Санкт-Петербургский государственный университет

***ПЛОТНИКОВ Алексей Константинович*  
Выпускная квалификационная работа**

**ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ МАРКЕРЫ СМЕНЫ РОЛИ В СПОНТАННОМ ДИАЛОГЕ**

Уровень образования: магистратура

Направление: 45.04.02 «Лингвистика»

Основная образовательная программа: ВМ.5715 «Общая и прикладная фонетика (General and applied phonetics)»

Профиль: «Фонетика и речевая коммуникация»

Научный руководитель: Кафедра фонетики и методики преподавания иностранных языков СПбГУ, кандидат филологических наук, доцент   
Кочаров Даниил Александрович

Рецензент: ООО «ЦРТ» заместитель

директора департамента Толстунова Екатерина Викторовна

**Санкт-Петербург**

**2022**

ОГЛАВЛЕНИЕ

[ВВЕДЕНИЕ 3](#_Toc104152154)

[ГЛАВА 1. СТРУКТУРНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ДИАЛОГА 9](#_Toc104152155)

[1.1 Явления, маркирующие смену роли 9](#_Toc104152156)

[Механизм смены роли 9](#_Toc104152157)

[Пауза 18](#_Toc104152158)

[Тип интонационного контура 20](#_Toc104152159)

[Изменение интенсивности 22](#_Toc104152160)

[Изменение темпа 23](#_Toc104152161)

[Предпаузальное удлинение 27](#_Toc104152162)

[Деклинация 29](#_Toc104152163)

[Ларингализация 32](#_Toc104152164)

[Придыхательная фонация 33](#_Toc104152165)

[Выводы по главе I 36](#_Toc104152166)

[ГЛАВА 2. ПРАКТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ 37](#_Toc104152167)

[Пилотные исследования 37](#_Toc104152168)

[Эксперименты с ЧОТ 42](#_Toc104152169)

[Эксперимент с ЧОТ 2 48](#_Toc104152170)

[Эксперимент с темпом 51](#_Toc104152171)

[Эксперимент с предпаузальным удлинением 55](#_Toc104152172)

[Эксперимент с ларингализацией 56](#_Toc104152173)

[Выводы по главе II 60](#_Toc104152174)

[ЗАКЛЮЧЕНИЕ 61](#_Toc104152175)

[Электронное приложение 63](#_Toc104152176)

[ПРИЛОЖЕНИЕ 1 68](#_Toc104152177)

[ПРИЛОЖЕНИЕ 2 69](#_Toc104152178)

[ПРИЛОЖЕНИЕ 3 70](#_Toc104152179)

[СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 140](#_Toc104152180)

# ВВЕДЕНИЕ

Диалог представляет собой сложный процесс общения, обычно языкового, между двумя и более лицами. Сама природа диалога предполагает его сложность. Специфика диалога как сложного единства самым тесным образом связана с его тематической цельностью, с характером содержания, с движением мысли. Реплика как компонент диалога совмещает в себе акции и реакции, высказывания взаимосвязаны, это цепь переплетающихся или параллельных реплик нескольких лиц; также в структуре диалога важны внеречевые моменты: цели высказываний, степень подготовленности говорящих, отношения между собеседниками, обстановка общения, социальная среда и так далее. Диалог включает в себя вопросно-ответный комплекс, определяющий характер реакций на стимульную реплику: синтез, противоречие, спор, объяснение, ссора, сообщение, обсуждение, беседа. Дополнительным средством передачи информации являются и экстралингвистические факторы: мимика, жесты, обусловленные социально, соответствующие интеллектуальному и эмоциональному состоянию говорящего. Это влияет и на грамматические особенности диалога. Это устная перемежающаяся речь, но она является синтаксическим целым. Диалог как продукт речевого обмена в конечном счете представляет собой звучащий и часто зафиксированный единый текст, принадлежащий не одному лицу. В данном процессе его участники периодически меняются ролями, принимая по очереди то позицию говорящего, то слушающего. Реплику одного участника диалога от другого обычно отделяет короткая пауза, однако довольно частотны и те случаи, когда пауза отсутствует, либо происходит наложение одной реплики на другую.

В настоящее время, тема эффективности речевой коммуникации становится всё более актуальной. Вместе с тем повышается интерес к спонтанной, неподготовленной диалогической речи. Одной из причин необходимости в изучении диалога как процесса является внедрение в нашу жизнь всевозможных технических устройств, широко использующих наряду с графическим интерфейсом и возможность голосового управления, что диктует необходимость в максимально точном моделировании диалогической речи, от уровня естественности которой зависит удобство и эффективность использования технических устройств.

**Объектом** данного исследования является спонтанная диалогическая речь.

**Предметом** исследования выбраны языковые явления, которые маркируют смену роли говорящего и слушающего в процессе диалога.

**Актуальность** данной работы обусловлена тем, что исследование по выявлению и описанию маркирующих явлений произведено на материале современной русской диалогической речи, что позволяет отразить в нём современные языковые тенденции. Популярность набирают голосовые поисковые вопросы, результаты данного исследования могут быть полезными в изучении голосовых ассистентов.

Научная **новизна** данного исследования заключается в том, что вышеупомянутые явления рассматриваются и описываются в качестве маркеров смены роли. Данное исследование проводилось на материале современного русского языка. Большинство наблюдений других исследователей проводились на материале английского и французского языков, русский материал остается недостаточно исследованным.

**Гипотеза** данного исследования заключается в том, что высказывания участников диалога содержат в себе лингвистические маркеры, которые могут указывать на возможную смену ролей между собеседниками. Помимо признаков завершенности и цельнооформленности реплики могут иметь некоторые признаки, побуждающие собеседника к реакции в виде встречной реплики.

**Цель** данного исследования состоит в определении маркеров смены роли в русской речи, и получении их подробного описания на материале корпуса современной русской спонтанной диалогической речи CoRuSS.

**Задачи** данного исследования:

1. Отбор и описание явлений, предположительно влияющих на процесс смены роли в диалоге;

2. Разработка методов получения данных о потенциальных маркерах смены роли в диалоге, подготовка экспериментального материала, проведение серии аудиторских экспериментов, использование полученного материала в формировании выводов по чередованию ролей говорящих субъектов;

3. Интерпретация данных и определение степени влияния явлений, предположительно оказывающих влияние на процесс смены роли в диалоге.

Данная работа имеет опытный характер и ее положения могут быть использованы в дальнейших исследованиях данной области, а именно в более детальном изучении маркирующих явлений и их комбинаций в спонтанной диалогической речи, выявления разного рода зависимостей, таких как зависимость от коммуникативного типа высказывания, стиля речи, возрастных и гендерных особенностей говорящих. Также полученные данные относительно современных языковых тенденций могут быть полезны для работ, посвящённых современной культуре речевого общения и эффективности речевой коммуникации. В этом заключается **теоретическая** значимость данного исследования.

**Практическая** же значимость данной работы состоит в возможности использования вычислений, данных и результатов текущей работы при разработке виртуальных голосовых помощников для автоматического определения границ реплик при поисковых запросах и для адекватного ведения диалога с пользователем.

Структура работы определяется целями и задачами исследования. Таким образом, работа состоит из введения, двух глав, заключения, а также приложений, списка использованной литературы.

В первой главе рассматриваются теоретические положения и описания явлений, рассматриваемых в данной работе. Во второй главе приведены результаты практического исследования с соответствующими выводами.

В заключении подводятся итоги работы, обобщаются результаты и общие выводы.

Приложение содержит (таблицы, файлы программного кода, использованного при проведении серии аудиторских экспериментов, звуковые образцы предъявляемых стимулов с описанием и их иллюстрации).

**Методология исследования.**

В данном подразделе речь пойдёт о методах исследования, сбора и обработки данных к настоящей работе. Во-первых, стоит упомянуть об анализе и синтезе теоретической информации к данному исследованию, поиск и изучение работ по смежным направлениям, что позволило сформировать гипотезу к данной работе, а также определиться с практическими методами исследования, сбора и подсчёта данных.

В рамках практического исследования сначала был выбран материал в виде корпуса спонтанной диалогической речи CoRuSS, из которого был отобран, размечен и обработан экспериментальный материал. Разметка осуществлялась с помощью программы Wave Assistant, эта же программа использовалась для обработки речевого сигнала для создания стимула к экспериментам. Также для обработки была использована программа Praat и скрипт на языке Python.

После создания стимула в виде аудиозаписей для предъявления респондентам, был создан шаблон анкеты, который использовался для создания анкет к каждому из поставленных экспериментов, так как каждый эксперимент отличался в целом только предъявляемым аудио сигналом, зависящим от конкретной задачи.

Анкеты были созданы с помощью встроенных в краудсорсинговую платформу Яндекс.Толока инструментов, позволяющих написать код для проведения эксперимента на языке JavaScript, а также обеспечить её корректное предъявление и отображения с помощью разметки HTML и стилевого оформления CSS. Функционал платформы позволил выбрать параметры респондентов, такие как пол, возраст, родной язык и уровень образования. После получения ответов данные, сохранённые в текстовом формате были подсчитаны с помощью скрипта, написанного на языке Python.

Пилотный эксперимент стоит упомянуть отдельно. В отличие от вышеупомянутых анкет, в пилотном эксперименте был поставлен эксперимент в реальном времени, что обеспечивало возможность регистрации времени реакции респондента. Скрипт для эксперимента был написан на языке PsychoPy Python. Ответы были преобразованы в метки с привязкой ко времени в формате Wave Assistant .seg. Измерения временного расстояния между метками и границами реплик измерялось вручную в программе Wave Assistant.  
В ходе экспериментов были получены численные данные, к которым был применён метод статистического анализа для проверки значимости полученного результата и соответствия данной выборки генеральной совокупности.

Во-первых, был построен вариационный ряд, он был построен исходя из размера выборки. Так как вариационный ряд включает в себя варианты и частоты, то есть отдельные значения признака, которые он принимает в вариационном ряду и числа, показывающие, как часто встречаются те или иные варианты в ряду распределения.

Суммируя все частоты, был определён объём совокупности. В целом, построение вариационного ряда позволило по фактическим данным оценить форму закона распределения. Выборки к каждому эксперименту были проверены на нормальное распределение, что позволило утверждать о достоверности полученных данных и интерпретировать их соответствующим образом. Подробнее с вычислениями и их результатами можно ознакомиться в Приложении 3 настоящего исследования.

С экспериментальным материалом, иллюстрациями, скриптами и инструкциями по использованию скриптов, можно ознакомиться в электронном приложении, структура которого описана в Приложении 2 к данной работе.

# ГЛАВА 1. СТРУКТУРНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ДИАЛОГА

## 1.1 Явления, маркирующие смену роли

## Механизм смены роли

Исследователи упоминают о том, что реплики участников диалога очень чётко скоординированы между собой, имея в виду то, что каждый из собеседников точно знает, когда его или ее очередь говорить или слушать, а также случаи, когда перебивают или начинают говорить, не дождавшись конца реплики. Учёные приходят к выводу, что это может быть связано с тем, что процесс восприятия речи сопряжён с прогнозированием [35, с. 4].

Существование такого рода прогнозирования возможно при условии членения речевого сигнала на просодические составляющие, такие как фраза, синтагма и более мелкие [23, с. 27]. Несмотря на то, что прогнозирование осуществляется бессознательно, определение границ для разного уровня просодических единиц было бы невозможно без наличия определённых речевых маркеров — явлений, которые своим присутствием либо отсутствием указывают на просодическую границу.

К таким явлениям исследователи относят паузы, изменение темпа, интенсивности, частоты основного тона, наличие определённого типа фонации, предпаузального удлинения. [23, c. 23]. Упоминание о перечисленных явлениях в данном ключе можно встретить, например, в книге Михаэля Эшби и Джона Мэйдмента "Introducing Phonetic Science" [16, с. 171]. Кроме лингвистических маркеров автор выделяет и экстралингвистические, такие как мимика, жесты, направление взгляда, поза и так далее [16, c. 172]. Хотя экстралингвистические маркеры, в отличие от лингвистических не будут подробно рассматриваться в данной работе, однако о них необходимо упомянуть, поскольку они могут оказывать влияние на речевое общение при условии зрительного контакта между собеседниками.

Несмотря на то, что вышеупомянутые маркеры перечисляются множеством российских и зарубежных учёных, ряд вопросов, некоторые из которых приведены ниже, до сих пор остаются открытыми, что позволяет обозначить проблему данного исследования:

1) Реплики участников диалога неоднородны по продолжительности и могут содержать в себе разное количество явлений, маркирующих смену роли. Некоторые из маркирующих явлений, либо их сочетаний могут быть более значимы для восприятия границ, а другие — практически несущественны. Таким образом, существует необходимость в описании вышеупомянутых явлений, которые потенциально могли бы выступать в роли лингвистических маркеров относительно степени надёжности определения границ реплик.

2) В живой диалогической речи практически невозможно встретить только один из тех признаков, которых относят к явлениям, маркирующим просодическую границу. Зачастую, например, можно наблюдать снижение темпа речи вместе с ларингализацией или придыхательной фонацией. Таким образом, возникает вопрос: какое явление более существенно при определении просодической границы?

3) Третий вопрос связан с неоднородностью продолжительности реплики и степени выраженности признака, маркирующего границу смены роли. Возникает необходимость в установлении зависимости между длиной реплики и степенью выраженности признака. Например, если реплика одного из собеседников достаточно мала, то каким образом это влияет на количество маркирующих явлений или их степень их выраженности?

4) Четвёртый вопрос связан с тем, что некоторые реплики могут содержать в себе мотивацию к ответной реакции. Несмотря на то, что данное исследование касается нормативного диалога, в котором участники следуют нормам этикета и не перебивают друг друга, необходимо всё же принимать во внимание такое явление как наложение реплик. При наложении собеседник не дожидается окончания реплики говорящего и перехватывает инициативу в диалоге досрочно. В таких случаях имеет место такое понятие как мотивация, при которой намерение слушающего занять активную позицию значительно повышается. Предположительно, мотивация может быть обусловлена не только содержательным уровнем, контекстом общения, но также может быть создана акустическими средствами. Например, вопросительная интонация предположительно может сопровождаться повышением частоты основного тона, тем самым являясь мотивацией к ответной реакции одного из собеседников. Также она характеризуется определённым синтаксисом.

В настоящем исследовании диалог рассматривается как многоуровневый процесс, включающий в себя порождение, восприятие, прогнозирование речи. В широком смысле диалог — есть форма речи, при которой происходит непосредственный обмен репликами между двумя и более лицами, при которой каждая из реплик прямо адресуется собеседнику и оказывается ограниченной ситуативно в зависимости от непосредственной тематики разговора. Условия, в которых она протекает, определяют ряд особенностей. Таким образом, мы имеем дело с ситуативностью диалогической речи. Для неподготовленной диалогической речи характерно свободное от строгих книжных норм синтаксическое оформление фраз, [1, c. 128]. Диалогическая речь зачастую более эмоциональна, чем монологическая. Большую роль играет разнообразие в интонационном оформлении фраз, широкое употребление внеречевых средств, таких как мимика и жесты [12, c. 64]. Диалог противопоставляется монологу по наличию направленности высказывания, которая отсутствует в случае монолога, либо считается направленной на самого говорящего. В случае диалога наличие реплик и их чередование выступает в качестве основного формально-организующего признака.

Под репликой в данном исследовании понимается каждое отдельное высказывание лиц, принимающих участие в диалоге [12, c. 237]. Процесс чередования реплик в диалоге тесно сопряжён с переменой роли, поскольку в рамках одной роли реализуется одна реплика. Термин роль в рамках данного исследования применяется к участникам диалога и является эквивалентом термина “turn-taking”, употребляющегося в этом отношении в англоязычной традиции. Поскольку участники диалога в конкретный промежуток времени занимают определённую позицию: слушающего либо говорящего, в данном случае термин «роль» разграничивает эти две позиции. По этой причине, в контексте данного исследования употребляется термин «смена роли» как аналог термина “turn-taking”, употребляемого в англоязычной традиции.

Стоит учесть, что механизм смены роли имеет психологическую природу, и сведения, использованные для его описания, в своём большинстве взяты из сферы психологических дисциплин. К примеру, ещё в 1969 И. Гофман в своём исследовании замечает, что механизм смены роли и ведения диалога в целом напоминает по своей природе множество людей, идущих по одной и той же дороге, между собой при этом не сталкиваясь [25, c. 47] Он отмечает, что физиологически людям ничего не мешает говорить одновременно, так же, как и толкать, касаться друг друга, переходя улицу, однако поскольку это снижает продуктивность, они этого не делают. Учёный приходит к выводу, что скоординированность действий между участниками диалога, как и между участниками трафика достигается во многом благодаря тому, что они соблюдают некие правила, называемые нормами поведения или этикета [24, c. 2].

Идея о правилах Гофмана получила своё продолжение в статье по социальной психологии Старки Дункана [42, с. 7] в 1972 году. Автор отмечает, что выполнение правил возможно лишь благодаря восприятию определённых сигналов, реакция на которые может проходить бессознательно. Сигналы, в свою очередь делятся на следующие группы: а) сигналы говорящего, указывающие на готовность уступить активную роль собеседнику; б) сигналы говорящего о том, что он намеревается продолжить речевое сообщение; в) сигналы слушающего, относящиеся к явлению, рассматриваемому как в лингвистике, так и психологии, в англоязычной традиции называемому "backchannel signals", в русскоязычной литературе встречается в психологии, оно известно как "активное слушание" или "эмпатическое слушание". Понятие отражает процессы поддержания диалога со стороны слушающего, к примеру, при помощи речевых жестов “да", "ага" и так далее слушающего [19, с. 136].

Старки рассматривает процесс смены роли в диалоге не только со звуковой стороны. Автор отслеживает позу, жесты, направление взгляда и пр. Для фиксации данных используется метод видеофиксации и транскрипция. Транскрипция фиксирует как сегментные, так и супрасегментные единицы, также отдельно фиксируются любые движения, изменения позы и так далее. Автор отмечает необходимость подробной фиксации, поскольку доподлинно неизвестно что из всего потока событий является сигналом, а что нет [42, c. 285].

Сам механизм смены роли описывается как обмен сигналами, при наличии и отсутствии которых правила ограничивают количество возможных адекватных реакций на реплики собеседника. Процесс смены роли в норме происходит следующим образом: говорящий сигнализирует о том, что он готов уступить свою роль слушающему; слушающий, получив сигнал немедленно принимает роль говорящего, а сам говорящий, передав роль, при этом замолкает и принимает роль слушающего. В работе Старки описаны два случая в которых возможно наложение реплик.   
В первом случае слушающий занимает роль говорящего несмотря на то, что никаких сигналов о готовности её передать не было. Во втором случае говорящий подаёт сигналы о готовности уступить свою роль, однако резко меняет намерение и продолжает реплику, в то же время слушающий, получив сигнал, также вступает в роль говорящего.

Слушающий не обязательно вступает в роль говорящего, получив сигнал об уступке роли, при этом имеет место явление "активного слушания", при котором слушающий сигнализирует о том, что он не готов вступать в роль говорящего и намерен остаться в позиции слушателя [24, c. 2].

В исследовании Старки, а также Йенса Эдлунда [20, с. 24] приводится классификация сигналов об уступке роли говорящим. Всего автор выделяет шесть групп сигналов в поведении говорящего, предвещающих смену роли.

1) Сигналы в интонации. Здесь перечисляются мелодические паттерны, наблюдающиеся на стыке крупных значащих единиц (синтагм), характерные для американского английского. Для разметки используется система Трагера-Смита 1957 года. Как характерный сигнал, отмечается повышение или понижение ЧОТ к концу синтагмы со среднего уровня движения ЧОТ. Такое движение, по мнению автора указывает на то, что мы имеем дело с финальной синтагмой фразы.

2) Предпаузальное удлинение. Данное явление отмечено как фонетическое явление, а именно сигнал о готовности уступить роль говорящего.

3) Прекращение жестикуляции, либо расслабление рук, находившихся до этого в напряженной позиции. В качестве примера приводится позиция, в которой рука сжата в кулак во время говорения, но расслаблена к концу реплики.

4) Социоцентрические последовательности. Этим термином автор обозначает появление заполненных пауз, например, "как говорится", "если вы понимаете, о чём я", "так сказать" и пр. Как отмечается в самой работе, данные последовательности не несут никакой смысловой нагрузки.

5) Мелодика и громкость. В данном пункте описывается то, что нам известно под термином деклинация. При этом деклинация как по ЧОТ, так и по интенсивности. Эту группу явлений автор так же относит к паралингвистическим сигналам.

6) Синтаксис. Завершенность и полнота грамматической конструкции.

К сигналам говорящего о намерении продолжить речь, Старки относит только жестикуляцию.

Несмотря на то, что языки мира в значительной степени различаются между собой на всех уровнях языковой организации: фонологической системой, особенностями просодического оформления, особенностями синтаксиса, процесс смены роли в диалоге является универсальным для всех языков [35, c. 7]. Стивен Левинсон также упоминает, что среднее время реакции составляет 200 мс, при том, что система порождения речи работает гораздо медленнее. Отмечается, что для порождения одного слова требуется подготовка в 600 мс, а для короткой фразы — 1500 мс. Это указывает на неизбежность наложения процесса восприятия и планирования. Сами процессы, предшествующие смене роли, можно разбить на несколько стадий:

1) Прогнозирование функции воспринимаемого сигнала. Перед слушающим стоит задача как можно быстрее распознать, является ли реплика его собеседника вопросом, просьбой, предложением и так далее, потому как от этого зависит реакция.

2) Начало формирование ответной реплики в следующем порядке: концептуализация, подбор лексики, организация синтаксиса, фонологическое кодирование, артикуляторная программа.

3) Развёртка синтаксической конструкции и принятие во внимание значений слов собеседника для прогнозирования временных границ реплики, восприятие просодических явлений, маркирующих эти границы.

4) Как только маркирующие явления определены, слушающий перехватывает инициативу.

Стивен Левинсон также приводит примерные цифры для процесса планирования одного слова: концептуализация — около 200 мс; подбор слов — около 75 мс; кодирование — около 325 мс [35, c. 8].

Подробные сведения о перечисленных стадиях стали доступны относительно недавно, благодаря технологии электроэнцифаллографии (ЭЭГ), которая позволила определить временные границы этапов формирования ответной реплики слушающим.

Отмечается, что распознавание функции сигнала не сводится к распознаванию речевой последовательности, поскольку форма сигнала не имеет прямой корреляции с её функцией. Так, последовательность "У меня есть машина" может быть ответной реакцией на предложение подвезти, или, например, вопрос: "Ты поедешь поездом или автобусом?". Тем не менее с помощью ЭЭГ было выявлено, что процесс распознавания функции происходит в среднем за первые 400 мс [22, c. 10]. После того, как функция распознана, слушающий может начать подготовку ответной реплики.

Как правило, участники диалога реагируют на реплики друг друга как можно быстрее, поскольку задержка ответной реакции тоже обладает семиотической значимостью. Длительность задержки зависит от ряда факторов, таких как, например, распространённость/нераспространённость конструкции, чем менее распространена конструкция, тем сложнее её спрогнозировать и, следовательно, тем дольше будет задержка, что экспериментально подтверждено в исследовании [38, с. 17].

Маркеров, которые помогают собеседнику понять, когда его очередь вступать в позицию говорящего или слушающего, существует достаточно много. Учёные выделяют, например, такие типы маркеров как просодия, семантика, синтаксис, жесты и взгляд [37, c. 586]. В данном исследовании будут рассмотрены только те маркеры, которые можно встретить в акустическом сигнале, а именно: пауза, ларингализация, придыхательная фонация, деклинация мелодическая, интенсивность, изменение темпа, предпаузальное удлинение.

Явления, которые рассматриваются в данной работе, были выбраны по нескольким причинам. Во-первых, во многих исследованиях зарубежных авторов они рассматриваются в качестве просодических признаков смены роли в диалогической речи [47, c. 12]. В этом отношении, данная работа носит характер собирательного исследования, рассматривающего опыт предыдущих исследований в контексте вопроса о смене роли в диалогической речи. Во-вторых, одним из ключевых моментов, является их рассмотрение относительно именно спонтанного диалога, потому исследование проводилось на материале корпуса спонтанной диалогической речи. [40, с. 46]. А самое главное, исследовалась современная русская речь, то, как соотносятся упомянутые явления со сменой ролей в русской диалогической речи. В источниках упоминаются такие явления как пауза, типы мелодического контура, интенсивность, изменение темпа, предпаузальное удлинение, деклинация, ларингализация, придыхание.

### Пауза

Говоря о паузе, прежде всего стоит определить явление, которое подразумевается тогда, когда речь заходит об интонационной паузе, той, которая, как отмечает Н.Д. Светозарова, является функционально явлением супрасегментным [13, c. 42].

С точки зрения акустики такая пауза представляет собой отрезок падения интенсивности речевого сигнала до нуля, хотя точнее можно было бы определить паузу как участок существенно пониженной амплитуды, поскольку на практике участок, на котором интенсивность равна нулю в речевом сигнале можно встретить только при условии студийной звукозаписи, при наличии хорошей звукоизоляции. Тем не менее, принимая во внимание физиологический аспект, необходимо заметить, что участок паузы говорящий часто использует для того, чтобы, к примеру, сделать вдох, следовательно, акустически присутствие шума на участке паузы зачастую неизбежно.

Артикуляторно или физиологически пауза определяется как остановка в работе органов артикуляции. Но поскольку первичная функция произносительных органов — физиологическая, то и в этом случае абсолютного прекращения движения мы ожидать не можем, так как не можем исключить дыхательную, глотательную и прочие функции, которые не могут не отразиться на акустике речевого сигнала.

С точки зрения перцептивного аспекта пауза определяется как тишина, "пустой сегмент" и представляет собой при отсутствии воспринимаемых значимых единиц особый знак, чаще всего сигнализирующий о наличии границы между синтактическими единицами [13, c. 45]. Однако, воспринимаемый слушающим участок речевого сигнала как "пустой", не всегда содержит перерыв в фонации, поскольку имеет место быть такое явление как пауза психологическая с одной стороны и пауза заполненная с другой.

Р.К. Потапова, говоря о паузе акустической, отмечает, что она является наиболее удобным и универсальным средством членения речевого потока при сегментации, если она отвечает необходимым условиям длины, которая должна находиться выше порога восприятия [11, c. 83].

Каспарова отмечает, что для восприятия паузы достаточно участка, длительностью 20—25 мс, однако с оговоркой, что пауза в таком случае должна находиться в позиции, "обусловленной для членения нормой языка", что позволяет предположить, что данное явление по сути своей аналогично психологической паузе, которая формируется в основном за счёт резкого изменения мелодического контура, поскольку перерыв в фонации, наблюдаемый при артикуляции смычных согласных в среднем составляет 40—100 мс, и не воспринимается слушающим как пауза. Согласно тем же данным, интервал перерыва, длительностью 25—100 мс воспринимается как нарушение в звучании и не осознаётся как временной интервал. Нижняя граница достаточно надёжного опознавания временных интервалов, установленная в психолингвистических исследованиях, начинается от 150—200 мс, что приблизительно равно среднему времени реализации одного слога. Вместе с тем отмечается, что если такой временной отрезок располагается в речевой единице, которая по законам языковой системы прерываться не должна, то в такой позиции данный отрезок не воспринимается слушающим в качестве паузы [44, c. 105].

### Тип интонационного контура

Все исследователи, занимавшиеся моделированием смены ролей в диалоге, так или иначе учитывали изменение частоты основного тона. Среди работ можно выделить такие как Йоханнеке Касперс, выполненная на материале голландского языка [18, c. 2], а также недавнюю работу Мэтью Родди по прогнозированию смены ролей в диалоге [37, c. 586]. Данный параметр, так же называемый мелодикой или мелодическим компонентом интонации имеет разную степень лингвистической нагрузки в зависимости от языка носителя. Во многих языках выделяют инвентари, являющие собой системы интонационного описания, в которые входят функционально различимые типы мелодического контура.

