{3}, c_{b1} = 0.1355, c_{b2} = 0.622,$$

$$c_{w1} = \frac{c_{b1}}{k^2} + \frac{1 + c_{b2}}{\sigma}, c_{w2} = 0.3, \quad (32)$$

$$c_{w3} = 2, c_{\nu 1} = 7.1, c_{t3} = 1.2, c_{t4} = 0.5$$

3.4 Уравнение диффузии

В данной части работы рассматривается построение модели газа, в котором с повышением температур начинают протекать химические реакции. Массовая концентрация каждого компонента смеси c_i рассчитывается с помощью решения уравнений диффузии, которые для i -го компонента принимают вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c_i) + \nabla(\rho \vec{v} c_i) = -\nabla \vec{J}_i + w_i, \quad i = 1, \dots, N_k - 1, \quad (33)$$

здесь N_k - число компонент смеси, w_i - массовая скорость образования i -ой компоненты, \vec{J}_i - вектор диффузионного потока i -ой компоненты.

Для описания модели реагирующего газа используется $N_k - 1$ уравнений диффузии, система замыкается условием равенства единице суммы массовых концентраций:

$$\sum_{i=1}^{N_k} c_i = 1. \quad (34)$$

Для смеси газов уравнение состояния можно представить:

$$p = \rho \frac{R_0 T}{\mu_\Sigma}, \quad (35)$$

где молекулярный вес смеси определяется:

$$\mu_\Sigma = \left(\sum_i \frac{c_i}{\mu_i} \right)^{-1} = \sum_i C_i \mu_i. \quad (36)$$

Переход от массовых концентраций в мольные концентрации C_i осуществляется следующим образом:

$$C_i = \mu_\Sigma \frac{c_i}{\mu_i}, \quad (37)$$

Вектор диффузионного потока i -ой компоненты вычисляется из закона Фика:

$$\vec{J}_i = -\rho D_{i,m} \nabla c_i, \quad (38)$$

где $D_{i,m}$ - коэффициент диффузии i -ой компоненты.

В общем виде реакцию r можно записать:



где $\nu'_{i,r}$ - стехиометрический коэффициент i -го реагента реакции r , $\nu''_{i,r}$ - стехиометрический коэффициент i -го продукта реакции r , A_i - символ обозначающий i -ый компонент, $k_{f,r}$ - константа скорости прямой реакции, $k_{b,r}$ - константа скорости обратной реакции.

Массовая скорость образования i -ой компоненты w_i вычисляются с помощью соотношения, которое следует из закона действующих масс. В соответствии с законом действующих масс скорость образования химического вещества пропорциональна произведению концентраций реагирующих компонент, причем каждая концентрация входит в произведение в степени, равной соответствующему стехиометрическому коэффициенту.[1]

Формула для вычисления w_i выглядит следующим образом:

$$w_i = \mu_i \sum_{r=1}^{N_R} \hat{w}_{i,r} \quad (40)$$

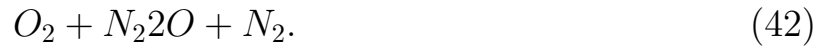
Суммирование происходит по реакциям в которых участвует i -ый компонент (N_R - количество данных реакций), μ_i - молекулярный вес i -го компонента, $\hat{w}_{i,r}$ -

молярная скорость образования/распада i -ой компоненты в реакции r (размерность моль/(м³*с)).

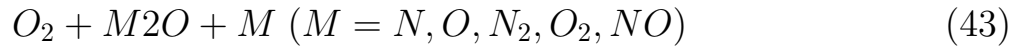
Для r -ой реакции молярная скорость образования/распада i -ой компоненты принимает вид:

$$\hat{w}_{i,r} = \Gamma_r (\nu''_{i,r} - \nu'_{i,r}) \left(k_{f,r} \prod_{j=1}^N C_j^{\nu'_{j,r}} - k_{b,r} \prod_{j=1}^N C_j^{\nu''_{j,r}} \right), \quad (41)$$

где Γ_r – коэффициент учета третьей частицы, который может быть отличный от единицы только в реакциях где участвует третья не реагирующая частица, например, реакция диссоциации молекулы кислорода O_2 молекулой азота N_2 , которая не распадается:



Это позволяет вместо множества реакций типа:



записать всего одну (это допустимо так как в формуле Аррениуса для этих реакций будет различаться только предэкспоненциальный множитель), при этом вводим коэффициент эффективности третьей частицы в этой реакции $\gamma_{j,r}$:

$$\Gamma_r = \sum_{j=1}^{N_k} \gamma_{j,r} C_j. \quad (44)$$

В других же реакциях $\Gamma = 1$. Коэффициенты $\gamma_{j,r}$ для реакций диссоциации представлены в следующей таблице:

Реакция	O_2	N_2	NO	N	O
$O_2 + M \rightleftharpoons O + O + M$	1	1	1	5	5
$N_2 + M \rightleftharpoons N + N + M$	1	1	1	4.28	4.28
$NO + M \rightleftharpoons N + O + M$	1	1	22	22	22

Константа скорости прямой реакции $k_{f,r}$ вычисляется с помощью уравнения Аррениуса:

$$k_{f,r} = A_r T^{\beta_r} e^{-\frac{E_r}{RT}} \quad (45)$$

В уравнении A_r - фактор частоты, β_r - показатель температуры, E_r - энергия активации, R - универсальная газовая постоянная.

В случае, когда реакция обратима, константа скорости обратной реакции вычисляется с помощью константы скорости прямой реакции по формуле:

$$k_{b,r} = \frac{k_{f,r}}{K_r} \quad (46)$$

K_r - константа равновесия r -ой реакции.

Константа равновесия определяется следующим соотношением:

$$K_r = \exp\left(\frac{\Delta S_r^0}{R} - \frac{\Delta H_r^0}{RT}\right) \left(\frac{p_{atm}}{RT}\right)^{\sum_{i=1}^N (\nu''_{i,r} - \nu'_{i,r})} \quad (47)$$

p_{atm} - атмосферное давление.

