Санкт-петербургский государственный университет

Факультет прикладной математики-процессов управления

Никифорова Анна Анатольевна

Выпускная квалификационная работа бакалавра

Формализация и анализ математической модели взаимодействия между коррумпированным чиновником и клиентом

Направление 010400

Прикладная математика и информатика

Научный руководитель,

доктор физ.-мат. наук,

профессор

Малафеев О. А

Санкт-Петербург

2016

Содержание

Введение

Исследования в области описания коррупционных процессов с помощью построения математических моделей возникли в 70-х годах XX века. Математическая модель описывает различные аспекты поведения участников коррупционной сделки.

Коррупционная сделка возникает при взаимодействии двух или более агентов. Каждый агент имеет свои желания и стремления, которые он хочет удовлетворить посредством заключения коррупционной сделки. Коррупционная сделка играет роль услуги, а именно, коррумпированный агент, используя свои полномочия, совершает некоторые действия и получает взамен деньги, имущество или другие услуги.

Информация часто играет ключевую роль в заключении коррупционной сделки. В роли информации могут выступать: производственные тайны, обстоятельства происшествия, слабость участника сделки, имущественное состояние участников, желания и предпочтения одного из участников. Асимметрия информации означает, что один из участников обладает «большей» информацией или имеет доступ к ней, в то время, как другие участники обладают «меньшей» информацией или же не обладают ей вовсе. В работе представлены четыре модели взаимодействия участников коррупционных сделок в условиях асимметрии информации. В первой математической модели проведен анализ поведения коррумпированного чиновника и клиента в процессе взаимодействия при заключении коррупционных сделок. Асимметрия информации заключается в том, что чиновник имеет доступ к информации о проверке антикоррупционной службы. Поставлена задача нахождения оптимальных стратегий участников и их средние ожидаемые выигрыши при заключении конечного числа сделок. Анализ модели проходит в два этапа. На первом шаге рассматривается случай, в котором чиновник пользуется информацией, и рассчитываются его средний ожидаемые выигрыш. На втором шаге рассчитывается средний ожидаемый выигрыш, если чиновник игнорирует информацию.

Во второй и четвертой математической модели проведен анализ поведения коррумпированных чиновников при дележе взятки между ними. Один из чиновников делит взятку с учетом своих предпочтений. Рассматривается влияние предпочтений чиновника на его средний ожидаемый выигрыш при дележе конечного числа взяток. Также в четвертой модели рассмотрен случай неопределенной вероятности принадлежности предпочтений чиновника к определенному типу. Поставлена задача определения оптимальных стратегий участников дележа и их средние ожидаемые выигрыши.

В третьей модели представлен общий случай взаимодействия чиновника и клиента при заключении коррупционной сделки. Следуя этой модели, клиент передает чиновнику взятку определенного размера. Размер этой взятки зависит от предпочтений чиновника. Множество типов предпочтений чиновника конечно и равно n. Поставлена задача определения модели поведения чиновника, в условиях асимметрии информации. Сравниваются ожидаемые выигрыши чиновника, если он следует или игнорирует свои предпочтения в дележе взятки.

Анализ моделей, представленных в работе, проводится с помощью инструментов теории игр с неполной информацией.

Обзор литературы

Модели коррупционного взаимодействия, представленные в работе, основаны на моделях Robert J. Aumann "Repeated games with incomplete information". Его работа посвящена одному из аспектов теории повторяющихся игры, а именно, информационному аспекту. Основная идея заключается в том, что информация, известная одному участнику, но неизвестная его оппоненту, может быть раскрыта посредством действий участника. Таким образом, участник, обладающий информацией, будет воздерживаться от действий, которые ведут к раскрытию информации.

Статьи Professor Rod Garratt "Imperfect vs. Incomplete Information Games"и Yiling Chen "Extensive-Form Games with Imperfect Information"посвящены построению развернутой формы игры с неполной информацией и ее решению.

Для подробного построения нормальных форм игры с неполной информацией, в работе использованы статьи Jonathan Levin "Games of Incomplete Information"и Guillermo Ordonez "Notes on Bayesian Games".

В работе William R. Clark "Principle of comparative politics"описывается процесс взаимодействия политических партий в условиях неполной информации.

В работе Зенюка Д.А."Социальная модель коррупции в иерархических структурах"рассматривается введение в математические модели, описывающие коррупционные процессы.

В работах Ordeshook, Peter C. "A political theory primer".J.Varburton "Corruption as Social Process"коррупция рассматривается, как социальный процесс. Эти работы послужили построению прикладной основы работы.

Представленная работа написана в формате Tex с помощью материалов из работы Котельников И.А. "Latex по-русски".

Постановка задачи

Рассматривается процесс заключения коррупционной сделки между агентами в условиях неполной информации

Пусть(по определению игры с неполной информацией [13]):

$I = \{1, ..., n\}$ - множество агентов, участвующих в коррупционной сделке.

$K = \{K_1, K_2, ..., K_n\}$ - множество коррупционных эпизодов, возникающих в следствии асимметрии информации.

$((S_{ij})_{j=1}^{m})_{i=1}^{n}$ - множество стратегий i-ого агента в коррупционном эпизоде j.

$((F_{ij})_{j=1}^{m})_{i=1}^{n}$ - функция выигрыша i-ого агента в коррупционном эпизоде j.

1) В модели Г1 представлен анализ процесса заключения коррупционной сделки между чиновником и клиентом:

$I = \{\text{Чиновник}, \text{Клиент}\}$ - множество агентов, участвующих в коррупционной сделке.

$K = \{K_1, K_2\}$ - множество коррупционных эпизодов, возникающих в следствии асимметрии информации.

$((S_{ij})_{j=1}^{2})_{i=1}^{2}$ - множество стратегий i-ого агента в коррупционном эпизоде j.

$((F_{ij})_{j=1}^{2})_{i=1}^{2}$ - функция выигрыша i-ого агента в коррупционном эпизоде j.

2) В модели Г2 представлен анализ процесса дележа коррупционной взятки между двумя чиновниками:

$I = \{\text{Чиновник №1}, \text{Чиновник №2}\}$ - множество участников дележа.

$K = \{K_1, K_2, K_3\}$ - множество коррупционных эпизодов, возникающих в следствии асимметрии информации.

$((S_{ij})_{j=1}^{3})_{i=1}^{2}$ - множество стратегий i-ого агента в коррупционном эпизоде j.

$((F_{ij})_{j=1}^{3})_{i=1}^{2}$ - функция выигрыша i-ого агента в коррупционном эпизоде j.

3) В модели Г3 представлен анализ процесса заключения коррупционной сделки между чиновником и клиентом в общем случае:

$I = \{\text{Чиновник}, \text{Клиент}\}$ - множество агентов, участвующих в коррупционной сделке.

$K = \{K_1, K_2, ..., K_n\}$ - множество коррупционных эпизодов, возникающих в следствии асимметрии информации.

$((S_{ij})_{j=1}^{m})_{i=1}^{2}$ - множество стратегий i-ого агента в коррупционном эпизоде j.

$((F_{ij})_{j=1}^{m})_{i=1}^{2}$ - функция выигрыша i-ого агента в коррупционном эпизоде j.

4) В модели Г4 представлен анализ процесса дележа коррупционной взятки между двумя чиновниками при неизвестной вероятности возникновения коррупционного эпизода:

$I = \{\text{Чиновник №1}, \text{Чиновник №2}\}$ - множество участников дележа.

$K = \{K_1, K_2\}$ - множество коррупционных эпизодов, возникающих в следствии асимметрии информации.

$((S_{ij})_{j=1}^{2})_{i=1}^{3}$ - множество стратегий i-ого агента в коррупционном эпизоде j.

$((F_{ij})_{j=1}^{2})_{i=1}^{2}$ - функция выигрыша i-ого агента в коррупционном эпизоде j.

Глава 1. Модель Γ_1 взаимодействия чиновника и клиента в двух коррупционных эпизодах

1.1. Формализация модели

Рассматривается ситуация, в которой взаимодействуют два агента: коррумпированный чиновник(Ч) и клиент(К). В процессе этого взаимодействия, чиновник и клиент заключают коррумпированную сделку, следуя которой, Клиент должен заплатить Чиновнику определенную сумму, с целью решения своих проблем. Чиновник также заинтересован в получении взятки.

Следуя модели Γ_1, Чиновник стремится максимизировать размер взятки, а Клиент стремится минимизировать размер предлагаемой взятку. Процесс заключения сделки между Чиновником и Клиентом проходит одним из двух способов: C_1, C_2. Каждый агент решает, каким именно способом он желает провести сделку. Неопределенность ситуации заключается в том, что антикоррупционная служба может осуществить проверку и уличить чиновника и клиента в совершении этой коррупционной сделки. Предполагается, что Чиновник имеет доступ к информации о проверке антикоррупционной службы.

Пусть буква C_1 означает, что сделка проводится первым способом, а буква C_2, что сделка проводится вторым способом. Если агенты решают провести сделку разными способами, то коррупционная сделка не совершается.

Рассмотрим два коррупционных эпизода и Γ_Y и Γ_N, в которых антикоррупционная служба собирается провести проверку или не собирается, соответственно. При проведении сделки первым способом, Клиент передает Чиновнику взятку в объеме a, а при проведении сделки вторым способом в объеме b.

В случае проверки антикоррупционной службы, второй способ передачи взятки будет полностью безопасным, но коррумпированный чиновник получает меньшую сумму. Если же оба участника решают провести сделку, например, первым способом и антикоррупционная структура осуществляет проверку, то коррупционная сделка не осуществляется вовсе, и чиновник обязан провести сделку законным путем, и таким образом, его выигрыш в этой ситуации обнуляется. Также чиновник не примет взятку, если клиент предложит второй способ передачи, в случае если антикоррупционная служба не проводит проверку. Это произойдет потому, что чиновник осознает, что может получить сумму более чем b. Пусть антикоррупционная служба осуществит проверку с вероятностью равной $p = \frac{1}{3}$.

Чиновник знает, в какой именно день антикоррупционная служба собирается осуществить проверку. В то время, как Клиент осведомлен осведомлен только о вероятности визита антикоррупционеров и последствиях ситуации.

Коррупционные эпизоды Γ_N и Γ_Y, возникающие при совершении сделки между чиновником и клиентом, представлены в виде матричной игры с нулевой суммой [2]. Пусть a=3, b=2. Числа в ячейках матрицы обозначают размер взятки, которую Клиент заплатит Чиновнику.(Рис. 1). Пунктир на Рис.1 означает, что Клиент не знает осуществит ли проверку антикоррупционная служба.

