

Правительство Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный университет»

Кафедра радиофизики

Петевка Юрий Юрьевич

**Излучение Вавилова-Черенкова от дипольного источника, движущегося по
оси канала в диэлектрическом конусе**

Направление 03.04.02 Физика
Образовательная программа (ВМ.5511.*) Физика

Магистерская работа

Научный руководитель:
к.ф.-м.н., доцент Галямин С. Н.
Рецензент:
к.ф.-м.н., доцент Альтмарк А. М.

Санкт-Петербург
2023

Содержание

1	Введение	2
2	Постановка задачи и методы её решения	4
3	Решение задачи	6
3.1	Падающее поле	6
3.2	Свободное поле в средах 1 и 2	8
3.3	Прохождение поля через внешнюю границу конуса	13
3.4	Интегралы Стреттона-Чу по апертуре	14
4	Анализ структуры поля	18
4.1	Поле на поверхности волнового фронта. Радиус основания освещенной части конуса 6λ	18
4.2	Поле на поверхности волнового фронта. Радиус основания освещенной части конуса 20λ	18
4.3	Поле в плоскостях XZ , YZ и XY . Радиус основания освещенной части конуса 6λ	18
4.4	Черенковский прожектор	21
5	Заключение	26

1 Введение

Излучение Вавилова-Черенкова (ИВЧ) было открыто в 1934 году П.А. Черенковым (аспирантом С.И. Вавилова) [5] и в последующие за открытием десятилетия активно исследовалось теоретически [6–8], а также нашло широкое применение в физике высоких энергий [9, 10].

Под ИВЧ традиционно понимают электромагнитное излучение, генерируемое заряженной частицей (или сгустком таких частиц) при равномерном движении в среде со скоростью, превышающей фазовую скорость электромагнитных волн в данной среде. Однако ИВЧ генерируется и в том случае, когда заряженная частица движется не в толще среды, а, например, в вакуумном канале в среде или вдоль её границы в вакууме [7] (частица взаимодействует со средой своим кулоновским полем). Более того, излучение черенковского типа (будем также называть его ИВЧ) генерируется в диэлектрике не только движущимся зарядом, но также и любым локализованным движущимся электромагнитным источником (если только его скорость превышает фазовую скорость электромагнитных волн в данной среде) [11].

В последние годы значительный интерес к эффекту Вавилова-Черенкова вызван рядом его перспективных применений. К тематике данной работы непосредственно относится направление, связанной с генерацией ИВЧ в диэлектрических объектах большого (в масштабе характерных длин волн) размера и сложной формы. К ним, в частности, относится коническая мишень с каналом, ИВЧ от которой анализировалось в ряде недавних экспериментальных и теоретических работ [18–20]. Значительный интерес также вызывают различные диэлектрические объекты с плоскими гранями (плоско-параллельные пластины, призмы) в связи с перспективами их применения для маловозмущающей диагностики заряженных сгустков на линейных и кольцевых ускорителях [21]. Излучение от движущегося импульса поляризации (т.е. от движущегося источника дипольного типа), возникающего в нелинейной среде за счет эффекта “оптического детектирования” мощного лазерного излучения [22], широко используется в современных терагерцовых генераторах (наиболее часто используется схема с наклонным фронтом лазерного импульса) [23]. Перспективная модификация описанного метода конверсии лазерного излучения в терагерцовое состоит в разделении объекта (нелинейного кристалла), в котором происходит оптическое детектирование и движение импульса, и объекта из обычного линейного диэлектрика (собственно радиатора), в котором генерируется ИВЧ [24]. Различные варианты составных генераторов активно исследуются в последние годы [25], типичной формой радиатора является конус или призма. Область бегущей поляризации можно смоделировать как перемещающийся электрический дипольный момент (или некоторое распределение такого дипольного момента). Следует отметить, что различные аспекты излучения движущихся диполей давно и активно исследовались в литературе [8, 26]. Рассматривались даже такие сложные конфигурации, когда диполи различного типа перемещаются относительно движущихся сред [27, 28]. Однако задачи со сложной геометрией, возникающей в вышеописанных перспективных направлениях, практически не рассматрива-

лись или рассматривались недостаточно строго. Этому аспекту и посвящена данная квалификационная работа.

При расчете излучения от упомянутых объектов сложной формы приходится сталкиваться с существенными трудностями, т.к. соответствующие задачи не могут быть решены аналитически ввиду сложности геометрии (несколько граничных поверхностей, наличие угловых областей и т.д.). Поэтому конструктивным подходом к данному вопросу является построение надежного приближенного метода, позволяющего получать результат с контролируемой точностью в наиболее интересной (с точки зрения генерации ИВЧ) области пространства. На протяжении последних лет такой метод активно развивался научной группой, в которой выполнена данная квалификационная работа [19, 20] и этот метод будет применяться ниже. Особенностью данной работы служит дипольный тип рассматриваемого источника ИВЧ, который лишает данную задачу осевой симметрии и существенно усложняет ее. Таким образом, данная работа вносит существенный вклад в развитие упомянутого метода, расширяя его применимость на несимметричные источники. Отметим также, что развитие аналитического подхода для расчета ИВЧ при отсутствии осевой симметрии имеет гораздо большее значение по сравнению с симметричным случаем, т.к. численное моделирование в данной ситуации становится трехмерным, что кардинально повышает требования к вычислительным ресурсам.

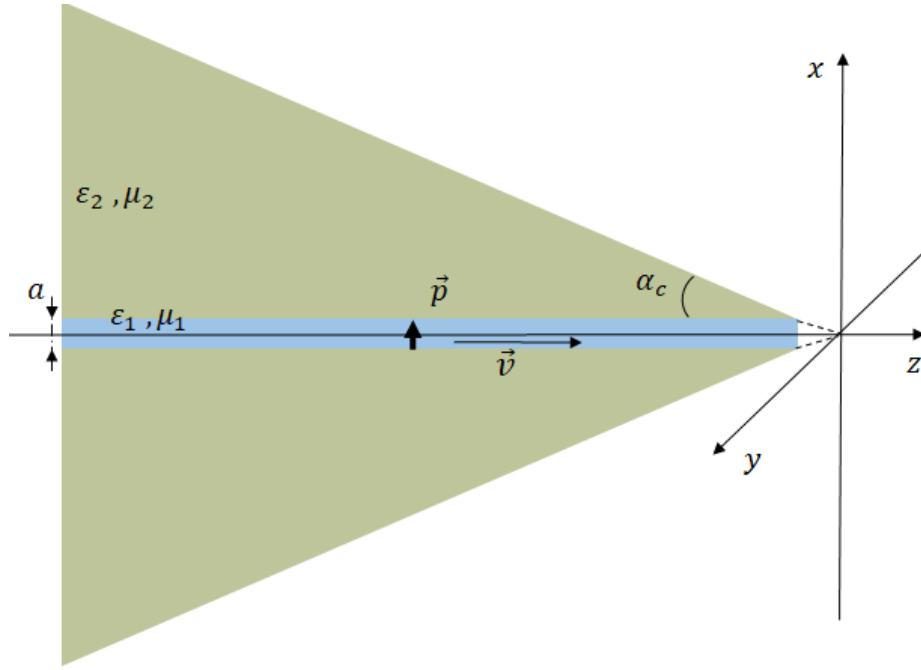


Рис. 1. Геометрия задачи

2 Постановка задачи и методы её решения

В данной работе исследуется электромагнитное излучение, возникающее при равномерном движении точечного электрического диполя в присутствии диэлектрического объекта. Принципиально, что размер объекта считается большим по сравнению с рассматриваемыми длинами волн, т.е. отношение длины волны к размеру объекта считается малым параметром задачи. На наличии этого малого параметра построен используемый для решения приближенный метод [19,20]. Электрический диполь движется с постоянной скоростью вдоль оси Oz ($\vec{v} = v\vec{e}_z$). Вектор дипольного момента источника ориентирован вдоль оси Ox , ортогонально направлению движения. Таким образом, плотность распределения дипольного момента источника \vec{p} задается формулой:

$$\vec{p}(\vec{r}, t) = p_0 \delta(x) \delta(y) \delta(z - vt) \vec{e}_x, \quad (1)$$

где $\delta(x)$, $\delta(y)$, $\delta(z - vt)$ – дельта-функции Дирака, p_0 – величина дипольного момента. Источник пролетает сквозь конус по цилиндрическому каналу радиуса a (рис. 1), ось которого совпадает с осью Oz . Угол между осью Oz и образующей конуса равен α_c . Пространство конуса состоит двух частей: канала (среда 1) и области вне канала (среда 2). И та, и другая области обладают частной дисперсией. Снаружи конуса находится вакуум. Требуется найти электромагнитное поле вне конуса (в вакууме).

Схема построения решения состоит из трех шагов (см. [19, 20]), кратко опишем их. Сначала мы решаем задачу об излучении движущегося диполя в безграничной среде (среда 1).

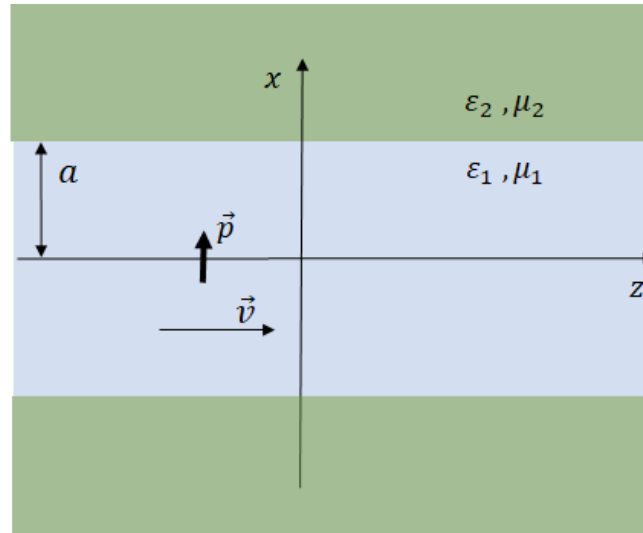


Рис. 2. Геометрия эталонной задачи

Это частное решение неоднородной системы уравнений Максвелла (т.н. “падающее поле”). На втором шаге мы ищем поле от движущегося диполя в цилиндрическом канале (среда 1), окруженном другой безграничной средой 2. Решение внутри канала ищется в виде суммы частного решения неоднородной системы и общего решения однородной системы (т.н. “отраженное поле”). В пространстве вне канала поле ищется только в виде решения однородной системы. При этом должны выполняться условие непрерывности касательных к границе компонент поля. Первый и второй шаги составляют так называемую “эталонную” задачу (Рис. 2). Данная задача решается строго.

На третьем шаге мы переходим к приближенным методам. Теперь мы возвращаем к рассмотрению внешнюю границу конуса и приближенно считаем, что поле внутри диэлектрического конуса совпадает с полем, найденным из решения “эталонной задачи” для области 2. Справедливость этого приближения увеличивается асимптотически с уменьшением малого параметра задачи. Дальнейшая задача состоит в том, чтобы найти поле на внешней стороне этой поверхности. Как уже отмечалось, характерные размеры конуса (радиус основания и длина образующей) много больше длины волны, поэтому можно пренебречь отражением от внутренних стенок (в принципе, эти переотражения можно учесть в рамках тех же приближений, однако это как правило является излишним). Иными словами, мы считаем, что поле на внутренней стороне поверхности конуса такое же, как и без внешней границы. Далее находим преломлённое поле, используя закон Снеллиуса и формулы Френеля, и подставляем его касательные составляющие в интегралы Стреттона-Чу.

