

Санкт-Петербургский государственный университет

ПАВЕЛИНА Мария Евгеньевна

Выпускная квалификационная работа

Квантовые эффекты в поляризационном интерферометре

Уровень образования: магистратура

Направление 03.04.02 «Физика»

Основная образовательная программа ВМ.5511.2021 «Физика»

Научный руководитель:

Профессор, кафедра общей физики I,
д.ф.-м.н., профессор Венедиктов В.Ю.

Рецензент:

Старший преподаватель, кафедра
Лазерных измерительных навигационных
систем СПбГЭТУ «ЛЭТИ»,
к.ф.-м.н. Севрюгин А.А.

Санкт-Петербург 2023

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	3
Глава 1. ОПТИЧЕСКИЕ ВИХРИ	4
Глава 1.1. Введение в теорию оптических вихрей.....	4
Глава 1.2. Теоретические основы оптических вихрей	5
Глава 1.3. Генерация пучков с оптическими вихрями	12
Глава 1.4. Детектирование оптических вихрей	17
Глава 1.5. Приложения оптических вихрей.....	18
Глава 1.6. Распространение пучков с оптическими вихрями в турбулентной среде	19
Глава 2. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЙ ИНТЕРФЕРОМЕТР	20
Глава 2.1. Призмный ретрорефлектор	20
Глава 2.2. Принципиальная схема поляризационного интерферометра.....	24
Глава 3. ЭКСПЕРИМЕНТ	28
Глава 3.1. Эксперимент с линейной поляризацией.....	28
Глава 3.2. Эксперимент с круговой поляризацией	32
Глава 3.3. Эксперимент в случае однофотонного излучения	34
Глава 3.4. Выводы	36
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	37
ЛИТЕРАТУРА	38

ВВЕДЕНИЕ

С появлением квантовой информатики и квантовой связи в XXI веке возникла необходимость в разработке новых методов генерации, передачи и детектирования оптических сигналов. Одним из наиболее многообещающих подходов к передаче квантовой информации является использование оптических вихрей, уникальных структур света, обладающих орбитальным угловым моментом [1]. Благодаря своей способности кодировать и передавать большой объём информации, оптические вихри стали объектом интенсивных исследований в области квантовой связи и информатики. Однако генерация и детектирование оптических вихрей для вопросов квантовой информатики представляет собой сложную техническую задачу.

В моей выпускной квалификационной работе предлагается использовать поляризационный интерферометр [2] в качестве устройства для генерации оптических вихрей. В рамках данной работы был поставлен эксперимент по формированию пучков с оптическими вихрями с помощью поляризационного интерферометра для классического света с различными состояниями поляризации на входе, а также предложен эксперимент по генерации оптических вихрей для квантового света.

Глава 1. ОПТИЧЕСКИЕ ВИХРИ

Глава 1.1. Введение в теорию оптических вихрей

Изучение оптических вихрей началось в конце XX века, когда в 1992 году группой ученых во главе с Лесом Алленом было обнаружено, что пучки с оптическими вихрями обладают "орбитальным угловым моментом" света (ОУМ) [3]. Этот термин был использован для описания специфических характеристик вращения света вокруг своей оси. Исследования Аллена и его коллег стали основой для развития науки об оптических вихрях. Вихревые пучки (пучки с оптическими вихрями) представляют собой семейство световых пучков, которые обладают орбитальным угловым моментом и имеют фазовую структуру, представляющую собой геликоиду, закручивающуюся вокруг своей оси.

На рубеже XX и XXI веков было проведено множество экспериментов, направленных на получение и исследование оптических вихрей. Были разработаны различные методы генерации и детектирования оптических вихрей, что позволило ученым более подробно изучить их свойства и возможности. Эти методы стали основой для разработки новых технологий и приложений, связанных с оптическими вихрями. Среди наиболее важных достижений в области оптических вихрей следует отметить создание и успешное применение оптических пинцетов [4], которые позволяют управлять наночастицами с помощью излучения. Благодаря этому открытию стали возможны новые эксперименты в области биофизики, нанотехнологий и медицины [5].

В последующие годы исследования вихревых пучков продолжались в различных направлениях, включая использование орбитального углового момента света в качестве дополнительной степени свободы для передачи информации в оптических телекоммуникациях [6]. Это открыло новые возможности для развития высокоскоростной и высокопроизводительной связи

на глобальном уровне. Кроме того, оптические вихри стали активно изучаться в вопросах квантовой информатики и квантовых сетей [7]. Использование орбитального углового момента света для кодирования и передачи квантовой информации позволило увеличить пропускную способность квантовых каналов связи и сделало возможным создание более сложных квантовых систем. Несмотря на многочисленные успехи в исследованиях оптических вихрей, всё ещё остается множество открытых вопросов и проблем, требующих дальнейшего изучения. Одним из ключевых аспектов является совершенствование методов генерации и детектирования оптических вихрей с целью повышения их эффективности и точности. В работе будет изучен и продемонстрирован новый метод генерации оптических вихрей с помощью поляризационного интерферометра.

В целом исследования оптических вихрей претерпели значительный прогресс с момента их открытия и продолжают активно развиваться. Они стали предметом множества научных исследований, и результаты этих исследований значительно обогатили наше понимание света и его взаимодействия с веществом. Оптические вихри открывают новые перспективы для развития инновационных технологий и приложений в различных областях науки и промышленности.

Глава 1.2. Теоретические основы оптических вихрей

Плоские волны, гауссовы пучки, моды Эрмита-Гаусса и Лаггера-Гаусса

Плоская волна представляет собой распределение электромагнитного поля в пространстве, распространяющееся с постоянной амплитудой и фазой в каждой точке волнового фронта (Рис. 1). При этом волновой фронт остаётся плоским для каждого момента времени распространения волны в пространстве.

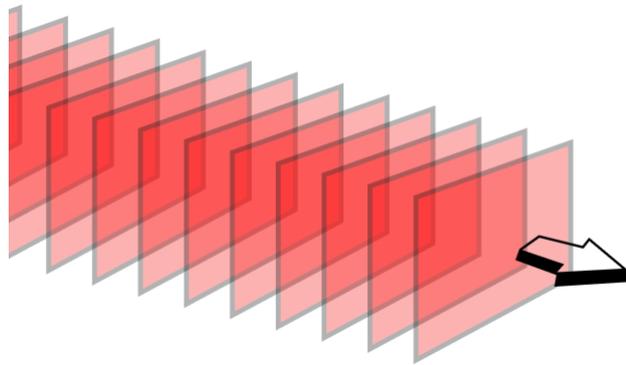


Рис. 1. Волновой фронт плоской волны

Математическое описание плоской волны можно представить в виде комплексной функции, зависящей от времени и координат:

$$\Psi(\vec{r}, t) = A e^{i((\vec{k}, \vec{r}) - \omega t)},$$

где A – амплитуда, \vec{k} – волновой вектор, ω – угловая частота.

Плоские волны имеют бесконечное распространение в пространстве, поэтому их использование является некорректным при рассмотрении реальных электромагнитных волн. Однако они играют важную роль в теоретическом описании и анализе свойств реальных электромагнитных волн, поскольку являются основным решением уравнений Максвелла для свободного пространства. Плоские волны обычно используются в качестве основы для более сложных волновых структур, таких как Гауссовы пучки, моды Эрмита-Гаусса и моды Лаггера-Гаусса [8].

Гауссов пучок – это одна из наиболее известных волновых структур в оптике. В отличие от плоской волны, он обладает ограниченным распределением амплитуды и фазы (Рис. 2).

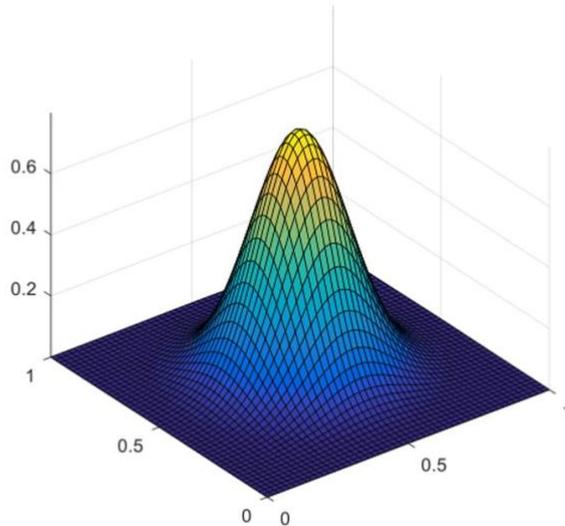


Рис. 2. Трёхмерный профиль Гауссова пучка

Математически такой пучок описывается гауссовой функцией:

$$\Psi(x, y, z, t) = A \frac{w_0}{w(z)} e^{-\frac{x^2+y^2}{w(z)^2}} e^{i(kz-\omega t)} e^{\frac{ik(x^2+y^2)}{2R(z)}} e^{-i\phi(z)},$$

где $w(z)$ – ширина пучка, w_0 – радиус перетяжки, $R(z)$ – радиус кривизны, $\phi(z)$ – фаза Гойе.

Гауссов пучок характеризуется минимальным расширением в пространстве, что позволяет достичь высокой степени фокусировки. Кроме того, при распространении в пространстве диаметр пучка и кривизна волнового фронта пучка могут меняться, но распределение амплитуды и фазы будут оставаться гауссовыми. Стоит отметить, что основная мода достаточно длинных резонаторов хорошо описывается гауссовым пучком, который является собственной функцией резонатора.

Было показано [8], что моды более высоких порядков в лазерных резонаторах могут быть описаны модами Эрмита-Гаусса (для резонаторов с

плоскими зеркалами) и модами Лаггера-Гаусса (для резонаторов со сферическими зеркалами) (Рис. 3).

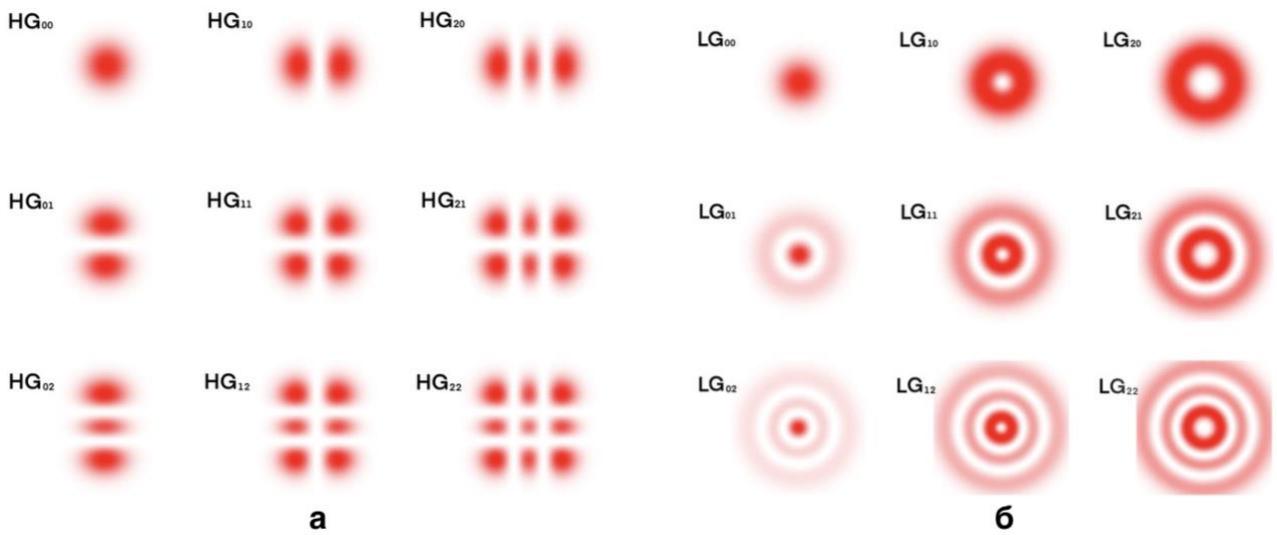


Рис. 3. Моды Эрмита-Гаусса (а), моды Лаггера-Гаусса (б)

Моды Эрмита-Гаусса (HG-моды) являются семейством решений уравнения Гельмгольца в параболических координатах. Несколько первых HG-мод приведены на Рис. 3а. Они обладают ортогональными свойствами и могут быть использованы для представления произвольного электромагнитного поля в виде линейной комбинации HG-мод. HG-моды представляют собой произведение полиномов Эрмита и гауссовой функции, что придает им особенности гауссовых пучков, такие как фокусировка и воспроизводимость формы. Они являются общими решениями для электромагнитных полей в лазерных резонаторах с плоскими зеркалами. Математическое представление мод Эрмита-Гаусса имеет вид:

$$\Psi(x, y, z, t) = \frac{A}{w(z)} H_m\left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)}\right) H_n\left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)}\right) e^{-\frac{x^2+y^2}{w(z)^2}} e^{\frac{ik(x^2+y^2)}{2R(z)}} e^{-i\phi(z)} e^{i(kz-\omega t)},$$

где H_m, H_n – полиномы Эрмита, $N = m + n$ – порядок HG-моды.