Клиент

		C_1	C_2	
Чиновник	C_1	3	0	Γ_N
	C_2	0	0	

Клиент

		C_1	C_2	
Чиновник	C_1	0	0	Γ_Y
	C_2	0	2	

Рис. 1

Коррупционные эпизоды Γ_N и Γ_Y представлены в развернутой форме игры Γ_1, где левая ветвь графа описывает коррупционный эпизод Γ_N, а правая ветвь графа коррупционный эпизод Γ_Y. [2] (Рис.2)

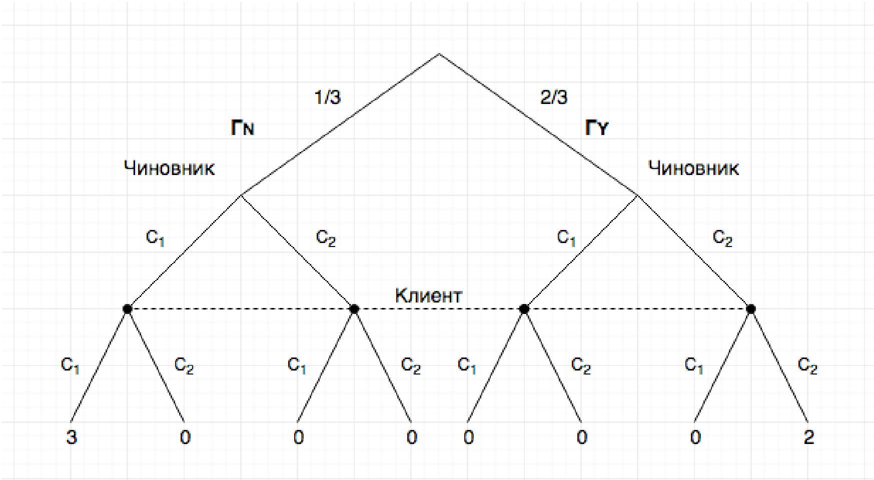

Рис. 2

1.2. Оптимальные стратегии чиновника и клиента

Значение игры Γ_N и Γ_Y обозначены за w_N и w_Y. Значение игры - это минимальный выигрыш, который может гарантировать себе Чиновник, и сумма, выше которой, Клиент гарантированно не заплатит. Значение $w_N = 0$ и $w_Y = 0$. Таким образом, Чиновник гарантированно получает взятку размером 0, а Клиент гарантированно платит не более чем 0.

Рассмотрим нормальную форму игры Γ_1 , в которой Чиновник имеет 4 стратегии: $\{C_1C_1, C_1C_2, C_2C_1, C_2C_2\}$, в которых, например (C_1C_2), означает, что Чиновник в коррупционном эпизоде Γ_N , выбирает стратегию C_1, а в коррупционном эпизоде Γ_Y стратегию C_2 . В то время, как Клиент имеет только 2 стратегии (C_1, C_2), так как не имеет доступа к информации о проверке антикоррупционной службы. В ячейках матрицы обозначены ожидаемые выигрыши Чиновника. [6] (Рис. 3):

$E[(C_1C_1),C_1] = 3\times p_1 + 0\times p_2 = 1$ $\qquad$ $E[(C_1C_1),C_2] = 0\times p_1 + 0\times p_2 = 0$

$E[(C_1C_2),C_1] = 3\times p_1 + 0\times p_2 = 1$ $\qquad$ $E[(C_1C_2),C_2] = 0\times p_1 + 2\times p_2 = \frac{4}{3}$

$E[(C_2,C_1),C_1] = 0\times p_1 + 0\times p_2 = 0$ $\qquad$ $E[(C_2C_1),C_2] = 0\times p_1 + 0\times p_2 = 0$

$E[(C_2C_2),\text{C\_1}] = 0\times p_1 + 0\times p_2 = 0$ $\qquad$ $E[(C_2C_2),C_2] = 0\times p_1 + 2\times p_2 = \frac{4}{3}$

		Клиент	
		C_1	C_2
Чиновник	C_1C_1	1	0
	C_1C_2	1	4/3
	C_2C_1	0	0
	C_2C_2	0	4/3

Рис. 3

Вторая строка в матрице игры доминирует([10]) первую, третью и четвертую. И так как, 1<4/3, то ожидаемый выигрыш Чиновника(значение игры) в игре Γ_1 обозначим за $v_1 = 1$. Стратегия $((C_1C_2), C_1)$ является оптимальной для Чиновника в Г1. В то время, как оптимальная стратегия Клиента в любой ситуации – C_1. На Рис.4 представлены оптимальные стратегии([8]) Чиновника и Клиента.

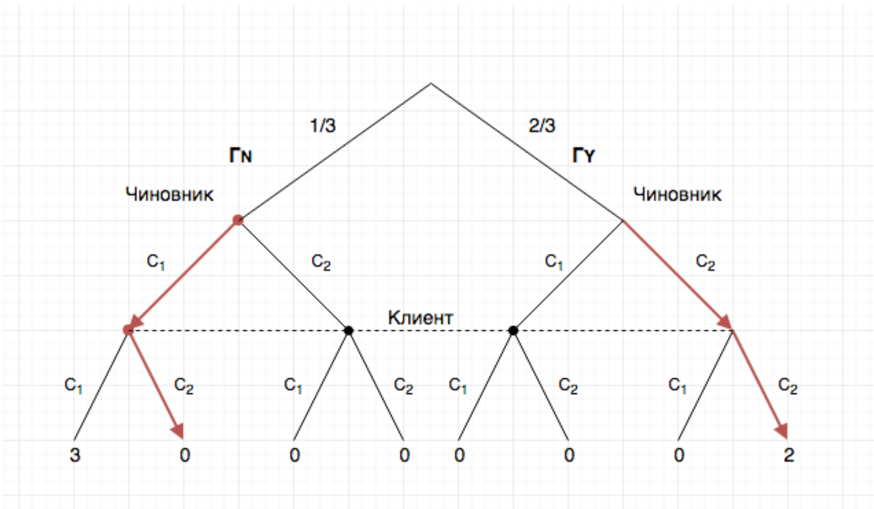

Рис. 4

Стрелки на графе (Рис.4) представляют оптимальные стратегии Чиновника и Клиента.

Введем обозначения:

v_N – ожидаемый выигрыш Чиновника, если оба участника сделки следуют оптимальным стратегиям в коррупционном эпизоде Γ_N

v_Y - ожидаемый выигрыш Чиновника, если оба участника сделки следуют оптимальным стратегиям в коррупционном эпизоде Γ_Y.

$v_N = 0$, $v_Y = 2$ [1]

Напомним, что $w_N = 0$ и $w_Y = 0$.

Вывод: Если участники игры Γ_1 следуют оптимальным стратегиям описанным выше, то ожидаемый выигрыш Чиновника в коррупционном эпизоде Γ_N равен значению Γ_N: $v_N = w_N$; а выигрыш Чиновника в ситуации Γ_Y больше, чем значение Γ_Y: $v_N > w_N$.

1.3. Средний ожидаемый выигрыш чиновника при совершении сделок в числе n

Рассматривается игра Γ_n, в которой Чиновник и Клиент должны заключить несколько сделок в один день. Чиновник точно знает, будет ли антикоррупционная служба осуществлять проверку. Таким образом, коррупционные эпизод Γ_N или Γ_Y будет повторяться n - раз, где n – количество сделок, совершенных в определенный день(повторяющаяся игра [11]) . Чиновник будет точно знать, какой именно коррупционный эпизод повторяется. После совершения первой сделки, Клиент будет точно знать, какую стратегию выбрал Чиновник и объем взятки, которую получил Чиновник.

Рассматривается случай, в котором Чиновник будет пользоваться оптимальными стратегиями, предписанными ему в Γ_1, а именно: выбирать стратегию C_1, если перед ним коррупционный эпизод Γ_N и стратегию C_2, если перед ним коррупционный эпизод Γ_Y. Если n - номер сделки, тогда если n=1, то Γ_1 представляется в развернутой форме как Рис.5

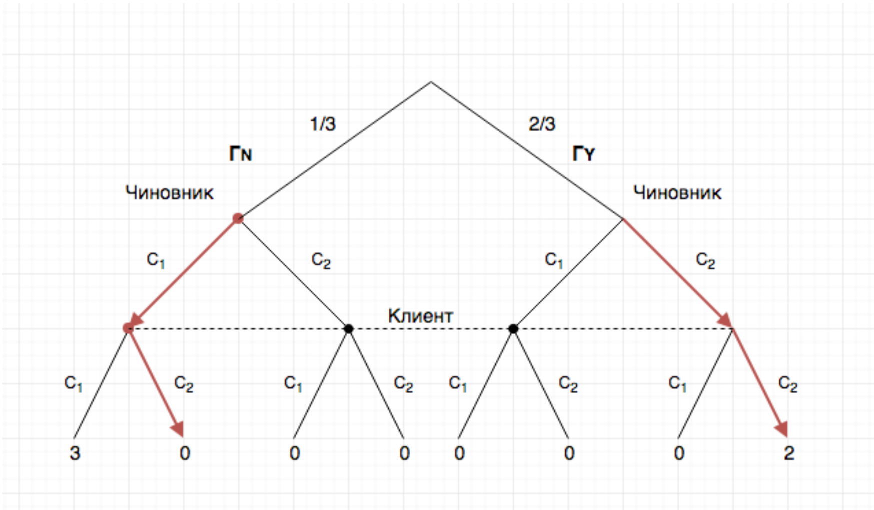

Рис. 5

Так как, Клиенту известны стратегии и выигрыши Чиновника, то Клиент может рассчитать оптимальные стратегии Чиновника. Таким образом, если Чиновник, при совершении первой сделки, пользуется оптимальными стратегиями, то Клиент немедленно узнает, осуществит ли антикоррупционная служба проверку.

Рассмотрим совершение второй сделки, то есть n=2, в которой Клиент точно знает, какой перед ним коррупционный эпизод Γ_N или Γ_Y (Рис.6):

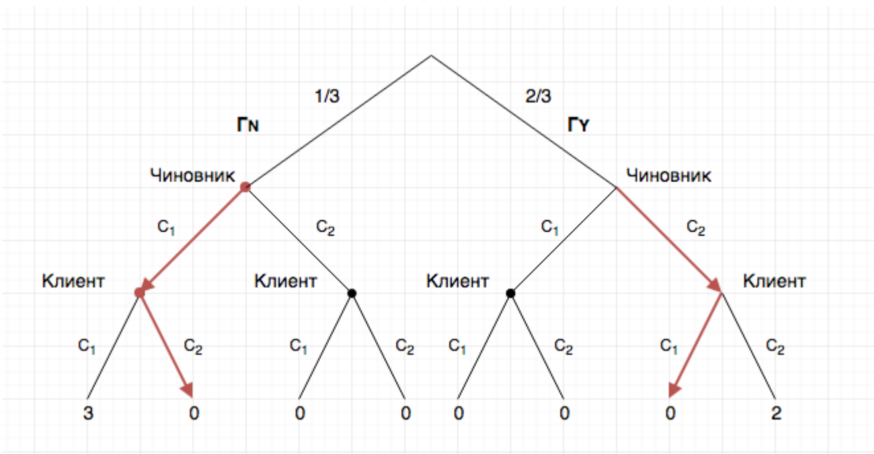

Рис. 6

Ожидаемый выигрыш Чиновника в любом из двух коррупционных эпизодов будет равен нулю. Клиент будет выбирать стратегию $_2$, если находится в коррупционном эпизоде Γ_N.

