Санкт–Петербургский государственный университет

Ширяева Софья Игоревна

Выпускная квалификационная работа

Идентификация трудноопределимых параметров транспортировки газа по газопроводам

Уровень образования: бакалавриат
Направление 27.03.03 «Системный анализ и управление»
Основная образовательная программа СВ.5118.2018 «Системный анализ и прикладные компьютерные технологии»

Научный руководитель:
профессор, кафедра моделирования электромеханических и компьютерных систем,
д.ф. - м.н. Курбатова Галина Ибрагимовна

Рецензент:
профессор, СПбГМТУ
д.ф. - м.н. Павловский Валерий Алексеевич

Санкт-Петербург
2022 г.

Содержание

Введение

Во время транспортировки газа в газопроводе важно обеспечить безопасность функционирования газопровода, поэтому задача обнаружения места утечки актуальна до сих пор. Основная причина возникновения утечек – разгерметизация трубопровода. При этом сами утечки различаются по масштабу: малые – утекает меньше 5% от общего расхода, средние – утекает от 5% до 12% от общего расхода и большие.

Методы определения утечек условно можно разделить на два класса: внешние и внутренние. К внешним методам относятся: осмотр трубопровода, акустические и оптические методы исследования состояния трубопровода. С помощью таких методов можно довольно оперативно и точно определить место и размер утечки. Однако такие методы требуют установки и обслуживания дорогостоящего оборудования, что приводит к большим расходам. Подробнее данные методы рассмотрены в работах [1-3].

Внутренние методы обнаружения места утечки основаны на создании адекватной математической модели (цифрового двойника) и на хорошей вычислительной технике [4-14]. К недостаткам таких методов относится невозможность определить причину утечки, а также трудность использования при более чем одной утечки. Однако данные методы просты в реализации и экономичны.

Целью выпускной квалификационной работы являлось создание математической модели транспортировки природного газа по трубам и последующее решение задачи расчета возможной утечки малой и средней интенсивности. В основу математической модели положена система установившегося течения газа в одномерной постановке. При решении обратной задачи также предполагается, что утечка стационарная и задача об определении координаты места утечки решается в предположении, что установился новый стационарный режим течения. Целью работы являлось решение обратной задачи расчёта координаты места утечки как по общей математической модели установившегося течения, так и изучение возможных упрощённых вариантов модели и расчёт координаты места утечки по ним.

Постановка задачи

Целью выпускной квалификационной работы являлось создание математической модели транспортировки природного газа по трубам и последующее решение задачи расчета возможной утечки малой и средней интенсивности. В основу математической модели положена система установившегося течения газа в одномерной постановке. При решении обратной задачи также предполагается, что утечка стационарная и задача об определении координаты места утечки решается в предположении, что установился новый стационарный режим течения. Также целью работы являлось решение обратной задачи расчёта координаты места утечки как по общей математической модели установившегося течения, так и изучение возможных упрощённых вариантов модели и расчёт координаты места утечки по ним.

Обзор литературы

Система обнаружения утечек имеет решающее значение для безопасности эксплуатации действующего трубопровода [5, 6]. Методы обнаружения утечек делятся на внешние и внутренние. Внешние методы связаны с визуальным контролем газопровода. Внутренние методы – это модельные методы обнаружения утечек. Эти методы основаны на постоянном измерении давления и массы на входе и выходе из трубопровода [7, 8]. Существует много работ по исследованию нестационарного течения газа. Редди и др. [9] построили нестационарную модель течения газа для поиска утечек в реальном времени. Ван и Кэрролл [10] реализовали данный подход для обнаружения утечек газа и жидкости в трубопроводе. В работах [11, 12] предложено решение задачи обнаружения места утечки жидкости в подводных газопроводах. В работе [4] представлен метод расчета координаты места утечки газа для газопроводов, давление в которых не превышает 100 атм. Обзор публикаций, посвящённых проблеме расчёта местоположения утечки газа в газопроводе, содержится, например, в работе [2].

Глава 1. Модель I

Для моделирования неизотермического установившегося течения природного газа по трубопроводам, начиная с 70-х годов прошлого века [13] и до настоящего времени [14], успешно используется следующая сравнительно общая одномерная

Модель I.

Уравнение неразрывности:

$$\rho u S = Q^0, \tag{1}$$

уравнение движения (баланс импульса):

$$\frac{d}{dz}(p + \rho u^2) = -\frac{\lambda \rho |u|}{4R} + \rho g \cos \alpha(z), \tag{2}$$

тепловое уравнение:

$$\rho u c_p \frac{dT}{dz} = \rho u T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \frac{dp}{dz} + \frac{\lambda \rho u^2 |u|}{4R} + 2\beta \frac{T^* - T}{R}, \tag{3}$$

уравнение состояния:

$$pV = R_g T Z(p, T), \quad V = 1/\rho. \tag{4}$$

В системе уравнений (1)–(4) $Z(p, T)$ — коэффициент сжимаемости газа; V — удельный объем газа; R_g — газовая постоянная, зависящая от состава газовой смеси; z, L — координата вдоль оси газопровода и его длина; ρ, p, T, u — плотность, давление, температура и скорость газа соответственно; R, S — внутренний радиус и площадь поперечного сечения газопровода; g — ускорение свободного падения; $\alpha(z)$ — угол между направлением силы тяжести и осью газопровода в z-ом сечении; λ — коэффициент гидравлического сопротивления; β — суммарный коэффициент теплопередачи; c_p — коэффициент удельной теплоемкости газовой смеси при постоянном давлении; Q^0 — массовый расход газа; T^* — температура окружающей среды.

Модель используется во многих работах, например в программном комплексе OLGA. В этой модели присутствуют параметры, которые нельзя измерить, это λ - коэффициент гидравлического сопротивления, β - суммарный коэффициент теплопередачи через многослойную боковую поверхность. Надёжнее всего эти параметры идентифицировать на участках трубы, где мы можем гарантировать их постоянство, с помощью обратной задачи.

Для системы уравнений (1)–(4) ставятся граничные условия:

$$z = 0, \quad p = p_0, \quad T = T_0. \tag{5}$$

Данная модель подходит для множества задач. Она учитывает неизотермичность процессов, рельеф трассы, условия теплообмена.

Уравнение состояния записано через коэффициент сжимаемости. Это связано с тем, что вся модель записана в терминах термодинамических независимых переменных давления и температуры. Есть подход, когда модель записывается в терминах плотности и температуры, в этом случае можно использовать аналитические уравнения состояния, которые достаточно точны в широком диапазоне изменений переменных.

