Санкт-Петербургский государственный университет
Кафедра математической теории игр и статистических решений

Лапин Александр Вадимович

Выпускная квалификационная работа бакалавра

Моделирование ВТО в зависимости от развития экономики региона

Направление 010400
Прикладная математика и информатика

Научный руководитель,
кандидат физ.-мат. наук,
ассистент
Панкратова Я. Б.

Санкт-Петербург
2016

Содержание

Введение

Большинство стран мира развивается через процесс интернациональной торговли. Отклонение от этого процесса безусловно ведет к застою развития научной мысли, замедлению темпов научно-технического прогресса, а также к объективному спаду в развитии экономики. Данного принципа придерживаются в мире уже сотни лет, поэтому использование, изучение и развитие внешнеэкономических связей является необходимым и для отечественной экономики.

Важно исследовать внешнеторговый оборот (ВТО) как страны в целом, так и отдельных регионов, ведь значения данного показателя характеризуют рост и повышение эффективности экономики, поэтому в качестве предмета эконометрического исследования выбран внешнеторговый оборот Санкт-Петербурга.

Эконометрика — это наука, изучающая количественные закономерности и связи в экономике методами математической статистики. В основе эконометрики лежит построение эконометрической модели и определение возможностей использования данной модели для описания, анализа и прогнозирования экономических процессов [12].

В работе использован такой математический инструментарий эконометрики, как математико-статистический методы регрессионного анализа, решение проблем спецификации и идентификации моделей, тестирование статистических гипотез.

Доля Санкт-Петербурга в общем объеме внешней торговли России составляет 4,8%. Основой внешнеэкономического потенциала региона является высокоразвитая промышленность (в том числе машиностроение, металлообработка и др.). Также развитию внешнеэкономического потенциала региона способствуют выгодное приграничное географическое положение и хорошая транспортная инфраструктура, наличие крупнейшего морского порта России. В результате этого изучение показателей внешнеторгового оборота Санкт-Петербурга является актуальной задачей [4]. В географической структуре внешней торговли преобладают страны дальнего зарубежья (Рис 1.).

На развитие внешнеторговых отношений влияет множество различных факторов, и для изучения потенциала развития региона важно знать, какие факторы оказывают наиболее сильное влияние на экспортно-импортные отношения.

В данной работе рассматриваются различные модели внешнеторгового оборота региона, выявляются факторы, оказывающие наибольшее влияние на показатели экспорта и импорта как со странами СНГ, так и со странами дальнего зарубежья, проводится их сравнительный анализ и делаются выводы по развитию экономики Санкт-Петербурга.

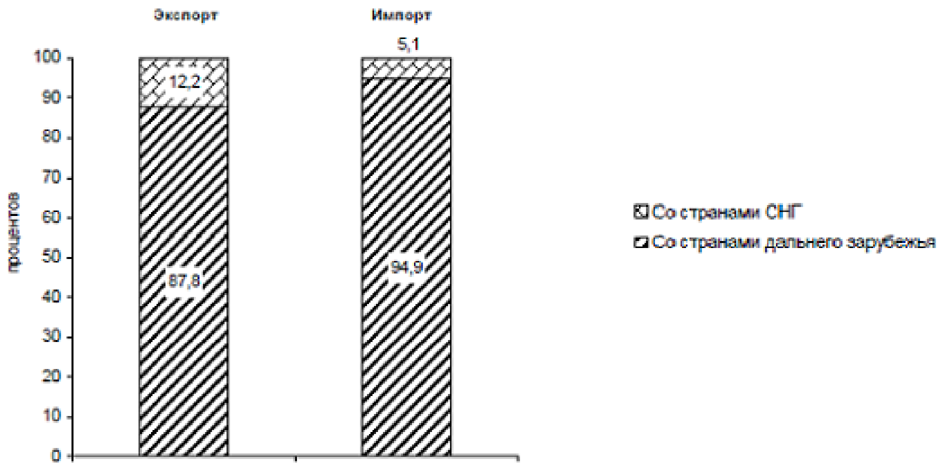

Рис. 1: Структура внешней торговли Санкт-Петербурга

Информационно-эмпирическую базу исследования составляет статистический материал, опубликованный Федеральной службой государственной статистики РФ в ежегодных сборниках «Регионы России» [7]. Эконометрические расчеты проводились с использованием программно-инструментальных средств R и MS Excel.

Постановка задачи

Целью работы является построение эконометрических моделей внешнеторгового оборота Санкт-Петербурга. Учитывая структуру ВТО, указанную на Рис. 2, в качестве зависимых переменных выбираются: y_1 — экспорт со странами дальнего зарубежья (млн. \$), y_2 — импорт со странами дальнего зарубежья (млн. \$), y_3 — экспорт со странами СНГ (млн. \$), y_4 — импорт со странами СНГ (млн. \$), и исследуется их зависимость от различных факторов.

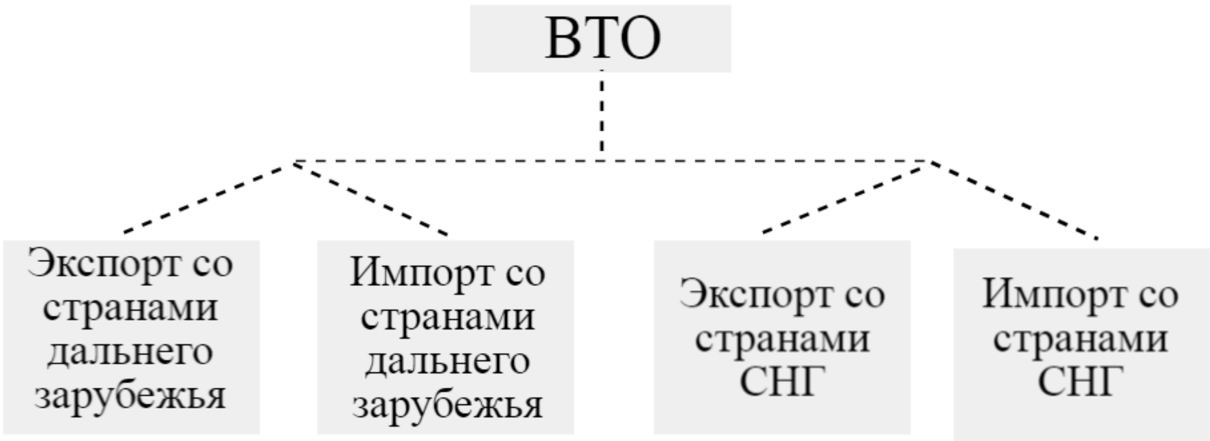

Рис. 2: Модель внешней торговли Санкт-Петербурга

В рамках данной работы решаются следующие задачи:

1. Определяются участвующие в моделях эконометрические характеристики;

2. Собираются требуемые данные, проверяется их сопоставимость и достоверность;

3. Строятся однофакторные линейные модели, оценивается их значимость, они проверяются на адекватность и в результате выбираются лучшие из них;

4. Строятся многофакторные линейные модели, выявляется, какие факторы стоит включать в модель, модели проверяются на адекватность и выбираются лучшие из них;

5. Строятся нелинейные однофакторные модели, проверяется их адекватность и соответствие требованиям, выбираются лучшие модели, выбираются факторы, которые можно включать во множественную регрессию;

6. Строятся нелинейные многофакторные модели, проверяется их адекватность соответствие требованиям, выбираются лучшие модели;

7. Сравниваются полученные модели, делаются выводы относительно факторов, влияющих на те или иные зависимые переменные.

Ожидаемое решение должно отвечать следующим требованиям:

Построенные модели должны удовлетворять основным предположениям регрессионного анализа: должны быть значимы коэффициенты модели, модель должна быть значима в целом, коэффициент (индекс) детерминации должен быть больше 0.8, средняя ошибка аппроксимации должна быть не более 10-15%, среднеквадратичные отклонения должны быть наименьшими, должна отсутствовать гетероскедастичность и автокорреляция остатков.

Обзор литературы

Для понимания теоретических основ, задач и методов региональной экономики были изучены учебник Плисецкого Е. Л., Глушковой В. Г. [1] и учебник под редакцией В. И. Видяпина, М В. Степанова [2]. Также в них изложены вопросы внешнеэкономической деятельности регионов, проведен анализ структуры хозяйственного комплекса и охарактеризованы межотраслевые комплексы и отрасли экономики.

Изучив статью Баженова Ю. Н., Подшувейт О. В. [3] и статью из отчета Федерального Собрания [4], стали понятны текущие показатели региона и его позиции в российской ввнешней торговле, а также проблемы и возможности развития внешнеэкономической деятельности Санкт-Петербурга.

При выборе факторов, оказывающих влияние на внешнеторговый оборот региона, были прочитаны методические пояснения ежегодного сборника Федеральной службы государственной статистики [5]. В статье Талаева М. С., Котилко В. В. [6] изложены условия, влияющие на объемы товарооборота между российскими регионами и странами СНГ.

Информационно-эмпирическую основу работы составляют данные, взятые с сайта Федеральной службы государственной статистики [7].

Теоретической базой работы является несколько книг и учебных изданий по эконометрике и математической статистике [8], [9], [10], [11], [12] в которых в полной мере охвачены основные разделы эконометрики: линейный регрессионный анализ(метод наименьших квадратов, проверка гипотез, гетероскедастичность, автокорреляция ошибок, спецификация модели), анализ временных рядов. Также эти книги содержат множество практических работ.

В процессе построения моделей использовались программно-инструментальные средства R и MS Excel. В книге Р. И. Кабакова [13] описаны наиболее полезные и часто используемые функции и пакеты для статистической обработки данных и их визуализации в R. В книге Буре В. М., Парилиной Е. М., Седакова А. А., Шевкопляс Е. В. [14] рассмотрена практическая реализация эконометрических исследований в R и Excel. Обе книги ориентированы изобилуют наглядными примерами и практическими советами, что облегчает работу с данными.

Глава 1. Основные понятия и положения

Эконометрика как наука является следствием междисциплинарного подхода к изучению экономики и представляет на современном этапе своего развития сочетание экономической теории, математики, математической и экономической статистики.

Эконометрика с помощью статистических и математических методов анализирует экономические закономерности, доказанные экономической теорией.

В этой работе был рассмотрен следующий класс эконометрических моделей — регрессионные модели с одним уравнением.

По количеству факторных переменных такие модели делятся на модели парной (с одной переменной) и множественной (с несколькими переменными) регрессии.

В зависимости от вида функции — на линейные и нелинейные.

Основной целью эконометрического моделирования является необходимость охарактеризовать значения одной или нескольких текущих эндогенных переменных в зависимости от значений объясняющих переменных.

Основные этапы эконометрического моделирования:

1 этап — теоретический. Определение конечных целей модели, набора участвующих в ней факторов и показателей, их роли. Основные цели исследований: анализ состояния и поведения экономического объекта, прогноз его экономических показателей, имитация развития объекта, выработка управленческих решений.

2 этап — априорный. Анализ сущности изучаемого объекта, формирование и формализация известной до начала моделирования информации.

3 этап — параметризация. Выбор общего вида модели, состава и формы входящих в нее связей. Основная задача этого этапа - выбор функции f(X).

4 этап — информационный. Сбор необходимой статистической информации.

5 этап — идентификация модели. Статистический анализ модели и оценка ее параметров. Основная часть эконометрических исследований.

6 этап — верификация модели. Проверка адекватности модели, оценка точности модельных данных. Выясняется, насколько удачно решены проблемы спецификации и идентификации, какова точность расчетов по данной модели. Проверяется, насколько соответствует построенная модель моделируемому реальному экономическому объекту или процессу [8].

Важными этапами являются идентификация и верификация, стоит обратить особое внимание на них. Если модель не проходит этап верификации, то необходимо вернуться к 3 этапу и продолжить моделирование.

МНК-регрессия - это самый распространенный вид регрессионного анализа в настоящее время. Эта регрессия позволяет подгонять модели вида

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \ldots + \hat{\beta}_k X_{ki},\ i = 1 \ldots n,$$

где n — это число наблюдений, а k — это число независимых переменных [13]. Цель — выбрать такие параметры модели (свободный член и коэффициенты), которые позволят минимизировать различия между реальными и предсказанными значениями зависимой переменной. Таким образом, выбираем такие параметры модели, чтобы сумма квадратов остатков была минимальной

$$\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum_{i=1}^{n}(Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_{1i} - \ldots - \hat{\beta}_k X_{ki})^2 = \sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2.$$

Для правильной интерпретации коэффициентов МНК-модели нужно, чтобы данные удовлетворяли следующим требованиям:

•нормальность - значения зависимой переменной нормально распределены при фиксированных значениях независимых переменных;

•независимость - значения Y_i независимы друг от друга (отсутствует автокорреляция)

•линейность - зависимая переменная линейно связаны с нелинейными;

•гомоскедастичность - дисперсия зависимой переменной постоянна при разных значениях независимых переменных [13].

Нарушение этих требований могут привести к неточным вычислениям тестов значимости и доверительных интервалов. Также подразумевается точность и безошибочность исходных данных, но обычно на практике это требование игнорируется.

При нарушении требований есть несколько способов корректировки: удаление наблюдений, преобразование переменных, добавление или удаление переменных, использование другого регрессионного метода.

Глава 2. Практическая реализация

В данной главе подробно рассмотривается построение различных моделей экспорта и импорта Санкт-Петербурга со странами дальнего зарубежья и со странами СНГ. Строятся линейные и нелинейные модели. Проводится диагностика и варианты улучшения моделей. В результате выбираются лучшие модели, удовлетворяющие всем требованиям и наилучшим образом описывающие зависимую переменную.