Пусть $E_Ч$ - средний ожидаемый выигрыш Чиновника, при совершении сделок в числе n.(1) [?]:

$$E_{\text{ч}} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} E_k(\delta,\tau) = \frac{1+0+0+...+0}{n} = \frac{1}{n} \qquad (1)$$

где :

n- количество совершаемых сделок;

$E_k(\delta,\tau)$- ожидаемый выигрыш Чиновника при совершении k-ой сделки, если Чиновник использовал стратегию δ, а Клиент стратегию τ;

Таким образом, средний ожидаемый выигрыш Чиновника, при заключении сделок в числе n, равен $\frac{1}{n}$.

В данной модели Чиновник может получить средний ожидаемый выигрыш более чем $\frac{1}{n}$. [1] Рассматривается игра Δ_n, в которой Чиновник игнорирует информацию о проверке антикоррупционной службы. Выигрыши и стратегии Чиновника и Клиента остаются прежними. Первая сделка Δ_1 представлена на Рис.7:

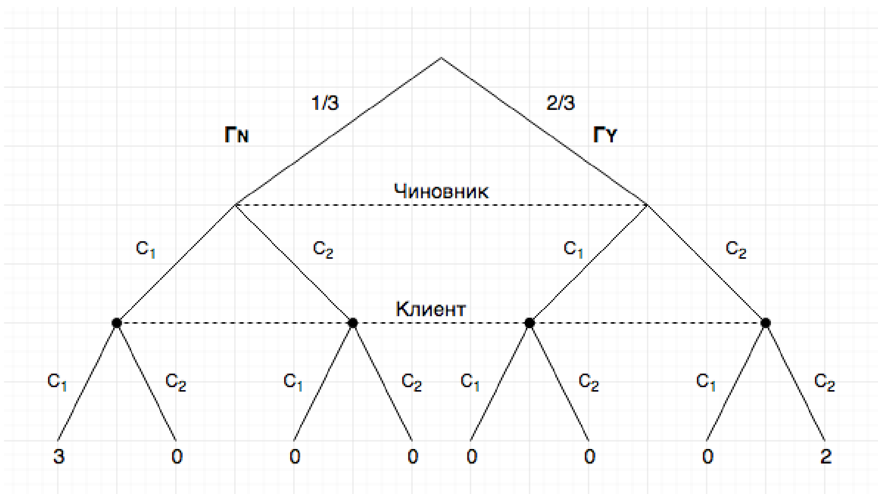

Рис. 7

Нормальная форма Δ_1 (Рис.8), в которой Чиновник игнорирует информацию о проверке антикоррупционной службы:

		Клиент	
		C_1	C_2
Чиновник	C_1	1	0
	C_2	0	4/3

Рис. 8

Равновесия в чистых стратегия в данном случае нет, поэтому найдены в смешанных(Рис.9):

$\alpha + (1-\alpha) \times 0 = (1-\alpha) \times \frac{4}{3}$

$\alpha = \frac{4}{7}$

		Клиент	
		$\beta = {}^4/_7$	$1-\beta = {}^3/_7$
Чиновник	$\alpha = {}^4/_7$	1	0
	$1-\alpha = {}^3/_7$	0	4/3

Рис. 9

Таким образом:

$\{\frac{4}{7}, \frac{3}{7}\}$ -вектор смешанных стратегий Чиновника в Δn.

$\{\frac{4}{7}, \frac{3}{7}\}$ -вектор смешанных стратегий Клиента в Δn. (Рис.9).

Введем обозначения:

u_1 - ожидаемый выигрыш Чиновника(значение игры Δ_1) в Δ_1, тогда $u_1 = \frac{4}{7}$.

u_N ожидаемый выигрыш Чиновника в коррупционном эпизоде Γ_N u_Y – ожидаемый выигрыш Чиновника в коррупционном эпизоде Γ_Y.

Пусть M_1 –матрица выигрышей Чиновника в коррупционном эпизоде Γ_N:

$$M_1 = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Пусть M_2 –матрица выигрышей Чиновника в коррупционном эпизоде Γ_Y:

$$M_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$x = \{\frac{4}{7}, \frac{3}{7}\}$ - вектор смешанных стратегий Чиновника в $\Gamma 1$

$y = \{\frac{4}{7}, \frac{3}{7}\}$ - вектор смешанных стратегий Клиента в Г1.

Тогда, $u_N = xM_1y^T$; $u_Y = xM_2y^T$ $u_N = \frac{48}{49}$;$u_N = \frac{18}{49}$

Рассмотрим случай, в котором Чиновник будет пользоваться стратегиями, описанными выше, в коррупционном эпизоде Γ_n, тогда его средний ожидаемый выигрыш будет $E_1 = \frac{4}{7}$ Так как n-целое, то при $\forall n \frac{4}{7} > \frac{1}{n}$ Это значение больше чем средний ожидаемый выигрыш, если бы Чиновник пользовался информацией о проверке антикоррупционной службы.

Так как $w_N = 0$ и $w_Y = 0$, тогда $u_N > w_N$, а $u_Y > w_Y$.

Вывод: Если Чиновник игнорирует информацию о проверке антикоррупционной структуры, то при заключении коррумпированных сделок в числе n, его средняя ожидаемая прибыль от этих сделок, будет выше чем средняя ожидаемая прибыль, если бы Чиновник пользовался информацией о проверке антикоррупционной службы. Алгоритм вычислений нормальной формы и оптимальных стратегий для модели Γ_1 реализован в среде Wolfram Mathematica (см. Приложение, Программа).

Рассматривается проверка, того, что использование стратегий, описанных в Δ_1, гарантирует Чиновнику секретность информации, а именно, что информация о проверке антикоррупционной службы, не станет известна Клиенту, если между Клиентом и Чиновником заключаются коррупционные сделки в числе n.

Рассматривается коррупционный эпизод Γ_N и Γ_Y со стороны Клиента. Пусть Клиент, после совершения первой сделки, оценивает вероятность возникновения коррупционного эпизода Γ_N и Γ_Y.

Пусть Клиент осведомлен, что Чиновник пытается скрыть информацию о проверке коррупционной службы. Клиент знает оптимальные стратегии Чиновника в $\Delta 1$.

Пусть Клиент оценивает вероятность возникновения коррупционного эпизода Γ_N и Γ_Y. [1].

Рассматриваются стратегии Чиновника при совершении i-ой сделки(Рис. 7). Пусть t_i- вероятность, с которой Чиновник выбирает стратегию $_1$ в коррупционном эпизоде Γ_N , а s_i- вероятность, с которой Чиновник выбирает стратегию $_1$ в коррупционном эпизоде Γ_Y. p_i- вероятность появления коррупционного эпизода $\Gamma_N . i = \{1, n\}$ (Рис.10)

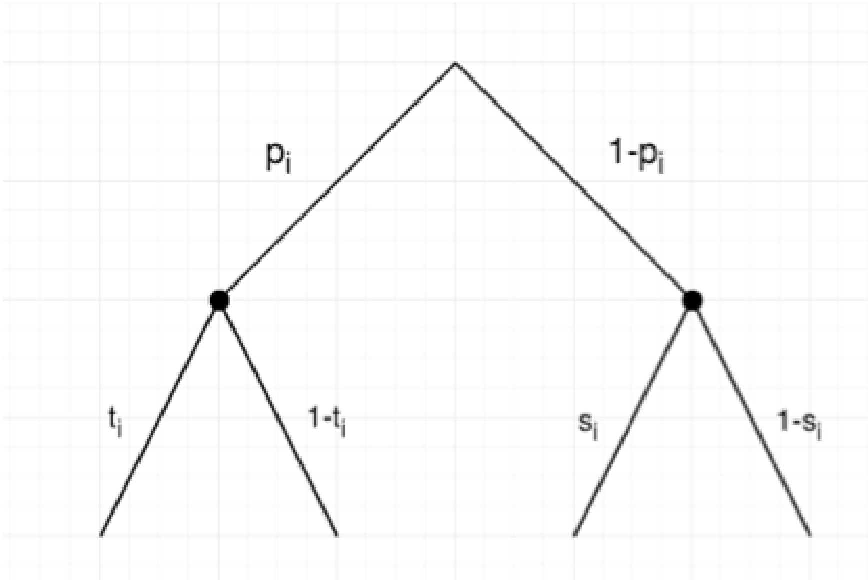

Рис. 10

Рассмотривается первая коррупционная сделка, то есть $i = 1$(Рис.11). Клиент оценивает вероятность возникновения коррупционного эпизода Γ_N и Γ_Y, в зависимости от стратегий выбранных Чиновником:

$$P\{\Gamma_N | C_1\} = \frac{s_1 p_1}{s_1 p_1 + t_1(1 - p_1)} \tag{2}$$

$$P\{\Gamma_N | C_2\} = \frac{(1 - s_1)p_1}{(1 - s_1)p_1 + t_(1 - 1)(1 - p_1)} \tag{3}$$

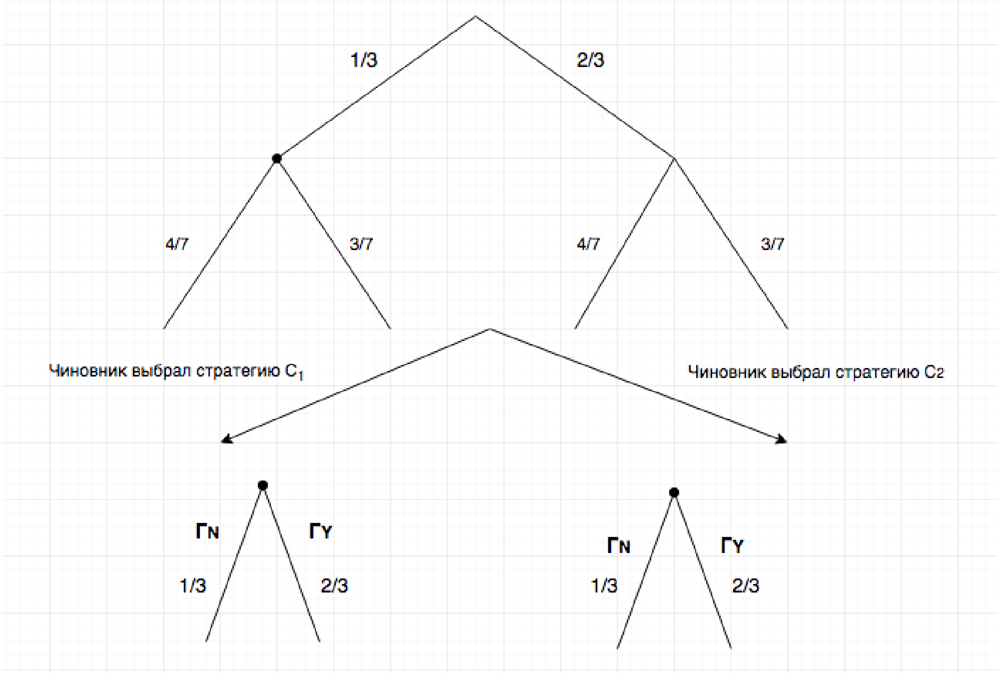

Рис. 11

Таким образом, если после каждой коррупционной сделки, Клиент оценивает вероятность появления коррупционного эпизода Γ_N и Γ_Y, то значения этой вероятности не будет отличаться от $\frac{1}{3}$ и $\frac{2}{3}$.