Основная проблема заключается в том, чтобы в широком диапазоне изменения температуры и давления задать коэффициент сжимаемости. Действительно, существует уравнение, задающее этот коэффициент в достаточно широком диапазоне, но за счёт такого широкого спектра применения, само уравнение получается очень громоздким, а вычисления с ним становятся затруднительными. На практике же такой широкий диапазон не требуется. Поэтому используются более простые варианты зависимости коэффициента сжимаемости от давления и температуры. Например:

- Зависимость Латонова - Гуревича (от 30 МПа до 17 МПа)

$$Z_{LG} = (0.4 \ln T_b + 0.73)^{p_b} + 0.1 p_b.$$

- Аналитическое уравнение Редлиха-Квонга

$$Z_{RK}^3 - Z_{RK}^2 + \alpha Z_{RK} - \beta = 0.$$

- Уравнение Бертло (до 10 МПа)

$$Z = 1 + 0.07\frac{p}{p_c}\frac{T_c}{T}(1 - 6\frac{T_c^2}{T^2}).$$

- Зависимость, полученная Клемешевым и Курбатовой, обработкой данных p, V и T методом наименьших квадратов (от 23 МПа до 17 МПа)

$$Z = n_1\widetilde{T}^2 + n_2\widetilde{T} + n_3\widetilde{p}^2 + n_4\widetilde{p}^2 + n_5 + n_6\widetilde{T}\widetilde{p}.$$

Во всех дальнейших расчётах рассматриваются газопроводы средних давлений (до 10 МПа) и, соответственно, используется уравнение Бертло

$$Z = 1 + 0.07\frac{p}{p_c}\frac{T_c}{T}(1 - 6\frac{T_c^2}{T^2}).$$

Для дальнейших расчётов перейдём к безразмерным величинам. За независимые термодинамические величины примем p и T, а за независимую длину - l. l_x, T_x, p_x — независимые характерные величины, принятые равными: $l_x = L$, $T_x = T_c$, $p_x = p_c$. Остальные переменные выразим через них:

$$\begin{gathered}\tilde{z} = \frac{z}{l_x}, \quad \tilde{T} = \frac{T}{T_x}, \quad \tilde{p} = \frac{p}{p_x}, \quad \rho_x = \frac{p_x}{R_g T_x Z(p_x, T_x)}, \\ u_x = \frac{Q^0}{\rho_x S}, \quad \tilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho_x}, \quad \tilde{u} = \frac{u}{u_x}, \quad \tilde{T}^* = \frac{T^*}{T_x}.\end{gathered} \tag{6}$$

Полученная безразмерная система уравнений (1)–(4), известным образом приводится к системе двух обыкновенных дифференциальных уравнений, разрешенных относительно производных $d\tilde{p}/d\tilde{z}$, $d\tilde{T}/d\tilde{z}$. Опустим волнистые линии у безразмерных величин везде, где это не приводит к двусмысленности.

Безразмерная модель установившегося течения смеси газов для горизонтальной трассы примет вид:

$$\rho u = 1, \tag{7}$$

$$\frac{dp}{dz} = \frac{f_5 - f_2 f_6}{f_1 - f_2 f_3} = F_1(p, T), \tag{8}$$

$$\frac{dT}{dz} = \frac{f_1 f_6 - f_3 f_5}{f_1 - f_2 f_3} = F_2(p, T), \tag{9}$$

$$\rho = \frac{pZ(1, 1)}{TZ(p, T)}, \tag{10}$$

$$Z(p, T). \tag{11}$$

Безразмерные функции $f_1 - f_6$ для любого безразмерного уравнения состояния $p = \rho TZ(p, T)/m_4$ имеют вид:

$$f_1(p, T) = 1 + m_1 \frac{T}{p} \left(-\frac{Z}{p} + \frac{\partial Z}{\partial p} \right),$$

$$f_2(p, T) = \frac{m_1}{p} \left(Z + T \frac{\partial Z}{\partial T} \right),$$

$$f_3(p, T) = -m_3 \frac{T}{p} \left(Z + T \frac{\partial Z}{\partial T} \right),$$

$$f_4(p, T) = Z(p, T),$$

$$f_5(p, T) = m_2 \frac{TZ}{p},$$

$$f_6(p, T) = m_5 \left(\frac{TZ}{p} \right)^2 + m_6 \left(T^* - T \right).$$

Безразмерные комплексы $m_1 - m_6$ равны:

$$m_1 = \frac{\left(Q^0\right)^2 R_g T_x}{S^2 p_x^2},$$

$$m_2 = -m_1 \frac{\lambda L}{4R},$$

$$m_3 = \frac{R_g}{c_p},$$

$$m_4 = Z(p_x, T_x) = Z(1, 1),$$

$$m_5 = \frac{\lambda L \left(Q^0\right)^2 R_g^2 T_x}{4RS^2 c_p p_x^2},$$

$$m_6 = \frac{2\beta\pi RL}{Q^0 c_p}.$$

Дополним модель граничными условиями:

$$z = 0, \quad p(0) = \frac{p_0}{p_x}, \quad T(0) = \frac{T_0}{T_x}.$$

1.1 Расчёт места утечки по Модели I

Расчет координаты утечки газа можно сформулировать как обратную задачу. Достоверное решение обратной задачи возможно лишь при условии, что соответствующая прямая задача хорошо изучена. Также для удовлетворительного результата необходимо рассчитать трудноопределимые параметры модели такие, как коэффициент гидравлического сопротивления и суммарный коэффициент теплопередачи. Эти параметры рассчитываются на участках трубы, где можно гарантировать их постоянство. Алгоритм расчёта этих параметров из решения обратной задачи приведён в книге [15]. Решение задачи идентификации этих параметров позволяет обеспечить адекватность математической модели течения газа в реальных задачах.

Прямая задача идентификации решается так: задаётся место утечки, и труба разбивается на два участка: до утечки и после. И на двух участках рассчитываются все параметры транспортировки. На первом участке рассчитвается с расходом, заданным на входе, на втором – с расходом, который устанавливается на выходе из трубы. При вычисление места утечки используется метод квазилинеаризации Беллмана. Для того, чтобы иметь возможность им воспользоваться, необходимо перенести искомый параметр (то есть координату места утечки) в правую часть дифференциальных уравнений. Чтобы осуществить данный переход необходимо ввести новые независимые переменные.

На первом участке (до утечки):

$$z \in [0, l] : y = \frac{z}{2l}, y \in \left[0, \frac{1}{2}\right]. \tag{12}$$

На первом участке модель преобразуется следующим образом:

$$\frac{dp_1}{dy} = 2lF_1(p_1, T_1) = \Phi_1(p_1, T_1, l), \tag{13}$$

$$\frac{dT_1}{dy} = 2lF_2(p_2, T_2) = \Phi_2(p_1, T_1, l), \tag{14}$$

$$\frac{dl}{dy} = 0. \tag{15}$$

Граничные условия на первом участке:

$$y = 0 : p_1 = \frac{p_0}{p_c}, T_1 = \frac{T_0}{T_c}.$$

На втором участке (после утечки):

$$z \in [l, 1] : x = 1 - \frac{1 - z}{2(1 - l)}, x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right].$$

На втором участке модель преобразуется следующим образом:

$$\frac{dp_2}{dx} = 2(1 - l)\tilde{F}_1(p_2, T_2) = \psi_1(p_2, T_2, l), \tag{16}$$

$$\frac{dT_2}{dx} = 2(1 - l)\tilde{F}_2(p_2, T_2) = \psi_2(p_2, T_2, l), \tag{17}$$

$$\frac{dl}{dx} = 0. \tag{18}$$

Граничные условия на втором участке:

$$x = \frac{1}{2} : p_2 = p_1(\frac{1}{2}), T_2 = T_1(\frac{1}{2}).$$

Впервые эта замена была использована в работе [13] для скважины.