2.1. Сбор данных и спецификация модели

В результате изучения научных материалов и методических пояснений из [5] в качестве независимых переменных (факторов) были выбраны следующие факторы, которые, возможно, оказывают влияние на внешнеторговые показатели (Таблица 1).

x_i	**Факторы**	**Ед. измерения**
x_1	Валовой региональный продукт	млн. руб.
x_2	Среднегодовая численность занятых в экономике	тыс. чел.
x_3	Среднедушевые доходы населения	руб.
x_4	Стоимость основных фондов отраслей экономики	млн. руб.
x_5	Число предприятий и организаций	шт.
x_6	Объем промышленной продукции	млн. руб.
x_7	Оборот розничной торговли	млн. руб.
x_8	Оборот оптовой торговли	млн. руб.
x_9	Объем платных услуг населению	млн. руб.
x_{10}	Инвестиции в основной капитал	млн. руб.
x_{11}	Иностранные инвестиции	тыс. $
x_{12}	Стоимость фиксированного набора потребительских товаров и услуг	руб.
x_{13}	Среднегодовая цена на нефть марки Brent	$

Таблица 1: Факторы, влияющие на ВТО

В качестве исходных данных были взяты показатели из ежегодных сборников "Регионы России" Федеральной Службы Государственной статистики за период с 2000 по 2014 год. Стоит отметить, что данные по валовому региональному продукту взяты со сдвигом на один год, так как этот показатель оказывает влияние с запаздыванием. Данные представлены в приложении в Таблицах 31, 32, 33.

2.2. Построение модели экспорта с зарубежными странами

В данном параграфе рассмотрены модели зависимости y_1 от различных факторов $x_1, .., x_{13}$.

Сначала построим парные линейные регрессии. Рассмотрим модель y_1x_1. Построим поле корреляции и построим парную линейную регрессию методом МНК (См. рис. 3)

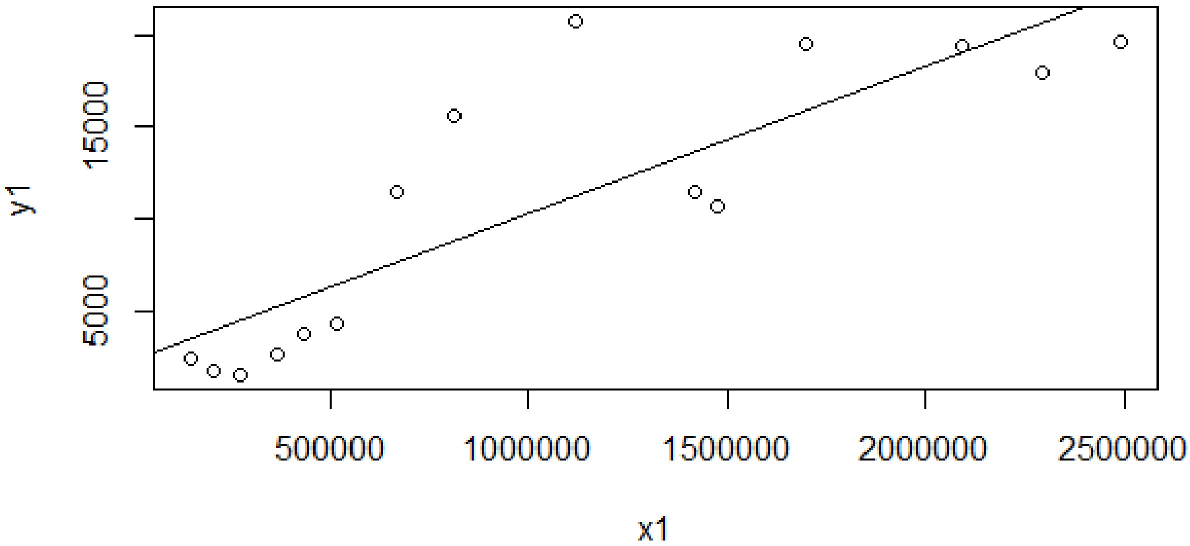

Рис. 3: Парная линейная регрессия y_1x_1

Уравнение регрессии имеет вид:

$$y_1 = 2290 + 0.008009x_1$$

Проверим значимость полученных коэффициентов. Рассчитаем t-статистики коэффициентов: $t_a = 1.25,\ t_b = 5.756$ и сравним с табличным значением $t_{tabl}(0,05;13) = 2.16$. Так как $|t_a| < t_{tabl}$ и $|t_b| > t_{tabl}$, значим только коэффициент b.

Далее проверим значимость линейной регрессии в целом по критерию Фишера. Рассчитаем F-статистику: $F = 33.13$ и сравним с табличным значением $F_{tabl}(1;13) = 3.13621$. Так как $F \geq F_{tabl}$, построенное уравнение линейной регрессии признаем статистически значимым.

Оценим тесноту связи между фактором и результирующей переменной. Коэффициент детерминации равен $R^2 = 0.7182$, что говорит о высокой степени зависимости между y_1 и x_1.

Далее оценим точность прогноза с помощью остаточной суммы квадратов $S_{ost} = 4150.2$, средней ошибки аппроксимации $\overline{A} = 52.3\%$, а также среднего абсолютного отклонения $MAD = 3192.674$. Видно, что средняя ошибка аппроксимации сильно превышает допустимое значение, что говорит о низкой точности построенной модели.

Проверим модель на наличие гетероскедастичности остатков. Статистика равна $F = 20.11143$, в то время как табличное значение $F_{tabl}(0.05; 3; 3) = 9.27662$. Так как $F \geq F_{tabl}$, гипотеза о наличии гомоскедастичности отклоняется.

Для определения наличия автокорреляции остатков найдем статистику Дарбина-Уотсона: $d = 1.154657$. Сравнивая ее с критическими значениями $d_L = 1.08$ и $d_U = 1.36$, получаем что $d_L \geq d \geq d_U$, а значит, нет достаточных оснований для принятия решения.

В результате исследования можно сделать вывод о том, что данная модель не удовлетворяет всем требованиям и ее нельзя использовать.

Рассмотрим остальные линейные модели $y_1x_2 \ldots y_1x_{13}$. Проводя аналогичное исследование, получаем следующие результаты, представленные в Таблице 2 :

	p-value для a	p-value для b	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_1x_2	2.37E-05	1.48E-05	0.78	3706	42.24%	2813	5.63	1.04
y_1x_3	0.883225	2.77E-05	0.75	3886	39.68%	2925	36.12	1.53
y_1x_4	0.426718	9.25E-05	0.70	4254	55.37%	3255	19.85	1.00
y_1x_5	0.092332	0.008	0.43	5905	79.61%	4783	35.13	0.68
y_1x_6	0.091609	0.000205	0.67	4515	61.49%	3254	9.10	0.95
y_1x_7	0.753256	7.74E-06	0.80	3529	36.86%	2690	25.00	1.36
y_1x_8	0.474698	7.65E-06	0.80	3526	41.09%	2671	18.66	1.02
y_1x_9	0.936043	6.62E-06	0.80	3488	36.52%	2588	20.70	1.37
y_1x_{10}	0.944477	3.88E-06	0.82	3350	34.28%	2683	42.58	1.82
y_1x_{11}	0.089614	2.67E-05	0.75	3875	45.40%	2555	3.54	1.38
y_1x_{12}	0.222095	1.88E-05	0.77	3774	43.51%	2927	21.04	1.29
y_1x_{13}	0.023711	2.60E-08	0.91	2288	17.92%	1676	25.61	1.28

Таблица 2: Линейные модели y_1x_2 -y_1x_{13}

В данной таблице (и аналогичных таблицах с результатами исследований в следующих параграфах) для удобства в столбцах указаны p-значения статистик. Таким образом, при p-значении $p - value \leq 0.05$ ($\alpha = 0.05$ - уровень значимости), соответственные коэффициенты признаются статистически значимыми.

Стоит заметить, что все линейные модели в данной работе признаны статистически значимыми (p-value для модели в целом ≤ 0.05). Поэтому эти значения не указаны в таблицах с результатами построения моделей.

Рассмотрим поля корреляции с построенными линейными регрессиями на Рис. 4 - 7

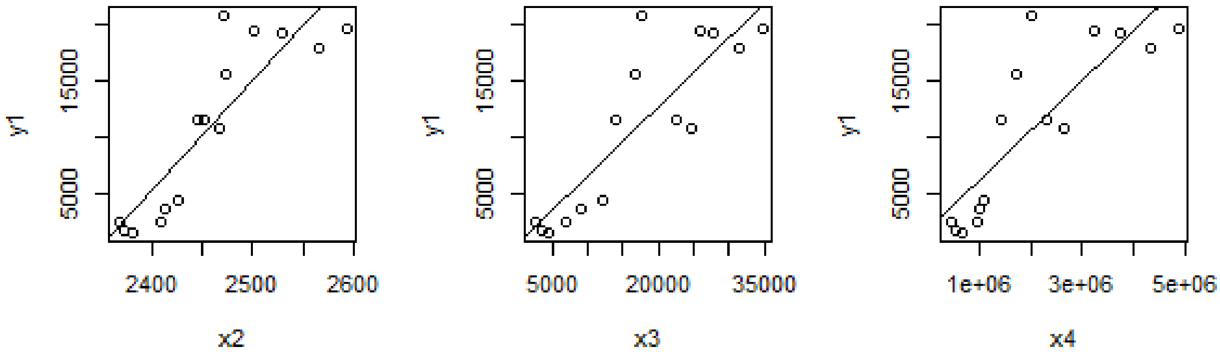

Рис. 4: Линейные модели $y1x_2 - y1x_4$

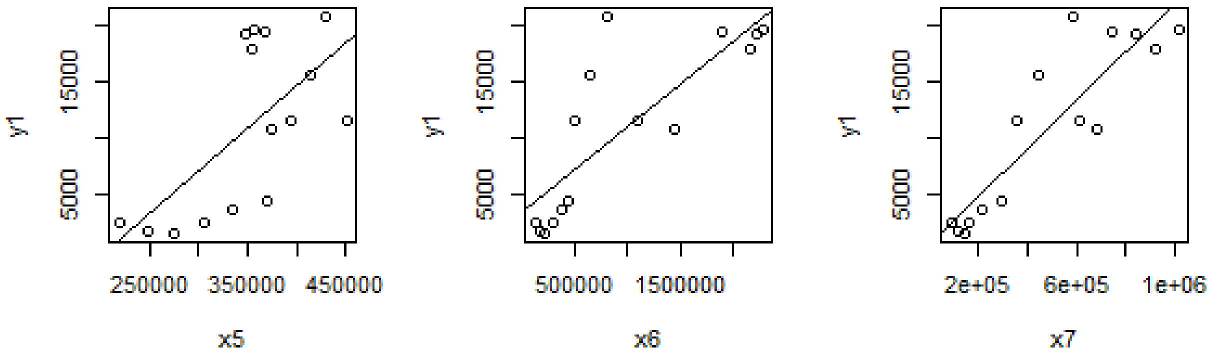

Рис. 5: Линейные модели $y1x_5 - y1x_7$

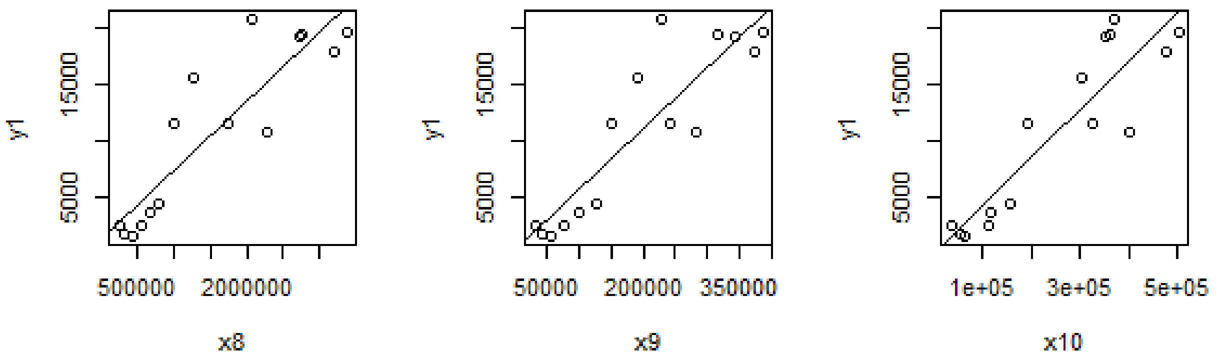

Рис. 6: Линейные модели $y1x_8 - y1x_{10}$

На графиках полей корреляции стоит обратить внимание на выбросы

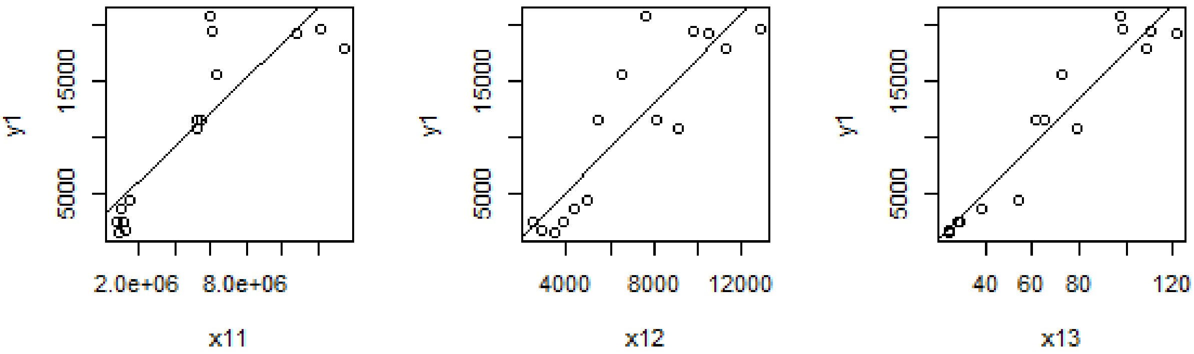

Рис. 7: Линейные модели $y1x_{11} - y1x_{12}$

данных.

Сделаны следующие выводы о построенных линейных регрессиях (Таблица 2):

1. Коэффициент a статистически значим только в моделях y_1x_2, y_1x_{13}

2. Коэффициент b признается статистически значимым во всех моделях.

3. Все модели признаны значимыми в целом.