Показатель экспоненты выражает изменение энергии Гиббса, где энтропийный и энтальпийный факторы определяются соответственно выражениями:

$$\frac{\Delta S_r^0}{R} = \sum_{i=1}^N (\nu''_{i,r} - \nu'_{i,r}) \frac{S_i^0}{R} \quad (48)$$

$$\frac{\Delta H_r^0}{RT} = \sum_{i=1}^N (\nu''_{i,r} - \nu'_{i,r}) \frac{h_i^0}{RT} \quad (49)$$

где S_i^0 и h_i^0 - энтропия стандартного состояния и энтальпия стандартного состояния соответственно.

3.5 Двухтемпературная модель

Ansys Fluent предоставляет возможность использования решателя на основе плотности (схемы Годуновского типа) для моделирования неравновесных явлений в гиперзвуковых потоках. Для этого доступна двухтемпературная модель, которая учитывает процесс релаксации энергии в потоке и позволяет получить более точные результаты, чем при использовании однотемпературной модели. Гиперзвуковой газовый поток находится в неравновесном состоянии, и для правильного учета этого эффекта необходимо использовать двухтемпературную модель, которая предполагает, что поступательные и вращательные энергетические степени свободы находятся в равновесии с одной температурой, а колебательные и электронные энергетические уровни находятся в равновесии с другой температурой.

Решается система уравнений сохранения, включающая уравнения Навье-Стокса и одно дополнительное уравнение переноса, моделирующее сохранение колебательно-электронной энергии.

Уравнение, описывающее сохранение колебательно-электронной энергии представлено ниже:

$$\frac{\partial \rho e_{ve}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e_{ve} V) = -\nabla \cdot q_{ve} - \sum_i \nabla \cdot e_{ve,j} J_i + S^{ve} + S^{cv} \quad (50)$$

где e_{ve} - колебательно-электронная энергия на единицу массы.

$$q = k_{tr} \nabla T_{tr} + k_{ve} \nabla T_{ve} \quad (51)$$

Слагаемое $\sum_i \nabla \cdot e_{ve} J_i$ моделирует изменение колебательно-электронной энергии из-за диффузии частиц. J_i - диффузионный поток.

Релаксационный член S^{ve} описывается формулой Ландау-Теллера:

$$S^{ve} = \sum \rho_s \frac{e_{v,s}(T_{tr}) - e_{v,s}(T_{ve})}{\tau_s} \quad (52)$$

здесь - $e_{v,s}$ - колебательная энергия s-го компонента, τ_s - время релаксации s-го компонента

Релаксационный член S^{cv} моделирует изменения колебательно-электронной энергии в результате химических реакций и определяется следующим образом:

$$S^{cv} = \sum_i w_i e_{ve,i} \quad (53)$$

Когда двухтемпературная модель соединяется с химической моделью конечных скоростей для описания термодинамических неравновесных явлений в гиперзвуковых потоках, уравнение Аррениуса принимает вид:

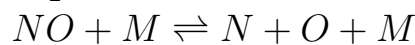
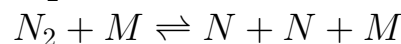
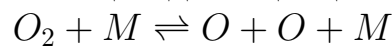
$$k_{f,r} = A_r T_c \beta_r e^{-E_r/RT_c} \quad (54)$$

Здесь $T_c = T_{tr}^\alpha T_{ve}^{1-\alpha}$. α - определяется в зависимости от типа реакции. Например, для реакций диссоциации $\alpha = 0.7$.

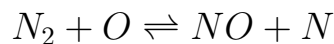
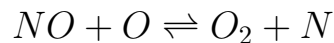
3.6 5-ти компонентный реагирующий воздух

В качестве газовой среды берется пятикомпонентный реагирующий воздух. В состав газовой смеси входят O_2 , N_2 , NO , N , O , модель учитывает 17 химических реакций. Данные реакции после ввода коэффициента учета третьей частицы могут быть представлены в виде:

Реакции диссоциации:



Реакции Зельдовича:



Константы входящие в уравнение Аррениуса описываются моделью Парка[4], представленной в следующей таблице:

Кинетическая модель Парка. $[A_r] = \text{моль}/(\text{м}^3 \cdot \text{с})$, $[\frac{E_r R}{k_B}] = \text{Дж}/\text{моль}$.

№	Реакция	М	A_r	β_r	$E_r R/k_B$
1	$O_2 + M \rightleftharpoons O + O + M$	N, O	$1.0 \cdot 10^{22}$	-1,50	$4.938 \cdot 10^5$
		N_2, O_2, NO	$2.0 \cdot 10^{21}$	-1,50	$4.938 \cdot 10^5$
2	$N_2 + M \rightleftharpoons N + N + M$	N, O	$3.0 \cdot 10^{22}$	-1,60	$9.403 \cdot 10^5$
		N_2, O_2, NO	$7.0 \cdot 10^{21}$	-1,60	$9.403 \cdot 10^5$
3	$NO + M \rightleftharpoons N + O + M$	N, O, NO	$1.1 \cdot 10^{17}$	0	$6.277 \cdot 10^5$
		N_2, O_2	$5.0 \cdot 10^{15}$	0	$6.277 \cdot 10^5$
4	$NO + O \rightleftharpoons O_2 + N$		$8.4 \cdot 10^{12}$	0	$1.613 \cdot 10^5$
5	$N_2 + O \rightleftharpoons NO + N$		$6,4 \cdot 10^{17}$	-1,0	$3.190 \cdot 10^5$

A_r - предэкспоненциальный множитель (фактор частоты)

β_r - показатель при температуре [безразмерный]

E_r - энергия активации для реакции [Дж/(моль*К)]

4 Численные методы

4.1 Метод конечных объемов

Для численного решения уравнений газовой динамики ANSYS Fluent использует метод конечных объемов, реализованный на неструктурированных сетках, главная идея которого - разбиение расчетной области на множество локальных элементов (контрольных объемов). В центре контрольного объема определяется величина V_i , которая представляет собой средне-интегральное значение соответствующей непрерывно распределенной величины [9]:

$$U_i = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \mathbf{U} dV \quad (55)$$