3 Решение задачи

Изложим некоторые общие положения для последующих глав работы. Все зависящие от времени величины в данной задаче будем рассматривать на уровне их Фурье гармоник. Прямое преобразование Фурье определим формулой

$$\vec{E}_\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}(t)e^{i\omega t} dt, \quad (2)$$

а обратное – формулой

$$\vec{E}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}_\omega e^{-i\omega t} d\omega. \quad (3)$$

Пусть среда, из которой сделан конус (рис. 2), является линейной, стационарной и изотропной, не обладает пространственной дисперсией, но обладает частотной дисперсией. В таком случае, материальные соотношения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \vec{D}(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\varepsilon}(t-t') \vec{E}(t') dt', \\ \vec{B}(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\mu}(t-t') \vec{H}(t') dt'. \end{aligned} \quad (4)$$

Как известно, соотношения типа свёртки во временной области (4) приводят к алгебраическим связи для соответствующих Фурье-образов. Или, иначе, из (4) следует “локальность” материальных соотношений в частотной области:

$$\vec{D}_\omega = \varepsilon(\omega) \vec{E}_\omega, \quad \vec{B}_\omega = \mu(\omega) \vec{H}_\omega, \quad (5)$$

где $\varepsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$ – диэлектрические и магнитные проницаемости среды. Именно данные величины (с опущенным аргументом ω) и будут использоваться далее.

Отправной точкой для нахождения полей является система уравнения Максвелла для Фурье-образов:

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{E}_\omega &= \frac{i\omega}{c} \mu \vec{H}_\omega \\ \text{rot} \vec{H}_\omega &= -\frac{i\omega}{c} \varepsilon \vec{E}_\omega + \frac{4\pi}{c} \vec{j}_\omega \\ \text{div} \vec{E}_\omega &= \frac{4\pi}{\varepsilon} \rho_\omega \\ \text{div} \vec{H}_\omega &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

3.1 Падающее поле

Для уменьшения количества уравнений в системе (16) вводят потенциалы поля. В случае источника дипольного типа (1) удобно использовать вектор Герца $\vec{\Pi} = \vec{\Pi}^e + \vec{\Pi}^m$ (e – электриче-

ский, m – магнитный). Введём потенциалы $\vec{\Pi}^{e,m}$ через их Фурье-образы следующим образом (см., например, [8], где, однако, используется гармоническая зависимость от времени с другим знаком):

$$\begin{aligned}\vec{E}_\omega &= \frac{1}{\varepsilon} \nabla \operatorname{div} \vec{\Pi}_\omega^e + \frac{\omega^2 \mu}{c^2} \vec{\Pi}_\omega^e + \frac{i\omega \mu}{c} \operatorname{rot} \vec{\Pi}_\omega^m, \\ \vec{H}_\omega &= \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{\Pi}_\omega^m - \frac{i\omega}{c} \operatorname{rot} \vec{\Pi}_\omega^e.\end{aligned}\quad (7)$$

Определённые так потенциалы $\vec{\Pi}^{e,m}$ удовлетворяют неоднородным уравнениям Гельмгольца (как и в [8], С. 183, мы будем считать эти уравнения исходными):

$$\left(\nabla^2 + \frac{\omega^2 n^2}{c^2} \right) \begin{pmatrix} \vec{\Pi}_\omega^e \\ \vec{\Pi}_\omega^m \end{pmatrix} = -4\pi \begin{pmatrix} \vec{p}_\omega \\ \vec{m}_\omega \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где $n^2 = \varepsilon \mu$ – квадрат показателя преломления, \vec{p}_ω и \vec{m}_ω – плотности электрического и магнитного дипольного момента соответственно. В нашей задаче $\vec{m} = 0$, поскольку источник обладает только электрическим дипольным моментом. Кроме того, в данном подразделе мы интересуемся только частным (вынужденным) решением системы (8), поэтому ненулевой является только x -компонента электрического вектора Герца:

$$\vec{\Pi}_\omega^e = \Pi_\omega^e \vec{e}_x \quad (9)$$

Значит, система (8) упрощается до

$$\nabla^2 \vec{\Pi}_\omega^e + k_0^2 \varepsilon \mu \vec{\Pi}_\omega^e = \vec{p}_\omega, \quad (10)$$

где $k_0 = \frac{\varepsilon}{c}$ – вакуумное волновое число. Решение уравнения (10) с точностью до обозначений и константы найдено в [1] (стр. 26):

$$\vec{\Pi}_\omega^e = \Pi_\omega^e \vec{e}_x = \frac{ip_0}{2v} H_0^{(1)}(s\rho) e^{i\frac{\omega}{v}z} \vec{e}_x, \quad (11)$$

где $H_0^{(1)}$ – функция Ханкеля первого рода нулевого порядка, $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$,

$$s^2 = \frac{\omega^2}{v^2} (n^2 \beta^2 - 1). \quad (12)$$

У функции $s(\omega)$ выбирается такая ветвь корня, для которой $\operatorname{Im} s(\omega) > 0$ на всех вещественных частотах. Используя ранее полученные результаты [2], падающее (вынужденное) поле в

цилиндрической системе координат можно выразить следующим образом:

$$\begin{aligned} \vec{E}_\omega^{(i)} = & \left[\frac{s}{\varepsilon\rho} \tilde{\Pi}_\omega^e + \frac{\mu}{c^2} \omega^2 \Pi_\omega^e - \frac{s^2}{\varepsilon} \Pi_\omega^e \right] \cos \varphi \vec{e}_\rho + \\ & + \left[\frac{s}{\varepsilon\rho} \tilde{\Pi}_\omega^e - \frac{\mu}{c^2} \omega^2 \Pi_\omega^e \right] \sin \varphi \vec{e}_\varphi - \frac{s}{\varepsilon} \frac{i\omega}{v} \tilde{\Pi}_\omega^e \cos \varphi \vec{e}_z, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\vec{H}_\omega^{(i)} = \frac{\omega^2}{vc} \Pi_\omega^e \sin \varphi \vec{e}_\rho + \frac{\omega^2}{vc} \Pi_\omega^e \cos \varphi \vec{e}_\varphi - \frac{i\omega s}{c} \tilde{\Pi}_\omega^e \sin \varphi \vec{e}_z. \quad (14)$$

где

$$\tilde{\Pi}_\omega^e = \frac{ip_0}{2v} H_1^{(1)}(s\rho) e^{i\frac{\omega}{v}z} \quad (15)$$

возникает при дифференцировании Π_ω^e по ρ .

3.2 Свободное поле в средах 1 и 2

Свободное поле должно удовлетворять уравнениям Максвелла без источников:

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{E}_\omega &= \frac{i\omega\mu}{c} \vec{H}_\omega \\ \text{rot} \vec{H}_\omega &= -\frac{i\omega\varepsilon}{c} \vec{E}_\omega \\ \text{div} \vec{E}_\omega &= 0 \\ \text{div} \vec{H}_\omega &= 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Из уравнений Максвелла (16) можно получить уравнение Гельмгольца для z -компоненты электрического и магнитного поля соответственно:

$$\begin{aligned} \Delta E_{z\omega} + k_0^2 \varepsilon \mu E_{z\omega} &= 0, \\ \Delta H_{z\omega} + k_0^2 \varepsilon \mu H_{z\omega} &= 0, \end{aligned} \quad (17)$$

где

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Если уравнения с роторами в системе (16) выписать покомпонентно в цилиндрической системе координат, то, применяя выборочно к ним операцию $\frac{\partial}{\partial z}$, можно получить уравнения для φ -компонент:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 \varepsilon \mu \right) H_{\varphi\omega} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 H_{z\omega}}{\partial \varphi \partial z} + ik_0 \varepsilon \frac{\partial E_{z\omega}}{\partial \rho}, \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 \varepsilon \mu \right) E_{\varphi\omega} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 E_{z\omega}}{\partial \varphi \partial z} - ik_0 \mu \frac{\partial H_{z\omega}}{\partial \rho}. \end{aligned} \quad (18)$$

Оставшиеся ρ - компоненты поля выводятся из системы (16) непосредственно:

$$\begin{aligned} E_{\rho\omega} &= \frac{i}{k_0\varepsilon} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial H_{z\omega}}{\partial\varphi} - \frac{\partial H_{\varphi\omega}}{\partial z} \right), \\ H_{\rho\omega} &= -\frac{i}{k_0\mu} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial E_{z\omega}}{\partial\varphi} - \frac{\partial E_{\varphi\omega}}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (19)$$

Геометрия задачи не меняется вдоль оси z , а Фурье-образ дипольного момента p_ω имеет зависимость от z типа $\exp(i\omega z/v)$ (см. (1), множитель с экспонентой возникает из-за сдвинутого аргумента). Значит, искомое электромагнитное поле будет иметь такую же зависимость от z :

$$\{\vec{E}_\omega, \vec{H}_\omega\} = \{\vec{E}_\omega, \vec{H}_\omega\} e^{\frac{i\omega z}{v}}. \quad (20)$$

Следовательно,

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2\varepsilon\mu \rightarrow -\frac{k_0^2}{\beta^2} + k_0^2\varepsilon\mu = \frac{k_0^2}{\beta^2}(\varepsilon\mu\beta^2 - 1) \equiv s^2, \quad (21)$$

$$\{\vec{E}_\omega, \vec{H}_\omega\} = \{\vec{E}_\omega, \vec{H}_\omega\} e^{\frac{i\omega z}{v}} \quad (22)$$

Кроме того, из геометрии задачи видно, что при повороте на угол 2π искомое поле должно переходить в само себя. Следовательно, его можно разложить в ряд Фурье следующего вида:

$$\{\vec{E}_\omega, \vec{H}_\omega\} = \sum_{\nu=-\infty}^{+\infty} \{\vec{E}_{\omega\nu}, \vec{H}_{\omega\nu}\} e^{-i\nu\varphi} \quad (23)$$

Как можно увидеть, все компоненты поля выражаются через $E_{z\omega}$ и $H_{z\omega}$. То есть последние играют роль потенциалов. Сведём уравнения (17) к уравнениям Бесселя, используя свойство (21) и учитывая разложение (23) :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial\rho} + s^2 \left(1 - \frac{\nu^2}{s^2\rho^2} \right) \right) \tilde{E}_{z\omega\nu} &= 0, \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial\rho} + s^2 \left(1 - \frac{\nu^2}{s^2\rho^2} \right) \right) \tilde{H}_{z\omega\nu} &= 0 \end{aligned} \quad (24)$$

Внутри канала свободное решение не должно иметь особенностей, поэтому оно представляется в виде

$$\tilde{E}_{z\omega\nu}^{(1)} = A_\nu^{E1} J_\nu(\rho s_1) \quad \tilde{H}_{z\omega\nu}^{(1)} = A_\nu^{H1} J_\nu(\rho s_1). \quad (25)$$

Вне канала свободное поле должно распространяться по направлению от источника, поэтому верно следующее:

$$\tilde{E}_{z\omega\nu}^{(2)} = A_\nu^{E2} H_\nu^{(1)}(\rho s_2) \quad \tilde{H}_{z\omega\nu}^{(2)} = A_\nu^{H2} H_\nu^{(1)}(\rho s_2). \quad (26)$$

Далее нам необходимо удовлетворить граничным условиям на поверхности $\rho = a$:

$$E_z^{(1)}|_{a-0} + E_z^{(i)}|_{a-0} = E_z^{(2)}|_{a+0}, \quad H_z^{(1)}|_{a-0} + H_z^{(i)}|_{a-0} = H_z^{(2)}|_{a+0}, \quad (27)$$

$$E_\varphi^{(1)}|_{a-0} + E_\varphi^{(i)}|_{a-0} = E_\varphi^{(2)}|_{a+0}, \quad H_\varphi^{(1)}|_{a-0} + H_\varphi^{(i)}|_{a-0} = H_\varphi^{(2)}|_{a+0}. \quad (28)$$