4. Коэффициент детерминации достаточно высок у всех моделей (за исключением y_2x_5).

5. Остатки гомоскедастичны в моделях y_1x_2, y_1x_6, y_1x_{11}. Остальные модели необходимо преобразовывать и строить нелинейные модели.

6. В результате ни одну из моделей нельзя использовать, так как средняя ошибка аппроксимации у них слишком высока.

Рассмотрим возможность построения двухфакторных моделей. Построим коррелограмму и изучим взаимозависимость выборок.

	y_1	x_1	x_2	x_3	x_4	x_{65}	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}
y_1	1.00													
x_1	0.85	1.00												
x_2	0.88	0.96	1.00											
x_3	0.87	0.98	0.96	1.00										
x_4	0.84	0.99	0.98	0.97	1.00									
x_5	0.66	0.47	0.52	0.59	0.43	1.00								
x_6	0.82	0.98	0.93	0.96	0.98	0.38	1.00							
x_7	0.89	0.99	0.96	0.99	0.98	0.56	0.97	1.00						
x_8	0.89	0.98	0.96	0.98	0.98	0.50	0.97	0.99	1.00					
x_9	0.89	0.99	0.96	0.99	0.98	0.57	0.97	1.00	0.99	1.00				
x_{10}	0.90	0.94	0.94	0.97	0.93	0.66	0.89	0.97	0.96	0.97	1.00			
x_{11}	0.87	0.94	0.95	0.92	0.95	0.44	0.91	0.94	0.92	0.93	0.90	1.00		
x_{12}	0.88	0.99	0.97	0.99	0.99	0.55	0.97	1.00	0.99	1.00	0.97	0.92	1.00	
x_{13}	0.96	0.90	0.90	0.91	0.88	0.58	0.90	0.93	0.93	0.94	0.90	0.88	0.91	1.00

Таблица 3: Корреляционная матрица $y_1x_n, n = \overline{1,13}$

Из таблицы видно, что y_1 сильно коррелирует со всеми переменными, за исключением фактора x_5. В то же время наблюдается мультиколлениарность всех независимых переменных между собой, за исключением переменной x_5. Таким образом, целесообразно строить лишь двухфакторные модели вида $y_1x_5x_n$, иначе модели будут неточными в виду наличия мультиколлениарности.

В то же время известно, что модель y_1x_5 имеет гетероскедастичные остатки. Известно, что множественные регрессии имеют гетероскедастичные остатки, если хотя бы из одних факторов имеет гетероскедастичные остатки в линейной модели с y_i. Поэтому и модели вида $y_1x_5x_n$ будут иметь гетероскедастичные остатки, что является недопустимым.

В результате получается, что двухфакторные линейные модели $y_1x_ix_j$ строить нецелесообразно.

Нелинейные модели. Для построения нелинейных моделей необходимо провести линеаризацию данных. В результате были построены следующие нелинейные модели: квадратичная, гиперболическая, степенная, экспоненциальная и логарифмическая. Результаты построения указаны на следующих Таблицах 4 - 8.

	p-value для a	p-value для b	p-value для c	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_1x_1	0.441935	0.003041	4.60E-02	0.80	3492	36.56%	2575	28.93	1.52
y_1x_2	0.028082	0.033588	4.10E-02	0.84	3092	45.93%	2295	5.68	1.40
y_1x_3	0.387503	0.016101	2.21E-01	0.78	3641	40.68%	2679	54.60	1.69
y_1x_4	0.141442	0.001501	2.29E-02	0.81	3399	39.84%	2519	26.84	1.49
y_1x_5	0.287402	0.316824	4.86E-01	0.45	5782	87.03%	4814	39.71	0.67
y_1x_6	0.756763	0.010541	7.53E-02	0.75	3936	41.78%	2816	14.89	1.39
y_1x_7	0.234715	0.003681	8.62E-02	0.84	3106	32.48%	2295	34.57	1.70
y_1x_8	0.255917	0.002439	5.40E-02	0.85	3001	34.24%	2255	26.99	1.39
y_1x_9	0.299079	0.009933	1.78E-01	0.83	3223	38.10%	2432	31.86	1.60
y_1x_{10}	0.307677	0.009735	2.08E-01	0.84	3127	36.00%	2405	52.50	1.85
y_1x_{11}	0.407683	1.73E-05	1.03E-03	0.90	2432	23.59%	1660	3.64	1.51
y_1x_{12}	0.05757	0.012586	1.20E-01	0.81	3399	43.55%	2618	25.55	1.56
y_1x_{13}	0.045452	0.00609	2.66E-01	0.92	2168	22.40%	1537	18.33	1.51

Таблица 4: Квадратичные модели $y_1x_n, n = \overline{1, 13}$

Сделаны следующие выводы о построенных квадратичных регрессиях (Таблица 4):

1. Коэффициент a статистически значим только в моделях y_1x_2, y_1x_{13}. Коэффициент b признается статистически значимым во всех моделях, за исключением y_1x_5. Коэффициент c в большинстве моделей признается статистически незначимым.

2. Все модели признаны значимыми в целом.

3. Коэффициент детерминации достаточно высок у всех моделей (за исключением y_1x_5).

4. Остатки гомоскедастичны в моделях y_1x_2 и y_1x_{11}. Автокорреляция остатков присутствует лишь в модели y_1x_5.

5. В результате ни одну из моделей нельзя использовать.

	p-value для a	p-value для b	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_1x_1	4.05E-07	0.000478	0.62	4809	85.21%	4035	0.09	0.98
y_1x_2	6.50E-06	1.02E-05	0.79	3604	40.79%	2730	0.18	1.09
y_1x_3	1.31E-06	0.001579	0.55	5251	88.44%	4372	0.06	0.88
y_1x_4	1.91E-07	0.000145	0.68	4400	79.42%	3662	0.09	1.07
y_1x_5	0.000501	0.00729	0.44	5866	90.85%	4914	0.04	0.68
y_1x_6	3.53E-07	0.00042	0.63	4763	81.05%	3910	0.26	1.03
y_1x_7	1.84E-07	0.000186	0.67	4482	75.19%	3747	0.07	1.07
y_1x_8	2.21E-07	0.000237	0.66	4565	81.87%	3837	0.10	0.97
y_1x_9	8.31E-07	0.000947	0.58	5057	88.14%	4221	0.10	0.90
y_1x_{10}	1.03E-06	0.001319	0.56	5182	89.62%	4318	0.04	0.90
y_1x_{11}	9.17E-09	1.16E-05	0.78	3640	55.22%	2934	0.29	1.65
y_1x_{12}	1.55E-07	4.51E-05	0.73	4031	68.58%	3297	0.07	1.26
y_1x_{13}	9.04E-09	3.93E-06	0.82	3352	47.34%	2528	0.03	1.25

Таблица 5: Гиперболические модели $y_1x_n, n = \overline{1,13}$

Сделаны следующие выводы о построенных гиперболических регрессиях (Таблица 5):

1. Все модели признаны значимыми в целом, а их коэффициенты статистически значимы.

2. Коэффициент детерминации высок только в нескольких моделях.

3. Все модели имеют гомоскедастичные остатки, однако только одна модель y_1x_{11} не имеет автокорреляции остатков

4. В результате ни одну из моделей нельзя использовать.

Сделаны следующие выводы о построенных степенных регрессиях (Таблица 6):

1. Все модели признаны значимыми в целом, а их коэффициенты b статистически значимы. Коэффициент a признается незначимым в модели y_1x_3.

2. Коэффициент детерминации высок во всех моделях (за исключением y_1x_2).

3. Все модели имеют гомоскедастичные остатки. Автокорреляция остатков отсутствует в моделях y_1x_3, y_1x_{10}, y_1x_{11}.

4. Среди трех моделей, удовлетворяющих основным требованиям, выбрана модель y_1x_{11}, так как у нее самая низкая средняя ошибка аппроксимации среди других моделей.

	p-value для a	p-value для b	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_1x_1	0.018673	1.62E-06	0.90	4363	31.77%	3075	0.37	1.07
y_1x_2	3.62E-05	2.49E-05	0.68	7943	41.92%	4868	0.10	0.49
y_1x_3	0.30806	1.24E-06	0.92	3995	31.74%	2831	0.61	1.47
y_1x_4	0.002907	2.67E-06	0.88	4951	31.89%	3228	0.37	0.78
y_1x_5	0.002945	0.000613	0.77	6675	54.28%	4635	0.75	0.69
y_1x_6	0.089826	6.58E-06	0.88	4780	32.74%	3098	0.14	0.87
y_1x_7	0.002476	1.90E-07	0.93	3739	27.21%	2635	0.46	1.22
y_1x_8	0.002943	4.37E-07	0.93	3732	27.60%	2511	0.33	0.90
y_1x_9	0.012213	5.28E-07	0.93	3607	28.97%	2500	0.34	1.28
y_1x_{10}	0.011444	3.40E-07	0.94	3439	29.63%	2614	0.89	1.74
y_1x_{11}	0.004453	9.06E-08	0.92	3949	26.22%	2484	0.07	1.42
y_1x_{12}	0.005741	1.65E-06	0.89	4584	31.51%	3087	0.45	0.95
y_1x_{13}	0.000174	1.05E-09	0.96	2853	17.85%	2058	0.21	0.98

Таблица 6: Степенные модели $y_1x_n, n = \overline{1,13}$

Выбранная модель имеет следующую формулу:

$$y_1 = e^{-4.2918} x_{11}^{0.88075}.$$

В результате получилось, что экспорт со странами дальнего зарубежья связан степенной функцией с фактором x_{11} - иностранные инвестиции (млн. руб.).

Интерпретацией данной модели является: при изменении иностранного капитала на 1%, экспорт со странами дальнего зарубежья изменится на 0,88% .

	p-value для a	p-value для b	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_1x_1	1.22E-13	0.000136	0.78	6590	41.12%	4248	0.50	0.63
y_1x_2	0.00073	3.23E-05	0.67	8095	43.02%	4969	0.10	0.49
y_1x_3	9.92E-14	1.14E-05	0.81	6194	33.51%	3891	0.85	0.82
y_1x_4	4.67E-13	0.000227	0.72	7381	45.16%	4600	0.51	0.53
y_1x_5	0.000161	0.000739	0.73	7250	53.65%	4842	0.83	0.78
y_1x_6	1.42E-13	0.000494	0.81	6044	45.40%	4069	0.21	0.59
y_1x_7	5.70E-14	1.21E-05	0.81	6134	33.96%	3866	0.59	0.63
y_1x_8	6.40E-14	3.03E-05	0.83	5854	36.70%	3756	0.46	0.53
y_1x_9	5.28E-14	7.12E-06	0.84	5613	32.06%	3640	0.48	0.62
y_1x_{10}	1.79E-14	1.87E-06	0.84	5644	33.17%	3921	1.10	1.19
y_1x_{11}	3.02E-14	8.97E-05	0.68	7935	48.28%	5133	0.07	0.90
y_1x_{12}	5.67E-12	2.50E-05	0.78	6515	35.90%	3961	0.53	0.67
y_1x_{13}	4.53E-14	2.92E-07	0.88	4936	27.28%	3178	0.16	0.84

Таблица 7: Экспоненциальные модели $y_1x_n, n = \overline{1,13}$

Сделаны следующие выводы о построенных экспоненциальных регрессиях (Таблица 7):

1. Все модели признаны значимыми в целом, а их коэффициенты a и b статистически значимы.

2. Коэффициент детерминации высок во всех моделях (за исключением y_1x_2).

3. Все модели имеют гомоскедастичные остатки. Автокорреляция остатков присутствует во всех моделях, поэтому они не проходят проверку и их нельзя далее использовать.

	p-value для a	p-value для b	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_1x_1	3.15E-05	9.50E-06	0.93	3584	50.28%	2814	14.41	1.48
y_1x_2	1.30E-05	1.22E-05	0.93	3654	41.50%	2771	5.58	1.06
y_1x_3	0.000187	4.06E-05	0.92	3999	57.98%	3105	24.34	1.41
y_1x_4	2.23E-05	8.76E-06	0.94	3562	49.74%	2818	14.49	1.40
y_1x_5	0.008562	0.006921	0.83	5844	84.11%	4813	31.41	0.68
y_1x_6	7.14E-05	1.98E-05	0.93	3789	47.51%	2784	5.70	1.38
y_1x_7	1.13E-05	3.54E-06	0.94	3326	44.82%	2567	18.39	1.59
y_1x_8	6.95E-06	2.27E-06	0.95	3216	48.10%	2587	13.20	1.35
y_1x_9	3.72E-05	1.09E-05	0.93	3622	55.67%	2865	13.86	1.39
y_1x_{10}	4.34E-05	1.25E-05	0.93	3659	54.09%	2893	34.12	1.46
y_1x_{11}	1.10E-06	2.95E-07	0.96	2753	31.47%	2007	3.46	1.75
y_1x_{12}	2.17E-05	7.49E-06	0.94	3520	48.78%	2797	17.56	1.49
y_1x_{13}	1.25E-06	6.87E-08	0.97	2464	32.75%	1715	34.75	1.45

Таблица 8: Логарифмические модели $y_1x_n, n = \overline{1,13}$

Сделаны следующие выводы о построенных логарифмических регрессиях (Таблица 8):

1. Все модели признаны значимыми в целом, а их коэффициенты a и b статистически значимы.

2. Коэффициент детерминации очень высок во всех моделях.

3. Гомоскедастичные остатки имеют следующие модели y_1x_2, y_1x_6, y_1x_{11}.

4. Из них две модели не имеют автокорреляции остатков: y_1x_6 и y_1x_{11}.

6. Среди двух моделей, удовлетворяющих основным требованиям, выбрана модель y_1x_{11}, так как у нее самая низкая средняя ошибка аппроксимации среди других моделей. Однако ранее выбранная степенная модель с этим фактором имеет более низкую среднюю ошибку аппроксимации. Поэтому логистическая модель не принимается к рассмотрению.