После чего вычисляется интеграл по границе контрольного объема i , как сумма произведений значений вектора потока $\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}$ в центрах граней j контрольного объема на площади его граней S_{ij} , уравнение (1) можно записать в следующем виде:

$$\frac{dU_i}{dt} + \frac{1}{V_i} \sum_j^{N_i} F_{ij} S_{ij} = 0 \quad (56)$$

здесь V_i – объем контрольного объема i , F_{ij} – вектор потока из ячейки i в ячейку j в центре грани контрольного объема, S_{ij} – площадь грани j контрольного объема i . Под N_i понимается общее число контрольных объемов

4.2 Схема на основе метода Годунова

Ansyst Fluent предлагает выбрать один из двух семейств численных методов[8]:

1. Схемы на основе метода Годунова(Density-based solver)
2. Схемы на основе метода коррекции давлений(Pressure-based solver)

Метод коррекции давлений был разработан для низкоскоростных несжимаемых потоков, в то время как метод Годунова в основном использовался для высокоскоростных сжимаемых потоков. Однако в последнее время оба метода были расширены и переформулированы для решения и работы в широком диапазоне условий потока, выходящих за рамки их традиционного или первоначального замысла.

Схема численного решения уравнений газодинамики, разработанная С.К. Годуновым, является наиболее точной и надежной при расчете сложных разрывных течений газа, которые включают в себя зоны уплотнения различной интенсивности, разрежения и контактные разрывы. Она основана на аппроксимации потоков на границах ячеек разностной сетки с помощью точного решения задачи Римана о распаде газодинамического разрыва. Произвольный разрыв газа распадается на три волны: левую волну, контактный разрыв. При

этом стоит сказать, что точное решение задачи Римана требует трудоемкого решения нелинейной системы уравнений методом итераций. Из-за этого стали популярны более экономичные методы численного решения уравнений газодинамики, которые основаны на приближенном решении задачи распада разрыва. Эти методы позволяют проводить расчеты разрывных течений с использованием схем, которые приближаются к схеме Годунова.[13].

4.3 Схема AUSM

Задачи обтекания затупленных тел имеют ряд вычислительных особенностей, которые необходимо учитывать. Одна из особенностей это возникновение вблизи фронта ударной волны численного артефакта, в литературе имеющего название "проблема карбункула"[12].

При использовании схемы на основе метода Годунова(density-based) и выборе неявной схемы, Ansys Fluent предлагает 2 метода расчета потока между ячейками:

1. схема Roe
2. схема AUSM

Оба решают задачу о распаде произвольного разрыва приближенно в отличие от классического метода Годунова [10], который предоставляет точное решение. Метод расщепления адвекции вверх по течению (AUSM), основан на концепции против потока и разделяет невязкий поток на конвективный и акустический, которые представляются, как отдельные физические процессы [7].

Схема Roe при решении в невязкой постановке при больших скоростях и низких давлениях оказывается не применима, имеет место нефизичная форма скачка уплотнения, устойчивое решение возможно получить лишь при низких значениях числа Куранта(менее 0.01), что приводит к большим вычислительным затратам. При решении задачи в невязкой постановке с применением схемы AUSM в полях распределения макропараметров потока также присутствуют численные аномалии и неустойчивости[9].

Добавление ламинарной вязкости улучшает устойчивость обеих схем, однако в схеме Roe возникают слабые нефизические артефакты в окрестности головного скачка уплотнения, а в схеме AUSM наблюдаются вихревые структуры вблизи линии симметрии. Учет вязкости помогает снизить нефизические возмущения численного решения. При повышении температуры воздуха его вязкость увеличивается, что учитывается с помощью формулы Сазерленда (аналогичная зависимость применяется для учета зависимости теплопроводности воздуха от температуры). Учет изменения вязкости при изменении температуры помогает уменьшить нефизические осцилляции решения.

Решая задачу, учитывая зависимость вязкости и теплопроводности от температуры, а также решая задачу в турбулентной постановке, применяя осредненные по Фавру уравнения Навье–Стокса, замкнутые при помощи модели турбулентности Спаларта–Алмареса, нефизические осцилляции решения удается

преодолеть при использовании схемы Roe и AUSM[9]. В этой работе как раз используется данный подход, при этом выбирается схема AUSM, как наиболее подходящая для моделирования течений с сильными ударными волнами.

Рассмотрим подробнее схему AUSM. В двумерном случае систему уравнений (1) можно представить в виде:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = 0 \quad (57)$$

\mathbf{U} - вектор-столбец консервативных переменных, \mathbf{R} и \mathbf{G} - невязкие потоки.

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v_x \\ \rho v_y \\ \rho e \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{pmatrix} \rho v_x \\ \rho v_x^2 + p \\ \rho v_x v_y \\ \rho v_x H \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho v_y \\ \rho v_x v_y \\ \rho v_y^2 + p \\ \rho v_y H \end{pmatrix}$$

H - полная энтальпия, которая выражается через полную энергию:

$$H = e + \frac{p}{\rho} \quad (58)$$

Поток разделяется на 2 независимых процесса - конвективный $\mathbf{R}^c =$ и акустический \mathbf{R}^p , следующим образом:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}^c + \mathbf{R}^p \quad (59)$$

$$\mathbf{R}^c = v_x \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v_x \\ \rho v_y \\ \rho H \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} \rho a_s \\ \rho v_x a_s \\ \rho v_y a_s \\ \rho H a_s \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R}^p = \begin{pmatrix} 0 \\ p \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

здесь M - число Маха, a_s - скорость звука.