Для русского языка существует несколько таких систем, однако для выполнения задач данного исследования больше подходит классификация, предложенная Н.Б. Вольской, поскольку она создавалась специально для выполнения прикладных задач моделирования интонации, создания систем компьютерного синтеза и распознавания речи [5, c. 28].

Из предложенного Н.Б. Вольской инвентаря, в работе Т.В. Качковской (2014) были выделены частотные модели конца фразы [6, c. 10]:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Модель** | **Описание** | **Где используется** |
| 01 | Глубокое падение (ИК-1) | Конец абзаца |
| 01a | Падение (ИК-1) | Конец повествовательного предложения |
| 01b | Неглубокое падение (ИК-1) | Конец предложения с установкой на продолжение |
| 01c | Падение с высокого уровня (ИК-2) | Контактоустанавливающая интонация |
| 02 | Падение с более высокого уровня, увеличение интенсивности (ИК-2) | Эмфаза, логическое ударение |
| 03a | Специальный вопрос |
| 04 | Восклицание |
| 07 | Подъем с последующим падением (ИК-3) | Общий вопрос |
| 09 | Падение (ИК-1) | Комментарий |

В данном исследовании рассмотренные модели будут использованы для создания стимула для проведения аудиторского эксперимента. Исключением является модель 01b, поскольку исходя из её описания, данный тип контура служит для оформления неполной завершённости, своего рода указанием на связь в последующим, выполняет объединяющую функцию и служит для установки связности высказываний в тексте [5, c. 32] и предположительно не может с достаточной вероятностью реализоваться на границе смены роли в диалоге.

### Изменение интенсивности

Л.В. Бондарко относит интенсивность к основным фонетическим средствам, с помощью которых происходит интонационное оформление. Интенсивность определяется как изменение силы артикуляционных движений, приводящее изменению интенсивности звука, что воспринимается как изменение громкости [3, c. 118].

Общефонетической закономерностью является падение интенсивности от начала синтагмы (фразы) к ее концу. Зависимыми от типа интонации оказываются лишь относительные изменения динамической кривой, характеризующей изменения интенсивности. Больше всего ослабляется интенсивность к концу завершенного повествования, меньше всего — к концу незавершенной синтагмы или восклицания, если выделенное слово находится на последнем месте во фразе [3, c. 121].

Совсем недавно было дополнительно обнаружено, что для английского и французского языков при независимом анализе спонтанных речевых корпусов уровни интенсивности конечных слогов фраз различаются в зависимости от того, находятся ли эти слоги внутри реплики или на границе реплик. Разница была одинаковой в обоих языках: «Говорящие склонны понижать свой голос при приближении к границам реплики, тогда как пауз внутри реплик они достигают с большей интенсивностью» [26, c. 256].

### Изменение темпа

Изменение темпа речи определяется как изменение скорости артикуляции, приводящее к изменению длительности звуков. Этот компонент интонационного оформления называют также временной организацией речи [3, c. 118].

Изменения темпа на протяжении синтагмы различны в зависимости от типа интонации: при завершенном повествовании и восклицании (выделении) темп замедляется к концу синтагмы, т. е., чем ближе звук к концу, тем больше его собственная длительность. Вопросительные и незавершенные синтагмы характеризуются отсутствием такого замедления к концу. Что касается места, наиболее выделенного при помощи длительности элемента, то, как правило, это главноударный слог, положение которого определяется общим смыслом высказывания [3, c. 121].

Н.Д. Светозарова описывает эксперимент, выполненный на материале русского языка, в котором производились манипуляции темпа в синтезизированных последовательностях. По итогам эксперимента было установлено, что замедление темпа в вопросе приводит к ухудшению его опознавания. Также замедление темпа отрицательно влияет на опознавание незавершенных синтагм и приказов. В то время как увеличение темпа затрудняет опознавание повествовательных предложений, просьб и ряда других эмоциональных интонаций [13, c. 154]. Таким образом, можно заключить, что изменение темпа речи имеет место быть на границах значащих единиц, а следовательно, темп тоже можно рассматривать как явление, выполняющее функцию членения, но при этом стоит учитывать коммуникативную направленность предложения. То есть при смене ролей в диалоге, можно ожидать замедление темпа речи на участках повествовательных предложений, но не на участках с вопросительной интонацией.

Помимо коммуникативной направленности, стоит учитывать и лингвистическую нагрузку данного параметра, степень значимости которого может быть индивидуальна для разных языков. Лингвистическая нагрузка темпа зависит от степени важности речевого отрезка для говорящего. Так, например, при реализации вводных и вставных конструкций наблюдается убыстрение темпа. Для русского языка наиболее характерными являются структуры предложений, где самая важная информация располагается в конце. Тут можно провести параллель с замедлением темпа к концу значимой единицы. Однако, как отмечает Н.Д. Светозарова, такое сочетание не является обязательным и возможны иные структуры темпа, с двумя и более сильными временными точками [13, c. 49].

При описании внутренней структуры темпа или временной организации речевой единицы отчётливо проявляется связь между темпом и длительностью: та или иная структура (восходящая, убывающая, двухвершинная) определяется соотношением длительности элементов [13, c. 49]. Необходимо заметить, что реальное значение темпа и особенности его восприятия могут сильно различаться. На основании экспериментальных данных было выяснено, что аудиторы могут по-разному оценивать темп речи дикторов, чьи показатели темпа были в действительности идентичны. Во многом показатели субъективной оценки коррелировали с длительностью пауз: при искусственном увеличении длительности пауз в речевом сигнале дикторов при относительно быстром темпе, аудиторы оценивали их темп как средний и даже медленный [13, c. 49]. Исходя из этого, необходимо точно определить метод измерения темпа в зависимости от текущей задачи.

В качестве замены единицы измерения темпа в речи было предложено использовать целый ряд различных языковых единиц. В литературе мы встречаем большое разнообразие единиц для измерения темпа, таких как количество слов в минуту (wpm), слогов в минуту (s/min), слогов в секунду (syll/sec или s/s), средняя продолжительность слога (ASD в мс), звуков в секунду или средняя продолжительность звука (в мс). Это означает, что единицами измерения скорости речи являются, в частности, слово, слог и звук [45, c. 43].

В некоторых отношениях графическое слово находится в конфликте с другими определениями этого слова. Написание одних и тех же слов может отличаться в пределах одного языка, в зависимости от текущих стандартов орфографии в данном языке, например, в немецком "zusammenschreiben" против "zusammen schreiben"; английском "shop-assistant" против "shop lifter" или "infra-red" против "infra red". Потому при измерении темпа речи нас в первую очередь интересует не морфемное или лексическое слово, а слово фонетическое, которое в случае русского языка представляет собой последовательность слогов, объединённых одним ударением [2, c. 100].

Слог может означать основной слог, производный от лексической формы слова, или слог может означать слог реально реализованный. При подсчёте основных слогов, с определением их количества проблем не возникает. В отличие от фонематических слогов, наличие реализованного слога иногда трудно обнаружить. Слоги могут быть пропущены (даже слова могут быть пропущены или полностью смешаны), и во многих случаях трудно решить, когда слог пропущен или все еще существует [45, c. 44].

Одно из возможных определений звука – фонемный сегмент лексического слова, при этом фонемный статус некоторых звуковых сегментов до сих пор остается предметом споров. Другой вопрос заключается в том, следует ли рассматривать аффрикаты и дифтонги как моно или бифонемные, т. е. один или два сегмента. Обычно гортанной смычке не придают фонематического статуса, однако артикуляторно и акустически она является полноценным звуком [45, c. 44]. Таким образом, несмотря на то, что метод определения темпа речи по звуковым сегментам является наиболее точным, необходимо решить каким образом будут учитываться те или иные звуки в зависимости от текущей задачи.

Темпоральная организация слова обусловлена рядом факторов, таких как тип интонации, позиция слова во фразе и степень смысловой выделенности слова. Лингвистическая нагрузка роли длительности в русском языке достаточно велика. Длительность является одним из важнейших средств достижения просодической выделенности слова, отражающих его семантический вес, создания интонационного центра и других сильных точек интонационного контура. Через длительность гласных в значительной степени проявляются различия интонационного темпа, передающие относительную важность интонационных единиц и их составляющих. На данное средство огромное влияние оказывают эмоциональные оттенки речи [13, c. 153].

Также отмечается фактор позиционный. На материале разных языков существуют наблюдения о замедлении темпа и, как следствие, увеличения длительности слога в конце значащей единицы – синтагмы и в особенности фразы. Отмечается, что такое замедление наличествует даже в тех случаях, когда синтагматическое или фразовое ударение сдвинуто к началу отрезка, и затрагивает оно не только ударный, но и безударные слоги конечных слов. Потому Н.Д. Светозарова высказывает предположение о том, что явление замедления темпа в конце синтагм и фраз является средством создания целостности интонационной единицы и одновременно средством членения речевого потока на интонационные единицы в той же мере, как и мелодический и энергетический контуры [13, c. 155]. Исходя из этих соображений, данное явление, также известное как предпаузальное (final lengthening) удлинение будет рассмотрено в данной работе отдельно.

Поскольку данное исследование не является кросс-лингвистическим и исходя из необходимости рассматривать динамику изменения темпа, в данной работе мы будем пользоваться способом измерения темпа в слогах в секунду (syll/sec или s/s).

### Предпаузальное удлинение

Предпаузальное удлинение затрагивает конец последнего фонетического слова синтагмы или фразы; это явление наблюдается во многих языках мира и, следовательно, претендует на статус просодической универсалии. По данным ряда работ, степень предпаузального удлинения может служить для различения более крупных и более мелких просодических единиц [6, c. 11].

Аспект длительности играет важную роль в разговорной речи. Анализ речи при чтении показывает, что синтаксические границы часто сопровождаются сегментным удлинением. Перцептивные исследования также показали, что предпаузальное удлинение влияет на то, как собеседники воспринимают структуру фразы в прочитанной речи. Предпаузальное удлинение наблюдается также в диалоге; анализ показывает, что удлинение происходит во всех конечных позициях фраз, однако длительность слога до смены роли значительно короче, чем до пауз в позиции середины реплики [28, c. 2065].

Для выделения явления предпаузального удлинения в речевом потоке необходимо ответить на вопрос о том, где конкретно оно локализуется. Т.В. Качковская, к примеру, приводит три основных подхода к описанию локализации предпаузального удлинения [6, с. 10]:

Предпаузальное удлинение представляет собой локальное снижение скорости речи; измерение последней было широко изучено. Для отслеживания изменения параметра длительности в исследовании Hjalmarsson A., Laskowski (2011) использовался детектор границ, который определял такие важные события, как границы слов, границы слогов, ядра слогов, ядра гласных, границы фонов или границы звуковых последовательностей. Затем число меток или интервалов, очерченных метками, делилось на время, затраченное на их реализацию для определения скорости речи. Были предложены детекторы, которые полагаются на показатель энергии, полученной при помощи фильтра низких частот, показатель энергии при использовании полосового фильтра, сглаженную модифицированную громкость, скорость нулевого пересечения, параметры спектра и его изменения, спектральные корреляции, временные корреляции и спектральные характеристики отклонения от стилизованного спектра гласных. Отмечается, что этот способ оценки скорости зависит от того, насколько точно можно обнаружить вышеупомянутые характеристики [28, с. 2066].

### Деклинация

Во многих языках ровный тон является сигналом говорящего, направленным на удержание роли, в то время как на границах смены роли присутствуют так называемые терминальные контуры, которые могут содержать как падения, так и подъёмы тона. Многие работы по изучению просодии отмечают такое явление как деклинация [36, c. 110]. Деклинация есть свойство частоты основного тона постепенно понижаться от начала к концу фразы. Само явление впервые упоминается у К. Пайка (1945), термин же деклинация (declination) был введен в обиход Дж. Т'Хартом, Р. Колье и А. Коэном. Многие исследователи рассматривают деклинацию как явление, претендующее на статус языковой универсалии, с большей или меньшей категоричностью. В естественной речи — связном тексте или спонтанном диалоге — локальное нарушение деклинации — очень сильный маркер, так как это явление универсально само по себе [4, с. 64].

Распространенной точкой зрения на причину возникновения деклинации в речи является отсылка к физиологическим ограничениям. Она обусловлена уменьшением величины подсвязочного давления и «связана с ослаблением дыхательного усилия ввиду расхода воздуха» [8, с. 386].

С одной стороны, мелодическая деклинация связана с артикуляторными механизмами, лежащими в основе фонации, которые являются побочным продуктом речевого дыхания, но, с другой стороны, она связана и с лингвистикой, так как деклинация реализуется на протяжении значащей единицы, длительность которой обусловлена предварительным планированием сказанного [17, c. 1139].

Эксперименты, проведённые Pierrehumbert (1979), показали, что в случае предоставления аудиторам синтезированного стимула в виде фразы с отсутствием деклинации, то они будут воспринимать последующий пик ЧОТ как более высокий по отношению к предыдущему. Что касается русского языка, то деклинация может присутствовать или отсутствовать в зависимости от коммуникативного типа высказывания, например, различать повествовательное и вопросительное предложение [4, c. 64]. На основании исследований, проведённых на материале разных языков, можно утверждать, что деклинация и определенные явления, с ней связанные, могут играть важную роль в синтагматическом членении фраз [4, c. 64].

Н.Б. Вольская отмечает корреляцию между типом синтагматической границы с одной стороны и интервалом частоты основного тона между предграничным значением и точкой восстановления линии деклинации с другой: увеличение от 40% до 155% характерно для границы предложения, в то время как на стыке синтагм внутри предложения, это увеличение обычно не превышает 40%. Результаты экспериментов с синтезом речи показывают, что стимулы, синтезированные без восстановления линии деклинации, по результатам перцептивного анализа были признаны неестественными. Таким образом, такая модель — общая деклинация и восстановление линии деклинации на границах синтагм — является ожидаемой слушающим и влияет на восприятие речи [4, с. 66].

Тенденция к снижению частоты F0 на уровне выше фразового наблюдается во многих языках, причем начальные фразы в абзацах устных текстов имеют более высокий и широкий диапазон высоты тона, чем заключительные фразы этих абзацев. Эта тенденция может участвовать в сигнализировании организационной и иерархической структуры дискурса (например, сигнализируя об изменении темы). Известно, например, что чем ниже текстовый сегмент встроен в иерархию текста, тем ниже диапазон высоты тона. На материале французского языка было выяснено, что интонационные единицы в начале абзаца имеют более широкий диапазон высоты тона, чем медиальные и конечные интонационные единицы, причем разница между начальными и медиальными единицами больше, чем между медиальными и конечными единицами [36, c. 1100].

В работе Селин де Луз 2014 года, выполненной на материале ирландского английского было доказано, что в диалогической речи деклинация F0 может наблюдаться как на уровне высказывания, так и на уровне реплики, и что она играет важную роль в организации смены роли. Сдвиг вниз или уменьшение F0 в последовательных высказываниях одного и того же говорящего может указывать на то, что они принадлежат к одной и той же реплике, в то время как сдвиг вверх или увеличение будет сигнализировать о смене роли [36, c. 1102].

Ларингализация

Ларингализация есть тип фонации, обычно связанный с определенной конфигурацией гортани, которая может быть охарактеризована общим сужением гортани, которое всегда сопровождается сужением на уровне глотки и, как следствие, голосовой щели. Это вызывает гашение голосового сигнала и приводит к амплитудным модуляциям и дифлофонии [21, с. 162]. Ларингализация может являться отражением специфических характеристик говорящего или его эмоционального состояния.

Это качество голоса может иметь отличительную функцию в фонемном инвентаре, т. е. может различать различные значения слов, а также сигнализировать об особенностях соседних фонем. Например, в МФА выделен особый класс скрипуче-огласованных (creaky voiced) звуков. Кроме того, он может характеризовать просодические и морфемные границы. Из-за ослабления голосового сигнала, который характеризует ларингализацию, эта особенность может заменять смычные согласные в определенных контекстах. Глоттализация, сопровождающая ларингализацию, вводит ограничения на управление частотой основного тона, что приводит к сложным взаимодействиям с другими фонологическими признаками на основе F0 [Lanica, 602].

С перцептивной точки зрения ларингализация выражается как скрип, скрипучая фонация или скрипучий голос. О.Ф. Кривнова, говоря о перцептивных коррелятах ларингализации, упоминает также и полную гортанную смычку, однако в данной работе имеет место лишь то явление, которое воспринимается слушающим как скипучий голос. Такая фонация чаще всего рассматривается как просодическая характеристика, сопровождающая понижение частоты основного тона, как результат ухода говорящего ниже собственного диапазона [21, c. 602].

В случае, когда конфигурация гортани изменяется к концу слова или синтагмы (final creak), и возникает явление дифлофонии, акустическим коррелятом которого, как уже отмечалось выступает способ фонации, включающий в себя как бы два источника звука, при котором происходит наложение двух глоттальных волн с разными периодами [33, c. 195].

П.А. Скрелин предлагает метод для искусственного моделирования ларингализации, при котором нерегулярность колебаний создаётся с помощью искусственного изменения амплитуды каждого второго периода в исходной структуре гласного. В описанном эксперименте амплитуда была увеличена в 0,4 раза. При этом отмечено, что конфигурация спектра гласного полностью сохраняется, однако воспринимаемая частота основного тона при слуховом анализе становится значительно ниже [15, с. 23]. С точки зрения физиологии нерегулярности в начале произнесения часто объясняются неудачами в попытке установить голосовые связки в режим, необходимый для нейтральной фонации. В начале произнесения сразу после вдоха объём воздуха в лёгких большой, что неизбежно ведёт к увеличению подсвязочного давления и препятствует нормальной работе голосовой щели. В конце речевого отрезка, когда объём воздуха уже недостаточен для обеспечения нормального для фонации подсвязочного давления, создаётся похожая ситуация с нерегулярностью колебаний голосовых связок [10, c. 86].

Важно учитывать, что в женской речи наблюдается более широкая вариативность ларингализации по сравнению с речью мужчин. Потому для детального изучения глоттализации и ларингализации О.Ф. Кривнова отдавала предпочтение именно женской речи [10, c. 104].

О.Ф. Кривнова приводит два основных метода измерения нерегулярности голосовых колебаний: jitter – беспорядочные изменения в длительности периода основного тона и shimmer – неустойчивость и скачки в амплитуде колебаний.

### Придыхательная фонация

Считается, что придыхательная фонация возникает из-за неполного и не одновременного закрытия голосовой щели во время закрытой фазы дыхательного цикла. Придыхательные глоттальные исходные сигналы, полученные с помощью обратной фильтрации, как правило, показывают более симметричные фазы открытия и закрытия с небольшим или полным отсутствием закрытой фазы. Околосинусоидальная форма придыхательных голосовых сигналов отвечает за относительно высокую амплитуду первой гармоники (Н1) и относительно слабые верхние гармоники. Однако, как упоминалось в работе Klatt & Klatt (1990), для оценки того, наблюдается ли увеличение амплитуды Н1 или нет, амплитуда Н1 должна быть сопоставлена с некоторым показателем, учитывающим такие параметры, как например: (а) среднеквадратичная амплитуда гласного; (б) амплитуда второй гармоники (Н2) или (в) амплитуда первой форманты F1 [48, c. 183].

Для того, чтобы гласный воспринимался как придыхательный, амплитуду первой гармоники необходимо было усилить на 15 дБ, хотя исходя из исследования Бикли, в натурально произнесённых парах разница в интенсивности Н1 значительно меньше, она равна 6 дБ для гуджарати и 9,7 дБ для къхонг. Потому Klatt & Klatt предполагает, что амплитуда H1 может быть не единственным параметром для определения гласного как придыхательного [29, c. 824].

Придыхательная фонация характеризуется гортанным источником с увеличенным коэффициентом открытости с одной стороны, что приводит к увеличению относительной амплитуды основной составляющей спектра и тенденции к замене высших гармоник дыхательным шумом с другой. Дополнительные характеристики придыхательного гласного включают в себя возможность увеличения полосы пропускания первой форманты и / или появление трахеальных участков голосовом тракте, выполняющих передаточную функцию за счёт большего голосового отверстия. Перцептивные данные в литературе, основанные на синтезированных и естественных последовательностях, позволяют предположить, что относительная амплитуда ЧОТ является важным сигналом к определению придыхательной фонации [29, c. 825].

Помимо изменения в характеристиках гармоник и формант гласных при придыхательной фонации, когда часть воздушного потока из легких проходит через постоянную и относительно узкую голосовую щель во время произнесения придыхательных гласных, возникает шум. В спектре преобладает плотный дыхательный шум, особенно на высоких частотах, где шум может фактически заменить гармоническое возбуждение третьей и более высоких формант. Эксперименты, основанные на добавлении шумовой составляющей в синтезированные последовательности, показали значимость при перцептивном эксперименте на определение придыхательной фонации [48, c. 185].

Турбулентная картина воздушного потока, связанная с придыхательным голосом, приводит к акустическому сигналу, который имеет тенденцию быть менее периодическим, чем голос без придыхания. Поскольку периодическая составляющая источника голоса изначально слаба в средних и высоких частотах, а шум аспирации изначально слаб в низких частотах, шум имеет тенденцию быть особенно заметным выше примерно 2-3 кГц [29, c. 828].

Что же касается изменений в ЧОТ, то во время осуществления придыхательной фонации, чтобы позволить голосовым складкам вибрировать пока они остаются относительно далеко друг от друга, голосовые складки должны быть относительно менее напряженными. Таким образом, основная частота придыхательного гласного, как ожидается, будет ниже, чем у чистого гласного [48, c. 187].

Придыхательная фонация часто встречается на границах просодических единиц, например, С.В. Кодзасов относит придыхание к признакам компонентности просодических единиц [7, с. 15], что особенно интересно в контексте данного исследования, поскольку здесь оно главным образом рассматривается в качестве маркирующего явления.

## Выводы по главе I

В данной главе настоящего исследования диалог рассматривается как сложный и многоуровневый процесс, имеющий свою структуру. Рассмотренные работы имеют разные цели и задачи, однако многие из них сходятся в наличии явлений, способных маркировать просодические границы, либо часто наблюдаемых в конце просодических единиц [16, с. 171]. Была так же сформирована гипотеза о том, что поскольку существуют явления, маркирующие границы просодических единиц, таких как синтагмы и фразы, некоторые из них могут также маркировать границы реплик в диалоге, работая как лингвистические маркеры, которые сознательно или бессознательно могут порождать участники диалога, а также реагировать на них.

В этой работе рассмотрены только лингвистические явления, предположительно способные к маркированию финальных реплик, то есть тех, за которыми может последовать ответ собеседника. Среди таких явлений присутствуют паузы, изменение темпа, интенсивности, частоты основного тона, наличие определённого типа фонации, предпаузального удлинения.

Перечисленные явления описываются как с физиологической точки зрения, как, например, придыхательная фонация или ларингализация, в некоторых случаях, возникающих в потоке речи на границах значащих единиц, так и с лингвистической точки зрения, в случае с инвентарём мелодических моделей, индивидуальным для каждого языка.

# ГЛАВА 2. ПРАКТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

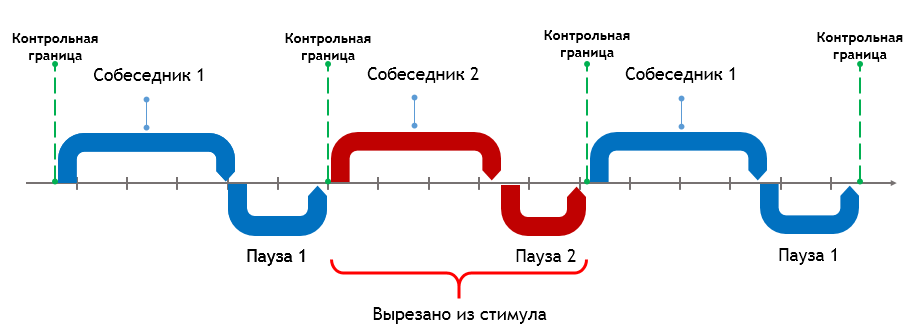
## Пилотные исследования

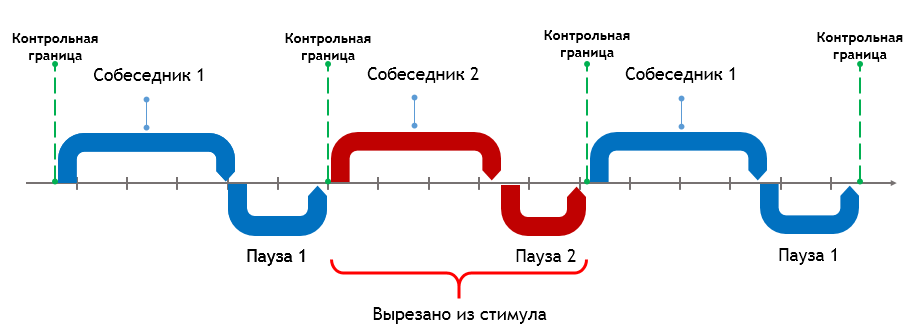
Данная группа экспериментов была отнесена к пилотным, потому как они носят характер наблюдений и на основании их результатов невозможно сделать масштабные выводы, однако они важны, поскольку позволили сформулировать гипотезу для текущего исследования, а также показывают некоторые тенденции, которые могут быть использованы в дальнейших исследованиях по данному направлению.

**Гипотеза** данного исследования заключается в том, что высказывания участников диалога содержат в себе лингвистические маркеры, которые могут указывать на возможную смену ролей между собеседниками. Помимо признаков завершенности и цельнооформленности реплики могут иметь некоторые признаки, побуждающие собеседника к реакции в виде встречной реплики.

**Цель** данного исследования состоит в определении маркеров смены роли в русской речи, и получении их подробного описания на материале корпуса современной русской спонтанной диалогической речи CoRuSS.

Для первого пилотного эксперимента качестве материала была использована запись реального спонтанного диалога из корпуса русской спонтанной диалогической речи CoRuSS.

Из аудиозаписи корпуса, которая представляла собой спонтанный диалог двух дикторов, был выбран фрагмент, далее из этого фрагмента были полностью удалены ответные реплики одного из дикторов с последующими паузами, а пауза после реплики выбранного диктора сохранялась в полном объёме. Таким образом сам стимул представлял собой цепь чередующихся реплик и пауз выбранного диктора в количестве 54 штук. Границы склейки впоследствии служили контрольными точками при анализе полученных данных. Продолжительность предъявляемой аудиозаписи составляла 5 минут. Стимул для эксперимента схематично изображён на рисунке 1.

рис. 1

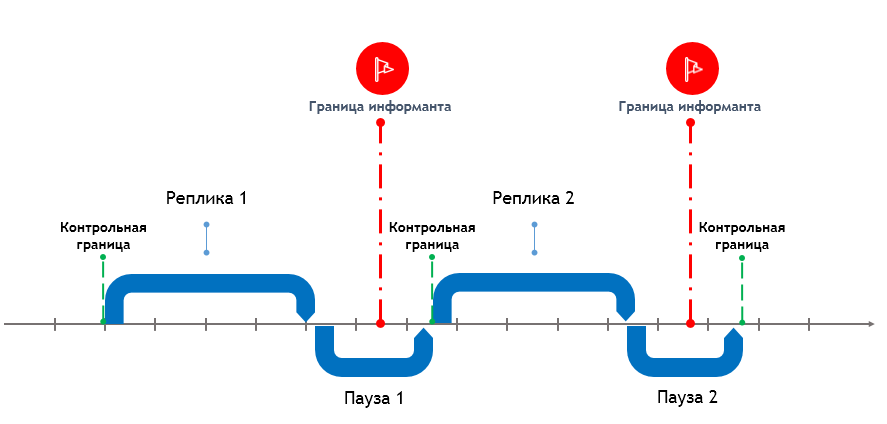
Информантам предлагалось прослушать аудиостимул и, поставив себя на место собеседника, принять решение относительно того, в какой по их мнению момент диктору могли бы ответить. Для принятия решения участники эксперимента нажимали кнопку, для этого был написан скрипт на языке Python psychopy [5, с. 76], который позволял воспроизводить аудиостимул и регистрировать время реакции респондентов с высокой точностью. Ответы респондентов были преобразованы в набор меток с привязкой ко времени, так, чтобы их можно было наблюдать на графике и сопоставлять с ответами других респондентов и с контрольными границами. Ответы респондентов схематично изображены на рисунке 2.