В результате получаем, что переходя к нелинейным моделям, мы избавляемся от гетероскедастичности и автокорреляции, имевшихся в линейных моделях. Лучшей моделью среди построенных является степенная функция $y_1 x_{11}$:

$$y_1 = e^{-4.2918} x_{11}^{0.88075}.$$

Рассмотрим множественные нелинейные модели. Как уже было рассмотрено ранее, целесообразно строить лишь двухфакторные модели вида $y_1 x_5 x_n, n = \overline{1, 13}$, иначе модели будут неточными в виду наличия мультиколлениарности. Качественными двухфакторными нелинейными моделями $y_1 x_5$ являются степенная и экспоненциальная. Построив различные двухфакторные степенные модели, выделены лучшие модели:

$$y_1 = e^{-19.52811} x_5^{1.40024} x_{11}^{0.70695}.$$

	p-value для a	p-value для b	p-value для c	R^2_{adj}	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	DW
$y_1 x_5 x_{11}$	0.00135	0.00630	1.68e-06	0.9367	2870.069	18.55%	1787.419	1.66

Таблица 9: Двухфакторная степенная модель $y_1 x_5 x_{11}$

Интерпретация: при увеличении фактора x_5на 1 %, y_1 увеличится на 1,4% при неизменности другого фактора; при увеличении фактора x_{11} на 1 %, y_1 увеличится на 0.7% при неизменности другого фактора.

$$y_1 = e^{5.717} e^{0.0000051 x_5} e^{0.21 x_{13}}.$$

	p-value для a	p-value для b	p-value для c	R^2_{adj}	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	DW
$y_1 x_5 x_{13}$	1.04e-09	0.000726	5.27e-07	0.9462	2210	15.17%	1423.528	1.48

Таблица 10: Двухфакторная экспоненциальная модель $y_1 x_5 x_{13}$

Трехфакторные модели строить нецелесообразно, так как в них появится мультиколлинеарность.

2.3. Построение модели импорта со странами дальнего зарубежья

В данном параграфе рассмотрены модели зависимости y_2 от различных факторов $x_1, .., x_{13}$.

Сначала рассмотрим парные линейные регрессии $y_2x_1 \dots y_2x_{13}$. Проводя исследование, аналогичное предыдущему параграфу, получаем следующие результаты, представленные в Таблице 11 :

	p-value для a	p-value для b	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_2x_1	0.168086	2.77E-07	0.88	4311	28.14%	3232	174.03	1.27
y_2x_2	1.80E-06	1.08E-06	0.85	4781	22.59%	3329	71.87	0.80
y_2x_3	0.865046	1.65E-07	0.89	4143	16.79%	2964	102.36	1.65
y_2x_4	0.457005	8.34E-07	0.85	4688	31.47%	3516	71.56	0.98
y_2x_5	0.247225	0.029714	0.31	10183	66.00%	8165	703.95	0.36
y_2x_6	0.033558	2.51E-07	0.88	4278	33.16%	2975	122.14	0.99
y_2x_7	0.881118	1.99E-08	0.92	3525	15.31%	2429	219.77	1.40
y_2x_8	0.418498	6.51E-09	0.93	3236	18.46%	2297	192.35	1.07
y_2x_9	0.700725	2.58E-09	0.94	3015	12.04%	2106	138.62	1.52
y_2x_{10}	0.936647	3.55E-07	0.87	4392	14.30%	2738	49.65	1.23
y_2x_{11}	0.048712	3.22E-06	0.82	5194	38.08%	3844	14.12	1.05
y_2x_{12}	0.02932	7.70E-08	0.90	3909	16.80%	2808	717.07	1.38
y_2x_{13}	0.000423	1.30E-11	0.97	2009	17.91%	1614	2.28	1.49

Таблица 11: Линейные модели $y_2x_n, n = \overline{1, 13}$

Поля корреляции с построенными линейными регрессиями размещены в приложении на Рис. 8 - 11.

Сделаны следующие выводы о построенных линейных регрессиях (Таблица 11):

1. Все модели признаются значимыми в целом, однако практически все коэффициенты a признаются незначимыми

2. Лишь одна модель имеет гомоскедастичные остатки - y_2x_{13}. Она также не имеет автокорреляции остатков.

3. Модель y_2x_{13} имеет очень высокий коэффициент детерминации, что говорит о сильной связи показателей. Величина средне ошибки аппроксимации и среднеквадратические отклонения являются допустимыми. Модель удовлетворила требуемым условиям.

$$y_2 = -5559.06 + 342.35x_{13}.$$

Интерпретация: при изменении x_{13}-среднегодовой цены на нефть марки Brent ($) на 1%, экспорт со странами дальнего зарубежья изменится на 0,17

Корреляционная матрица $y_2x_n, n = \overline{1,13}$ размещена в приложении, однако построение линейных множественных моделей нецелесообразно в виду гетероскедастичности остатков во всех линейных моделях.

Рассмотрим нелинейные модели.

	p-value для a	p-value для b	p-value для c	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_2x_1	0.327631	0.000124	1.49E-02	0.93	3333	15.81%	2360	87.47	1.77
y_2x_2	0.021014	0.026544	3.44E-02	0.90	3938	37.42%	3439	72.13	0.88
y_2x_3	0.4226	0.006247	3.68E-01	0.89	3999	24.41%	3162	49.32	1.65
y_2x_4	0.015047	1.01E-05	1.08E-03	0.94	2952	21.71%	2315	59.23	1.78
y_2x_5	0.102611	0.100415	0.156	0.42	9331	75.11%	7497	447.46	0.31
y_2x_6	0.723299	0.00032	2.00E-02	0.92	3383	15.78%	2461	42.99	1.63
y_2x_7	0.224477	0.000536	1.04E-01	0.93	3143	14.93%	2271	70.80	1.55
y_2x_8	0.195558	8.70E-05	2.90E-02	0.95	2632	13.36%	1892	93.40	1.31
y_2x_9	0.387949	0.002024	4.22E-01	0.94	2931	16.79%	2240	51.23	1.59
y_2x_{10}	0.502531	0.012713	4.20E-01	0.88	4270	21.97%	3050	34.41	1.12
y_2x_{11}	0.819956	0.000379	3.31E-02	0.88	4265	30.99%	3327	15.36	1.48
y_2x_{12}	0.014015	0.001639	8.17E-02	0.92	3428	23.90%	2721	345.91	1.48
y_2x_{13}	0.135559	0.006344	5.80E-01	0.97	1983	17.30%	1638	2.56	1.67

Таблица 12: Квадратичные модели $y_2x_n, n = \overline{1,13}$

Сделаны следующие выводы о построенных квадратичных регрессиях (Таблица 12):

1. Все модели признаны значимыми в целом.

2. Только три модели имеют статистически значимые коэффициенты: y_2x_2, y_2x_4, y_2x_{12}.

3. Только одна модель y_2x_{13} имеет гомоскедастичные остатки.

4. Коэффициент детерминации достаточно высок у всех моделей (за исключением y_2x_5)

5. В результате ни одну из моделей нельзя использовать, так как данные модели не соответствуют требованиям.

Сделаны следующие выводы о построенных гиперболических регрессиях (Таблица 13):

1. Все модели признаны значимыми в целом.

2. Все коэффициенты моделей признаны статистически значимыми.

3. Все модели имеют гомоскедастичные остатки.

4. У всех без исключения моделей имеется автокорреляция остатков, что говорит о невозможности использования данных моделей.

Сделаны следующие выводы о построенных степенных регрессиях (Таблица 14):

1. Все модели признаны значимыми в целом.

2. Все коэффициенты моделей признаны статистически значимыми (за исключением коэффициента a модели y_2x_3).

3. Все модели имеют гомоскедастичные остатки (за исключением модели y_2x_5).

	p-value для a	p-value для b	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_2x_1	1.14E-07	0.000178	0.67	7026	71.00%	5742	0.01	0.56
y_2x_2	4.15E-07	6.72E-07	0.86	4611	21.23%	3219	0.01	0.83
y_2x_3	5.22E-07	0.000828	0.59	7877	72.85%	6447	0.01	0.48
y_2x_4	3.51E-08	3.51E-05	0.74	6222	65.39%	5145	0.01	0.64
y_2x_5	0.001146	0.01642	0.37	9772	66.34%	7851	0.003	0.35
y_2x_6	6.36E-08	0.000101	0.70	6737	68.72%	5502	0.02	0.61
y_2x_7	6.43E-08	8.45E-05	0.71	6647	62.79%	5401	0.004	0.55
y_2x_8	6.62E-08	9.33E-05	0.70	6696	68.07%	5452	0.01	0.50
y_2x_9	3.04E-07	0.000457	0.62	7538	73.18%	6173	0.01	0.48
y_2x_{10}	5.18E-07	0.000865	0.59	7902	72.28%	6341	0.01	0.48
y_2x_{11}	4.14E-08	6.55E-05	0.72	6521	59.99%	5107	0.08	0.87
y_2x_{12}	1.53E-08	5.81E-06	0.80	5432	55.89%	4404	0.005	0.74
y_2x_{13}	1.12E-08	5.93E-06	0.80	5440	43.17%	4311	0.57	0.53

Таблица 13: Гиперболические модели $y_2x_n, n = \overline{1,13}$

4. Большинство моделей имеет автокорреляцию остатков.

5. Модели y_2x_9 и y_2x_{13} удовлетворяют основным предположениям. Обе имеют примерно равный коэффициент детерминации, однако средняя ошибка аппроксимации меньше у модели y_2x_9.

$$y_2 = e^{-3.2898} x_9^{1.0701}.$$

Таким образом, имеется степенная зависимость импорта со странами дальнего зарубежья от фактора x_{11}-объем платных услуг населению (млн. руб.). Интерпретация зависимости: при изменении объема платных услуг населению на 1%, импорт со странами дальнего зарубежья изменится на 1,07%.

Сделаны следующие выводы о построенных экспоненциальных регрессиях (Таблица 15):

1. Все модели признаны значимыми в целом.

2. Все коэффициенты моделей признаны статистически значимыми.

3. Все модели имеют гомоскедастичные остатки.

4. Все модели имеют автокорреляцию остатков (за исключением y_2x_{13}).

5. Модель y_2x_{13} подходит по многим параметрам, однако имеет среднюю ошибку аппроксимации 21,85%, что немного больше, чем у линейной модели y_2x_{13}, которую мы приняли ранее. Поэтому экспоненциальная модель не принимается.

Сделаны следующие выводы о построенных логарифмических регрессиях (Таблица 16):

1. Все модели признаны значимыми в целом.

2. Все коэффициенты моделей признаны статистически значимыми.

3. Только модель y_2x_{13} имеет гомоскедастичные остатки.

4. Потенциальная модель y_2x_{13} имеет автокорреляцию остатков, по-

	p-value для a	p-value для b	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_2x_1	0.000891	5.78E-10	0.96	4539	15.23%	2896	2.67	1.20
y_2x_2	6.85E-06	4.38E-06	0.75	11353	34.02%	6559	1.14	0.53
y_2x_3	0.474467	4.86E-10	0.97	4195	16.04%	2941	1.80	1.62
y_2x_4	7.98E-05	4.67E-09	0.93	5792	18.29%	3469	1.09	0.75
y_2x_5	0.002703	0.000421	0.73	11711	45.16%	8459	11.89	0.48
y_2x_6	0.019884	5.30E-09	0.96	4629	16.78%	2980	1.71	0.88
y_2x_7	1.12E-05	1.03E-11	0.97	3714	11.35%	2311	3.07	1.30
y_2x_8	8.10E-06	1.90E-11	0.98	3487	11.76%	2202	2.59	0.96
y_2x_9	5.20E-05	6.60E-12	0.98	3067	11.44%	2101	2.18	1.46
y_2x_{10}	0.00113	2.04E-10	0.96	4426	13.58%	2653	1.44	1.20
y_2x_{11}	0.14555	1.72E-06	0.95	4868	30.58%	3704	0.36	1.24
y_2x_{12}	9.44E-05	6.52E-10	0.95	5290	15.26%	3104	4.98	0.98
y_2x_{13}	1.92E-06	1.91E-09	0.99	2173	15.90%	1743	0.03	1.97

Таблица 14: Степенные модели $y_2x_n, n = \overline{1,13}$

этому ее нельзя принять.

В результате получаем, что переходя к нелинейным моделям, мы избавляемся от гетероскедастичности и автокорреляции, имевшихся в линейных моделях. Лучшими моделями среди построенных являются:

$$y_2 = -5559.06 + 342.35x_{13}.$$

$$y_2 = e^{-3.2898}x_9^{1.0701}.$$

Рассмотрим множественные нелинейные модели. Как уже было рассмотрено ранее, целесообразно строить лишь двухфакторные модели вида $y_1x_5x_n, n = \overline{1,13}$ Другие модели будут неточными в виду наличия мультиколлинеарности. Качественной двухфакторной нелинейной моделью являются экспоненциальная, так как экспоненциальная однофакторная модель y_1x_5 показала хороший результат:

$$y_2 = e^{6.53}e^{0.000006x_5}e^{0.0000007x11}.$$

Трехфакторные модели строить нецелесообразно, так как появится мультиколлинеарность.

	p-value для a	p-value для b	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_2x_1	1.79E-15	1.46E-05	0.85	8783	35.10%	5491	1.17	0.59
y_2x_2	0.00029	6.22E-06	0.74	11606	35.18%	6723	1.14	0.53
y_2x_3	4.33E-16	3.90E-07	0.87	8072	24.15%	4561	0.80	0.83
y_2x_4	8.97E-15	3.21E-05	0.79	10473	39.96%	6481	0.82	0.53
y_2x_5	1.49E-05	0.000954	0.69	12543	48.43%	9019	7.13	0.56
y_2x_6	2.05E-15	4.85E-05	0.90	7320	37.60%	5116	0.58	0.52
y_2x_7	4.27E-16	7.18E-07	0.88	7979	27.17%	4556	1.09	0.62
y_2x_8	5.58E-16	2.02E-06	0.89	7441	29.90%	4602	1.19	0.55
y_2x_9	1.43E-16	1.51E-07	0.91	6633	22.27%	3766	0.79	0.49
y_2x_{10}	1.70E-16	1.51E-07	0.89	7613	24.05%	4611	0.72	1.08
y_2x_{11}	3.07E-15	7.59E-05	0.80	10042	41.30%	6399	0.39	0.79
y_2x_{12}	2.87E-14	1.01E-06	0.84	8992	27.31%	4789	2.53	0.72
y_2x_{13}	1.20E-15	7.77E-08	0.95	5213	21.85%	3273	0.04	1.44

Таблица 15: Экспоненциальные модели $y_2x_n, n = \overline{1,13}$

2.4. Построение модели экспорта со странами СНГ

В данном параграфе рассмотрены модели зависимости y_3 от различных факторов $x_1, .., x_{13}$.