Теперь перейдем к рассмотрению конвективного потока между двумя ячейками. Индекс «1/2» означает границу между ячейками, а индексы «L/R» «Левая/Правая» ячейка относительно границы. Тогда конвективный поток можно представить в следующем виде:

$$\mathbf{R}_{1/2}^c = v_{x,1/2} \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v_x \\ \rho v_y \\ \rho H \end{pmatrix}_{L/R} = M_{1/2} \begin{pmatrix} \rho a_s \\ \rho v_x a_s \\ \rho v_y a_s \\ \rho H a_s \end{pmatrix}_{L/R}$$

Потоки расщепляются на границе исходя из значения числа Маха. Правило переноса некоторой величины Θ из ячейки, из которого исходит поток, можно записать так:

$$\Theta_{L/R} = \begin{cases} \Theta_L, M_{1/2} \geq 0 \\ \Theta_R, M_{1/2} < 0 \end{cases} \quad (60)$$

Поток расщепляется на 2 части, состоящих из «Правого» и «Левого» вкладов, которые вычисляются посредством представления числа Маха в виде двух слагаемых:

$$M_{1/2} = M_L^\pm + M_R^\pm \quad (61)$$

При этом должны выполняться следующие условия:

1. $M_L^+ + M_R^- = M$. Сумма вкладов ячеек дает итоговое число Маха
2. $M_L^+ > 0$, $M_R^- < 0$. При вычислении потока от левой ячейки к правой, поток из левой ячейки всегда неотрицательно направленный. Если вычисляем из правой, то ситуация обратная.
3. функции непрерывны и монотонно возрастающие
4. функции непрерывно дифференцируемы
5. $M_L^+(M) = M_R^-(-M)$. Симметричность расщепления
6. $M_L^+ = M$ при $M \geq 1$, $M_R^- = M$ при $M < 1$

Тогда M^\pm рассчитывается следующим образом:

$$M^\pm = \begin{cases} g(M), |M| \leq 1 \\ \frac{1}{2}(M \pm |M|), |M| > 1 \end{cases} \quad (62)$$

Затем $g(M)$ ищется в виде полинома, с выбранной степенью аппроксимации. В случае аппроксимации полиномом второго порядка:

$$g(M) = \pm \frac{1}{4}(M \pm 1)^2 \quad (63)$$

После расщепления конвективного потока строится расщепление для давления. Представим давление в виде:

$$p_{1/2} = p_L^\pm + p_R^\pm \quad (64)$$

Необходимо выполнение следующих ограничений:

1. $p_L^+ + p_R^- = p$
2. $p^\pm \leq 0$
3. p_L^+, p_R^- - непрерывны, первая монотонно возрастает, вторая монотонно убывает

4. p_L^+, p_R^- - гладкие функции
5. $p_L^+(M) = p_R^-(-M)$. Симметричность расщепления
6. $p_L^+ = p$ при $M \geq 1$, $p_R^- = p$ при $M < 1$

Можно заметить, что данные ограничения отличаются от ограничений, наложенных на конвективный поток. Разница в том, что давление не может быть отрицательным. Итого, из последнего условия получаем:

$$p^\pm = \begin{cases} h(M), & |M| \leq 1 \\ \frac{p(M+|M|)}{2M}, & |M| > 1 \end{cases} \quad (65)$$

Аналогично конвективному потоку $h(M)$ ищется в виде многочлена, в случае многочлена третьего порядка получим:

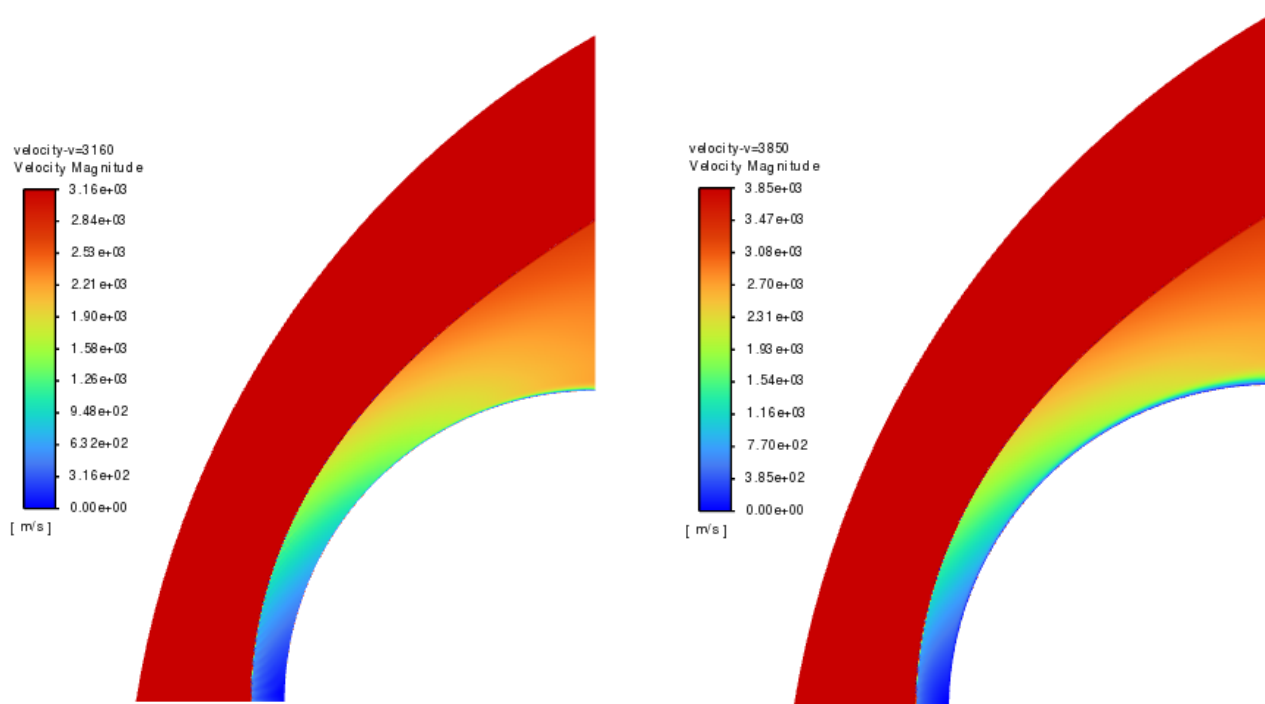
$$\frac{p}{4}(M \pm 1)^2(2 \mp M)^2 \quad (66)$$