Рис. 2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Признак** | **Всего в стимуле** | |
| **На контрольных  границах** | **Внутри реплик** |
| 1. **Паузы** | **42** | **61** |
| **1.1. Интонация завершенности** | **38** | **31** |
| **1.1.1. Завершенность + изменение типа фонации** | **8** | **12** |
| **1.2. Вопросительная интонация** | **6** | **1** |

Эксперимент нёс в себе задачу смоделировать спонтанный диалог и пронаблюдать за ответами информантов в контролируемых условиях: будет ли согласие между ответами респондентов, на каких участках будут стоять границы информантов и какие явления будут чаще остальных отмечены в качестве границ.

Материал стимула содержал в себе 52 фрагмента, а границы соединённых между собой отрезков выполняли роль опорных точек при анализе результатов эксперимента. В ходе анализа результатов эксперимента было обнаружено, что количество решений, полученных от информантов, варьируется в пределах от 25 до 36, что значительно меньше количества контрольных границ. Предположительно это может быть связано с тем, что в момент записи собеседники находились в поле зрения друг друга и могли пользоваться невербальными средствами, такими как мимика и жесты. В некоторых случаях наблюдалось 100% согласие между решениями всех информантов и контрольными границами, такие случаи вызывают наибольший интерес, поскольку содержат наиболее надёжные для определения границ маркеры. Также наблюдались участки, которые большинство информантов, а в некоторых случаях и 6 из 6 распознавали как конец высказывания, что, однако, не совпадало с контрольной границей. Вполне вероятно, что зрительный контакт так же может помочь слушающему, закончил ли его собеседник свою мысль или же готовится её продолжить. При анализе результатов учитывались совпадения в решениях трёх и более информантов.

Наблюдения в виде явлений, совпавших с ответами информантов, отражены в таблице ниже:

При анализе результатов первого пилотного эксперимента были обнаружены реплики, которые участники эксперимента оставили без внимания, то есть на которых отсутствуют метки границ информантов, несмотря на то, что в материале корпуса за этими репликами следует ответ собеседника. Как правило, такие реплики обладали малой длительностью, до 1500 мс. Подобных «малых» реплик в стимуле насчитывалось 12 штук. Возможно, вышеупомянутые реплики не обладали достаточной маркированностью, что не позволило участникам эксперимента определить их как самостоятельные реплики, за которыми может последовать ответ собеседника.

Во время следующего эксперимента была предпринята попытка увеличить длительность пауз, следующих за малыми репликами до 2000мс, чтобы пронаблюдать за тем, какая оптимальная длительность паузы потребуется, чтобы маркировать вышеупомянутые реплики достаточно, чтобы они определялись участниками эксперимента как финальные.

Эксперимент был поставлен аналогично предыдущему, при помощи того же скрипта, изменениям подвергся лишь звуковой файл стимула. В ходе проведения эксперимента были получены результаты ответов 16 опрошенных.

После преобразования численных значений ответов в метки, были произведены исследования, после чего были вычислены средние значения интервалов между концом реплики и границами, поставленными респондентами. Численные данные эксперимента представлены в таблице ниже:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № фрагмента | длит. Фрагмента | ср. время реакции | Пирсона | критерий Ст. |
| signal0007 | 758 | 1242 | 1,58 | -0,456 |
| signal00013 | 887 | 1317 | 1,23 | -0,549 |
| signal00014 | 1419 | 1231 | 0,88 | -0,64186 |
| signal00016 | 887 | 1269 | 0,53 | -0,735 |
| signal00017 | 1441 | 1059 | 0,18 | -0,82772 |
| signal00019 | 1204 | 1242 | -0,17 | -0,921 |
| signal00020 | 1360 | 1140 | -0,52 | -1,01358 |
| signal00021 | 1462 | 914 | -0,87 | -1,107 |
| signal00033 | 1414 | 833 | -1,22 | -1,19944 |
| signal00039 | 402 | 1462 | -1,57 | -1,292 |
| signal00042 | 1326 | 770 | -1,92 | -1,3853 |
| signal00045 | 741 | 869 | -2,27 | -1,478 |

**Выводы**  
Каждое значение ряда отличается от среднего значения 1072.865 в среднем на 352.354.  
Среднее значение примерно равно медиане, что свидетельствует о нормальном распределении выборки.  
Поскольку коэффициент вариации находится в пределах [30%; 70%], то вариация умеренная.

Гипотеза о том, что случайная величина Х подчинена нормальному закону распределения, отвергается (по критерию согласия Пирсона).  
Значения As и Ex мало отличаются от нуля. Поэтому можно предположить близость данной выборки к нормальному распределению.  
Наблюдаемое значение статистики Пирсона не попадает в критическую область: Кнабл < Kkp, поэтому нет оснований отвергать основную гипотезу. Справедливо предположение о том, что данные выборки имеют **распределение Пуассона**.

Исходя их данных, можно предположить наличие зависимости между продолжительностью реплики и длительностью маркирующей её паузы. Несмотря на то, что с помощью t критерия Стьюдента удалось получить некую зависимость, мы не можем утверждать, что она соответствует генеральной совокупности, поскольку выборка довольно мала, равно как и количество опрошенных.

Результаты обоих пилотных экспериментов главным образом показали то, что между участниками присутствует определённая согласованность: все участники эксперимента без исключения ставили свои границы лишь на участках пауз после фраз, за которыми фактически следовали ответные реплики несмотря на то, что паузы присутствовали и внутри реплик. На некоторых таких участках присутствовали границы абсолютного большинства информантов, что позволило предположить наличие лингвистических маркеров смены роли в спонтанном диалоге и сформировать гипотезу настоящего исследования.

## Эксперименты с ЧОТ

Для проверки гипотезы исследования, относительно изменения мелодики как возможного маркера смены роли в диалоге, была выбрана система Н.Б. Вольской. Система была создана для аннотирования речевых корпусов, что хорошо соотносится с предметом исследования, а также с материалом.

Для исследования была выбрана группа моделей 01, передающих завершенность [5, с. 31]. сами модели данной группы были выбраны по коммуникативной направленности, а также по принципу характерности для разговорной речи. Исходя из этих принципов, была выбрана модель 01b, выражающая завершённость, хотя и неполную. Из группы 02 были выбраны модели 02 и 02с, использующиеся для передачи логического и эмфатического ударения, которое в русском языке часто реализуется в конце фразы. Так же, исходя из гипотезы исследования, вопросительная интонация может являться триггером, побуждающим собеседника к ответной реплике. Потому были выбраны модели 03 и 07, выражающие интонацию специального вопроса. Так как тип контура у этих моделей одинаковый, они были объединены в одну группу. Ещё была выбрана модель 13, которая выражает незавершённость, однако описывается как модель, обладающая установкой на продолжение и эмоционально–модальными  
значениями типа сомнение, недоверие, а так же передающая протест, возражение, самонадеянность (на финальных синтагмах). Данные значения тоже предположительно могут являться триггером, побуждающим собеседника к ответной реплике, аналогично вопросительным.

Данную группу экспериментов объединяет в первую очередь то, что материалом для их стимула послужили аудиозаписи из корпуса спонтанной русской диалогической речи CoRuSS. В зависимости от поставленной задачи были выбраны разные участки записи корпуса. Эксперименты были поставлены с помощью краудсорсинговой платформы Яндекс.Толока. Данный метод сбора данных имеет свои плюсы и минусы. К минусам данного способа сбора данных можно отнести невозможность личного присутствия и наблюдения за проведением эксперимента. К плюсам можно отнести количество опрашиваемых, а как следствие, большой объем данных. Также, платформа позволила отобрать участников эксперимента, согласно критериям, отвечающим условиям эксперимента, а именно: по полу, возрасту, уровню образования и месту проживания. Встроенный инвентарь инструментов платформы позволил написать скрипт, который принимал только ответы тех информантов, которые:

а) прослушали все записи

б) приняли решение относительно всех прослушанных записей

в) ответы которых были разнообразными, то есть при учёте данных отфильтровывались те анкеты, которые имели одинаковое решение для всех предъявленных записей

г) имели одинаковые решения относительно дублированных записей и тем самым прошли контроль фактора лжи.

д) Время на исполнение было ограничено 20 минутами.   
В экспериментах принимали участие девушки-носители русского языка, проживающие на территории Российской Федерации, в возрасте 20–30 лет и имеющие среднее полное или высшее образование.

Для удобства сопоставления решений участников эксперимента с аудиозаписями стимула, были созданы текстовые файлы, содержащие названия аудиозаписей в том порядке, в котором они предъявлялись информантам.   
Респондентам было предложено прослушать каждую запись и выбрать один из двух возможных вариантов ответа: «После этой фразы человек продолжил свою мысль» или «За этой фразой последовал ответ его собеседника».   
Задание для респондентов было сформулировано в виде текста, пример которого представлен (приложение 2).

Первым был проведён **эксперимент ЧОТ**.  
Данный эксперимент служил цели ответить на вопрос: существуют ли перцептивные различия между контурами финальных и нефинальных межпаузальных единиц?

**Стимул.**

Первоначально в нескольких записях корпуса CoRuSS были отмечены участки пауз. Каждая из записей содержала речь двух дикторов. Паузы каждого из дикторов были размечены в зависимости от расположения относительно значащих единиц: на внутрисинтагменные, межсинтагменные и паузы на границах реплик. Для подготовки материала стимула была использована аудиозапись, содержавшая наибольшее количество пауз, находящихся на границах реплик, а именно запись диктора F10.

Для создания стимула были отобраны наиболее частотные интонационные контуры, размеченные по системе Н.Б. Вольской, находившиеся на границах реплик одного из дикторов. Также были отобраны аналогичные контуры, находившиеся внутри реплик вышеупомянутого диктора. Всего было отобрано по 10 образцов на каждый рассматриваемый интонационный контур. Так же на каждый тип контура из обеих выборок было продублировано по паре образцов для контроля фактора лжи, таким образом получилось по 4 дублированных образца на каждый из рассматриваемых контуров. Сам стимул представлял набор записей в количестве 96 штук. Длительность каждой записи составляла 2-3 секунды. Из каждой аудиозаписи стимула были удалены частоты, находившиеся выше 1000 Герц, т.е. выше ЧОТ для того, чтобы при прохождении эксперимента, респондент мог опираться только на мелодическое движение. Общая длительность стимула составила чуть более двух с половиной минут.

Для ручной разметки обработки аудиоматериала использовалась программа WaveAssistant.

В размеченном материале корпуса на границах реплик были обнаружены следующие типы интонационного контура:

* 01a (завершенность, глубокое падение, конец абзаца, заголовок) – 10 шт.
* 01b (завершенность, неполная, остаётся в среднем регистре неполная завершенность, почти ровный тон, характерно для спонтанной речи) – 39 шт.
* 02 (выделенность, классическая ИК-2 с пиком в начале гласного) – 13 шт.
* 02c (выделенность, высокое падение) – 11 шт.
* 03(a) (специальный вопрос по типу ИК-2) – 8 шт.
* 07(a) (общий вопрос по типу ИК-3) – 9 шт.
* 13 (незавершенность по типу ИК-4) – 14 шт.

Помимо текста задания страница включала в себя 6 ознакомительных записей для того, чтобы участники имели представление об аудиозаписях в самом задании, а также правовые детали и кнопку согласия для участия в эксперименте.

**Результаты эксперимента.**

Общее количество участников составило 400 человек, по 100 человек на каждый тип контура соответственно.

В итоге было получено 9600 решений, по 2400 на каждую предъявляемую анкету, содержащую 24 вопроса.

Количественные данные результатов эксперимента представлены в виде таблицы ниже:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **01b** | **02** | **02c** | **13** |
| Общий процент правильных ответов | 49% | 40% | 52% | 56% |
| всего ответов, распознанных как финальные | 1178/2400 | 1203/2400 | 1133/2400 | 1171/2400 |
| процент финальных, распознанных как финальные | 48% | 40% | 50% | 54% |
| процент нефинальных, распознанных как нефинальные | 50% | 40% | 54% | 56% |
| процент нефинальных, распознанных как финальные | 50% | 60% | 46% | 44% |
| процент финальных, распознанных как нефинальные | 52% | 60% | 50% | 46% |

Поскольку подтипы моделей 03 и 07 не отличаются типом контура, не различаются по коммуникативной направленности и представляют собой варианты одной и той же модели, в рамках данного исследования их решено было объединить в две группы: модели 03(а) и модели 07(а). Однако поскольку данные типы контура наблюдались в достаточном количестве лишь на границах реплик, в экспериментальный материал их включить было невозможно. Можно предположить, что модели 03(а) и модели 07(а), представляющие собой вопросительную интонацию по типу ИК-3 и по типу ИК-2 по системе Брызгуновой, в целом инициируют переход роли в диалоге.

Так же на участках внутри реплик не встретились образцы контура 01a, потому не были включены в экспериментальный материал.

Подготовленные аудиозаписи в количестве 96 штук было решено разделить на 4 части для удобства прохождения эксперимента, т.е. по 24 записи, соответствующие выбранным типам контура: 01b, 02, 02c, 13. В готовой анкете записи предъявлялись в случайном порядке.

**Выводы**

Основываясь на численных данных проведённого эксперимента, можно утверждать, что ответы респондентов относительно финальности и нефинальности межпаузальных единиц, содержащих определённый тип контура внутри реплики или на границе перехода роли в диалоге, совпадают, что позволяет говорить о том, что перцептивной разницы между рассмотренными контурами, которые фактически находятся на границе перехода роли и такими же контурами, фактически находящимися внутри реплик нет.

Разделение эксперимента на 4 части, согласно выбранным типам контура позволило пронаблюдать за каждым контуром в отдельности. Опираясь на результаты, представленные в таблице выше, можно видеть, что общее количество решений респондентов, отмеченных как «финальные» составляет ровно половину от общего количества решений. Такая картина справедлива относительно каждого из рассмотренных контуров.

## Эксперимент с ЧОТ 2

**Цель проведения эксперимента**

Данный эксперимент является продолжением предыдущего, из результатов которого видно, что фактическая финальность или нефинальность межпаузальных единиц с выбранными контурами не имеет перцептивной разницы. Во второй части эксперимента предстояло рассмотреть оставшиеся контуры, а именно 01а и модели 03(а) и 07(а), представляющие собой вопросительную интонацию по типу ИК-3 и по типу ИК-2 по системе Брызгуновой. В этом эксперименте предстоит ответить на вопрос: будут ли вышеупомянутые контуры восприниматься респондентами как финальные?

**Стимул.**

При создании стимула для данного эксперимента также использовались записи из корпуса CoRuSS, располагавшиеся преимущественно на границе перехода роли, среди которых были выбраны следующие типы контура:

* 01a (завершенность, глубокое падение, конец абзаца, заголовок) – 10 шт.
* 03(a) (специальный вопрос по типу ИК-2) – 3 шт.
* 07(a) (общий вопрос по типу ИК-3) – 7 шт.

Выбранные контуры было решено разделить на две группы: интонация полной завершённости 01а и контуры с вопросительной интонацией, включающие в себя оставшиеся контуры 03(а) и 07(а).

Аналогично предыдущему эксперименту данные записи были обработаны с помощью программы WaveAssistant. Из сигнала были удалены частоты, находившиеся выше 1000 Герц, для того чтобы респонденты не могли опираться на смысловую составляющую записей, но могли ориентироваться только на мелодическое движение.

На каждую группу аудиозаписей было создано по 2 дублированных образца для контроля фактора лжи и обеспечения чистоты эксперимента.   
Таким образом, эксперимент включал в себя одну анкету, состоящую из 24 записей.

**Результаты эксперимента.**

В эксперименте принимали участие девушки-носители русского языка, проживающие на территории Российской Федерации, в возрасте 20-30 лет и имеющие среднее полное или высшее образование. Общее количество участников составило 100 человек. В итоге было получено 2400 решений.

Количественные данные результатов эксперимента представлены в виде таблицы ниже:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Группа | 01а | Вопросительные контуры 03(а) и 07(а) |
| Процент отмеченных как финальные | 49% | 47% |
| Количество отмеченных как финальные | 584/1200 | 565/1200 |

**Выводы**

Основываясь на полученных данных, можно заключить, что ответы респондентов относительно финальности и нефинальности межпаузальных единиц, содержащих типы контура 01а и группу контуров, представляющих вопросительную интонацию 03(а) и 07(а), распределяются на «финальные» и «нефинальные» пополам, что позволяет утверждать, что рассмотренные в обоих экспериментах контуры, лишённые смысловой составляющей, не являются надёжным маркером границы смены роли в диалоге.

## Эксперимент с темпом

**Цель проведения эксперимента**

Данный эксперимент служил цели ответить на вопрос: как постепенное замедление темпа к концу межпаузальной единицы, выражающей неполную завершённость или незавершённость, влияет на её восприятие в качестве границы перехода роли?

**Стимул.**

Материалом для стимула к эксперименту служили всё те же предварительно размеченные записи диктора F10 из корпуса CoRuSS.

Для создания стимула были отобраны межпаузальные единицы с типом мелодического контура 01b и 13 по системе Н.Б. Вольской.

Контур 01b представляет собой разновидность ИК-1 по системе Брызгуновой, характерную для спонтанной речи. Из его описания следует,

что контур выражает неполную завершённость по типу ИК-1.

Контур 13 выражает незавершённость по типу ИК-4, его коммуникативная направленность также невопросительная, как и в случае с 01b.

Оба контура являются достаточно частотными и могут встречаться с равной вероятностью на границе перехода роли и вне её.

Всего для каждого из рассматриваемых контуров было отобрано 10 межпаузальных единиц, реально находившихся на границе перехода роли и 10 единиц, находившихся внутри реплики.

Опираясь на результаты исследования, выполненного Н.Д. Светозаровой, согласно которому, замедление темпа к концу значащей единицы составляло 50%.

Описания, к сожалению, не включают в себя то, каким именно образом ведёт себя темпоральный контур внутри единицы, потому, было решено применить "градиентное" замедление от 0 до 50% (прямоугольный треугольник).

Чтобы избежать путаницы с частными случаями, где IPU представляет собой одно фонетическое слово, замедление было выполнено на протяжении всей единицы, а не только последнего фонетического слова. Помимо того, поскольку в данной работе нужно было пронаблюдать за предпаузальным удлинением, модификация для которого должна отличаться от эксперимента с темпом.

Таким образом, стимул включал в себя:

- 10 финальных IPU для контуров 01b и 13

- 10 нефинальных IPU для контуров 01b и 13

- 10 замедленных финальных IPU для контуров 01b и 13

- 10 замедленных нефинальных IPU для контуров 01b и 13

Так же на каждый тип контура из обеих выборок было продублировано по паре образцов для контроля фактора лжи, таким образом получилось по 4 дублированных образца на каждый из рассматриваемых контуров.

Для ручной разметки обработки аудиоматериала использовалась программа Praat.

**Дизайн эксперимента.**

Подготовленные аудиозаписи в количестве 96 штук было решено разделить на 4 части для удобства прохождения эксперимента и получения объективных данных, т.е. по 24 записи, соответствующие выбранным типам контура: 01b и 13.

**Результаты эксперимента.**

В эксперименте принимали участие девушки-носители русского языка, проживающие на территории Российской Федерации, в возрасте 20-30 лет и имеющие среднее полное или высшее образование. Общее количество участников составило 400 человек, по 200 человек на каждый тип контура соответственно.

В итоге было получено 9600 решений, по 2400 на каждую предъявляемую анкету, содержащую 24 вопроса.

Количественные данные результатов эксперимента, по параметрам, аналогичным эксперименту с ЧОТ, представлены в виде таблицы ниже:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **01b** | **13** |
| Процент замедленных, отмеченных как финальные | 50% | 51% |
| Общий процент правильных ответов | 56% | 62% |
| всего ответов, отмеченных как финальные | 56% | 60% |
| процент финальных, отмеченных как финальные | 62% | 72% |
| процент нефинальных, отмеченных как нефинальные | 50% | 53% |
| процент нефинальных, отмеченных как финальные | 50% | 47% |
| процент финальных, отмеченных как нефинальные | 38% | 28% |

**Выводы**

Опираясь на численные данные результатов эксперимента, которые представлены в таблице выше, можно видеть, что замедленные образцы отмечаются респондентами как «финальные» ровно в половине случаев. Это наблюдается в обоих рассмотренных контурах. Исходя из этого, можно утверждать, что постепенное замедление темпа к концу межпаузальной единицы в контурах 01b и 13, не влияет на их восприятие как «финальных» на границе смены роли. Также, сравнивая данные, приведённые в таблице с аналогичными показателями по предыдущему эксперименту, можно сделать вывод, что процент узнавания реальной финальности и нефинальности межпаузальных единиц при наличии смысловой составляющей значительно выше, чем в предыдущем эксперименте, в котором были удалены частоты, важные при восприятии смысла.

## Эксперимент с предпаузальным удлинением

**Цель проведения эксперимента**

Данный эксперимент служил цели ответить на вопрос: как предпаузальное удлинение на конце межпаузальной единицы, выражающей неполную завершённость или незавершённость, влияет на её восприятие в качестве границы перехода роли?

**Стимул.**

В качестве материала для стимула данного эксперимента было принято решение взять те же межпаузальные единицы, что и для эксперимента с темпом, а именно единицы с типом мелодического контура 01b и 13 по системе Н.Б. Вольской, что позволило бы пронаблюдать перцептивную разницу между предпаузальным удлинением и постепенным замедлением темпа к концу единицы.

Аналогично предыдущему эксперименту было отобрано 10 межпаузальных единиц, реально находившихся на границе перехода роли и 10 единиц, находившихся внутри реплики.

Вышеупомянутые контуры были подвергнуты модификации, а именно замедлению ударного и последующих заударных (при их наличии) гласных на 50%.   
В общей сложности стимул включал в себя по 10 финальных и нефинальных IPU для контуров 01b и 13, а так же по 10 их модифицированных вариантов. Так же для контроля фактора лжи было продублировано по 4 образца на каждый из рассматриваемых контуров.

Для обработки аудиоматериала была использована программа Praat.

Из полученных аудиозаписей, в количестве 96 штук были сформированы четыре анкеты, по 24 штуки на каждую. Записи в анкетах располагались в случайном порядке.

**Результаты эксперимента.**

Критерии для участников эксперимента были идентичны предыдущим экспериментам: девушки-носители русского языка, проживающие на территории Российской Федерации, в возрасте 20-30 лет и имеющие среднее полное или высшее образование. Общее количество участников составило 400 человек, по 200 человек на каждый тип контура соответственно.

В итоге было получено 9600 решений, по 2400 на каждую предъявляемую анкету, содержащую 24 вопроса.

Количественные данные результатов эксперимента, по параметрам, аналогичным эксперименту с ЧОТ, представлены в виде таблицы ниже:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **01b** | **13** |
| Процент модифицированных, отмеченных как финальные | 60% | 61% |
| Количество модифицированных, отмеченных как финальные | 1447/2400 | 1469/2400 |

**Выводы**

Опираясь на численные данные результатов эксперимента, которые представлены в таблицах выше, можно видеть, что те записи, которые были модифицированы путём моделирования предпаузального удлинения, отмечаются участниками эксперимента как финальные в 60% случаев. Таким образом, можно утверждать, что явление предпаузального удлинения на выбранных контурах может сигнализировать переход роли в диалоге.

## Эксперимент с ларингализацией

**Цель проведения эксперимента**

Данный эксперимент служил цели ответить на вопрос: Как ларингализация на конце межпаузальной единицы, влияет на её восприятие в качестве границы перехода роли?

**Стимул.**

В качестве материала для стимула данного эксперимента были взяты аудиозаписи межпаузальных единиц из корпуса CoRuSS, соответствующие следующим типам мелодического контура по системе Н.Б. Вольской:

* 01b (завершенность, неполная, остаётся в среднем регистре неполная завершенность, почти ровный тон, характерно для спонтанной речи)
* 02 (выделенность, классическая ИК-2 с пиком в начале гласного)
* 02c (выделенность, высокое падение)

Вышеперечисленные контуры так или иначе характеризуются падением тона или уходом в нижний региC. Именно на таких участках в живой речи можно ожидать появление ларингализации.

Для каждого из рассматриваемых контуров было отобрано по 10 финальных и нефинальных IPU, которые были затем модифицированы, путём моделирования ларингализации на последнем фонетическом слове единицы.  
Явление ларингализации было добавлено путём имитации нерегулярности колебаний голосовых связок:

- амплитуда каждого второго периода выбранного гласного была умножена на 0,6, таким образом уменьшив её на 60%, таким образом был сымитирован шиммер;

- длительность того же периода была умножена на 1,2, что увеличило её на 20% и позволило сымитировать джиттер.

Стимул включал в себя:

- по 10 финальных IPU для контуров 01b, 02 и 02c.

- по 10 нефинальных IPU для контуров 01b, 02 и 02c.

- по 10 модифицированных финальных IPU для контуров 01b, 02 и 02c.

- по 10 модифицированных нефинальных IPU для контуров 01b, 02 и 02c.

- по 4 дублированных записи для каждого из рассматриваемых контуров для контроля фактора лжи.

Итого в сумме стимул содержал в себе 144 записи.

Для ручной разметки аудиоматериала использовалась программа WaveAssistant, с её помощью были размечены периоды на участках гласных, где планировалось создать эффект ларингализации.   
Для автоматического преобразования сигнала был написан скрипт на языке Python.

**Дизайн эксперимента.**

Подготовленные аудиозаписи в количестве 144 штук были в случайном порядке разбиты на шесть анкет по 24 записи на каждую.

**Результаты эксперимента.**

Общее количество участников составило 600 человек, по 100 человек на каждую из вышеперечисленных анкет.

В итоге было получено 14400 решений, по 2400 на каждую предъявляемую анкету, содержащую 24 вопроса.

Количественные данные результатов эксперимента, представлены в виде таблицы ниже:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 01b | 02 | 02c |
| Процент модифицированных, отмеченных как финальные | 61% | 58% | 62% |
| Количество модифицированных, отмеченных как финальные | 1457/2400 | 1389/2400 | 1494/2400 |

**Выводы**

Опираясь на численные данные результатов эксперимента, которые представлены в таблице выше, можно видеть, что те записи, которые были модифицированы путём моделирования ларингализации, отмечаются участниками эксперимента как финальные в 60% случаев. Таким образом, можно утверждать, что явление предпаузального удлинения на выбранных контурах может сигнализировать переход роли в диалоге.

## Выводы по главе II

Вторая глава содержит описание практических исследований данной работы. Описание каждого эксперимента включает в себя гипотезу, цели и задачи для проведения эксперимента, методы и ход его проведения, а также результаты и их анализ, вычисления и вывод.

Пилотные исследования, описанные в данной главе, несут лишь ознакомительный характер, так как выборка слишком маленькая, равно как и количество участников. Данный аспект был также доказан математически. Пилотный эксперимент нёс в себе задачу первичной проверки гипотезы основного исследования, а также помог при выборе явлений для дальнейшего практического исследования и проведения экспериментов.

Дальнейшие эксперименты включают в себя следующие: серия экспериментов с ЧОТ, эксперимент с темпом, предпаузальным удлинением и ларингализацией. В выводах по каждому эксперименту содержатся данные о степени надёжности явления в качестве маркера смены роли.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

К основным теоретическим выводам по данной работе относятся следующие:

В рамках исследования были определены и подробно описаны маркирующие явления смены роли в русской спонтанной диалогической речи. На основании теоретических источников были отобраны явления, которые могли бы предположительно влиять на процесс смены роли в диалоге, а именно: изменение мелодического движения, изменение темпа, предпаузальное удлинение и ларингализация. Благодаря анализу и синтезу теоретических источников по данному направлению, а также пилотному эксперименту, выполненному в начале исследования, была сформирована гипотеза, разработаны методы получения данных и стратегия проведения аудиторских экспериментов, выбран и подготовлен экспериментальный материал. Данные, полученные экспериментальным путём, были интерпретированы и их значимость и надёжность была математически обоснована.