Сначала рассмотрим парные линейные регрессии $y_3x_1 \dots y_3x_{13}$. Проводя исследование, аналогичное предыдущему параграфу, получаем следующие результаты, представленные в Таблице 18 :

Поля корреляции с построенными линейными регрессиями размещены в приложении на Рис. 12 - 15.

Сделаны следующие выводы о построенных линейных регрессиях (Таблица 18):

1. Только у двух моделей значим коэффициент a: $y_3x_2y_3x_{13}$. Коэффициент b значим у всех моделей.

2. Все модели значимы в целом.

3. Гетероскедастичность присутствует во всех моделях, поэтому невозможно построить линейные модели (как парные, так и множественные)

4. Во всех моделях невысокий коэффициент детерминации, что говорит о несильной связи переменных.

5. Значения средней ошибки аппроксимации высоки.

В результате можно сделать вывод о том, что y_3 нельзя линейно описать факторами $x_1 - x_{13}$. Необходимо линеаризовать выборки и строить нелинейные модели.

Таким образом, построение линейных множественных моделей невозможно. Корреляционная матрица размещена в приложении в Таблице 35.

Рассмотрим нелинейные модели.

Сделаны следующие выводы о построенных квадратичных регресси-

	p-value для a	p-value для b	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_2x_1	3.60E-07	9.58E-08	0.97	3975	35.97%	3255	192.38	1.31
y_2x_2	9.03E-07	8.48E-07	0.96	4694	21.90%	3273	71.61	0.82
y_2x_3	2.03E-05	3.82E-06	0.95	5262	48.47%	4329	292.70	0.93
y_2x_4	1.34E-07	4.74E-08	0.97	3767	33.84%	3094	79.92	1.35
y_2x_5	0.025275	0.020684	0.81	9931	60.07%	7828	660.77	0.35
y_2x_6	8.23E-08	1.91E-08	0.98	3515	31.07%	2907	298.29	1.50
y_2x_7	4.43E-07	1.27E-07	0.97	4061	33.74%	3215	4590.38	1.04
y_2x_8	7.92E-08	2.35E-08	0.98	3570	33.73%	2834	246.70	0.91
y_2x_9	1.87E-06	4.92E-07	0.96	4503	44.03%	3662	475.52	0.86
y_2x_{10}	1.71E-05	4.59E-06	0.94	5336	46.69%	4235	75.53	0.74
y_2x_{11}	3.10E-06	8.11E-07	0.96	4678	38.51%	3670	13.11	1.26
y_2x_{12}	2.18E-07	6.77E-08	0.97	3871	33.64%	3197	502.88	1.27
y_2x_{13}	3.97E-07	1.88E-08	0.98	3510	29.73%	2811	2.01	0.55

Таблица 16: Логарифмические модели $y_2x_n, n = \overline{1, 13}$

	p-value для a	p-value для b	p-value для c	R^2_{adj}	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	DW
$y_2x_5x_1$	6.74e-10	0.00019	4.15e-06	0.92	2210	17.61%	3626	1.70

Таблица 17: Двухфакторная экспоненциальная модель $y_2x_5x_1$

ях (Таблица 19):

1. Все модели признаны значимыми в целом.

2. Только две модели имеют статистически значимые коэффициенты: y_3x_2, y_3x_{13}.

3. Все модели имеют гетероскедастичность остатков.

4. У всех моделей высокое значение средней ошибки аппроксимации.

5. В результате ни одну из моделей нельзя использовать, так как данные модели не соответствуют требованиям.

Сделаны следующие выводы о построенных гиперболических регрессиях (Таблица 20):

1. Все модели признаны значимыми в целом.

2. Все модели имеют статистически значимые коэффициенты.

3. Все модели имеют гомоскедастичные остатки.

4. У всех моделей запредельно высокое значение средней ошибки аппроксимации.

5. Все модели имеют низкий коэффициент детерминации.

6. В результате ни одну из моделей нельзя использовать, так как данные модели не соответствуют требованиям.

Сделаны следующие выводы о построенных степенных регрессиях (Таблица 21):

1. Все модели признаны значимыми в целом.

2. Все модели имеют статистически значимые коэффициенты.

	p-value для a	p-value для b	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_3x_1	0.941984	3.70E-05	0.74	743	51.96%	554	845.15	1.39
y_3x_2	2.59E-05	1.79E-05	0.77	704	58.08%	541	618.76	1.53
y_3x_3	0.467178	0.0001	0.70	801	51.17%	591	4518.27	1.53
y_3x_4	0.711115	6.80E-05	0.72	778	60.44%	583	789.00	1.41
y_3x_5	0.209516	0.043035	0.28	1242	113.17%	881	235.72	0.59
y_3x_6	0.581193	0.000145	0.68	823	77.42%	634	981.78	1.25
y_3x_7	0.442289	2.46E-05	0.76	721	37.04%	509	2004.67	1.53
y_3x_8	0.716528	4.56E-05	0.73	755	45.63%	549	1345.08	1.54
y_3x_9	0.359124	2.62E-05	0.76	724	46.78%	520	1770.89	1.49
y_3x_{10}	0.427846	6.86E-05	0.72	779	46.40%	502	657.96	1.58
y_3x_{11}	0.963075	3.26E-07	0.87	519	41.30%	351	47.44	1.53
y_3x_{12}	0.086842	7.36E-05	0.71	783	51.22%	572	1084.42	1.52
y_3x_{13}	0.03007	4.87E-06	0.81	638	42.97%	440	471.22	1.64

Таблица 18: Линейные модели $y_3x_n, n = \overline{1,13}$

	p-value для a	p-value для b	p-value для c	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_3x_1	0.586626	0.063366	5.17E-01	0.75	730	44.23%	538	2394.11	1.43
y_3x_2	0.323813	0.363617	4.11E-01	0.78	683	82.73%	565	624.53	1.55
y_3x_3	0.531292	0.158587	0.814461	0.70	799	57.18%	600	155198.88	1.51
y_3x_4	0.240848	0.024934	2.40E-01	0.75	733	56.61%	544	1243.91	1.48
y_3x_5	0.33312	0.356151	0.481218	0.31	1216	138.75%	895	343.11	0.65
y_3x_6	0.913179	0.140119	0.582528	0.69	813	58.88%	593	4713.94	1.32
y_3x_7	0.45673	0.102144	7.14E-01	0.76	717	41.84%	511	5998.22	1.52
y_3x_8	0.467891	0.080164	5.18E-01	0.74	741	46.50%	517	3605.07	1.52
y_3x_9	0.60545	0.21371	9.76E-01	0.76	724	46.21%	519	15228.73	1.49
y_3x_{10}	0.516182	0.170697	0.835943	0.72	777	52.98%	511	803.98	1.54
y_3x_{11}	0.633663	0.00533	4.56E-01	0.88	507	37.70%	358	51.53	1.74
y_3x_{12}	0.196653	0.122093	0.529073	0.72	769	64.39%	579	1848.48	1.48
y_3x_{13}	0.609753	0.50348	5.31E-01	0.82	627	32.79%	405	500.89	1.67

Таблица 19: Квадратичные модели $y_3x_n, n = \overline{1,13}$

3. Большинство моделей имеет гомоскедастичные остатки и подлежат дальнейшему рассмотрению: y_3x_1, y_3x_2, y_3x_4, y_3x_5, y_3x_6, y_3x_9, y_3x_{11}, y_3x_{13}.

4. Среди выбранных моделей следующие не имеют автокорреляции остатков: y_3x_9, y_3x_{11}, y_3x_{13}.

5. Среди трех оставшихся моделей наименьшее среднее отклонение и среднюю ошибку аппроксимации имеет модель y_3x_{13}.

Значит, между экспортом со странами СНГ и среднегодовой ценой на нефть марки Brent ($) имеется степенная зависимость.

$$y_3 = e^{-1.4115}x_{13}^{2.0247}.$$

Интерпретация: при увеличении среднегодовой цены на нефть марки Brent на 1% экспорт со странами СНГ увеличится на 2.02%.

Сделаны следующие выводы о построенных степенных регрессиях

	p-value для a	p-value для b	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_3x_1	1.16E-05	0.002613	0.51	1019	153.26%	813	0.005	0.90
y_3x_2	1.10E-05	1.56E-05	0.77	696	62.43%	544	0.002	1.54
y_3x_3	3.01E-05	0.006834	0.44	1093	152.26%	854	0.002	0.82
y_3x_4	6.63E-06	0.00108	0.57	956	146.05%	765	0.003	1.00
y_3x_5	0.005215	0.035299	0.30	1226	136.72%	899	0.01	0.62
y_3x_6	1.02E-05	0.002319	0.52	1011	147.16%	803	0.004	0.94
y_3x_7	8.25E-06	0.001644	0.55	986	135.28%	768	0.003	0.94
y_3x_8	9.31E-06	0.001944	0.53	998	148.00%	789	0.002	0.92
y_3x_9	2.14E-05	0.004678	0.47	1063	154.78%	836	0.004	0.84
y_3x_{10}	2.72E-05	0.006432	0.45	1088	151.19%	831	0.003	0.83
y_3x_{11}	1.93E-06	0.000452	0.62	896	110.43%	672	0.02	1.22
y_3x_{12}	6.33E-06	0.000495	0.62	902	127.43%	711	0.002	1.11
y_3x_{13}	2.97E-06	0.000306	0.65	871	86.90%	626	0.003	1.09

Таблица 20: Гиперболические модели $y_3x_n, n = \overline{1, 13}$

(Таблица 22):

1. Все модели признаны значимыми в целом.

2. Все модели имеют статистически значимые коэффициенты.

3. Некоторые модели имеют гомоскедастичные остатки и подлежат дальнейшему рассмотрению: y_3x_2, y_3x_5, y_3x_{11}, y_3x_{13}.

4. Среди выбранных моделей все модели имеют автокорреляцию остатков, а значит, не удовлетворяют требованиям.

5. У всех моделей высокая средняя ошибка аппроксимации.

Сделаны следующие выводы о построенных логарифмических регрессиях (Таблица 23):

1. Все модели признаны значимыми в целом.

2. Несмотря на значимость коэффициентов, все модели имеют гетероскедастичные остатки и огромную среднюю ошибку аппроксимации, и как следствие, не подлежат выбору.

В результате получаем, что переходя к нелинейным моделям, мы избавляемся от гетероскедастичности и автокорреляции, имевшихся в линейных моделях. Лучшими моделями среди построенных являются следующая модель:

$$y_3 = e^{-1.4115} x_{13}^{2.0247}.$$

Рассмотрим множественные нелинейные модели. Как уже было рассмотрено ранее, целесообразно строить лишь двухфакторные модели вида $y_3x_5x_n, n = \overline{1, 13}$ Другие модели будут неточными в виду наличия мультиколлинеарности. Качественной двухфакторной нелинейной моделью является степенная, так как степенная однофакторная модель y_1x_5 показала

	p-value для a	p-value для b	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_3x_1	3.64E-05	1.40E-07	0.88	788	32.28%	523	5.01	1.25
y_3x_2	7.16E-06	5.66E-06	0.46	1657	44.79%	808	7.64	0.75
y_3x_3	0.000325	1.54E-07	0.86	831	34.92%	557	23.91	1.46
y_3x_4	2.53E-05	3.98E-07	0.83	920	35.37%	582	7.10	1.12
y_3x_5	0.000894	0.000337	0.61	1417	58.34%	852	4.56	0.56
y_3x_6	0.000493	1.47E-06	0.85	877	37.35%	583	4.10	1.12
y_3x_7	3.61E-06	1.65E-08	0.89	754	28.39%	505	10.66	1.44
y_3x_8	1.45E-05	9.48E-08	0.88	796	33.81%	559	9.76	1.48
y_3x_9	1.55E-05	4.57E-08	0.89	744	32.80%	519	7.77	1.42
y_3x_{10}	1.90E-05	4.97E-08	0.87	807	31.16%	495	9.59	1.53
y_3x_{11}	3.89E-05	1.15E-07	0.94	537	35.05%	353	0.28	1.37
y_3x_{12}	3.03E-05	2.51E-07	0.83	923	35.19%	609	9.88	1.34
y_3x_{13}	0.049353	9.74E-09	0.92	646	24.72%	376	2.13	1.63

Таблица 21: Степенные модели $y_3x_n, n = \overline{1,13}$

хороший результат:

$$y_3 = e^{-31.28619}x_5^{1.98436}x_{11}^{0.85424}.$$

Интерпретация: при увеличении фактора x_5 на 1 %, y_1 увеличится на 1,98436% при неизменном другом факторе, или же при увеличении фактора x_{11} на 1 %, y_1 увеличится на 0,85% при неизменном другом факторе.

	p-value для a	p-value для b	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_3x_1	7.74E-11	4.27E-05	0.72	1196	50.28%	681	16.56	0.77
y_3x_2	5.26E-05	7.72E-06	0.43	1699	46.26%	826	7.71	0.75
y_3x_3	1.06E-10	4.14E-06	0.72	1201	40.75%	688	512.46	1.11
y_3x_4	4.01E-10	9.23E-05	0.59	1451	56.70%	811	13.77	0.81
y_3x_5	0.16255	0.000505	0.55	1514	56.62%	901	7.26	0.61
y_3x_6	1.18E-10	0.000263	0.80	1020	58.54%	674	17.69	0.83
y_3x_7	5.25E-11	4.13E-06	0.73	1169	43.26%	660	30.04	0.95
y_3x_8	9.16E-11	2.03E-05	0.76	1113	51.39%	742	29.50	1.08
y_3x_9	5.18E-11	2.37E-06	0.80	1002	40.89%	635	48.44	0.89
y_3x_{10}	2.97E-11	1.02E-06	0.75	1123	40.52%	654	14.62	1.44
y_3x_{11}	9.51E-12	1.45E-05	0.63	1366	53.63%	786	0.31	0.66
y_3x_{12}	1.09E-08	1.01E-05	0.66	1326	47.55%	758	17.91	1.09
y_3x_{13}	3.10E-10	4.16E-07	0.85	881	32.99%	526	2.23	1.24

Таблица 22: Экспоненциальные модели $y_3x_n, n = \overline{1,13}$

2.5. Построение модели импорта со странами СНГ

В данном параграфе рассмотрены модели зависимости y_4 от различных факторов $x_1, .., x_{13}$.