Таким образом получены две системы, которые могут быть решены методом квазилинеаризации Беллмана. Подробно этот метод описан в книге [15] на примере идентификации параметров λ и β в модели (1)–(4).

Основная идея этого метода заключается в том, что решение ищется итерационно, на каждой итерации решение системы нелинейных уравнений заменяется решением системы линеаризованных уравнений относительно предыдущей итерации [15].

1.2 Расчёт безразмерной координаты l места утечки на (s+1)-й итерации

Для наглядности и компактности записей перейдём к векторной форме записи системы уравнений (13)–(18).

$$\frac{d\vec{u}}{dy} = \vec{\Phi}(\vec{u}),$$

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} p_1 \\ T_1 \\ l \end{pmatrix},$$

$$\vec{\Phi} = \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Итак, приходим к одному нелинейному векторному уравнению относительно вектора неизвестных $\vec{u}$. Пусть на s-й итерации известен вектор неизвестных $\vec{u}$. Тогда на (s+1)-й итерации вектор неизвестных $\vec{u}^{s+1}$ определяется из линеаризованного уравнения:

$$\frac{d\vec{u}^{s+1}}{dy} = \vec{\Phi}(\vec{u}^{s}) + J^{s}(\vec{u}^{s+1} - \vec{u}^{s}).$$

J^s – матрица Якоби, равная:

$$J^s = \begin{pmatrix} \Phi_{1p} & \Phi_{1T} & \Phi_{1l} \\ \Phi_{2p} & \Phi_{2T} & \Phi_{2l} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Она рассчитывается в каждой точке (y) при значениях давления ($p_1^s(y)$), температуры ($T_1^s(y)$) и координаты (l^s), найденных на s-й итерации.

Однако, полученное линеаризованное уравнение ещё достаточно сложное для решения. Успех решения этой задачи связан с возможностью дальнейшего упрощения. А именно, допустима гипотеза о линейной зависимости давления и температуры следующего вида [14]:

$$p_1^{s+1}(y) = a_1(y) l^{s+1} + a_3(y), \tag{19}$$

$$T_1^{s+1}(y) = a_2(y) l^{s+1} + a_4(y). \tag{20}$$

Справедливость этой гипотезы доказывается непосредственным расчётом по прямой задаче в исследуемой области изменений давления, температуры и величины утечки.

Запишем уравнения (19)–(20) в векторной форме:

$$\vec{u}^{s+1} = C\vec{u}^{s+1} + \vec{g},$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\vec{g} = \begin{pmatrix} a_3 \\ a_4 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Используя это представление для вектора $\overrightarrow{u^{s+1}}$ в линеаризованном уравнении приходим к следующим уравнениям относительно матрицы C и вектора $\vec{g}$:

$$\frac{dC}{dy} = J^s C, \tag{21}$$

$$\frac{d\vec{g}}{dy} = \vec{\Phi}(\vec{u}^s) + J^s(\vec{g} - \vec{u}^s). \tag{22}$$

Матричное уравнение (21) эквивалентно системе двух обыкновенных дифференциальных уравнений относительно функций $a_1(y)$ и $a_2(y)$, а векторное уравнение (22) эквивалентно системе двух обыкновенных дифференциальных уравнений относительно функций $a_3(y)$ и $a_4(y)$. Граничные условия имеют вид:

$$a_1(0) = 0, a_2(0) = 0, a_3(0) = \frac{p_0}{p_x}, a_4(0) = \frac{T_0}{T_x}.$$

В результате, приходим к двум системам из обыкновенных дифференциальных уравнений, решая которые рассчитываем функции $a_1(y), a_2(y), a_3(y), a_4(y)$, в том числе значения этих функций при $y = \frac{1}{2}$, то есть на конце первого участка [14].

Проведя аналогичные вычисления на втором участке, используя линейное представление функций $p_2^{s+1}(x), T_2^{s+1}(x)$ от l^{s+1} в каждой точке x второго участка

$$p_2^{s+1}(x) = b_1(x)l^{s+1} + b_3(x),$$

$$T_2^{s+1}(x) = b_2(x)l^{s+1} + b_4(x),$$

рассчитываем функции $b_1(x), b_2(x), b_3(x), b_4(x)$ при граничных условиях:

$$x = \frac{1}{2} : b_1 = a_1(\frac{1}{2}), b_2 = a_2(\frac{1}{2}), b_3 = a_3(\frac{1}{2}), b_4 = a_4(\frac{1}{2}).$$

По функциям $b_1(x)$ и $b_3(x)$ определяются их значения при $x = 1$ (на конце газопровода). Из гипотезы о линейности для второго участка при $x = 1$ для давления получаем равенство:

$$p_2^{s+1}(1) = b_1(1)l^{s+1} + b_3(1),$$

с помощью которого находится безразмерная координата места утечки на $(s + 1) -$ й итерации:

$$l^{s+1} = \frac{p_2^{s+1} - b_3(1)}{b_1(1)}. \tag{23}$$

Давление $p_2^{s+1}(1)$ считается известным на любой итерации ($p_2^{s+1} = P(L)/p_x$, где $P(L)$ - размерное давление на конце газопровода, которое известно из эксперимента).

Таким образом, рассчитывается безразмерная координата места утечки на $(s + 1)$-й итерации [14]. Условием окончания итерационного процесса является выполнение неравенства

$$\left|l^{s+1} - l^s\right| < \epsilon, \tag{24}$$

ϵ - находится в результате вычислительного эксперимента для рассматриваемой задачи. Для установления практической сходимости итерационного метода достаточно показать, что с ростом номера итерации убывает величина δl^{s+1}, равная

$$\delta l^{s+1} = \left| \frac{l^{s+1} - l^{s}}{l^{s}} \right|.$$

Решение задачи поиска места утечки на следующих итерациях проводится аналогично.

По приведенному алгоритму расчёта l^{s+1} была реализована программа с помощью программного пакета Mapel. Результаты тестовых расчётов по этой программе приведены далее (табл. 1)

Глава 2. Упрощения Модели I

В ряде практических задач Модель I допускает упрощения, позволяющие проинтегрировать упрощённую систему уравнений аналитически. Это существенно упрощает решение задачи расчёта места утечки. Рассмотрим варианты упрощения:

- $p \gg \rho u^2$, то есть силы давления много больше сил инерции;
- $\beta = 0$, то есть рассматривается адиабатическое течение, считая, что трубопровод идеально теплоизолирован;
- газ при давлениях больше 20 атм. нельзя считать идеальным и пользоваться уравнением состояния $p = \rho R_g T$. Однако во многих работах используется приближение: $p = \rho R_g T \bar{Z}$, где $\bar{Z} = const$ - эффективный коэффициент сжимаемости. Конечно, это предположение оправдано далеко не всегда и может приводить не только к количественным, но и к качественным ошибкам. Однако, в ряде случаев это предположение допустимо. Окончательный ответ на вопрос о допустимости подобного упрощения может быть получен только из сравнения с расчётами по общей Модели I (или сравнением с соответствующими экспериментальными данными).