Вывод: Если Чиновник следует стратегиям, предписанными ему в случае, когда он игнорирует информацию, то информация о проверке антикоррупционной службы не будет доступна Клиенту, если происходит процесс заключения коррупционных сделок в числе n.

Алгоритм данной модели реализован в среде Wolfram Mathematica (см.Приложение).

Глава 2. Модель Γ_2 дележа взятки между двумя чиновниками в трех коррупционных эпизодах

2.1. Формализация модели

Рассматривается модель Γ_2,в которой взаимодействуют два чиновника. Два чиновника заключили коррупционную сделку с клиентом, следуя которой, клиент заплатил взятку определенного размера . Первый чиновник делит взятку, с учетом своих предпочтений. Взятка может быть разделена на две части тремя способами: A, B и C (Рис. 12). Предположим, что взятка формально делится на 2 части: левая(Л) и правая(П). Размер левой и правой части зависит от выбора способа дележа. Каждый участник сделки выбирает, какую именно часть он желает забрать.

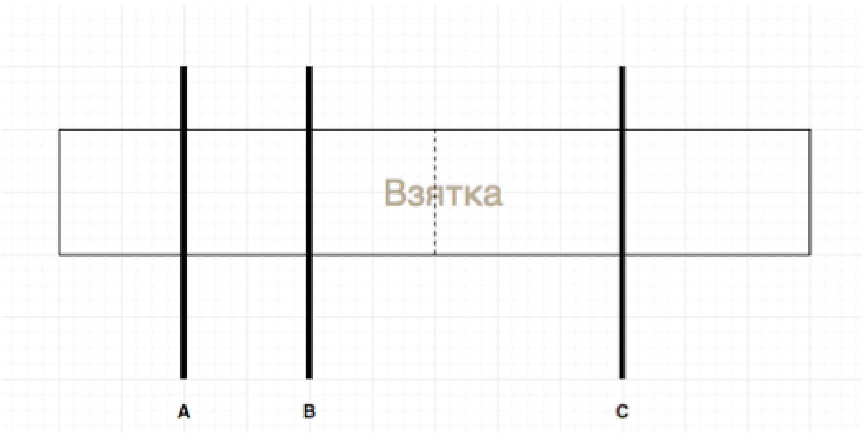

Рис. 12

После дележа, две части взятки формально обозначаются как левая и правая. Таким образом, если взятка разделена способом A (2:10) (Рис. 13):

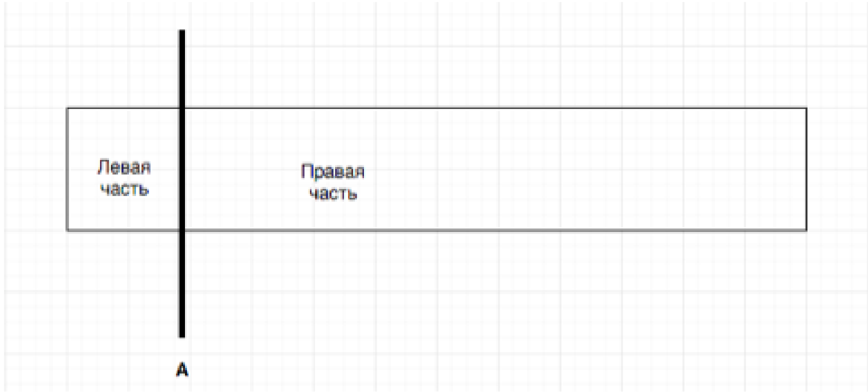

Рис. 13

Взятка разделена способом B (4:8)(Рис. 14):

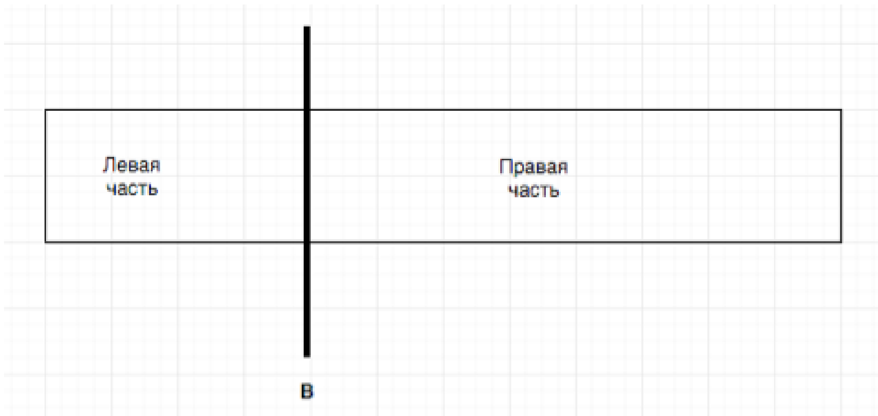

Рис. 14

Взятка разделена способом C (9:3) (Рис. 15):

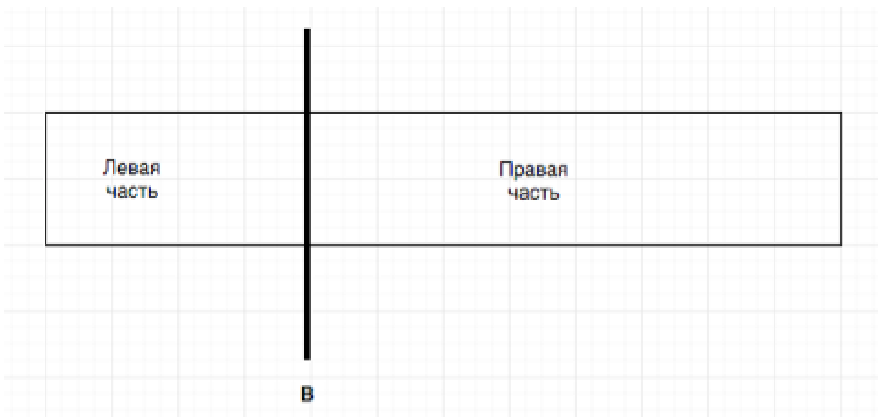

Рис. 15

Обозначим чиновников, которые делят между собой взятку, как «Чиновник№1» и «Чиновник №2». Пусть размер получаемой взятки равен 12 единицам. Выбор способа дележа зависит от предпочтений Чиновника №1.

Пусть буква «П» означает выбор правой части взятки, а буква «Л» выбор левой части взятки. Если оба участника выбирают одну и ту же часть, то взятка никому не достается.

Рассматриваются три коррупционных эпизода Γ_A, Γ_B, Γ_C, в которых Чиновник №1 делит взятку способом A, B и C соответственно.

Коррупционные эпизоды Γ_A, Γ_B и Γ_C представлены в виде биматричных игр [7] (Рис. 16).

		Чиновник №2		
		П	**Л**	
Чиновник №1	**П**	**(0,0)**	**(1,10)**	Γ_A
	Л	**(9,2)**	**(0,0)**	

		Чиновник №2		
		П	**Л**	
Чиновник №1	**П**	**(0,0)**	**(3,8)**	Γ_B
	Л	**(7,4)**	**(0,0)**	

		Чиновник №2		
		П	**Л**	
Чиновник №1	**П**	**(0,0)**	**(8,3)**	Γ_C
	Л	**(2,9)**	**(0,0)**	

Рис. 16

Представим коррупционные эпизоды Γ_A, Γ_B, Γ_C в развернутой форме в виде игры Γ_1 (Рис. 17), где левая ветвь графа описывает коррупционный эпизод Γ_A, правая ветвь графа коррупционный эпизод Γ_C, а средняя ветвь графа коррупционный эпизод Γ_B.

Пусть вероятность того, что Чиновник произведет дележ способом A равна $p_1 = \frac{1}{4}$, способом B равна $p_2 = \frac{1}{2}$ и способом C равна $p_3 = \frac{1}{4}$.

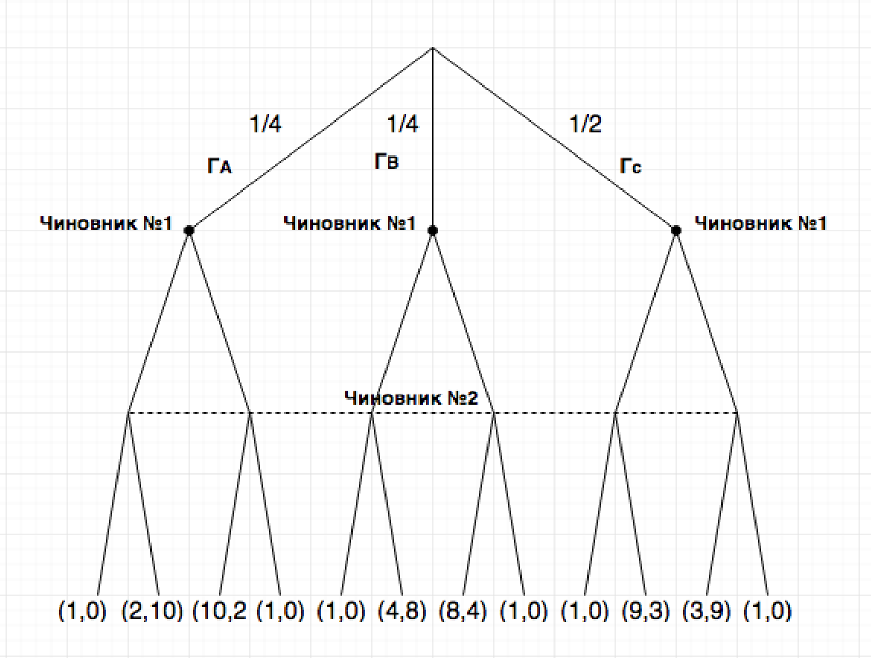

Рис. 17

2.2. Оптимальные стратегии чиновника, опирающегося на свои предпочтения в дележе взятки

Значения игры Γ_A, Γ_B, Γ_C и обозначены за w_A, w_B и w_C, соответственно:

$w_A = \frac{9}{10}$;

$w_B = \frac{21}{10}$;

$w_C = \frac{8}{5}$;

Нормальная форма игры Γ_1 представлена на Рис. 18, в которой Чиновник №1 имеет 8 стратегий: ЛЛЛ, ЛЛП, ЛПЛ, ЛПП, ППП, ППЛ, ПЛП, ПЛЛ, в которых, например (ЛЛП), означает, что Чиновник №1 в коррупционном эпизоде Γ_A выберает стратегию Л, в коррупционном эпизоде Γ_B стратегию Л, а в коррупционном эпизоде Γ_C стратегию П. В то время, как Чиновник №2 имеет только 2 стратегии Л и П, так как не знает информации о дележе Чиновника №1.

