Санкт-Петербургский государственный университет

**МНАЦАКАНЯН Лёва Гагикович**

**Выпускная квалификационная работа**

**ПРОБЛЕМЫ УСКОРЕННОГО РАСШИРЕНИЯ КОСМОЛОГИИ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ИЗМЕРЕНИЯМИ**

Уровень образования: магистратура

Направление: 03.04.02 «Физика»

Основная образовательная программа: ВМ.5511.2021 «Физика»

Научный руководитель:

профессор, кафедра Физики высоких энергий и элементарных частиц, д.ф.-м.н., доцент **Пастон С. А.**

Рецензент:

старший научный сотрудник, Институт физики Академии наук Чехии **Викман А. С.**

Санкт-Петербург

2023

**СОДЕРЖАНИЕ**

1. **Введение…………………………………………………………………..3**
2. **Обсуждение работы Джиованнини……………………………………6**
3. **Метрика FRLW и энергетические условия………………………....13**
4. **Факторизованная метрика общего вида…………………………….21**
5. **Заключение……………………………………………………………...28**
6. **Список литературы…………………………………………………….30**
7. **Введение**

Всё большее внимание уделяется космологическим моделям, в которых пространство-время содержит более четырёх измерений. Основной причиной этого интереса являются исследования в теории струн и М-теории [1], которые наиболее адекватным образом включают в себя гравитацию. Почти все варианты этих теорий естественно формулируются в многомерном пространстве-времени. C развитием фундаментальных теорий исследования могут приводить к пониманию того, как могут проявиться дополнительные измерения.

Остаётся открытым вопрос о механизме, благодаря которому дополнительные измерения скрыты так, что Вселенная в настоящее время выглядит как четырёхмерное. В основном рассматривались теории типа модели Калуцы-Клейна, в которых дополнительные измерения компактны [2], [3]. А именно компактность дополнительных измерений обеспечивает эффективную четырёхмерность пространства-времени на расстояниях, намного превышающих масштаб компактификации (размер дополнительных измерений). Лишние измерения должны быть микроскопического размера. Согласно распространенной точки зрения размер компактификации должен быть порядка планковского lPl ~ 10-33 см.

Наблюдения, указывающие на ускоренное расширение Вселенной совместимы с общей теорией относительности (ОТО). Однако при этом должно выполняться требование скрытности дополнительных измерений. Наш главный интерес состоит в том, чтобы найти космологическое решение с ускоренным расширением физического пространства и с компактифицированным дополнительным измерением постоянного размера.

Мотивация работы основано на обсуждении статьи Massimo Giovannini «Time-dependent gravitating solitons in five dimensional warped space-times» [4]. Речь пойдёт о поиске таких космологических решений удовлетворяющих многомерным космологическим моделям при фиксированных размерах дополнительных измерений. Поскольку, если бы оно зависело от времени, то фундаментальные константы природы изменялись бы со временем [5], [6], [7].

Решать уравнения ОТО в общем виде довольно трудоёмко. Но, не всегда обязательно искать точные решения для того, чтобы делать какие-то выводы о поведении той или иной рассматриваемой космологической модели. Достаточно наложить некие «разумные» ограничения на теорию. В общей теории относительности, согласно известной цитате Уилера, «Пространство говорит материи, как двигаться. Материя указывает пространству, как искривляться» [8]. Это взаимовлияние закодировано в уравнениях Эйнштейна и динамических уравнениях материи. Однако если сосредоточиться исключительно на уравнениях Эйнштейна, не накладывая никаких ограничений на этот вопрос, любое Лоренцево метрическое поле на любом многообразии можно рассматривать как решение. Это может привести к удивительным явлениям, таким как червоточины, сверхсветовые путешествия или другие нарушения причинно-следственной связи. Тот факт, что эти явления никогда не наблюдались, требует объяснения. Наиболее распространенное объяснение заключается в том, что такое пространство-время обычно требует присутствия полей материи с экзотическими свойствами, такими как отрицательная плотность энергии.