Моды Лаггера-Гаусса (LG-моды) также являются решениями уравнения Гельмгольца, но в цилиндрических координатах. Несколько первых LG-мод приведены на Рис. 3б. Они представляют собой произведение полиномов Лаггера и гауссовой функции, что также обеспечивает им свойства гауссовых пучков. LG-моды характеризуются двумя целочисленными индексами, p и m , где p ($p \geq 0$) отвечает за радиальное распределение, а m (целое число) определяет азимутальное распределение фазы и связано с характеристиками оптических вихрей в моде. Моды Лаггера-Гаусса являются общими решениями для электромагнитных полей в лазерных резонаторах со сферическими зеркалами. LG-моды обладают ортогональными свойствами и могут быть использованы для представления произвольного поля в виде их линейной комбинации. Математическое представление мод Лаггера-Гаусса имеет вид:

$$\Psi(r, z, \theta, t) = \frac{p! \left(\frac{2}{\pi p! (|m| + p)!} \right)}{w(z)} \left(\frac{\sqrt{2}r}{w(z)} \right)^{|m|} L_p^{|m|} \left(\frac{2r^2}{w(z)^2} \right) e^{-\frac{r^2}{w(z)^2}} e^{\frac{ikr^2}{2R(z)}} e^{im\theta} e^{-i\phi(z)} e^{i(kz - \omega t)},$$

Где $L_p^{|m|}$ – полином Лаггера, p – радиальный индекс, m – азимутальный индекс, θ – азимутальный угол.

LG-моды тесно связаны с оптическими вихрями, которые являются особыми точками в электромагнитном поле с нулевой интенсивностью и неопределенной фазой [9]. Оптические вихри возникают при наличии сингулярностей фазы, окруженных волновыми фронтами, геликоидально закручивающимися вокруг оси распространения. Азимутальный индекс LG-мод определяет число винтовых витков фазы вокруг оси за одну длину волны, и эти витки, в свою очередь, отражают наличие оптического вихря.

Теория оптических вихрей

Вихревые пучки (пучки с оптическими вихрями) представляют собой световые пучки с необычной фазовой и интенсивностной структурой [10]. Они характеризуются наличием геликоидной фазовой структуры и нулём интенсивности в центре пучка, где образуется фазовая сингулярность. Оптические вихри являются носителями орбитального углового момента, который определяется топологическим зарядом (целочисленным параметром m) и является мерой вращения света вокруг своей оси. Если волновой фронт обычной волны без оптических вихрей можно описать с помощью эквифазных поверхностей (Рис. 4а [10]), отстоящих друг от друга на длину волны, то волновой фронт пучка с оптическим вихрем можно представить в виде геликоиды, закручивающейся вокруг оси пучка, с нулём интенсивности в центре (Рис. 4б).

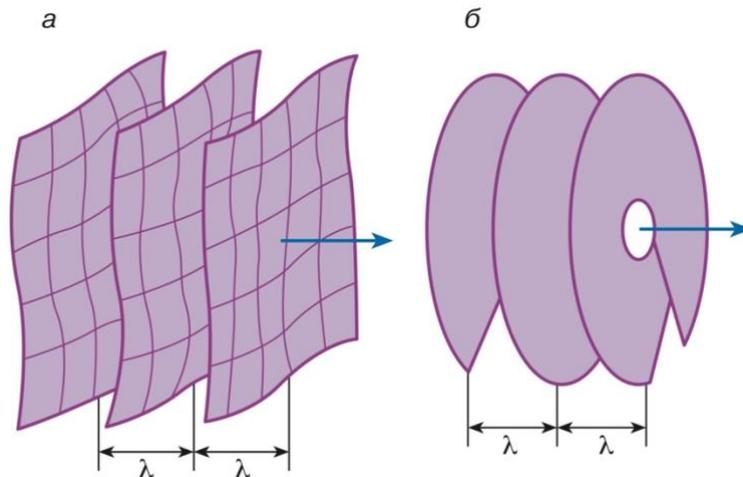


Рис. 4. Структура волновых фронтов при отсутствии оптического вихря (а), при наличии оптического вихря (б)

Важным параметром оптических вихрей является топологический заряд (m). Он определяет число целых оборотов фазы электромагнитного поля за одну длину волны вокруг оси пучка при его распространении. В общем случае топологический заряд оптического вихря принимает целочисленные значения – как положительные, так и отрицательные. На Рис. 5 [11] представлены структуры ВФ, фазовые маски и распределения интенсивностей в поперечном сечении

пучков с оптическими вихрями с различными топологическими зарядами (от -2 до 2).

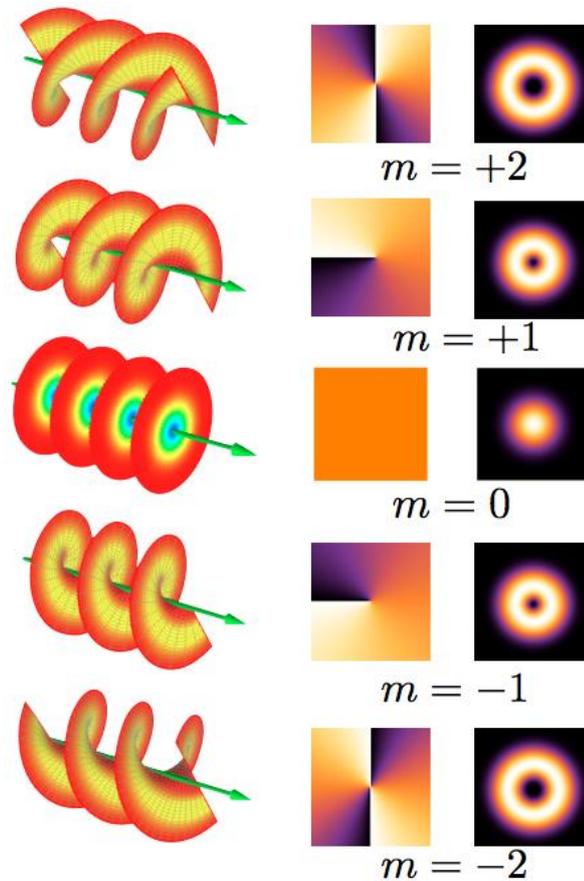


Рис. 5. Структуры волнового фронта, фазовые маски и распределение интенсивностей для вихревых пучков с разными топологическими зарядами

От знака топологического заряда зависит направление «закручивания» волнового фронта. Пучок с оптическим вихрем (в окрестности вихря) можно математически приближенно описать с помощью формулы:

$$\Psi = Ae^{im\theta},$$

где A – амплитуда колебаний, m – топологический заряд, θ – азимутальный угол. Можно заметить, что по форме это формула похожа на моду Лаггера-Гаусса.

Пучки с оптическими вихрями особенно примечательны тем, что они являются носителями орбитального углового момента. В пересчёте на фотон значение орбитального углового момента равняется:

$$L_z = -im\hbar$$

Орбитальный угловой момент света отличается от спинового углового момента, который связан с поляризацией света и соответствует вращению поля вокруг направления распространения волны. ОУМ, в свою очередь, связан с азимутальным распределением фазы оптического поля, что обуславливает спиральное вращение фазы вокруг оси пучка. Вследствие того что ОУМ может принимать значения, кратные топологическому заряду, он нашёл применение во многих областях науки, в том числе, в передаче информации, так как упомянутое свойство позволяет использовать дополнительную степень свободы для кодирования информации [6].

Глава 1.3. Генерация пучков с оптическими вихрями

Поскольку одной из задач проведенной работы являлось формирование пучков с оптическими вихрями с помощью поляризационного интерферометра, в этом разделе мы приведём другие возможные методы генерации пучков с ОУМ. Существует множество методов генерации оптических вихрей, которые используют различные оптические элементы и системы для управления фазой и интенсивностью света [12 – 14]. В данном разделе мы рассмотрим некоторые из наиболее распространенных методов создания оптических вихрей.

Спиральные фазовые пластины

Спиральные фазовые пластины (СФП) представляют собой оптические элементы, которые используются для генерации оптических вихрей [12]. Они

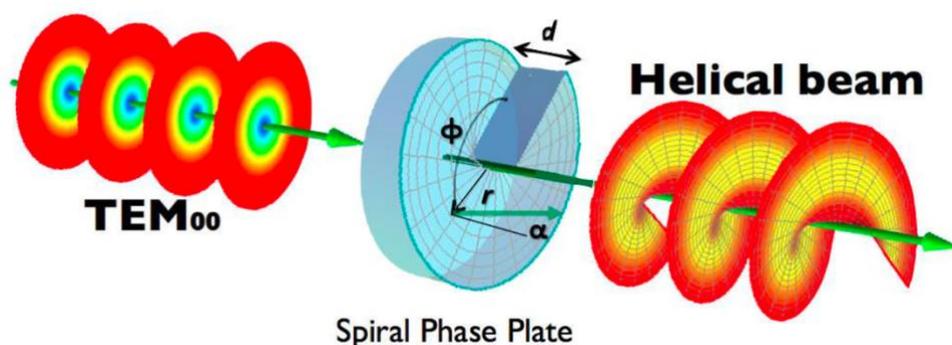


Рис. 6. Генерация вихревых пучков с помощью СФП

характеризуются азимутально зависимой толщиной, которая создает фазовый сдвиг света, проходящего через пластину (Рис. 6).

Для генерации вихря с топологическим зарядом m зависимость толщины пластинки от угла должна иметь следующий вид:

$$d = \frac{1}{2\pi} (n - 1)m\theta\lambda,$$

где d – толщина пластинки, n – показатель преломления пластинки, m – топологический заряд вихря, θ – азимутальный угол, λ – длина волны света.

В таком случае в световой пучок вносится фазовый сдвиг пропорциональный угловой координате θ и топологическому заряду m :

$$\Delta\phi(\theta) = m\theta$$

При прохождении через СФП плоский световой пучок приобретает геликоидную фазовую структуру, и на его фронте появляется оптический вихрь с зарядом m . В результате этого процесса интенсивность света в центре пучка становится равной нулю, и образуется темное кольцо.

Спиральные фазовые пластины могут быть изготовлены из различных материалов, например, из стекла, кварца или пластика. Они могут иметь разные формы: круглые или квадратные. Они могут быть изготовлены с использованием различных технологий, таких как литография, фотополимеризация, или 3D-печать.

Преимущества использования спиральных фазовых пластин включают простоту их изготовления, возможность получения оптических вихрей с высокой степенью чистоты и стабильностью, а также относительно низкую стоимость. С другой стороны, они обладают статической природой, что ограничивает их использование в динамических оптических системах, где требуется быстрое изменение топологического заряда или других параметров оптических вихрей.

Пространственные модуляторы света

Пространственные модуляторы света (Spatial Light Modulator = SLM) являются оптическими устройствами, которые позволяют динамически контролировать амплитуду и фазу проходящего света с достаточно высоким разрешением [13]. SLM широко используются для генерации оптических вихрей, так как предлагают большую гибкость, адаптивность и возможность быстро изменять параметры световых пучков. SLM обычно основаны на ЖК-технологиях, таких как нематические или ферроэлектрические жидкие кристаллы.

Для генерации оптических вихрей с помощью SLM, на устройство подаётся азимутально зависящая фазовая маска, которая определяет фазовую структуру и топологический заряд желаемого оптического вихря. Фазовая маска создается с использованием компьютерных программ управления и может быть динамически изменена в реальном времени. Примером фазовой маски для оптического вихря является экспонента следующего вида:

$$\Psi(\theta) = e^{im\theta},$$

где m - топологический заряд, θ - азимутальный угол.

Когда световой пучок проходит через SLM с заданной фазовой маской или отражается от него, его фазовая структура преобразуется, создавая оптический вихрь с нужным топологическим зарядом. Этот метод позволяет генерировать оптические вихри с различными топологическими зарядами и комбинациями фазовых структур. Это делает его полезным для многих приложений, таких как информационные технологии, микроскопия, оптические пинцеты и телекоммуникации.