Так как функции Бесселя у нас возникают только с аргументом $s_1\rho$, а функции Ханкеля - с $s_2\rho$, мы можем опускать данные аргументы. При этом не возникнет путаницы. Введем следующие обозначения:

$$J_\nu = J_\nu(as_1), \quad H_\nu = H_\nu^{(1)}(as_2), \quad (29)$$

$$J'_\nu = \left. \frac{J_\nu(\zeta)}{d\zeta} \right|_{\zeta=as_1}, \quad H'_\nu = \left. \frac{H_\nu^{(1)}(\zeta)}{d\zeta} \right|_{\zeta=as_2}. \quad (30)$$

Тогда, подставляя в уравнения (27) выражения для свободного поля (25), (26), получим:

$$A_\nu^{E1} J_\nu - A_\nu^{E2} H_\nu = -\tilde{E}_{z\omega\nu}^{(i)}, \quad (31)$$

$$A_\nu^{H1} J_\nu - A_\nu^{H2} H_\nu = -\tilde{H}_{z\omega\nu}^{(i)}. \quad (32)$$

Для φ - компонент действуем аналогично:

$$\frac{k_0\nu}{a\beta s_1^2} A_\nu^{E1} J_\nu - \frac{ik_0\mu_1}{s_1} A_\nu^{H1} J'_\nu - \frac{k_0\nu}{a\beta s_2^2} A_\nu^{E2} H_\nu + \frac{ik_0\mu_2}{s_2} A_\nu^{H2} H'_\nu = -\tilde{E}_{\varphi\omega\nu}^{(i)}, \quad (33)$$

$$\frac{k_0\nu}{a\beta s_1^2} A_\nu^{H1} J_\nu + \frac{ik_0\varepsilon_1}{s_1} A_\nu^{E1} J'_\nu - \frac{k_0\nu}{a\beta s_2^2} A_\nu^{H2} H_\nu - \frac{ik_0\varepsilon_2}{s_2} A_\nu^{E2} H'_\nu = -\tilde{H}_{\varphi\omega\nu}^{(i)}. \quad (34)$$

Выразим коэффициенты A_ν^{E1} , A_ν^{H1} через два остальных:

$$A_\nu^{E1} = \frac{1}{J_\nu} \left(A_\nu^{E2} H_\nu - \tilde{E}_{z\omega\nu}^{(i)} \right) \quad (35)$$

$$A_\nu^{H1} = \frac{1}{J'_\nu} \left(A_\nu^{H2} H_\nu - \tilde{H}_{z\omega\nu}^{(i)} \right). \quad (36)$$

Подставим эти коэффициенты в граничные условия на φ - компоненты поля

$$\begin{aligned} \frac{k_0\nu}{a\beta s_1^2} \left(A_\nu^{E2} H_\nu - \tilde{E}_{z\omega\nu}^{(i)} \right) - \frac{ik_0\mu_1}{s_1} \frac{J'_\nu}{J_\nu} \left(A_\nu^{H2} H_\nu - \tilde{H}_{z\omega\nu}^{(i)} \right) - \\ - \frac{k_0\nu}{a\beta s_2^2} A_\nu^{E2} H_\nu + \frac{ik_0\mu_2}{s_2} A_\nu^{H2} H'_\nu = -\tilde{E}_{\varphi\omega\nu}^{(i)}, \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \frac{k_0\nu}{a\beta s_1^2} \left(A_\nu^{H2} H_\nu - \tilde{H}_{z\omega\nu}^{(i)} \right) + \frac{ik_0\varepsilon_1}{s_1} \frac{J'_\nu}{J_\nu} \left(A_\nu^{E2} H_\nu - \tilde{E}_{z\omega\nu}^{(i)} \right) - \\ - \frac{k_0\nu}{a\beta s_2^2} A_\nu^{H2} H_\nu - \frac{ik_0\varepsilon_2}{s_2} A_\nu^{E2} H'_\nu = -\tilde{H}_{\varphi\omega\nu}^{(i)}. \end{aligned} \quad (38)$$

Перенесем все слагаемые с вынужденным полем в правую часть

$$\begin{aligned} \frac{k_0\nu}{a\beta} \left(\frac{1}{s_1^2} - \frac{1}{s_2^2} \right) H_\nu A_\nu^{E2} + ik_0 \left(\frac{\mu_2}{s_2} H'_\nu - \frac{\mu_1}{s_1} \frac{J'_\nu}{J_\nu} H_\nu \right) A_\nu^{H2} = \\ = \frac{k_0\nu}{a\beta s_1^2} \tilde{E}_{z\omega\nu}^{(i)} - \frac{ik_0\mu_1}{s_1} \frac{J'_\nu}{J_\nu} \tilde{H}_{z\omega\nu}^{(i)} - \tilde{E}_{\varphi\omega\nu}^{(i)}, \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} ik_0 \left(\frac{\varepsilon_1}{s_1} \frac{J'_\nu}{J_\nu} H_\nu - \frac{\varepsilon_2}{s_2} H'_\nu \right) A_\nu^{E2} + \frac{k_0\nu}{a\beta} \left(\frac{1}{s_1^2} - \frac{1}{s_2^2} \right) H_\nu A_\nu^{H2} = \\ = \frac{k_0\nu}{a\beta s_1^2} \tilde{H}_{z\omega\nu}^{(i)} + \frac{ik_0\varepsilon_1}{s_1} \frac{J'_\nu}{J_\nu} \tilde{E}_{z\omega\nu}^{(i)} - \tilde{H}_{\varphi\omega\nu}^{(i)}. \end{aligned} \quad (40)$$

Обозначим временно правые части в (39), (40) как

$$f_{E\nu} = \frac{k_0\nu}{a\beta s_1^2} \tilde{E}_{z\omega\nu}^{(i)} - \frac{ik_0\mu_1}{s_1} \frac{J'_\nu}{J_\nu} \tilde{H}_{z\omega\nu}^{(i)} - \tilde{E}_{\varphi\omega\nu}^{(i)}, \quad (41)$$

$$f_{H\nu} = \frac{k_0\nu}{a\beta s_1^2} \tilde{H}_{z\omega\nu}^{(i)} + \frac{ik_0\varepsilon_1}{s_1} \frac{J'_\nu}{J_\nu} \tilde{E}_{z\omega\nu}^{(i)} - \tilde{H}_{\varphi\omega\nu}^{(i)} \quad (42)$$

соответственно. Учитывая (13), (14), коэффициенты разложения вынужденного поля в точке $\rho = a$ равны:

$$\tilde{E}_{\omega z 1}^{(i)} = \tilde{E}_{\omega z - 1}^{(i)} = \frac{1}{4} \frac{s_1 \omega p_0}{\varepsilon_1 v^2} H_1^{(1)}(as_1), \quad (43)$$

$$\tilde{H}_{\omega z 1}^{(i)} = -\tilde{H}_{\omega z - 1}^{(i)} = -\frac{i}{4} \frac{p_0 s_1 \omega}{v c} H_1^{(1)}(as_1), \quad (44)$$

$$\tilde{E}_{\omega\varphi 1}^{(i)} = -\tilde{E}_{\omega\varphi - 1}^{(i)} = \frac{1}{4} \frac{p_0}{v} \left(\frac{s_1}{\varepsilon_1 a} H_1^{(1)}(as_1) - \frac{\mu_1 \omega^2}{c^2} H_0^{(1)}(as_1) \right), \quad (45)$$

$$\tilde{H}_{\omega\varphi 1}^{(i)} = \tilde{H}_{\omega\varphi - 1}^{(i)} = \frac{i}{4} \frac{p_0 \omega^2}{v v c} H_0^{(1)}(as_1). \quad (46)$$

Выразим коэффициент A_ν^{E2} через A_ν^{H2}

$$A_\nu^{E2} = \frac{a\beta}{k_0\nu H_\nu} \left(\frac{1}{s_1^2} - \frac{1}{s_2^2} \right)^{-1} \left(f_{E\nu} - ik_0 \left(\frac{\mu_2}{s_2} H'_\nu - \frac{\mu_1}{s_1} \frac{J'_\nu}{J_\nu} H_\nu \right) A_\nu^{H2} \right). \quad (47)$$

Прделаем следующие элементарные преобразования без комментариев:

$$\frac{ia\beta}{\nu} \left(\frac{1}{s_1^2} - \frac{1}{s_2^2} \right)^{-1} \left(\frac{\varepsilon_1 J'_\nu}{s_1 J_\nu} - \frac{\varepsilon_2 H'_\nu}{s_2 H_\nu} \right) \left(f_{E\nu} - ik_0 H_\nu \left(\frac{\mu_2 H'_\nu}{s_2 H_\nu} - \frac{\mu_1 J'_\nu}{s_1 J_\nu} \right) A_\nu^{H2} \right) + \frac{k_0 \nu H_\nu}{a\beta} \left(\frac{1}{s_1^2} - \frac{1}{s_2^2} \right) A_\nu^{H2} = f_{H\nu}, \quad (48)$$

$$\frac{ia\beta}{\nu} (-ik_0 H_\nu) \left(\frac{1}{s_1^2} - \frac{1}{s_2^2} \right)^{-1} \left(\frac{\varepsilon_1 J'_\nu}{s_1 J_\nu} - \frac{\varepsilon_2 H'_\nu}{s_2 H_\nu} \right) \left(\frac{\mu_2 H'_\nu}{s_2 H_\nu} - \frac{\mu_1 J'_\nu}{s_1 J_\nu} \right) A_\nu^{H2} + \frac{k_0 \nu H_\nu}{a\beta} \left(\frac{1}{s_1^2} - \frac{1}{s_2^2} \right) A_\nu^{H2} = f_{H\nu} - \frac{ia\beta}{\nu} \left(\frac{1}{s_1^2} - \frac{1}{s_2^2} \right)^{-1} \left(\frac{\varepsilon_1 J'_\nu}{s_1 J_\nu} - \frac{\varepsilon_2 H'_\nu}{s_2 H_\nu} \right) f_{E\nu}. \quad (49)$$

В итоге получаем искомые коэффициенты разложения:

$$A_\nu^{H2} = \frac{1}{\Delta_\nu} \frac{\nu k_0 H_\nu}{a\beta} \left(\frac{1}{s_1^2} - \frac{1}{s_2^2} \right) f_{H\nu} - \frac{ik_0 H_\nu}{\Delta_\nu} \left(\frac{\varepsilon_1 J'_\nu}{s_1 J_\nu} - \frac{\varepsilon_2 H'_\nu}{s_2 H_\nu} \right) f_{E\nu}, \quad (50)$$

$$A_\nu^{E2} = \frac{1}{\Delta_\nu} \frac{\nu k_0 H_\nu}{a\beta} \left(\frac{1}{s_1^2} - \frac{1}{s_2^2} \right) f_{E\nu} - \frac{ik_0 H_\nu}{\Delta_\nu} \left(\frac{\mu_2 H'_\nu}{s_2 H_\nu} - \frac{\mu_1 J'_\nu}{s_1 J_\nu} \right) f_{H\nu}, \quad (51)$$

где

$$\Delta_\nu = k_0^2 H_\nu^2 \left(\left(\frac{\mu_2 H'_\nu}{s_2 H_\nu} - \frac{\mu_1 J'_\nu}{s_1 J_\nu} \right) \left(\frac{\varepsilon_1 J'_\nu}{s_1 J_\nu} - \frac{\varepsilon_2 H'_\nu}{s_2 H_\nu} \right) + \frac{\nu^2}{a^2 \beta^2} \left(\frac{1}{s_1^2} - \frac{1}{s_2^2} \right)^2 \right) \quad (52)$$

$$E_{z\omega}^{(2)} = \left(A_1^{E2} H_1^{(1)}(\rho s_2) e^{i\varphi} + A_{-1}^{E2} H_{-1}^{(1)}(\rho s_2) e^{-i\varphi} \right) e^{i\omega \frac{z}{v}}, \quad (53)$$

$$H_{z\omega}^{(2)} = \left(A_1^{H2} H_1^{(1)}(\rho s_2) e^{i\varphi} + A_{-1}^{H2} H_{-1}^{(1)}(\rho s_2) e^{-i\varphi} \right) e^{i\omega \frac{z}{v}}, \quad (54)$$