Запишем размерное тепловое уравнение (3) при $\beta = 0$:

$$\rho u c_p \frac{dT}{dz} = \rho u T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \frac{dp}{dz} + \frac{\lambda \rho u^3}{4R}. \tag{25}$$

Пусть допустимо упрощение $p \gg \rho u^2$, тогда размерное уравнение движения (2) записывается в виде:

$$\frac{dp}{dz} = -\frac{\lambda \rho u^2}{4R}. \tag{26}$$

Размерное уравнение состояния (4) оставляем без изменения.

Рассмотрим подробнее правую часть теплового уравнения. Заметим, что одно слагаемое можно выразить через второе следующим образом (с учётом уравнений (4) – (26)) :

$$\rho u T \left(\frac{\partial V}{\partial T}_p \frac{dp}{dz} \right) = \rho u T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \left(- \frac{\lambda \rho u^2}{4R} \right) = \frac{\lambda \rho u^3}{4R} \left(\rho T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \right). \tag{27}$$

Рассмотрим вариант, при котором $Z(p, T) = const = Z^*$. Тогда

$$\left(\rho T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \right) = 1,$$

так как $\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{R_g Z^*}{p}$. Из уравнения (4) получаем $\rho T = \frac{p}{R_g Z^*}$. В этом варианте упрощений общей системы приходим к следующему тепловому уравнению,

$$\rho u c_p \frac{dT}{dz} = - \frac{\lambda \rho u^3}{4R} + \frac{\lambda \rho u^3}{4R} = 0.$$

То есть $\frac{dT}{dz} = 0$, следовательно, $T = const = T_0 \Big|_{z=0}$, следовательно, процесс изотермичен. С упрощением $T = const$ существует много работ, например статья учёных из Нигерии «Аналитическая модель для оценки места утечки в трубопроводе при транспортировке природного газа», опубликованная в 2019 году. В реальности же $Z(p, T) \neq const \neq Z^*$.

Примем в модели $\beta = 0$, $p \gg \rho u^2$ и попытаемся учесть влияние падения давления в потоке на падение температуры.

Оставим в правой части упрощенного теплового уравнения слагаемое, пропорциональное $\left(\rho u T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \frac{dp}{dz} \right)$, с некоторым постоянным безразмерным коэффициентом пропорциональности. То есть запишем размерное уравнение (4) в виде:

$$\rho u c_p \frac{dT}{dz} \approx \gamma \rho u T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \frac{dp}{dz}. \tag{28}$$

Перейдём к безразмерным величинам:

$$\tilde{T} = \frac{T}{T_c}, \quad \tilde{p} = \frac{p}{p_c}, \quad \tilde{z} = \frac{z}{L}, \quad \tilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho_c}, \quad \rho_c = \frac{p_c}{R_g T_c Z_c},$$

$$Z_c = const = Z(p_c, T_c) = Z(1, 1).$$

Тогда уравнение (28) в безразмерном виде при $Z \approx Z^*$ примет вид:

$$\frac{c_p}{L}\frac{d\tilde{T}}{d\tilde{z}} = \gamma\tilde{T}\frac{R_g Z^* p_c}{p_c \tilde{p} L}\frac{d\tilde{p}}{d\tilde{z}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{d\tilde{T}}{d\tilde{z}} = \frac{\gamma}{c_p} R_g Z^* \frac{\tilde{T}}{\tilde{p}}\frac{d\tilde{p}}{d\tilde{z}}. \tag{29}$$

Введём два эффективных параметра модели:

$$\bar{c}_p = \frac{c_p}{\gamma}, \qquad Z^*. \tag{30}$$

Опустим волнистые линии у безразмерных величин везде, где это не приводит к двусмысленности, и запишем упрощённое безразмерное тепловое уравнение (29) в виде:

$$\frac{dT}{dz} = n\frac{T}{p}\frac{dp}{dz}, \tag{31}$$

где безразмерный комплекс n равен:

$$n = \frac{R_g Z^*}{\bar{c}_p}. \tag{32}$$

Приведём уравнение движения (26) к безразмерному виду. Учтём, что

$$\rho u = \frac{Q}{S}; \quad \rho u^2 = (\rho u)^2\frac{1}{\rho} = \left(\frac{Q}{S}\right)^2\frac{1}{\rho}; \quad \tilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho_c}; \quad \frac{1}{\rho_c} = \frac{R_g T_c Z_c}{p_c}.$$

Тогда уравнение движения примет вид:

$$\frac{d\tilde{p}}{d\tilde{z}} = -\frac{\lambda L}{4R}\left(\frac{Q}{S}\right)^2\frac{R_g T_c Z_c}{p_c^2}\frac{1}{\tilde{\rho}}. \tag{33}$$

Безразмерное уравнение состояния при $Z(p,T) \simeq Z^*$ зписывается следующим образом:

$$\tilde{p} = \tilde{\rho}\tilde{T}\frac{Z^*}{Z_c}. \tag{34}$$

Из уравнения (4) следует:

$$\frac{1}{\tilde{\rho}} = \frac{\tilde{T} Z^*}{Z_c \tilde{p}}. \tag{35}$$

Подставим уравнение (35) в (33) и запишем полученное уравнение движения в безразмерной форме:

$$\frac{dp}{dz} = -c\frac{T}{p}, \tag{36}$$

где безразмерный комплекс c равен:

$$c = \frac{\lambda L}{4R}\left(\frac{Q}{S}\right)^2 \frac{R_g T_c Z^*}{p_c^2}. \tag{37}$$

Таким образом приходим к следующей упрощённой безразмерной Модели II:

$$\begin{cases} \rho u = 1, \\ \dfrac{dp}{dz} = -c\dfrac{T}{p}, \\ \dfrac{dT}{dz} = -cn\dfrac{T^2}{p^2}, \\ \rho = \dfrac{pZ_c}{TZ(p,T)}. \end{cases} \tag{38}$$

Граничные условия для данной системы:

$$z = 0: \quad p_0 = \frac{P(0)}{p_c}, \quad T_0 = \frac{T(0)}{T_c}.$$

Безразмерные комплексы c (37), n (32) и эффективные параметры $\bar{c}_p$ и Z^* подлежат определению.