		Чиновник №2	
		Л	П
Чиновник №1	ЛЛЛ	(0, 0)	(15/4, 29/4)
	ЛЛП	(1/2, 9/4)	(7/4, 13/2)
	ЛПЛ	(7/2, 2)	(9/4, 13/4)
	ЛПП	(4, 17/4)	(1/4, 5/2)
	ППП	(25/4, 19/4)	(0, 0)
	ППЛ	(23/4, 5/2)	(2, 3/4)
	ПЛП	(11/4, 11/4)	(3/2, 4)
	ПЛЛ	(9/4, 1/2)	(7/2, 19/4)

Рис. 18

Стратегии ((ЛЛЛ), П) и ((ППП),Л) для Чиновника №1 и для Чиновника №2 являются оптимальными.

		Чиновник №2	
		Л	П
Чиновник №1	ЛЛЛ	(0, 0)	(15/4, 29/4)
	ППП	(25/4, 19/4)	(0, 0)

Рис. 19

Найдено равновесие в смешанных стратегиях (Рис. 18):

$(1-\alpha)\frac{25}{4} = \alpha) \times \frac{15}{4}$

$\alpha = \frac{5}{8}$

$(1-\beta)\frac{29}{4} = \beta \times \frac{19}{4}$

$\beta = \frac{29}{48}$

Тогда:

$\{\frac{5}{8}, \frac{3}{8}\}$- вектор смешанных стратегий Чиновника №1 в Г1

$\{\frac{29}{48}, \frac{19}{48}\}$-вектор смешанных стратегий Чиновника №2 в Г1.

Ожидаемый выигрыш Чиновника №1(значение игры) обозначен за v_1 и $v_1 = \frac{551}{192} \approx 2.8$.

Пусть v_A, v_B и v_C - ожидаемый выигрыш Чиновника №1 в коррупционных эпизодах Γ_A, Γ_B, Γ_C, соответственно.

Пусть M_1 –матрица выигрышей Чиновника №1 в коррупционном эпизоде Γ_A:

$$M_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}$$

Пусть M_2 –матрица выигрышей Чиновника №1 в коррупционном эпизоде Γ_A:

$$M_2 = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$$

Пусть M_3 –матрица выигрышей Чиновника №1 в коррупционном эпизоде Γ_C:

$$M_3 = \begin{pmatrix} 0 & 8 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Пусть $x = \{\frac{5}{8}, \frac{3}{8}\}$ - вектор смешанных стратегий Чиновника №1
$y = \{\frac{29}{48}, \frac{19}{48}\}$- вектор смешанных стратегий Чиновника №2.
Тогда,
$u_A = xM_1y^T = \frac{439}{192} =\approx 2.2;$
$u_B = xM_2y^T = \frac{149}{464} =\approx 2.3;$
$u_C = xM_3y^T = \frac{467}{192} =\approx 2.4;$

2.3. Оптимальные стратегии чиновника, игнорирующего свои предпочтения в дележе взятки

Предполагается, что выигрыши Чиновника №1 увеличиваются на единицу, если он не следует своим предпочтениям. Тогда его выигрыши в коррупционных эпизодах Γ_A, Γ_B, Γ_C меняются.

Рассматриваются три новых коррупционных эпизода $\overline{\Gamma_A}$, $\overline{\Gamma_B}$, $\overline{\Gamma_C}$ (Рис. 20):

		Чиновник №2	
		П	Л
Чиновник №1	П	(1,0)	(2,10)
	Л	(10,2)	(1,0)

$\overline{\Gamma_A}$

		Чиновник №2	
		П	Л
Чиновник №1	П	(1,0)	(4,8)
	Л	(8,4)	(1,0)

$\overline{\Gamma_B}$

		Чиновник №2	
		П	Л
Чиновник №1	П	(1,0)	(9,3)
	Л	(3,9)	(1,0)

$\overline{\Gamma_C}$

Рис. 20

Представление $\overline{\Gamma_A}$, $\overline{\Gamma_B}$, $\overline{\Gamma_C}$ в виде игры $\overline{\Delta_1}$ (Рис.21):

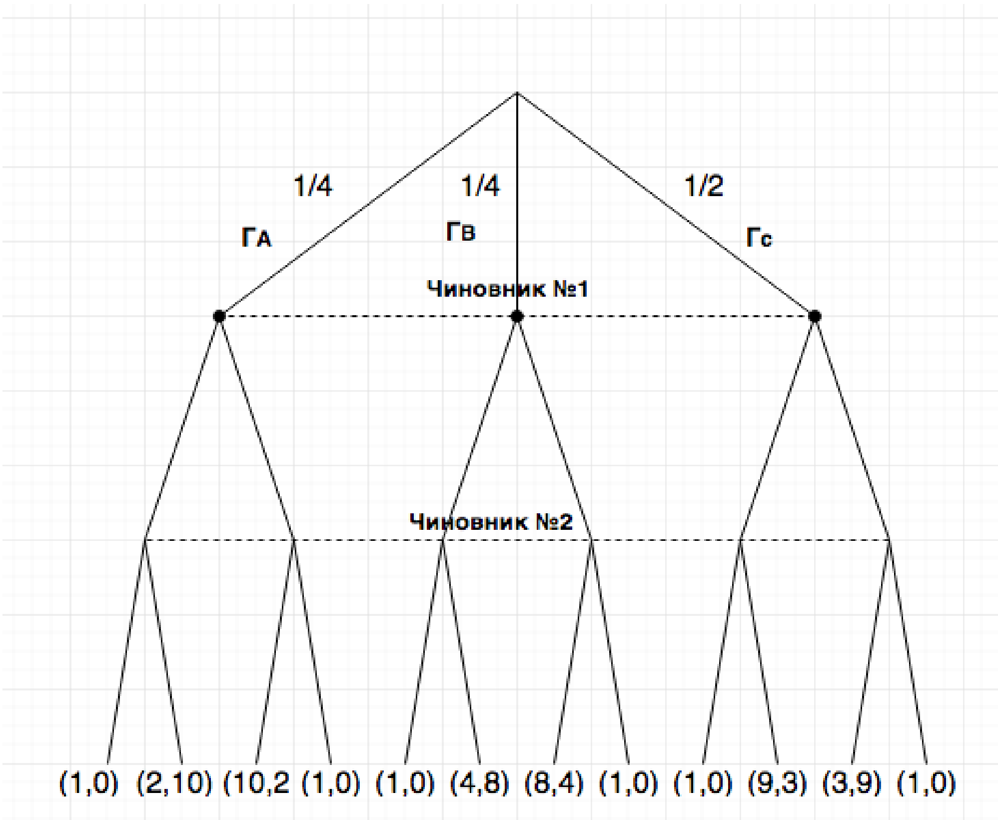

Рис. 21

Представим игру $\overline{\Delta_1}$ в нормальной форме (Рис. 22), в которой Чиновник №1 и Чиновник №2 имеет 2 стратегии: Л,П:

		Чиновник №2	
		Л	П
Чиновник №1	Л	(1, 0)	(19/4, 29/4)
	П	(29/4, 19/4)	(1, 0)

Рис. 22

Найдем равновесие в смешанных стратегиях:

$\alpha + (1-\alpha)\frac{29}{4} = \alpha \times \frac{19}{4} + (1-\alpha)$

$\alpha = \frac{5}{8}$

$(1-\beta)\frac{29}{4} = \beta \times \frac{19}{4}$

$\beta = \frac{29}{48}$

Тогда:

$\{\frac{5}{8}, \frac{3}{8}\}$- вектор смешанных стратегий Чиновника №1 в $\Delta 1$

$\{\frac{29}{48}, \frac{19}{48}\}$-вектор смешанных стратегий Чиновника №2 в $\Delta 1$.

Ожидаемый выигрыш Чиновника №1(значение игры) обозначен за u_1 и $u_1 = \frac{107}{32}$.

Пусть u_A, u_B и u_C ожидаемые выигрыши Чиновника №1 в коррупционных эпизодах $\overline{\Gamma_A}$, $\overline{\Gamma_B}$, $\overline{\Gamma_C}$, соответственно.

Пусть M_1 – матрица выигрышей Чиновника №1 в коррупционном эпизоде $\overline{\Gamma_A}$:

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 10 & 1 \end{pmatrix}$$

Пусть M_2 – матрица выигрышей Чиновника №1 в коррупционном эпизоде $\overline{\Gamma_B}$:

$$M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$$

Пусть M_3 – матрица выигрышей Чиновника №1 в коррупционном эпизоде $\overline{\Gamma_C}$:

$$M_3 = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Пусть $x = \{\frac{5}{8}, \frac{3}{8}\}$ - вектор смешанных стратегий Чиновника №1

$y = \{\frac{29}{48}, \frac{19}{48}\}$- вектор смешанных стратегий Чиновника №2.

Тогда,

$u_A = xM_1y^T = \frac{631}{192} =\approx 3.2;$

$u_B = xM_2y^T = \frac{213}{64} =\approx 3.3;$

$u_C = xM_3y^T = \frac{659}{192} =\approx 3.4;$

Вывод: В дележе коррумпированной взятки между Чиновником №1 и Чиновником №2, Чиновник №1 получает меньший выигрыш, если следует своим предпочтениям, при выборе способа дележа взятки.

Глава 3. Модель Γ_3 общего случая взаимодействия чиновника и клиента в n коррупционных эпизодах

3.1 Формализация модели

Рассматривается коррупционный эпизод, в котором взаимодействуют коррумпированный чиновник(Ч) и его клиент(К). Чиновник и Клиент заключают между собой коррумпированную сделку, следуя которой, Клиент платит Чиновнику определенную сумму. Каждый из участников сделки выбирает каким именно способом он желает провести сделку: первым способом(C_1) или вторым способом(C_2).