Теперь найдем остальные компоненты поля в среде 2. Как следует из (18), $E_{\varphi\omega}^{(2)}$, $H_{\varphi\omega}^{(2)}$ выражаются формулами:

$$E_{\varphi\omega\nu}^{(2)} = \frac{\nu k_0}{s_2^2 \rho \beta} E_{z\omega}^{(2)} - ik_0 \mu \frac{\partial H_{z\omega}^{(2)}}{\partial \rho} \quad (55)$$

$$H_{\varphi\omega\nu}^{(2)} = \frac{\nu k_0}{s_2^2 \rho \beta} H_{z\omega}^{(2)} + ik_0 \varepsilon \frac{\partial E_{z\omega}^{(2)}}{\partial \rho} \quad (56)$$

Производные по ρ в силу (53), (54) сводятся к дифференцированию функции Ханкеля $H_1^{(1)}(\rho s_2)$:

$$\frac{\partial H_1^{(1)}(\rho s_2)}{\partial \rho} = s_2 \left(H_0^{(1)}(\rho s_2) - \frac{1}{s_2 \rho} H_1^{(1)}(\rho s_2) \right) \quad (57)$$

Компоненты $E_{\rho\omega}^{(2)}$, $H_{\rho\omega}^{(2)}$ в свою очередь определяются формулами:

$$E_{\rho\omega\nu}^{(2)} = \frac{1}{k_0 \varepsilon} \left(\frac{\nu}{\rho} H_{z\omega\nu}^{(2)} + \frac{k_0}{\beta} H_{\varphi\omega\nu}^{(2)} \right) \quad (58)$$

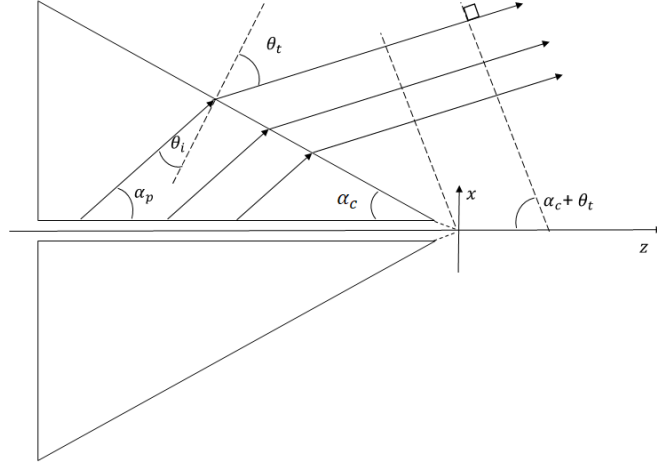


Рис. 3. Прохождение поля через внешнюю границу конуса

$$H_{\rho\omega\nu}^{(2)} = -\frac{1}{k_0\mu} \left(\frac{\nu}{\rho} E_{z\omega\nu}^{(2)} + \frac{k_0}{\beta} E_{\varphi\omega\nu}^{(2)} \right) \quad (59)$$

3.3 Прохождение поля через внешнюю границу конуса

Теперь вернем внешнюю границу задачи - поверхность конуса. Будем предполагать, что характерный размер конуса много больше длины волны, для которой ищется решение. Тогда приближенно можно считать, что на большей части внутренней поверхности конуса поле будет такое же, что и в отсутствии границы.

Обозначим угол раствора конуса через α_c . Угол между осью движения и волновым вектром в среде 2 задается формулой:

$$\alpha_p = \arccos \left(\frac{1}{\text{Re}(n_2)\beta} \right). \quad (60)$$

Тогда угол падения равен:

$$\theta_i = \frac{\pi}{2} - \alpha_c - \alpha_p. \quad (61)$$

Угол преломления:

$$\theta_t = \arcsin(n_2 \sin(\theta_i)) \quad (62)$$

Компоненты волнового вектора преломлённого поля:

$$k_{t\rho} = \cos(\theta_t) \cos(\alpha_c) - \sin(\theta_t) \sin(\alpha_c); \quad (63)$$

$$k_{tz} = \cos(\theta_t) \sin(\alpha_c) + \sin(\theta_t) \cos(\alpha_c); \quad (64)$$

Коэффициент преломления для вертикальной поляризации равен:

$$T_v = \frac{2\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}} \cos(\theta_i)}{\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}} \cos(\theta_i) + \cos(\theta_t)}, \quad (65)$$

горизонтальной:

$$T_h = \frac{2 \cos(\theta_i)}{\cos(\theta_i) + \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}} \cos(\theta_t)} \quad (66)$$

$$E_{t\varphi\omega} = T_h E_{\varphi\omega}^{(2)}, \quad (67)$$

$$H_{t\varphi\omega} = T_v H_{\varphi\omega}^{(2)}. \quad (68)$$

Зная $H_{t\varphi\omega}$ и $E_{t\varphi\omega}$, по формулам

$$\vec{E} = [\vec{H}, \vec{k}_t], \quad \vec{H} = [\vec{k}_t, \vec{E}] \quad (69)$$

найдем оставшееся поле:

$$E_{t\rho\omega} = k_{tz} H_{t\varphi\omega}, \quad (70)$$

$$H_{t\rho\omega} = -k_{tz} E_{t\varphi\omega}, \quad (71)$$

$$E_{tz\omega} = -k_{t\rho} H_{t\varphi\omega}, \quad (72)$$

$$H_{tz\omega} = k_{t\rho} E_{t\varphi\omega}. \quad (73)$$

Введем вектор касательной к поверхности конуса в плоскости XZ $\vec{\tau}$. Проекции поля вдоль этого орта равны:

$$E_{t\tau\omega} = \cos(\alpha_c) E_{tz\omega} - \sin(\alpha_c) E_{t\rho\omega}, \quad (74)$$

$$H_{t\tau\omega} = \cos(\alpha_c) H_{tz\omega} - \sin(\alpha_c) H_{t\rho\omega}, \quad (75)$$

3.4 Интегралы Стреттона-Чу по апертуре

Поле вне конуса определяется через касательные компоненты поля в соответствии с формулами Стреттона-Чу для электрического и магнитного полей. Для слагаемых поля \vec{E} в этих формулах введём следующие обозначения:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3, \quad (76)$$

$$\vec{E}_1 = \frac{ik}{4\pi} \int_S \vec{j}_e g ds', \quad (77)$$

$$\vec{E}_2 = \frac{i}{4\pi k} \int_S (\vec{j}_e, \vec{\nabla}') \vec{\nabla}' g ds', \quad (78)$$

$$\vec{E}_3 = -\frac{1}{4\pi} \int_S [\vec{j}_m, \vec{\nabla}' g] ds'. \quad (79)$$

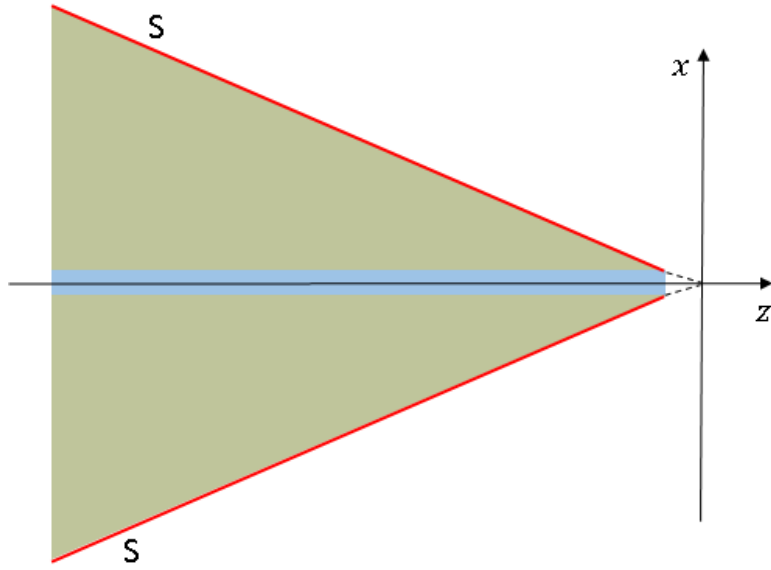


Рис. 4

Красным обозначена поверхность, “засвеченная” излучением Вавилова-Черенкова, она называется “апертурой” и по ней ведется интегрирование.

$$g = \frac{e^{ik|\vec{R}' - \vec{R}|}}{|\vec{R}' - \vec{R}|}. \quad (80)$$

\vec{R} – точка наблюдения, \vec{R}' точка интегрирования. Для уменьшения объема выкладок введем на внешней поверхности конуса S эквивалентные электрические и магнитные токи \vec{j}_e и \vec{j}_m по следующим формулам:

$$\vec{j}_e = \left[\vec{n}, \vec{H} \right] \Big|_S, \quad (81)$$

$$\vec{j}_m = \left[\vec{E}, \vec{n} \right] \Big|_S. \quad (82)$$

Здесь $\vec{n} = \cos(\alpha_c)\vec{e}_\rho + \sin(\alpha_c)\vec{e}_z$ - единичный вектор нормали к поверхности.

$$\vec{j}_{e\rho} = -\sin(\alpha_c)H_{t\varphi\omega} \quad (83)$$

$$\vec{j}_{e\varphi} = \sin(\alpha_c)H_{t\rho\omega} - \cos(\alpha_c)H_{tz\omega} \quad (84)$$

$$\vec{j}_{ez} = \cos(\alpha_c)H_{t\varphi\omega} \quad (85)$$

$$\vec{j}_{m\rho} = \sin(\alpha_c)E_{t\varphi\omega} \quad (86)$$

$$\vec{j}_{m\varphi} = -\sin(\alpha_c)E_{t\rho\omega} + \cos(\alpha_c)E_{tz\omega} \quad (87)$$

$$\vec{j}_{mz} = -\cos(\alpha_c)E_{t\varphi\omega} \quad (88)$$

Декартовы проекции эквивалентных поверхностных токов:

$$\vec{j}_{ex} = j_{e\rho} \cos(\varphi) - j_{e\varphi} \sin(\varphi) \quad (89)$$

$$\vec{j}_{ey} = j_{e\rho} \sin(\varphi) - j_{e\varphi} \cos(\varphi) \quad (90)$$

$$\vec{j}_{mx} = j_{m\rho} \cos(\varphi) - j_{m\varphi} \sin(\varphi) \quad (91)$$

$$\vec{j}_{my} = j_{m\rho} \sin(\varphi) - j_{m\varphi} \cos(\varphi) \quad (92)$$

Вычислим подынтегральные выражения в (78):

$$\left(\vec{j}_e, \vec{\nabla}'\right) \vec{\nabla}' g = \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 \vec{j}_{em} \frac{\partial^2 g}{\partial x'_m \partial x'_n} \vec{e}_n, \quad (93)$$

$$(x'_1, x'_2, x'_3) = (x', y', z'),$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 g}{\partial x'_m \partial x'_n} &= \frac{e^{ik|\vec{R}'-\vec{R}|}}{|\vec{R}'-\vec{R}|^2} \times \\ &\times \left[\left(ik(x'_n - x_n) - \frac{x'_n - x_n}{|\vec{R}'-\vec{R}|} \right) \left(\frac{ik(x'_m - x_m)}{|\vec{R}'-\vec{R}|} - \frac{2(x'_m - x_m)}{|\vec{R}'-\vec{R}|^2} \right) + \frac{(x'_m - x_m)(x'_n - x_n)}{|\vec{R}'-\vec{R}|^3} + \right. \\ &\left. + \delta_{mn} \left(ik - \frac{1}{|\vec{R}'-\vec{R}|} \right) \right]. \quad (94) \end{aligned}$$