В контексте этих экзотических свойств важную роль играют энергетические условия. Это некие ограничения на тензор энергии-импульса-импульса материи, цель которых трояка. Во-первых, поскольку уравнение Эйнштейна не включает никаких других свойств материи, кроме ее тензора напряжений, энергетические условия позволяют нам анализировать поведение гравитирующих систем без необходимости подробного описания поведения материи. Этот метод обхода сложного детального анализа стал ключевым шагом, позволившим Пенроузу и Хокингу доказать свои теоремы о сингулярностях [9]. Во-вторых, энергетические условия направлены на то, чтобы уловить общие черты многих различных видов материи, тем самым закладывая идею «нормальной материи», которая должна быть общепринятой. В-третьих, энергетические условия нацелены на концептуально простую характеристику. Положительность плотности энергии, например.

Наконец, критика [10] связана с отсутствием убедительного вывода энергетических условий из более глубоких принципов. Например, энергетические условия ни в коем случае не кажутся необходимым условием для того, чтобы классическая теория поля имела корректную формулировку начальных значений, даже если они могут использоваться как полезный метод в доказательстве такого свойства.

Таким образом, план предстоящей работы будет следующим. В разделе 2 обговорим мотивацию использования работы [4], как отправной точки; кратко разберём приведённые в ней выкладки. Также разовьём решения на более общий случай. В разделе 3 приведём в рассмотрение пятимерную однородную космологическую модель с одним скалярным полем; введём энергетические условия являющиеся «разумным» ограничением на материю. Раздел 4 содержит обобщение метрики с факторизованными компонентами. Записаны энергетические условия на коэффициенты метрического тензора. В разделе 5 содержатся заключительные выводы.

1. **Обсуждение работы Джиованнини**

Результаты, приведённые автором интересны своей возможностью строить такие космологические решения в пятимерном случае, позволяющие избежать начальной сингулярности Большого Взрыва. Кроме того результаты Джиованнини позволяют обойти ограничения требуемые no-go теоремами представленными авторами в работе [15]. Однако, как увидим в дальнейшем, данные решения имеют мало общего с физически наблюдаемым поведением Вселенной.

Все эти результаты указывают на несоответствие реальной картине мира, которые требуется раскрыть и обобщить в текущей работе[[1]](#footnote-1). Мотивация заключается в отыскании таких решений, которые согласовываются с наблюдаемым поведением Вселенной. При этом они должны удовлетворять некоторым условиям, о которых подробно речь пойдёт в третьей главе.

Рассмотрение пойдёт в метрике:

Достаточно рассмотреть простую модель с действием Эйнштейна-Гильберта и скалярной материей:

Для такого действия выполняются уравнения:

где µ, ν = 0,1,2,3,4.

(Следует отметить, что в статье формула под номером (1.8) записана неточно. Пропущена метрика в слагаемом с потенциалом.)

- тензор Риччи составленный из пятимерной метрики, - ковариантная производная, в терминах пятимерной метрики.

Автор вводит анзац

где есть константа.

Такие решения удовлетворяют уравнениям (1.3), (1.4) для скалярного поля и потенциала, заданных в определённой форме:

Будут интересовать космологические свойства таких решений. Введём параметр с анзацем (1.5). Здесь и далее штрих над функцией означает производную по дополнительной координате точка над функцией означает производную по времени Зафиксируем значение радиуса дополнительного измерения, скажем Можно заметить меняет знак один раз (рис.1), а меняет знак дважды (рис.2). В дальнейших рассуждениях будем пользоваться обозначением Такое поведение отличается от наблюдаемого действительного поведения Вселенной. В расширяющейся Вселенной является величиной положительной с конформным временем .

Решения такого рода соответствуют космологической модели называемые отскоком [11], [12]. Для таких моделей характерна смена знака производной Хаббла. Модель данного класса интересна тем, что описывает всю ту же ускоряющуюся Вселенную без сингулярности в начальный момент времени. Тип поведения такой модели характеризуется положительным параметром Хаббла для расширения в будущем и для сжатия в прошлом

В случае (1.5) ситуация обратная. Параметр Хаббла наоборот отрицательный для и положительный при Что соответствует сжиманию в будущем и расширению в прошлом. Такая модель отскока нереалистична. Однако данные решения обнадёживают, поскольку аналитически показано, что модель прыгающей Вселенной возникает естественным образом.