На основании полученных результатов, можно сказать, что из всех рассмотренных явлений, наиболее надёжными для определения границы перехода роли в диалоге являются предпаузальное удлинение и ларингализация.

Помимо самих результатов, можно отметить теоретическую и практическую значимость данной работы. Теоретическая значимость заключается в возможности использования полученных данных в дальнейших исследованиях в области изучения диалогической речи и эффективности речевой коммуникации. К практической значимости можно отнести возможность использования вычислений, данных и результатов работы в речевых технологиях при разработке разных классификаторов и предикторов, виртуальных голосовых помощников для автоматического определения границ реплик при поисковых запросах. Методы проведения самих экспериментов, способы получения данных, таких как разнообразные скрипты и программы, могут также быть полезными при аналогичного рода исследованиях.

## Электронное приложение

Данный раздел содержит в себе описание цифрового приложения к настоящей работе. Оно включает в себя расположение, назначение, формат файлов, которые были созданы и использованы в процессе данного исследования. Корневая папка приложения содержит папки «Эксперименты» и «Отдельные записи».

В папке «Отдельные записи» находятся исходные образцы аудиозаписей в формате .wav, отобранных из корпуса русской спонтанной диалогической речи CoRuss, до модификаций в соответствии с условиями и задачами экспериментов. Данные аудиозаписи, в свою очередь, разбиты по папкам, соответствующим типу их контура по системе Н.Б. Вольской: 01b, 02, 02c, 13. Каждая из этих четырёх папок вмещает в себя подпапки: «финальные» и «нефинальные», содержащие файлы исходя из их фактической финальности либо нефинальности соответственно.

Для удобства работы с файлами, им были присвоены имена, отражающие следующие параметры:   
*[Тип ИК] \_ [номер записи no] \_ [Тип относительно реплики (финальный, нефинальный)]*. В качестве примера имени файла имени файла можно привести следующие: «01b\_no\_1\_nonfinal.wav», файл, имеющий тип контура 01b, первый порядковый номер относительно выбранных записей данного контура, фактически нефинальный.

Папка «Эксперименты» содержит подпапки с файлами, относящимися к соответствующим экспериментам в алфавитном порядке:

* Папка laryngealization содержит файлы к эксперименту с ларингализацией:
  + Папка «модифицированные» содержит подпапки, названные в соответствии с типом их контура: 01b, 02 и 02c с файлами, где ларингализация была добавлена вручную. Каждая папка содержит по 20 файлов (финальных и нефинальных).
  + Папка «немодифицированные», так же содержит подпапки с файлами, однако с исходными параметрами. В каждой подпапке находится по 20 файлов (финальных и нефинальных).
  + Папка «Программа» содержит файлы, необходимые для работы скрипта для искусственного создания эффекта ларингализации: сопутствующий файл annotation\_grids.py и файл для запуска скрипта handle\_wav.py. Помимо скриптовых файлов, в данной папке в качестве наглядной иллюстрации находятся аудиозаписи в формате .wav, сопровождающиеся файлами разметки в формате .seg\_G1, а так же аудиофайлы, полученные в результате обработки.
  + Папка «стимул» содержит шесть папок, соответствующих шести анкетам, предъявляемым информантам. На каждый из трёх рассматриваемых контуров приходится по две сформированные анкеты, таким образом, подпапки носят имена вида *[тип контура]\_[индекс анкеты].* Имена звуковых файлов, входящих в состав подпапок соответствуют их очерёдности в порядке предъявления участникам эксперимента. Каждая подпапка содержит по 24 файла с именами 1-24.wav соответственно.
  + Группа из шести файлов в формате .tsv (таблица) содержит данные ответов респондентов, полученные в ходе проведения эксперимента. Имена файлов таблиц соответствуют типу мелодического контура аудиозаписи стимула, а так же индекс, указывающий непосредственно на саму анкету. Пример записи: «02с\_2.tsv».
  + Группа из шести файлов в формате .txt. Файлы содержат списки имён аудиозаписей стимула, расположенных в порядке их предъявления в реальной анкете. Пример: «порядок 01b\_1.txt». Имена в списках указаны без формата и имеют дополнительные обозначения, например, «01b\_no\_4\_nonfinal\_lar - копия», где индекс «lar» указывает на то, что аудиозапись была модифицирована (добавлена ларингализация), обозначение «- копия» говорит о том, что файл был дублирован для осуществления контроля фактора лжи.
  + Папка «laryngealization» так же содержит файл «data\_count\_lar.py», представляющий собой скрипт, позволяющий сопоставить таблицы ответов .tsv с текстовыми файлами порядка предъявления записей для подсчёта статистики по текущему эксперименту.
* Папка «pitch» содержит файлы к первому эксперименту с мелодикой:
  + Папка «стимул» содержит четыре подпапки, соответствующих четырём анкетам, предъявляемым информантам. Каждая подпапка, имя которой указывает на тип мелодического контура, содержит по 24 файла с именами 1-24.wav соответственно.
  + Файлы в формате .tsv содержат данные ответов респондентов, полученные в ходе проведения эксперимента. Имена файлов таблиц соответствуют типу мелодического контура аудиозаписи стимула.
  + Файлы в формате .txt содержат списки имён аудиозаписей стимула, расположенных в порядке их предъявления в реальной анкете.
  + Файл «data\_count» в формате .py содержит скрипт для обработки полученных данных к первому эксперименту с ЧОТ.
* Папка «pitch 2» содержит файлы ко второму эксперименту с мелодикой:
  + Папка «исходники» содержит звуковые файлы до модификации. Имена файлов задаются по тому же принципу, что и вышеописанных экспериментах, за исключением индекса «\_Q», который указывает на то, что контур соответствует вопросительной интонации.
  + Папка «стимул» содержит модифицированные файлы аудиозаписей, подготовленные к загрузке на сервер для проведения эксперимента. Аудиофайлы пронумерованы 1-24.wav, что соответствует их порядку и количеству в готовой анкете.
  + Файл «pitch\_2.tsv» содержит полученные данные в виде ответов респондентов к данному эксперименту.
  + Текстовый файл «порядок pitch\_2.txt» аналогично вышеописанным экспериментам, содержит список имён исходных файлов для удобства их сопоставления.
  + Скриптовый файл «data\_count\_pitch2.py» для подсчёта результатов к данному эксперименту.
* Папка «prepausal lengthening» содержит файлы к эксперименту с предпаузальным удлинением:
  + Папка «исходники» содержит все звуковые файлы, использованные в данном эксперименте. Имена файлов задаются по тому же принципу, что и вышеописанных экспериментах, за исключением индекса «\_len», который указывает на то, что в исходном файле был создан эффект предпаузального удлинения.
  + Папка «стимул» содержит четыре подпапки с пронумерованными аудиозаписями по 24 штуки на каждую папку, что соответствует четырём сформированным анкетам.
  + Группа файлов tsv-таблиц, содержащих данные ответов участников эксперимента.
  + Группа txt-файлов, содержащих порядок предъявления записей в анкетах.
  + Скриптовый файл «data\_count\_len.py» для подсчёта результатов к данному эксперименту.
* Папка «tempo» содержит файлы к эксперименту с темпом:
  + Папка «стимул» содержит четыре подпапки с пронумерованными аудиозаписями по 24 штуки на каждую папку, что соответствует четырём сформированным анкетам.
  + Группа файлов tsv-таблиц, содержащих данные ответов участников эксперимента.
  + Группа txt-файлов, содержащих порядок предъявления записей в анкетах.
  + Скриптовый файл «data\_count\_t.py» для подсчёта результатов к данному эксперименту.
* Папка «Иллюстрации» содержит следующие файлы:
  + Файл «анкета.css»
  + Файл «анкета.html»
  + Файл «дисклеймер.png»
  + Файл «скриншот анкеты.png»
  + Файл «скрипт логики эксперимента.js»
* Папка «Пилот» содержит файлы, относящиеся к пилотным экспериментам настоящего исследования:
  + Папка «Psychopy» содержит скрипт для проведения эксперимента, написанный на языке python psychopy.
    - Подпапка «results» содержит примеры ответов участников эксперимента до преобразования их в файлы меток .seg.
    - Подпапка «sound» содержит аудиофайл стимула для проведения эксперимента.
    - Непосредственно файл скрипта sound\_exp.py служит для запуска аудиторского эксперимента.
  + Папка «Преобразование в метки» содержит файл скрипта create\_seg\_from\_table, служащий для преобразования ответов в метки .seg и файл аудиостимула stim\_audio.wav.
  + Файл «t - стьюдента.xlsx» служит для вычисления критерия Стьюдента для двух выборок. В данном исследовании он использовался для вычисления зависимости длительности паузы от продолжительности реплики.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Описание работы скрипта:

Скрипт опирается на заранее созданную разметку периодов в формате .seg, которая была выполнена вручную с помощью программы WaveAssistant.

Для каждой пары файлов в формате .wav и .seg\_g1, находящихся в корневой папке, запускается основная функция main (wav\_file, seg\_g1\_file, amplitude\_factor, resampling\_factor, first\_or\_second\_periods).

Она читает wav-файл с помощью функции wavfile.read (из библиотеки scipy.io), которая возвращает частоту (rate) и массив амплитуд файла.

Далее читается соответствующий файл seg\_g1 с помощью уже существующих функций из файла annotation\_grids.py и по нему возвращается набор меток с таймингами по файлу. В соответствии с этими таймингами, в массиве амплитуд ищутся нужные диапазоны (синусоиды), амплитуда половины периодов которых умножается на 2-й аргумент.

Если при этом был задан 3-й аргумент, то этот участок растягивается на это число с помощью функции signal.resample из библиотеки scipy.

После чего файл сохраняется в новый с добавлением приставки result\_, которая указана в глобальной переменной RESULT\_FILE\_PREFIX после импорта библиотек в скрипте.

Для работы со скриптом нужно прописать путь к файлу скрипта в двойных кавычках, затем через пробел тоже в двойных кавычках указать путь к файлам для обработки, и так же через пробелы, но уже без кавычек указать коэффициенты, на которые будут умножаться\растягиваться периоды.

Пример: «python "c:\Users\PC\Desktop\folder\handle\_wav.py" "c:\Users\PC\Desktop\ folder" 0.6 1.2».

Сам файл скрипта, а так же образцы стимула можно найти в электронном приложении.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Задание займёт всего несколько минут вашего времени.

Для участия в эксперименте Вам потребуются наушники.

Представьте, что Вы, находясь у себя дома, слышите как Ваша соседка говорит по телефону. Самих слов Вы различить не можете, так как разговор происходит в соседней квартире. Поэтому, Вам нужно будет, опираясь на свои ощущения, решить: был ли этот звуковой отрывок концом фразы, за которым последует ответ собеседника, или же Ваша соседка намерена продолжить свою мысль.

Всего в задании 24 коротких (около двух секунд) аудиозаписей.

По каждой из них вам необходимо:

- Полностью прослушать запись с обрывком фразы.

- Принять решение и выбрать один из двух вариантов ответа.

Отвечайте не задумываясь, опирайтесь только на свои ощущения.» Аудиозаписи, в количестве 24 штук были разбиты в случайном порядке для предъявления участникам эксперимента. Их реальный порядок был зафиксирован в отдельном файле формата .txt. Результаты ответов информантов были преобразованы в таблицы формата .tsv, они содержали набор решений к последовательности аудиозаписей. Количество полученных таблиц с ответами соответствовало 100 шт. на каждое рассматриваемое явление. Затем, при помощи скрипта, написанного на языке Python, таблицы с ответами были сопоставлены с реальной последовательностью аудиозаписей для подсчёта количества совпадений ответов с реальными параметрами записей и последующего анализа полученных результатов.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 3

В данный раздел помещены расчёты и вычисления, относящиеся к статистическому анализу по экспериментальным исследованиям.

1. **Пилотный эксперимент.**

Таблица для расчета показателей.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | Кол-во, fi | xi·fi | Накопленная частота, S | |x-xср|·fi | (x-xср)2·fi | Относительная частота, fi/f |
| 758 | 1242 | 941436 | 1242 | 391061.863 | 123131546.389 | 0.093 |
| 887 | 1317 | 1168179 | 2559 | 244783.71 | 45496632.143 | 0.0987 |
| 1419 | 1231 | 1746789 | 3790 | 426092.648 | 147485738.95 | 0.0922 |
| 887 | 1269 | 1125603 | 5059 | 235862.208 | 43838440.538 | 0.0951 |
| 1441 | 1059 | 1526019 | 6118 | 389855.363 | 143519550.779 | 0.0793 |
| 1204 | 1242 | 1495368 | 7360 | 162870.137 | 21358036.682 | 0.093 |
| 1360 | 1140 | 1550400 | 8500 | 327334.329 | 93989265.588 | 0.0854 |
| 1462 | 914 | 1336268 | 9414 | 355669.734 | 138403675.603 | 0.0685 |
| 1414 | 833 | 1177862 | 10247 | 284165.768 | 96938996.233 | 0.0624 |
| 402 | 1462 | 587724 | 11709 | 980804.08 | 657986760.371 | 0.11 |
| 1326 | 770 | 1021020 | 12479 | 194914.24 | 49339689.342 | 0.0577 |
| 741 | 869 | 643929 | 13348 | 288390.358 | 95706557.758 | 0.0651 |
| Итого | 13348 | 14320597 |  | 4281804.437 | 1657194890.375 | 1 |

1. Для оценки ряда распределения найдем следующие показатели:  
   **Показатели центра распределения**.  
   *Средняя взвешенная* (выборочная средняя)  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\overline%7bx%7d%20=%20\frac%7b\sum%7bx_%7bi%7d\cdot%20f_%7bi%7d%7d%7d%7b\sum%7bf_%7bi%7d%7d%7d%20=%20\frac%7b14320597%7d%7b13348%7d%20=%201072.865  
   *Мода*.  
   Мода - наиболее часто встречающееся значение признака у единиц данной совокупности.  
   Максимальное значение повторений при x = 402 (f = 1462). Следовательно, мода равна 402.  
   Медианой (Me) называется значение признака, приходящееся на середину ранжированной (упорядоченной) совокупности. Находим xi, при котором накопленная частота S будет больше ∑f/2 = 6675. Это значение xi = 1204. Таким образом, медиана равна 1204.  
   Медиана служит хорошей характеристикой при ассиметричном распределении данных, т.к. даже при наличии "выбросов" данных, медиана более устойчива к воздействию отклоняющихся данных.  
   В симметричных рядах распределения значение моды и медианы совпадают со средней величиной (xср=Me=Mo), а в умеренно асимметричных они соотносятся таким образом: 3(xср-Me) ≈ xср-Mo  
   Квартили – это значения признака в ранжированном ряду распределения, выбранные таким образом, что 25% единиц совокупности будут меньше по величине Q1, 25% будут заключены между Q1 и Q2, 25% - между Q2 и Q3. Остальные 25% превосходят Q3.  
   Находим xi, при котором накопленная частота S будет больше ∑f/4 = 3337. Это значение xi = 1419. Таким образом, первый квартиль равен 1419  
   25% единиц совокупности будут меньше по величине 1419  
   Q2 совпадает с медианой, Q2 = 1204  
   Находим xi, при котором накопленная частота S будет больше ∑3f/4 = 10011. Это значение xi = 1414. Таким образом, третий квартиль равен 1414  
   Размах вариации - разность между максимальным и минимальным значениями признака первичного ряда.  
   R = xmax - xmin = 1462 - 402 = 1060  
   *Среднее линейное отклонение* - вычисляют для того, чтобы учесть различия всех единиц исследуемой совокупности.  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=d%20=%20\frac%7b\sum%7b|x_%7bi%7d%20-%20\overline%7bx%7d|\cdot%20f_%7bi%7d%7d%7d%7b\sum%7bf_%7bi%7d%7d%7d%20=%20\frac%7b4281804.437%7d%7b13348%7d%20=%20320.782  
   Каждое значение ряда отличается от другого в среднем на 320.782  
   *Дисперсия* - характеризует меру разброса около ее среднего значения (мера рассеивания, т.е. отклонения от среднего).  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=D%20=%20\frac%7b\sum%7b(x_%7bi%7d%20-%20\overline%7bx%7d)%5e%7b2%7d%20f_%7bi%7d%7d%7d%7b\sum%7bf_%7bi%7d%7d%7d%20=%20\frac%7b1657194890.375%7d%7b13348%7d%20=%20124153.048  
   *Несмещенная оценка дисперсии* - состоятельная оценка дисперсии (исправленная дисперсия).  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=S%5e%7b2%7d%20%20=%20\frac%7b\sum%7b(x_%7bi%7d%20-%20\overline%7bx%7d)%5e%7b2%7d\cdot%20f_%7bi%7d%7d%7d%7b\sum%7bf_%7bi%7d%7d-1%7d%20%20=%20\frac%7b1657194890.375%7d%7b13347%7d%20=%20124162.35  
   *Среднее квадратическое отклонение*.  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\sigma%20%20=%20\sqrt%7bD%7d%20=%20\sqrt%7b124153.048%7d%20=%20352.354  
   Каждое значение ряда отличается от среднего значения 1072.865 в среднем на 352.354  
   *Оценка среднеквадратического отклонения*.  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s%20=%20\sqrt%7bS%5e%7b2%7d%20%7d%20=%20\sqrt%7b124162.35%7d%20=%20352.367  
   Относительные показатели вариации.  
   К относительным показателям вариации относят: коэффициент осцилляции, линейный коэффициент вариации, относительное линейное отклонение.  
   *Коэффициент вариации* - мера относительного разброса значений совокупности: показывает, какую долю среднего значения этой величины составляет ее средний разброс.  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=v%20=%20\frac%7b\sigma%20%7d%7b\overline%7bx%7d%7d%20=%20\frac%7b352.354%7d%7b1072.865%7d100%25%20=%2032.84%25  
   Поскольку v>30% ,но v<70%, то вариация умеренная.  
   *Линейный коэффициент вариации* или *Относительное линейное отклонение* - характеризует долю усредненного значения признака абсолютных отклонений от средней величины.  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Kd%20=%20\frac%7bd%7d%7b\overline%7bx%7d%7d%20=%20\frac%7b320.782%7d%7b1072.865%7d100%25%20=%2029.9%25  
   *Коэффициент осцилляции* - отражает относительную колеблемость крайних значений признака вокруг средней.  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Kr%20=%20\frac%7bR%7d%7b\overline%7bx%7d%7d%20=%20\frac%7b1060%7d%7b1072.865%7d100%25%20=%2098.8%25  
   Показатели формы распределения.  
   *Степень асимметрии*.  
   Симметричным является распределение, в котором частоты любых двух вариантов, равностоящих в обе стороны от центра распределения, равны между собой.  
   Наиболее точным и распространенным показателем асимметрии является моментный коэффициент асимметрии.  
   As = M3/s3  
   где M3 - центральный момент третьего порядка.  
   s - среднеквадратическое отклонение.  
   M3 = -295465858136.37/13348 = -22135590.21  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=As%20=%20\frac%7b-22135590.21%7d%7b352.354%5e%7b3%7d%7d%20=%20-0.506  
   Отрицательный знак свидетельствует о наличии левосторонней асимметрии  
   Оценка существенности показателя асимметрии дается с помощью средней квадратической ошибки коэффициента асимметрии:  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bAs%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b6(n-2)%7d%7b(n%2B1)(n%2B3)%7d%7d  
   Если выполняется соотношение |As|/sAs < 3, то асимметрия несущественная, ее наличие объясняется влиянием различных случайных обстоятельств. Если имеет место соотношение |As|/sAs > 3, то асимметрия существенная и распределение признака в генеральной совокупности не является симметричным.  
   Расчет центральных моментов проводим в аналитической таблице:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| xi | (x-xср)3·fi | (x-xср)4·fi |
| 758 | -38769768045.764 | 12207228434951 |
| 887 | -8456214422.512 | 1571711113373.8 |
| 1419 | 51050031718.832 | 17670221928216 |
| 887 | -8148015263.605 | 1514427792613 |
| 1441 | 52834623801.636 | 19450294103594 |
| 1204 | 2800794172.724 | 367283197180.47 |
| 1360 | 26987643122.759 | 7749107057736.5 |
| 1462 | 53857766357.326 | 20957962166627 |
| 1414 | 33069320937.378 | 11281115234891 |
| 402 | -441420040536.33 | 2.9613308948237E+14 |
| 1326 | 12489620817.643 | 3161564862849.4 |
| 741 | -31761620796.457 | 10540558340506 |
| Итого | -295465858136.37 | 4.0260456371491E+14 |

1. https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bAs%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b6(12-2)%7d%7b(12%2B1)(12%2B3)%7d%7d%20=%200.555  
   В анализируемом ряду распределения наблюдается несущественная асимметрия (-0.506/0.555 = 0.91<3)  
   Применяются также структурные показатели (коэффициенты) асимметрии, характеризующие асимметрию только в центральной части распределения, т.е. основной массы единиц, и независящие от крайних значений признака. Рассчитаем структурный коэффициент асимметрии Пирсона:  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Asp%20=%20\frac%7b\overline%7bx%7d%20-%20M_%7bo%7d%7d%7b\sigma%20%7d%20=%20\frac%7b1072.865-402%7d%7b352.354%7d%20=%201.9  
   Для симметричных распределений рассчитывается показатель эксцесса (островершинности). Эксцесс представляет собой выпад вершины эмпирического распределения вверх или вниз от вершины кривой нормального распределения.  
   Чаще всего эксцесс оценивается с помощью показателя:  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Ex%20=%20\frac%7bM_%7b4%7d%7d%7bs%5e%7b4%7d%7d%20-%203  
   Для распределений более островершинных (вытянутых), чем нормальное, показатель эксцесса положительный (Ex > 0), для более плосковершинных (сплюснутых) - отрицательный (Ex < 0), т.к. для нормального распределения M4/s4 = 3.  
   M4 = 4.0260456371491E+14/13348 = 30162163898.33  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Ex%20=%20\frac%7b30162163898.33%7d%7b352.354%5e%7b4%7d%7d%20-%203%20=%201.9568%20-%203%20=%20-1.04  
   Число 3 вычитается из отношения μ4/ σ4 потому, что для нормального закона распределения μ4/ σ4 = 3. Таким образом, для нормального распределения эксцесс равен нулю. Островершинные кривые обладают положительным эксцессом, кривые более плосковершинные - отрицательным эксцессом.  
   Ex < 0 - плосковершинное распределение  
   Чтобы оценить существенность эксцесса рассчитывают статистику Ex/sEx  
   где sEx - средняя квадратическая ошибка коэффициента эксцесса.  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bEx%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b24n(n-2)(n-3)%7d%7b(n%2B1)%5e%7b2%7d(n%2B3)(n%2B5)%7d%7d  
   Если отношение Ex/sEx > 3, то отклонение от нормального распределения считается существенным.  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bEx%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b24%20\cdot%20%2012(12-2)(12-3)%7d%7b(12%2B1)%5e%7b2%7d(12%2B3)(12%2B5)%7d%7d%20=%200.776  
   Ex/sEx = -1.04/0.776 = 1.341  
   Поскольку sEx < 3, то отклонение от нормального распределения считается не существенным.  
   **Интервальное оценивание центра генеральной совокупности**.  
   **Доверительный интервал для генерального среднего**.  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=(\overline%7bx%7d%20-%20t_%7bkp%7d\cdot%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d;%20\overline%7bx%7d%20%2B%20t_%7bkp%7d\cdot%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d)  
   В этом случае 2Ф(tkp) = γ  
   Ф(tkp) = γ/2 = 0.95/2 = 0.475  
   По таблице функции Лапласа найдем, при каком tkp значение Ф(tkp) = 0.475  
   tkp(γ) = (0.475) = 1.96  
   Стандартная ошибка выборки для среднего:  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bc%7d%20=%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d%20=%20\frac%7b352.367%7d%7b\sqrt%7b13348%7d%7d%20=%203.0499  
   Стандартная ошибка среднего указывает, на сколько среднее выборки 1072.865 отличается от среднего генеральной совокупности.  
   Предельная ошибка выборки:  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%20t_%7bkp%7d\cdot%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d%20=%201.96\cdot%20\frac%7b352.367%7d%7b\sqrt%7b13348%7d%7d%20=%205.978  
   или  
   ε = tkp sc = 1.96\*3.05 = 5.978  
   Доверительный интервал:  
   (1072.865 - 5.978;1072.865 + 5.978) = (1066.887;1078.842)  
   С вероятностью 0.95 можно утверждать, что среднее значение при выборке большего объема не выйдет за пределы найденного интервала.  
   **Доверительный интервал для дисперсии.**  
   Вероятность выхода за нижнюю границу равна P(χ2n-1 < hH) = γ/2 = 0.023. Для количества степеней свободы k=n-1=13347, по таблице распределения χ2 находим:  
   χ2(13347;0.023) = 241.0579.  
   Случайная ошибка дисперсии нижней границы:  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bH%7d%20=%20\frac%7b(n-1)\cdot%20S%5e%7b2%7d%7d%7bh_%7bH%7d%7d  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bH%7d%20=%20\frac%7b13347\cdot%20352.367%5e%7b2%7d%7d%7b241.0579%7d%20=%206874675.71  
   Вероятность выхода за верхнюю границу равна P(χ2n-1 ≥ hB) = 1 - P(χ2n-1 < hH) = 1 - 0.023 = 0.977:  
   χ2(13347;0.977) = 156.432.  
   Случайная ошибка дисперсии верхней границы:  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bB%7d%20=%20\frac%7b(n-1)\cdot%20S%5e%7b2%7d%7d%7bh_%7bH%7d%7d  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bB%7d%20=%20\frac%7b13347\cdot%20352.367%5e%7b2%7d%7d%7b156.432%7d%20=%2010593707.75  
   Таким образом, интервал (6874675.71;10593707.75) покрывает параметр S2 с надежностью α = 0.046 (γ=95.4%)  
   **Доверительный интервал для среднеквадратического отклонения**.  
   S\*(1-q) < σ < S\*(1+q)  
   Найдем доверительный интервал для среднеквадратического отклонения с надежностью γ = 0.954 и объему выборки n = 13348  
   По таблице q=q(γ ; n) определяем параметр q(0.954;13348) = 0  
   352.367(1-0) < σ < 352.367(1+0)  
   352.367 < σ < 352.367  
   Таким образом, интервал (352.367;352.367) покрывает параметр σ с надежностью γ = 0.954  
   **Интервальное оценивание генеральной доли (вероятности события)**.  
   Доверительный интервал для генеральной доли.  
   (p\* - ε ; p\* + ε)  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%20t_%7bkp%7d%20\sqrt%7b\frac%7bp%5e%7b\cdot%20%7d(1-%20p%5e%7b\cdot%20%7d)%7d%7bn%7d%7d  
   В этом случае 2Ф(tkp) = γ  
   Ф(tkp) = γ/2 = 0.954/2 = 0.477  
   По таблице функции Лапласа найдем, при каком tkp значение Ф(tkp) = 0.477  
   tkp(γ) = (0.477) = 2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Доля i-ой группы fi / ∑f | Средняя ошибка выборки для генеральной доли, ε | Нижняя граница доли, p\* - ε | Верхняя граница доли, p\* + ε |
| 0.09305 | https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%202%20\sqrt%7b\frac%7b0.093(1-%200.093)%7d%7b13348%7d%7d%20=%200.00251 | 0.0905 | 0.0956 |
| 0.09867 | https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%202%20\sqrt%7b\frac%7b0.0987(1-%200.0987)%7d%7b13348%7d%7d%20=%200.00258 | 0.0961 | 0.101 |
| 0.09222 | https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%202%20\sqrt%7b\frac%7b0.0922(1-%200.0922)%7d%7b13348%7d%7d%20=%200.0025 | 0.0897 | 0.0947 |
| 0.09507 | https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%202%20\sqrt%7b\frac%7b0.0951(1-%200.0951)%7d%7b13348%7d%7d%20=%200.00254 | 0.0925 | 0.0976 |
| 0.07934 | https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%202%20\sqrt%7b\frac%7b0.0793(1-%200.0793)%7d%7b13348%7d%7d%20=%200.00234 | 0.077 | 0.0817 |
| 0.09305 | https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%202%20\sqrt%7b\frac%7b0.093(1-%200.093)%7d%7b13348%7d%7d%20=%200.00251 | 0.0905 | 0.0956 |
| 0.08541 | https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%202%20\sqrt%7b\frac%7b0.0854(1-%200.0854)%7d%7b13348%7d%7d%20=%200.00242 | 0.083 | 0.0878 |
| 0.06847 | https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%202%20\sqrt%7b\frac%7b0.0685(1-%200.0685)%7d%7b13348%7d%7d%20=%200.00219 | 0.0663 | 0.0707 |
| 0.06241 | https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%202%20\sqrt%7b\frac%7b0.0624(1-%200.0624)%7d%7b13348%7d%7d%20=%200.00209 | 0.0603 | 0.0645 |
| 0.1095 | https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%202%20\sqrt%7b\frac%7b0.11(1-%200.11)%7d%7b13348%7d%7d%20=%200.0027 | 0.107 | 0.112 |
| 0.05769 | https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%202%20\sqrt%7b\frac%7b0.0577(1-%200.0577)%7d%7b13348%7d%7d%20=%200.00202 | 0.0557 | 0.0597 |
| 0.0651 | https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%202%20\sqrt%7b\frac%7b0.0651(1-%200.0651)%7d%7b13348%7d%7d%20=%200.00214 | 0.063 | 0.0672 |

1. С вероятностью 0.954 при большем объеме выборке эти доли будут находиться в заданных интервалах.  
     