Преимущества использования SLM для генерации оптических вихрей в первую очередь заключаются в возможности динамической настройки и

адаптации параметров световых пучков, высокую чистоту и стабильность генерируемых вихрей. Однако, SLM могут иметь ограничения, такие как потери интенсивности, ограничения по скорости переключения, а также меньшее разрешение по сравнению с другими методами.

Компьютерно-генерируемые голограммы

Компьютерно-генерированные голограммы (КГГ) позволяют создать вихревые пучки, используя компьютерные алгоритмы для расчета и создания голограмм, которые затем записываются на оптические элементы, например, на фотопластинки или специализированные дисплеи (например, SLM-ы) [14]. Этот метод позволяет генерировать оптические вихри с высокой степенью контроля над фазовой структурой и топологическим зарядом. На Рис. 7 представлены КГГ для генерации пучков с оптическими вихрями с различными топологическими зарядами.

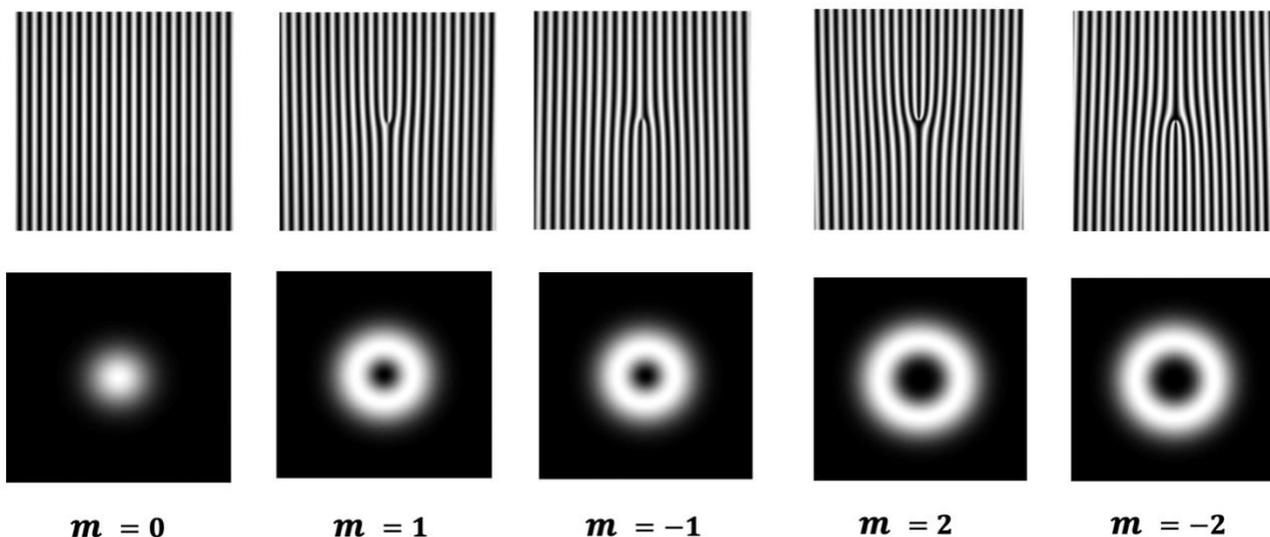


Рис. 7. КГГ и профили полученного пучка для разных значений топологического заряда

Процесс создания оптического вихря с помощью КГГ включает следующие этапы:

- Расчет фазовой маски: Первый этап заключается в выборе желаемой фазовой структуры оптического вихря, которая обычно представляет собой азимутально зависимую функцию, например, $e^{im\theta}$, где m –

топологический заряд, а θ – азимутальный угол. На основе этой функции рассчитывается соответствующая голограмма.

- Создание голограммы: Голограмма может быть записана на фотопластинке или специализированном дисплее, например, на SLM-е с использованием различных техник, таких как литография, интерференционная запись или импрессия.
- Восстановление оптического вихря: Восстановление оптического вихря происходит при попадании на голограмму лазерного пучка. В результате дифракции пучка на голограмме в прошедшем излучении формируется оптический вихрь с нужной фазовой структурой и топологическим зарядом.

Также стоит отметить, что КГГ могут быть статическими или динамическими. Статические голограммы обычно записываются на фотопластинках и не могут быть изменены в режиме реального времени. В свою очередь, динамические голограммы, записанные на SLM, могут быть изменены и обновлены в режиме реального времени. Это позволяет быстро переключаться между различными оптическими вихрями или подстраивать их параметры под соответствующие задачи и условия эксперимента.

Преимущества использования КГГ для генерации оптических вихрей состоят в высокой степени контроля над характеристиками световых пучков, возможности создания сложных фазовых структур с различными топологическими зарядами, а также в возможности динамического переключения между различными оптическими модами (при использовании динамических голограмм). С другой стороны, этот метод может иметь ограничения, связанные с разрешением, точностью голограмм и их стоимостью, а также потерями интенсивности из-за дифракционной эффективности голограмм.

Глава 1.4. Детектирование оптических вихрей

При изучении пучков с оптическими вихрями важным аспектом является их детектирование и определение параметров, в первую очередь, топологического заряда. Для решения этой задачи используют множество методов, однако самыми распространенными являются интерференционные методы [15]. При помощи интерферометра оптический вихрь смешивается с эталонным пучком, и образуется интерференционная картина, которая может быть проанализирована с целью определить топологический заряд вихря. Было показано, что в случае интерференции плоской волны и волны, на фронте которой присутствуют вихри, на интерференционной картине появляются разветвления в виде вилок (Рис. 8 [11]).

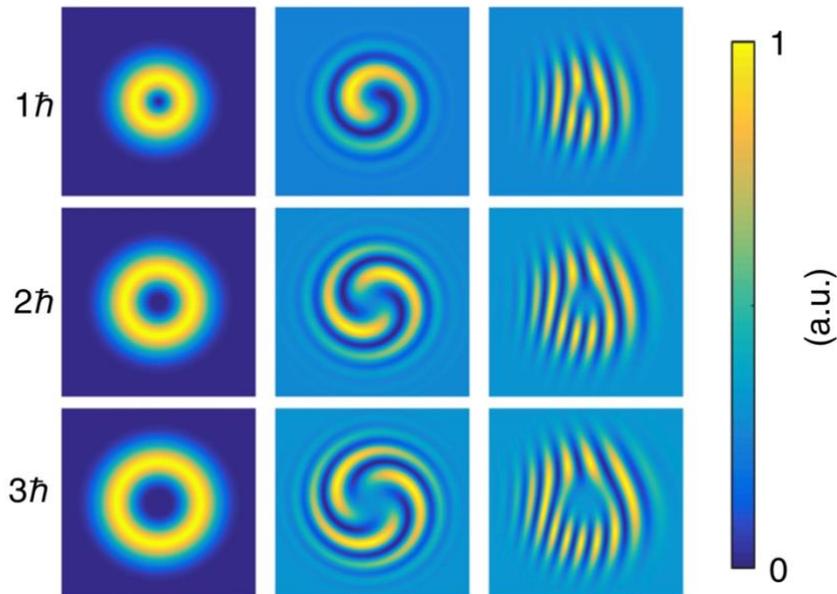


Рис. 8. Профиль вихревого пучка, результат интерференции ВП со сферической волной и результат интерференции ВП с плоской волной

По виду и направлению получившейся вилки можно определить топологический заряд вихря (он на единицу меньше количества зубцов у вилки). В настоящей работе получившийся после прохождения поляризационного интерферометра пучок с оптическим вихрем был проанализирован с помощью интерферометра. Интерферометрия позволяет получить точную и непосредственную информацию о фазовой структуре оптических вихрей. Однако этот метод может быть чувствителен к внешним воздействиям, таким как

вибрации, температурные изменения или пыль, которые могут влиять на качество и стабильность интерференционной картины. Важно проводить эксперименты в стабильных условиях и предпринимать меры для минимизации влияния возможных помех.

Глава 1.5. Приложения оптических вихрей

В настоящее время оптические вихри нашли применение в большом количестве задач современной науки. В данной главе мы приведём несколько важных для нашей работы приложений оптических вихрей.

Оптическая связь. Оптические вихри могут существенно улучшить эффективность оптической связи благодаря использованию орбитального углового момента [6]. ОУМ света представляет собой дополнительную степень свободы при передаче данных. Этот метод может быть использован в дополнение к существующим методам кодирования информации, таким как амплитудная и частотная модуляции. Каждый отдельный оптический вихрь имеет определенное значение топологического заряда, которое может быть использовано для кодирования информации. Это означает, что можно передавать больше информации за тот же период времени, увеличивая таким образом пропускную способность каналов связи.

Квантовая информатика и квантовая криптография. В квантовой информатике основное внимание уделяется использованию квантовых свойств частиц, например суперпозиции и запутанности, для выполнения вычислений или передачи информации [7]. Оптические вихри могут использоваться для создания запутанных состояний света и управления ими, что может быть использовано для разработки новых методов квантового вычисления и квантовой связи. Особенно интересно использование орбитального углового момента света в вопросах квантовой криптографии [16]. Квантовая криптография заключается в использовании принципов квантовой механики для

обеспечения безопасности передачи информации. При помощи оптических вихрей можно создавать квантовые ключи, которые могут быть использованы для зашифровки и дешифровки сообщений. Использование орбитального углового момента света добавляет дополнительный уровень безопасности, поскольку попытка перехвата или измерения квантового состояния приводит к его изменению, что может быть легко обнаружено.

Глава 1.6. Распространение пучков с оптическими вихрями в турбулентной среде

В научной среде нет единого мнения насчёт устойчивости оптических вихрей при распространении вихревых пучков через турбулентную среду [17]. Однако несколько лет назад был поставлен эксперимент по детектированию оптических вихрей после прохождения атмосферного канала [18], в результате которого было получено, что при распространении на 650 метров вихревые пучки с хорошей точностью сохраняли свои параметры, в том числе и топологический заряд. По результатам проведённого эксперимента можно сделать вывод, что пучки с ОУМ имеют перспективу быть использованными для передачи информации по атмосферному каналу. Кроме того, несомненным преимуществом таких пучков является возможность использования ОУМ в качестве дополнительной степени свободы при передаче информации.

Глава 2. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЙ ИНТЕРФЕРОМЕТР

В [2] было предложено оптическое устройство, получившее название поляризационный ретрорефлекторный интерферометр. Он представляет собой интерферометр типа Майкельсона, однако вместо двух зеркал в нём установлены два призмённых ретрорефлектора со специальным фазосдвигающим интерференционным покрытием. Это устройство позволяет управлять поляризацией и структурой отраженного излучения, изменяя разность хода между двумя отраженными от ретрорефлекторов пучками, относительное угловое положение двух ретрорефлекторов или параметры фазосдвигающего покрытия. Благодаря этим свойствам поляризационный интерферометр можно применить для решения многих оптических задач, например, для измерения разности хода между двумя пучками, отраженными от двух ретрорефлекторов, для получения вихрей с топологическими зарядами различных значений с целью их использования для задач передачи информации. Также поляризационный интерферометр можно использовать для изменения топологического заряда падающих на вход оптических вихрей [19].

В данной главе мы рассмотрим основные теоретические аспекты, касающиеся поляризационного интерферометра. В первой части главы будут подробно описаны призмённые ретрорефлекторы, которые являются основными составляющими поляризационного интерферометра. Во второй части будет приведена принципиальная схема интерферометра и показаны различия в работе интерферометра для входных пучков с разными поляризациями.

Глава 2.1. Призмённый ретрорефлектор

Как было сказано ранее, конструкция поляризационного интерферометра включает в себя два призмённых ретрорефлектора [20]. Призмённый ретрорефлектор является оптическим устройством, которое отражает свет обратно к источнику света с очень малой расходимостью вне зависимости от угла падения излучения. Ретрорефлекторы можно найти во многих областях, от

дорожной разметки и знаков безопасности до оптики и астрономии. Например, призмные ретрорефлекторы были оставлены на лунной поверхности во время миссий Apollo для измерения расстояния между Землей и Луной с помощью лазерного дальномера. В настоящее время призмные ретрорефлекторы установлены на большинстве искусственных спутников (Рис. 9), что позволяет с высокой точностью измерить расстояние до них [21].