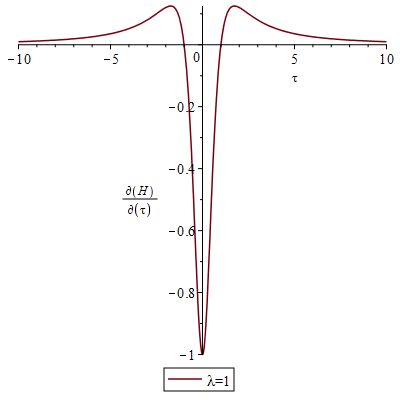
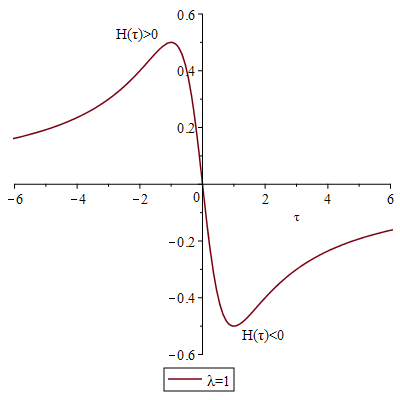


Рис.1 Рис.2

Интересно будет отметить некоторое сходство с моделью Фридмана для плоской Вселенной. Этого можно добиться, если устремить к бесконечности параметр Параметр Хаббла и его производная перейдут к схожим значениям, которые даются решениями Фридмана с той лишь разницей в знаках:

Анзац введённый автором даёт вполне интересные результаты. Интересные тем, что возникает модель отскока, которая позволяет избавиться от начальной сингулярности. Однако такая модель не соответствует физической реальности.

Показанные решения являются не единственными. Существуют более общие решения уравнений. Для этого следует расписать уравнения (1.3):

Здесь введены следующие обозначения

Уравнения выше можно упростить. Суммируя уравнения (1.7.1) и (1.7.2) получаем:

Вычитая из выражения (1.7.3) выражение (1.7.2):

(Отметим, в статье в формуле (2.10) стоит обратное отношение перед скобкой.)

Решения представимые в виде: возможны при факторизованных коэффициентах. Положим что означает, размер дополнительного измерения статичен: Уравнение (1.7.4) становится тривиальным Оно даёт два возможных случая: и

Рассмотрим решения с разделением переменных, т.е. такие решения представимые в виде произведений функций, каждый своей переменной.

В предположении (10) метрику (1) можно упростить, положив , что соответствует замене переменной

Выпишем уравнения (9), в новых координатах, в которых рассмотрим случай :

В последнем уравнении замечаем, в левой части зависимость только от координаты в правой – координаты Последнее выражение может удовлетворять равенству, только если обе части уравнения равны постоянной. Выберем эту постоянную равным . Коэффициент 3 выбран ради удобства.

Решение каждого уравнения даётся:

константы интегрирования.

Частный случай даёт Переход к физически синхронному времени даёт Наложив начальное условие и тогда (рис.3). Такое решение явно не может дать ускоряющуюся космологию вследствие своей отрицательности второй производной масштабного фактора

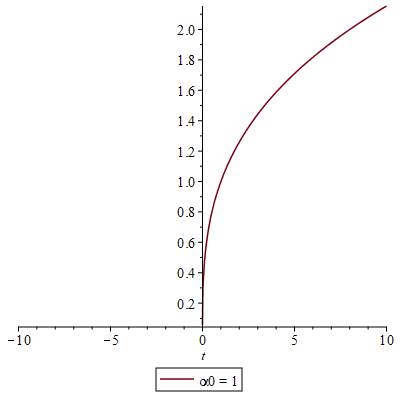


Рис.3

Положим Уравнения (1.9), (1.10) перепишутся:

Первое уравнение даёт решение для параметра Хаббла с конформным временем С таким результатом уже сталкивались ранее. Оно является случаем прыгающей Вселенной, взятое с обратным знаком. Опираясь на указанные выше рассуждения, заключаем, что такое решение не является физическим.

Конечно же, это не все возможные решения. Представленные выкладки в этой работе являются случаем факторизации параметров (1.11). Проблема таких решений в том, что ни одно из них не является физически удовлетворительным. Избежать проблемы предлагается введением дополнительной степени свободы в виде скалярного поля в лагранжиан действия. Что удаётся сделать автору.

