

Отзыв на выпускную квалификационную работу
“Невырожденные раскраски графов”
студента 4 курса бакалавриата 01.03.01 Математика
Мишуры Петра Степановича

Я ознакомил Петра Мишуру с задачей о правильных раскрасках графов с дополнительными условиями на окрестность. Наиболее классическое ограничение такого типа придумано Монтгомери в 2003 году — это *динамическая* раскраска, где требуется наличие не менее чем двух разных цветов в окрестности каждой вершины степени не менее 2. Обобщая это понятие, Гравин в 2009 году ввел понятие (c, p) -правильной раскраски: в окрестности любой вершины степени p должно быть не менее c разных цветов. Было доказано существование (c, p) -правильной раскраски графе G в $\Delta(G)$ цветов (так мы обозначаем максимальную степень графа G), где p — многочлен 4 степени от c . Есть похожая, но немного другая ветка — β -умеренные раскраски, придуманные Ридом и др. в 1997 году: каждый цвет встречается не более Δ раз. Было доказано существование β -умеренные раскраски графе G в $d + 1$ цветов, где $d \geq \Delta(G)$ — весьма большое число (в работе применяются вероятностные методы).

Я показал Петру работы Рида и Гравина. В результате Петр стал исследовать задачу о правильной раскраске вершин так, чтобы в окрестности каждой вершины v было не более чем $\frac{d_v}{c}$ разных цветов, где d_v — степень вершины, а c — общая для всех вершин константа. Раскраска ведется в $\Delta(G)$ цветов (максимальная степень), как в теореме Брукса. Опишем основной результат работы Петра Мишуры. Правильная раскраска ρ называется m_v -невырожденной, если окрестность вершины v степени d_v содержит не менее чем m_v разных цветов, где m_v — функция от v . Доказано, что если G — граф степени не более d , не содержащий полного подграфа K_{d+1} , где d — достаточно большое число, а $m_v = \frac{d(v)}{18} - 10\sqrt{d_v \ln d}$ для каждой вершины v , то существует m_v -невырожденная правильная раскраска вершин графа G в d цветов.

С самого начала совместной работы с Петром я понял, что его интересует применение вероятностных методов в теории графов. Именно в этой технике и выполнена его работа. Соответствует техники и ограничение в словах “ достаточно большое d ” — оно весьма велико.

Результат Петра новый и содержательный. Сравнивая его с известными, понимаем, что это и не результат Гравина (там мера разноцветности общая для всех вершин большой степени), и не результат Рида (там раскраска ведется в $d + 1$ цветов, что проще). Работа выполнена полностью самостоятельно. Сначала в ней ведется

перестройка графа — он подготавливается к применению вероятностной техники, которая в итоге применяется к перестроенному графу, что обеспечивает результат.

К сожалению, вынужден сказать о недостатках работы. Автор так и не смог написать работу, вчерне готовую год назад в таком виде, что ее можно было бы нормально читать. С огромным трудом удалось убедить Петра разбить текст доказательства на части и утверждения, что позволило понимать происходящее. Однако, многие подробности опущены, особенно это касается Теоремы 2 — важного утверждения о том, что граф можно перестроить. В загруженном тексте присутствует ряд опечаток, затрудняющих понимание еще больше. Радует, что автор всегда может быстро ответить на вопрос, что в тексте имеется в виду, не радует, что такие вопросы постоянно возникают. Надеюсь, что в будущем автор, наделенный большими способностями, что следует из доказанных им результатов, поймет, что так писать нельзя. В частности, думаю, что нужно опубликовать эту работу, но лишь после переписывания в приличном виде.

Тем не менее, считаю, что мы должны оценить в первую очередь математическую составляющую работы. А это новый результат с верными, хотя и крайне неряшливо записанными, доказательствами. Поэтому считаю, что работа достойна оценки отлично, а её автор заслуживает присвоения степени бакалавра.

Тискин Александр Владимирович
д.ф.-м.н., доцент Санкт-Петербургского Государственного Университета

05.06.2003