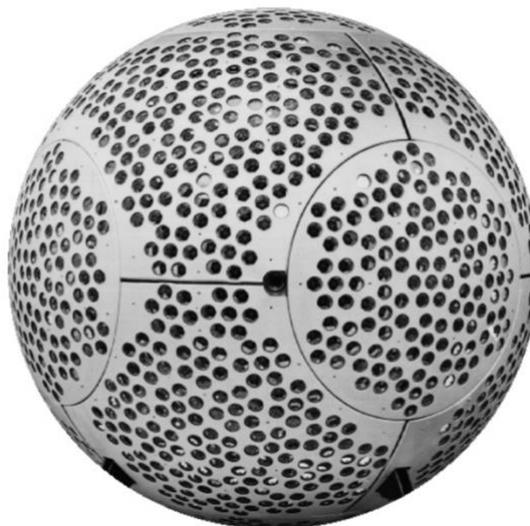
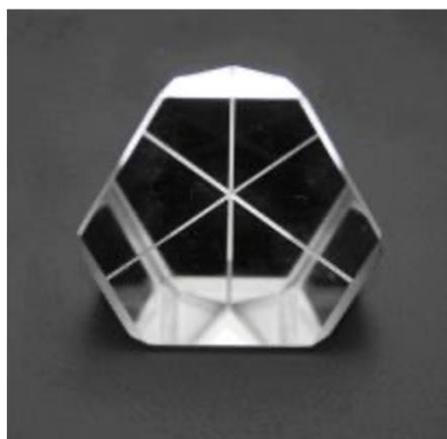
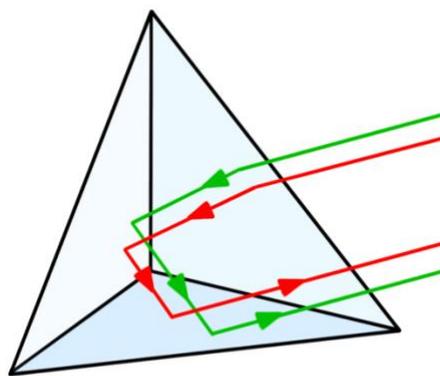


Рис. 9. Спутник Эталон с установленными панелями из ретрорефлекторов

Изображение призмного ретрорефлектора приведено на Рис. 10а. При попадании на него пучок света по одному разу отражается от каждой из его задних граней, претерпевая, таким образом, три отражения (Рис. 10б). Каждое из трех отражений приводит к взаимному сдвигу фазы между s- и p- компонентами поляризации.



а)



б)

Рис. 10. Изображение призмного ретрорефлектора (а), ход лучей в ПРР (б)

В настоящее время существует три основных вида призмных ретрорефлекторов: без покрытия на задних гранях – работающие благодаря полному внутреннему отражению (ПВО), с металлическим покрытием и со специальным фазосдвигающим интерференционным покрытием. Отраженные от трех типов ретрорефлектора пучки показаны на Рис. 11.

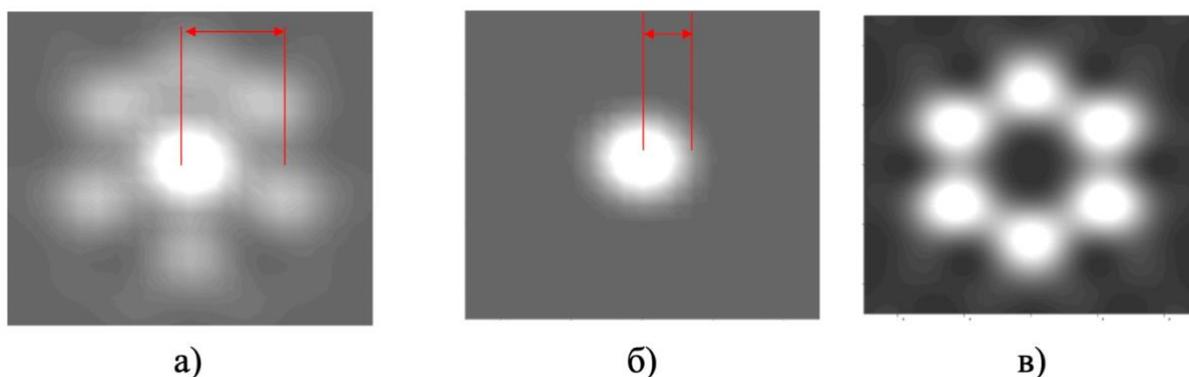


Рис. 11. Отражение от PPP с ПВО (а), с металлическим покрытием (б), с фазосдвигающим покрытием (в)

Нас больше всего интересуют ретрорефлекторы со специальным фазосдвигающим интерференционным покрытием, так как они позволяют генерировать пучки с нулевой интенсивностью в центре, что является необходимым условием для формирования оптического вихря. Фазосдвигающее покрытие представляет собой определенное количество нанесенных на грань слоев, при попадании на каждый из которых s- и p- компоненты поляризации падающего пучка могут либо пройти сквозь слой, либо отразиться от него. Таким образом, мы можем контролировать взаимный сдвиг фазы между двумя компонентами. В нашей работе были использованы ретрорефлекторы с нулевым значением сдвига фазы между s- и p- компонентами. Другой особенностью использованных в работе ретрорефлекторов является то, что углы между задними гранями призмы несколько превосходят 90° .

При попадании на ретрорефлектор пучок, который заполняет всю его апертуру, может оказаться в одной из шести его областей (Рис. 12) [22]. В результате отражения от ретрорефлектора пучок делится на шесть пучков, каждая из которых имеет своё направление вектора поляризации. В ближней зоне дифракционная картина повторяет форму ретрорефлектора – отраженный

пучок разделён тремя ребрами, повернутыми на угол 60° друг относительно друга. В дальней зоне дифракционная картина приобретает вид шести отдельных круглых пятен.

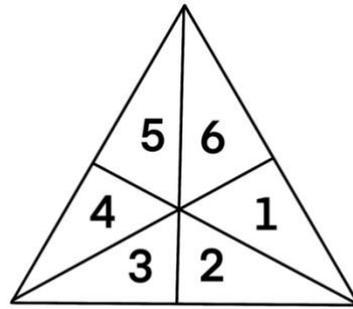


Рис. 12. Шесть областей, на которые поделён ПРР

Поляризационная структура отраженного от ретрорефлектора пучка зависит в первую очередь от поляризации падающего излучения и характеристик ретрорефлектора. На Рис. 13 [2] изображена поляризационная структура отраженного от ретрорефлектора (с нулевым сдвигом фаз между s- и p-компонентами) излучения для линейной-горизонтальной (а), линейной-вертикальной (б) и правой круговой (в) поляризации на входе.

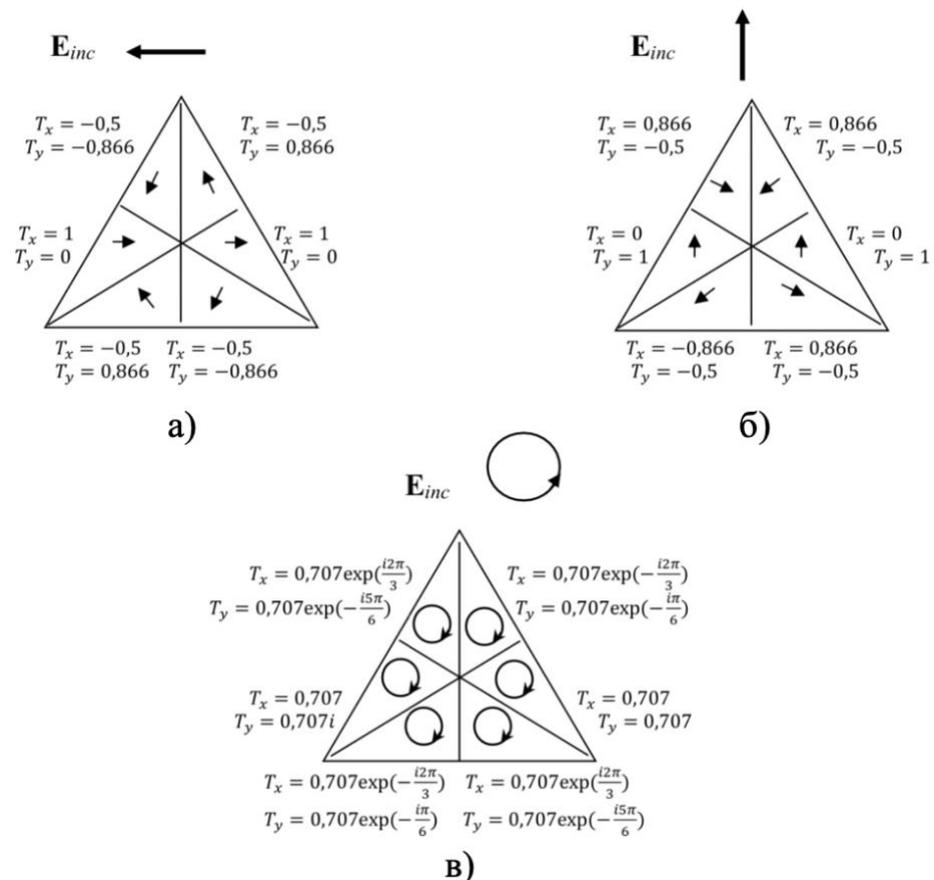


Рис. 13. Поляризационная структура отраженного от ПРР пучка для горизонтальной (а), вертикальной (б) и круговой (в) поляризации

Можно заметить, что при падении линейной поляризации на ретрорефлектор в отраженном пучке наблюдается осесимметричная поляризационная структура, причём в противоположных секторах излучения направления вектора поляризации совпадают [2]. Таким образом, вектор поляризации делает два полных оборота против часовой стрелки при изменении азимутального угла от 0 до 2π . При падении круговой поляризации на ретрорефлектор в отраженном излучении круговая поляризация остаётся круговой, но правая круговая меняется на левую круговую. На Рис. 14 приведены дифракционные картины дальнего поля для случаев, описанных выше.

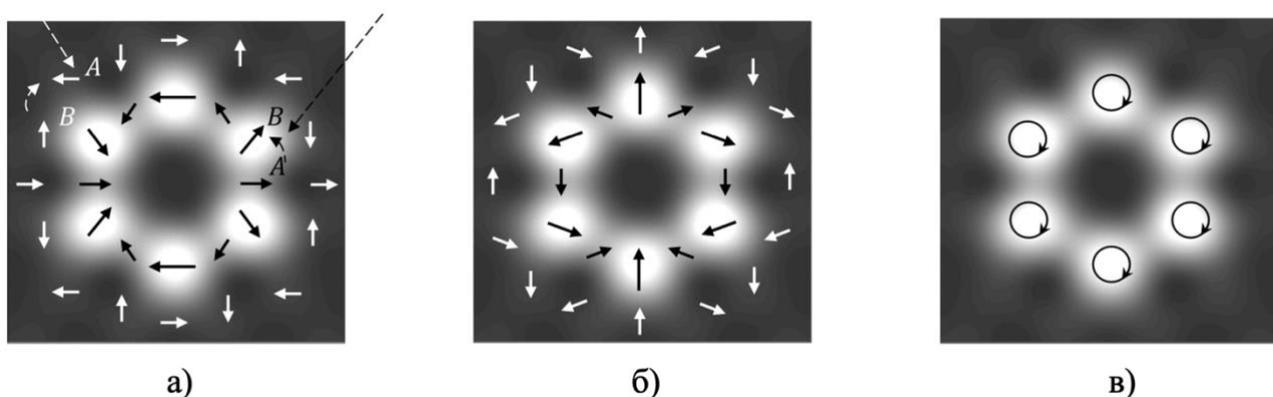


Рис. 14. ДКДП отраженного от ПРР излучения для горизонтальной (а), вертикальной (б) и круговой (в) поляризации на входе

Можно заметить, что, помимо обсужденной шестипятенной картины, на периферии пучка (в случае падения линейной поляризации) в результате дифракции возникает тусклая картина, вектор поляризации в которой делает четыре полных оборота по часовой стрелке при изменении азимутального угла от 0 до 2π .

Глава 2.2. Принципиальная схема поляризационного интерферометра

Как было сказано ранее, поляризационный интерферометр является вариацией интерферометра Майкельсона, в котором два зеркала заменены на два призмных ретрорефлектора. Схема поляризационного интерферометра приведена на Рис. 15. Из лазера через диафрагму излучение поступает на поляризатор, после чего проходит через систему линз и попадает на светоделительный кубик. Далее разделенный пучок поступает на оба

ретрорефлектора (на которые нанесено фазосдвигающее покрытие, обеспечивающее нулевой сдвиг фаз между двумя компонентами поляризации) и, отражаясь от них, снова собирается на светоделительном кубике, идёт на анализатор и, интерферируя, поступает на камеру.

