

Отзыв научного руководителя
на выпускную квалификационную работу
«Песочные паттерны»
студента 4 курса бакалавриата 01.03.01 Математика
Гранина Павла Витальевича

Работа Павла Витальевича Гранина посвящена песочной модели — клеточному автомату с простыми правилами, выполнение которых (релаксация) напоминает процесс пересыпания песка. Известно, что если в начале координат на клетчатой плоскости положить n песчинок, а затем произвести релаксацию, то финальная картинка (после сжатия в \sqrt{n} раз) будет имеет фрактальный вид и предел в $*$ -слабой топологии. Отдельные части картинки с точностью до множества меры нуль описываются специального вида квадратичными формами, порождёнными Аполлониевой упаковкой окружностей на плоскости. Задачей Павла, с которой он прекрасно справился, было обобщить хотя бы какие-нибудь из этих результатов на случай регулярного графа степени 8: вершинами этого графа являются точки плоскости с целыми координатами, каждая вершина соединена с восемью ближайшими.

Результат релаксации большого числа песчинок в начале координат в таком графе, согласно экспериментам, визуализация результатов которых также потребовала большой изобретательности от Павла, тоже имеет фрактальную структуру, которая тоже описывается некоторыми квадратичными формами, но алгоритм их генерации уже абсолютно неясен. Павлу, однако, удалось найти серию упомянутых квадратичных форм, описываемую достаточно просто.

Далее, Павел доказал, что песочные состояния, построенные по квадратичным формам из этой серии, являются возвратными и максимальными в некотором смысле (что гарантирует появление этих состояний на изучаемых нами песочных картинках). Доказательство достаточно громоздкое, использует новые идеи, и заслуживает публикации после доработки текста.

Работа выполнена Павлом Граниным самостоятельно. Считаю, что она безусловно заслуживает оценки «отлично».

05.06.2023

Научный руководитель
д.ф.-м.н., член-корр. РАН,
профессор СПбГУ

С.В. Иванов