Вычислим подынтегральные выражения в (79):

$$\begin{aligned} \left[\vec{j}_m, \vec{\nabla}' g\right] &= \frac{e^{ik|\vec{R}'-\vec{R}|}}{|\vec{R}'-\vec{R}|^2} \left[\left(j_{my} \left(ik(z' - z) - \frac{z' - z}{|\vec{R}'-\vec{R}|} \right) - j_{mz} \left(ik(y' - y) - \frac{y' - y}{|\vec{R}'-\vec{R}|} \right) \right) \vec{e}_x - \right. \\ &- \left(j_{mx} \left(ik(z' - z) - \frac{z' - z}{|\vec{R}'-\vec{R}|} \right) - j_{mz} \left(ik(x' - x) - \frac{x' - x}{|\vec{R}'-\vec{R}|} \right) \right) \vec{e}_y + \\ &\left. + \left(j_{mx} \left(ik(y' - y) - \frac{y' - y}{|\vec{R}'-\vec{R}|} \right) - j_{my} \left(ik(x' - x) - \frac{x' - x}{|\vec{R}'-\vec{R}|} \right) \right) \vec{e}_z \right]. \quad (95) \end{aligned}$$

Подынтегральные выражения в (77), (78), (79) обозначим как \vec{e}_1 , \vec{e}_2 , \vec{e}_3 соответственно. Тогда

$$\vec{e}_1 = \frac{e^{ik|\vec{R}'-\vec{R}|}}{|\vec{R}'-\vec{R}|} (j_{ex}\vec{e}_x + j_{ey}\vec{e}_y + j_{ez}\vec{e}_z) \quad (96)$$

$$\begin{aligned}
e_{2_x} &= \frac{e^{ik|\vec{R}'-\vec{R}|}}{|\vec{R}'-\vec{R}|^2} \times \\
&\left((x'-x) \left(-\frac{k^2}{|\vec{R}'-\vec{R}|} - i\frac{3k}{|\vec{R}'-\vec{R}|^2} + \frac{3}{|\vec{R}'-\vec{R}|^3} \right) \right) \times \\
&\left((x'-x)j_{ex} + (y'-y)j_{ey} + (z'-z)j_{ez} \right) + \\
&+ j_{ex} \left(ik - \frac{1}{|\vec{R}'-\vec{R}|} \right) \Big) \quad (97)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e_{2_y} &= \frac{e^{ik|\vec{R}'-\vec{R}|}}{|\vec{R}'-\vec{R}|^2} \times \\
&\left((y'-y) \left(-\frac{k^2}{|\vec{R}'-\vec{R}|} - i\frac{3k}{|\vec{R}'-\vec{R}|^2} + \frac{3}{|\vec{R}'-\vec{R}|^3} \right) \right) \times \\
&\left((x'-x)j_{ex} + (y'-y)j_{ey} + (z'-z)j_{ez} \right) + \\
&+ j_{ey} \left(ik - \frac{1}{|\vec{R}'-\vec{R}|} \right) \Big) \quad (98)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e_{2_z} &= \frac{e^{ik|\vec{R}'-\vec{R}|}}{|\vec{R}'-\vec{R}|^2} \times \\
&\left((z'-z) \left(-\frac{k^2}{|\vec{R}'-\vec{R}|} - i\frac{3k}{|\vec{R}'-\vec{R}|^2} + \frac{3}{|\vec{R}'-\vec{R}|^3} \right) \right) \times \\
&\left((x'-x)j_{ex} + (y'-y)j_{ey} + (z'-z)j_{ez} \right) + \\
&+ j_{ez} \left(ik - \frac{1}{|\vec{R}'-\vec{R}|} \right) \Big) \quad (99)
\end{aligned}$$

$$e_{3_x} = \frac{e^{ik|\vec{R}'-\vec{R}|}}{|\vec{R}'-\vec{R}|^2} \left((z'-z)j_{my} - (y'-y)j_{mz} \right) \left(ik - \frac{1}{|\vec{R}'-\vec{R}|} \right) \quad (100)$$

$$e_{3_y} = \frac{e^{ik|\vec{R}'-\vec{R}|}}{|\vec{R}'-\vec{R}|^2} \left((x'-x)j_{mz} - (z'-z)j_{mx} \right) \left(ik - \frac{1}{|\vec{R}'-\vec{R}|} \right) \quad (101)$$

$$e_{3_z} = \frac{e^{ik|\vec{R}'-\vec{R}|}}{|\vec{R}'-\vec{R}|^2} \left((y'-y)j_{mx} - (x'-x)j_{my} \right) \left(ik - \frac{1}{|\vec{R}'-\vec{R}|} \right) \quad (102)$$

4 Анализ структуры поля

На основании аналитических формул предыдущего раздела в пакете Matlab были реализованы все необходимые алгоритмы для расчета компонент электромагнитного поля в произвольной точке пространства вне конуса. Предполагалось, что материал конуса является средой с резонансной частотной дисперсией:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_r^2 - \omega^2 + 2i\omega\omega_d}, \quad (103)$$

где $\omega_r = 2\pi \cdot 10 \cdot 10^{12}$ Гц – резонансная частота, $\omega_p = \omega_r$ – плазменная частота, $\omega_d = \omega_r \cdot 10^{-3}$ – частота, ответственная за поглощение. В дальнейшем частота ω_r взята за единицу измерения всех частот, величина c/ω_r взята за единицу измерения всех расстояний. Для анализа излучения мы строили модуль поля E_ω на той или иной двумерной поверхности, результаты приведены ниже, параметры конуса отражены в заголовке каждого раздела. Ниже частота принималась равной $0.5\omega_r$.

4.1 Поле на поверхности волнового фронта. Радиус основания освещенной части конуса 6λ

Поверхность волнового фронта волны ИВЧ, вышедшей из конуса во внешнее пространство, может быть определена по законам геометрической оптики – это конус с углом $\alpha_c + \theta_t$ между образующей и осью z . Ниже представлено распределение модуля E_ω на этой поверхности (Рис. 5-7). Видно, что максимумы поля с ростом расстояния от конуса сначала расплываются, а затем образуются один или два “укрупненных” максимума.

4.2 Поле на поверхности волнового фронта. Радиус основания освещенной части конуса 20λ

Аналогичная ситуация возникает для конуса большего размера (Рис. 8-9), изотличий можно отметить, что на малом удалении от апертуры имеется большее количество локальных максимумов и на большом удалении от апертуры “укрупненных” максимумов также больше.

4.3 Поле в плоскостях XZ , YZ и XY . Радиус основания освещенной части конуса 6λ

На “продольных” распределениях (Рис. 10) четко видно, как поле излучения переходит из геометрической зоны в зону Френеля, где начинает формироваться сферическая волна и диаграмма направленности. С ростом размера конуса переходная область отодвигается от апертуры, что естественно, т.к. волновой параметр уменьшается. Поле в плоскости, где

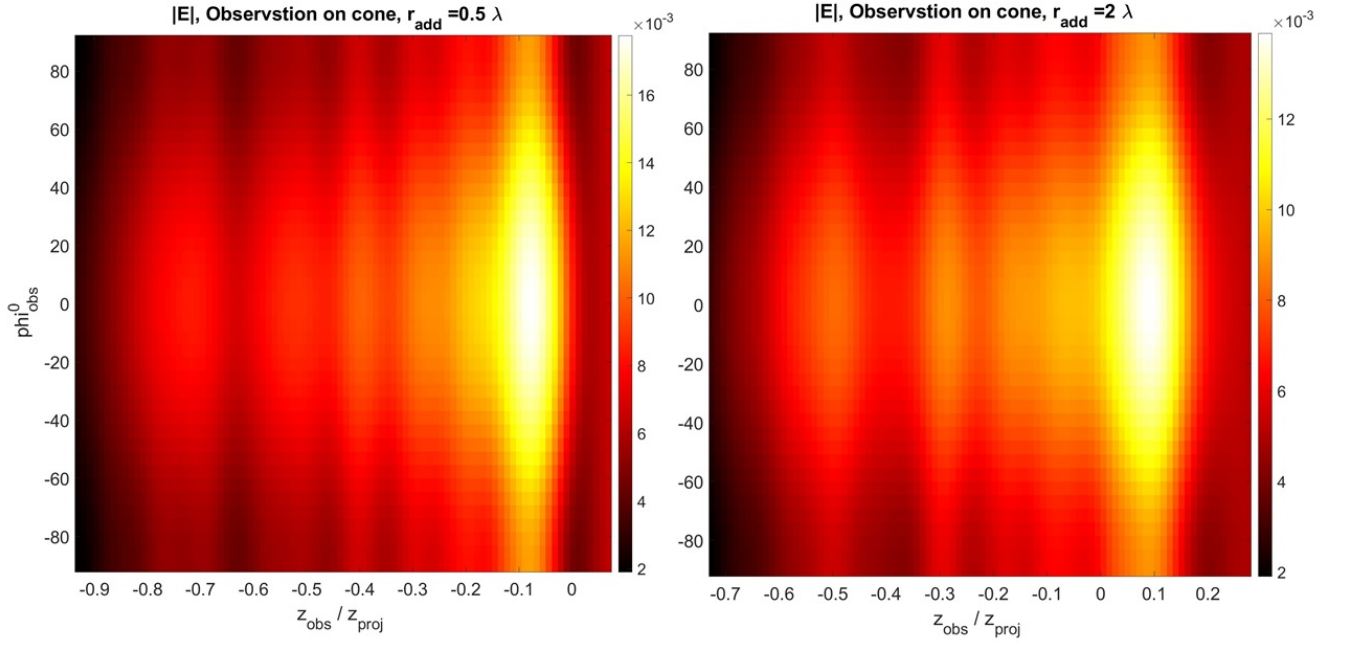


Рис. 5. Модуль Фурье-гармоники вектора напряженности электрического поля E_ω на поверхности волнового фронта. Рассматриваемая частота гармоники $\omega = 0.5\omega_r$ ($\lambda = 2\pi c/\omega$), параметры среды на данной частоте $\mu_1 = \varepsilon_1 = \mu_2 = 1$, $\varepsilon_2 = 2.33$. Параметры конуса интегрирования: $\alpha_c = \pi/6$, радиус основания облучаемой части конуса $r_{max} = 6\lambda$, $d = r_{max}/\sin(\alpha_c)$ – длина образующей конуса. $z_{proj} = d \cos(\alpha_c) \sin(\alpha_c + \theta_t)$ – проекция образующей волнового фронта на ось Oz (см. рис. 3). r_{add} – расстояние вдоль луча от поверхности интегрирования до волнового фронта, $r_{add} = 0.5\lambda$ (слева) и $r_{add} = 2\lambda$ (справа). E_ω в единицах $p_0 w_r^2/c^3$.