Для более детального изучения предлагается ознакомиться со статьёй Джиованнини [4].

1. **Метрика FRLW и энергетические условия**

В [общей теории относительности](https://ru.wikibrief.org/wiki/General_relativity) и родственных теориях, распределение массы, импульса и напряжения, вызванное материей и любыми негравитационными полями, описывается [тензором энергии-импульса](https://ru.wikibrief.org/wiki/Energy%E2%80%93momentum_tensor). Однако [уравнения Эйнштейна](https://ru.wikibrief.org/wiki/Einstein_field_equation) не очень разборчивы в отношении того, какие состояния материи или негравитационных полей допустимы в модели пространства-времени. Это одновременно хорошо, поскольку хорошая общая теория гравитации должна быть максимально независимой от любых предположений, касающихся негравитационной физики. И слабость, потому что без какого-либо дополнительного критерия уравнения Эйнштейна допускают возможные решения со свойствами, которые большинство физиков считают нефизическими, т.е. слишком странно, чтобы напоминать что-либо в реальной Вселенной даже приблизительно.

Достаточно наложить некоторые ограничения на материю [13-15], причём так, чтобы ограничения казались более осмысленными. Такую роль и выполняют энергетические условия. Хотелось бы иметь энергетическое условие, которое было бы достаточно слабым, чтобы быть справедливым для как можно большего количества типов материи, в идеале включая все наблюдаемые виды материи и, возможно, также другую «физически разумную» материю. В то же время условие должно быть достаточно сильным, чтобы иметь физически интересные следствия в контексте общей теории относительности, например, теоремы о сингулярности. Сбалансировать эти две цели достаточно сложно само по себе, но это еще более усложняется желанием сохранить концептуальную простоту, не запутавшись в технических, математических условиях.

Чтобы ввести обсуждение в более конкретные термины, речь пойдёт в 4 – мерном пространстве де Ситтера со статичным дополнительным измерением. В отличие от предыдущей главы, метрика взята приближённая к метрике Фридмана с физическим временем t. Так же здесь зафиксируем сигнатуру в виде (–,+,+,+,+).

Простая модель действия Эйнштейна-Гильберта и скалярной материи:

Само скалярное поле предполагается зависимым от времени и дополнительной координаты Вариация действия по метрике от скалярной кривизны дают уравнения Эйнштейна.

Вариация действия по метрике от скалярной материи даёт тензор энергии-импульса теории

где µ, ν = 0,1,2,3,4

Компоненты тензора энергии-импульса распишутся

Для начала найдём все ненулевые компоненты символов Кристоффеля

Тогда для тензора Риччи

Скалярная кривизна будет

Компоненты тензора Эйнштейна в свою очередь

Если мы рассматриваем компактифицированное измерение и хотим, чтобы оно оставалось таковым с течением времени, то должны положить Тензор Эйнштейна упростится

Нашей задачей является убедиться в том, не нарушает ли такая физика энергетические условия. Наиболее важным условием для нас является нулевое энергетическое условие, которое гласит, что , где для любого светоподобного вектора выполняется Для физической интерпретации этого условия обратимся к идеальной жидкости, которое говорит, что сумма плотности энергии и давления должно быть неотрицательным Для скалярного поля это условие выполняется всегда:

Нарушение нулевого энергетического условия влечёт за собой неприятные последствия, такие как существование экзотической материя. Экзотическая материя – понятие физики элементарных частиц, описывающее любое (как правило, гипотетическое) вещество, которое нарушает одно или несколько энергетических условий, либо не состоит из известных барионов. Подобные вещества могут обладать такими качествами, как отрицательная плотность энергии или не притягиваться вследствие гравитации. Вакуум в области с отрицательным давлением, производимым эффектом Казимира является наиболее известным представителем экзотической материи [16-21].

В случае скалярных полей нарушение означало бы, что в лагранжиане теории необходимо поменять знак кинетического члена. Что в свою очередь означает неограниченный рост энергии системы в область отрицательных значений или нестабильность такого поля [22]. Поля, для которых нулевое энергетическое условие нарушается, называются фантомами. (Однако имеется исключение [23]).

