

## Отзыв

на ВКР Чена Александра Петровича на тему  
“Дискретные задачи случайного размещения интервалов на отрезке”

Выпускная квалификационная работа Чена Александра Петровича посвящена исследованию различных задач, связанных со случайным размещением интервалов фиксированной длины на отрезке числовой прямой, которые называются задачами о парковке. Впервые, такая задача рассматривалась в работе венгерского математика А.Реньи “On the one-dimensional concerning space-filling”, опубликованной в 1958 году, в которой изучалось поведение среднего числа размещившихся единичных случайных интервалов на отрезке большой длины. Полученный А.Реньи результат касался асимптотики математического ожидания числа размещенных интервалов при неограниченном увеличении длины заполняемого отрезка. Было доказано, что существует константа (выражение для которой было дано Реньи), такая что при любом  $n \geq 1$  верна асимптотическая формула

$$E N_x = \lambda x + \lambda - 1 + o(x^{-n}), \quad (x \rightarrow \infty)$$

где  $N_x$  означает число размещившихся единичных интервалов на отрезке длины  $x$ .

Позднее (1962 год) Дворецкий и Роббинс уточнили это соотношение и доказали асимптотическую нормальность числа размещенных интервалов. В ряде работ других авторов изучались различные модернизации этой задачи и её дискретные аналоги.

В работе Александра Чена рассмотрено несколько новых разных моделей или аналогов задачи о парковке.

Первая модель является обобщением задачи «об эгоистичной парковке», в которой рассматривается случайное размещение единичных интервалов таким образом, чтобы при очередном размещении слева от этого интервала или справа оставалось свободное незаполненное место длины не меньше фиксированного  $k$ . Подобная задача при  $k=1$  ранее была рассмотрена в одной из работ Ананьевского С.М. и Крюкова Н.А. (2018 г.). Александр получил обобщение результатов, приведенных в выше упомянутой статье. Им получены точные выражения для математического ожидания числа размещенных единичных интервалов в зависимости от длины заполняемого отрезка.

Вторая модель связана с заполнением отрезка большой длины интервалами длины 2, с ограничением, что очередной интервал может размещаться только на свободном месте, длина которого не меньше 4. Это является аналогом задачи об «эгоистичной парковке», только для размещаемых интервалов длины 2. Для этой модели заполнения Александр также получил асимптотику для математического ожидания числа размещившихся интервалов и вычислил точное значение главного первого члена в этой асимптотике.

Третья модель посвящена рассмотрению задачи «об эгоистичной парковке» для непрерывного случая закона размещения единичных интервалов на отрезке большой длины. Ранее задача «об эгоистичной парковке» рассматривалась только для дискретного способа размещения интервалов. Александр рассмотрел

эту задачу для случая равномерного закона размещения интервала. Ему удалось в этой постановке получить асимптотическое поведение математического ожидания числа размещившихся интервалов с точным вычислением констант, а также он доказал асимптотическую нормальность для числа размещившихся интервалов.

Работа написана хорошим математическим языком. В ней получены новые интересные результаты, которые частично приняты к публикации в журнале «Вестник Санкт-Петербургского университета». Также некоторые результаты докладывались на Международной студенческой конференции «Science and Progress».

Считаю, что работа заслуживает оценки **“отлично”**.

Научный руководитель  
доцент кафедры теории вероятностей  
и математической статистики



С.М.Ананьевский