Система уравнений Модели II может быть проинтегрирована аналитически. Опуская выкладки, приведём найденное аналитическое решение системы нелинейных дифференциальных уравнений Модели II.

$$p(z) = (1 - (2-n)cz)^{\frac{1}{2-n}}, \tag{39}$$

$$T(z) = (1 - (2-n)cz)^{\frac{n}{2-n}} \tag{40}$$

2.1 Расчёт эффективных параметров Модели II

Потребуем, чтобы на выходе из газопровода (то есть при $z = 1$) давление (39) равнялось p_I, где p_I - безразмерное давление либо измеренное экспериментально на выходе, либо рассчитанное по общей Модели I. А температура (40) равнялось T_I, где T_I - безразмерная температура либо измеренная экспериментально на выходе, либо рассчитанная по общей Модели I. Таким образом получим:

$$p_I = (1 - (2 - n)c)^{\frac{1}{2-n}}, \tag{41}$$

$$T_I = (1 - (2 - n)c)^{\frac{n}{2-n}}. \tag{42}$$

Из равенств (40)-(41) следует:

$$T(z) = (p(z))^n\,. \tag{43}$$

Равенства (41) и (42) позволяют записать равенство на конце трубопровода: $T_I = (p_I)^n$. Отсюда находим безразмерный комплекс n:

$$n = \frac{\ln T_I}{\ln p_I}. \tag{44}$$

Зная величину n, из равенства (41) можно найти Z^*. А именно:

$$Z^* = \frac{1 - p_I^{(2-n)}}{(2 - n)c_0}, \tag{45}$$

$$\text{где,}\quad c_0 = \frac{\lambda L Q^2 R_g T_x}{4RS^2 p_x^2}.$$

Зная Z^*, учитывая формулы (44) и (45), из формулы (32) находим $\bar{c}_p$:

$$\bar{c}_p = \frac{R_g Z^*}{n}. \tag{46}$$

Распределение давления и температуры рассчитываются по формулам (39) – (40), в которых все величины определены. Распределение размерного давления (в атмосферах) определяется по формуле (39), а распределение размерной температуры (в °C) определяется по формуле (40) следующим образом:

$$p_f(z) = p(z)p_x/101325,$$
$$T_f(z) = T(z)T_x - 273,15.$$

Из уравнения состояния по найденным безразмерным величинам давления и температуры находим распределение размерной плотности и размерной скорости:

$$\rho_f(z) = \frac{p(z)}{T(z)(Z^*/Z_x)}\rho_x, \tag{47}$$

$$u_f(z) = \frac{Q}{S\rho_f(z)}. \tag{48}$$

2.2 Расчёт места утечки по Модели II

Как отмечалось выше, при наличии утечки в точке l_a весь газопровод разбивается на два участка. Первый участок: $z \in [0, l_a]$. Второй участок: $z \in [l_a, 1]$. Модель II для второго участка выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \rho u &= 1, \\ \frac{dp}{dz} &= -\hat{c}\frac{T}{p}, \\ \frac{dT}{dz} &= -\hat{c}n\frac{T^2}{p^2}, \\ p &= \rho T(Z^*/Z_x). \end{aligned} \tag{49}$$

$$\text{где} \quad \hat{c} = \hat{c}_0 Z^*, \quad \hat{c}_0 = \frac{\lambda L\hat{Q}^2 R_g T_c}{4RS^2 p_c^2},$$

$$\hat{Q} = Q - \delta Q.$$

$\hat{Q}$ - расход на выходе из газопровода, который определяется экспериментально.

Граничные условия для этой модели:

$$z = l_a: \quad p = p_a, \quad T = T_a.$$

При наличии утечки, распределения $p(z)$ и $T(z)$ находятся из Модели II, с указанными граничными условиями. Величины p_a и T_a рассчитываются по ранее выведенным формулам. Тогда выражения для давления и температуры на втором участке будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} p(z) &= (1 - l_a(2-n)(c-\hat{c}) - z(2-n)\hat{c})^{\frac{1}{(2-n)}}, \\ T(z) &= (1 - l_a(2-n)(c-\hat{c}) - z(2-n)\hat{c})^{\frac{n}{(2-n)}}. \end{aligned} \tag{50}$$

Считаем, что экспериментальное давление на выходе их газопровода известно и равно P_L. По этой величине находим безразмерное экспериментальное давление: $p_L = \frac{P_L}{p_x}$. Полагаем, что $p_L(z=1) = p_L$. Тогда из формулы (50) для безразмерного давления при $z = 1$ следует аналитическая формула для расчёта безразмерной координаты места утечки:

$$l_a = \frac{(p_L)^{(2-n)} - 1 + (2-n)\hat{c}}{(2-n)(\hat{c} - c)}, \tag{51}$$

$$\text{где} \quad n = \frac{R_g Z^*}{\bar{c}_p}, \quad c = c_0 Z^*,$$

$$c_0 = \frac{\lambda L Q^2 R_g T_c}{4RS^2 p_c^2}, \quad \hat{c} = \hat{c}_0 Z^*,$$

$$\hat{c}_0 = \frac{\lambda L \hat{Q}^2 R_g T_c}{4RS^2 p_c^2}.$$

Большое значение найденное простое аналитическое решение для координаты места утечки имеет, если использовать его в качестве начального приближения в итерационном методе идентификации места утечки.

Расчеты проводились для разных наборов параметров модели. В качестве примера приведены результаты расчета для следующего тестового набора:

$$\begin{aligned} &R = 0.5 \text{ м}, \quad Q^0 = 450 \text{ кг/с}, \quad L = 50 \text{ км}, \quad \lambda = 0.0087, \\ &p_0 = 75 \text{ атм}, \quad T_0 = 313.15 \text{ K}, \quad R_g = 493.5 \text{ Дж/(кг·К)}, \\ &T_c = 193.7 \text{ K}, \quad p_c = 45.4 \text{ атм}, \quad c_p = 2695 \text{ Дж/(кг·К)} \end{aligned} \tag{52}$$

Величины параметров R_g, T_c, p_c в наборе (52) соответствуют смеси газа, содержащей 95.6% метана, состав смеси и характеристики ее компонент приведены в книге [15].

(В наборе (52) приведены округленные значения величин, кроме того, давление указано в (атм), длина трубопровода в (км). В расчетах все величины задавались в системе СИ и с большой точностью.)

В табл. 1 приведены результаты расчётов координаты места утечки для набора параметров (52). по найденному аналитическому решению (51), принятому за $l^{(0)}$, и по итерационной процедуре решения приведённой в пункте 1.2. В табл. 1 обозначено: l – истинное значение безразмерной координаты места утечки, $l^{(0)}$ – координата места утечки, полученная из Модели II, $l^{(1)}$ – координата места утечки, полученная при использовании $l^{(0)}$ в качестве начального приближения в итерационном методе идентификации места утечки, $\delta l = |l - l^{(1)}| \cdot L$ – модуль абсолютной погрешности расчета размерной координаты места утечки (в метрах).

Таблица 1

l	$l^{(0)}$	$l^{(1)}$	δl (м)
0.2	0.19422	0.20002	1.2
0.4	0.3954	0.40003	1.95
0.6	0.5968	0.599999	0.025
0.8	0.79832	0.79991	4.27
0.9	0.89914	0.89993	3.16

Вывод 1. Данные таблицы 1 демонстрируют высокую точность расчёта координаты места утечки уже в первой итерации при использовании в качестве нулевого приближения аналитической формулы (51).