5 Результаты численного моделирования

5.1 Поле распределения параметров при параметрах входного потока

Рассмотрим результаты расчета в двух случаях:

1. при скорости входного потока 3160 м/с и входном давлении 20394 Па
2. при скорости входного потока 3850 м/с и входном давлении 2399 Па



- a) входные параметры: $V = 3160$ м/с, $T = 293$ К, $p = 20394$ Па б) входные параметры: $V = 3850$ м/с, $T = 293$ К, $p = 2399$ Па

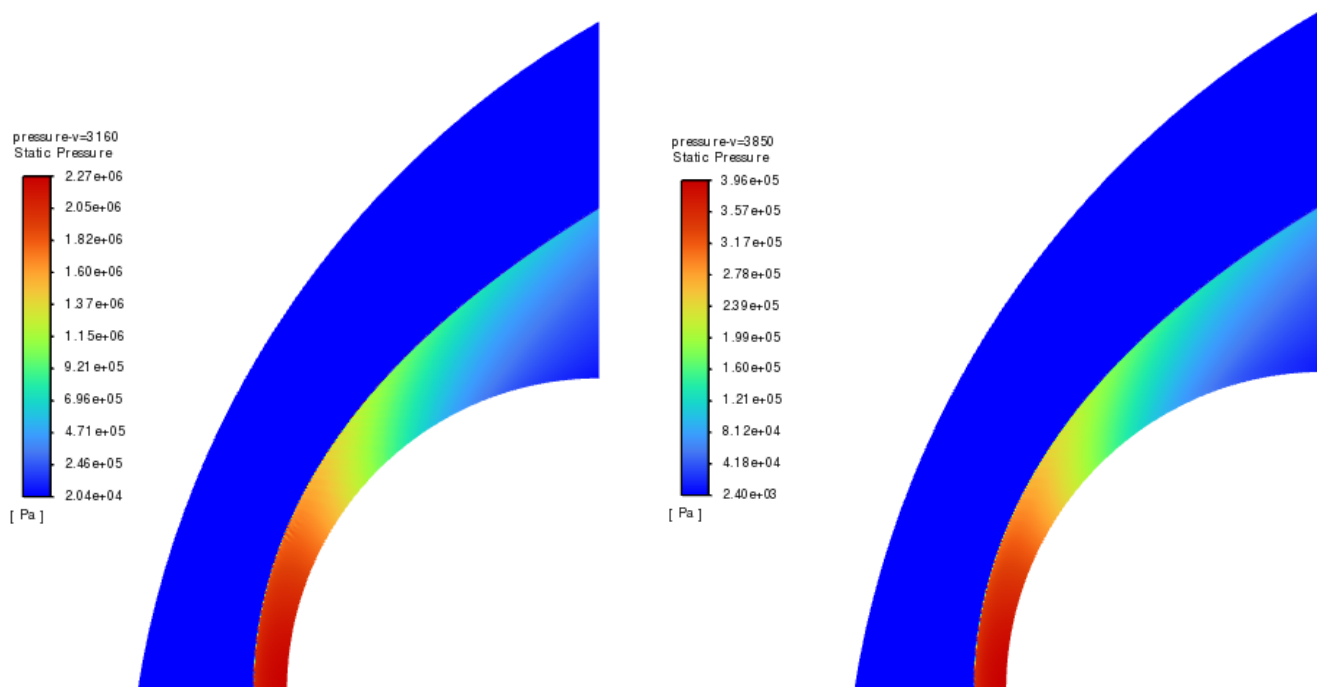
Рис. 4: Поля распределения модуля скорости

На рисунках 4, 5, 6, 7 наблюдается отсоединенная ударная волна, легко заметить, что макропараметры системы испытывают скачок на границе разрыва.

Обратим внимание на Рис. 4, на пересечении линии симметрии и поверхности сферы наблюдается точка торможения, вблизи неё присутствует область, в которой течение дозвуковое, такая область всегда присутствует за отсоединенной волной вблизи передней части обтекаемого тела. В целом данные особенности характерны для всех течений около затупленных тел. При этом в случае полей распределения модуля скорости, изображенных на Рис.4, площадь области, в которой течение дозвуковое, отличается несущественно.

Теперь рассмотрим Рис. 5, заметим, что давление внутри ударного слоя значительно превосходит давление на входе. В целом разница, как в случае а.) так и в случае б.) составляет порядок.

При увеличении числа Маха происходит гиперзвуковая стабилизация течения, при которой распределение давления по поверхности сферы становится почти универсальным при числе Маха равном 6. Дальнейшее увеличение числа Маха не влияет на распределение давления по поверхности сферы [9]



а) Входные параметры: $V = 3160$ м/с, $T = 293$ К, $p = 20394$ Па
 б) Входные параметры: $V = 3850$ м/с, $T = 293$ К, $p = 2399$ Па