   **Проверка гипотез о виде распределения**.  
   1. Проверим гипотезу о том, что Х распределено по *нормальному закону* с помощью критерия согласия Пирсона.  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=K%20=%20\sum%7b\frac%7b(f_%7bi%7d%20-%20f_%7bi%7d%5e%7b\cdot%20%7d)%5e%7b2%7d%7d%7bf_%7bi%7d%5e%7b\cdot%20%7d%7d%7d  
   где f\*i - теоретические частоты:  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f_%7bi%7d%5e%7b\cdot%20%7d%20=%20\frac%7bN\cdot%20h%7d%7b\sigma%20%7d\phi%20_%7bi%7d  
   Вычислим теоретические частоты, учитывая, что:  
   N = 13348, h=129 (ширина интервала), σ = 352.354, xср = 1072.865  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f_%7bi%7d%5e%7b\cdot%20%7d%20=%20\frac%7b13348%20\cdot%20%20129%7d%7b352.354%7d\phi%20_%7bi%7d%20=%204886.83\phi%20_%7bi%7d

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| i | xi | ui | φi | fi\* |
| 1 | 758 | -0.8936 | 0,2661 | 1300.385 |
| 2 | 887 | -0.5275 | 0,3467 | 1694.264 |
| 3 | 1419 | 0.9824 | 0,2444 | 1194.341 |
| 4 | 887 | -0.5275 | 0,3467 | 1694.264 |
| 5 | 1441 | 1.0448 | 0,2299 | 1123.482 |
| 6 | 1204 | 0.3722 | 0,3712 | 1813.991 |
| 7 | 1360 | 0.8149 | 0,285 | 1392.746 |
| 8 | 1462 | 1.1044 | 0,2155 | 1053.112 |
| 9 | 1414 | 0.9682 | 0,2492 | 1217.798 |
| 10 | 402 | -1.904 | 0,0644 | 314.712 |
| 11 | 1326 | 0.7184 | 0,3079 | 1504.655 |
| 12 | 741 | -0.9419 | 0,2541 | 1241.743 |

1. Сравним эмпирические и теоретические частоты. Составим расчетную таблицу, из которой найдем наблюдаемое значение критерия:  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\chi%5e%7b2%7d%20=%20\sum%7b\frac%7b(f_%7bi%7d%20-%20f_%7bi%7d%5e%7b\cdot%20%7d)%5e%7b2%7d%7d%7bf\cdot%20_%7bi%7d%7d%7d

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | fi | f\*i | fi-fi\* | (fi-fi\*)2 | (fi-fi\*)2/fi\* |
| 1 | 1242 | 1300.3854 | 58.3854 | 3408.8564 | 2.621 |
| 2 | 1317 | 1694.2639 | 377.2639 | 142328.0467 | 84.006 |
| 3 | 1231 | 1194.3412 | -36.6588 | 1343.8672 | 1.125 |
| 4 | 1269 | 1694.2639 | 425.2639 | 180849.3807 | 106.742 |
| 5 | 1059 | 1123.4822 | 64.4822 | 4157.9507 | 3.701 |
| 6 | 1242 | 1813.9912 | 571.9912 | 327173.9623 | 180.361 |
| 7 | 1140 | 1392.7465 | 252.7465 | 63880.7913 | 45.867 |
| 8 | 914 | 1053.1118 | 139.1118 | 19352.0996 | 18.376 |
| 9 | 833 | 1217.798 | 384.798 | 148069.4922 | 121.588 |
| 10 | 1462 | 314.7118 | -1147.2882 | 1316270.1225 | 4182.461 |
| 11 | 770 | 1504.6549 | 734.6549 | 539717.8202 | 358.699 |
| 12 | 869 | 1241.7435 | 372.7435 | 138937.6832 | 111.889 |
| ∑ | 13348 | 13348 |  |  | 5217.437 |

1. Определим границу критической области. Так как статистика Пирсона измеряет разницу между эмпирическим и теоретическим распределениями, то чем больше ее наблюдаемое значение Kнабл, тем сильнее довод против основной гипотезы.  
   Поэтому критическая область для этой статистики всегда правосторонняя: [Kkp;+∞).  
   Её границу Kkp = χ2(k-r-1;α) находим по таблицам распределения χ2 и заданным значениям σ, k = 12, r=2 (параметры xcp и σ оценены по выборке).  
   Kkp(0.05;9) = 16.91898; Kнабл = 5217.44  
   Наблюдаемое значение статистики Пирсона попадает в критическую область: Кнабл > Kkp, поэтому есть основания отвергать основную гипотезу. Данные выборки распределены **не по нормальному закону**. Другими словами, эмпирические и теоретические частоты различаются значимо.  
   **Проверим гипотезу о том, что Х распределено по *нормальному закону****с помощью показателей As и Ex*.  
   В случае нормального распределения справедливо следующее условие: |As| < 3SAs; |A| < 3SAs; |E| < 3SEx  
   Проверим выполнение этого условия для нашего примера.  
   SAs=0.5547, SEx=0.7755  
   As=-0.506, Ex=-1.04  
   |-0.506| < 3\*0.5547=1.6641  
   |-1.04| < 3\*0.7755=2.3266  
   Условия выполняются.  
   Проверку выборочной совокупности на близость ее к нормальному распределению можно производить, используя статистики χ2, As и Ex.  
   Сначала вычисляют статистику χ2 по формуле:  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\chi%5e%7b2%7d=\frac%7bAs%5e%7b2%7d%7d%7bS_%7bAs%7d%5e%7b2%7d%7d%2B\frac%7bEx%5e%7b2%7d%7d%7bS_%7bEx%7d%5e%7b2%7d%7d  
   Затем при заданном уровне значимости α и числе степеней свободы k = 2 (используют в расчетах две статистики As и Ex) для распределения χ2 Пирсона находят χкр2. Если выполняется неравенство χ2 < χкр2, то гипотезу о нормальном распределении выборочной совокупности принимают. В противном случае, т.е. когда χ2>χкр2, гипотезу о нормальном распределении выборки отвергают.  
   **Проверим гипотезу о том, что Х распределено по *нормальному закону****с помощью правила 3-х сигм*.  
   Если случайная величина распределена нормально, то абсолютная величина её отклонения от математического ожидания не превосходит утроенного среднеквадратического отклонения, т.е. все значения случайной величины должны попасть в интервал:  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=(\overline%7bx%7d-3\cdot%20\sigma%20%20;%20\overline%7bx%7d%2B3\cdot%20\sigma%20)  
   В нашем случае этот интервал составит:  
   (1072.865-3\*352.354;1072.865-3\*352.354) = (15.803;2129.927)  
   Все значения величин попадают в интервал, так как xmin=402; xmax=1462  
   2. Проверим гипотезу о том, что Х распределено по *закону Пуассона*.  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=p_%7bi%7d%20=%20\frac%7b\lambda%5e%7bi%7d%7d%7bi!%7d\cdot%20e%5e%7b-\lambda%20%7d  
   где pi — вероятность попадания в i-й интервал случайной величины, распределенной по гипотетическому закону.  
   а) Находим по заданному эмпирическому распределению выборочную среднюю (xВ = 1072.865).  
   б) Принимаем в качестве оценки параметра λ распределения Пуассона выборочную среднюю xср = 1072.865. Следовательно, предполагаемый закон Пуассона имеет вид:  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=p_%7bi%7d%20=%20\frac%7b1072.865%5e%7bi%7d%7d%7bi!%7d\cdot%20e%5e%7b-1072.865%7d  
   в) Найдем по формуле Пуассона вероятности Pi, появления ровно i событий в n испытаниях. Находим теоретические частоты по формуле npi  
   i = 0: p0 = 0, np0 = 0  
   i = 1: p1 = 0, np1 = 0  
   i = 2: p2 = 0, np2 = 0  
   i = 3: p3 = 0, np3 = 0  
   i = 4: p4 = 0, np4 = 0  
   i = 5: p5 = 0, np5 = 0  
   i = 6: p6 = 0, np6 = 0  
   i = 7: p7 = 0, np7 = 0  
   i = 8: p8 = 0, np8 = 0  
   i = 9: p9 = 0, np9 = 0  
   i = 10: p10 = 0, np10 = 0  
   i = 11: p11 = 0, np11 = 0  
   в) Вычисляем слагаемые статистики Пирсона по формуле (5 столбец таблицы):  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=K%20=%20\sum%7b\frac%7b(n_%7bi%7d%20-%20n%20p_%7bi%7d)%5e%7b2%7d%7d%7bn%20p_%7bi%7d%7d%7d

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| i | ni | pi | Ожидаемая частота npi | Слагаемые статистики Пирсона Ki |
| 0 | 1242 | 0 | 0 |  |
| 1 | 1317 | 0 | 0 |  |
| 2 | 1231 | 0 | 0 |  |
| 3 | 1269 | 0 | 0 |  |
| 4 | 1059 | 0 | 0 |  |
| 5 | 1242 | 0 | 0 |  |
| 6 | 1140 | 0 | 0 |  |
| 7 | 914 | 0 | 0 |  |
| 8 | 833 | 0 | 0 |  |
| 9 | 1462 | 0 | 0 |  |
| 10 | 770 | 0 | 0 |  |
| 11 | 869 | 0 | 0 |  |
|  | 13348 |  |  | 0 |

1. Определим границу критической области. Так как статистика Пирсона измеряет разницу между эмпирическим и теоретическим распределениями, то чем больше ее наблюдаемое значение Kнабл, тем сильнее довод против основной гипотезы.  
   Поэтому критическая область для этой статистики всегда правосторонняя: [Kkp;+∞).  
   Её границу Kkp = χ2(k-r-1;α) находим по таблицам распределения γ2 и заданным значениям s, k (число интервалов), r=1 (параметр λ).  
   Kkp(0.05;10) = 18.30704; Kнабл = 0  
   Наблюдаемое значение статистики Пирсона не попадает в критическую область: Кнабл < Kkp, поэтому нет оснований отвергать основную гипотезу. Справедливо предположение о том, что данные выборки имеют **распределение Пуассона**.  
   3. Проверка гипотезы о *показательном распределении* генеральной совокупности.  
   Для того чтобы при уровне значимости а проверить гипотезу о том, что непрерывная случайная величина распределена по показательному закону, надо:  
   1. Найти по заданному эмпирическому распределению выборочную среднюю хcp. Для этого находят середину i-го интервала xcπ = (xi+xi+1)/2, составляют последовательность равноотстоящих вариант и соответствующих им частот.  
   2. Принять в качестве оценки параметра Х показательного распределения величину, обратную выборочной средней:  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lambda%20%20=%201%20/%20\overline%7bx%7d  
   3. Найти вероятности попадания X в частичные интервалы (xi,xi+1) по формуле:  
   Pi = P(xi < X < xi+1) = e-λxi - e-λxi+1  
   4. Вычислить теоретические частоты:  
   ni = n • Pi  
   5. Сравнить эмпирические и теоретические частоты с помощью критерия Пирсона, приняв число степеней свободы k = s-2, где s - число первоначальных интервалов выборки; если же было произведено объединение малочисленных частот, следовательно, и самих интервалов, то s - число интервалов, оставшихся после объединения.  
   Среднее значение равно 1072.8646. Следовательно, параметр λ = 1 / 1072.8646 = 0.000932  
   Таким образом, плотность предполагаемого показательного распределения имеет вид:  
   f(x) = 0.000932e-0.000932x, x ≥ 0  
   Найдем вероятности попадания X в каждый из интервалов по формуле:  
   Pi = P(xi < X < xi+1) = e-λxi - e-λxi+1  
   P1 = (758 < X < 758) = 0.4934 - 0.4934 = 0, ni = 13348 • 0 = 0  
   P2 = (887 < X < 887) = 0.4375 - 0.4375 = 0, ni = 13348 • 0 = 0  
   P3 = (1419 < X < 1419) = 0.2664 - 0.2664 = 0, ni = 13348 • 0 = 0  
   P4 = (887 < X < 887) = 0.4375 - 0.4375 = 0, ni = 13348 • 0 = 0  
   P5 = (1441 < X < 1441) = 0.261 - 0.261 = 0, ni = 13348 • 0 = 0  
   P6 = (1204 < X < 1204) = 0.3256 - 0.3256 = 0, ni = 13348 • 0 = 0  
   P7 = (1360 < X < 1360) = 0.2815 - 0.2815 = 0, ni = 13348 • 0 = 0  
   P8 = (1462 < X < 1462) = 0.256 - 0.256 = 0, ni = 13348 • 0 = 0  
   P9 = (1414 < X < 1414) = 0.2677 - 0.2677 = 0, ni = 13348 • 0 = 0  
   P10 = (402 < X < 402) = 0.6875 - 0.6875 = 0, ni = 13348 • 0 = 0  
   P11 = (1326 < X < 1326) = 0.2906 - 0.2906 = 0, ni = 13348 • 0 = 0  
   P12 = (741 < X < 741) = 0.5012 - 0.5012 = 0, ni = 13348 • 0 = 0

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | ni | n\*i | ni - n\*i | (ni - n\*i)2 | (ni - n\*i)2/n\*i |
| 1 | 1242 | 0 | 1242 | 1542564 |  |
| 2 | 1317 | 0 | 1317 | 1734489 |  |
| 3 | 1231 | 0 | 1231 | 1515361 |  |
| 4 | 1269 | 0 | 1269 | 1610361 |  |
| 5 | 1059 | 0 | 1059 | 1121481 |  |
| 6 | 1242 | 0 | 1242 | 1542564 |  |
| 7 | 1140 | 0 | 1140 | 1299600 |  |
| 8 | 914 | 0 | 914 | 835396 |  |
| 9 | 833 | 0 | 833 | 693889 |  |
| 10 | 1462 | 0 | 1462 | 2137444 |  |
| 11 | 770 | 0 | 770 | 592900 |  |
| 12 | 869 | 0 | 869 | 755161 |  |
| Итого | 13348 |  |  |  | 0 |

1. Определим границу критической области. Так как статистика Пирсона измеряет разницу между эмпирическим и теоретическим распределениями, то чем больше ее наблюдаемое значение Kнабл, тем сильнее довод против основной гипотезы.  
   Поэтому критическая область для этой статистики всегда правосторонняя: [Kkp;+∞).  
   Её границу Kkp = χ2(k-r-1;α) находим по таблицам распределения χ2 и заданным значениям s, k (число интервалов), r=1 (параметр λ).  
   Kkp(10,0.05) = 18.30704; Kнабл = 0  
   Наблюдаемое значение статистики Пирсона не попадает в критическую область: Кнабл < Kkp, поэтому нет оснований отвергать основную гипотезу. Справедливо предположение о том, что данные выборки имеют **показательный закон**.  
   4. Проверка гипотезы о *равномерном распределении* генеральной совокупности.  
   Для того чтобы проверить гипотезу о равномерном распределении X,т.е. по закону: f(x) = 1/(b-a) в интервале (a,b)  
   надо:  
   1. Оценить параметры a и b - концы интервала, в котором наблюдались возможные значения X, по формулам (через знак \* обозначены оценки параметров):  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=a%5e%7b\cdot%20%7d%20=%20\overline%7bx%7d%20-%20\sqrt%7b3%7d\sigma%20,%20b%5e%7b\cdot%20%7d%20=%20\overline%7bx%7d%20%2B%20\sqrt%7b3%7d\sigma  
   2. Найти плотность вероятности предполагаемого распределения f(x) = 1/(b\* - a\*)  
   3. Найти теоретические частоты:  
   n1 = nP1 = n[f(x)\*(x1 - a\*)] = n\*1/(b\* - a\*)\*(x1 - a\*)  
   n2 = n3 = ... = ns-1 = n\*1/(b\* - a\*)\*(xi - xi-1)  
   ns = n\*1/(b\* - a\*)\*(b\* - xs-1)  
   4. Сравнить эмпирические и теоретические частоты с помощью критерия Пирсона, приняв число степеней свободы k = s-3, где s - число первоначальных интервалов выборки; если же было произведено объединение малочисленных частот, следовательно, и самих интервалов, то s - число интервалов, оставшихся после объединения.  
     
   1. Найдем оценки параметров a\* и b\* равномерного распределения по формулам:  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=a%5e%7b\cdot%20%7d%20=%20\overline%7bx%7d%20-%20\sqrt%7b3%7d\sigma%20,%20b%5e%7b\cdot%20%7d%20=%20\overline%7bx%7d%20%2B%20\sqrt%7b3%7d\sigma  
   https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=a%5e%7b\cdot%20%7d%20=%201072.865%20-%20\sqrt%7b3%7d\cdot%20352.354%20=%20462.57,%20b%5e%7b\cdot%20%7d%20=%201072.865%20%2B%20\sqrt%7b3%7d\cdot%20352.354%20=%201683.16  
   2. Найдем плотность предполагаемого равномерного распределения:  
   f(x) = 1/(b\* - a\*) = 1/(1683.16 - 462.57) = 0.000819  
   3. Найдем теоретические частоты:  
   n1 = n\*f(x)(x1 - a\*) = 13348 \* 0.000819(758-462.57) = 3230.73  
   n12 = n\*f(x)(b\* - x11) = 13348 \* 0.000819(1683.16-741) = 10303.17  
   Остальные ns будут равны:  
   ns = n\*f(x)(xi - xi-1)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | ni | n\*i | ni - n\*i | (ni - n\*i)2 | (ni - n\*i)2/n\*i |
| 1 | 1242 | 3230.7326 | -1988.7326 | 3955057.3756 | 1224.1983 |
| 2 | 1317 | 1410.7063 | -93.7063 | 8780.8619 | 6.2244 |
| 3 | 1231 | 5817.7963 | -4586.7963 | 21038700.5876 | 3616.2663 |
| 4 | 1269 | -5817.7963 | 7086.7963 | 50222682.2457 |  |
| 5 | 1059 | 6058.3819 | -4999.3819 | 24993819.324 | 4125.4942 |
| 6 | 1242 | -2591.7627 | 3833.7627 | 14697736.0679 |  |
| 7 | 1140 | 1705.9704 | -565.9704 | 320322.4403 | 187.7655 |
| 8 | 914 | 1115.4422 | -201.4422 | 40578.9413 | 36.3792 |
| 9 | 833 | -524.914 | 1357.914 | 1843930.3085 |  |
| 10 | 1462 | -11066.9359 | 12528.9359 | 156974234.2581 |  |
| 11 | 770 | 10104.5936 | -9334.5936 | 87134638.2107 | 8623.2699 |
| 12 | 869 | 10303.1744 | -9434.1744 | 89003646.9925 | 8638.4684 |
| Итого | 13348 |  |  |  | 26458.0663 |

1. Определим границу критической области. Так как статистика Пирсона измеряет разницу между эмпирическим и теоретическим распределениями, то чем больше ее наблюдаемое значение Kнабл, тем сильнее довод против основной гипотезы.  
   Поэтому критическая область для этой статистики всегда правосторонняя: [Kkp;+∞).  
   Её границу Kkp = χ2(k-r-1;α) находим по таблицам распределения χ2 и заданным значениям s, k (число интервалов), r=2 (параметры *a* и *b*).  
   Kkp(9,0.05) = 16.91898; Kнабл = 26458.07  
   Наблюдаемое значение статистики Пирсона попадает в критическую область: Кнабл > Kkp, поэтому есть основания отвергать основную гипотезу. Данные выборки распределены **не по равномерному закону**.

**Эксперименты с ЧОТ.**

Проранжируем ряд. Для этого сортируем его значения по возрастанию.  
Таблица для расчета показателей.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x | |x - xср| | (x-xср)2 |
| 1133 | 38.25 | 1463.063 |
| 1171 | 0.25 | 0.0625 |
| 1178 | 6.75 | 45.563 |
| 1203 | 31.75 | 1008.063 |
| 4685 | 77 | 2516.75 |

Для оценки ряда распределения найдем следующие показатели:  
**Показатели центра распределения**.  
*Простая средняя арифметическая*  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\overline%7bx%7d%20=%20\frac%7b\sum%7bx_%7bi%7d%7d%7d%7bn%7d%20=%20\frac%7b4685%7d%7b4%7d%20=%201171.25  
*Мода*.  
Мода - наиболее часто встречающееся значение признака у единиц данной совокупности.  
Мода отсутствует (имеются несколько показателей с одинаковым значением частоты).  
*Медиана*.  
Медиана - значение признака, которое делит единицы ранжированного ряда на две части. Медиана соответствует варианту, стоящему в середине ранжированного ряда.  
Медиана служит хорошей характеристикой при ассиметричном распределении данных, т.к. даже при наличии "выбросов" данных, медиана более устойчива к воздействию отклоняющихся данных.  
Находим середину ранжированного ряда: h = f/2 = 4/2 =2. Ранжированный ряд включает четное число единиц, следовательно, медиана определяется как средняя из двух центральных значений: (1171 + 1178)/2 = 1174.5  
В симметричных рядах распределения значение моды и медианы совпадают со средней величиной (xср=Me=Mo), а в умеренно асимметричных они соотносятся таким образом: 3(xср-Me) ≈ xср-Mo  
*Квартили*.  
Квартили – это значения признака в ранжированном ряду распределения, выбранные таким образом, что 25% единиц совокупности будут меньше по величине Q1, 25% будут заключены между Q1 и Q2, 25% - между Q2 и Q3. Остальные 25% превосходят Q3.  
Находим 1/4 ранжированного ряда: h = n/4 = 4/4 = 1. Ранжированный ряд включает четное число единиц, следовательно квартиль Q1 определяется как среднее из двух значений: (1133 + 1171)/2 = 1152  
Находим 3/4 ранжированного ряда: h = 3n/4 = 3\*4/4 = 3. Q3 = (1178 + 1203)/2 = 1190.5  
**Показатели вариации**.  
*Абсолютные показатели вариации*.  
Размах вариации - разность между максимальным и минимальным значениями признака первичного ряда.  
R = xmax - xmin = 1203 - 1133 = 70  
*Среднее линейное отклонение* - вычисляют для того, чтобы учесть различия всех единиц исследуемой совокупности.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=d%20=%20\frac%7b\sum%7b|x_%7bi%7d%20-%20\overline%7bx%7d|%7d%7d%7bf%7d%20=%20\frac%7b77%7d%7b4%7d%20=%2019.25  
Каждое значение ряда отличается от другого в среднем на 19.25  
*Дисперсия* - характеризует меру разброса около ее среднего значения (мера рассеивания, т.е. отклонения от среднего).  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=D%20=%20\frac%7b\sum%7b(x_%7bi%7d%20-%20\overline%7bx%7d)%5e%7b2%7d%7d%7d%7bn%7d%20=%20\frac%7b2516.75%7d%7b4%7d%20=%20629.188  
*Несмещенная оценка дисперсии* - состоятельная оценка дисперсии (исправленная дисперсия).  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=S%5e%7b2%7d%20=%20\frac%7b\sum%7b(x_%7bi%7d%20-%20\overline%7bx%7d)%5e%7b2%7d%7d%7d%7bn-1%7d%20%20=%20\frac%7b2516.75%7d%7b3%7d%20=%20838.917  
*Среднее квадратическое отклонение*.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\sigma%20%20=%20\sqrt%7bD%7d%20=%20\sqrt%7b629.188%7d%20=%2025.084  
Каждое значение ряда отличается от среднего значения 1171.25 в среднем на 25.084  
*Оценка среднеквадратического отклонения*.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s%20=%20\sqrt%7bS%5e%7b2%7d%20%7d%20=%20\sqrt%7b838.917%7d%20=%2028.964  
**Относительные показатели вариации**.  
К относительным показателям вариации относят: коэффициент осцилляции, линейный коэффициент вариации, относительное линейное отклонение.  
*Коэффициент вариации* - мера относительного разброса значений совокупности: показывает, какую долю среднего значения этой величины составляет ее средний разброс.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=v%20=%20\frac%7b\sigma%20%7d%7b\overline%7bx%7d%7d%20=%20\frac%7b25.084%7d%7b1171.25%7d100%25%20=%202.14%25  
Поскольку v ≤ 30%, то совокупность однородна, а вариация слабая. Полученным результатам можно доверять.  
*Линейный коэффициент вариации* или *Относительное линейное отклонение* - характеризует долю усредненного значения признака абсолютных отклонений от средней величины.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Kd%20=%20\frac%7bd%7d%7b\overline%7bx%7d%7d%20=%20\frac%7b19.25%7d%7b1171.25%7d100%25%20=%201.64%25  
*Коэффициент осцилляции* - отражает относительную колеблемость крайних значений признака вокруг средней.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Kr%20=%20\frac%7bR%7d%7b\overline%7bx%7d%7d%20=%20\frac%7b70%7d%7b1171.25%7d100%25%20=%205.98%25  
**Показатели формы распределения**.  
*Степень асимметрии*.  
Симметричным является распределение, в котором частоты любых двух вариантов, равностоящих в обе стороны от центра распределения, равны между собой.  
Наиболее точным и распространенным показателем асимметрии является моментный коэффициент асимметрии.  
As = M3/s3  
где M3 - центральный момент третьего порядка.  
s - среднеквадратическое отклонение.  
M3 = -23648.63/4 = -5912.16  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=As%20=%20\frac%7b-5912.16%7d%7b25.084%5e%7b3%7d%7d%20=%20-0.375  
Отрицательный знак свидетельствует о наличии левосторонней асимметрии  
Оценка существенности показателя асимметрии дается с помощью средней квадратической ошибки коэффициента асимметрии:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bAs%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b6(n-2)%7d%7b(n%2B1)(n%2B3)%7d%7d  
Если выполняется соотношение |As|/sAs < 3, то асимметрия несущественная, ее наличие объясняется влиянием различных случайных обстоятельств. Если имеет место соотношение |As|/sAs > 3, то асимметрия существенная и распределение признака в генеральной совокупности не является симметричным.  
Расчет центральных моментов проводим в аналитической таблице:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | (x-xср)2 | (x-xcp)3 | (x-xcp)4 |
| 1133 | 1463.063 | -55962.141 | 2140551.879 |
| 1171 | 0.0625 | -0.0156 | 0.00391 |
| 1178 | 45.563 | 307.547 | 2075.941 |
| 1203 | 1008.063 | 32005.984 | 1016190.004 |
| Итого | 2516.75 | -23648.625 | 3158817.828 |