Глава 3. Упрощённая изотермическая Модель III

Как было показано раньше, при $Z(p,T) = const = Z^*$ имеем:

$$\left(\rho T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p\right) = 1.$$

Из уравнения (4) получаем $\rho T = \frac{p}{R_g Z^*}$. В этом варианте упрощений общей системы приходим к следующему тепловому уравнению,

$$\rho u c_p \frac{dT}{dz} = -\frac{\lambda \rho u^3}{4R} + \frac{\lambda \rho u^3}{4R} = 0,$$

следовательно $\frac{dT}{dz} = 0$, то есть, $T = const = T_0\Big|_{z=0}$, соответственно, процесс изотермичен.

В отличии от Модели II, где частично сохранён эффект влияния падения давления на изменение температуры, здесь будем считать процесс изотермическим, как это строго следует из теплового уравнения (27) при $Z = const$. В результате приходим к следующей упрощенной изотермической Модели III.

$$\begin{cases} \rho u = 1, \\ \dfrac{dp}{dz} = -c_1 \rho u^2, \\ p = \rho \dfrac{Z_*}{Z_x}, \\ p\Big|_{z=0} = p_0, \quad T = const = T_0. \end{cases}$$

По той же схеме, по которой была рассчитана безразмерная координата утечки в упрощенной Модели II, для упрощенной Модели III выводится аналитическая формула расчёта безразмерной координаты места утечки:

$$l_a = \frac{p_0^2 - p_1^2 - 2\hat{c}_1}{2(c_1 - \hat{c}_1)}, \tag{53}$$

$$p_1 = \frac{p_L}{p_x}.$$

В виду отсутствии экспериментальных данных в качестве экспериментального давления p_L в расчетах задавалось безразмерное давление на выходе, рассчитанное по Модели I при заданной утечке газа. В таблице 2 приведены результаты расчета координаты l места утечки газа по формуле (53) для набора параметров (52) при интенсивности утечки, равной: $\delta Q = 45$ кг/с. В табл. 2 обозначено: l — истинное значение безразмерной координаты места утечки, $\delta z_a = |l - l_a| \cdot L$ — модуль абсолютной погрешности расчета размерной координаты места утечки (в метрах).

Таблица 2: Расчет координаты места утечки

l	l_a	$\delta l_a = \lvert l\_l_a \rvert$	δz_a (м)
0.2	0.199723	0.000277	13.85
0.4	0.399774	0.000226	11.30
0.6	0.599834	0.000165	8.28
0.8	0.799908	0.000092	4.59
0.9	0.899951	0.000048	2.42

Вывод 2. Данные табл. 2 свидетельствуют о существовании области изменений основных параметров, в которой допустимо использование упрощенной Модели III и следующей из нее простой формулы (53) для расчета координаты места утечки.

Глава 4. Расчёт распределения температуры в рамках комбинированного подхода

Как следует из расчетов по общей Модели I, при наборе параметров (52) для горизонтального теплоизолированного ($\beta = 0$) трубопровода температура газа не является постоянной. Давление, рассчитанное по упрощенной изотермической Модели III близко к давлению, рассчитанному по неизотермической Модели I. Это свидетельствует о том, что небольшие изменения температуры практически не сказываются на поведении давления в потоке газа.

Для расчёта распределения температуры в Модели III предлагается следующий подход: распределение температуры $T(z)$ рассчитывается по приведенному ниже уравнению сохранения полной энергии, при этом распределение давления считается известным из расчета по упрощенной изотермической Модели III, в качестве уравнения состояния используется уравнение состояния Бертло.

Как известно [13, 15], в общей Модели I вместо теплового уравнения (3) можно использовать уравнение сохранения полной энергии, которое для одномерного установившегося течения газа (т. е. в рамках Модели I) записывается в размерном виде следующим образом:

$$\frac{d}{dz}\left(\rho u S\left(e + \frac{p}{\rho}\right)\right) = -\frac{2\beta(T - T^*)}{R} + u\rho g \cos\alpha(z), \tag{54}$$

$$e = h - \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2},$$

h – удельная энтальпия, e – удельная полная энергия.

Для горизонтальной трассы при условии теплоизоляции ($\beta = 0$) уравнение энергии (54) имеет интеграл:

$$e(z) + \frac{p(z)}{\rho(z)} = const = \left(e + \frac{p}{\rho}\right)_{z=0},$$

который в терминах удельной энтальпии h имеет вид:

$$h(z) + \frac{u^2(z)}{2} = const = \left(h + \frac{u^2}{2}\right)_{z=0}. \qquad (55)$$

Зависимость энтальпии h от размерных величин давления p и температуры T может быть представлена в виде [13, 15]:

$$h = c_p^0(T - T^0) + J(p,T), \qquad (56)$$
$$J(p,T) = \int\limits_{p^0}^{p} \left(\frac{1}{\rho} - T\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{1}{\rho}\right)_p\right) dp.$$

Здесь T^0, p^0 – температура и давление, при которых рассматриваемая газовая смесь ведет себя как совершенный газ. Предполагается, что коэффициент c_p^0 удельной теплоемкости газовой смеси в состоянии совершенного газа при давлении $p^0 = 1$ (атм) можно считать постоянным в рассматриваемом диапазоне изменения температуры.

Перейдем к безразмерной форме, используя характерные величины $l_x = L$, $T_x = T_0$, $p_x = p_0$, кроме того, обозначим:

$$\frac{T^0}{T_x} = T_b, \quad \frac{p^0}{p_x} = p_b.$$

Сохраним для безразмерных величин те же обозначения, что и для размерных. Интеграл J в (56) в безразмерной форме с учетом уравнения состояния записывается в виде:

$$J = \frac{p_x}{\rho_x Z_x} J_b, \quad J_b = \int\limits_{p_b}^{p} \left(\frac{TZ(p,T)}{p} - T\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{TZ(p,T)}{p}\right)_p\right) dp.$$

Коэффициент $\dfrac{p_x}{\rho_x Z_x}$ с учетом выражения для характерной плотности равен $\dfrac{p_x}{\rho_x Z_x} = R_g T_x$. Интеграл уравнения энергии (55) в безразмерной форме имеет вид:

$$T - T_b + c_5 J_b + c_6 u^2 = c_7, \qquad (57)$$

безразмерные комплексы c_5–c_7 равны:

$$c_5 = \frac{R_g}{c_p^0}, \quad c_6 = \frac{u_x^2}{2\,c_p^0\,T_x}, \quad c_7 = 1 - T_b + c_5 J_b\Big|_{p=1,\,T=1} + c_6.$$

Интеграл J_b для уравнения состояния Бертло легко рассчитывается аналитически:

$$J_b = (p - p_b)\left(a - \frac{3b}{T^2}\right). \tag{58}$$

Безразмерные величины a и b в (58) определены равенствами:

$$\begin{aligned} a &= 0,07\frac{p_x}{p_c}\frac{T_c}{T_x}, \\ b &= 0.42\frac{p_x}{p_c}\left(\frac{T_c}{T_x}\right)^3, \\ Z_x &= 1 + a - b. \end{aligned} \tag{59}$$

Оценим допустимость пренебрежения кинетической энергией по сравнению с энтальпией в интеграле уравнения энергии. Как следует из (57), вклад кинетической энергии оценивается величиной безразмерного коэффициента c_6. Коэффициент c_6 выражается через коэффициент $c_0 = \left(\frac{Q^0}{S}\right)^2 \frac{R_g T_x Z_x}{p_x^2}$ по формуле

$$c_6 = c_0 \frac{R_g}{2\,c_p^0} Z_x$$

из которой следует: $c_6 < c_0$.