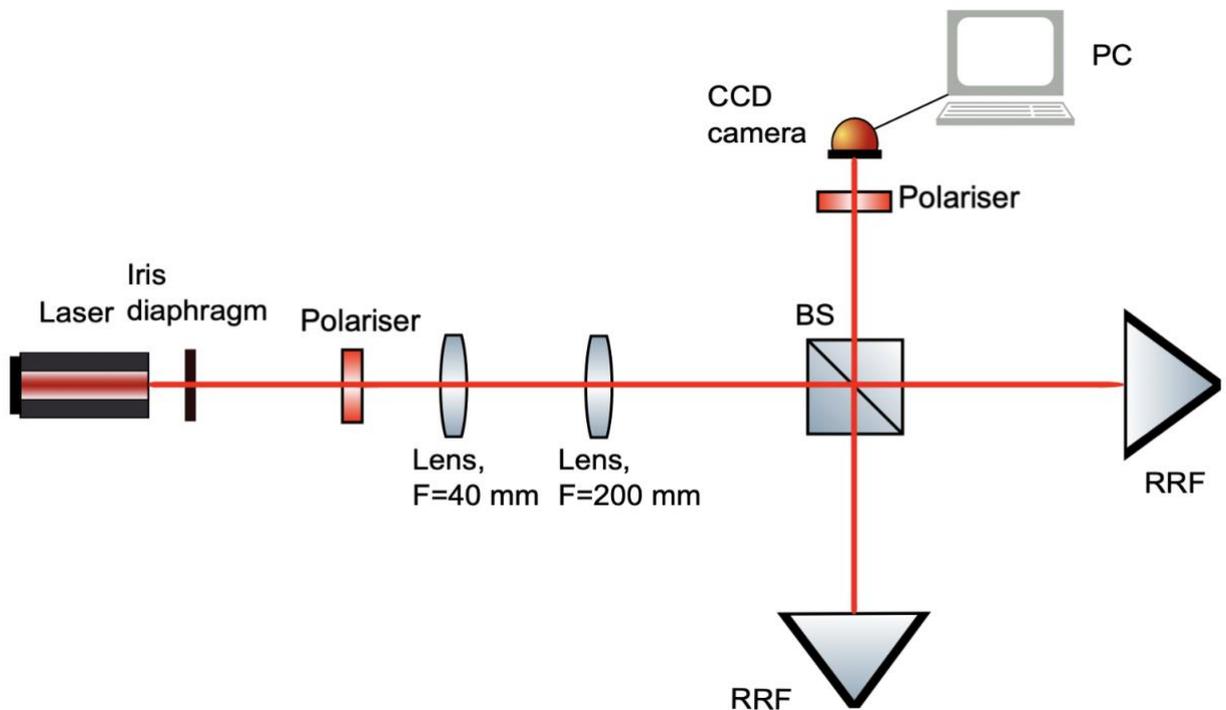


Рис. 15. Схема поляризационного интерферометра

Интерференционная картинка на выходе из системы будет зависеть в первую очередь от поляризации падающего пучка, взаимного углового положения двух ретрорефлекторов и разности фаз между пучками, отраженными от ретрорефлекторов. На Рис. 16 [2] изображена поляризационная структура пучка, имеющего на входе линейную вертикальную поляризацию и прошедшего поляризационный интерферометр, призматические ретрорефлекторы в котором расположены под углом 60° друг относительно друга. Стоит отметить, что на оба ретрорефлектора нанесено фазосдвигающее покрытие, обеспечивающее нулевой сдвиг фаз между двумя компонентами поляризации. На Рис. 16а представлен результат при нулевом значении разности фаз между отраженными от двух ретрорефлекторов пучками, а на Рис. 16б – при разности фаз 180° .

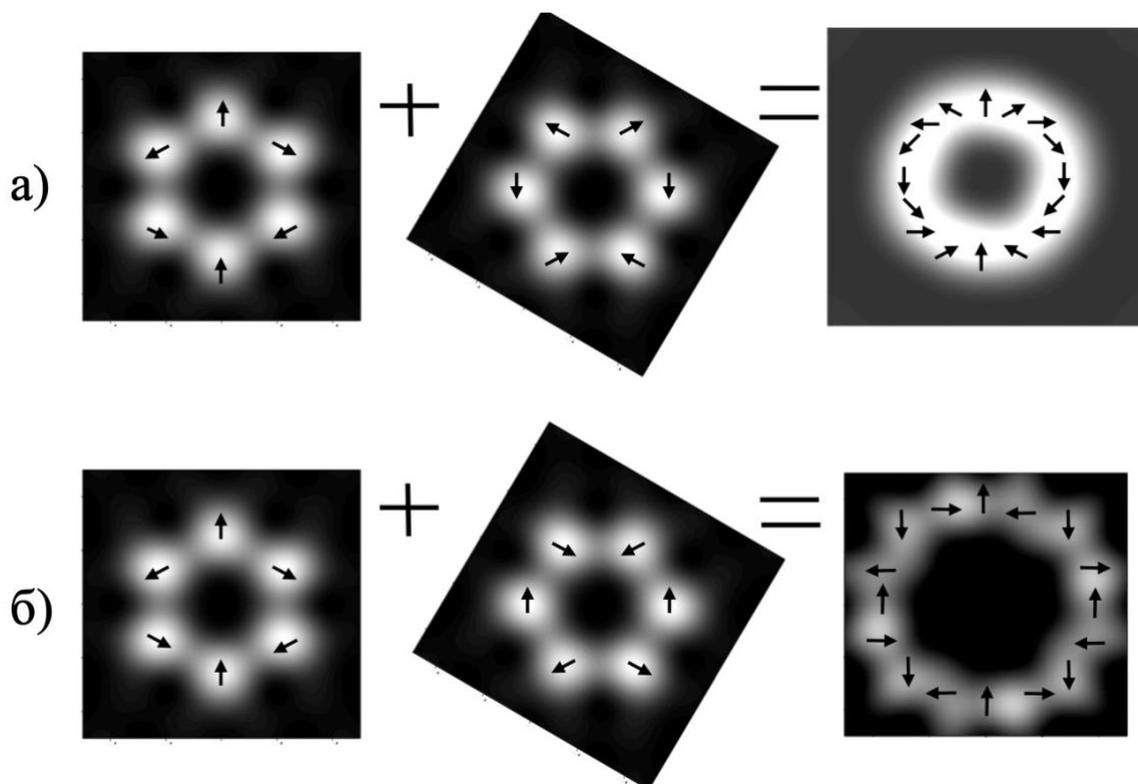


Рис. 16. Поляризация структура пучка, прошедшего через поляризационный интерферометр при разности фаз между отраженными от двух ПРП пучками 0° (а) и 180° (б)

При нулевой разности фаз имеет место конструктивная интерференция, и получается кольцевой профиль пучка, направление поляризации в котором делает два полных оборота против часовой стрелки при изменении азимутального угла от 0 до 2π . При разности фаз π интерферирующие пучки значительно гасят друг друга из-за противоположного направления вектора поляризации, однако при таких условиях можно наблюдать периферийный пучок, направление поляризации в котором делает четыре полных оборота по часовой стрелке при изменении азимутального угла от 0 до 2π .

Распределение поляризации в выходном пучке из поляризационного интерферометра можно анализировать, поставив на выходе из системы поляризатор. При повороте поляризатора (для случая нулевой разности фаз между пучками и линейной поляризации на входе интерферометра) можно наблюдать четыре пятна, разделенных крестом (Рис. 17 [2]).

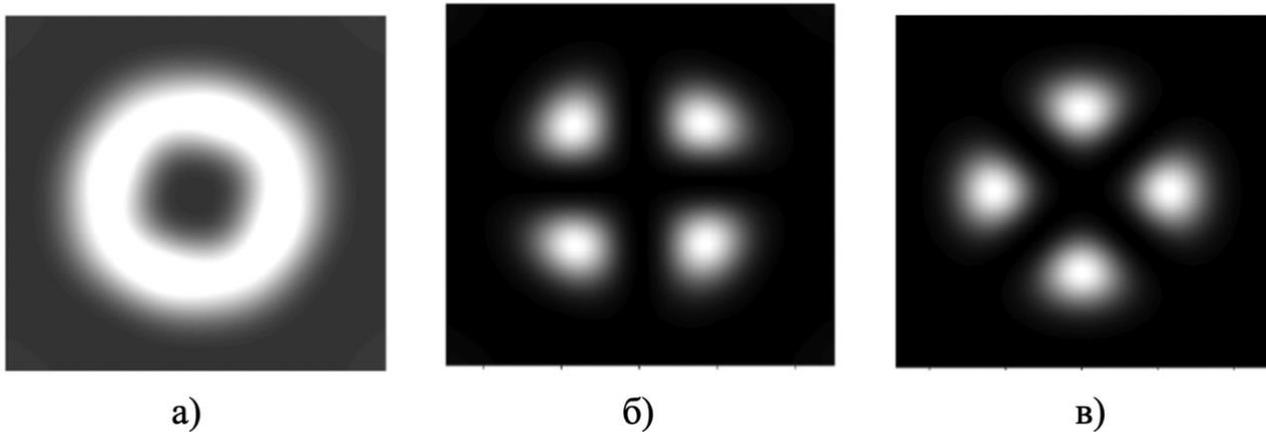


Рис. 17. Профиль прошедшего через поляризационный интерферометр пучка в отсутствии анализатора на выходе (а), при вертикальном (б) и горизонтальном (в) положении анализатора

Для нашей работы особенно интересен тот факт, что при попадании в поляризационный интерферометр света с круговой поляризацией на выходе можно получить пучок с оптическим вихрем, а при попадании пучка с оптическим вихрем – можно получить на выходе вихревой пучок с отличающимся от входного топологическим зарядом [23].

Глава 3. ЭКСПЕРИМЕНТ

Основной частью данной работы стал эксперимент по генерации вихревого пучка с помощью поляризационного интерферометра, проведенный в ресурсном центре СПбГУ «Оптические и лазерные методы исследования вещества». Эксперимент состоял из двух частей: в первой части было исследовано падение света с линейной поляризацией на поляризационный ретрорефлекторный интерферометр и проанализирована поляризационная структура излучения на выходе, а во второй части было исследовано падение круговой поляризации на интерферометр с целью получения вихревого пучка. Кроме того, в Главе 3 описан эксперимент по генерации оптических вихрей в случае однофотонного излучения, который будет в скором времени проведён.

Глава 3.1. Эксперимент с линейной поляризацией

В первой части эксперимента был собран поляризационный интерферометр, схема которого приведена на Рис. 18.

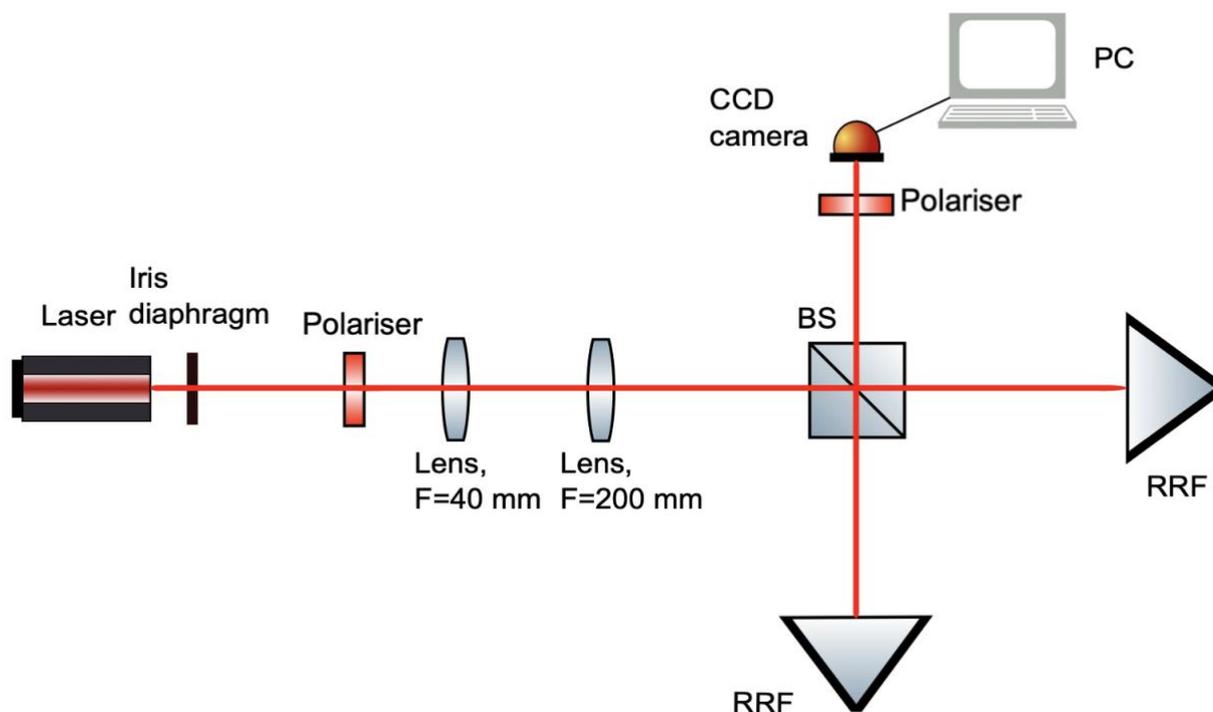


Рис. 18. Схема экспериментальной установки при входном излучении с линейной поляризацией

Источником послужил твердотельный лазер с длиной волны 810 нм, излучение с которого, проходя через диафрагму, поляризатор (для контроля поляризации на входе) и систему линз (для расширения пучка), поступало на светоделительный кубик. На кубике пучок делился на два, каждый из которых отражался от ретрорефлектора и возвращался на светоделительный кубик. На кубике пучок снова собирался и, пройдя анализатор, следовал на камеру (ПЗС-матрицу), информация с которой поступала на ПК. Ретрорефлекторы, на которые нанесено фазосдвигающее покрытие, обеспечивающее нулевой сдвиг фаз между двумя компонентами поляризации, были повернуты на 60° друг относительно друга. В первой части эксперимента поляризатор на входе интерферометра создавал вертикальную линейную поляризацию. На Рис. 19 приведена фотография экспериментальной установки.