Сначала рассмотрим парные линейные регрессии $y_4x_1 \dots y_4x_{13}$. Проводя исследование, аналогичное предыдущему параграфу, получаем следующие результаты, представленные в Таблице 25 :

Поля корреляции с построенными линейными регрессиями размещены в приложении на Рис. 16 - 19

Сделаны следующие выводы о построенных линейных регрессиях (Таблица 25):

1. Только у одной моделей значим коэффициент a: y_4x_2. Коэффициент b значим у всех моделей.

2. Все модели значимы в целом.

3. Остатки гомоскедастичны только у модели y_4x_5, однако коэффициент детерминации этой модели говорит об отсутствии связей.

4. Во всех моделях высокая средняя ошибка аппроксимации.

5. Нет линейных моделей, удовлетворяющих всем условиям.

В результате можно сделать вывод о том, что y_4 нельзя линейно описать факторами $x_1 - x_{13}$. Необходимо линеаризовать выборки и строить нелинейные модели.

Более того, построение линейных множественных моделей невозможно, так как линейные модели обладают плохими свойствами и при множественной регрессии ошибки будут только расти.

Корреляционная матрица размещена в приложении в Таблице 36.

Рассмотрим нелинейные модели.

	p-value для a	p-value для b	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_3x_1	0.000169	6.87E-05	0.88	779	92.67%	629	390.37	1.32
y_3x_2	1.74E-05	1.66E-05	0.90	700	60.00%	542	613.05	1.54
y_3x_3	0.00124	0.000406	0.85	889	107.59%	699	1158.96	1.19
y_3x_4	0.000115	5.67E-05	0.88	767	90.46%	619	503.23	1.42
y_3x_5	0.042764	0.037037	0.70	1230	123.55%	886	171.06	0.61
y_3x_6	0.000289	0.00011	0.87	807	82.74%	624	399.93	1.34
y_3x_7	0.000184	7.83E-05	0.88	786	83.93%	606	769.26	1.31
y_3x_8	0.000177	7.80E-05	0.88	786	89.43%	605	668.81	1.34
y_3x_9	0.000408	0.000166	0.86	832	105.35%	655	562.38	1.21
y_3x_{10}	0.000746	0.000305	0.85	870	105.32%	639	475.93	1.18
y_3x_{11}	1.65E-05	6.13E-06	0.92	649	62.62%	490	44.47	1.60
y_3x_{12}	0.000201	9.11E-05	0.88	795	87.75%	627	698.10	1.39
y_3x_{13}	0.000236	3.07E-05	0.89	733	73.55%	540	428.42	1.34

Таблица 23: Логарифмические модели $y_3x_n, n = \overline{1,13}$

	p-value для a	p-value для b	p-value для c	R^2_{adj}	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	DW
$y_3x_5x_{11}$	7.48e-05	0.00137	8.29e-07	0.9484	585	21.45%	359	1,54

Таблица 24: Степенная двухфакторная модель $y_3x_5x_{11}$

Сделаны следующие выводы о построенных квадратичных регрессиях (Таблица 26):

1. Все модели значимы в целом, однако ни одна из них не удовлетворяет требованиям: практически во всех имеется гетероскедастичность остатков, а также автокорреляция.

2. Нет моделей, полностью удовлетворяющих требованиям.

Сделаны следующие выводы о построенных гиперболических регрессиях (Таблица 27):

1. Все модели имеют низкий коэффициент детерминации, то есть между переменными очень слабая связь.

2. Нет подходящих моделей.

Сделаны следующие выводы о построенных степенных регрессиях (Таблица 28):

1. Большинство коэффициентов статистически не значимо.

2. Во всех моделях присутствует автокорреляция остатков.

3. Нет подходящих однофакторных моделей.

Сделаны следующие выводы о построенных экспоненциальных регрессиях (Таблица 29):

1. Все модели имеют автокорреляцию остатков и высокую среднюю ошибку аппроксимации, кроме модели y_4x_4, для которой нет достаточно оснований утверждать о наличии автокорреляции. Для уточнения этого вопроса был вычислен коэффициент автокорреляции первого рода $r =$

	p-value для a	p-value для b	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_4x_1	0.948132	1.35E-05	0.78	225.9	39.41%	166.4	16.32	0.49
y_4x_2	5.48E-06	3.71E-06	0.82	204.8	44.34%	170.9	33.51	0.45
y_4x_3	0.627563	0.000206	0.67	277.1	51.30%	219.6	89.02	0.44
y_4x_4	0.424223	2.03E-06	0.83	195.6	36.65%	150.0	35.20	0.58
y_4x_5	0.819918	0.585784	0.02	474.1	71.28%	340.7	5.81	0.20
y_4x_6	0.59637	2.47E-05	0.76	236.4	32.17%	156.2	139.43	0.59
y_4x_7	0.671055	8.98E-05	0.71	260.5	47.29%	204.1	33.33	0.40
y_4x_8	0.876606	8.05E-05	0.71	258.3	42.62%	195.6	94.05	0.53
y_4x_9	0.640736	0.000161	0.68	272.1	48.31%	211.7	29.14	0.39
y_4x_{10}	0.872657	0.001024	0.58	312.1	52.01%	242.9	86.58	0.36
y_4x_{11}	0.719502	1.98E-06	0.83	195.3	42.97%	160.2	13.03	0.49
y_4x_{12}	0.108339	8.39E-05	0.71	259.2	45.90%	200.0	69.04	0.46
y_4x_{13}	0.525897	0.002163	0.53	329.7	47.94%	235.3	1210.71	0.49

Таблица 25: Линейные модели $y_4x_n, n = \overline{1,13}$

0.40753, и это знакчение оказалось больше критическго ($r_{kr} = 0.328$), поэтому автокорреляция остатков присутствует и в этой модели.

2. Таким образом, нет подходящих моделей нет.

Сделаны следующие выводы о построенных логарифмических регрессиях (Таблица 29):

1. Большинство моделей имеет автокорреляцию остатков и очень высокую среднюю ошибку аппроксимации.

2. Таким образом, нет подходящих однофакторных моделей.

Все построенные двухфакторные нелинейные модели не удовлетворяют требованиям: в большинстве из них присутствует автокорреляция остатков.

	p-value для a	p-value для b	p-value для c	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_4x_1	0.000377	0.009555	3.07E-05	0.95	107	22.45%	87	24.15	1.35
y_4x_2	4.57E-05	3.35E-05	2.40E-05	0.96	95	11.04%	64	34.67	1.87
y_4x_3	0.009017	0.023639	5.12E-04	0.88	164	30.76%	129	149.66	1.16
y_4x_4	0.00377	0.080006	1.62E-04	0.95	106	16.87%	82	54.93	1.73
y_4x_5	0.142082	0.10934	1.20E-01	0.21	427	71.70%	315	6.45	0.33
y_4x_6	0.009621	0.142346	6.05E-03	0.87	171	25.63%	125	165.45	1.08
y_4x_7	0.00135	0.005737	6.87E-05	0.93	131	25.53%	105	55.26	1.16
y_4x_8	0.004528	0.026207	6.38E-04	0.89	156	26.42%	113	119.02	1.58
y_4x_9	0.002579	0.007261	1.53E-04	0.91	146	29.77%	116	33.84	0.77
y_4x_{10}	0.031918	0.069642	5.73E-03	0.78	224	35.90%	157	101.13	1.14
y_4x_{11}	0.000218	0.121135	1.82E-05	0.97	88	13.18%	62	15.36	1.95
y_4x_{12}	0.013973	0.016585	7.43E-04	0.89	158	25.65%	119	95.06	1.37
y_4x_{13}	0.460737	0.641613	2.52E-01	0.58	311	28.27%	184	1153.85	0.77

Таблица 26: Квадратичные модели $y_4x_n, n = \overline{1,13}$

	p-value для a	p-value для b	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_4x_1	0.000188	0.041796	0.28	407	68.86%	317	0.05	0.28
y_4x_2	5.12E-06	7.38E-06	0.80	216	46.18%	180	0.03	0.43
y_4x_3	0.00031	0.06935	0.23	421	69.34%	323	0.03	0.26
y_4x_4	0.000133	0.020288	0.35	387	67.47%	306	0.03	0.29
y_4x_5	0.09974	0.405606	0.05	467	67.68%	333	0.21	0.21
y_4x_6	0.000151	0.034363	0.30	401	67.59%	312	0.01	0.29
y_4x_7	0.000205	0.038344	0.29	404	66.02%	311	0.07	0.27
y_4x_8	0.000192	0.038303	0.29	404	67.89%	315	0.01	0.28
y_4x_9	0.000282	0.059524	0.25	416	69.39%	322	0.04	0.27
y_4x_{10}	0.000332	0.077016	0.22	423	67.95%	322	0.02	0.26
y_4x_{11}	0.000133	0.030117	0.31	398	60.60%	296	0.06	0.34
y_4x_{12}	0.000183	0.012364	0.39	374	63.30%	292	0.03	0.31
y_4x_{13}	0.000267	0.022045	0.34	389	60.46%	294	0.001	0.29

Таблица 27: Гиперболические модели $y_4x_n, n = \overline{1,13}$

	p-value для a	p-value для b	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_4x_1	0.145608	9.20E-05	0.83	309	29.27%	186	0.59	0.33
y_4x_2	3.09E-08	2.07E-08	0.97	139	15.71%	87	3.81	0.91
y_4x_3	0.955689	0.000631	0.78	354	34.40%	216	5.71	0.29
y_4x_4	0.010747	1.88E-05	0.87	270	26.45%	166	2.06	0.38
y_4x_5	0.463553	0.215534	0.58	489	45.14%	289	2.43	0.19
y_4x_6	0.182509	4.49E-05	0.84	302	26.92%	177	5.46	0.39
y_4x_7	0.159584	0.000213	0.81	331	31.86%	203	1.94	0.30
y_4x_8	0.100663	0.000137	0.81	325	30.38%	199	6.14	0.33
y_4x_9	0.311667	0.000376	0.79	344	33.08%	210	1.37	0.29
y_4x_{10}	0.514278	0.001178	0.76	372	35.47%	228	7.68	0.25
y_4x_{11}	0.236783	0.000163	0.83	311	31.15%	191	1.37	0.28
y_4x_{12}	0.052636	6.09E-05	0.84	299	28.94%	184	4.72	0.36
y_4x_{13}	0.013297	0.000337	0.77	357	32.15%	212	77.32	0.33

Таблица 28: Степенные модели $y_4x_n, n = \overline{1, 13}$

	p-value для a	p-value для b	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_4x_1	2.77E-16	1.54E-07	0.95	168	18.50%	106	1.09	0.66
y_4x_2	4.41E-07	1.33E-08	0.97	135	14.98%	82	3.98	1.01
y_4x_3	6.33E-14	5.10E-06	0.90	238	24.07%	148	9.33	0.52
y_4x_4	4.93E-17	1.00E-08	0.97	133	15.05%	83	3.25	1.17
y_4x_5	0.000194	0.28187	0.57	493	45.99%	292	2.65	0.19
y_4x_6	1.77E-16	2.84E-07	0.93	203	18.52%	116	5.91	0.70
y_4x_7	9.33E-15	1.28E-06	0.92	214	22.03%	134	3.33	0.50
y_4x_8	3.49E-15	9.95E-07	0.92	218	22.46%	141	7.69	0.64
y_4x_9	2.22E-14	2.06E-06	0.91	232	22.87%	144	1.79	0.43
y_4x_{10}	5.18E-13	5.22E-05	0.85	290	28.10%	181	9.00	0.38
y_4x_{11}	3.46E-17	5.36E-08	0.97	128	16.76%	82	1.50	0.81
y_4x_{12}	5.52E-13	1.35E-06	0.92	215	21.47%	132	6.40	0.66
y_4x_{13}	7.47E-12	5.59E-05	0.81	329	26.06%	180	75.12	0.50

Таблица 29: Экспоненциальные модели $y_4x_n, n = \overline{1, 13}$

	p-value для a	p-value для b	R^2	S_{ost}	$\overline{A}$	MAD	GQ	DW
y_4x_1	0.004396	0.001962	0.81	327	54.80%	249	15.59	0.34
y_4x_2	5.51E-06	5.25E-06	0.92	210	45.28%	175	32.44	0.44
y_4x_3	0.019808	0.007589	0.77	361	62.71%	285	49.89	0.31
y_4x_4	0.00128	0.000656	0.84	302	54.09%	237	29.50	0.37
y_4x_5	0.525033	0.483461	0.61	470	69.39%	337	5.27	0.20
y_4x_6	0.00329	0.001346	0.82	318	51.34%	237	119.12	0.39
y_4x_7	0.00791	0.003793	0.79	343	57.91%	267	20.58	0.31
y_4x_8	0.006087	0.002969	0.80	337	54.90%	258	78.78	0.34
y_4x_9	0.012426	0.005754	0.78	354	59.79%	276	26.62	0.31
y_4x_{10}	0.02559	0.012272	0.75	374	61.75%	291	74.19	0.28
y_4x_{11}	0.004648	0.002015	0.81	328	55.10%	251	14.12	0.37
y_4x_{12}	0.003058	0.00148	0.82	321	54.67%	248	50.35	0.35
y_4x_{13}	0.033726	0.006996	0.77	359	56.55%	271	1230.64	0.35