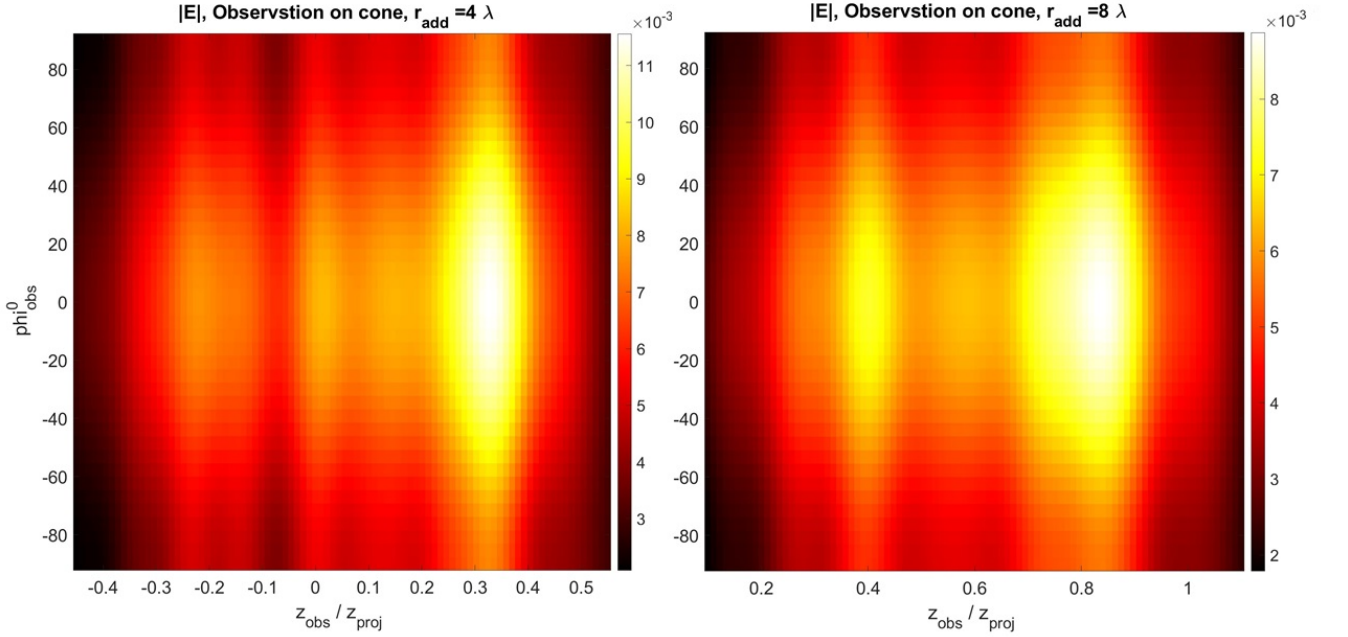


Рис. 6. Модуль Фурье-гармоники вектора напряженности электрического поля E_ω на поверхности волнового фронта. $r_{max} = 6\lambda$. $r_{add} = 4\lambda$ (слева) и $r_{add} = 8\lambda$ (справа). Остальные параметры и обозначения приведены в подписях к рис. 5.

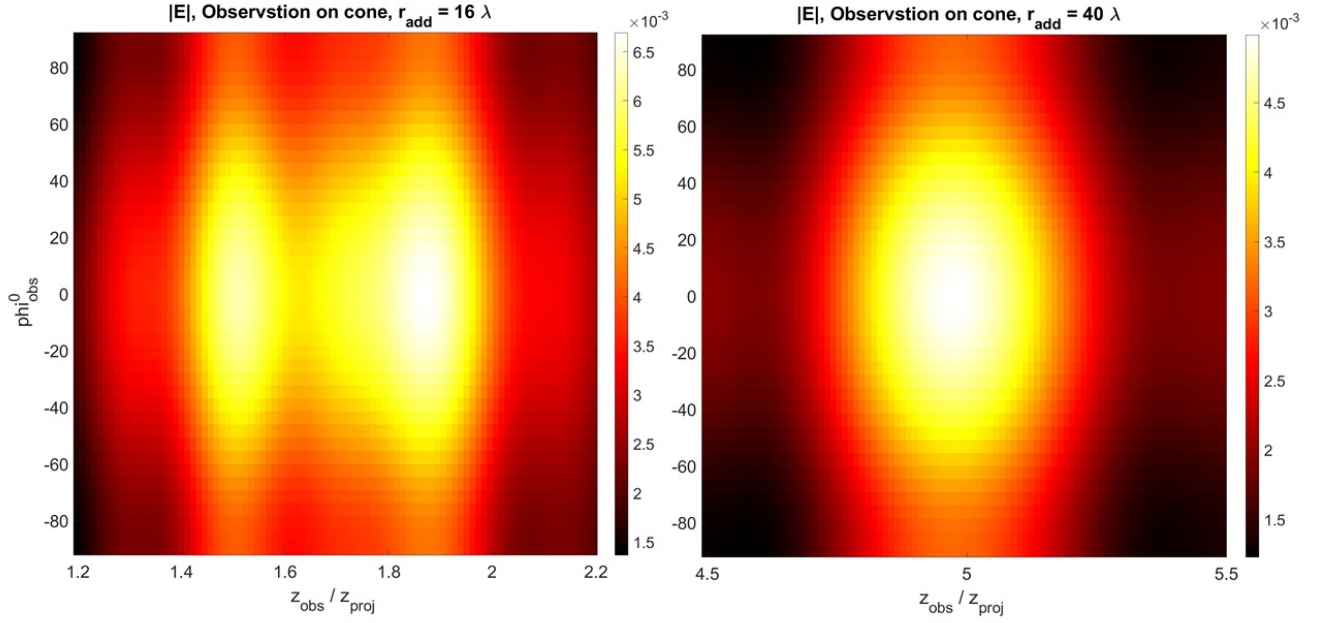


Рис. 7. Модуль Фурье-гармоники вектора напряженности электрического поля E_ω на поверхности волнового фронта. $r_{max} = 6\lambda$. $r_{add} = 16\lambda$ (слева) и $r_{add} = 40\lambda$ (справа) . Остальные параметры и обозначения приведены в подписях к рис. 5

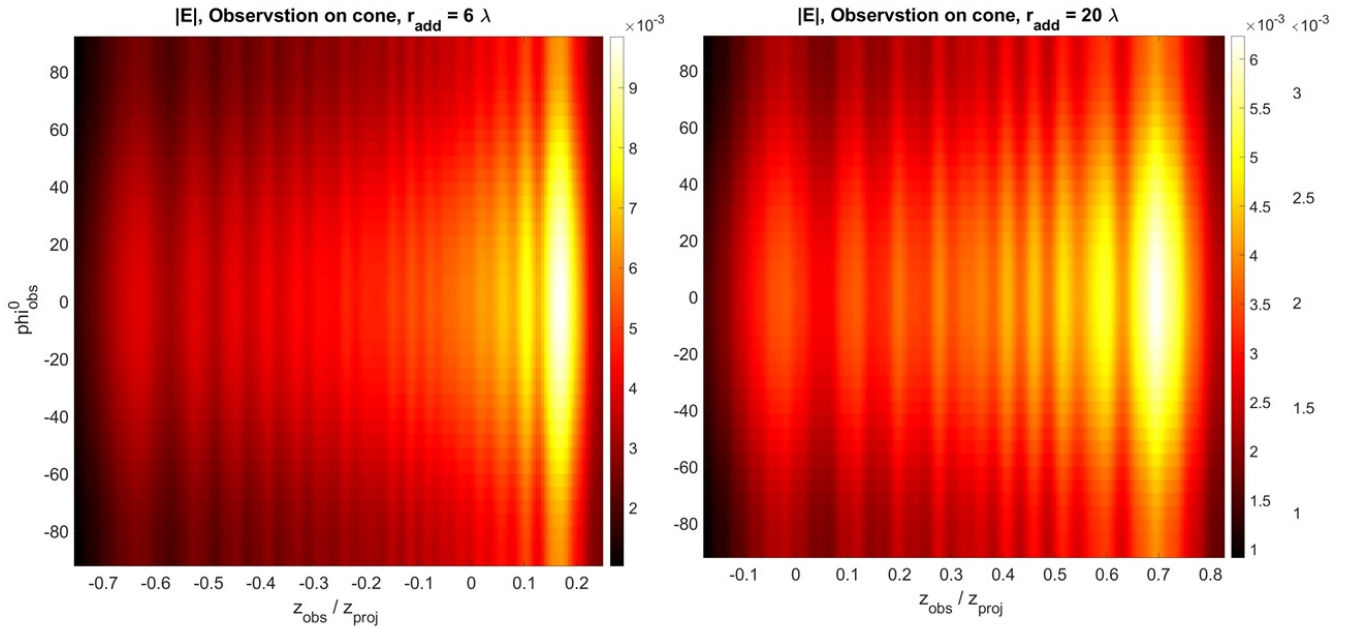


Рис. 8. Модуль Фурье-гармоники вектора напряженности электрического поля E_ω на поверхности волнового фронта. $r_{max} = 20\lambda$. $r_{add} = 6\lambda$ (слева) и $r_{add} = 20\lambda$ (справа) . Остальные параметры и обозначения приведены в подписях к рис. 5

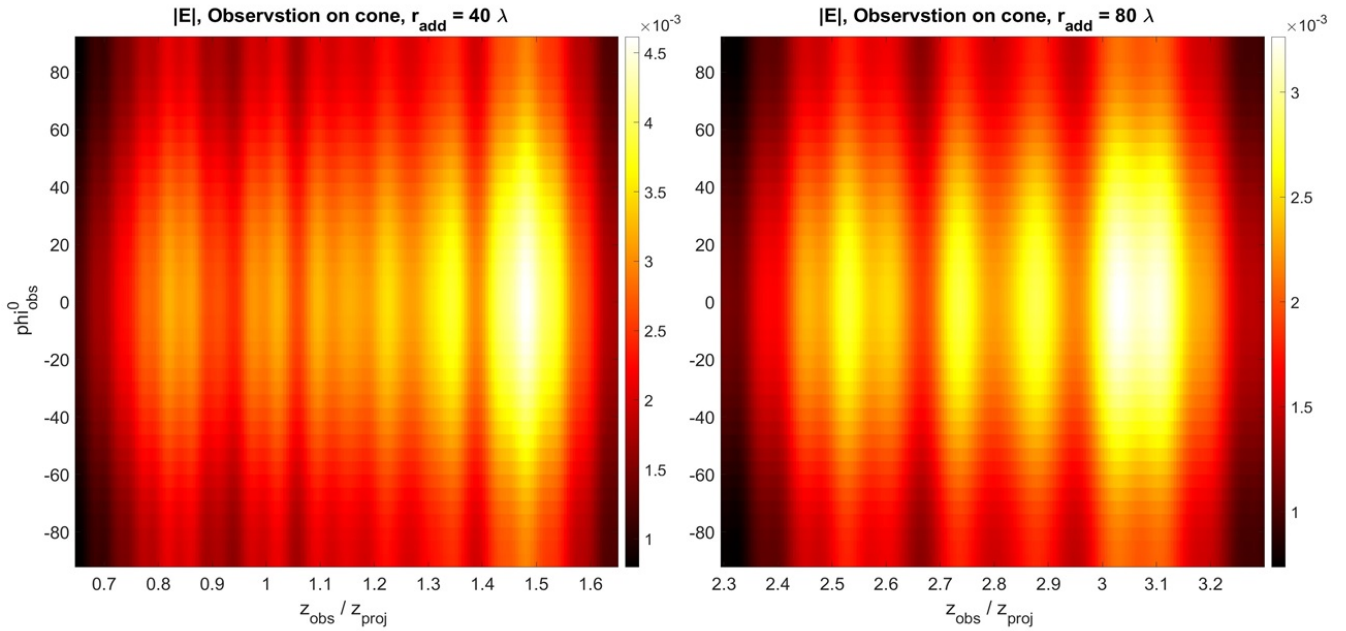


Рис. 9. Модуль Фурье-гармоники вектора напряженности электрического поля E_ω на поверхности волнового фронта. $r_{max} = 20\lambda$. $r_{add} = 40\lambda$ (слева) и $r_{add} = 80\lambda$ (справа). Остальные параметры и обозначения приведены в подписях к рис. 5

расположен диполь и вектор его скорости, превосходит поле в ортогональной плоскости не более чем в 2 раза. “Поперечные” распределения (Рис. 11-13) иллюстрируют азимутальную асимметрию поля излучения, а также формирование более четких максимумов поля с ростом расстояния от конуса. Отметим наличие характерных интерференционных полос внутри “кольца максимальной амплитуды”, также обращает на себя внимание наличие локального максимума поля на оси (аналог пятна Пуассона).

4.4 Черенковский прожектор

Отдельного внимания заслуживает режим “черенковского прожектора”, детально описанного для случая заряда в работах [19, 20]. Он соответствует случаю, когда геометрооптические лучи преломленного в вакуум поля идут параллельно оси. Рисунок 14 иллюстрирует процесс формирования поля в продольных сечениях. В пределах главного максимума поле близко к аксиально-симметричному, что весьма неожиданно, однако подтверждается распределениями в поперечных сечениях (Рис. 15-16): область главного максимума имеет форму слабо вытянутого эллипса.