Малость безразмерного коэффициента c_0 позволяет не только пренебречь силами инерции по сравнению с давлением в уравнении движения, но и свидетельствует о малости кинетической энергии по сравнению с энтальпией в интеграле (55) сохранения полной энергии.

Малость коэффициента c_0 характерна для многих задач транспортировки газа. Например, для набора параметров (52) безразмерные коэффициенты c_0 и c_6 равны: $c_0 = 8 \cdot 10^{-4}$, $c_6 = 8 \cdot 10^{-5}$. Это позволяет записать интеграл уравнения энергии (57) с учетом выражения для J_b (58) следующим образом:

$$T(z) - T_b + c_5(p(z) - p_b)\left(a - \frac{3b}{T^2(z)}\right) = c_8, \tag{60}$$
$$c_5 = \frac{R_g}{c_p^0}, \quad c_8 = 1 - T_b + c_5(1 - p_b)(a - 3b).$$

В Модели III давление $p = p(z)$ в (60) рассчитывается по формуле

$$p(z) = (1 - 2c_1 z)^{\frac{1}{2}}$$

при отсутствии утечки и по формуле

$$p(z) = (1 - 2l_a(c_1 - \hat{c}_1) - 2\hat{c}_1 z)^{\frac{1}{2}}, \quad \text{где} \quad \hat{c}_1 = c^a Z^*, \quad c^a = \left(\frac{Q_L}{S}\right)^2 \frac{\lambda L}{4R}\frac{R_g T_x}{p_x^2}$$

– на втором участке при наличии утечки в l_a. Уравнение (60) является кубическим относительно безразмерной температуры. При отсутствии утечки уравнение (60) можно представить в виде ($z \in [0, 1]$):

$$T^3(z) + D(z)T^2(z) - B(z) = 0, \tag{61}$$
$$D(z) = c_5 a\big(p(z) - p_b\big) - T_b - c_8,$$
$$B(z) = 3c_5 b\big(p(z) - p_b\big).$$

При наличии утечки в сечении с безразмерной координатой l_a температура на первом участке рассчитывается по уравнению (61), в котором давление $p(z)$ определено равенством

$$p(z) = (1 - 2c_1 z)^{\frac{1}{2}},$$

на втором участке температура рассчитывается по тому же уравнению (61), но при давлении $p(z)$, определенном равенством

$$p(z) = (1 - 2l_a(c_1 - \hat{c}_1) - 2\hat{c}_1 z)^{\frac{1}{2}}, \quad \text{где} \quad \hat{c}_1 = c^a Z^*, \quad c^a = \left(\frac{Q_L}{S}\right)^2 \frac{\lambda L}{4R}\frac{R_g T_x}{p_x^2}.$$

В таблице 3 для набора параметров (52) при температуре $T^0 = 280$ K и давлении $p^0 = 1$ атм приведены результаты расчета температуры (в °C) по общей Модели I (T_{I}) и по уравнению (61) (T_{A}) при отсутствии утечки газа.

Таблица 3: Распределение температуры в трубопроводе (без утечки)

z (км)	T_{I} (°C)	T_{A} (°C)	$\delta T = \lvert T_{\mathrm{I}} - T_{\mathrm{A}} \rvert$ (°C)
10	39.1425	39.1462	0.0037
20	38.2467	38.2496	0.0029
30	37.3076	37.3046	0.0030
40	36.3192	36.3042	0.0150
50	35.2739	35.2400	0.0339

В табл. 4 приведен результат расчета распределения температуры при том же наборе параметров, в тех же обозначениях, что использованы в табл. 3, на втором участке трубопровода при утечке интенсивностью $\delta Q = 45$ кг/с в сечении с безразмерной координатой $l_a = 0.2$.

Таблица 4: Распределение температуры на втором участке при заданной утечке газа ($l_a = 0.2$, $z_a = 10$ км)

z (км)	T_{I} (°C)	T_{A} (°C)	$\delta T = \lvert T_{\mathrm{I}} - T_{\mathrm{A}} \rvert$ (°C)
15	38.7848	38.7886	0.0038
25	38.0493	38.0508	0.0015
35	37.2846	37.2803	0.0043
45	36.4876	36.4735	0.0141
50	36.0758	36.0550	0.0208

Данные таблиц 3 и 4 свидетельствуют о том, что предложенный подход позволяет с высокой точностью рассчитать распределение температуры в трубопроводе, как в штатном режиме, так и при наличии утечки газа, по кубическому уравнению (61), в котором давление рассчитано по упрощенной изотермической Модели III.

Выводы

1. Приведённые расчёты координаты места утечки по найденному аналитическому решению, которое получено в соответствии с упрощённой Моделью II, продемонстрировали эффективность использования этой аналитической формулы в качестве нулевого приближения в итерационной процедуре решения обратной задачи расчёта координаты места утечки по общей модели.

2. Обоснована допустимость использования упрощённой изотермической модели и следующей из неё аналитической формулы расчёта координаты места утечки в ряде задач транспортировки газа для давления на входе, не превышающего 100 атм.

3. Продемонстрирована высокая точность расчёта температуры по предложенному варианту комбинированного подхода для теплоизолированного трубопровода.

Заключение

В работе исследована задача расчета места утечки газа средней интенсивности для газопроводов, давление в которых не превышает 100 атмосфер.

Исследованы разной степени общности модели установившегося течения смеси газов по трубам.

Система уравнений общей установившейся одномерной модели течения смеси газов решена численно методом Рунге-Кутты. Приведен итерационный алгоритм расчета координаты места утечки, основанный на методе квазилинеаризации Беллмана.

Предложена упрощенная неизотермическая модель течения. Для системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений этой модели получено аналитическое решение. Предложены алгоритм расчета эффективных параметров этой модели и аналитическая формула расчета координаты места утечки. Продемонстрирована эффективность использования найденного аналитического решения в качестве нулевого приближения при расчете координаты места утечки методом итерации по общей модели.

Рассмотрена комбинированная упрощенная модель, в которой давление и координата места утечки рассчитываются в изотермическом приближении, а расчет температуры осуществляется по выведенному кубическому уравнению, коэффициенты которого определяются по найденному распределению давления. Продемонстрирована высокая точность расчета координаты места утечки и распределений давления и температуры по этой комбинированной упрощенной модели для теплоизолированных газопроводов.

Предложенные модели могут быть использованы и для газопроводов сверхвысокого давления при соответствующем изменении уравнения состояния газовой смеси.