Более интересна геометрическая форма нулевого энергетического условия. Очевидно этому же условию удовлетворяет тензор Эйнштейна, вследствие выполнения уравнений Эйнштейна:

Для любого светоподобного вектора можно показать выполнение нулевого условия для тензора Риччи Однако в дальнейшем я буду пользоваться только к тензору Эйнштейна.

Основная идея состоит в том, чтобы искать космологическое решение с фиксированным размером дополнительного измерения, поскольку, если бы оно зависело от времени, то дополнительная координата изменялась со временем. Поэтому вопрос следующий: если положить , можем ли мы найти ускоряющиеся космологические решения, такие как инфляция или текущее состояние Вселенной, без слишком серьёзных нарушений энергетических условий?

Пусть Функцию положим что соответствует переопределению координаты Можно показать

Метрика с новыми обозначениями будет

Перепишем в развёрнутом виде нулевое энергетическое условие для тензора Эйнштейна.

Положим откуда замечаем В таких обозначениях получаем плоскую метрику FRLW. Выразим пусть

Пользуясь свойством светоподобного вектора нулевое условие перепишется

Нас мало интересует слагаемое с Теперь, когда основная проблема заключается в давлении по дополнительной координате, нулевое условие запишется Для ускоряющейся Вселенной должно выполняться положительность второй производной масштабного фактора. Откуда видим, что нулевое энергетическое условие должно нарушаться.

Покажем это более подробно. Компоненты тензора Эйнштейна запишутся:

Для любого выполняется Чему это выражение соответствует в терминах материи? Если давление в дополнительном измерении имеет экзотическое уравнение состояния, которое нарушает нулевое энергетическое условие, именно Легко увидеть, как перепишется данное выражение в терминах полей

Рассмотрим энергетическое условие для скалярного поля, которое выражается через тензор материи Распишем

Для рассуждения достаточно будет взять в рассмотрение условие Распишем в терминах полей: Так убеждаемся в нарушении нулевого условия.

Давайте посмотрим, что можно сделать с зависимостью от дополнительной координаты В таком случае недиагональный элемент тензора Эйнштейна будет давать вклад в условие. Пусть материя будет двигаться только по дополнительной координате, т.е. нулевой вектор будет Тогда нулевое условие запишется

В таком случае вторая производная должна быть только отрицательной величиной. Однако компактифицированное измерение требует периодичности. Условию периодичности должно удовлетворять смена знака второй производной Рассмотрим конкретно выбранное направление движения материи, т.е. выберем четвёртую компоненту нулевого вектора со знаком плюс Для выбранного вектора условие периодичности второй производной может выполняться, только если первая производная будет отрицательной, именно Однако условие нарушается для противоположно направленной четвёртой компоненты вектора так как требует положительности первой производной. В общем нулевое условие не позволяет выполнение периодичности функции для компактифицированного измерения.

Заключаем, метрика (3.1) с факторизованными коэффициентами и явно плоской (4+1)–частью не может дать ускоренную космологию со статическим дополнительным измерением и выполнением условия нулевой энергии.

1. **Факторизованная метрика общего вида**

Есть надежда на рассмотрение конформной однородной метрики

Всё также будем предполагать факторизацию коэффициентов для упрощения вычислений. То есть Исходя из наших интересов, полагаем После того, как это было сделано, можно снова переопределить координаты. Это позволит еще больше упростить метрику. Действительно, если взять изменится переменная времени так, что в новых координатах, не влияя на остальную часть метрики. Аналогично, функция Другими словами, любая геометрия, допускающая представление (4.1) с факторизованными метрическими компонентами, может быть записана как

Это метрика, которую собираемся использовать в дальнейшем. Необходимо вычислить уравнения Эйнштейна для Вселенной с метрикой (4.2). Хочу обратить внимание, что для этих расчётов факторизация практически не играет роли. Например, вместо и можно всегда написать соответственно и Точка обозначает производную по времени t, а штрих – производная по дополнительной координате Дальше будет использована факторизация компонент.