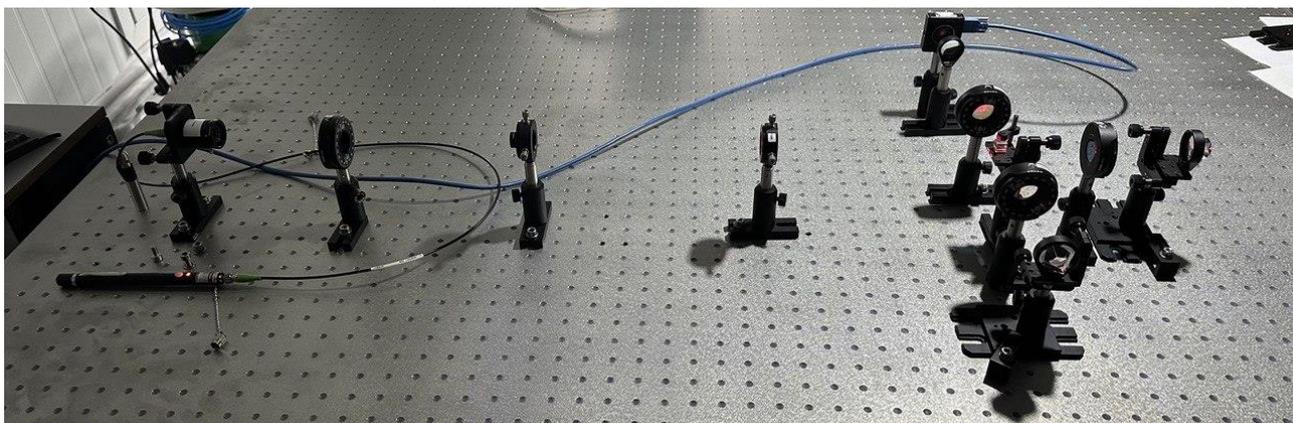


Рис. 19. Фотография экспериментальной установки

На Рис. 20 представлены результаты эксперимента при закрытом ретрорефлекторе №2. Таким образом, на камеру поступал сигнал только с ретрорефлектора №1. На Рис. 20а представлен профиль пучка, отраженного от ретрорефлектора №1 при отсутствии анализатора на выходе интерферометра. На изображении отчётливо видны шесть секторов, на которые поделился пучок после прохождения ретрорефлектора, что соответствует теории. Однако стоит отметить, что мы наблюдаем именно такую картину, а не шесть круглых пятен, так как в первой части мы регистрировали дифракционную картину в ближнем поле. На Рис. 20(б-г) можно наблюдать профиль пучка, отраженного от ретрорефлектора №1 при повороте анализатора, установленного на выходе из

интерферометра, на разные углы (0° (б), 60° (в), 120° (г)). Из полученных изображений можно сделать вывод, что во всех шести пятнах поляризация линейна и направление поляризации для противоположных пятен совпадает, что в точности соответствует теории (Рис. 13).

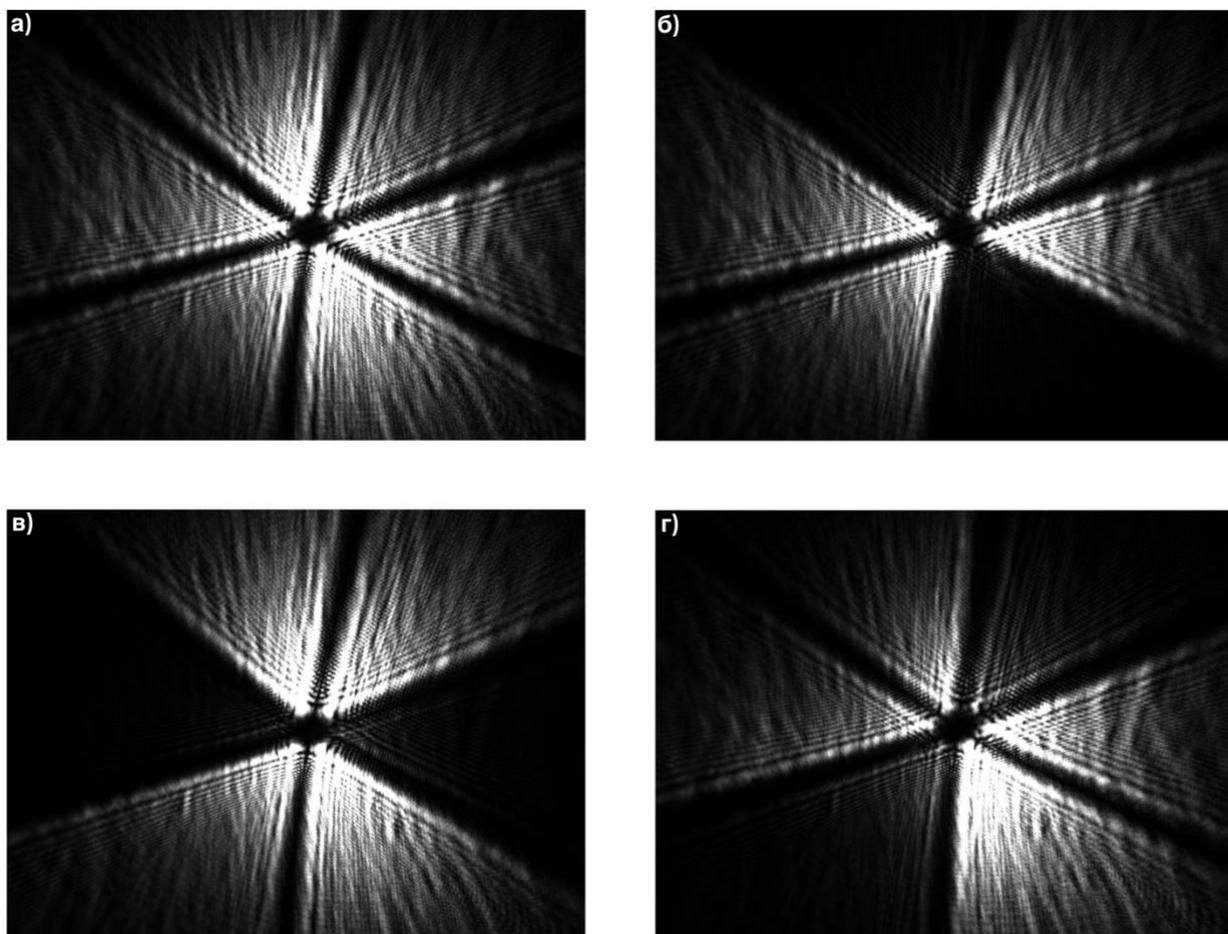


Рис. 20. Результаты эксперимента при линейной поляризации на входе с открытым ПРР №1 при отсутствии анализатора на выходе (а), при углах поворота анализатора 0° (б), 60° (в), 120° (г)

На Рис. 21 представлены аналогичные результаты эксперимента при закрытом ретрорефлекторе №1. Таким образом, на камеру поступал сигнал только с ретрорефлектора №2. В этом случае мы так же можем сделать вывод, что во всех шести пятнах поляризация линейна и направление поляризации для противоположных пятен совпадает, что также совпадает с теорией. Сопоставив Рис. 21 и Рис. 22 можно сделать вывод, что ретрорефлекторы №1 и №2 действительно расположены под углом 60° друг относительно друга.

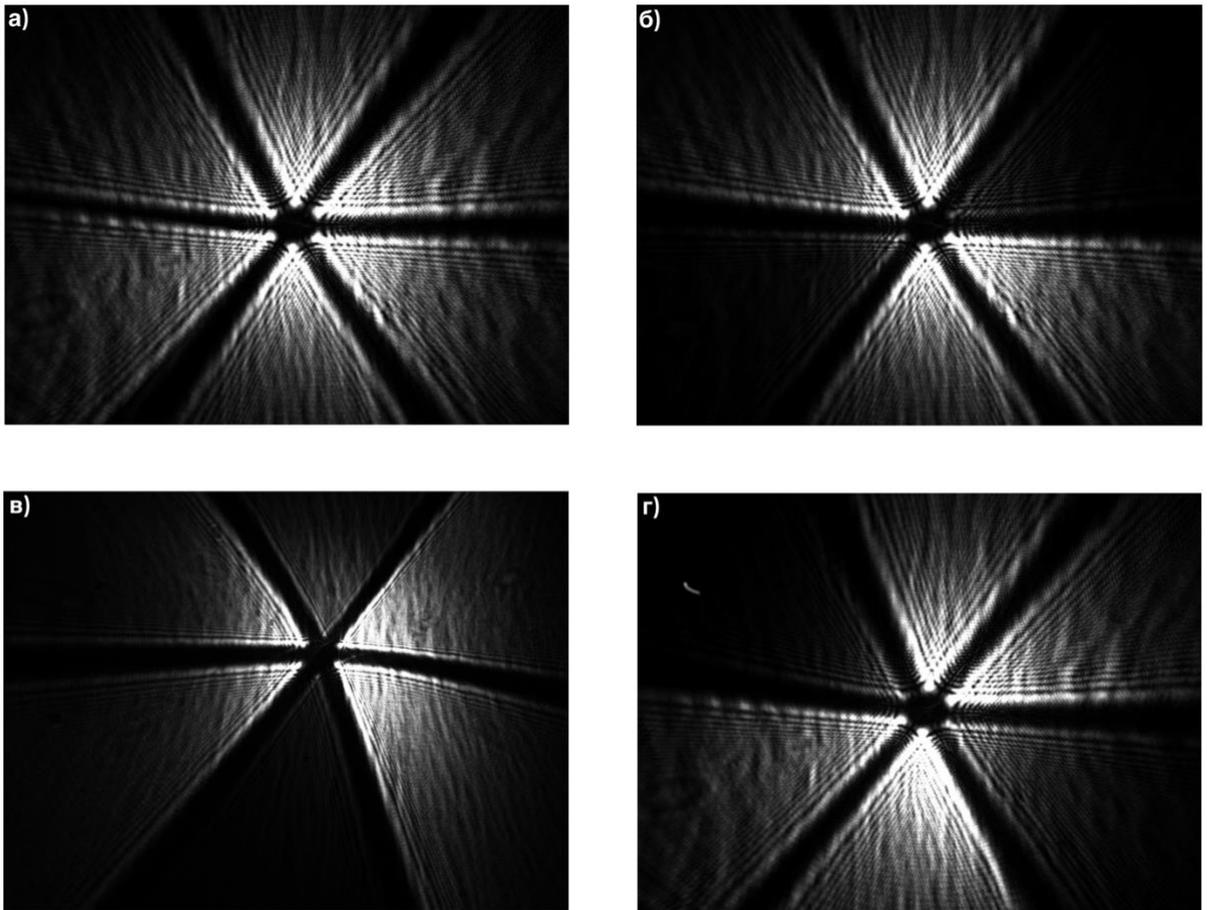


Рис. 21. Результаты эксперимента при линейной поляризации на входе с открытым ПРР №2 при отсутствии анализатора на выходе (а), при углах поворота анализатора 0° (б), 60° (в), 120° (г)

Заключительным этапом первой части эксперимента стало исследование интерферометра при обоих открытых ретрорефлекторах. На Рис. 22 представлен результат этой части эксперимента при углах поворота анализатора 0° и 90° . На картинках видны четыре пятна, разделенные крестом, что совпадает с теорией (Рис. 17).

