Отзыв на выпускную квалификационную работу «Вещественные числа Гурвица» студента 4 курса бакалавриата 01.03.01 Математика Михаила Алексеевича Ложкина

Работа М. Ложкина посвящена довольно популярной в настоящее время теме – теории Гурвица. Как оказывается, перечислительная задача счета числа накрытий Римановой сферы для ее хорошего анализа требует вскрытия довольно значительного пласта математических концепций. Здесь и теория представлений симметрической группы, и теория тау-функций иерархии Кадомцева-Петвиашвили, и даже теория пересечений на пространствах модулей комплексных кривых…. М. Ложкин взялся за вещественный извод этой задачи: предполагается, что и накрывающее, и накрываемое пространство снабжены совместными меняющими ориентацию инволюциями, причем для накрываемой Римановой сферы это просто обычное комплексное сопряжение.

В обсуждаемом случае критические значения накрытия могут попадать в одну из двух категорий: либо они расположены на вещественном локусе накрываемого пространства, либо встречаются комплексно-сопряженными парами. Михаил правильно установил, что обсуждаемая задача сводится к исследованию свойств некоторой алгебры. При этом, если в стандартной комплексной постановке задачи эта алгебра коммутативна, то здесь – нет, и это отвечает тому что число накрытий зависит от порядка следования критических значений с постоянными профилями. Тем не менее, оказалось (предложение 3.14 работы), что если накрытие такого, что над каждая неособая точка вещественного локуса Римановой сферы накрывается одним и тем же числом вещественных точек, то соответствующие операторы коммутируют, что позволяет надеяться на дальнейшее продвижение в исследовании этого случая.

Часть 4 работы посвящена исследованию производящей функции числа накрытий, для которых все критические значения простые встречаются комплексно-сопряженными парами. Прежде всего Михаил доказал (теорема 4.1), что производящая функция числа таких накрытий для случая, когда вещественный локус накрывающего пространства пуст, может быть выражена через зональные многочлены, которые являются собственными функциями оператора Лапласа-Бельтрами. Это немедленно позволяет вывести дифференциальное уравнение для этой производящей функции, а также вычислить ее с любой требуемой точностью. Более того, Михаил показал, что и в случае положительного числа вещественных прообразов точки вещественного локуса, соответствующее дифференциальное уравнение может быть выведено из комбинаторных соображений, что он и продемонстрировал для случая одного вещественного прообраза (теорема 5.4).

Все основные результаты работы являются новыми и неизвестными сообществу. В процессе работы над дипломом Михаил показал себя сильным и любящим математику молодым исследователем. Я считаю, что работа Михаила заслуживает самой высокой оценки, а ее автор – присуждения степени бакалавра.

С.н.с. лаборатории СПбГУ-Хуавэй
М.В. Карев