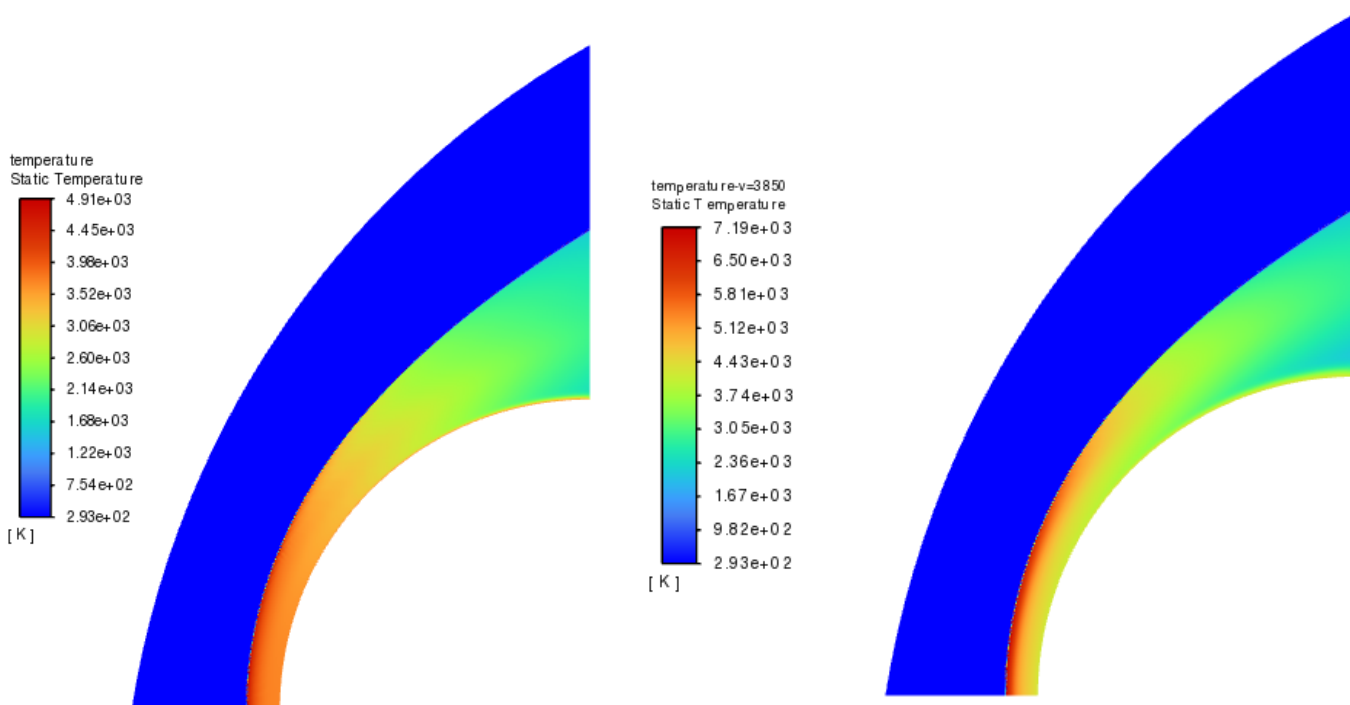
Рис. 5: Поля распределения статического давления

Перейдем к Рис 6, в случае с температурой наблюдается ситуация похожая на ситуацию с давлением: максимальная температура за поверхностью разрыва значительно превосходит температуру на входе. С другой стороны при одинаковой входной температуре и разнице в скорости в 22 % на входе, получаем разницу в температурах на выходе в 46 %.

В целом, температура и давление внутри ударной волны всегда будет значительно больше чем до поверхности разрыва, более того данное соотношение может возрастать неограниченно при увеличении скорости входного потока [11].

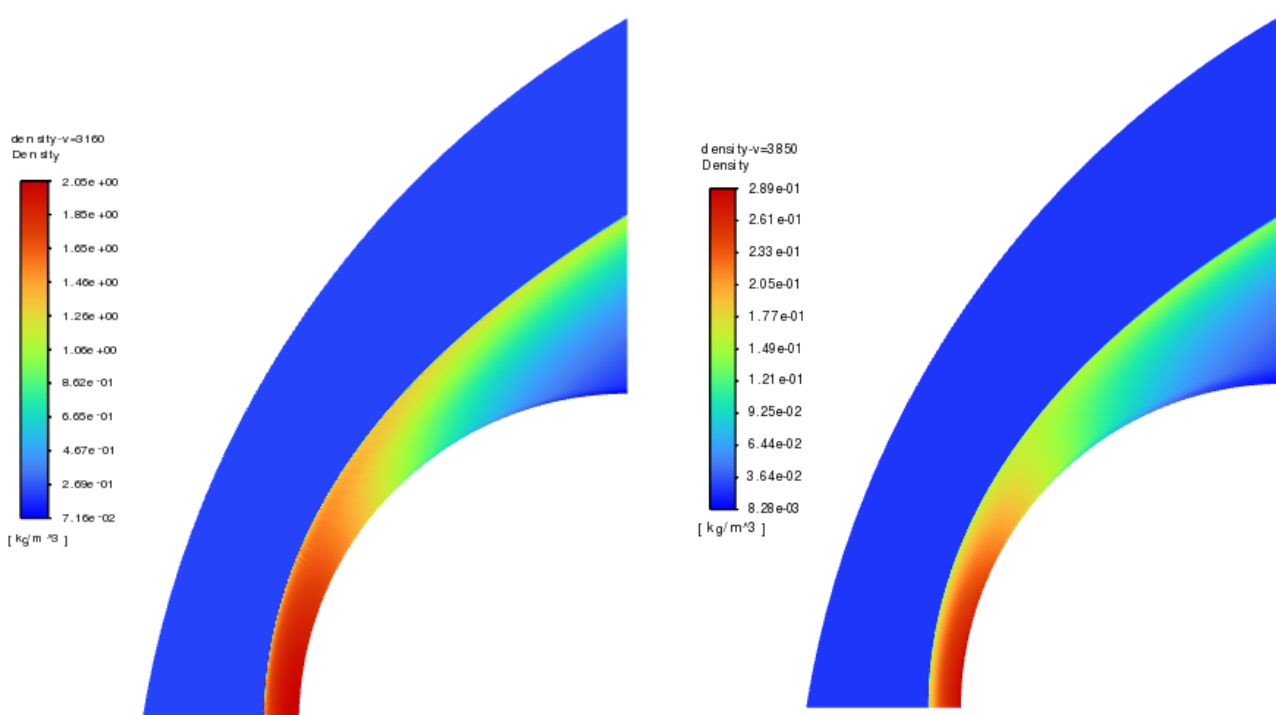
Теперь рассмотрим поля распределения плотностей Рис. 7. Легко заметить, что при переходе поверхности разрыва плотность, как и давление с температурой сильно возрастает. При этом разница в максимальных плотностях в случае а.) и б.) составляет 41 % в пользу б.) при том, что в случае б.) начальная плотность меньше примерно на порядок. Несмотря на то, что плотность за поверхностью разрыва всегда значительно больше, отношение её к плотности до поверхности разрыва всегда остается ограниченной.