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bAs%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b6(4-2)%7d%7b(4%2B1)(4%2B3)%7d%7d%20=%200.586  
В анализируемом ряду распределения наблюдается несущественная асимметрия (-0.375/0.586 = 0.64<3)  
Применяются также структурные показатели (коэффициенты) асимметрии, характеризующие асимметрию только в центральной части распределения, т.е. основной массы единиц, и независящие от крайних значений признака. Рассчитаем структурный коэффициент асимметрии Пирсона:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Asp%20=%20\frac%7b\overline%7bx%7d%20-%20M_%7bo%7d%7d%7b\sigma%20%7d%20=%20\frac%7b1171.25-1174.5%7d%7b25.084%7d%20=%20-0.13  
Для симметричных распределений рассчитывается показатель эксцесса (островершинности). Эксцесс представляет собой выпад вершины эмпирического распределения вверх или вниз от вершины кривой нормального распределения.  
Чаще всего эксцесс оценивается с помощью показателя:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Ex%20=%20\frac%7bM_%7b4%7d%7d%7bs%5e%7b4%7d%7d%20-%203  
Для распределений более островершинных (вытянутых), чем нормальное, показатель эксцесса положительный (Ex > 0), для более плосковершинных (сплюснутых) - отрицательный (Ex < 0), т.к. для нормального распределения M4/s4 = 3.  
M4 = 3158817.83/4 = 789704.46  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Ex%20=%20\frac%7b789704.46%7d%7b25.084%5e%7b4%7d%7d%20-%203%20=%201.9948%20-%203%20=%20-1.01  
Число 3 вычитается из отношения μ4/ σ4 потому, что для нормального закона распределения μ4/ σ4 = 3. Таким образом, для нормального распределения эксцесс равен нулю. Островершинные кривые обладают положительным эксцессом, кривые более плосковершинные - отрицательным эксцессом.  
Ex < 0 - плосковершинное распределение  
Чтобы оценить существенность эксцесса рассчитывают статистику Ex/sEx  
где sEx - средняя квадратическая ошибка коэффициента эксцесса.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bEx%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b24n(n-2)(n-3)%7d%7b(n%2B1)%5e%7b2%7d(n%2B3)(n%2B5)%7d%7d  
Если отношение Ex/sEx > 3, то отклонение от нормального распределения считается существенным.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bEx%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b24%20\cdot%20%204(4-2)(4-3)%7d%7b(4%2B1)%5e%7b2%7d(4%2B3)(4%2B5)%7d%7d%20=%200.349  
Ex/sEx = -1.01/0.349 = 2.893  
Поскольку sEx < 3, то отклонение от нормального распределения считается не существенным.  
**Интервальное оценивание центра генеральной совокупности**.  
**Доверительный интервал для генерального среднего**.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=(\overline%7bx%7d%20-%20t_%7bkp%7d\cdot%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d;%20\overline%7bx%7d%20%2B%20t_%7bkp%7d\cdot%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d)  
Определяем значение tkp по таблице распределения Стьюдента.  
По таблице Стьюдента находим:  
Tтабл(n-1;α/2) = Tтабл(3;0.025) = 4.177  
Стандартная ошибка выборки для среднего:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bc%7d%20=%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d%20=%20\frac%7b28.964%7d%7b\sqrt%7b4%7d%7d%20=%2014.482  
Стандартная ошибка среднего указывает, на сколько среднее выборки 1171.25 отличается от среднего генеральной совокупности.  
Предельная ошибка выборки:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%20t_%7bkp%7d\cdot%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d%20=%204.177\cdot%20\frac%7b28.964%7d%7b\sqrt%7b4%7d%7d%20=%2060.491  
или  
ε = tkp sc = 4.177\*14.482 = 60.491  
Доверительный интервал:  
(1171.25 - 60.491;1171.25 + 60.491) = (1110.759;1231.741)  
С вероятностью 0.95 можно утверждать, что среднее значение при выборке большего объема не выйдет за пределы найденного интервала.  
**Доверительный интервал для дисперсии.**  
Вероятность выхода за нижнюю границу равна P(χ2n-1 < hH) = γ/2 = 0.023. Для количества степеней свободы k=n-1=3, по таблице распределения χ2 находим:  
χ2(3;0.023) = 9.34840.  
Случайная ошибка дисперсии нижней границы:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bH%7d%20=%20\frac%7b(n-1)\cdot%20S%5e%7b2%7d%7d%7bh_%7bH%7d%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bH%7d%20=%20\frac%7b3\cdot%2028.964%5e%7b2%7d%7d%7b9.34840%7d%20=%20269.22  
Вероятность выхода за верхнюю границу равна P(χ2n-1 ≥ hB) = 1 - P(χ2n-1 < hH) = 1 - 0.023 = 0.977:  
χ2(3;0.977) = 0.11483.  
Случайная ошибка дисперсии верхней границы:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bB%7d%20=%20\frac%7b(n-1)\cdot%20S%5e%7b2%7d%7d%7bh_%7bH%7d%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bB%7d%20=%20\frac%7b3\cdot%2028.964%5e%7b2%7d%7d%7b0.11483%7d%20=%2021917.18  
Таким образом, интервал (269.22;21917.18) покрывает параметр S2 с надежностью α = 0.046 (γ=95.4%)  
**Доверительный интервал для среднеквадратического отклонения**.  
S\*(1-q) < σ < S\*(1+q)  
Найдем доверительный интервал для среднеквадратического отклонения с надежностью γ = 0.954 и объему выборки n = 4  
По таблице q=q(γ ; n) определяем параметр q(0.954;4) = 1.37  
28.964(1-1.37) < σ < 28.964(1+1.37)  
-10.717 < σ < 68.645  
Таким образом, интервал (-10.717;68.645) покрывает параметр σ с надежностью γ = 0.954  
Каждое значение ряда отличается от среднего значения 1171.25 в среднем на 25.084.  
Поскольку коэффициент вариации меньше 30%, то совокупность однородна. Полученным результатам можно доверять.  
Значения As и Ex мало отличаются от нуля. Поэтому можно предположить близость данной выборки к нормальному распределению.

**Эксперименты с ЧОТ 2.**Проранжируем ряд. Для этого сортируем его значения по возрастанию.  
Таблица для расчета показателей.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x | |x - xср| | (x-xср)2 |
| 565 | 9.5 | 90.25 |
| 584 | 9.5 | 90.25 |
| 1149 | 19 | 180.5 |

Для оценки ряда распределения найдем следующие показатели:  
**Показатели центра распределения**.  
*Простая средняя арифметическая*  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\overline%7bx%7d%20=%20\frac%7b\sum%7bx_%7bi%7d%7d%7d%7bn%7d%20=%20\frac%7b1149%7d%7b2%7d%20=%20574.5  
*Мода*.  
Мода - наиболее часто встречающееся значение признака у единиц данной совокупности.  
Значение ряда 565 встречается всех больше (1 раз). Следовательно, мода равна x = 565.  
*Медиана*.  
Медиана - значение признака, которое делит единицы ранжированного ряда на две части. Медиана соответствует варианту, стоящему в середине ранжированного ряда.  
Медиана служит хорошей характеристикой при ассиметричном распределении данных, т.к. даже при наличии "выбросов" данных, медиана более устойчива к воздействию отклоняющихся данных.  
Находим середину ранжированного ряда: h = f/2 = 2/2 =1. Ранжированный ряд включает четное число единиц, следовательно, медиана определяется как средняя из двух центральных значений: (565 + 584)/2 = 574.5  
В симметричных рядах распределения значение моды и медианы совпадают со средней величиной (xср=Me=Mo), а в умеренно асимметричных они соотносятся таким образом: 3(xср-Me) ≈ xср-Mo  
*Квартили*.  
Квартили – это значения признака в ранжированном ряду распределения, выбранные таким образом, что 25% единиц совокупности будут меньше по величине Q1, 25% будут заключены между Q1 и Q2, 25% - между Q2 и Q3. Остальные 25% превосходят Q3.  
Находим 1/4 ранжированного ряда: h = n/4 = 2/4 = 1. Ранжированный ряд включает четное число единиц, следовательно квартиль Q1 определяется как среднее из двух значений: (565 + 584)/2 = 574.5  
Находим 3/4 ранжированного ряда: h = 3n/4 = 3\*2/4 = 2. Q3 = (584 + 1149)/2 = 866.5  
**Показатели вариации**.  
*Абсолютные показатели вариации*.  
Размах вариации - разность между максимальным и минимальным значениями признака первичного ряда.  
R = xmax - xmin = 584 - 565 = 19  
*Среднее линейное отклонение* - вычисляют для того, чтобы учесть различия всех единиц исследуемой совокупности.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=d%20=%20\frac%7b\sum%7b|x_%7bi%7d%20-%20\overline%7bx%7d|%7d%7d%7bf%7d%20=%20\frac%7b19%7d%7b2%7d%20=%209.5  
Каждое значение ряда отличается от другого в среднем на 9.5  
*Дисперсия* - характеризует меру разброса около ее среднего значения (мера рассеивания, т.е. отклонения от среднего).  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=D%20=%20\frac%7b\sum%7b(x_%7bi%7d%20-%20\overline%7bx%7d)%5e%7b2%7d%7d%7d%7bn%7d%20=%20\frac%7b180.5%7d%7b2%7d%20=%2090.25  
*Несмещенная оценка дисперсии* - состоятельная оценка дисперсии (исправленная дисперсия).  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=S%5e%7b2%7d%20=%20\frac%7b\sum%7b(x_%7bi%7d%20-%20\overline%7bx%7d)%5e%7b2%7d%7d%7d%7bn-1%7d%20%20=%20\frac%7b180.5%7d%7b1%7d%20=%20180.5  
*Среднее квадратическое отклонение*.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\sigma%20%20=%20\sqrt%7bD%7d%20=%20\sqrt%7b90.25%7d%20=%209.5  
Каждое значение ряда отличается от среднего значения 574.5 в среднем на 9.5  
*Оценка среднеквадратического отклонения*.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s%20=%20\sqrt%7bS%5e%7b2%7d%20%7d%20=%20\sqrt%7b180.5%7d%20=%2013.435  
**Относительные показатели вариации**.  
К относительным показателям вариации относят: коэффициент осцилляции, линейный коэффициент вариации, относительное линейное отклонение.  
*Коэффициент вариации* - мера относительного разброса значений совокупности: показывает, какую долю среднего значения этой величины составляет ее средний разброс.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=v%20=%20\frac%7b\sigma%20%7d%7b\overline%7bx%7d%7d%20=%20\frac%7b9.5%7d%7b574.5%7d100%25%20=%201.65%25  
Поскольку v ≤ 30%, то совокупность однородна, а вариация слабая. Полученным результатам можно доверять.  
*Линейный коэффициент вариации* или *Относительное линейное отклонение* - характеризует долю усредненного значения признака абсолютных отклонений от средней величины.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Kd%20=%20\frac%7bd%7d%7b\overline%7bx%7d%7d%20=%20\frac%7b9.5%7d%7b574.5%7d100%25%20=%201.65%25  
*Коэффициент осцилляции* - отражает относительную колеблемость крайних значений признака вокруг средней.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Kr%20=%20\frac%7bR%7d%7b\overline%7bx%7d%7d%20=%20\frac%7b19%7d%7b574.5%7d100%25%20=%203.31%25  
**Показатели формы распределения**.  
*Степень асимметрии*.  
Симметричным является распределение, в котором частоты любых двух вариантов, равностоящих в обе стороны от центра распределения, равны между собой.  
Наиболее точным и распространенным показателем асимметрии является моментный коэффициент асимметрии.  
As = M3/s3  
где M3 - центральный момент третьего порядка.  
s - среднеквадратическое отклонение.  
M3 = 0/2 = 0  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=As%20=%20\frac%7b0%7d%7b9.5%5e%7b3%7d%7d%20=%200  
Отрицательный знак свидетельствует о наличии левосторонней асимметрии  
Оценка существенности показателя асимметрии дается с помощью средней квадратической ошибки коэффициента асимметрии:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bAs%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b6(n-2)%7d%7b(n%2B1)(n%2B3)%7d%7d  
Если выполняется соотношение |As|/sAs < 3, то асимметрия несущественная, ее наличие объясняется влиянием различных случайных обстоятельств. Если имеет место соотношение |As|/sAs > 3, то асимметрия существенная и распределение признака в генеральной совокупности не является симметричным.  
Расчет центральных моментов проводим в аналитической таблице:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | (x-xср)2 | (x-xcp)3 | (x-xcp)4 |
| 565 | 90.25 | -857.375 | 8145.063 |
| 584 | 90.25 | 857.375 | 8145.063 |
| Итого | 180.5 | 0 | 16290.125 |

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bAs%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b6(2-2)%7d%7b(2%2B1)(2%2B3)%7d%7d%20=%200  
В анализируемом ряду распределения наблюдается несущественная асимметрия (0/0 = 0<3)  
Применяются также структурные показатели (коэффициенты) асимметрии, характеризующие асимметрию только в центральной части распределения, т.е. основной массы единиц, и независящие от крайних значений признака. Рассчитаем структурный коэффициент асимметрии Пирсона:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Asp%20=%20\frac%7b\overline%7bx%7d%20-%20M_%7bo%7d%7d%7b\sigma%20%7d%20=%20\frac%7b574.5-565%7d%7b9.5%7d%20=%201  
Для симметричных распределений рассчитывается показатель эксцесса (островершинности). Эксцесс представляет собой выпад вершины эмпирического распределения вверх или вниз от вершины кривой нормального распределения.  
Чаще всего эксцесс оценивается с помощью показателя:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Ex%20=%20\frac%7bM_%7b4%7d%7d%7bs%5e%7b4%7d%7d%20-%203  
Для распределений более островершинных (вытянутых), чем нормальное, показатель эксцесса положительный (Ex > 0), для более плосковершинных (сплюснутых) - отрицательный (Ex < 0), т.к. для нормального распределения M4/s4 = 3.  
M4 = 16290.13/2 = 8145.06  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Ex%20=%20\frac%7b8145.06%7d%7b9.5%5e%7b4%7d%7d%20-%203%20=%201%20-%203%20=%20-2  
Число 3 вычитается из отношения μ4/ σ4 потому, что для нормального закона распределения μ4/ σ4 = 3. Таким образом, для нормального распределения эксцесс равен нулю. Островершинные кривые обладают положительным эксцессом, кривые более плосковершинные - отрицательным эксцессом.  
Ex < 0 - плосковершинное распределение  
Чтобы оценить существенность эксцесса рассчитывают статистику Ex/sEx  
где sEx - средняя квадратическая ошибка коэффициента эксцесса.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bEx%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b24n(n-2)(n-3)%7d%7b(n%2B1)%5e%7b2%7d(n%2B3)(n%2B5)%7d%7d  
Если отношение Ex/sEx > 3, то отклонение от нормального распределения считается существенным.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bEx%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b24%20\cdot%20%202(2-2)(2-3)%7d%7b(2%2B1)%5e%7b2%7d(2%2B3)(2%2B5)%7d%7d%20=%200  
Ex/sEx = -2/0 = 0  
Поскольку sEx < 3, то отклонение от нормального распределения считается не существенным.  
**Интервальное оценивание центра генеральной совокупности**.  
**Доверительный интервал для генерального среднего**.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=(\overline%7bx%7d%20-%20t_%7bkp%7d\cdot%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d;%20\overline%7bx%7d%20%2B%20t_%7bkp%7d\cdot%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d)  
Определяем значение tkp по таблице распределения Стьюдента.  
По таблице Стьюдента находим:  
Tтабл(n-1;α/2) = Tтабл(1;0.025) = 25.452  
Стандартная ошибка выборки для среднего:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bc%7d%20=%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d%20=%20\frac%7b13.435%7d%7b\sqrt%7b2%7d%7d%20=%209.5  
Стандартная ошибка среднего указывает, на сколько среднее выборки 574.5 отличается от среднего генеральной совокупности.  
Предельная ошибка выборки:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%20t_%7bkp%7d\cdot%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d%20=%2025.452\cdot%20\frac%7b13.435%7d%7b\sqrt%7b2%7d%7d%20=%20241.794  
или  
ε = tkp sc = 25.452\*9.5 = 241.794  
Доверительный интервал:  
(574.5 - 241.794;574.5 + 241.794) = (332.706;816.294)  
С вероятностью 0.95 можно утверждать, что среднее значение при выборке большего объема не выйдет за пределы найденного интервала.  
**Доверительный интервал для дисперсии.**  
Вероятность выхода за нижнюю границу равна P(χ2n-1 < hH) = γ/2 = 0.023. Для количества степеней свободы k=n-1=1, по таблице распределения χ2 находим:  
χ2(1;0.023) = 5.02389.  
Случайная ошибка дисперсии нижней границы:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bH%7d%20=%20\frac%7b(n-1)\cdot%20S%5e%7b2%7d%7d%7bh_%7bH%7d%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bH%7d%20=%20\frac%7b1\cdot%2013.435%5e%7b2%7d%7d%7b5.02389%7d%20=%2035.93  
Вероятность выхода за верхнюю границу равна P(χ2n-1 ≥ hB) = 1 - P(χ2n-1 < hH) = 1 - 0.023 = 0.977:  
χ2(1;0.977) = 0.00016.  
Случайная ошибка дисперсии верхней границы:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bB%7d%20=%20\frac%7b(n-1)\cdot%20S%5e%7b2%7d%7d%7bh_%7bH%7d%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bB%7d%20=%20\frac%7b1\cdot%2013.435%5e%7b2%7d%7d%7b0.00016%7d%20=%201128125  
Таким образом, интервал (35.93;1128125) покрывает параметр S2 с надежностью α = 0.046 (γ=95.4%)  
**Доверительный интервал для среднеквадратического отклонения**.  
S\*(1-q) < σ < S\*(1+q)  
Найдем доверительный интервал для среднеквадратического отклонения с надежностью γ = 0.954 и объему выборки n = 2  
По таблице q=q(γ ; n) определяем параметр q(0.954;2) = 1.37  
13.435(1-1.37) < σ < 13.435(1+1.37)  
-4.971 < σ < 31.841  
Таким образом, интервал (-4.971;31.841) покрывает параметр σ с надежностью γ = 0.954  
Каждое значение ряда отличается от среднего значения 574.5 в среднем на 9.5.  
Среднее значение примерно равно моде и медиане, что свидетельствует о нормальном распределении выборки.  
Поскольку коэффициент вариации меньше 30%, то совокупность однородна. Полученным результатам можно доверять.  
Значения As и Ex мало отличаются от нуля. Поэтому можно предположить близость данной выборки к нормальному распределению.

**Эксперимент с темпом.**Таблица для расчета показателей.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | Кол-во, fi | xi·fi | Накопленная частота, S | |x-xср|·fi | (x-xср)2·fi | Относительная частота, fi/f |
| 50 | 51 | 2550 | 51 | 172.279 | 581.961 | 0.137 |
| 56 | 62 | 3472 | 113 | 162.563 | 426.238 | 0.166 |
| 56 | 60 | 3360 | 173 | 157.319 | 412.488 | 0.161 |
| 62 | 72 | 4464 | 245 | 620.783 | 5352.38 | 0.193 |
| 50 | 53 | 2650 | 298 | 179.035 | 604.783 | 0.142 |
| 50 | 47 | 2350 | 345 | 158.767 | 536.317 | 0.126 |
| 38 | 28 | 1064 | 373 | 430.584 | 6621.535 | 0.0751 |
| Итого | 373 | 19910 |  | 1881.33 | 14535.7 | 1 |

Для оценки ряда распределения найдем следующие показатели:  
**Показатели центра распределения**.  
*Средняя взвешенная* (выборочная средняя)  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\overline%7bx%7d%20=%20\frac%7b\sum%7bx_%7bi%7d\cdot%20f_%7bi%7d%7d%7d%7b\sum%7bf_%7bi%7d%7d%7d%20=%20\frac%7b19910%7d%7b373%7d%20=%2053.378  
*Мода*.  
Мода - наиболее часто встречающееся значение признака у единиц данной совокупности.  
Максимальное значение повторений при x = 62 (f = 72). Следовательно, мода равна 62.  
*Медиана*.  
Медианой (Me) называется значение признака, приходящееся на середину ранжированной (упорядоченной) совокупности. Находим xi, при котором накопленная частота S будет больше ∑f/2 = 187. Это значение xi = 62. Таким образом, медиана равна 62.  
Медиана служит хорошей характеристикой при ассиметричном распределении данных, т.к. даже при наличии "выбросов" данных, медиана более устойчива к воздействию отклоняющихся данных.  
В симметричных рядах распределения значение моды и медианы совпадают со средней величиной (xср=Me=Mo), а в умеренно асимметричных они соотносятся таким образом: 3(xср-Me) ≈ xср-Mo  
*Квартили*.  
Квартили – это значения признака в ранжированном ряду распределения, выбранные таким образом, что 25% единиц совокупности будут меньше по величине Q1, 25% будут заключены между Q1 и Q2, 25% - между Q2 и Q3. Остальные 25% превосходят Q3.  
Находим xi, при котором накопленная частота S будет больше ∑f/4 = 94. Это значение xi = 56. Таким образом, первый квартиль равен 56  
25% единиц совокупности будут меньше по величине 56  
Q2 совпадает с медианой, Q2 = 62  
Находим xi, при котором накопленная частота S будет больше ∑3f/4 = 282. Это значение xi = 50. Таким образом, третий квартиль равен 50  
**Показатели вариации**.  
*Абсолютные показатели вариации*.  
Размах вариации - разность между максимальным и минимальным значениями признака первичного ряда.  
R = xmax - xmin = 62 - 38 = 24  
*Среднее линейное отклонение* - вычисляют для того, чтобы учесть различия всех единиц исследуемой совокупности.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=d%20=%20\frac%7b\sum%7b|x_%7bi%7d%20-%20\overline%7bx%7d|\cdot%20f_%7bi%7d%7d%7d%7b\sum%7bf_%7bi%7d%7d%7d%20=%20\frac%7b1881.33%7d%7b373%7d%20=%205.044  
Каждое значение ряда отличается от другого в среднем на 5.044  
*Дисперсия* - характеризует меру разброса около ее среднего значения (мера рассеивания, т.е. отклонения от среднего).  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=D%20=%20\frac%7b\sum%7b(x_%7bi%7d%20-%20\overline%7bx%7d)%5e%7b2%7d%20f_%7bi%7d%7d%7d%7b\sum%7bf_%7bi%7d%7d%7d%20=%20\frac%7b14535.7%7d%7b373%7d%20=%2038.97  
*Несмещенная оценка дисперсии* - состоятельная оценка дисперсии (исправленная дисперсия).  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=S%5e%7b2%7d%20%20=%20\frac%7b\sum%7b(x_%7bi%7d%20-%20\overline%7bx%7d)%5e%7b2%7d\cdot%20f_%7bi%7d%7d%7d%7b\sum%7bf_%7bi%7d%7d-1%7d%20%20=%20\frac%7b14535.7%7d%7b372%7d%20=%2039.074  
*Среднее квадратическое отклонение*.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\sigma%20%20=%20\sqrt%7bD%7d%20=%20\sqrt%7b38.97%7d%20=%206.243  
Каждое значение ряда отличается от среднего значения 53.378 в среднем на 6.243  
*Оценка среднеквадратического отклонения*.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s%20=%20\sqrt%7bS%5e%7b2%7d%20%7d%20=%20\sqrt%7b39.074%7d%20=%206.251  
**Относительные показатели вариации**.  
К относительным показателям вариации относят: коэффициент осцилляции, линейный коэффициент вариации, относительное линейное отклонение.  
*Коэффициент вариации* - мера относительного разброса значений совокупности: показывает, какую долю среднего значения этой величины составляет ее средний разброс.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=v%20=%20\frac%7b\sigma%20%7d%7b\overline%7bx%7d%7d%20=%20\frac%7b6.243%7d%7b53.378%7d100%25%20=%2011.7%25  
Поскольку v ≤ 30%, то совокупность однородна, а вариация слабая. Полученным результатам можно доверять.  
*Линейный коэффициент вариации* или *Относительное линейное отклонение* - характеризует долю усредненного значения признака абсолютных отклонений от средней величины.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Kd%20=%20\frac%7bd%7d%7b\overline%7bx%7d%7d%20=%20\frac%7b5.044%7d%7b53.378%7d100%25%20=%209.45%25  
*Коэффициент осцилляции* - отражает относительную колеблемость крайних значений признака вокруг средней.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Kr%20=%20\frac%7bR%7d%7b\overline%7bx%7d%7d%20=%20\frac%7b24%7d%7b53.378%7d100%25%20=%2044.96%25  
**Показатели формы распределения**.  
*Степень асимметрии*.  
Симметричным является распределение, в котором частоты любых двух вариантов, равностоящих в обе стороны от центра распределения, равны между собой.  
Наиболее точным и распространенным показателем асимметрии является моментный коэффициент асимметрии.  
As = M3/s3  
где M3 - центральный момент третьего порядка.  
s - среднеквадратическое отклонение.  
M3 = -59299.33/373 = -158.98  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=As%20=%20\frac%7b-158.98%7d%7b6.243%5e%7b3%7d%7d%20=%20-0.654  
Отрицательный знак свидетельствует о наличии левосторонней асимметрии  
Оценка существенности показателя асимметрии дается с помощью средней квадратической ошибки коэффициента асимметрии:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bAs%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b6(n-2)%7d%7b(n%2B1)(n%2B3)%7d%7d  
Если выполняется соотношение |As|/sAs < 3, то асимметрия несущественная, ее наличие объясняется влиянием различных случайных обстоятельств. Если имеет место соотношение |As|/sAs > 3, то асимметрия существенная и распределение признака в генеральной совокупности не является симметричным.  
Расчет центральных моментов проводим в аналитической таблице:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| xi | (x-xср)3·fi | (x-xср)4·fi |
| 50 | -1965.872 | 6640.748 |
| 56 | 1117.588 | 2930.298 |
| 56 | 1081.537 | 2835.772 |
| 62 | 46148.131 | 397888.447 |
| 50 | -2042.965 | 6901.17 |
| 50 | -1811.686 | 6119.905 |
| 38 | -101826.066 | 1565882.876 |
| Итого | -59299.333 | 1989199.217 |