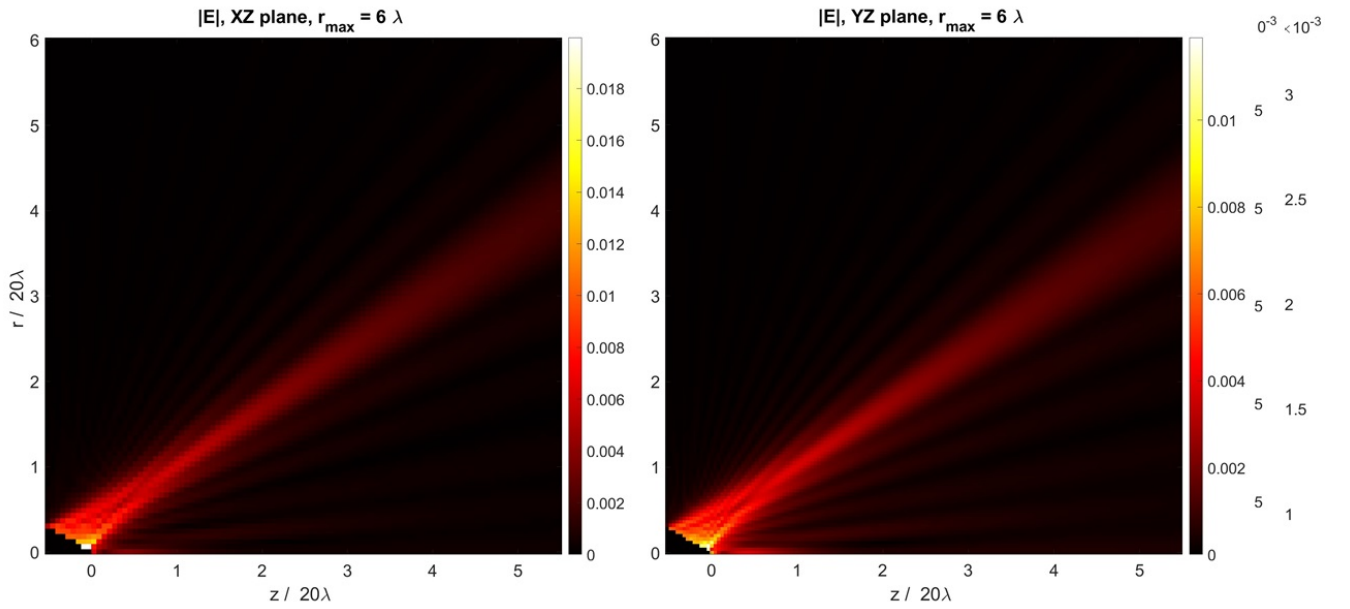


Рис. 10. Модуль Фурье-гармоники вектора напряженности электрического поля E_ω в плоскостях XZ (слева) и YZ (справа). Рассматриваемая частота гармоники $\omega = 0.5\omega_r$ ($\lambda = 2\pi c/\omega$), параметры среды на данной частоте $\mu_1 = \varepsilon_1 = \mu_2 = 1$, $\varepsilon_2 = 2.33$. Параметры конуса интегрирования: $\alpha_c = \pi/6$, радиус основания облучаемой части конуса $r_{max} = 6\lambda$, $d = r_{max}/\sin(\alpha_c)$ – длина образующей конуса. В нижнем левом углу черным цветом обозначен конус интегрирования. E_ω в единицах $p_0\omega_r^2/c^3$.

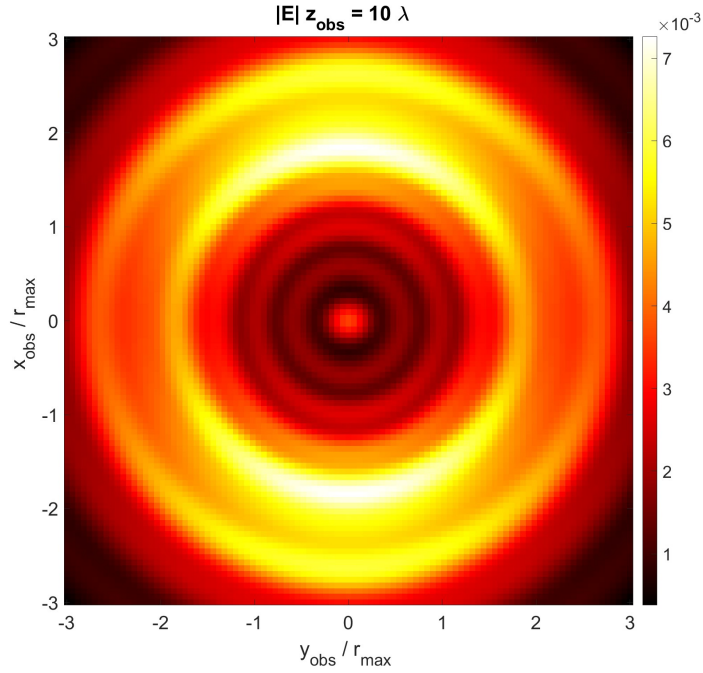


Рис. 11. Модуль Фурье-гармоники вектора напряженности электрического поля E_ω в плоскости XU . Рассматриваемая частота гармоники $\omega = 0.5\omega_r$ ($\lambda = 2\pi c/\omega$), $\mu_1 = \varepsilon_1 = \mu_2 = 1$, $\varepsilon_2 = 2.33$. Параметры конуса интегрирования: $\alpha_c = \pi/6$, радиус основания облучаемой части конуса $r_{max} = 6\lambda$. Поле наблюдается в сечении оси Oz , удаленном от начала координат на $z_{obs} = 10\lambda$. E_ω в единицах $p_0\omega_r^2/c^3$.

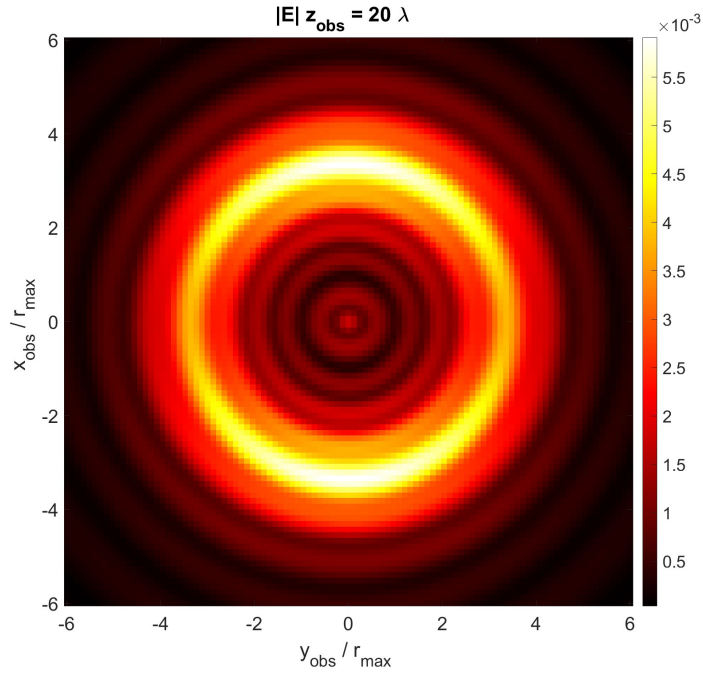


Рис. 12. Модуль Фурье-гармоники вектора напряженности электрического поля E_ω в плоскости XU . Радиус основания облучаемой части конуса $r_{max} = 6\lambda$, $z_{obs} = 20\lambda$. Остальные параметры и обозначения приведены в подписях к рис. 11

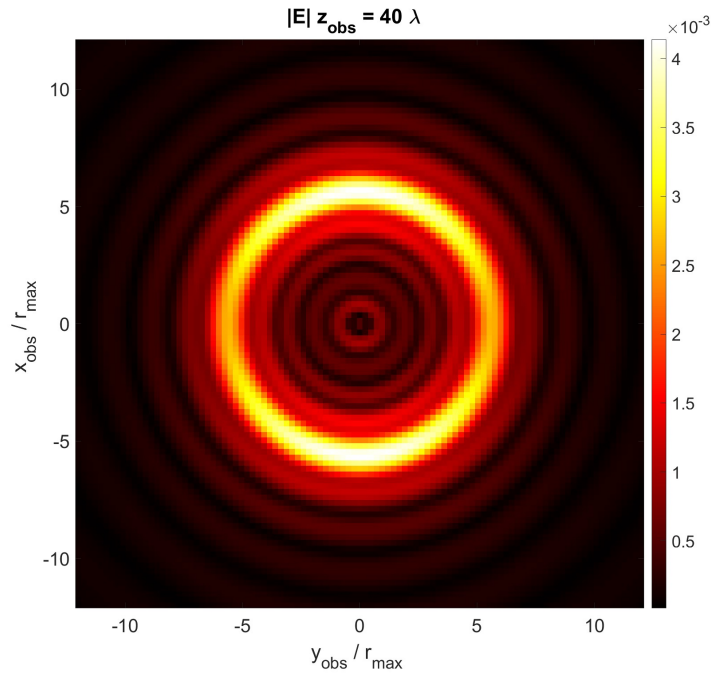


Рис. 13. Модуль Фурье-гармоники вектора напряженности электрического поля E_ω в плоскости XY . Радиус основания облучаемой части конуса $r_{max} = 6\lambda$, $z_{obs} = 40\lambda$. Остальные параметры и обозначения приведены в подписях к рис. 11