Выпишем все ненулевые компоненты символов Кристоффеля

Тогда для тензора Риччи

Скалярная кривизна будет

Тензор Эйнштейна в смешанных компонентах в таких обозначениях

Для правой части уравнения Эйнштейна будем также пользоваться скалярной материей (3.4). Запишем компоненты

Уместно отметить, что, взяв линейные комбинации некоторых из приведенных выше уравнений, выразим производные поля и потенциал через термины идеальной жидкости. В частности, вычитая из выражения (4.7.2) выражение (4.7.1):

Комбинируя уравнения (4.7.3) и (4.7.2) вместо этого получаем:

Суммируя (4.7.3) и (4.7.1):

Предположим Получаем Откуда, вследствие уравнений Эйнштейна, недиагональный член тензора энергии-импульса уходит. Т.е. Возможны два случая или Рассмотрим каждый.

**Случай**

Давление по дополнительной координате совпадает с обычным давлением трёхмерным Отсюда следует равенство выражений (4.6.3) и (4.6.2). Учтём также уравнение состояния . Получаем два уравнения

Очевидно, при доминантности ложного вакуума с состоянием первое уравнение даёт знакомое нам экспоненциальное расширение Подставляя во второе уравнение, получаем два класса решений

Первый класс решений хоть и является периодической функцией, однако она пересекает ось где обращается в нуль. В таких точках, метрика приводит к таким неприятным последствиям как нулевой детерминант метрического тензора, неопределённость символов Кристоффеля и т.д..

Второй же класс можно рассматривать как некомпактифицированное измерение с неограниченным ростом. Такое решение представляет отдельный интерес в теориях с большими размерами измерений. Однако в данной работе решение второго класса отбросим как не интересующее.

**Случай**

Данный случай соответствует де Ситтеровскому расширению, когда Остаётся незафиксированным давление Задав уравнение состояния для давления по дополнительной координате можно явно найти решения для функции

Чтобы прояснить дальнейшее рассуждение введём понятия слабого энергетического условия , где для любого времениподобного вектора выполняется Для физической интерпретации этого условия обратимся к идеальной жидкости. К условию неотрицательности суммы плотности энергии и давления , добавляется условие положительности плотности энергии Для скалярного поля это условие запишется и

Выпишем слабое условие для тензора Эйнштейна Запишем также нулевое условие Это означает, что первое условие допускает оба знака второй производной только тогда, когда . Однако второе при этом требует только отрицательности Другими словами, нет периодического решения при выполнении слабого энергетического условия. Возникает противоречие. На первый взгляд наивное разрешение этого противоречия может послужить отказ от слабого условия.

Рассмотрим это более подробно. Отказавшись от слабого условия можно предположить, что нулевое условие выполняется, при этом допускает периодические решения для компактифицированного измерения. Но это не совсем так. Если учесть экстремумы функции, в которых первая производная обращается в нуль, можно показать что нулевое условие равно нарушается. В экстремумах должно выполняться Вторая производна в этих точках и их окрестностях принимает только отрицательные значения. Иными словами, в экстремумах, в которых неравенство выполняется, имеется переход от положительных первых производных к отрицательным, то есть это экстремумы, являющиеся только максимумами. В минимумах ситуация иная. При прохождении через минимум вторая производная положительна, или хотя бы неотрицательная. Следовательно, снова получаем, что периодического решения с выполнением нулевого энергетического условия невозможно, ибо оно нуждается в чередовании максимумов и минимумов.

Так для метрики вида нельзя построить расширяющуюся ускоренно космологическую модель с компактным статичным измерением.

Теперь перейдём к более общему случаю метрики, которая задаётся (4.2). Т.е. рассмотрим более общую ситуацию Вид уравнений усложняется из-за недиагональных элементов тензора Эйнштейна. Поиск решений в таком случае является сложной задачей. Однако это и необязательно, как упоминалось ранее достаточно лишь выполнение энергетических условий. Так как нулевое условие выполняется для любого светоподобного вектора, можно взять в рассмотрение конкретный вектор и проверить выполнение условия для него. Нас мало будут интересовать трёхмерные компоненты тензора Эйнштейна. Теперь, когда основная проблема заключается в давлении по дополнительной координате пусть тогда записать условие не составит труда

Для ускоряющейся модели Вселенной возьмём в рассмотрение конкретное решение для масштабного фактора Условие запишется

Учитывая выкладки и рассуждения, приведённые ранее в этой главе, можно взять в рассмотрение лишь экстремумы функции, когда Это упростит вычисления и позволит нам сделать выводы, не прибегая к более сложным обобщениям. В экстремумах получается

Для двух знаков одновременно это условие выполняться не может. Однако нулевое энергетическое условие должно работать для любого нулевого вектора.

