

ОТЗЫВ НАУЧНОГО РУКОВОДИТЕЛЯ
на выпускную квалификационную работу обучающейся СПбГУ
Михайловой Екатерины по теме
“Развитие методов Пирагаса и гармонического баланса для исследования
нелокальных бифуркаций”

Важными задачами, возникающими в теории управления и теории хаоса, являются задачи стабилизации хаотического поведения и подавления хаоса в исследуемых системах. Впервые, эти задачи были сформулированы известными американскими физиками Э. Оттом, К. Гребоджи и Дж. Йорком в 90-е годы прошлого столетия и до сих пор они представляют большой интерес. Основной идеей различных методов стабилизации хаоса является локализация неустойчивых периодических траекторий, вложенных в хаотический аттрактор, с помощью малых возмущений системы или с помощью введения в систему дополнительного управления. Одним из известных методов стабилизации неустойчивых периодических орбит является метод Пирагаса, основанный на введении в систему обратной связи с запаздыванием. Однако для корректной работы такого метода требуется вычислить точное значение периода орбиты, правильно подобрать значение коэффициента обратной связи, а также указать начальные данные, из которых неустойчивая периодическая орбита может быть локализована. Но помимо данных недостатков, метод Пирагаса обладает и объективным ограничением: если число вещественных мультипликаторов Флоке гиперболически неустойчивой периодической орбиты больших единицы нечетно, то данную орбиту методом Пирагаса стабилизировать невозможно. Это ограничение в англоязычной литературе получило название *odd number limitation* (далее – ONL). Для преодоления данного ограничения К. Пирагасом был предложена модификация метода, основной идеей которой было искусственно увеличить набор вещественных мультипликаторов Флоке, превышающих единицу, до четного числа, введя в контур обратной связи еще одну (“неустойчивую”) степень свободы (еще одно дополнительное линейное дифференциальное уравнение). Однако, данный метод, помимо определения точного значения периода орбиты и правильного подбора значения коэффициента обратной связи, требует настройки параметров дополнительно введенного нового дифференциального уравнения.

Магистерская выпускная квалификационная работа Михайловой Е. является продолжением и развитием ее бакалаврской работы. В рамках магистерской работы, перед Михайловой Е. была поставлена задача объединить методы Пирагаса стабилизации неустойчивых периодических орбит (как для случая, когда не выполняется ONL, так и для случая когда данное ограничение выполняется) с подходом к аппроксимации периодических траекторий методом гармонического баланса и применить разработанный метод для стабилизации неустойчивых периодических траекторий, возникающих в рамках процедуры продолжения по параметру при локализации одной конкретной конфигурации скрытых хаотических аттракторов в системе, описывающей электронную цепь Чуа. Цепь Чуа – это простейшая RLC-цепь с одним нелинейным элементом (диодом Чуа), на примере которой была впервые наглядно продемонстрирована возможность возникновения хаоса в физическом эксперименте (до этого считалось, что появление хаоса скорее связано неточностями и ограничениями математического моделирования той или иной прикладной системы). Важно также отметить, что система Чуа – это система, с которой связаны первые результаты Г.А. Леонова и Н.В. Кузнецова по локализации скрытых аттракторов, а также дальнейшее развитие теории скрытых колебаний. Именно ту первую конфигурацию скрытых аттракторов (а именно: 2 сосуществующих симметричных скрытых хаотических аттрактора), обнаруженную Г.А. Леоновым и Н.В. Кузнецовым, и предложено было исследовать Михайловой Е. Для исследования ограничения ONL, автору также было предложено изучить и реализовать 2 вспомогательных метода: метод Крылова-Ньютона поиска неподвижной точки на сечении Пуанкаре (для уточнения величины периода), а также метод Демидовича для численной оценки

мультипликаторов Флоке. Все вспомогательные методы, а также методы Пирагаса и гармонического баланса, было предложено синтезировать в одну комплексную аналитико-численную процедуру, реализованную в математическом пакете MathWorks MATLAB.

Как научный руководитель, могу с радостью констатировать, что все поставленные перед Михайловой Е. задачи были успешно выполнены. Хочу особо отметить, что, используя реализованную аналитико-численную процедуру, автору удалось стабилизировать неустойчивую периодическую орбиту располагающуюся между двумя симметричными скрытыми аттракторами и задающую границу между ними, и разделяющую их бассейны притяжения. В дальнейшем планируется, на основе данной процедуры, более детально изучить весь бифуркационный сценарий возникновения скрытых аттракторов в системе Чуа.

В рамках подготовки выпускной квалификационной работы Михайлова Е. проявила себя как активный, целеустремленный, заинтересованный в решении поставленных задач студент. Хочу также отметить, что результаты выпускной квалификационной работы были представлены Михайловой Е. на Всероссийской научной конференции по проблемам информатики «СПИСОК-2022» (27-29 апреля 2022 г.). По итогам доклада готовится публикация.

Подытоживая все вышесказанное, считаю, что работа Михайловой Е. удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к магистерским ВКР, и заслуживает оценки "отлично". Также мне, как научному руководителю, хотелось бы рекомендовать Михайлову Е. к поступлению в аспирантуру (научные специальности 1.1.2. "Дифференциальные уравнения и математическая физика"; 1.2.1. "Искусственный интеллект и машинное обучение"; 1.2.2. "Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ") и надеяться на продолжение совместной научной работы уже в рамках аспирантуры.

д.ф.-м.н., проф. Мокаев Т.Н.



20 мая 2022 г.