Таблица 30: Логарифмические модели $y_4x_n, n = \overline{1, 13}$

Выводы

В результате проведенного исследования были построены модели экспорта и импорта Санкт-Петербурга со странами дальнего зарубежья и со странами СНГ. Большинство моделей оказались низкого качества и непригодны для дальнейшего применения. Однако среди всех моделей были выбраны такие, которые отвечают требованиям, предъявляемым к качественным эконометрическим моделям.

y_1 — экспорт со странами дальнего зарубежья — имеет степенную зависимость от иностранных инвестиций, а также имеет одновременную нелинейную зависимость от числа предприятий и иностранных инвестиций, а также от числа предприятий и среднегодовой цены на нефть марки Brent.

$$y_1 = e^{-4.2918} x_{11}^{0.88075}.$$

$$y_1 = e^{-19.52811} x_5^{1.40024} x_{11}^{0.70695}.$$

$$y_1 = e^{5.717} e^{0.0000051 x_5} e^{0.21 x_{13}}.$$

y_2 — импорт со странами дальнего зарубежья — находится под влиянием среднегодовой цены на нефть марки Brent, объема платных услуг населению, а также имеет нелинейную двухфакторную зависимость от числа предприятий и иностранных инвестиций.

$$y_2 = -5559.06 + 342.35 x_{13}.$$

$$y_2 = e^{-3.2898} x_9^{1.0701}.$$

$$y_2 = e^{6.53} e^{0.000006 x_5} e^{0.0000007 x 11}.$$

y_3 — экспорт со странами СНГ — зависит от среднегодовой цены на нефть марки Brent, а также имеет нелинейную двухфакторную зависимость от числа предприятий и иностранных инвестиций.

$$y_3 = e^{-1.4115} x_{13}^{2.0247}.$$

$$y_3 = e^{-31.28619} x_5^{1.98436} x_{11}^{0.85424}.$$

Для y_4 — импорт со странами СНГ — не удалось построить качественные модели, хорошо описывающие данную переменную. Необходимо проводить более глубокий анализ и выявление дополнительных факторов влияния на данную переменную.

Заключение

В результате работы были выявлены факторы, оказывающие влияние на ВТО Санкт-Петербурга. Следует обратить особое внимание на эти факторы при прогнозировании и анализе развития региона.

Стоит отметить, что большинство моделей не прошли этап верификации, так как они оказывались неадекватными, неточными или имели другие отклонения от основных предположений МНК: наблюдалась гетероскедастичность или автокорреляция остатков.

Есть вероятность, что данные могут быть некорректными. Проводя проверку моделей на выбросы, было обнаружено немало выбросов в линейных моделях. Преимущественно данные за 2007-2008 годы являлись выбросами в данных моделях. Становится очевидно, что на зависимые переменные влияют также скрытые факторы, которые очень трудно обнаружить. Вероятно, это объясняется тем, что в 2007-2008 годах был мировой кризис, а значит, экономика находилась также под влиянием внешних и неконтролируемых факторов.

В результате необходимо дальше исследовать и изучать факторы, влияющие на объем экспорта и импорта.

Список литературы

[1] Региональная экономика : учебник для академического бакалавриата / Под ред. Е. Л. Плисецкого, В. Г. Глушковой. М.: Издательство Юрайт, 2014. 583 с.

[2] Региональная экономика: Учебник / Под ред. В. И. Видяпина, М В. Степанова. М.: ИНФРА-М, 2007. 666 с.

[3] Баженов Ю. Н., Подшувейт О. В. Проблемы и возможности развития внешнеэкономической деятельности Санкт-Петербурга, Ленинградской области и Республики Карелия // Балтийский регион, 2012. № 1. С. 70 – 80.

[4] Внешнеэкономические связи субъектов Российской Федерации (Санкт-Петербург и Ленинградская область). http://federalbook.ru/files/FS/Soderjanie/FS-7/V/5.pdf

[5] Регионы России. Основные характеристики субъектов Российской Федерации. 2015: Стат. Сб. / Росстат. М., 2015. 672 с.

[6] Талаев М. С., Котилко В. В. Оценка факторов роста внешнеторгового оборота субъектов РФ // Российское предпринимательство, 2005. № 9 (69). С. 11 – 15.

[7] Федеральная служба государственной статистики. Каталог публикаций. Регионы России. Основные характеристики субъектов Российской Федерации. http://www.gks.ru/

[8] Эконометрика: учеб. / Под ред. И. И. Елисеевой. М.: Проспект, 2010. 288 с.

[9] Магнус Я. Р., Катышев П. К., Пересецкий А. А. Эконометрика. Начальный курс: Учебник. – 8-е изд. М.: Дело, 2007. 504 с.

[10] Буре В. М., Евсеев Е. А. Основы эконометрики: Учеб. пособие. СПб., 2004. 72 с.

[11] Айвазян С. А. Методы эконометрики: учебник / С. А. Айвазян М.:Магистр: ИНФРА-М, 2015. 512 с.

[12] Парный регрессионный анализ : учебное пособие / Е. С. Комарова. М. Берлин: Директ-Медиа, 2015. 59 с.

[13] Роберт И. Кабаков R в действии. Анализ и визуализация данных в программе R / пер. с англ. Полины А. Волковой. М.: ДМК Пресс, 2014. 588 с.: ил.

[14] Буре В. М., Парилина Е. М., Седаков А. А., Шевкопляс Е. В. Прикладная статистика в R, STATISTICA и Excel. Описательная статистика. Оценивание параметров. Статистические критерии. Издательство Санкт-Петербургского государственного университета, 2011. 104 с.

Приложение

В данном разделе представлены исходные данные, диаграммы рассеивания, результаты построения нелинейных моделей, а также программная реализация построения моделей на языке R.

Исходные данные

	y_1	y_2	y_3	y_4
2000	2404	2366.4	140.4	232.2
2001	1789.1	3802.9	157.7	233.4
2002	1541.7	4731.7	181.7	203.2
2003	2573.3	5565.1	258.9	260.6
2004	3736.3	6951.9	381.5	294.8
2005	4325.4	9822.9	589.1	292.7
2006	11505.9	13882.6	1160.8	287.9
2007	15561.3	19591.6	2238.1	387.6
2008	20716.7	25315.8	2936.1	422.7
2009	11483.6	17521.9	1955.6	319.7
2010	10709.8	24108	1115.8	416.1
2011	19450.5	32216.3	1854	557.4
2012	19330	35249	4053	1105
2013	17929	34246.5	4280.2	1521.7
2014	19591.7	29309	2735	1561

Таблица 31: Данные зависимых переменных y_1 - y_4

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
2000	150727.3	2367.7	2583	447808	218681	126234	86493
2001	205091.7	2372.2	3468	532277	247372	175365	112330
2002	275442.6	2382	4572	685753	275381	222952	139303
2003	367198.4	2410.2	6851	947245	305145	293506	161878
2004	435674.9	2414.5	9176	1026687	333501	370736	215893
2005	518885.3	2427	12266	1111989	368991	433301	292504
2006	666392.8	2445.2	14148	1420407	393399	500158	357373
2007	811704	2473.4	16876	1740175	414080	646298	447928
2008	1119660	2472.1	17712	2005536	429540	805374	585715
2009	1420830	2453.1	22607	2314055	450901	1099842	614760
2010	1473348	2466.3	24824	2635927	374459	1448429	685051
2011	1699486	2500.9	26069	3243788	367457	1891115	742104
2012	2091914	2530.4	27834	3727291	348481	2222088	844759
2013	2291993	2565.3	31407	4349428	354354	2160129	920721
2014	2491423	2593.1	34724	4870300	357124	2283141	1017623

Таблица 32: Данные независимых переменных x_1 - x_7

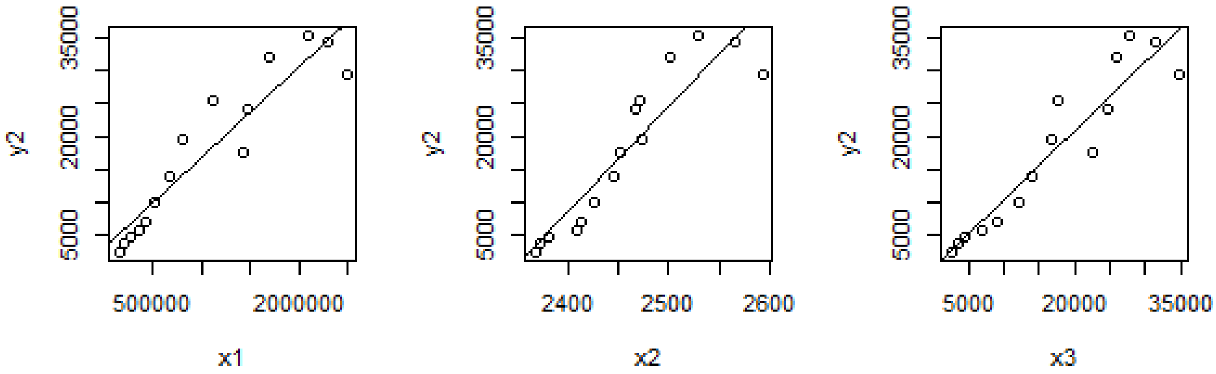

Рис. 8: Поля корреляции и линии регрессии $y_2x_1, .., y_2x_3$

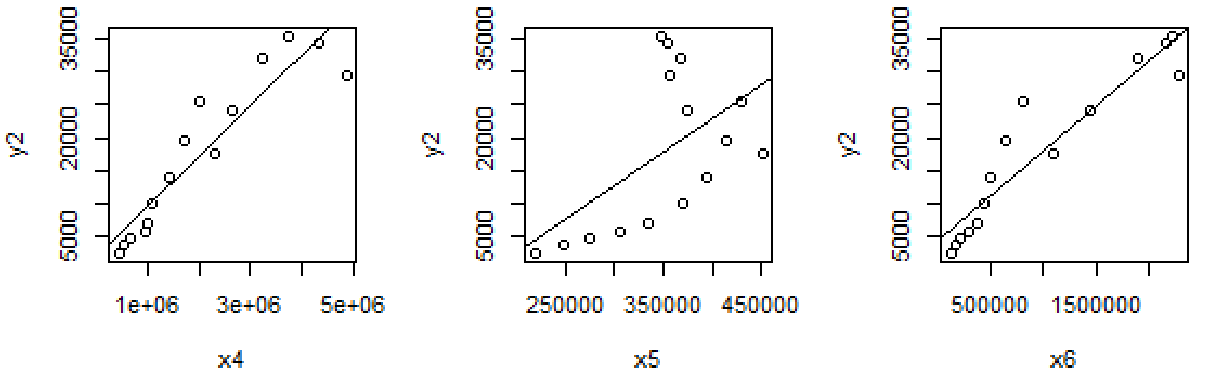

Рис. 9: Поля корреляции и линии регрессии $y_2x_4, .., y_2x_6$

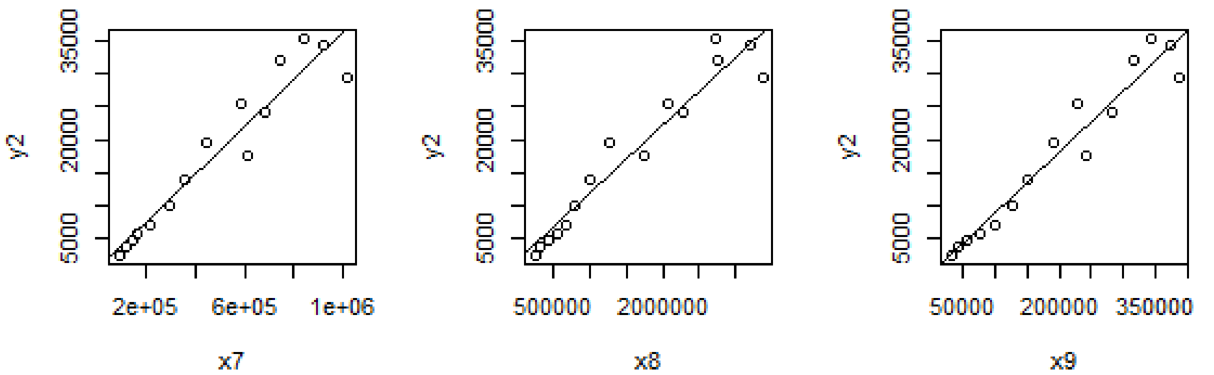

Рис. 10: Поля корреляции и линии регрессии $y_2x_7, .., y_2x_9$

	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}
2000	254783.4	30903	35891	1159891	2460.6	28.3
2001	334197	42331	53169	1171379	2915.2	24.4
2002	436572	57255	63501	881033	3462.4	25
2003	569874.2	76470	111678	695761	3851.8	28.9
2004	678967.8	101219	117762	985084	4399.2	38.3
2005	806592	126367	156854	1417164	4984.1	54.4
2006	1019093	151461	193684	5254804	5502.6	65.4
2007	1275054	190066	303448	6283942	6506.7	72.7
2008	2071881	228811	372637	5927567	7583.3	97.7
2009	1737293	241367	324711	5525071	8139.9	61.9
2010	2280958	281338	401537	5231439	9133.4	79.6
2011	2758717	316308	360368	6120717	9786.4	111
2012	2713185	343769	352116	10767496	10458.4	121.4
2013	3204272	372674	475149	13431283	11302.7	108.8
2014	3368041	386444	502617	12090283	12819.7	98.9