Неопределенность рассматриваемого случая заключается в том, что объем взятки, которую должен передать Клиент, зависит от типа предпочтений Чиновника. Клиент не знает точно о предпочтениях Чиновника, но знает, что эти предпочтения могут быть n типов.

Пусть $N = \{1, \ldots, n\}$ – множество типов предпочтений Чиновника. Тогда Клиент осведомлен о том, какую именно сумму он должен заплатить, если предпочтения чиновника относятся к типу $i \in N$. Пусть a_i,b_i,c_i,d_i, - объем взятки, которую передает Клиент Чиновнику, а i- тип предпочтений Чиновника.

Пусть $(\Gamma_j)_{j=1}^{n}$- множество коррупционных эпизодов, в которых Чиновник имеет тип предпочтений j. На Рис. 23 коррупционные эпизоды $(\Gamma_j)_{j=1}^{n}$ представлены в виде игры в нормальной форме.

Γ_1		К	
		C_1	C_2
Ч	C_1	a_1,	b_1
	C_2	c_1	d_1

Γ_2		К	
		C_1	C_2
Ч	C_1	a_2,	b_2
	C_2	c_2	d_2

…………

Γ_n		К	
		C_1	C_2
Ч	C_1	a_n,	b_n
	C_2	c_n	d_n

Рис. 23

Пусть $P = (p_1, p_2, \ldots, p_n)$ - вектор вероятности, того что предпочтения Чиновника относятся к типу i,где $i = \overline{1, n}$ или вероятности возникновения коррупционного эпизода Γ_j, где $j = \overline{1, n}$.

$$\sum_{n=1}^{n} p_i = 1 \tag{4}$$

Коррупционные эпизоды $(\Gamma_j)_{j=1}^{n}$ представлены в развернутой форме игры Γ_A(Рис. 24):

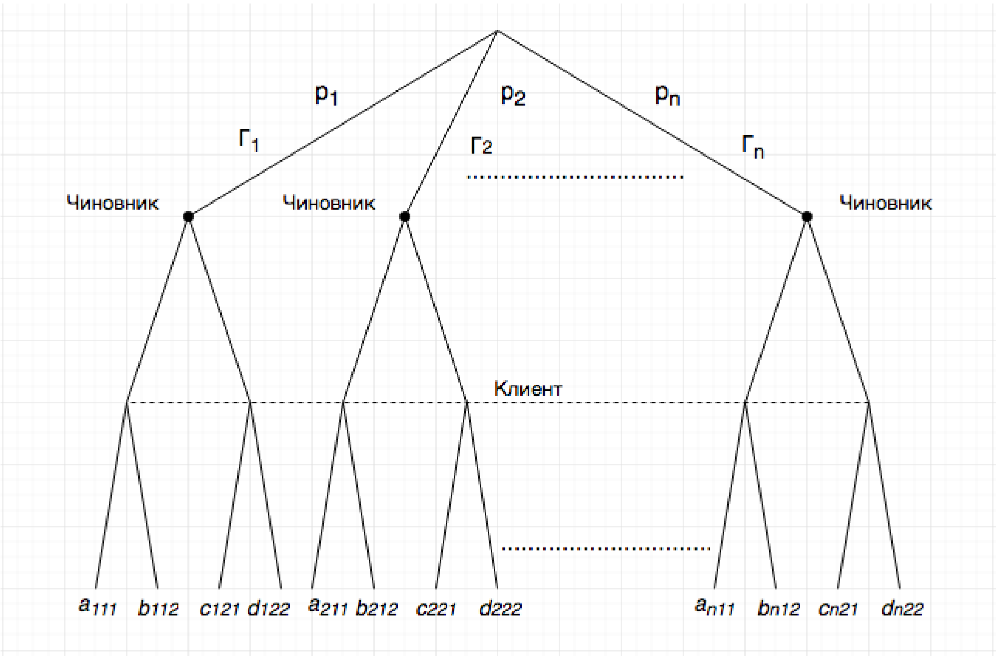

Рис. 24

Клиент осведомлен о размере взятки, которую он должен передать Чиновнику, и о вероятности возникновения коррупционного эпизода Γ_j.

3.2. Оптимальные стратегии чиновника, опирающегося на свои предпочтения в дележе взятки

Пусть w_j- значение игры в коррупционных эпизодах Γ_j, где $j = \overline{1, n}$.

Нормальная форма игры Γ_A представлена на Рис. 25 . Множество стратегий Клиента не изменилось, так как он не знает предпочтений Чиновника. Множество стратегий Чиновника обозначено за

$S = ((C_1C_1C_1 \ldots C_1), (C_1C_1C_1 \ldots C_2), ..., (C_2C_2 \ldots C_2))$.

Стратегия Чиновника, например $(C_1C_1C_1 \ldots C_1)$, означает, что Чиновник в коррупционном эпизоде Γ_1 выбирает стратегию C_1, в коррупционном эпизоде Γ_2 выбирает стратегию C_1 и так далее до Γ_n. Мощность множества 2^n. Таким образом, количество стратегий Чиновника равно 2^n. В ячейках таблицы(Рис. 25) обозначены ожидаемые выигрыши Чиновника как t_{ij}, где $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,2}$

		Клиент	
		C_1	C_2
Чиновник	$C_1C_1C_1 \ldots C_1$	$t_{11} = \sum_{i=1}^{n} p_i a_i$	$t_{12} = \sum_{i=1}^{n} p_i b_i$
	$C_1C_1C_1 \ldots C_2$	$t_{21} = \sum_{i=1}^{n-1} p_i a_i + p_n c_n$	$t_{22} = \sum_{i=1}^{k} p_i a_i + p_n d_n$
	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .
	$C_2C_2C_2 \ldots C_2$	$t_{n1} = \sum_{i=1}^{m} p_i \times c_i$	$t_{n2} = \sum_{i=1}^{m} p_i \times d_i$

Рис. 25

Пусть $S = \{s_1, s_2, s_3, \ldots, s_{2^n}\}$ - множество стратегий Чиновника. Мощность множества S равна 2^n. Пусть $L = \{l_1, l_2\}$- множество стратегий Клиента, соответствующие стратегиям C_1и C_2(Рис. 26)

		Клиент	
		l_1	l_2
Чиновник	s_1	t_{11}	t_{12}
	s_2	t_{21}	t_{22}
	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .
	s_{2^n}	t_{n1}	t_{n2}

Рис. 26

Пусть $F_c(s_i, l_j) = t_{ij}$- функция ожидаемого выигрыша Чиновника, где $i = \overline{1,n}$?$j = \overline{1,2}$

Пусть стратегия (s_w, l_r), где $s_w \in S$ а $l_r \in L$, является оптимальной. То есть: $F_c(s_w, l_r) = t_{wr}$, где $(t_{w1} \geq t_{i1}, \forall i \neq w, i \in S) \cap (t_{w1} \geq t_{i1}, \forall i \neq w, i \in S) \cap (t_{wr} \geq t_{wi}, \forall i \neq r, i \in L)$

Пусть $v = t_{wr}$- ожидаемый выигрыш Чиновника в (s_w, l_r).

3.3. Оптимальные стратегии чиновника, игнорирующего свои предпочтения в дележе взятки

Предполагается, что Чиновник и Клиент делят взятки в числе m. Чиновник действует, не следуя своим предпочтениям.

Рассматривается игра Δm. Множество стратегий Чиновника равно $\{C_1, C_2\}$ и множество стратегий Клиента равно $\{C_1, C_2\}$. В ячейках таблицы обозначены ожидаемые выигрыши Чиновника - t_{ij}, где $i = \overline{1,2}$ $j = \overline{1,2}$ (Рис. 27 и Рис. 28)

		Клиент	
		C_1	C_2
Чиновник	C_1	$t_{11} = \sum_{i=1}^{n} p_i \times a_i$	$t_{12} = \sum_{i=1}^{n} p_i \times b_i$
	C_2	$t_{21} = \sum_{i=1}^{n} p_i \times c_i$	$t_{22} = \sum_{i=1}^{n} p_i \times d_i$

Рис. 27

		Клиент	
		C_1	C_2
Чиновник	C_1	t_{11}	t_{12}
	C_2	t_{21}	t_{22}

Рис. 28

Пусть, стратегия (C_1, C_1) является оптимальной в Δm . Тогда, пусть $u = t_{11}$- ожидаемый выигрыш Чиновника.t_{11} будет являться средним ожидаемым выигрышем Чиновника при совершении коррупционных сделок в количестве m. Пусть u_i - ожидаемый выигрыш Чиновника в коррупционном эпизоде Γ_i. Тогда, при конкретном выбранном оптимальном решении(в этом случае (C_1, C_1)), средний ожидаемый выигрыш чиновника в коррупционных эпизодах $(\Gamma_j)_{j=1}^n$ равен $u_i = a_i p_i$.

Вывод:

1) Если $u_i \geq w_i$ для $\forall i = \overline{1, n}$ то, при заключении коррупционных сделок между Чиновником и Клиентом в количестве m, Чиновник должен выбирать способ проведения сделки, игнорируя свои предпочтения.

2) Если $u_i < w_i$ для $\forall i = \overline{1, n}$ то, при заключении коррупционных сделок между Чиновником и Клиентом в количестве m, Чиновник должен выбирать способ проведения сделки, следуя своим предпочтениям.

Глава 4. Модель Γ_4 дележа взятки между двумя чиновниками при неизвестной вероятности появления коррупционного эпизода

4.1. Формализация модели

Рассматривается модель Γ_4, в которой два чиновника(Чиновник №1 и Чиновник №2) заключили коррупционную сделку с клиентом. После передачи взятки, Чиновник №1 и Чиновник №2 разделяют ее между собой. Пусть Чиновник №1 решает, каким именно способом (S_1, S_2, S_3) разделить взятку. Выбор способа и его реализация зависит от предпочтений Чиновника №1. Пусть $M = \{m_1, m_2\}$- множество типов предпочтений Чиновника №1.

Чиновник №1 забирает часть взятки, в зависимости от выбранного способа дележа и собственных предпочтений. В то время, как Чиновник №2 решает, какую именно часть взятки: левую(L), среднюю(M) или правую(R) отдать Чиновнику №1. Способы дележа взятки в зависимости от типа предпочтений Чиновника, рассмотрены на Рис. 29. Размер взятки равен $k = 4$.