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bAs%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b6(7-2)%7d%7b(7%2B1)(7%2B3)%7d%7d%20=%200.612  
В анализируемом ряду распределения наблюдается несущественная асимметрия (-0.654/0.612 = 1.07<3)  
Применяются также структурные показатели (коэффициенты) асимметрии, характеризующие асимметрию только в центральной части распределения, т.е. основной массы единиц, и независящие от крайних значений признака. Рассчитаем структурный коэффициент асимметрии Пирсона:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Asp%20=%20\frac%7b\overline%7bx%7d%20-%20M_%7bo%7d%7d%7b\sigma%20%7d%20=%20\frac%7b53.378-62%7d%7b6.243%7d%20=%20-1.38  
Для симметричных распределений рассчитывается показатель эксцесса (островершинности). Эксцесс представляет собой выпад вершины эмпирического распределения вверх или вниз от вершины кривой нормального распределения.  
Чаще всего эксцесс оценивается с помощью показателя:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Ex%20=%20\frac%7bM_%7b4%7d%7d%7bs%5e%7b4%7d%7d%20-%203  
Для распределений более островершинных (вытянутых), чем нормальное, показатель эксцесса положительный (Ex > 0), для более плосковершинных (сплюснутых) - отрицательный (Ex < 0), т.к. для нормального распределения M4/s4 = 3.  
M4 = 1989199.22/373 = 5332.97  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Ex%20=%20\frac%7b5332.97%7d%7b6.243%5e%7b4%7d%7d%20-%203%20=%203.5117%20-%203%20=%200.51  
Число 3 вычитается из отношения μ4/ σ4 потому, что для нормального закона распределения μ4/ σ4 = 3. Таким образом, для нормального распределения эксцесс равен нулю. Островершинные кривые обладают положительным эксцессом, кривые более плосковершинные - отрицательным эксцессом.  
Ex > 0 - островершинное распределение  
Чтобы оценить существенность эксцесса рассчитывают статистику Ex/sEx  
где sEx - средняя квадратическая ошибка коэффициента эксцесса.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bEx%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b24n(n-2)(n-3)%7d%7b(n%2B1)%5e%7b2%7d(n%2B3)(n%2B5)%7d%7d  
Если отношение Ex/sEx > 3, то отклонение от нормального распределения считается существенным.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bEx%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b24%20\cdot%20%207(7-2)(7-3)%7d%7b(7%2B1)%5e%7b2%7d(7%2B3)(7%2B5)%7d%7d%20=%200.661  
Ex/sEx = 0.51/0.661 = 0.771  
Поскольку sEx < 3, то отклонение от нормального распределения считается не существенным.  
**Интервальное оценивание центра генеральной совокупности**.  
**Доверительный интервал для генерального среднего**.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=(\overline%7bx%7d%20-%20t_%7bkp%7d\cdot%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d;%20\overline%7bx%7d%20%2B%20t_%7bkp%7d\cdot%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d)  
В этом случае 2Ф(tkp) = γ  
Ф(tkp) = γ/2 = 0.95/2 = 0.475  
По таблице функции Лапласа найдем, при каком tkp значение Ф(tkp) = 0.475  
tkp(γ) = (0.475) = 1.96  
Стандартная ошибка выборки для среднего:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bc%7d%20=%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d%20=%20\frac%7b6.251%7d%7b\sqrt%7b373%7d%7d%20=%200.3237  
Стандартная ошибка среднего указывает, на сколько среднее выборки 53.378 отличается от среднего генеральной совокупности.  
Предельная ошибка выборки:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%20t_%7bkp%7d\cdot%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d%20=%201.96\cdot%20\frac%7b6.251%7d%7b\sqrt%7b373%7d%7d%20=%200.634  
или  
ε = tkp sc = 1.96\*0.324 = 0.634  
Доверительный интервал:  
(53.378 - 0.634;53.378 + 0.634) = (52.744;54.012)  
С вероятностью 0.95 можно утверждать, что среднее значение при выборке большего объема не выйдет за пределы найденного интервала.  
**Доверительный интервал для дисперсии.**  
Вероятность выхода за нижнюю границу равна P(χ2n-1 < hH) = γ/2 = 0.023. Для количества степеней свободы k=n-1=372, по таблице распределения χ2 находим:  
χ2(372;0.023) = 241.0579.  
Случайная ошибка дисперсии нижней границы:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bH%7d%20=%20\frac%7b(n-1)\cdot%20S%5e%7b2%7d%7d%7bh_%7bH%7d%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bH%7d%20=%20\frac%7b372\cdot%206.251%5e%7b2%7d%7d%7b241.0579%7d%20=%2060.3  
Вероятность выхода за верхнюю границу равна P(χ2n-1 ≥ hB) = 1 - P(χ2n-1 < hH) = 1 - 0.023 = 0.977:  
χ2(372;0.977) = 156.432.  
Случайная ошибка дисперсии верхней границы:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bB%7d%20=%20\frac%7b(n-1)\cdot%20S%5e%7b2%7d%7d%7bh_%7bH%7d%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bB%7d%20=%20\frac%7b372\cdot%206.251%5e%7b2%7d%7d%7b156.432%7d%20=%2092.92  
Таким образом, интервал (60.3;92.92) покрывает параметр S2 с надежностью α = 0.046 (γ=95.4%)  
**Доверительный интервал для среднеквадратического отклонения**.  
S\*(1-q) < σ < S\*(1+q)  
Найдем доверительный интервал для среднеквадратического отклонения с надежностью γ = 0.954 и объему выборки n = 373  
По таблице q=q(γ ; n) определяем параметр q(0.954;373) = 0  
6.251(1-0) < σ < 6.251(1+0)  
6.251 < σ < 6.251  
Таким образом, интервал (6.251;6.251) покрывает параметр σ с надежностью γ = 0.954  
**Интервальное оценивание генеральной доли (вероятности события)**.  
Доверительный интервал для генеральной доли.  
(p\* - ε ; p\* + ε)  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%20t_%7bkp%7d%20\sqrt%7b\frac%7bp%5e%7b\cdot%20%7d(1-%20p%5e%7b\cdot%20%7d)%7d%7bn%7d%7d  
В этом случае 2Ф(tkp) = γ  
Ф(tkp) = γ/2 = 0.954/2 = 0.477  
По таблице функции Лапласа найдем, при каком tkp значение Ф(tkp) = 0.477  
tkp(γ) = (0.477) = 2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Доля i-ой группы fi / ∑f | Средняя ошибка выборки для генеральной доли, ε | Нижняя граница доли, p\* - ε | Верхняя граница доли, p\* + ε |
| 0.1367 | https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%202%20\sqrt%7b\frac%7b0.14(1-%200.14)%7d%7b373%7d%7d%20=%200.0178 | 0.119 | 0.155 |
| 0.1662 | https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%202%20\sqrt%7b\frac%7b0.17(1-%200.17)%7d%7b373%7d%7d%20=%200.0193 | 0.147 | 0.185 |
| 0.1609 | https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%202%20\sqrt%7b\frac%7b0.16(1-%200.16)%7d%7b373%7d%7d%20=%200.019 | 0.142 | 0.18 |
| 0.193 | https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%202%20\sqrt%7b\frac%7b0.19(1-%200.19)%7d%7b373%7d%7d%20=%200.0204 | 0.173 | 0.213 |
| 0.1421 | https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%202%20\sqrt%7b\frac%7b0.14(1-%200.14)%7d%7b373%7d%7d%20=%200.0181 | 0.124 | 0.16 |
| 0.126 | https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%202%20\sqrt%7b\frac%7b0.13(1-%200.13)%7d%7b373%7d%7d%20=%200.0172 | 0.109 | 0.143 |
| 0.07507 | https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%202%20\sqrt%7b\frac%7b0.0751(1-%200.0751)%7d%7b373%7d%7d%20=%200.0136 | 0.0614 | 0.0887 |

С вероятностью 0.954 при большем объеме выборке эти доли будут находиться в заданных интервалах.  
  
**Проверка гипотез о виде распределения**.  
1. Проверим гипотезу о том, что Х распределено по *нормальному закону* с помощью критерия согласия Пирсона.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=K%20=%20\sum%7b\frac%7b(f_%7bi%7d%20-%20f_%7bi%7d%5e%7b\cdot%20%7d)%5e%7b2%7d%7d%7bf_%7bi%7d%5e%7b\cdot%20%7d%7d%7d  
где f\*i - теоретические частоты:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f_%7bi%7d%5e%7b\cdot%20%7d%20=%20\frac%7bN\cdot%20h%7d%7b\sigma%20%7d\phi%20_%7bi%7d  
Вычислим теоретические частоты, учитывая, что:  
N = 373, h=6 (ширина интервала), σ = 6.243, xср = 53.378  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f_%7bi%7d%5e%7b\cdot%20%7d%20=%20\frac%7b373%20\cdot%20%206%7d%7b6.243%7d\phi%20_%7bi%7d%20=%20358.51\phi%20_%7bi%7d

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| i | xi | ui | φi | fi\* |
| 1 | 50 | -0.5411 | 0,3429 | 122.932 |
| 2 | 56 | 0.42 | 0,3637 | 130.389 |
| 3 | 56 | 0.42 | 0,3637 | 130.389 |
| 4 | 62 | 1.3812 | 0,1518 | 54.421 |
| 5 | 50 | -0.5411 | 0,3429 | 122.932 |
| 6 | 50 | -0.5411 | 0,3429 | 122.932 |
| 7 | 38 | -2.4634 | 0,0189 | 6.776 |

Сравним эмпирические и теоретические частоты. Составим расчетную таблицу, из которой найдем наблюдаемое значение критерия:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\chi%5e%7b2%7d%20=%20\sum%7b\frac%7b(f_%7bi%7d%20-%20f_%7bi%7d%5e%7b\cdot%20%7d)%5e%7b2%7d%7d%7bf\cdot%20_%7bi%7d%7d%7d

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | fi | f\*i | fi-fi\* | (fi-fi\*)2 | (fi-fi\*)2/fi\* |
| 1 | 51 | 122.9317 | 71.9317 | 5174.1745 | 42.09 |
| 2 | 62 | 130.3887 | 68.3887 | 4677.0091 | 35.87 |
| 3 | 60 | 130.3887 | 70.3887 | 4954.5637 | 37.998 |
| 4 | 72 | 54.4212 | -17.5788 | 309.0134 | 5.678 |
| 5 | 53 | 122.9317 | 69.9317 | 4890.4476 | 39.782 |
| 6 | 47 | 122.9317 | 75.9317 | 5765.6284 | 46.901 |
| 7 | 28 | 6.7758 | -21.2242 | 450.4682 | 66.482 |
| ∑ | 373 | 373 |  |  | 274.801 |

Определим границу критической области. Так как статистика Пирсона измеряет разницу между эмпирическим и теоретическим распределениями, то чем больше ее наблюдаемое значение Kнабл, тем сильнее довод против основной гипотезы.  
Поэтому критическая область для этой статистики всегда правосторонняя: [Kkp;+∞).  
Её границу Kkp = χ2(k-r-1;α) находим по таблицам распределения χ2 и заданным значениям σ, k = 7, r=2 (параметры xcp и σ оценены по выборке).  
Kkp(0.05;4) = 9.48773; Kнабл = 274.8  
Наблюдаемое значение статистики Пирсона попадает в критическую область: Кнабл > Kkp, поэтому есть основания отвергать основную гипотезу. Данные выборки распределены **не по нормальному закону**. Другими словами, эмпирические и теоретические частоты различаются значимо.  
**Проверим гипотезу о том, что Х распределено по *нормальному закону****с помощью показателей As и Ex*.  
В случае нормального распределения справедливо следующее условие: |As| < 3SAs; |A| < 3SAs; |E| < 3SEx  
Проверим выполнение этого условия для нашего примера.  
SAs=0.6124, SEx=0.6614  
As=-0.654, Ex=0.51  
|-0.654| < 3\*0.6124=1.8371  
|0.51| < 3\*0.6614=1.9843  
Условия выполняются.  
Проверку выборочной совокупности на близость ее к нормальному распределению можно производить, используя статистики χ2, As и Ex.  
Сначала вычисляют статистику χ2 по формуле:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\chi%5e%7b2%7d=\frac%7bAs%5e%7b2%7d%7d%7bS_%7bAs%7d%5e%7b2%7d%7d%2B\frac%7bEx%5e%7b2%7d%7d%7bS_%7bEx%7d%5e%7b2%7d%7d  
Затем при заданном уровне значимости α и числе степеней свободы k = 2 (используют в расчетах две статистики As и Ex) для распределения χ2 Пирсона находят χкр2. Если выполняется неравенство χ2 < χкр2, то гипотезу о нормальном распределении выборочной совокупности принимают. В противном случае, т.е. когда χ2>χкр2, гипотезу о нормальном распределении выборки отвергают.  
**Проверим гипотезу о том, что Х распределено по *нормальному закону****с помощью правила 3-х сигм*.  
Если случайная величина распределена нормально, то абсолютная величина её отклонения от математического ожидания не превосходит утроенного среднеквадратического отклонения, т.е. все значения случайной величины должны попасть в интервал:

*(x-3·σ ; x+3·σ)*

В нашем случае этот интервал составит:  
(53.378-3\*6.243;53.378-3\*6.243) = (34.649;72.107)  
Все значения величин попадают в интервал, так как xmin=38; xmax=62  
2. Проверим гипотезу о том, что Х распределено по *закону Пуассона*.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=p_%7bi%7d%20=%20\frac%7b\lambda%5e%7bi%7d%7d%7bi!%7d\cdot%20e%5e%7b-\lambda%20%7d  
где pi — вероятность попадания в i-й интервал случайной величины, распределенной по гипотетическому закону.  
а) Находим по заданному эмпирическому распределению выборочную среднюю (xВ = 53.378).  
б) Принимаем в качестве оценки параметра λ распределения Пуассона выборочную среднюю xср = 53.378. Следовательно, предполагаемый закон Пуассона имеет вид:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=p_%7bi%7d%20=%20\frac%7b53.378%5e%7bi%7d%7d%7bi!%7d\cdot%20e%5e%7b-53.378%7d  
в) Найдем по формуле Пуассона вероятности Pi, появления ровно i событий в n испытаниях. Находим теоретические частоты по формуле npi  
i = 0: p0 = 0, np0 = 0  
i = 1: p1 = 0, np1 = 0  
i = 2: p2 = 0, np2 = 0  
i = 3: p3 = 0, np3 = 0  
i = 4: p4 = 0, np4 = 0  
i = 5: p5 = 0, np5 = 0  
i = 6: p6 = 0, np6 = 0  
в) Вычисляем слагаемые статистики Пирсона по формуле (5 столбец таблицы):  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=K%20=%20\sum%7b\frac%7b(n_%7bi%7d%20-%20n%20p_%7bi%7d)%5e%7b2%7d%7d%7bn%20p_%7bi%7d%7d%7d

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| i | ni | pi | Ожидаемая частота npi | Слагаемые статистики Пирсона Ki |
| 0 | 51 | 0 | 0 | 1.0597644852792E+24 |
| 1 | 62 | 0 | 0 | 2.9342016702364E+22 |
| 2 | 60 | 0 | 0 | 1.0296192394373E+21 |
| 3 | 72 | 0 | 0 | 8.3329344935197E+19 |
| 4 | 53 | 0 | 0 | 3.3836254061977E+18 |
| 5 | 47 | 0 | 0 | 2.4924923269115E+17 |
| 6 | 28 | 0 | 0 | 9.9435851937166E+15 |
|  | 373 |  |  | 1.0902230933841E+24 |

Определим границу критической области. Так как статистика Пирсона измеряет разницу между эмпирическим и теоретическим распределениями, то чем больше ее наблюдаемое значение Kнабл, тем сильнее довод против основной гипотезы.  
Поэтому критическая область для этой статистики всегда правосторонняя: [Kkp;+∞).  
Её границу Kkp = χ2(k-r-1;α) находим по таблицам распределения γ2 и заданным значениям s, k (число интервалов), r=1 (параметр λ).  
Kkp(0.05;5) = 11.07050; Kнабл = 1.0902230933841E+24  
Наблюдаемое значение статистики Пирсона попадает в критическую область: Кнабл > Kkp, поэтому есть основания отвергать основную гипотезу. Данные выборки распределены **не по закону Пуассона**.  
3. Проверка гипотезы о *показательном распределении* генеральной совокупности.  
Для того чтобы при уровне значимости а проверить гипотезу о том, что непрерывная случайная величина распределена по показательному закону, надо:  
1. Найти по заданному эмпирическому распределению выборочную среднюю хcp. Для этого находят середину i-го интервала xcπ = (xi+xi+1)/2, составляют последовательность равноотстоящих вариант и соответствующих им частот.  
2. Принять в качестве оценки параметра Х показательного распределения величину, обратную выборочной средней:

*λ = 1 / x*

3. Найти вероятности попадания X в частичные интервалы (xi,xi+1) по формуле:  
Pi = P(xi < X < xi+1) = e-λxi - e-λxi+1  
4. Вычислить теоретические частоты:  
ni = n • Pi  
5. Сравнить эмпирические и теоретические частоты с помощью критерия Пирсона, приняв число степеней свободы k = s-2, где s - число первоначальных интервалов выборки; если же было произведено объединение малочисленных частот, следовательно, и самих интервалов, то s - число интервалов, оставшихся после объединения.  
Среднее значение равно 53.378. Следовательно, параметр λ = 1 / 53.378 = 0.0187  
Таким образом, плотность предполагаемого показательного распределения имеет вид:  
f(x) = 0.0187e-0.0187x, x ≥ 0  
Найдем вероятности попадания X в каждый из интервалов по формуле:  
Pi = P(xi < X < xi+1) = e-λxi - e-λxi+1  
P1 = (50 < X < 50) = 0.3919 - 0.3919 = 0, ni = 373 • 0 = 0  
P2 = (56 < X < 56) = 0.3502 - 0.3502 = 0, ni = 373 • 0 = 0  
P3 = (56 < X < 56) = 0.3502 - 0.3502 = 0, ni = 373 • 0 = 0  
P4 = (62 < X < 62) = 0.313 - 0.313 = 0, ni = 373 • 0 = 0  
P5 = (50 < X < 50) = 0.3919 - 0.3919 = 0, ni = 373 • 0 = 0  
P6 = (50 < X < 50) = 0.3919 - 0.3919 = 0, ni = 373 • 0 = 0  
P7 = (38 < X < 38) = 0.4907 - 0.4907 = 0, ni = 373 • 0 = 0

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | ni | n\*i | ni - n\*i | (ni - n\*i)2 | (ni - n\*i)2/n\*i |
| 1 | 51 | 0 | 51 | 2601 |  |
| 2 | 62 | 0 | 62 | 3844 |  |
| 3 | 60 | 0 | 60 | 3600 |  |
| 4 | 72 | 0 | 72 | 5184 |  |
| 5 | 53 | 0 | 53 | 2809 |  |
| 6 | 47 | 0 | 47 | 2209 |  |
| 7 | 28 | 0 | 28 | 784 |  |
| Итого | 373 |  |  |  | 0 |

Определим границу критической области. Так как статистика Пирсона измеряет разницу между эмпирическим и теоретическим распределениями, то чем больше ее наблюдаемое значение Kнабл, тем сильнее довод против основной гипотезы.  
Поэтому критическая область для этой статистики всегда правосторонняя: [Kkp;+∞).  
Её границу Kkp = χ2(k-r-1;α) находим по таблицам распределения χ2 и заданным значениям s, k (число интервалов), r=1 (параметр λ).  
Kkp(5,0.05) = 11.07050; Kнабл = 0  
Наблюдаемое значение статистики Пирсона не попадает в критическую область: Кнабл < Kkp, поэтому нет оснований отвергать основную гипотезу. Справедливо предположение о том, что данные выборки имеют **показательный закон**.  
4. Проверка гипотезы о *равномерном распределении* генеральной совокупности.  
Для того чтобы проверить гипотезу о равномерном распределении X,т.е. по закону: f(x) = 1/(b-a) в интервале (a,b)  
надо:  
1. Оценить параметры a и b - концы интервала, в котором наблюдались возможные значения X, по формулам (через знак \* обозначены оценки параметров):  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=a%5e%7b\cdot%20%7d%20=%20\overline%7bx%7d%20-%20\sqrt%7b3%7d\sigma%20,%20b%5e%7b\cdot%20%7d%20=%20\overline%7bx%7d%20%2B%20\sqrt%7b3%7d\sigma  
2. Найти плотность вероятности предполагаемого распределения f(x) = 1/(b\* - a\*)  
3. Найти теоретические частоты:  
n1 = nP1 = n[f(x)\*(x1 - a\*)] = n\*1/(b\* - a\*)\*(x1 - a\*)  
n2 = n3 = ... = ns-1 = n\*1/(b\* - a\*)\*(xi - xi-1)  
ns = n\*1/(b\* - a\*)\*(b\* - xs-1)  
4. Сравнить эмпирические и теоретические частоты с помощью критерия Пирсона, приняв число степеней свободы k = s-3, где s - число первоначальных интервалов выборки; если же было произведено объединение малочисленных частот, следовательно, и самих интервалов, то s - число интервалов, оставшихся после объединения.  
  
1. Найдем оценки параметров a\* и b\* равномерного распределения по формулам:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=a%5e%7b\cdot%20%7d%20=%20\overline%7bx%7d%20-%20\sqrt%7b3%7d\sigma%20,%20b%5e%7b\cdot%20%7d%20=%20\overline%7bx%7d%20%2B%20\sqrt%7b3%7d\sigma  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=a%5e%7b\cdot%20%7d%20=%2053.378%20-%20\sqrt%7b3%7d\cdot%206.243%20=%2042.57,%20b%5e%7b\cdot%20%7d%20=%2053.378%20%2B%20\sqrt%7b3%7d\cdot%206.243%20=%2064.19  
2. Найдем плотность предполагаемого равномерного распределения:  
f(x) = 1/(b\* - a\*) = 1/(64.19 - 42.57) = 0.0462  
3. Найдем теоретические частоты:  
n1 = n\*f(x)(x1 - a\*) = 373 \* 0.0462(50-42.57) = 128.23  
n7 = n\*f(x)(b\* - x6) = 373 \* 0.0462(64.19-38) = 451.75  
Остальные ns будут равны:  
ns = n\*f(x)(xi - xi-1)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | ni | n\*i | ni - n\*i | (ni - n\*i)2 | (ni - n\*i)2/n\*i |
| 1 | 51 | 128.2338 | -77.2338 | 5965.0667 | 46.5171 |
| 2 | 62 | 103.4918 | -41.4918 | 1721.5687 | 16.6348 |
| 3 | 60 | 0 | 60 | 3600 |  |
| 4 | 72 | 103.4918 | -31.4918 | 991.7329 | 9.5827 |
| 5 | 53 | -206.9836 | 259.9836 | 67591.4632 |  |
| 6 | 47 | 0 | 47 | 2209 |  |
| 7 | 28 | 451.7497 | -423.7497 | 179563.8409 | 397.4852 |
| Итого | 373 |  |  |  | 470.2199 |

Определим границу критической области. Так как статистика Пирсона измеряет разницу между эмпирическим и теоретическим распределениями, то чем больше ее наблюдаемое значение Kнабл, тем сильнее довод против основной гипотезы.  
Поэтому критическая область для этой статистики всегда правосторонняя: [Kkp;+∞).  
Её границу Kkp = χ2(k-r-1;α) находим по таблицам распределения χ2 и заданным значениям s, k (число интервалов), r=2 (параметры *a* и *b*).  
Kkp(4,0.05) = 9.48773; Kнабл = 470.22  
Наблюдаемое значение статистики Пирсона попадает в критическую область: Кнабл > Kkp, поэтому есть основания отвергать основную гипотезу. Данные выборки распределены **не по равномерному закону**.  
Каждое значение ряда отличается от среднего значения 53.378 в среднем на 6.243.  
Среднее значение примерно равно моде и медиане, что свидетельствует о нормальном распределении выборки.  
Поскольку коэффициент вариации меньше 30%, то совокупность однородна. Полученным результатам можно доверять.  
Гипотеза о том, что случайная величина Х подчинена нормальному закону распределения, отвергается (по критерию согласия Пирсона).  
Значения As и Ex мало отличаются от нуля. Поэтому можно предположить близость данной выборки к нормальному распределению.  
Наблюдаемое значение статистики Пирсона попадает в критическую область: Кнабл > Kkp, поэтому есть основания отвергать основную гипотезу. Данные выборки распределены **не по закону Пуассона**.

**Эксперимент с предпаузальным удлинением.**Проранжируем ряд. Для этого сортируем его значения по возрастанию.  
Таблица для расчета показателей.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x | |x - xср| | (x-xср)2 |
| 1447 | 11 | 121 |
| 1469 | 11 | 121 |
| 2916 | 22 | 242 |

Для оценки ряда распределения найдем следующие показатели:  
**Показатели центра распределения**.  
*Простая средняя арифметическая*  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\overline%7bx%7d%20=%20\frac%7b\sum%7bx_%7bi%7d%7d%7d%7bn%7d%20=%20\frac%7b2916%7d%7b2%7d%20=%201458  
*Мода*.  
Мода - наиболее часто встречающееся значение признака у единиц данной совокупности.  
Значение ряда 1447 встречается всех больше (1 раз). Следовательно, мода равна x = 1447.  
*Медиана*.  
Медиана - значение признака, которое делит единицы ранжированного ряда на две части. Медиана соответствует варианту, стоящему в середине ранжированного ряда.  
Медиана служит хорошей характеристикой при ассиметричном распределении данных, т.к. даже при наличии "выбросов" данных, медиана более устойчива к воздействию отклоняющихся данных.  
Находим середину ранжированного ряда: h = f/2 = 2/2 =1. Ранжированный ряд включает четное число единиц, следовательно, медиана определяется как средняя из двух центральных значений: (1447 + 1469)/2 = 1458  
В симметричных рядах распределения значение моды и медианы совпадают со средней величиной (xср=Me=Mo), а в умеренно асимметричных они соотносятся таким образом: 3(xср-Me) ≈ xср-Mo  
*Квартили*.  
Квартили – это значения признака в ранжированном ряду распределения, выбранные таким образом, что 25% единиц совокупности будут меньше по величине Q1, 25% будут заключены между Q1 и Q2, 25% - между Q2 и Q3. Остальные 25% превосходят Q3.  
Находим 1/4 ранжированного ряда: h = n/4 = 2/4 = 1. Ранжированный ряд включает четное число единиц, следовательно квартиль Q1 определяется как среднее из двух значений: (1447 + 1469)/2 = 1458  
Находим 3/4 ранжированного ряда: h = 3n/4 = 3\*2/4 = 2. Q3 = (1469 + 2916)/2 = 2192.5  
**Показатели вариации**.  
*Абсолютные показатели вариации*.  
Размах вариации - разность между максимальным и минимальным значениями признака первичного ряда.  
R = xmax - xmin = 1469 - 1447 = 22  
*Среднее линейное отклонение* - вычисляют для того, чтобы учесть различия всех единиц исследуемой совокупности.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=d%20=%20\frac%7b\sum%7b|x_%7bi%7d%20-%20\overline%7bx%7d|%7d%7d%7bf%7d%20=%20\frac%7b22%7d%7b2%7d%20=%2011  
Каждое значение ряда отличается от другого в среднем на 11  
*Дисперсия* - характеризует меру разброса около ее среднего значения (мера рассеивания, т.е. отклонения от среднего).  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=D%20=%20\frac%7b\sum%7b(x_%7bi%7d%20-%20\overline%7bx%7d)%5e%7b2%7d%7d%7d%7bn%7d%20=%20\frac%7b242%7d%7b2%7d%20=%20121  
*Несмещенная оценка дисперсии* - состоятельная оценка дисперсии (исправленная дисперсия).  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=S%5e%7b2%7d%20=%20\frac%7b\sum%7b(x_%7bi%7d%20-%20\overline%7bx%7d)%5e%7b2%7d%7d%7d%7bn-1%7d%20%20=%20\frac%7b242%7d%7b1%7d%20=%20242  
*Среднее квадратическое отклонение*.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\sigma%20%20=%20\sqrt%7bD%7d%20=%20\sqrt%7b121%7d%20=%2011  
Каждое значение ряда отличается от среднего значения 1458 в среднем на 11  
*Оценка среднеквадратического отклонения*.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s%20=%20\sqrt%7bS%5e%7b2%7d%20%7d%20=%20\sqrt%7b242%7d%20=%2015.556  
**Относительные показатели вариации**.  
К относительным показателям вариации относят: коэффициент осцилляции, линейный коэффициент вариации, относительное линейное отклонение.  
*Коэффициент вариации* - мера относительного разброса значений совокупности: показывает, какую долю среднего значения этой величины составляет ее средний разброс.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=v%20=%20\frac%7b\sigma%20%7d%7b\overline%7bx%7d%7d%20=%20\frac%7b11%7d%7b1458%7d100%25%20=%200.75%25  
Поскольку v ≤ 30%, то совокупность однородна, а вариация слабая. Полученным результатам можно доверять.  
*Линейный коэффициент вариации* или *Относительное линейное отклонение* - характеризует долю усредненного значения признака абсолютных отклонений от средней величины.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Kd%20=%20\frac%7bd%7d%7b\overline%7bx%7d%7d%20=%20\frac%7b11%7d%7b1458%7d100%25%20=%200.75%25  
*Коэффициент осцилляции* - отражает относительную колеблемость крайних значений признака вокруг средней.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Kr%20=%20\frac%7bR%7d%7b\overline%7bx%7d%7d%20=%20\frac%7b22%7d%7b1458%7d100%25%20=%201.51%25  
**Показатели формы распределения**.  
*Степень асимметрии*.  
Симметричным является распределение, в котором частоты любых двух вариантов, равностоящих в обе стороны от центра распределения, равны между собой.  
Наиболее точным и распространенным показателем асимметрии является моментный коэффициент асимметрии.  
As = M3/s3  
где M3 - центральный момент третьего порядка.  
s - среднеквадратическое отклонение.  
M3 = 0/2 = 0  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=As%20=%20\frac%7b0%7d%7b11%5e%7b3%7d%7d%20=%200  
Отрицательный знак свидетельствует о наличии левосторонней асимметрии  
Оценка существенности показателя асимметрии дается с помощью средней квадратической ошибки коэффициента асимметрии:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bAs%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b6(n-2)%7d%7b(n%2B1)(n%2B3)%7d%7d  
Если выполняется соотношение |As|/sAs < 3, то асимметрия несущественная, ее наличие объясняется влиянием различных случайных обстоятельств. Если имеет место соотношение |As|/sAs > 3, то асимметрия существенная и распределение признака в генеральной совокупности не является симметричным.  
Расчет центральных моментов проводим в аналитической таблице:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | (x-xср)2 | (x-xcp)3 | (x-xcp)4 |
| 1447 | 121 | -1331 | 14641 |
| 1469 | 121 | 1331 | 14641 |
| Итого | 242 | 0 | 29282 |