Покажем более подробно. Возьмём конкретный знак нулевого вектора Вторая производная может принимать оба знака, если Тогда как для обратного знака вектора данное неравенство не выполняется, так как для него требуется выполнение иного условия Возникает противоречие. Так убеждаемся в нарушении нулевого энергетического условия для метрики с факторизованными коэффициентами вида (4.2).

1. **Заключение**

Основной целью данной работы являлось отыскание решений ускоряющейся космологии со статичным дополнительным компактифицированным измерением. Проблема всех таких решений заключается в том, что их нельзя построить без нарушения энергетических условий. Однако всегда здесь рассматривались метрики только с факторизованными коэффициентами. Рассмотрение метрики (4.1) в общем виде требует более детального и сложного анализа, так как возникают неравенства в частных производных.

Рассмотрена работа Джиованнини, в которой возникали довольно интересные решения. Среди представленных в статье решений есть и космологические, метрика (2.1), с одним (неоднородным) дополнительным измерением. В случае наличия во Вселенной двух скалярных полей показана возможность решения с постоянным со временем размером дополнительного измерения, формулы (3.14) и после них. Однако этот простой вариант, который явно обсуждается автором во второй половине третьего абзаца, отвечает замедленному расширению нашего мира.

Дальнейшие рассуждения основываются на отыскании таких решений удовлетворяющие трём критериям: Во-первых, стабильности размера дополнительной координаты. Во-вторых, соответствию наблюдаемым данным ускоряющейся Вселенной. В-третьих, энергетическим условиям. Для нас, одним из важных считается нулевое и слабое энергетические условия. Показано, что нет таких космологических решений с факторизованными коэффициентами метрического тензора, при которых удалось бы сохранить баланс между всеми тремя критериями.

Получены неравенства, которые описывают энергетические условия, необходимые для существования периодических функций. Эти условия являются геометрическими, и они определяют требования к плотности энергии, давлениям и метрике, которые обеспечивают минимальный линейный размер дополнительной координаты. Физический смысл этих неравенств заключается в описании энергетических условий для материи, образующей скалярное поле. В данной работе были получены эти условия в общем виде. Эти условия имеют сложный вид; поэтому, чтобы получить более конкретные результаты, уточняющие физическую ситуацию, мы проанализировали производные неравенств в некоторых частных случаях.

В одном из частных случаев было получено, что в экстремумах не может существовать периодичность второй производной при удовлетворении нулевого энергетического условия. При обобщении метрики (4.2) неравенства усложнялись. Здесь рассматривалось конкретное движение материи, только по дополнительной координате по всем направлениям. Для положительного направления движения условие периодичности удовлетворяло нулевому энергетическому условию. Однако для отрицательного направления оно нарушается, тогда как нулевое условие выполняется для абсолютно любого светоподобного вектора.

Имеется надежда на отыскание решений удовлетворяющих ускоренному расширению со статичным дополнительным измерением для более общих видов метрик или материи [24-28].

1. **Список литературы:**

[1] Paul Marconnet, Dimitrios Tsimpis. Universal accelerating cosmologies from 10d supergravity, arXiv:2210.10813v2 [hep-th] 21 Oct 2022

[2] Th. Kaluza. On the Unification Problem in Physics, [arXiv:1803.08616](https://arxiv.org/abs/1803.08616) [physics.hist-ph]

[3] R. Coquereaux, G. Esposito-Farese. The theory of Kaluza-Klein-Jordan-Thiry revisited, http://www.numdam.org/item/AIHPA\_1990\_\_52\_2\_113\_0/

[4] Massimo Giovannini. Time-dependent gravitating solitons in five dimensional warped space-times, arXiv:0708.1830v1 [hep-th]

[5] Héctor Vucetich. Time variation of fundamental constants: two phenomenological models, https://doi.org/10.48550/arXiv.astro-ph/0211457

[6] Susana J. Landau, Hector Vucetich. Testing theories that predict time variation of fundamental constants, The Astrophysical Journal, 570:463–469, 2002 May 10

[7] William J. Marciano. Time variation of the fundamental constants and Kaluza-Klein theories, Phys. Rev. Lett. 52, 489–491. doi:10.1103/physrevlett.52.489

[8] Дж. Уиллер, K. Торн, Ч. Мизнер. Гравитация, Том 2.-Москва: Издательство «МИР», 1977.-527с.