Стоит упомянуть, что при решении данной задачи в ламинарной постановке при применении схемы AUSM за скачком уплотнения вблизи линии симметрии присутствуют неравномерности скорости [9]. На Рис. 4 можно увидеть, что скачок уплотнения характеризуется гладкой формой. Это связано с тем,



а) Входные параметры: $V = 3160$ м/с, $T = 293$ К, $p = 20394$ Па
 б) Входные параметры: $V = 3850$ м/с, $T = 293$ К, $p = 2399$ Па

Рис. 6: Поля распределения статической температуры



а) Входные параметры: $V = 3160$ м/с, $T = 293$ К, $p = 20394$ Па
 б) Входные параметры: $V = 3850$ м/с, $T = 293$ К, $p = 2399$ Па

Рис. 7: Поля распределения плотности

что мы учитываем явление турбулентности, решая осредненную по Фавру си-

стему уравнений Навье-Стокса, и используя модель турбулентности Спаларта-Алмареса.

5.2 Сравнение с экспериментальными данными и моделью совершенного газа

Рассмотрим Рис. 8, на нем представлена зависимость безразмерного расстояния до скачка уплотнения от значения числа Маха. Значения чисел Маха для разных расчетов варьируются от 8 до 20. На графике изображены результаты данной работы, желтая линия - зеленая и розовые линии это результаты расчетов, полученный в работе [16], модель совершенного газа (без учета физико-химических процессов) и однотемпературная модель с 5-компонентной воздушной смесью соответственно. Красные точки - результаты данной работы с использованием двухтемпературной модели.

Синие точки с интервалом, учитывающим погрешность измерений, это результаты физического эксперимента из следующей работы [2], аналогично желтой линией изображены экспериментальные данные из следующего источника [3].

Для наглядности на Рис. 9 приведен график с результатами данной работы и экспериментальными данными, с варьированием числа Маха примерно от 9 до 11.5. Результаты по расчету однотемпературной модели с 5-ти компонентной воздушной смесью опубликованы в [14], [15].

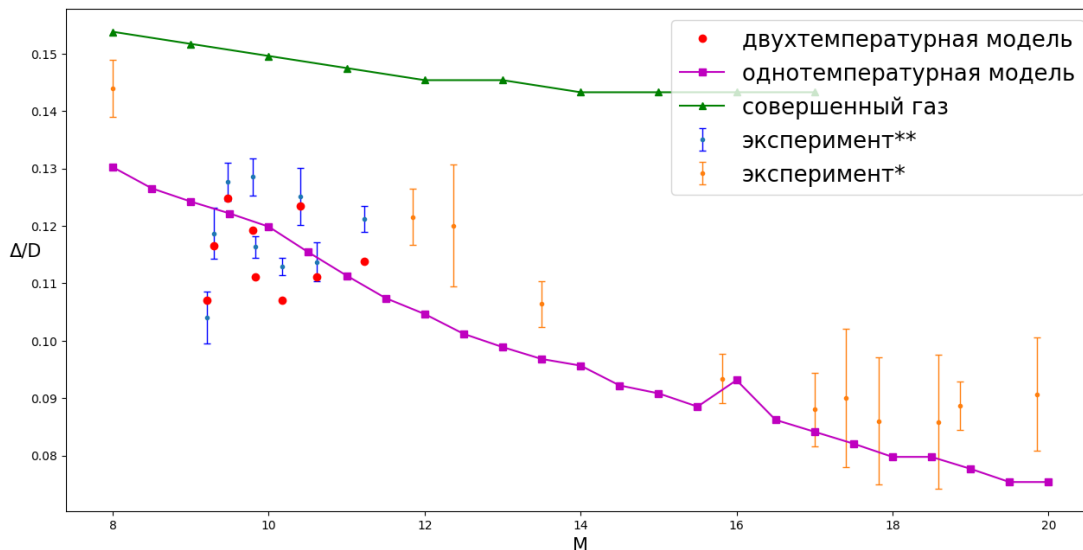


Рис. 8: Зависимость безразмерной толщины ударного слоя от скорости входного потока. Результаты в промежутке от 8 до 20 М

При рассмотрении графика (Рис. 8), можно заметить, что расстояние до скачка уплотнения в случае моделей с учетом физико-химических процессов значительно меньше, чем случае модели совершенного газа. Это объясняется

более точным предсказанием температуры воздуха однотемпературной и двухтемпературной моделями, в их случае температура газа значительно ниже, чем в случае модели совершенного газа.

Рассмотрим промежуток от Рис 9 (диапазон эксперимента [2]). Двухтемпературная модель на диапазоне эксперимента имеет расхождение с ним в среднем в 5 %. При числах Маха от 15 до 19 мы видим, что однотемпературная модель хорошо согласуется с экспериментом [3], разница составляет менее 10 %. На промежутке от 17.5 до 18.5 оба расчета попадают в интервал, учитывающий погрешность измерений.

