

Отзыв научного руководителя  
на выпускную квалификационную работу  
«Плотности решеток трансляций»  
студента 4 курса бакалавриата 01.03.01 Математика  
Алиева Аркадия Артемовича

В дипломной работе Аркадия Алиева доказана гипотеза Эндре Макаи о максимизаторе для неразделимых упаковок выпуклой фигуры, а также улучшена ранее известная оценка в аналогичной задаче в трёхмерном пространстве.

Рассмотрим сумму по Минковскому выпуклой фигуры  $A$  и некоторой решётки в  $\mathbb{R}^2$ . Если никакие две точки  $A$  не отличаются на вектор решётки, то получается упаковка плоскости параллельными переносами фигуры  $A$ . Возникают естественные вопросы, например, классический вопрос о плотности плотнейшей упаковке  $A$ . Можно задавать и другие вопросы: упаковка называется неразделимой, если любая прямая пересекает хотя бы один из переносов фигуры. Оценки на минимальную плотность неразделимых упаковок были получены Эндре Макаи в 1978 году, тогда же им был задан вопрос о максимизаторе в этой задаче, то есть требовалось найти плоскую фигуру, у которой минимальная плотность неразделимых упаковок была бы максимальной. Гипотеза оказалась неожиданно трудной и оставалась открытой 40 лет. Аркадий справился и доказал, что максимизатором является эллипс. Доказательство Аркадия достаточно элементарное, но весьма изобретательное и элегантное.

Ещё одним результатом работы является улучшение оценки Смита для упаковки выпуклых тел в  $\mathbb{R}^3$ . А именно, показано, что для любого центрально-симметричного выпуклого тела в  $\mathbb{R}^3$  существует решётка сдвигов, дающая упаковку  $\mathbb{R}^3$  с плотностью 0.54755... (ранее была известна оценка 0.53835..., то есть Аркадий улучшает существующую оценку на 2%).

По полученным результатам подготовлена статья, она находится на стадии рецензирования в журнале. Работа выполнена целиком самостоятельно, роль руководителя сводилась к помощи в выборе атакуемых гипотез. Считаю, что работа достойна оценки «отлично».

05.06.2023

Научный руководитель  
д.ф.-м.н., член-корр. РАН,  
профессор СПбГУ

С.В. Иванов