

ОТЗЫВ НАУЧНОГО РУКОВОДИТЕЛЯ
на выпускную квалификационную работу магистра
Белова Александра Ивановича
«Критерии устойчивости линейных систем с запаздыванием
на основе матриц Ляпунова»

Выпускная квалификационная работа А. И. Белова посвящена разработке конструктивных критериев экспоненциальной устойчивости линейных стационарных систем с кратными запаздываниями на основе матриц Ляпунова. Работа лежит в русле подхода, активно разрабатываемого сотрудниками кафедры теории управления СПбГУ, а также зарубежными учеными в последнее десятилетие. Речь идет о подходе, в рамках которого необходимые и достаточные условия экспоненциальной устойчивости выражаются в терминах положительной определенности блочной матрицы конечной размерности. Размерность этой матрицы вычисляется как функция параметров системы, а блоки определяются значениями так называемой матрицы Ляпунова, которая возникает как ядро функционалов с заданной отрицательно-определенной производной вдоль решений системы. Известные критерии такого рода получены с использованием различных схем аппроксимации функционального аргумента и/или ядер функционалов с заданной производной. Основная идея выпускной квалификационной работы А. И. Белова берет начало из статей К. Gu, в которых функционалы Ляпунова – Красовского общего вида с кусочно-линейными ядрами использовались для доказательства достаточных условий устойчивости в терминах линейных матричных неравенств. Однако, в отличие от этих статей, в работе А. И. Белова производится кусочно-линейная дискретизация ядер конкретного функционала с заданной производной v_0 , а дискретизация производной заменяется оценкой погрешности дискретизации. Далее эта идея получила развитие, и для линейных стационарных систем с кратными запаздываниями построена процедура кусочно-постоянной дискретизации ядер функционала. Таким образом, в ВКР доказаны два конечных критерия экспоненциальной устойчивости, один на основе кусочно-линейной дискретизации функционала для систем с одним запаздыванием и другой – на основе кусочно-постоянной дискретизации для систем с кратными запаздываниями. В обоих критериях важным этапом доказательства является строгая оценка погрешности дискретизации, т.е. разности между значениями точного и дискретизированного функционала, на специальном множестве функций. Эта оценка позволяет вычислить размерность матрицы критерия явно. Важно отметить, что в работе А. И. Белова размерность зависит от норм матриц системы, величин запаздываний и нормы матрицы Ляпунова полиномиально, в отличие от экспоненциальной зависимости в других известных критериях. Благодаря этому размерность существенно снижена по сравнению с другими критериями, известными из литературы.

Отмечу следующее примечательное свойство полученных результатов. Во многих подходах выбор схемы аппроксимации представляет собой компромисс между структурой блочной матрицы критерия и её размерностью. Так, выбирая аппроксимацию специальными функциями, зависящими от фундаментальной матрицы системы, можно получить наиболее красивую структуру, но при этом матрицу высокой размерности. Аппроксимация с помощью полиномов Лежандра дает относительно низкую размерность,

однако платой за это становится зависимость матрицы от интегралов от матрицы Ляпунова, умноженной на полиномы Лежандра. В данной же работе автору удалось сформулировать критерии в терминах блочной матрицы наиболее красивой структуры, определяемой только значениями матрицы Ляпунова в точках дискретизации, и таким образом избежать компромисса. Поэтому результаты работы можно трактовать как существенное улучшение известных в литературе результатов без каких-либо побочных эффектов.

Работа подготовлена А. И. Беловым в значительной степени самостоятельно. Результаты работы строго математически доказаны, являются новыми и несомненно представляют интерес для мирового научного сообщества. Студент хорошо изучил специфику метода функционалов Ляпунова – Красовского для линейных стационарных систем с запаздыванием и глубоко владеет темой исследования. Считаю, что за время обучения на факультете прикладной математики – процессов управления А. И. Белов полностью сформировался как ученый-математик и владеет основными математическими дисциплинами на высоком уровне. Александр Иванович является исполнителем в проекте МК-2301.2022.1.1 «Линейные и нелинейные системы с запаздыванием: устойчивость, робастность, управление», поддержанном по результатам конкурса на право получения грантов Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук. За время учебы студентом подготовлены три научных статьи, опубликованных в сборнике «Процессы управления и устойчивость». В соавторстве с научным руководителем он имеет публикацию в журнале IFAC-PapersOnline. А.И. Белов принимал участие в конференции «Теория управления и математическое моделирование» (СТММ-2022), посвященной памяти профессора Н. В. Азбелева и профессора Е. Л. Тонкова (Ижевск, июнь 2022), а также в LI, LII и LIII международной конференции аспирантов и студентов «Процессы управления и устойчивость» (CPS'21, 22 и 23, Санкт-Петербург, апрель 2021, 2022 и 2023 г.) Он также планирует принять участие в научном конгрессе IFAC World Congress 2023, который состоится в июле 2023 г. в г. Иокогама, Япония. Большинство из перечисленных публикаций отражают результаты, представленные в магистерской диссертации.

По оформлению работы имеются некоторые недочеты, а именно опечатки, проблемы с пунктуацией и орфографией. Тем не менее, считаю, что математические результаты работы заслуживают самой высокой оценки, а ее достоинства перекрывают недостатки оформления.

Суммируя изложенное, считаю, что работа А.И. Белова соответствует требованиям, предъявляемым к ВКР, и заслуживает оценки А (ECTS) «отлично», а ее автор – присвоения квалификации «магистр» по направлению 01.04.02 «Прикладная математика и информатика».

Научный руководитель
кандидат физ.-мат. наук,
доцент кафедры теории управления СПбГУ



И.В. Александрова