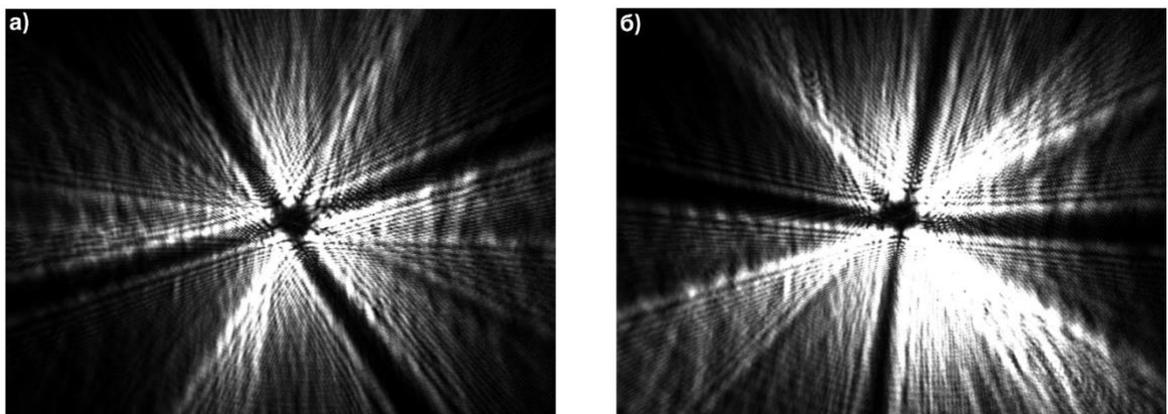


Рис. 22. Результаты эксперимента при линейной поляризации на входе с открытыми ПРР №1 и №2 при углах поворота анализатора 0° (а), 90° (б)

Глава 3.2. Эксперимент с круговой поляризацией

Вторая часть эксперимента заключалась в изменении поляризации, падающей на ретрорефлекторы, с линейной на круговую для генерации вихревого пучка. Кроме того, экспериментальная установка была трансформирована для детектирования оптического вихря следующим образом (Рис. 23): после поляризатора был установлен светоделительный кубик для разделения одного пучка на два. Первый пучок проходил кубик напрямую и продолжал свой путь в интерферометр, а второй пучок отражался от кубика и, пройдя через систему линз, попадал на зеркало, от которого отражался на следующий светоделительный кубик. На последнем кубике пучки от зеркала и из интерферометра сводились, интерферировали, и результат интерференции регистрировался на камеру. Ещё одним изменением в схеме стало то, что перед ретрорефлекторами была установлена четвертьволновая пластинка, которая преобразовывала линейную поляризацию в круговую.

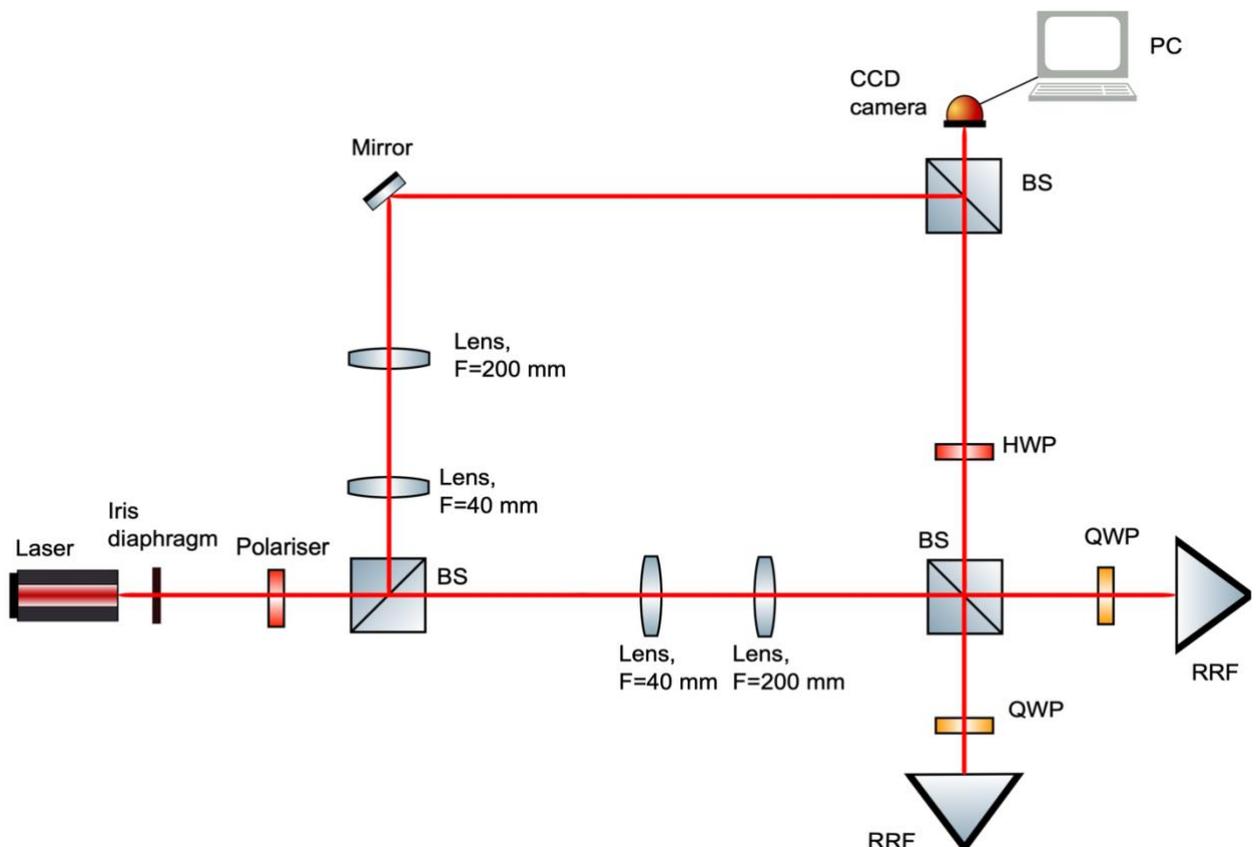


Рис. 23. Схема экспериментальной установки при входном излучении с круговой поляризацией

Первым этапом эксперимента было получение изображения с поляризационного интерферометра при круговой поляризации на выходе (на этом этапе первый светоделительный кубик был убран, поскольку нам не требовалось получать интерференционную картину). На Рис. 24 можно наблюдать результаты этого этапа при открытых ретрорефлекторах №1 и №2, при закрытом ретрорефлекторе №1 и при закрытом ретрорефлекторе № 2. Во второй части эксперимента мы наблюдали дифракционную картину в дальней зоне. На Рис. 25(б-в) отчетливо видны по шесть пятен, расположенных в соответствии с теорией (Рис. 16), при интерференции которых пучок приобретает кольцевой профиль с нулевой интенсивностью в центре (Рис. 16).

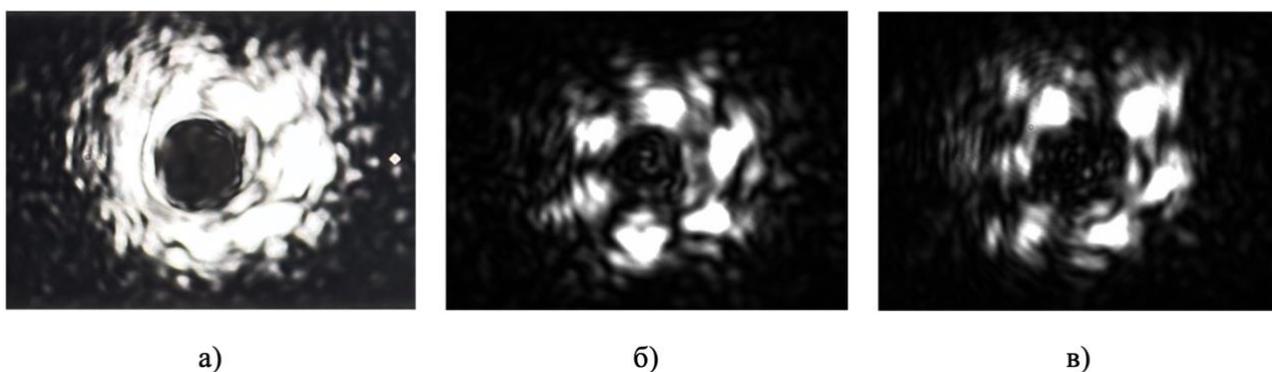


Рис. 24. Результаты эксперимента при круговой поляризации на входе с открытыми ПРР №1 и №2 (а), открытым ПРР №1 (б) и открытым ПРР №2 (в)

Заключительным этапом второй части эксперимента было детектирование оптического вихря в прошедшем поляризационный интерферометр пучке. Как было показано в Главе 1.4, для детектирования оптических вихрей можно использовать интерференционные методы. Для этого мы модифицировали экспериментальную установку способом, который был описан в начале этой главы. В результате интерференции прошедшей через поляризационный интерферометр волны и начального гауссова пучка, вышедшего из лазера, получилась картина, представленная на Рис. 25. На полученной картине можно наблюдать вилкообразную структуру интерференционных линий, подтверждающую наличие оптического вихря на волновом фронте пучка (Рис. 25б).

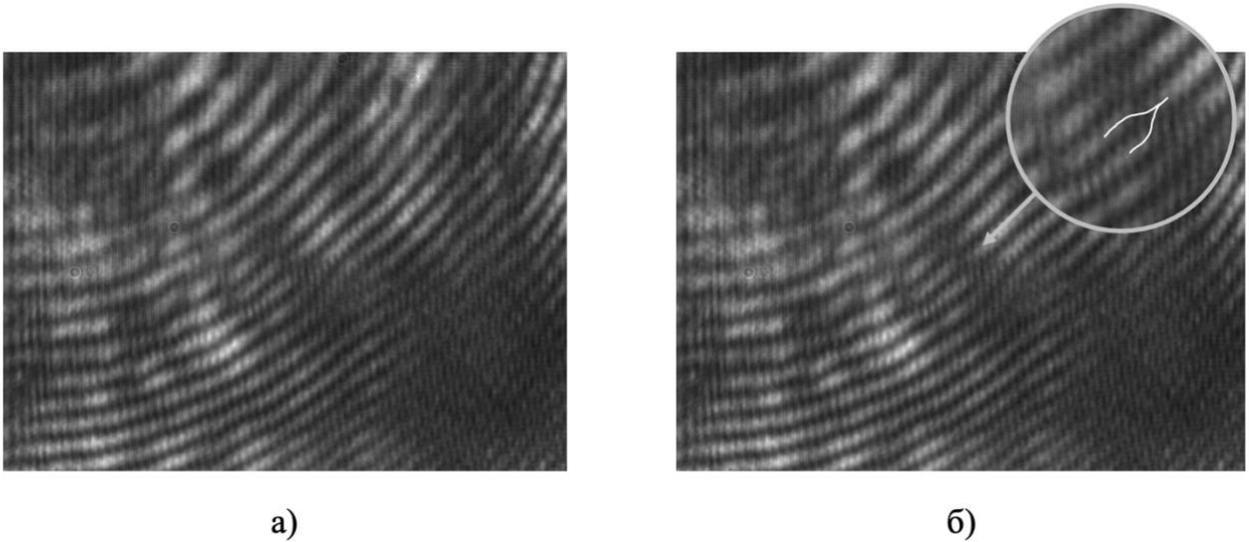


Рис. 25. Результат интерференции вышедшего из поляризационного интерферометра пучка с Гауссовым пучком (а), вилкообразное разветвление, соответствующее оптическому вихрю (б)