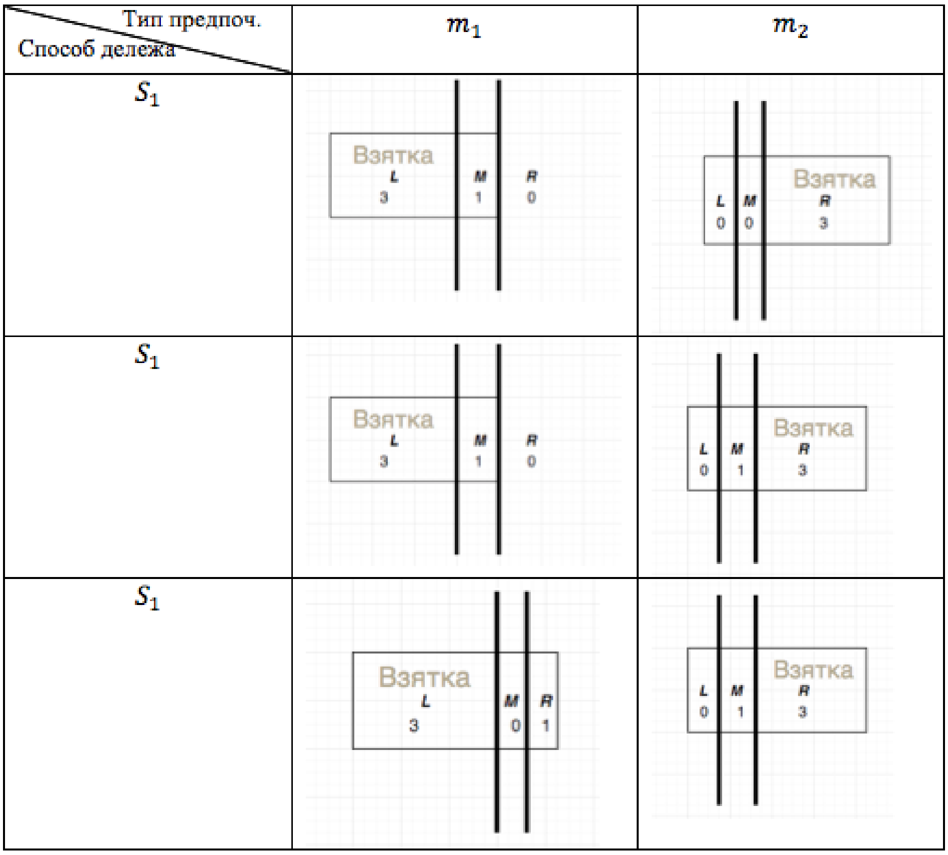

Рис. 29

Рассматриваемые коррупционные эпизоды представлены в виде игры в нормальной форме(Рис. 30): Γ_{m1} и Γ_{m2}. Предполагается, что в коррупционном эпизоде Γ_{m1} предпочтения Чиновника №1 принадлежат типу m_1, а в коррупционном эпизоде Γ_{m2} предпочтения Чиновника №1 принадлежат типу m_2.

Коррупционный эпизод Γ_{m_1}

Чиновник №1 \ Чиновник №2	L	M	R
S_1	3	1	0
S_2	3	1	0
S_3	3	0	1

Коррупционный эпизод Γ_{m_2}

Чиновник №1 \ Чиновник №2	L	M	R
S_1	0	0	3
S_2	0	1	3
S_3	0	1	3

Рис. 30

Пусть вероятность появления коррупционного эпизода Γ_{m1}: $P(\Gamma_{m1}) = p$, а вероятность появления коррупционного эпизода Γ_{m2}: : $P(\Gamma_{m2}) = 1 - p$. Чиновник №2 осведомлен о своих выигрышах, стратегиях и вероятности появления коррупционного эпизода. Чиновник №1 точно знает какой перед ним коррупционный эпизод, так как его появление зависит от его собственных предпочтений.

Предполагается, что Чиновник №1 и Чиновник №2 разделяют взятки в числе n, при этом, объем этих взяток всегда равен k, а Чиновник №1 не меняет своих предпочтений. Операцию дележа взятки Чиновнику №1 и Чиновнику №2 нужно повторить n раз. Пусть коррупционный эпизод Γ_{m1} или Γ_{m2} повторяется n раз. Задачей данной модели является определение поведения Чиновника №1 и его среднего ожидаемого выигрыша в условиях неполной информации.

Развернутую форму коррупционных эпизодов Γ_{m1} и Γ_{m2} (игра $\Gamma_1(p))$), где левая ветвь графа отвечает за коррупционный эпизод Γ_{m1}, а правая за коррупционный эпизод Γ_{m2} (Рис. 31)

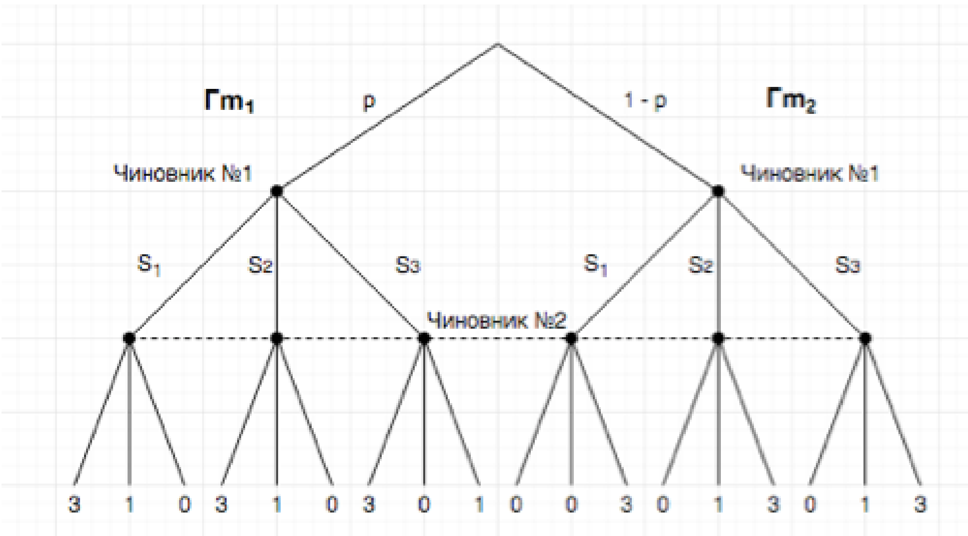

Рис. 31

Значение Γ_{m1} обозначено за w_{m1}, а Γ_{m2} обозначено за w_{m2}.

$w_{m1} = \frac{1}{2}$ и $w_{m2} = 0$

Таким образом, Чиновник №1 получает гарантированный выигрыш равный 0, а Чиновник №2 гарантированно отдает не более чем 0.

4.2. Оптимальные стратегии и средний ожидаемый выигрыш Чиновника №1

Предполагается, что Чиновник №1 должен действовать, не опираясь на свои предпочтения в дележе взятки. Рассматривается игра Δ_n, где n- номер взятки. Рассмотрим нормальную(Рис. 33) и развернутую форму(Рис. 32) первого шага Δ, в котором происходит дележ первой взятки, то есть Δ_1:

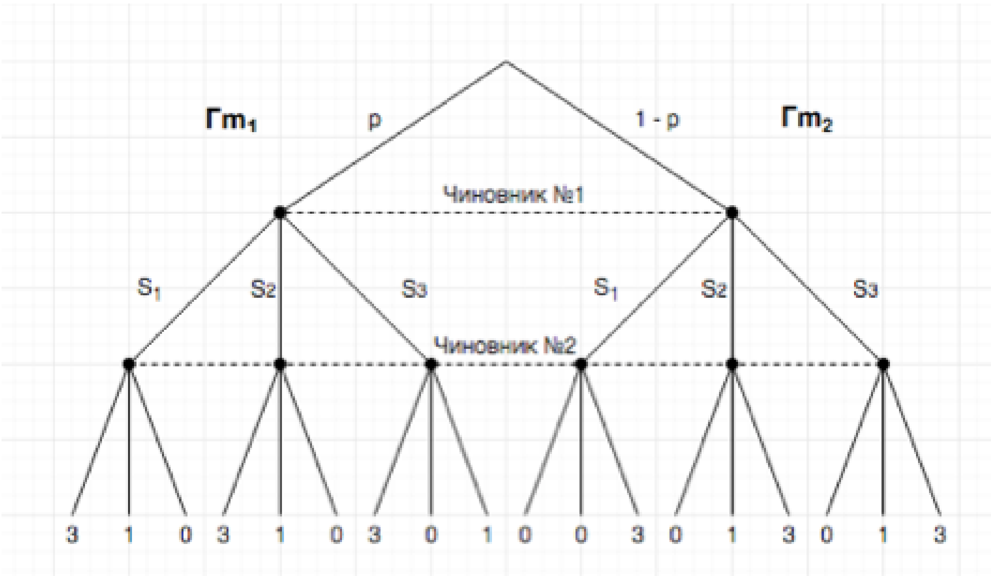

Рис. 32

	L	M	R
S_1	3p	p	3-3p
S_2	3p	1	3-3p
S_3	3p	1-p	3-2p

Рис. 33

Первая строка доминируется второй, при $0 < p < 1$, тогда (Рис. 34):

	L	M	R
S_2	3p	1	3-3p
S_3	3p	1-p	3-2p

Рис. 34

Введем обозначения:

$u(p)$ - значение игры $\Gamma_1(p)$;

u_{m1} - ожидаемый выигрыш Чиновника №1, который зависит от чистых (смешанных) стратегий Игрока2 в коррупционном эпизоде Γ_{m1};

u_{m2} - ожидаемый выигрыш Чиновника №1, который зависит от чистых (смешанных) стратегий Игрока2 в коррупционном эпизоде Γ_{m2};

1) Пусть $0 < p < 1/3$. Последний столбец доминирует 1ый столбец, так как 3-3p>3p и 3-2p>3p при 0<p<1/3(Рис. 35).

	L	M
S_2	3p	1
S_3	3p	1-p

Рис. 35

Значение игры $\Delta_1 : u(p) = 3p$ (Рис. 35).

S_2 - оптимальная стратегия Чиновника №1 в Δ_1.

L - оптимальная стратегия Чиновника №2 в Δ_1.

$u_{m1} = 3$ и $u_{m2} = 0$

2) Пусть $1/3 < p < 2/3$. Последний столбец доминирует второй столбец и вторая строка доминируется первой(Рис. 36):

	L	M
S_2	3p	1
S_3	3p	1-p

Рис. 36

Значение игры $\Delta_1 : u(p) = 1$ (Рис. 36).

$S2$ - оптимальная стратегия Чиновника №1 в Δ_1.

M - оптимальная стратегия Чиновника №2 в Δ_1.