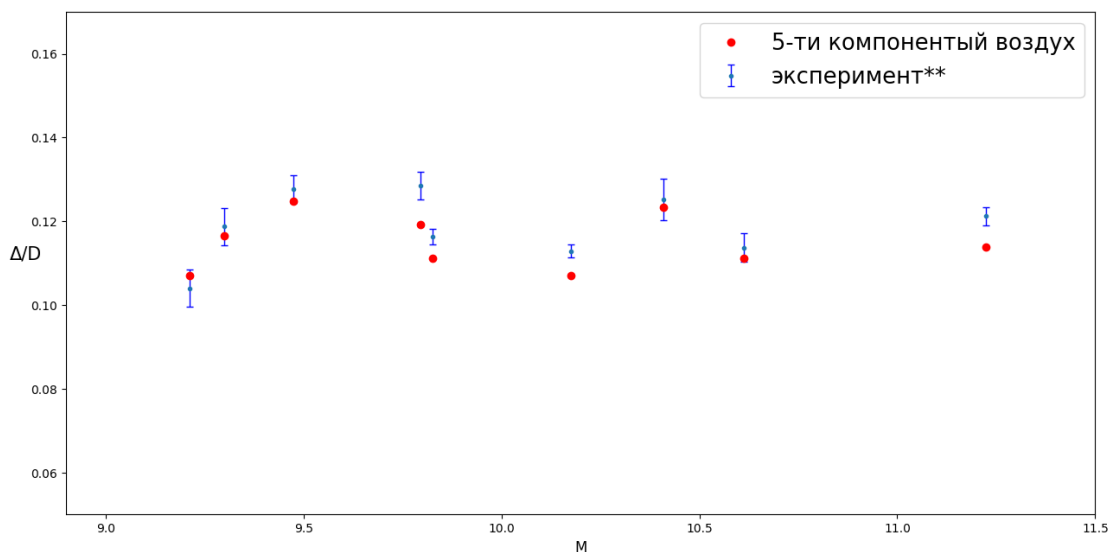


Рис. 9: Зависимость безразмерной толщины ударного слоя от скорости входного потока. Результаты в промежутке эксперимента [2]

Что касается модели совершенного газа, не учитывающей физико-химические процессы в газе, результаты расчета по ней представлены в диапазоне от 8 до 17 M , видно, что согласно эксперименту толщина ударной волны убывает при увеличении скорости на входе. При этом модель согласно результатам для модели совершенного газа, толщина ударного слоя на этом промежутке убывает значительно медленнее, это опять же объясняется завышением температур в случае использования данной модели.

6 Заключение

Проведено моделирование задачи гиперзвукового обтекания сферы воздухом с использованием двухтемпературной модели неравновесной химической кинетики с 5-ти компонентным реагирующим воздухом. Были взяты начальные данные из работ [2],[3]. Модели с учетом физико-химических процессов, протекающих в газе, также сравнивались с моделью совершенного газа (без учета физико-химических процессов). Для решения данной задачи были построены 3 варианта вычислительной сетки и был сделан анализ сеточной сходимости, который показал, что оптимальное количество ячеек вычислительной сетки - 170000. Данная сетка использовалась в дальнейших расчетах. В качестве метода решения задачи о распаде произвольного разрыва в связи с рекомендациями, [9], был выбран метод AUSM, семейство данных методов является лучшим выбором при решении задач с сильными ударными волнами.

Исследована зависимость толщины ударного слоя от числа Маха на входной области. Произведено сравнение результатов расчета с использованием двухтемпературной и одготемпературной моделей с моделью совершенного газа и экспериментальными данными. Для двухтемпературной модели приведены поля распределения для газодинамических параметров в двух точках, было произведено сравнение полей распределения в зависимости от входных данных.

В целом, результаты, полученные с использованием модели совершенного газа без учета физико-химических процессов, показывают достаточно завышенные показатели толщины ударного слоя. Таким образом, в таких задачах, как, например, гиперзвуковое обтекание летательного аппарата при входе в атмосферу Земли необходимо применять более сложные модели, включающие в себя большее число уравнений. Хотя данный подход и является более затратным с вычислительной стороны, он дает значительно лучшее совпадение с экспериментальными данными.

Работа была проделана в рамках гранта, финансируемого Российским научными фондом. Большинство полученных результатов были опубликованы, [15], [14].

Список литературы

- [1] Лапин Ю.В. Стрелец М.Х. Внутренние течения газовых смесей М.:// Наука, 1989. — 368 с.
- [2] S. Nonaka, H. Mizuno, K. Takayama, and C. Park, Measurement of Shock Standoff Distance for Sphere in Ballistic Range, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer* 14, 225–229(2000).
- [3] Lobb R.K. Experimental measurement of shock detachment distance on spheres red in air at hypervelocities *High Temperature Aspects of Hypersonic Flow*. 1964. P. 519-527.
- [4] C. Park, J. Howe, R. Jaffe, G. Candler Review of Chemical-Kinetic Problems of Future NASA Missions, I: Earth Entries // *Journal of Thermophysics and Heat transfer* 7 (3), 385-398, 1993.
- [5] Моделирование турбулентных течений: Учебное пособие / И.А. Белов, С.А. Исаев, Балт. гос. техн. ун-т. СПб., 2001. 108 с.
- [6] Spalart P. R., Allmaras S. R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // *AIAA Paper* 1992-0439.
- [7] *Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications*, J. Blazek, 2001
- [8] *ANSYS FLUENT 12.0 Theory Guide* // Release 12.0 © ANSYS, Inc. 2009-01-23
- [9] "Решение задач сверх- и гиперзвуковой газовой динамики с использованием модели высокотемпературного воздуха"// К.Н. Волков, , Ю.В. Добров, А.Г. Карпенко, М.С. Яковчук, *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*, Том: 21, Номер: 4 Год: 2021, Страницы: 578-591
- [10] С. К. Годунов, Разностный метод расчета ударных волн, УМН, 1957, том 12, выпуск 1, 176–177
- [11] Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью, Черный Г.Г., Москва: Физматлит, 1959, 220 с.
- [12] MacCormack R.W. Carbuncle computational fluid dynamics problem for blunt-body flows // *Journal of Aerospace Information Systems*. 2013. Vol. 10. No. 5. P. 229–239.
- [13] Метод численного решения уравнений газодинамики с помощью соотношений на разрывах, А.В. Сафронов, Ю.В. Фомин // *Труды Московского физико-технического института*, 2010

- [14] Численное моделирование гиперзвукового обтекания полусферы с учетом неравновесных физико-химических процессов в высокотемпературном воздухе // К.Н.Волков, В.А. Гимадиев, Ю.В.Добров, А.Г.Карпенко, Вычислительные методы и программирование, 2022,23(3), 248–274
- [15] Numerical simulation of hypersonic flow with non-equilibrium chemical reactions around sphere // Dobrov Yury, Gimadiev Vladislav, Karpenko Anton and Volkov Konstantin (2022) Acta Astronautica, 194, pp. 468-479. ISSN (print) 0094-5765
- [16] "Численное моделирование гиперзвукового обтекания сферы воздухом"// Гимадиев В. А., Выпускная квалификационная работа, СПбГУ, 2021, 25 с.