Глава 3.3. Эксперимент в случае однофотонного излучения

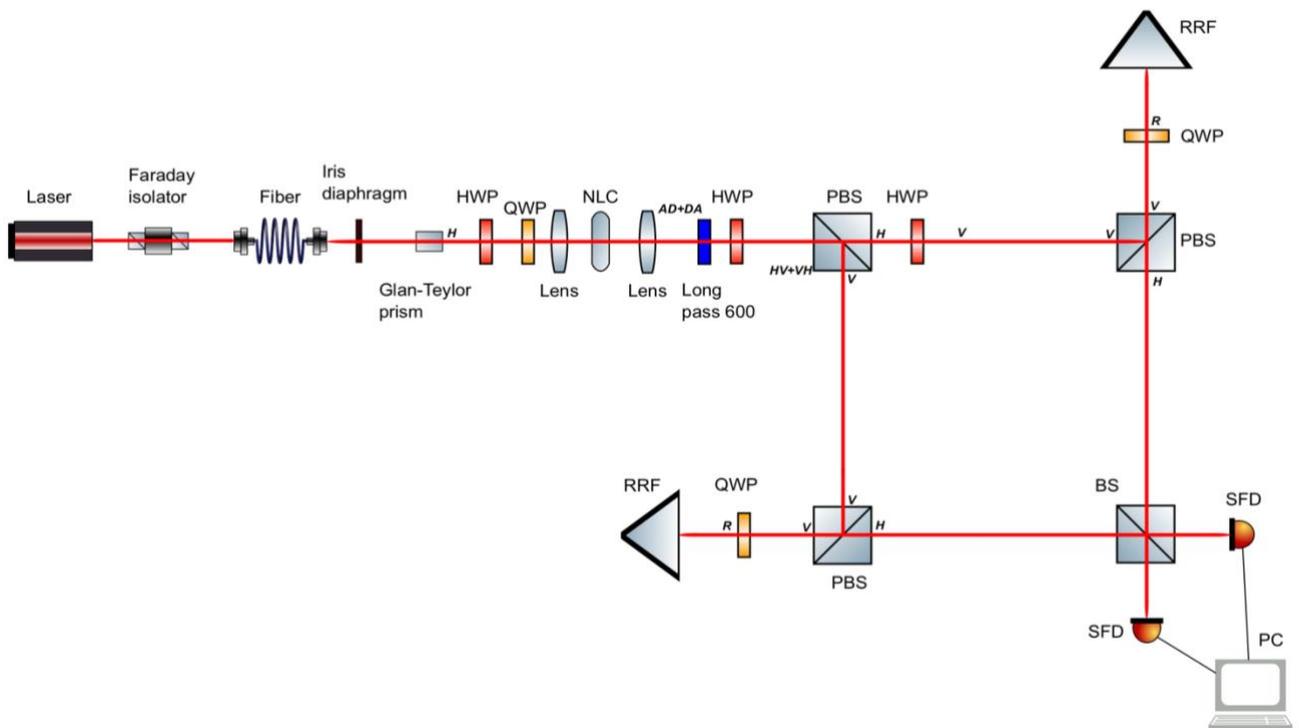


Рис. 26. Экспериментальная установка для случая однофотонного излучения

Экспериментальная установка для последней части эксперимента изображена на Рис. 26. В этой части эксперимента мы хотим перейти от наблюдения оптических вихрей в классическом случае к их наблюдению в случае однофотонного излучения. Для этого нам необходимо собрать установку,

которая, с одной стороны, позволит нам показать, что на выходе мы получаем оптический вихрь, а с другой стороны, что перепутанные фотоны на входе в установку остаются перепутанными на выходе из неё. Данную задачу позволяет решить интерферометр Маха-Цендера [24], так как он имеет два входа и два выхода, что позволяет запускать фотоны на разные входы и регистрировать их на разных выходах. Для детерминированного разделения перепутанных фотонов по двум входным плечам интерферометра мы можем использовать эффект группировки фотонов (эксперимент Хонг-У-Мандела [25]), который заключается в том, что при отправке на два выхода интерферометра двух запутанных фотонов они с вероятностью 100% вдвоём поступят в один из выходных каналов. Известно, что эффект Хонг-У-Мандела обратим, то есть если на вход светоделителя подать состояние $|20\rangle + |02\rangle$, то такая пара фотонов детерминировано поделится на выходе светоделителя так, что на каждый из входов полетит по одному фотону. Таким образом, задача левой части экспериментальной установки (до первого светоделителя) состоит в приготовлении фотонов в нужном состоянии. В экспериментальной установке используются поляризационные светоделительные кубики, которые пропускают горизонтальную поляризацию и отражают вертикальную. Соответственно, для разделения фотонов по каналам нам нужно на входе получить фотоны в состоянии $|HV\rangle - |VH\rangle$. Этого можно достичь, если на нелинейном кристалле будут рождаться фотоны в состоянии $|AD\rangle + |DA\rangle$, которые после прохождения полуволновой пластинки преобразуются в фотоны с состоянием $|HV\rangle - |VH\rangle$. Для того чтобы на НЛК рождались фотоны в нужном состоянии, нужно обеспечить диагональную поляризацию накачки кристалла с дополнительным набегом фазы для вертикальной поляризации. Свет может получить набег фазы при прохождении четвертьволновой пластинки, повернутой под углом 45° . Изолятор Фарадея на входе схемы не позволяет обратному излучению пройти в лазерный диод. Призма Глана-Тейлора необходима для контроля поляризации. Система из двух линз помогает сфокусировать пучок в плоскость кристалла. Четвертьволновые пластинки перед ретрорефлекторами создают круговую

поляризацию для падающих на них фотонов. Для проверки квантовой корреляции между перепутанными фотонами на выходе из интерферометра Маха-Цендера установлены два однофотонных детектора. С помощью описанной схемы мы собираемся в ближайшее время проверить работу поляризационного интерферометра для случая однофотонного излучения и сгенерировать фотоны с различными орбитальными угловыми моментами.

Глава 3.4. Выводы

В результате эксперимента было исследовано поведение поляризационного ретрорефлекторного интерферометра, теоретически описанного в [2], при различных состояниях поляризации света на входе в систему. Главным результатом первой части эксперимента (в случае линейной поляризации на входе) стали дифракционные картины в ближнем поле для каждого ретрорефлектора по отдельности и для двух совмещенных ретрорефлекторов. Распределение поляризации в полученных картинах, проанализированное с помощью анализатора, в точности совпало с теорией, что позволяет сделать вывод об исправной работе собранного в ходе эксперимента поляризационного интерферометра и каждого ретрорефлектора по отдельности.

Главная задача исследования, заключающаяся в генерации пучка с оптическим вихрем, была успешно выполнена во второй части поставленного эксперимента, в которой на вход в систему поступало излучение с круговой поляризацией. Дифракционная картина дальнего поля совпала с теорией как для совмещенных ретрорефлекторов, так и для каждого ретрорефлектора по отдельности. С помощью интерференционных методов было продемонстрировано наличие оптического вихря на волновом фронте полученного после прохождения поляризационного интерферометра пучка. Заключительным этапом исследования стало описание эксперимента для случая однофотонного света, который будет проведён в ближайшее время.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе данной выпускной квалификационной работы были подробно рассмотрены основные свойства вихревых пучков и оптических вихрей, которые было предложено использовать для задач передачи данных и квантовой связи, приведены основные способы их генерации и детектирования (Глава 1). В Главе 2 был теоретически описан поляризационный интерферометр, который был предложен в качестве устройства для генерации вихревых пучков. Также было дано описание главной составной части поляризационного интерферометра – призмного ретрорефлектора. Ключевые результаты, полученные в ходе работы, подробно описаны в Главе 3, в которой приведён эксперимент по генерации вихревых пучков с использованием поляризационного интерферометра. В заключение предложена концепция эксперимента, распространяющего использование поляризационного интерферометра на случай квантового света.

Исследования проведены с использованием оборудования ресурсного центра Научного парка СПбГУ «Оптические и лазерные методы исследования вещества».

ЛИТЕРАТУРА

1. Dennis, Mark & O'Holleran, Kevin & Padgett, Miles. (2009). Chapter 5 Singular Optics: Optical Vortices and Polarization Singularities. *Progress in Optics*. 53. 293-363.
2. Sokolov, Andrey & Murashkin, V.. (2020). Retroreflective spatial-polarization interferometer. *Applied Optics*. 59. 9912.
3. Allen, L.; Beijersbergen, M. W.; Spreeuw, R. J. C.; Woerdman, J. P. (1992). Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes. *Phys. Rev. A*. 45 (11): 8185–8189.
4. Pesce, G., Jones, P.H., Maragò, O.M. et al. (2020). Optical tweezers: theory and practice. *Eur. Phys. J. Plus* 135, 949
5. Bustamante, Carlos & Chemla, Yann & Liu, Shixin & Wang, Michelle. (2021). Optical tweezers in single-molecule biophysics. *Nature Reviews Methods Primers*. 1.
6. Wang, Jian. (2016). Advances in communications using optical vortices. *Photonics Research*. 4. 14-28.
7. Andrews, David. (2021). Symmetry and Quantum Features in Optical Vortices. *Symmetry*. 13. 1368.
8. Pampaloni, Francesco & Enderlein, Jörg. (2004). Gaussian, Hermite-Gaussian, and Laguerre-Gaussian beams: A primer.
9. Flossmann, F. & Schwarz, Ulrich & Maier, Max. (2005). Optical vortices in a Laguerre Gaussian beam. *Journal of Modern Optics - J MOD OPTIC*. 52. 1009-1017.
10. Кириленко, П. В. (1998). Оптические вихри. Соросовский образовательный журнал.
11. Shen, Yijie & Wang, Xuejiao & Xie, Zhenwei & Min, Changjun & Fu, Xing & Liu, Qiang & Gong, Mali & Yuan, Xiacong. (2019). Optical vortices 30 years on: OAM manipulation from topological charge to multiple singularities. *Light: Science & Applications*. 8. 90.

12. Xin, Jingtao & Dai, Kunjian & Zhong, Lei & Quanxin, Na & Gao, Chunqing. (2014). Generation of optical vortices by using spiral phase plates made of polarization dependent devices. *Optics letters*. 39. 1984-7.
13. Carvajal, Nelson & Acevedo, Cristian & Moreno, Yezid. (2017). Generation of Perfect Optical Vortices by Using a Transmission Liquid Crystal Spatial Light Modulator. *International Journal of Optics*. 2017. 1-10.
14. Carpentier, Alicia & Michinel, Humberto & Salgueiro, José & Olivieri, David. (2008). Making optical vortices with computer-generated holograms. *American Journal of Physics - AMER J PHYS*. 76.
15. Gavril'eva, K.N. & Mermoul, Ali & Sevryugin, A.A. & Shubenkova, E.V. & Touil, Mohamed & Tursunov, I.M. & Efremova, Ekaterina & Venediktov, Vladimir. (2019). Detection of optical vortices using cyclic, rotational and reversal shearing interferometers. *Optics & Laser Technology*. 113. 374-378.
16. Sit, Alicia & Fickler, Robert & Alsaiani, Fatimah & Bouchard, Frederic & Larocque, Hugo & Gregg, Patrick & Yan, Lu & Boyd, Robert & Ramachandran, Siddharth & Karimi, Ebrahim. (2018). Quantum cryptography with structured photons through a vortex fiber. *Optics Letters*. 43. 4108.
17. Li, Shuhui & Chen, Shi & Gao, Chunqing & Willner, Alan & Wang, Jian. (2017). Atmospheric turbulence compensation in orbital angular momentum communications: Advances and perspectives. *Optics Communications*. 408.
18. Venediktov, Vladimir & Gavril'eva, Ksenia & Mermoul, Ali & Sevryugin, Alexander & Touil, Mohamed & Tursunov, Ibrohim & Shubenkova, Elena. (2018). Investigation of optical vortex propagation in the artificial atmospheric path. 21.
19. Вenedиктов, В.Ю & Гаврильева, К.Н & Гудин, Ю.С & Ненадочев, В.Д & Рыжая, А.А & Севрюгин, А.А & Соколов, А.Л & Шалымов, Е.В. (2022). Поляризационный интерферометр и структурированный свет. *PHOTONICS Russia*. 16. 226-234.

20. Sadovnikov, M. & Sokolov, Andrey. (2009). Spatial polarization structure of radiation formed by a retroreflector with nonmetallized faces. *Optics and Spectroscopy - OPT SPECTROSC.* 107. 201-206.
21. Ozawa, Kenichi & Sugimoto, Nobuo & Koga, Nobuhiko & Kubota, Yasuhiro & Saito, Yasunori & Nomura, Akio & Minato, Atsushi & Aoki, Tetsuo & Itabe, Toshikazu & Kunimori, Hiroo. (1997). Optical Characteristics of the Retroreflector in Space on the ADEOS Satellite in Orbit. *Optical Review.* 4. 450-452.
22. Sokolov, Andrey. (2013). Formation of polarization-symmetrical beams using cube-corner reflectors. *Journal of the Optical Society of America. A, Optics, image science, and vision.* 30. 1350-7.
23. Sokolov, Andrey. (2017). Optical vortices with axisymmetric polarization structure. *Optical Engineering.* 56. 014109.
24. Mach, Ludwig & Zehnder, Ludwig & Clark, Charles. (2017). *The Interferometers of Zehnder and Mach.*
25. C. K. Hong & Z. Y. Ou & L. Mandel (1987). Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference. *Phys. Rev. Lett.* 59. 18. 2044–2046.