[9] С. Хокинг, Дж. Эллис. Крупномасштабная структура пространства-времени. Москва: Издательство «МИР» , 1977.-432с.

[10] Erik Curiel. A Primer on Energy Conditions, arXiv:1405.0403v1 [physics.hist-ph] 30 Apr 2014

[11] Massimo Giovannini. Averaged energy conditions and bouncing universes, 2017 Phys. Rev. D 96, 101302(R)

[12] David Sloan, Konstantinos Dimopoulos, Sotirios Karamitsos. T-Model Inflation and Bouncing Cosmology, arXiv:1912.00090v2 [gr-qc] 29 Jan 2020

[13] Eleni-Alexandra Kontou. Energy conditions in general relativity and quantum field theory, arXiv:2003.01815v2 [gr-qc] 5 Jun 2020

[14] J. G. Russo, P. K. Townsend. Time-dependent compactification to de Sitter space: a no-go theorem, arXiv:1904.11967v3 [hep-th] 17 Aug 2021

[15] Rik Koster, Marieke Postma. A no-go for no-go theorems prohibiting cosmic acceleration in extra dimensional models, arXiv:1110.1492v2 [hep-th] 28 Nov 2011

[16] Bronnikov K.A. Scalar-tensor theory and scalar charge, Acta Phys. Polon. B. – 1973. – Vol.4. – P.251-266

[17] Ellis H.G. The evolving, flowlessdrainhole: A nongravitating-particle model in general relativity theory, Gen Rel.Grav. – 1979. – Vol.10. – P.105-123.

[18] Morris M.S., Thorne K.S., and Yurtsever U. Wormholes, Time Machines, and the Weak Energy Condition, Phys. Rev. Lett. – 1988. – Vol.61. – P.1446-1449.

[19] Lobo F.S.N. Phantom energy traversable wormholes, Phys. Rev. D. – 2005. – Vol. 71. –Art#084011.

[20] Anshuman Baruah and Atri Deshamukhya. Traversable Lorentzian wormholes in higher dimensional theories of gravity, 2019 J. Phys.: Conf. Ser. 1330 012001

[21] M. Z. Bhatti, Z. Yousaf and M. Ilyas. Existence of wormhole solutions and energy conditions in f(R, T) gravity, https://doi.org/10.1007/s12036-018-9559-9

[22] James M. Cline, Sangyong Jeon, Guy D. Moore, The phantom menaced: constraints on low-energy effective ghosts, arXiv:hepph/0311312

[23] Paolo Creminelli, Markus A. Luty, Alberto Nicolis, Leonardo Senatore. Starting the Universe: Stable Violation of the Null Energy Condition and Non-standard Cosmologies, arXiv:hep-th/0606090

[24] Ernesto Nungesser. Isotropization of non-diagonal Bianchi I spacetimes with collisionless matter at late times assuming small data, <https://doi.org/10.48550/arXiv.1007.0184>

[25] Mukesh Sharma and Sonia Sharma. A Study of Bianchi Type-I Cosmological Model With Cosmological Constant, The African Review of Physics (2016) 11:0039

|  |
| --- |
| [26] Matthew Kleban and Leonardo Senatore. Inhomogeneous anisotropic cosmology, <https://doi.org/10.48550/arXiv.1602.03520>  [27] Paul J. Steinhardt, Daniel Wesley. Dark Energy, Inflation and Extra Dimensions, arXiv:0811.1614v2 [hep-th] 7 Dec 2008  [28] L.S.Ladke. Five Dimensional Bianchi Type-I (KasnerForm)Cosmological Models, International Journal of Scientific and Innovative Mathematical Research (IJSIMR) Volume 2, Issue 5, May 2014, PP 453-459 ISSN 2347-307X (Print) & ISSN 2347-3142 |

1. Здесь и в дальнейшем все формулы пересчитаны и исправлены. [↑](#footnote-ref-1)