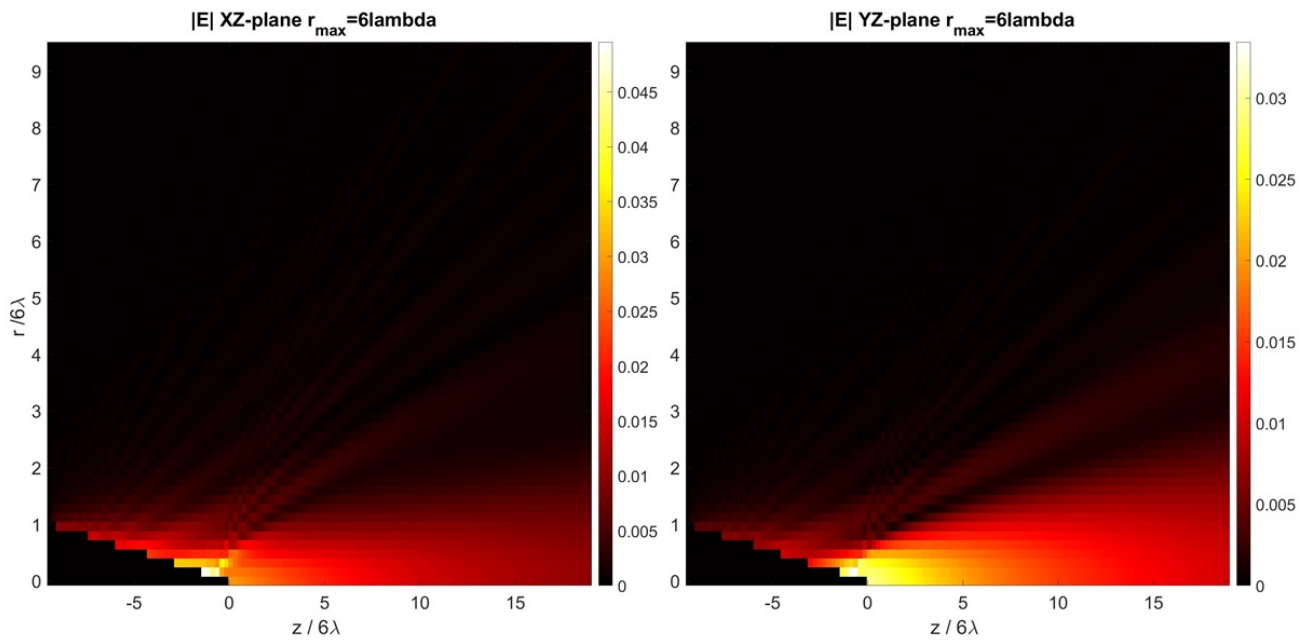


Рис. 14

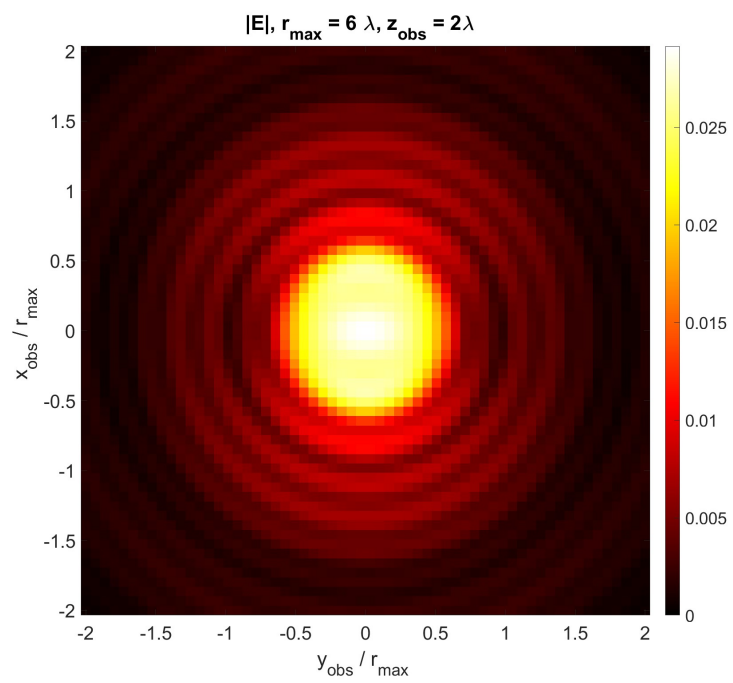


Рис. 15

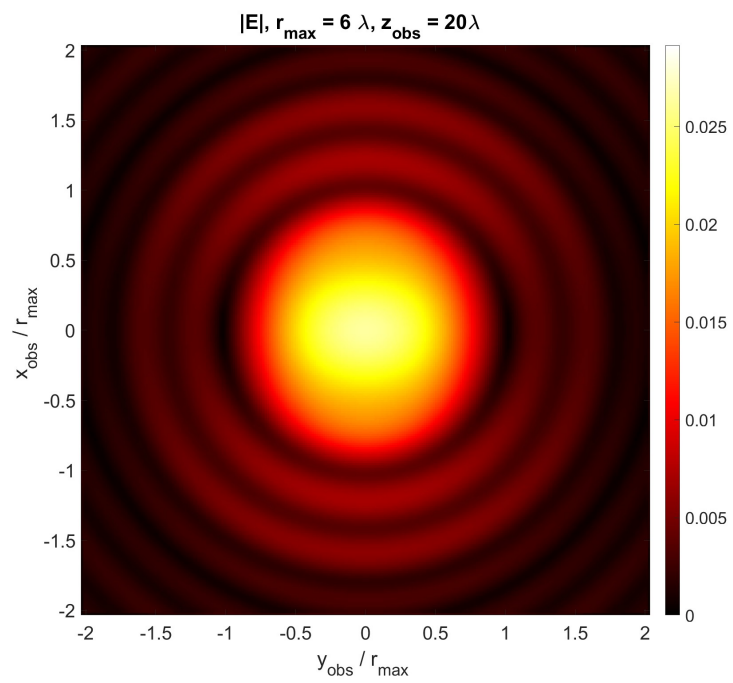


Рис. 16

5 Заключение

В данной квалификационной работе сделан очередной существенный шаг в развитии комбинированного приближенного метода для анализа ИВЧ от больших диэлектрических объектов с несколькими резкими граничными поверхностями, развивавшийся на протяжении последних лет в научной группе исполнителя. На данном этапе метод обобщен на случай неосесимметричного источника (в виде вертикального диполя), движущегося в ортогональном себе направлении внутри канала в коническом объекте. Получен ряд важных результатов о характере распределения поля ИВЧ вне конуса в различных сечениях (продольных, поперечных, азимутальных) и процессе его формирования по мере удаления от мишени. Отдельное внимание уделено анализу режима “черенковского прожектора”: показано, что ожидаемая асимметрия поля выражена достаточно слабо (гораздо слабее, чем при параметрах, далеких от режима “прожектора”). Результаты работы могут применяться при анализе терагерцового излучения от составных радиаторов (нелинейное “ядро” для преобразования лазерного импульса в бегущий импульс поляризации и собственно радиатор из линейного материала).

Список литературы

- [1] Тюхтин А.В., Излучение Вавилова-Черенкова в изотропной среде. Учебное методическое пособие // СПб.: СОЛО, 2019 – 78 с.
- [2] Петевка Ю.Ю., Бакалаврская выпускная квалификационная работа, Анализ влияния распределения заряда в пучке частиц на его излучение при равномерном движении в диэлектрической среде, СПбГУ, 2021
- [3] K.-Y. Ng, “Wake fields in a dielectric-lined waveguide”, // Physical Review D 42, 1819 (1990).
- [4] A. M. Altmark, A. D. Kanareykin, and I. L. Sheinman, “Tunable wakefield dielectric-filled accelerating structure”, // Tech. Phys. 50, 87 (2005).
- [5] Черенков П.А., “Видимое свечение чистых жидкостей под действием γ -радиации” // ДАН СССР. Т. 2. С. 451 (1934).
- [6] Болотовский Б.М., “Эффект Вавилова-Черенкова в безграничной среде и кристаллах (I-II)” // УФН. Т. 62. № 3. С. 201 (1957).
- [7] Болотовский Б.М., “Теория эффекта Вавилова-Черенкова (III)” // УФН. Т. 75. № 2. С. 295 (1961).
- [8] Франк И.М., Излучение Вавилова-Черенкова: вопросы теории, // М.: Наука, 1988. – 284 с.
- [9] Джелли Дж., Черенковское излучение и его применения, пер. с англ. // М., 1960.
- [10] Зрелов В.П., Излучение Вавилова - Черенкова и его применение в физике высоких энергий, ч. 1–2 // М., 1968.
- [11] Askar'yan, G.A., “Čerenkov Radiation and Transition Radiation from Electromagnetic Waves” // Soviet Physics – JETP, V. 15. No. 5. P. 943 (1962).
- [12] O'Shea B.D., Andonian G., Barber S., Fitzmorris K., Hakimi S., Harrison J., Hoang P.D., Hogan M.J., Naranjo B., Williams O.B., Yakimenko V., and Rosenzweig J., “Observation of acceleration and deceleration in giga-electron-volt-per-metre gradient dielectric wakefield accelerators”, // Nature Communications. V. 7. P. 12763 (2016).
- [13] Wang D., Su X., Du Y., Tian Q., Liang Y., Niu L., Huang W., Gai W., Yan L., Tang C., and Antipov S., “Non-perturbing THz generation at the Tsinghua University Accelerator Laboratory 31 MeV electron beamline”, // Review of Scientific Instruments. V. 89. P. 093301 (2018).

- [14] Galyamin S.N., Tyukhtin A.V., Antipov S., and Baturin S.S., “Terahertz radiation from an ultra-relativistic charge exiting the open end of a waveguide with a dielectric layer”, // *Optics Express*. V. 22. P. 8902 (2014).
- [15] Zhao L., Wang Z, Tang H, Wang R., Cheng Y., Lu C., Jiang T., Zhu P., Hu L., Song W., Wang H., Qiu J., Kostin R., Jing C., Antipov S., Wang P., Qi J., Cheng Y., Xiang D., and Zhang J., “Terahertz Oscilloscope for Recording Time Information of Ultrashort Electron Beams”, // *Physical Review Letters*. V. 122. P. 144801 (2019).
- [16] L. Zhao, H. Tang, C. Lu, T. Jiang, P. Zhu, L. Hu, W. Song, H. Wang, J. Qiu, C. Jing, S. Antipov, D. Xiang, and J. Zhang, “Femtosecond Relativistic Electron Beam with Reduced Timing Jitter from THz Driven Beam Compression”, // *Physical Review Letters*. V. 124. P. 054802 (2020).
- [17] Mayet F., Assmann R., and Lemery F., “Longitudinal phase space synthesis with tailored 3D-printable dielectric-lined waveguides”, // *Physical Review Accelerators and Beams*. V. 23. P. 121302 (2020).
- [18] Sei N, Takahashi N., “First demonstration of coherent Cherenkov radiation matched to circular plane wave”, // *Scientific Reports*. V. 7. P. 17440 (2017).
- [19] Tyukhtin A.V., Galyamin S.N., and Vorobev V.V., “Peculiarities of Cherenkov radiation from a charge moving through a dielectric cone”, // *Physical Review A*. V. 99. P. 023810 (2019).
Show Abstract
- [20] Tyukhtin A.V., Galyamin S.N., Vorobev V.V., and Grigoreva A.A., “Cherenkov radiation of a charge flying through the inverted conical target”, // *Physical Review A*. V. 102. P. 053514 (2020).
- [21] Curcio A., Bergamaschi M., Corsini R., Farabolini W., Gamba D., Garolfi L., Kieffer R., Lefevre T., Mazzoni S., Fedorov K., Gardelle J., Gilardi A., Karataev P., Lekomtsev K., Pacey T., Saveliev Y., Potylitsyn A., and Senes E., “Noninvasive bunch length measurements exploiting Cherenkov diffraction radiation”, // *Physical Review Accelerators and Beams*. V. 23. No. 2. P. 022802 (2020).
- [22] Bass M., Franken P.A., Ward J.F., and Weinreich G., “Optical Rectification”, // *Physical Review Letters*. V. 9. No. 11. P. 446–448 (1962).
- [23] Wang L., Toth G., Hebling J., and Kartner F., “Tilted-Pulse-Front Schemes for Terahertz Generation”, // *Laser & Photonics Reviews*. V. 14. P. 2000021 (2020).

- [24] Bodrov S.B., Bakunov M.I., and Hangyo M., “Efficient Cherenkov emission of broadband terahertz radiation from an ultrashort laser pulse in a sandwich structure with nonlinear core”, // *Journal of Applied Physics*. V. 104. P. 093105 (2008).
- [25] Bakunov M.I., Efimenko E.S., Gorelov S.D., Abramovsky N.A., and Bodrov S.B., “Efficient Cherenkov-type optical-to-terahertz converter with terahertz beam combining”, // *Optics Letters*. V. 45. No. 13. P. 3533 (2020).
- [26] Afanasiev G.N., *Vavilov-Cherenkov and Synchrotron Radiation. Foundations and Applications*, // Kluwer Academic Publishers, 2005.
- [27] Doil'nitsina, E.G., Tyukhtin A.V., “Features of Radiation Fields of Some Sources in a Subluminal Flow of a Nondispersive Medium”, // *Radiophysics and Quantum Electronics*. V. 46. No. 1. P. 20 (2003).
- [28] Доильница Э.Г., Тюхтин А.В., “О потерях энергии диполей, перемещающихся относительно движущейся среды”, // *Известия вузов. Радиофизика*. Т. XLIX. № 6. С. 502 (2006).
- [29] Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И., *Интегралы и ряды. Специальные функции* // М.: Наука, 1983. – 751 с.
- [30] Ватсон Г.Н., *Теория Бесселевых функций. Часть 1. Перевод со 2-ого английского издания В.С. Бермана* // М.: Издательство иностранной литературы, 1949. – с. 89-92