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bAs%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b6(2-2)%7d%7b(2%2B1)(2%2B3)%7d%7d%20=%200  
В анализируемом ряду распределения наблюдается несущественная асимметрия (0/0 = 0<3)  
Применяются также структурные показатели (коэффициенты) асимметрии, характеризующие асимметрию только в центральной части распределения, т.е. основной массы единиц, и независящие от крайних значений признака. Рассчитаем структурный коэффициент асимметрии Пирсона:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Asp%20=%20\frac%7b\overline%7bx%7d%20-%20M_%7bo%7d%7d%7b\sigma%20%7d%20=%20\frac%7b1458-1447%7d%7b11%7d%20=%201  
Для симметричных распределений рассчитывается показатель эксцесса (островершинности). Эксцесс представляет собой выпад вершины эмпирического распределения вверх или вниз от вершины кривой нормального распределения.  
Чаще всего эксцесс оценивается с помощью показателя:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Ex%20=%20\frac%7bM_%7b4%7d%7d%7bs%5e%7b4%7d%7d%20-%203  
Для распределений более островершинных (вытянутых), чем нормальное, показатель эксцесса положительный (Ex > 0), для более плосковершинных (сплюснутых) - отрицательный (Ex < 0), т.к. для нормального распределения M4/s4 = 3.  
M4 = 29282/2 = 14641  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Ex%20=%20\frac%7b14641%7d%7b11%5e%7b4%7d%7d%20-%203%20=%201%20-%203%20=%20-2  
Число 3 вычитается из отношения μ4/ σ4 потому, что для нормального закона распределения μ4/ σ4 = 3. Таким образом, для нормального распределения эксцесс равен нулю. Островершинные кривые обладают положительным эксцессом, кривые более плосковершинные - отрицательным эксцессом.  
Ex < 0 - плосковершинное распределение  
Чтобы оценить существенность эксцесса рассчитывают статистику Ex/sEx  
где sEx - средняя квадратическая ошибка коэффициента эксцесса.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bEx%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b24n(n-2)(n-3)%7d%7b(n%2B1)%5e%7b2%7d(n%2B3)(n%2B5)%7d%7d  
Если отношение Ex/sEx > 3, то отклонение от нормального распределения считается существенным.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bEx%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b24%20\cdot%20%202(2-2)(2-3)%7d%7b(2%2B1)%5e%7b2%7d(2%2B3)(2%2B5)%7d%7d%20=%200  
Ex/sEx = -2/0 = 0  
Поскольку sEx < 3, то отклонение от нормального распределения считается не существенным.  
**Интервальное оценивание центра генеральной совокупности**.  
**Доверительный интервал для генерального среднего**.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=(\overline%7bx%7d%20-%20t_%7bkp%7d\cdot%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d;%20\overline%7bx%7d%20%2B%20t_%7bkp%7d\cdot%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d)  
Определяем значение tkp по таблице распределения Стьюдента.  
По таблице Стьюдента находим:  
Tтабл(n-1;α/2) = Tтабл(1;0.025) = 25.452  
Стандартная ошибка выборки для среднего:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bc%7d%20=%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d%20=%20\frac%7b15.556%7d%7b\sqrt%7b2%7d%7d%20=%2011  
Стандартная ошибка среднего указывает, на сколько среднее выборки 1458 отличается от среднего генеральной совокупности.  
Предельная ошибка выборки:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%20t_%7bkp%7d\cdot%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d%20=%2025.452\cdot%20\frac%7b15.556%7d%7b\sqrt%7b2%7d%7d%20=%20279.972  
или  
ε = tkp sc = 25.452\*11 = 279.972  
Доверительный интервал:  
(1458 - 279.972;1458 + 279.972) = (1178.028;1737.972)  
С вероятностью 0.95 можно утверждать, что среднее значение при выборке большего объема не выйдет за пределы найденного интервала.  
**Доверительный интервал для дисперсии.**  
Вероятность выхода за нижнюю границу равна P(χ2n-1 < hH) = γ/2 = 0.023. Для количества степеней свободы k=n-1=1, по таблице распределения χ2 находим:  
χ2(1;0.023) = 5.02389.  
Случайная ошибка дисперсии нижней границы:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bH%7d%20=%20\frac%7b(n-1)\cdot%20S%5e%7b2%7d%7d%7bh_%7bH%7d%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bH%7d%20=%20\frac%7b1\cdot%2015.556%5e%7b2%7d%7d%7b5.02389%7d%20=%2048.17  
Вероятность выхода за верхнюю границу равна P(χ2n-1 ≥ hB) = 1 - P(χ2n-1 < hH) = 1 - 0.023 = 0.977:  
χ2(1;0.977) = 0.00016.  
Случайная ошибка дисперсии верхней границы:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bB%7d%20=%20\frac%7b(n-1)\cdot%20S%5e%7b2%7d%7d%7bh_%7bH%7d%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bB%7d%20=%20\frac%7b1\cdot%2015.556%5e%7b2%7d%7d%7b0.00016%7d%20=%201512500  
Таким образом, интервал (48.17;1512500) покрывает параметр S2 с надежностью α = 0.046 (γ=95.4%)  
**Доверительный интервал для среднеквадратического отклонения**.  
S\*(1-q) < σ < S\*(1+q)  
Найдем доверительный интервал для среднеквадратического отклонения с надежностью γ = 0.954 и объему выборки n = 2  
По таблице q=q(γ ; n) определяем параметр q(0.954;2) = 1.37  
15.556(1-1.37) < σ < 15.556(1+1.37)  
-5.756 < σ < 36.868  
Таким образом, интервал (-5.756;36.868) покрывает параметр σ с надежностью γ = 0.954  
Каждое значение ряда отличается от среднего значения 1458 в среднем на 11.  
Среднее значение примерно равно моде и медиане, что свидетельствует о нормальном распределении выборки.  
Поскольку коэффициент вариации меньше 30%, то совокупность однородна. Полученным результатам можно доверять.  
Значения As и Ex мало отличаются от нуля. Поэтому можно предположить близость данной выборки к нормальному распределению.

**Эксперименты с ларингализацией.**Проранжируем ряд. Для этого сортируем его значения по возрастанию.  
Таблица для расчета показателей.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x | |x - xср| | (x-xср)2 |
| 1389 | 57.667 | 3325.444 |
| 1457 | 10.333 | 106.778 |
| 1494 | 47.333 | 2240.444 |
| 4340 | 115.333 | 5672.667 |

Для оценки ряда распределения найдем следующие показатели:  
**Показатели центра распределения**.  
*Простая средняя арифметическая*  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\overline%7bx%7d%20=%20\frac%7b\sum%7bx_%7bi%7d%7d%7d%7bn%7d%20=%20\frac%7b4340%7d%7b3%7d%20=%201446.667  
*Мода*.  
Мода - наиболее часто встречающееся значение признака у единиц данной совокупности.  
Имеются два показателя с одинаковым значением частоты f=1. Ряд имеет две моды, т.е. является бимодальным.  
*Медиана*.  
Медиана - значение признака, которое делит единицы ранжированного ряда на две части. Медиана соответствует варианту, стоящему в середине ранжированного ряда.  
Медиана служит хорошей характеристикой при ассиметричном распределении данных, т.к. даже при наличии "выбросов" данных, медиана более устойчива к воздействию отклоняющихся данных.  
Находим середину ранжированного ряда: h = (n+1)/2 = (3+1)/2 = 2. Этому номеру соответствует значение ряда 1457. Следовательно, медиана Me = 1457  
В симметричных рядах распределения значение моды и медианы совпадают со средней величиной (xср=Me=Mo), а в умеренно асимметричных они соотносятся таким образом: 3(xср-Me) ≈ xср-Mo  
*Квартили*.  
Квартили – это значения признака в ранжированном ряду распределения, выбранные таким образом, что 25% единиц совокупности будут меньше по величине Q1, 25% будут заключены между Q1 и Q2, 25% - между Q2 и Q3. Остальные 25% превосходят Q3.  
Находим 1/4 ранжированного ряда: h = (n+1)/4 = (3+1)/4 = 1. Этому номеру соответствует значение ряда 1389. Следовательно, квартиль Q1 = 1389  
Находим 3/4 ранжированного ряда: h = 3(n+1)/4 = 3(3+1)/4 = 2. Этому номеру соответствует значение ряда 1457. Следовательно, квартиль Q3 = 1457  
**Показатели вариации**.  
*Абсолютные показатели вариации*.  
Размах вариации - разность между максимальным и минимальным значениями признака первичного ряда.  
R = xmax - xmin = 1494 - 1389 = 105  
*Среднее линейное отклонение* - вычисляют для того, чтобы учесть различия всех единиц исследуемой совокупности.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=d%20=%20\frac%7b\sum%7b|x_%7bi%7d%20-%20\overline%7bx%7d|%7d%7d%7bf%7d%20=%20\frac%7b115.333%7d%7b3%7d%20=%2038.444  
Каждое значение ряда отличается от другого в среднем на 38.444  
*Дисперсия* - характеризует меру разброса около ее среднего значения (мера рассеивания, т.е. отклонения от среднего).  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=D%20=%20\frac%7b\sum%7b(x_%7bi%7d%20-%20\overline%7bx%7d)%5e%7b2%7d%7d%7d%7bn%7d%20=%20\frac%7b5672.667%7d%7b3%7d%20=%201890.889  
*Несмещенная оценка дисперсии* - состоятельная оценка дисперсии (исправленная дисперсия).  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=S%5e%7b2%7d%20=%20\frac%7b\sum%7b(x_%7bi%7d%20-%20\overline%7bx%7d)%5e%7b2%7d%7d%7d%7bn-1%7d%20%20=%20\frac%7b5672.667%7d%7b2%7d%20=%202836.333  
*Среднее квадратическое отклонение*.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\sigma%20%20=%20\sqrt%7bD%7d%20=%20\sqrt%7b1890.889%7d%20=%2043.484  
Каждое значение ряда отличается от среднего значения 1446.667 в среднем на 43.484  
*Оценка среднеквадратического отклонения*.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s%20=%20\sqrt%7bS%5e%7b2%7d%20%7d%20=%20\sqrt%7b2836.333%7d%20=%2053.257  
**Относительные показатели вариации**.  
К относительным показателям вариации относят: коэффициент осцилляции, линейный коэффициент вариации, относительное линейное отклонение.  
*Коэффициент вариации* - мера относительного разброса значений совокупности: показывает, какую долю среднего значения этой величины составляет ее средний разброс.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=v%20=%20\frac%7b\sigma%20%7d%7b\overline%7bx%7d%7d%20=%20\frac%7b43.484%7d%7b1446.667%7d100%25%20=%203.01%25  
Поскольку v ≤ 30%, то совокупность однородна, а вариация слабая. Полученным результатам можно доверять.  
*Линейный коэффициент вариации* или *Относительное линейное отклонение* - характеризует долю усредненного значения признака абсолютных отклонений от средней величины.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Kd%20=%20\frac%7bd%7d%7b\overline%7bx%7d%7d%20=%20\frac%7b38.444%7d%7b1446.667%7d100%25%20=%202.66%25  
*Коэффициент осцилляции* - отражает относительную колеблемость крайних значений признака вокруг средней.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Kr%20=%20\frac%7bR%7d%7b\overline%7bx%7d%7d%20=%20\frac%7b105%7d%7b1446.667%7d100%25%20=%207.26%25  
**Показатели формы распределения**.  
*Степень асимметрии*.  
Симметричным является распределение, в котором частоты любых двух вариантов, равностоящих в обе стороны от центра распределения, равны между собой.  
Наиболее точным и распространенным показателем асимметрии является моментный коэффициент асимметрии.  
As = M3/s3  
где M3 - центральный момент третьего порядка.  
s - среднеквадратическое отклонение.  
M3 = -84616.22/3 = -28205.41  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=As%20=%20\frac%7b-28205.41%7d%7b43.484%5e%7b3%7d%7d%20=%20-0.343  
Отрицательный знак свидетельствует о наличии левосторонней асимметрии  
Оценка существенности показателя асимметрии дается с помощью средней квадратической ошибки коэффициента асимметрии:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bAs%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b6(n-2)%7d%7b(n%2B1)(n%2B3)%7d%7d  
Если выполняется соотношение |As|/sAs < 3, то асимметрия несущественная, ее наличие объясняется влиянием различных случайных обстоятельств. Если имеет место соотношение |As|/sAs > 3, то асимметрия существенная и распределение признака в генеральной совокупности не является симметричным.  
Расчет центральных моментов проводим в аналитической таблице:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | (x-xср)2 | (x-xcp)3 | (x-xcp)4 |
| 1389 | 3325.444 | -191767.296 | 11058580.753 |
| 1457 | 106.778 | 1103.37 | 11401.494 |
| 1494 | 2240.444 | 106047.704 | 5019591.309 |
| Итого | 5672.667 | -84616.222 | 16089573.556 |

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bAs%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b6(3-2)%7d%7b(3%2B1)(3%2B3)%7d%7d%20=%200.5  
В анализируемом ряду распределения наблюдается несущественная асимметрия (-0.343/0.5 = 0.69<3)

Применяются также структурные показатели (коэффициенты) асимметрии, характеризующие асимметрию только в центральной части распределения, т.е. основной массы единиц, и независящие от крайних значений признака. Рассчитаем структурный коэффициент асимметрии Пирсона:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Asp%20=%20\frac%7b\overline%7bx%7d%20-%20M_%7bo%7d%7d%7b\sigma%20%7d%20=%20\frac%7b1446.667-1457%7d%7b43.484%7d%20=%20-0.24  
Для симметричных распределений рассчитывается показатель эксцесса (островершинности). Эксцесс представляет собой выпад вершины эмпирического распределения вверх или вниз от вершины кривой нормального распределения.  
Чаще всего эксцесс оценивается с помощью показателя:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Ex%20=%20\frac%7bM_%7b4%7d%7d%7bs%5e%7b4%7d%7d%20-%203  
Для распределений более островершинных (вытянутых), чем нормальное, показатель эксцесса положительный (Ex > 0), для более плосковершинных (сплюснутых) - отрицательный (Ex < 0), т.к. для нормального распределения M4/s4 = 3.  
M4 = 16089573.56/3 = 5363191.19  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=Ex%20=%20\frac%7b5363191.19%7d%7b43.484%5e%7b4%7d%7d%20-%203%20=%201.5%20-%203%20=%20-1.5  
Число 3 вычитается из отношения μ4/ σ4 потому, что для нормального закона распределения μ4/ σ4 = 3. Таким образом, для нормального распределения эксцесс равен нулю. Островершинные кривые обладают положительным эксцессом, кривые более плосковершинные - отрицательным эксцессом.  
Ex < 0 - плосковершинное распределение  
Чтобы оценить существенность эксцесса рассчитывают статистику Ex/sEx  
где sEx - средняя квадратическая ошибка коэффициента эксцесса.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bEx%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b24n(n-2)(n-3)%7d%7b(n%2B1)%5e%7b2%7d(n%2B3)(n%2B5)%7d%7d  
Если отношение Ex/sEx > 3, то отклонение от нормального распределения считается существенным.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bEx%7d%20=%20\sqrt%7b\frac%7b24%20\cdot%20%203(3-2)(3-3)%7d%7b(3%2B1)%5e%7b2%7d(3%2B3)(3%2B5)%7d%7d%20=%200  
Ex/sEx = -1.5/0 = 0  
Поскольку sEx < 3, то отклонение от нормального распределения считается не существенным.  
**Интервальное оценивание центра генеральной совокупности**.  
**Доверительный интервал для генерального среднего**.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=(\overline%7bx%7d%20-%20t_%7bkp%7d\cdot%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d;%20\overline%7bx%7d%20%2B%20t_%7bkp%7d\cdot%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d)  
Определяем значение tkp по таблице распределения Стьюдента.  
По таблице Стьюдента находим:  
Tтабл(n-1;α/2) = Tтабл(2;0.025) = 6.205  
Стандартная ошибка выборки для среднего:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=s_%7bc%7d%20=%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d%20=%20\frac%7b53.257%7d%7b\sqrt%7b3%7d%7d%20=%2030.7481  
Стандартная ошибка среднего указывает, на сколько среднее выборки 1446.667 отличается от среднего генеральной совокупности.

Предельная ошибка выборки:

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%20t_%7bkp%7d\cdot%20\frac%7bs%7d%7b\sqrt%7bn%7d%7d%20=%206.205\cdot%20\frac%7b53.257%7d%7b\sqrt%7b3%7d%7d%20=%20190.792

или  
ε = tkp sc = 6.205\*30.748 = 190.792  
Доверительный интервал:  
(1446.667 - 190.792;1446.667 + 190.792) = (1255.875;1637.459)  
С вероятностью 0.95 можно утверждать, что среднее значение при выборке большего объема не выйдет за пределы найденного интервала.  
**Доверительный интервал для дисперсии.**  
Вероятность выхода за нижнюю границу равна P(χ2n-1 < hH) = γ/2 = 0.023. Для количества степеней свободы k=n-1=2, по таблице распределения χ2 находим:  
χ2(2;0.023) = 7.37776.  
Случайная ошибка дисперсии нижней границы:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bH%7d%20=%20\frac%7b(n-1)\cdot%20S%5e%7b2%7d%7d%7bh_%7bH%7d%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bH%7d%20=%20\frac%7b2\cdot%2053.257%5e%7b2%7d%7d%7b7.37776%7d%20=%20768.89  
Вероятность выхода за верхнюю границу равна P(χ2n-1 ≥ hB) = 1 - P(χ2n-1 < hH) = 1 - 0.023 = 0.977:  
χ2(2;0.977) = 0.02010.  
Случайная ошибка дисперсии верхней границы:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bB%7d%20=%20\frac%7b(n-1)\cdot%20S%5e%7b2%7d%7d%7bh_%7bH%7d%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bB%7d%20=%20\frac%7b2\cdot%2053.257%5e%7b2%7d%7d%7b0.02010%7d%20=%20282222.22  
Таким образом, интервал (768.89;282222.22) покрывает параметр S2 с надежностью α = 0.046 (γ=95.4%)  
**Доверительный интервал для среднеквадратического отклонения**.  
S\*(1-q) < σ < S\*(1+q)  
Найдем доверительный интервал для среднеквадратического отклонения с надежностью γ = 0.954 и объему выборки n = 3  
По таблице q=q(γ ; n) определяем параметр q(0.954;3) = 1.37  
53.257(1-1.37) < σ < 53.257(1+1.37)  
-19.705 < σ < 126.219  
Таким образом, интервал (-19.705;126.219) покрывает параметр σ с надежностью γ = 0.954  
Каждое значение ряда отличается от среднего значения 1446.667 в среднем на 43.484.

Поскольку коэффициент вариации меньше 30%, то совокупность однородна. Полученным результатам можно доверять.  
Значения As и Ex мало отличаются от нуля. Поэтому можно предположить близость данной выборки к нормальному распределению.

# СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ахманова О.С. Словарь лингвистических терминов. М.: Советская энциклопедия, 1966. 598 с.
2. Бернштейн С.И. Словарь фонетических терминов. M., 1996. 181 с.
3. Бондарко Л. В., Вербицкая Л. А., Гордина М. В. Основы общей фонетики. СПб.: Издательство СПбГУ, 1991. 154 с.
4. Вольская Н.Б., Воробьёва С. Нарушение линии деклинации как способ реализации акцентного выделения / Четвертый междисциплинарный семинар «Анализ разговорной русской речи» АР3. СПб, 2010. С. 64-71.
5. Вольская Н.Б., Скрелин П.А. Система интонационных моделей для автоматической интерпретации интонационного оформления высказывания: функциональные и перцептивные характеристики. Анализ разговорной русской речи / АР3 // СПб.: Санкт-Петербургский государственный университет, 2009. C. 28-40.
6. Качковская Т.В. Взаимодействие сегментных и просодических факторов, влияющих на степень и локализацию предпаузального удлинения в русском языке. Автореферат диссертации. СПб., 2015.
7. Кодзасов С.В. Исследования в области русской просодии. М.: Языки славянских культур, 2009. 496 с.
8. Кодзасов С.В., Кривнова О.Ф. Общая фонетика. М., 2001. 593 с.
9. Кривнова О.Ф. Глоттализация на границах фонетических составляющих в женской речи (на русском материале) / Проблемы и методы экспериментально-фонетических исследований // Сб. ст. к 70-летию проф. Л.В. Бондарко. СПб., 2002.
10. Кривнова О.Ф. Ларингализация как граничный маркер в устной речи // Сб. трудов XVI сессии российского акустического общества. М., 2005.
11. Потапова Р. К., Блохина Л. П. Средства фонетического членения речевого потока в немецком и русском языках. М., 1986. 115 с.
12. Розенталь Д.Э., Теленкова М.А. Словарь-справочник лингвистических терминов. М.: Просвещение, 1985. 357 с.
13. Светозарова Н.Д. Интонационная система русского языка. Л., 1989.
14. Светозарова, Н.Д. Темпоральная и динамическая организация интонационного контура высказывания в русском языке. / Н.Д. Светозарова, Н.И. Гейльман // Фонология. Фонетика. Интонология. М., 1979. С. 139–144.
15. Скрелин П.А. Сегментация и транскрипция. СПб.: Изд-во СПбГУ, 1999. 108 с.
16. Ashby M., Maidment J. Introducing phonetic science. Cambridge: Cambridge University press, 2005. Pp. 170-172.
17. Asu E.L. et al. F0 declination in spontaneous Estonian: implications for pitch-related preplanning in speech production / Speech prosody, Boston, USA // Institute of Estonian and general linguistics, Tartu: University of Tartu, 2016.
18. Caspers J. Testing the perceptual relevance of syntactic completion and melodic configuration for turn-taking in Dutch // 7th European conference on speech communication and technology, 2nd Interspeech event, Aalborg, Denmark, 2001.
19. Dobrushina N.P. The semantics of interjections in reactive turns // Vestnik Moskovskogo universiteta, Moscow: Moscow University newsletter, 1998. No. 2. Pp. 136–145.
20. Edlund J. Pauses, gaps and overlaps in conversations // Journal in phonetics, 2010. P. 24.
21. Edmondson J.A., Esling J.H. The valves of the throat and their functioning in tone, vocal register and stress: laryngoscopic case studies // Phonology 23, Camrbidge: Cambridge University press, 2006.
22. Fant G. et al. A four-parameter model of glottal flow // French-Swedish seminar on speech, Grenoble, 1985.
23. Fujisaki H. Prosody, models, and spontaneous speech // Computing prosody, ed. Campbell N., Norio H. New York. Springer, 1996. Ch.2. Pp. 27–42.
24. Gisladottir R.S., Chwilla D.J., Levinson S.C. Conversation electrified: ERP correlates of speech act recognition in underspecified utterances, 2015.
25. Goffman E. Strategic interaction. University of Pennsylvania Press. 1969, 160 p.
26. Gravano A., Hirschberg J. Turn yielding cues in task-oriented dialogue // The 10th annual meeting of the special interest group on discourse and dialogue, London, UK, 2009.
27. Hillenbrand J., Houde R.A. Acoustic correlates of breathy vocal quality: dysphonic voices and continuous speech // Journal of speech language and hearing research, 39(2), 1996. 311 p.
28. Hjalmarsson A., Laskowski K. Measuring final lengthening for speaker-change prediction KTH speech music and hearing, Stockholm, Sweden. 2011.
29. Klatt D.H., Klatt L.C. Analysis, synthesis, and perception of voice quality variations among female and male talkers // The journal of the acoustical society of America 87:2, 1990. Pp. 820-857.
30. Konopczynski G., Santi S., Embarki M., Bertrand R. F0 declination line: new evidence from infants and children's speech (9-36 months), a preliminary research // INT-1997, Greece, Athens, 1997. Pp. 199 – 202.
31. Ladefoged P., Johnson K. A course in phonetics, 1982.
32. Laskowski et al. Computing fundamental frequency variation spectrum in conversational spoken dialogue systems. Paris, 2008.
33. Laver J. Principles of phonetics. Cambridge: Cambridge University press, 1994.
34. Levinson S.C. Turn-taking in human communication – origins and implications for language processing // Trends in cognitive sciences, 2016.
35. Levinson S.C., Torreira F. Timing in turn-taking and its implications for processing models of language, 2015.
36. Looze C.D., Yanushevskaya I., Kane J., Chasaide A.N. Pitch range declination and reset in turn-taking organization // 7th international conference on speech prosody, 2014.
37. Roddy M. et al. Investigating speech features for continuous turn-taking prediction using LSTMs // Interspeech, 2018. Pp. 586-590.
38. Ruth E.C. et al. Predicting turn-ends in discourse context // Language, cognition and neuroscience, 2018.
39. Schoentgen J., Aichinger P. Analysis and synthesis of vocal flutter and vocal jitter. Bio-, electro- and mechanical systems, faculty of applied sciences, Universite libre de Bruxelles, Brussels, Belgium / Medical University of Vienna, division of phoniatrics-logopedics, department of otorhinolaryngology, Vienna, Austria // Interspeech, Graz, Austria, 2019.
40. Skantze G. Turn-taking in conversational systems and human-robot interaction: a review / Computer speech and language. Vol. 67. 2021. Pp. 46-47.
41. Slifka J. Some physiological correlates to regular and irregular phonation at the end of an utterance // Journal of voice, 20(2), 2006. Pp. 171–186.
42. Starkey D. Jr. Some signals and rules for taking speaking turns in conversations // Vol.23. No.2. University of Chicago, 1972. Pp. 283-292.
43. Stevens K., Hanson H. Classification of glottal vibration from acoustic measurements // 8th vocal fold physiology conference, Kurume, Japan, 1994.
44. Strivers T. Universals and cultural variation in turn-taking in conversation // Proceedings of the National Academy of sciences, 2009.
45. Trouvain J. Tempo variation in speech production. Implications for speech synthesis // Phonus 8, Saarbrücken: Institute of phonetics, Saarland University, 2004.
46. Ward N.G. Pragmatic functions of prosodic features in non-lexical utterances // Proceedings of the international conference on speech prosody, 2004. Pp. 325-328.
47. Ward N.G. Prosodic patterns in English conversation. Cambridge: Cambridge university press, 2019. 253 p.
48. Wayland R., Jongman A. Acoustic correlates of breathy and clear vowels: the case of Khmer // Journal of phonetics, 31(2), 2003. Pp. 181–201.