$u_{m1} = 1$ и $u_{m2} = 1$

3) Пусть $2/3 < p < 1$. Тогда первый столбец доминирует второй и третий. (Рис. 37)

	M	R
S_2	1	3-3p
S_3	1-p	3-2p

Рис. 37

Равновесие в смешанных стратегиях (Рис. 38):

	M	R
$\alpha = \frac{2-p}{2p}$	1	3-3p
$1-\alpha = \frac{3p-2}{2p}$	1-p	3-2p

Рис. 38

Ожидаемый выигрыш Чиновника №1 равен $u(p) = 2 - \frac{3}{2}p$.
Пусть M_1 - матрица выигрышей Чиновника №1 в Γ_{m1}:

$$M_1 = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пусть M_2 - матрица выигрышей Чиновника №1 в Γ_{m2}:

$$M_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$x = \{0, \frac{2-p}{2p}, \frac{3p-2}{2p}\}$ - вектор смешанных стратегий Чиновника №1.
$y = \{0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$- вектор смешанных стратегий Чиновника №2.
$u_{m1} = xM_1y^T = \frac{1}{2}$;
$u_{m2} = xM_2y^T = 2$;
Пусть $p = \frac{1}{3}$, тогда $u(p) = 1$;
Пусть $p = \frac{2}{3}$, тогда $u(p) = 1$;
В таблице на Рис. 39 приведено сравнение значений u_{m1}, u_{m2} с w_{m1} и

w_{m2}, соответственно.

Чиновник №1 не следует своим предпочтениям				
p	u_{m_1}	u_{m_2}	Сравнение с ω_{m_1}	Сравнение с ω_{m_2}
0 < p < 1/3	3	0	$u_{m_1} > \omega_{m_1}$	$u_B = \omega_B$;
1/3 < p < 2/3	1	1	$u_{m_1} > \omega_{m_1}$	$u_B > \omega_B$;
2/3 < p < 1	$\frac{1}{2}$	2	$u_{m_1} = \omega_{m_1}$	$u_B > \omega_B$

Рис. 39

Значение функции $u(p)$ и ее график представлен на Рис. 40.

$$u(p) = \begin{cases} 3p, & 0 < p \leq 1/3 \\ 1, & \frac{1}{3} < p \leq \frac{2}{3} \\ 2 - \frac{3}{2}p, & \frac{2}{3} < p \leq 1 \end{cases}$$

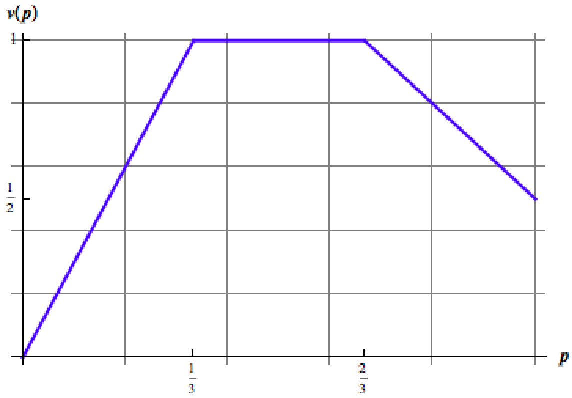

Рис. 40

Пусть $E_Ч$ -средний ожидаемый выигрыш Чиновника. Тогда из формулы 1 модели Γ_1 следует, что $E_Ч = u(p)$

Вывод: Средний ожидаемый выигрыш Чиновника №1 зависит от распределения вероятностей появления коррупционного эпизода Γ_{m1} и Γ_{m2} и равен функции ожидаемого выигрыша, при условии, что Чиновник №1 игнорирует свои предпочтения в дележе взятки.

Заключение

В работе представлены четыре модели взаимодействия участников коррупционных сделок, в условиях асимметрии информации. Модели, представленные в работе, посвящены информационному аспекту повторяющихся игр.

Участник коррупционных сделок, обладающий информацией, стремится максимизировать свой выигрыш, в то время как, его оппонент стремится минимизировать свои потери. Информация, которой обладает один из участников, будет раскрыта при совершении первой сделки. В рассмотренных моделях, сделан вывод, что участник, обладающий информацией, должен игнорировать ее. При этом условии его средний ожидаемый выигрыш от конечного числа сделок будет выше, чем если бы он использовал доступ к информации.

В первой математической модели описано взаимодействие чиновника и клиента в процессе заключения конечного числа коррупционных сделок. Сделан вывод, что участник взаимодействия, обладающий информацией, в конечно повторяющейся игре должен действовать, игнорируя информацию или не пользоваться доступом к ней.

В третьей модели представлен общий случай взаимодействия чиновника и клиента. Модель представлена для n коррупционных эпизодов. Сделан вывод, что если гарантированный выигрыш чиновника в любом из коррупционных эпизодов ниже, чем его ожидаемый выигрыш от игры, в которой он игнорирует информацию, то чиновнику следует действовать, не следуя информации.

Во второй и четвертой математической модели описан процесс дележа взятки. В роли коррупционных эпизодов выступают предпочтения одного из участников дележа взятки. Во второй модели описан случай игры с ненулевой суммой. Сделан вывод, что чиновник, осуществляющий дележ взятки, не должен следовать своим предпочтениям в дележе взятки. В четвертой модели решена задача дележа взятки между двумя чиновниками при неизвестной вероятности принадлежности предпочтений чиновника к определенному типу. Вычисления в данной модели привели к выводу о среднем ожидаемом выигрыше и его зависимости от вероятности возникновения коррупционного эпизода.

Представлена реализация алгоритма первой модели в среде Wolfram Mathematica (см. Приложение)

Список литературы

[1] Robert J. Aumann Repeated games with incomplete information Robert /J. Aumann and Michael B. Mashler with collaboration of Richard B. Strearns - MIT Press. 1995. - 323 p.

[2] Петросян, Л. А. Теория игр / Л. А. Петросян, Н. А. Зенкевич, Е.А. Семина. – М.: Высшая школа. 1998. – 304 с.

[3] 3. William R. Clark Principle of comparative politics / William R. Clark, Matt G. Golder, Sona N. Golder. – CQ Press an Imprint of SAGE Publications, 2013. – 625 p.

[4] Ordeshook, Peter C. A political theory primer / Peter C. Ordeshook, 1942. – 323 c.

[5] J.Varburton Corruption as Social Process URL: http://press.anu.edu.au/wp-content/uploads/2013/03/ch13.pdf

[6] 6. Guillermo Ordonez Notes on Bayesian Games URL: http://www.sas.upenn.edu/ ordonez/pdfs/ECON

[7] Mazalov V.V.(Vladimir Viktorovich) Mathematical Game theory and applications/Vladimir Mazalov, Published by Willey. 2014. 432 p.

[8] Малафеев О.А. Зубов А.Ф. Математическое и компьютерное моделирование социально-экономических систем на уровне многоагентного взаимодействия(Введение в проблемы равновесия, устойчивости и надежности) СПб:СПбГУ, 2006,-1006 с.

[9] Зенюк Д.А., Малинецкий Г.Г., Фаллер Д.С. Социальная модель коррупции в иерархических структурах // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2013. № 87. 27 с. URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-87 .

[10] Колокольцев В.Н., Малафеев О.А. Математическое моделирование многоагентных систем конкуренции и кооперации. СПб: Лань. 2012. 624 с.

[11] Robert J. Aumann "Survey of Repeated Games,"in Essays in Game Theory and Mathematical Economics in Honor of Oskar Morgenstern, Vol 4 of Gesellschaft, Recht, Wirtschaft, Wissenschaftsverlag, edited by V. Bohm, Bibliographisches Institut, Mannheim, 1981, p. 11-42.

[12] Котельников И.А. Latex по-русски./ Котельников И.А., Чеботаев П.З. Новосибирск: Сибирский хронограф, 2004.496 с.

[13] Jonathan Levin "Games of Incomplete Information"URL: http://web.stanford.edu/ jdlevin/Econ

[14] Professor Rod Garratt "Imperfect vs. Incomplete Information Games"URL: http://www.econ.ucsb.edu/ garratt/Econ171/Lect14Slides.pdf

[15] Yiling Chen "Extensive-Form Games with Imperfect Information"URL: http://www.eecs.harvard.edu/cs286r/courses/fall12/presentations/lecture3.pdf

Приложение

```
matr1={{a,b},{c,d}};(*payoff␣matrix*)
matr2={{e,f},{g,h}};

a=3;b=0;c=0;d=0;e=0;f=0;g=0;h=2;
p1=1/3;␣p2=2/3;(*вероятности*)
matr1␣//TraditionalForm
matr2␣//TraditionalForm
(*\Gamma1␣and␣\Gamma2)
ur1=Solve[alpha*matr1[[1,1]]+(1-alpha)*matr1[[2,1]]
==alpha*matr1[[1,2]]+(1-alpha)*matr1[[2,2]],alpha];
If[(alpha/.ur1[[1]])==0,z1=Drop[matr1,{1,1}],
z1=Drop[matr1,{2,2}]];
If[z1[[1,1]]>=z1[[1,2]],z1=Drop[z1,{},{1,1}]];
ur2=Solve[betta*matr2[[1,1]]+(1-betta)*matr2[[2,1]]
==betta*matr2[[1,2]]+(1-betta)*matr2[[2,2]],betta];
If[(betta/.ur2[[1]])==0,z2=Drop[matr2,{1,1}],
z2=Drop[matr2,{2,2}]];
If[z2[[1,1]]>=z2[[1,2]],z2=Drop[z2,{},{1,1}]];

normform1={};
For[i=1,i<3,i++,
If[i==1,normform1=Append[normform1,{matr1[[i,1]]*p1+
matr2[[i,1]]*p2,matr1[[i,2]]*p1+matr2[[i,2]]*p2}]]
If[i==2,normform1=Append[normform1,{matr1[[i-1,1]]*p1+
matr2[[i,1]]*p2,matr1[[i-1,2]]*p1+matr2[[i,2]]*p2}]]]

normform2={};
For[i=1,i<3,i++,
If[i==1,normform2=Append[normform2,{matr1[[i+1,1]]*p1+
```

```
matr2[[i,1]]*p2,matr1[[i+1,2]]*p1+matr2[[i,2]]*p2}]]
If[i==2,normform2=Append[normform2,{matr1[[i,1]]*p1
+matr2[[i,1]]*p2,matr1[[i,2]]*p1+matr2[[i,2]]*p2}]]]
(*нормальная␣форма␣игры␣Г*)
vnormalform=Join[normform1,normform2]//MatrixForm

unormalform={};
For[i=1,i<3,i++,
unormalform=Append[unormalform,{matr1[[i,1]]*p1+
matr2[[i,1]]*p2,matr1[[i,2]]*p1+matr2[[i,2]]*p2}]]
(*нормальная␣форма␣игры␣дельта*)
unormalform//MatrixForm
Solve[alpha*unormalform[[1,1]]+(alpha-1)*
unormalform[[2,1]]==alpha*unormalform[[1,2]]+
(1-alpha)*unormalform[[2,2]],alpha]
Solve[betta*unormalform[[1,1]]+(1-betta)*
unormalform[[1,2]]==betta*unormalform[[2,1]]+
(1-betta)*unormalform[[2,2]],betta]
```