Список литературы

[1] *Murvay P. S.* and *Silea I.*, A survey on gas leak detection and localization techniques. // J. Loss Prev. Process Ind. 2012. Vol. 25. P. 966–973.

[2] *Бутиков Ю. А.*, *Чура Н. И.*, *Широченский С. И.* Современные дистанционные методы и аппаратура контроля утечек из магистральных трубопроводов // Сер. Автоматизация, телемеханизация и связь с газовой промышленностью. М.: ИРЦ Газпром, 1995. 43 с.

[3] *Liu A. E.* Overview: Pipeline Accounting and Leak Detection by Mass Balance, Theory and Hardware Implementation. Quantum Dynamics, Inc., 2008.

[4] *Курбатова Г. И.*, *Клемешев В. А.* Математический аппарат обнаружения места утечки в газопроводах // Математическое моделирование. 2021. Т. 33. № 8. С. 27–41.

[5] *Nicholas, E.*, *Carpenter, P.*, *Henrie, M.*, *Hung, D.*, *Kundert, C.*, A New Approach to Testing Performance of a Pipeline Leak Detection System, 2017. Paper prepared for presentation at the PSIG Annual Meeting held in Atlanta, Georgia, USA.

[6] *Kegang Ling*, *Guoqing Han, X. N*, *Chunming Xu*, *Jun He*, *Peng Pei*, and *Jun Ge*, A New Method for Leak Detection in Gas Pipelines, 2015, Paper (SPE 1891568) accepted for presentation at the SPE/AAPG/SEG Unconventional Resources Technology Conference, Denver.

[7] *Baltazar, S. T.*, *Azevedo Perdicoúlis, T. P* and *Lopes dos Santos, P.*, Quadripole Models for Simulation and Leak Detection on Gas Pipelines, 2016. Paper prepared for presentation at the PSIG Annual Meeting held in Vancouver, British Columbia.

[8] *Qian, D.*, *Fox, P. H.* and *See, B. L.*, Accurate Natural Gas Load Hourly Forecasting Using ANN Model Trained with Multiple Parameters'. 46th PSIG Annual Meeting, 2015, New Orleans, LA, USA.

[9] *Reddy, H. P.*, *Narasimhan, S.*, and *Bhallamudi, S. M.*, Simulation and State Estimation of Transient Flow in Gas Pipeline Networks Using Transfer Function Model. Ind. Eng. Chem. Res, 2006. 45 (11): 3853–3863.

[10] *Wang, S.* and *Carroll, J. J.*, Leak Detection for Gas and Liquid Pipelines by Online Modeling. SPE Proj Fac and Const 2 (2): 1–9, 2007. SPE- 104133-PA.

[11] *Gajbhiye, R. N.* and *Kam, S. I.*, Leak Detection in Subsea Pipeline: A Mechanistic Modeling Approach with Fixed Pressure Boundaries. Presented at the Offshore Technology Conference, Houston, 5–8 May, 2008. OTC-19347-MS.

[12] *Zhu, H.*, *Lin, P.* and *Pen, Q.*, A CFD (Computational Fluid Dynamics) Simulation for Oil Leakage from Damaged Submarine Pipeline, Energy, 2014, 64, 887-899

[13] *Васильев О. Ф.*, *Бондарев Э. А.*, *Воеводин А. Ф.*, *Каниболотский М. А.* Неизотермическое течение газа в трубах. Новосибирск: Наука, 1978. 128 с.

[14] Kurbatova G. I., Ermolaeva N. N. Sensitivity analysis of the gas transmission offshore pipeline model to variations of the model parameters // *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes* 2019. vol. 15. iss. 1. pp. 47–61. https://doi.org/10.21638/11702/spbu10.2019.104

[15] *Курбатова Г. И.*, *Ермолаева Н. Н.*, *Филиппов В. Б.*, *Филиппов К. Б.* Проектирование газопроводов в северных морях. СПб.: Лань, 2020. 352 с.

[16] *Thiberville C.*, *Wang Y.*, *Waltrich P.*, *Williams W.*, & *Kam S. I.* Modeling of Smart Pigging for Pipeline Leak Detection: From Mathematical Formulation to Large-Scale Application. SPE Gas & Oil Technology Showcase and Conference, 21–23 October, 2019, Dubai, UAE. Society of Petroleum Engineers. https://doi.org/10.2118/198648-MS.

[17] *Nicholas E.*, *Carpenter P.*, *Henrie M.*, *Hung, D.*, *Kundert, C.* A New Approach to Testing Performance of a Pipeline Leak Detection System. Paper prepared

for presentation at the PSIG Annual Meeting held in Atlanta, Georgia, USA. 2017.

[18] *Лаптева Т. И.*, *Мансуров М. Н.* Обнаружение утечек при неустановившемся течении в трубах // Нефтегазовое дело. 2006. 15 с.

[19] *Obibuike Ubanozie Julian*, *Ekwueme Stanley Toochukwu*, *Ohia Nnaemeka Princewill*, *Igwilo Kevin Chinwuba*, *Onyejekwe Ifeanyi Michael*, *Igbojionu Anthony Chemazu* Analytical Model for the Estimation of Leak Location in Natural Gas Pipeline // International Journal of Oil, Gas and Coal Engineering. 2019. Vol. 7. N 4. P. 95–102.
`https://doi.org/10.11648/j.ogce.20190704.12`

[20] *Fukushima K.*, *Maeshima R.*, *Kinoshita, A.*, *Shiraishi H.*, and *Koshijima I.* Gas pipeline leak detection system using the online simulation method // Comp Chem Engng. 2000. Vol. 24. P. 453–456.

[21] *Воеводин А. Ф.*, *Никифоровская В. С.* Численный метод определения места утечки жидкости или газа в трубопроводе // Сибирский журнал индустриальной математики. 2009. Т. 12. № 1(37), С. 25–30.

[22] *Селезнев В. Е.*, *Бойченко А. Л.*, *Прялов С. Н.* Оперативное обнаружение разрывов магистральных газопроводов // Математическое моделирование. 2006. Т. 18. № 2. С. 101–112.

[23] *Коршунов С.* Идентификация утечек газа. Магистральные газопроводы высокого давления. Lambert Academic Publishing, 2014. 218 с.

[24] *Alarcón-Ramos L. Á.* and *Pérez P. P. G.* A Useful Application of a Simulator for Leak Events in Pipelines // Int. J. of Applied Mathematics, Computational Science and Systems Engineering. 2021. Vol. 3. P. 76–84.

[25] *Сивухин Д. В.* Общий курс физики. Термодинамика и молекулярная физика. Т. II. М.: Физматлит, 2006. 544 с.;

[26] *Рид Р.*, *Праусниц Дж.*, *Шервуд Т.* Свойства газов и жидкостей. Ленинград: «Химия», 1982. 592 с.

[27] *Kurbatova G.*, *Klemeshev V.*, *Philippov V.* Calculation of depressurization coordinate in underground and offshore gas pipelines // 5th International Conference on Mathematical Models & Computational Techniques inScience & Engineering, London, UK, August 22–24, 2021. https://youtu.be/Qi8rZFQH4aI