Таблица 33: Данные независимых переменных x_8 - x_{13}

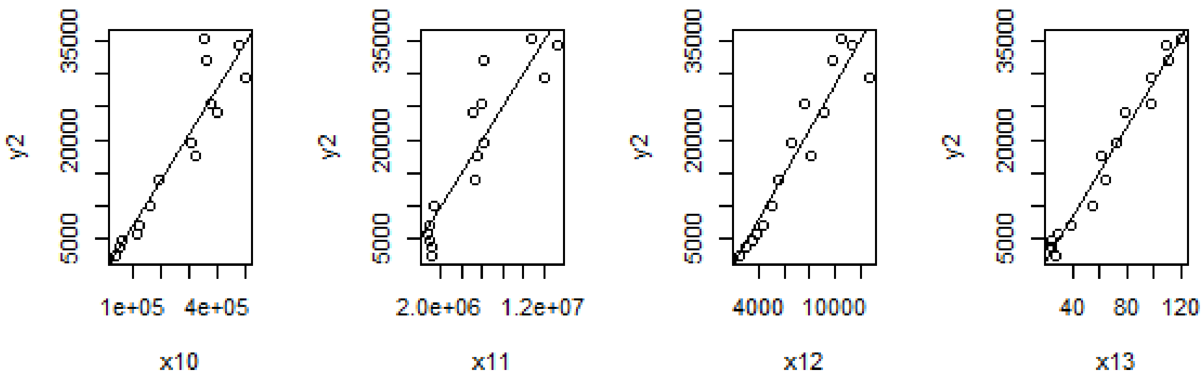

Рис. 11: Поля корреляции и линии регрессии $y_2x_{10}, .., y_2x_{13}$

Модели $y_2x_1 \ - y_2x_{13}$

Модели $y_3x_1 \ - y_3x_{13}$

Модели $y_4x_1 \ - y_4x_{13}$

Программная реализация на R

```
\small
#Data
new <- read.table ("Datay1.txt", header = TRUE, dec=".")
n <- nrow(new); dL <- 1.08; dU <- 1.36; GQ <- 9.28;
y1x1 <- read.table ("y1x1.txt", header = TRUE, row.names = 1, 

#Library
```

	y_2	x_1	x_2	x_3	x_4	x_{65}	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}
y_2	1.00													
x_1	0.94	1.00												
x_2	0.92	0.96	1.00											
x_3	0.94	0.98	0.96	1.00										
x_4	0.92	0.99	0.98	0.97	1.00									
x_5	0.56	0.47	0.52	0.59	0.43	1.00								
x_6	0.94	0.98	0.93	0.96	0.98	0.38	1.00							
x_7	0.96	0.99	0.96	0.99	0.98	0.56	0.97	1.00						
x_8	0.96	0.98	0.96	0.98	0.98	0.50	0.97	0.99	1.00					
x_9	0.97	0.99	0.96	0.99	0.98	0.57	0.97	1.00	0.99	1.00				
x_{10}	0.93	0.94	0.94	0.97	0.93	0.66	0.89	0.97	0.96	0.97	1.00			
x_{11}	0.91	0.94	0.95	0.92	0.95	0.44	0.91	0.94	0.92	0.93	0.90	1.00		
x_{12}	0.95	0.99	0.97	0.99	0.99	0.55	0.97	1.00	0.99	1.00	0.97	0.92	1.00	
x_{13}	0.99	0.90	0.90	0.91	0.88	0.58	0.90	0.93	0.93	0.94	0.90	0.88	0.91	1.00

Таблица 34: Корреляционная матрица $y_2 x_n, n = \overline{1, 13}$

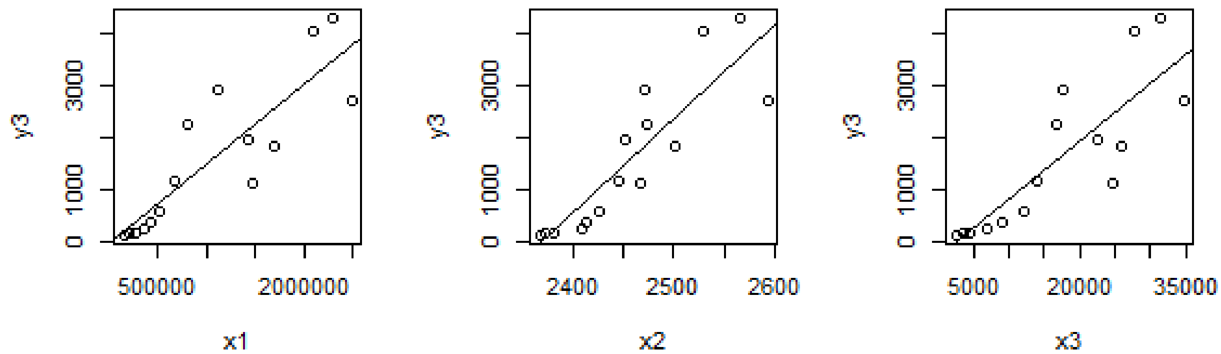

Рис. 12: Поля корреляции и линии регрессии $y_3 x_1, .., y_3 x_3$

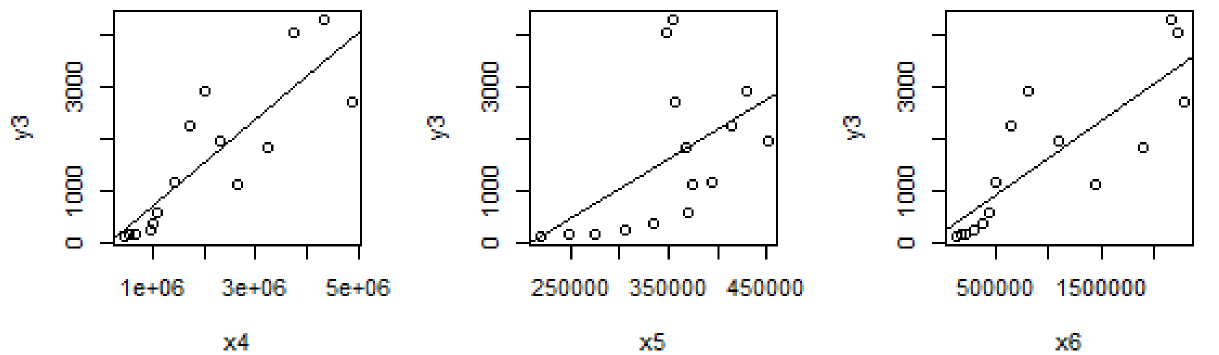

Рис. 13: Поля корреляции и линии регрессии $y_3 x_4, .., y_3 x_6$

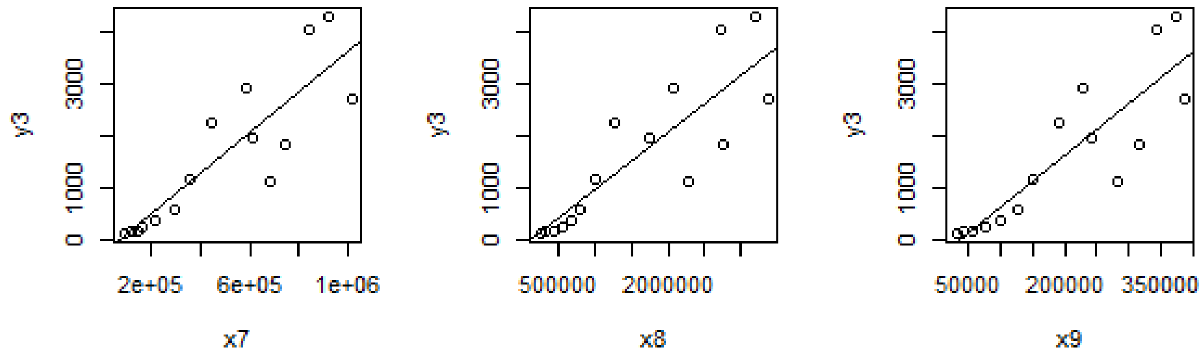

Рис. 14: Поля корреляции и линии регрессии $y_3x_7, .., y_3x_9$

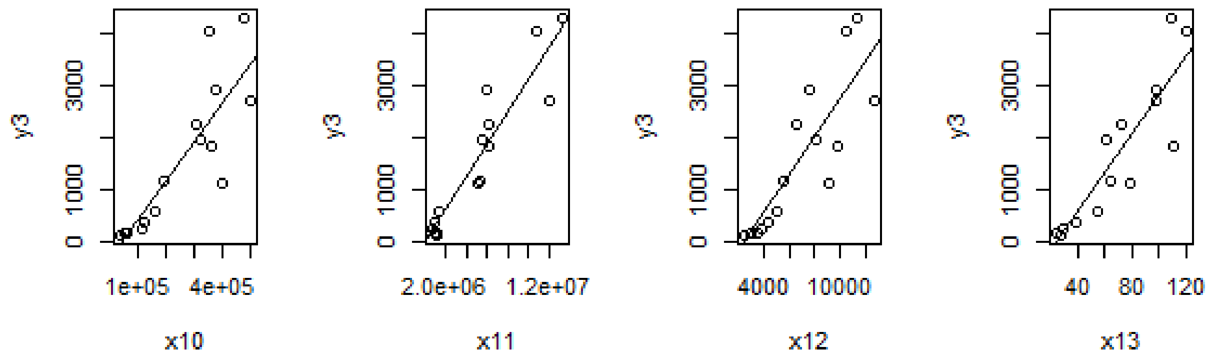

Рис. 15: Поля корреляции и линии регрессии $y_3x_{10}, .., y_3x_{13}$

	y_3	x_1	x_2	x_3	x_4	x_{65}	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}
y_3	1.00													
x_1	0.85	1.00												
x_2	0.88	0.96	1.00											
x_3	0.87	0.98	0.96	1.00										
x_4	0.84	0.99	0.98	0.97	1.00									
x_5	0.66	0.47	0.52	0.59	0.43	1.00								
x_6	0.82	0.98	0.93	0.96	0.98	0.38	1.00							
x_7	0.89	0.99	0.96	0.99	0.98	0.56	0.97	1.00						
x_8	0.89	0.98	0.96	0.98	0.98	0.50	0.97	0.99	1.00					
x_9	0.89	0.99	0.96	0.99	0.98	0.57	0.97	1.00	0.99	1.00				
x_{10}	0.90	0.94	0.94	0.97	0.93	0.66	0.89	0.97	0.96	0.97	1.00			
x_{11}	0.87	0.94	0.95	0.92	0.95	0.44	0.91	0.94	0.92	0.93	0.90	1.00		
x_{12}	0.88	0.99	0.97	0.99	0.99	0.55	0.97	1.00	0.99	1.00	0.97	0.92	1.00	
x_{13}	0.96	0.90	0.90	0.91	0.88	0.58	0.90	0.93	0.93	0.94	0.90	0.88	0.91	1.00

Таблица 35: Корреляционная матрица $y_3x_n, n = \overline{1, 13}$

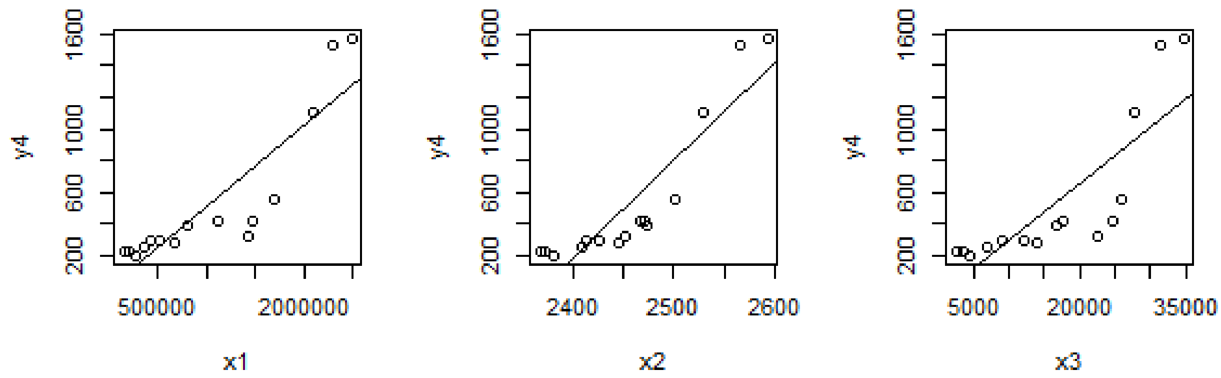

Рис. 16: Поля корреляции и линии регрессии $y_4 x_1, .., y_4 x_3$

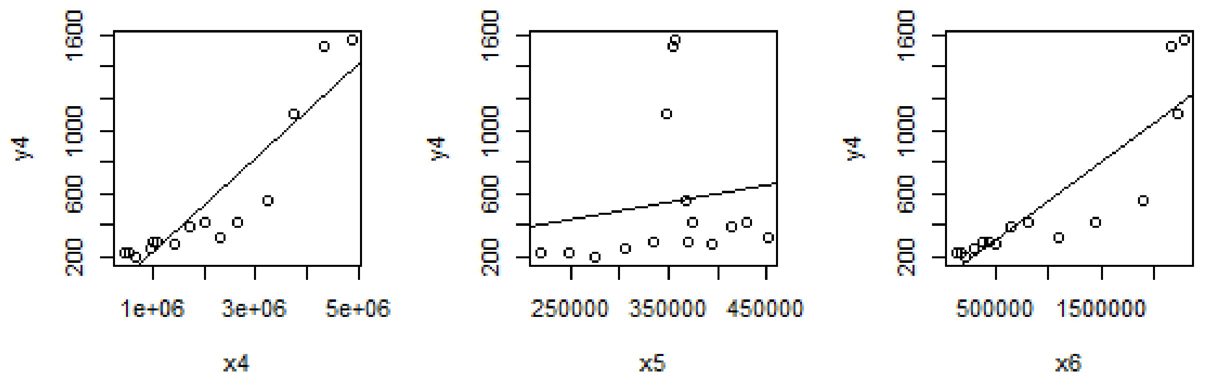

Рис. 17: Поля корреляции и линии регрессии $y_4 x_4, .., y_4 x_6$

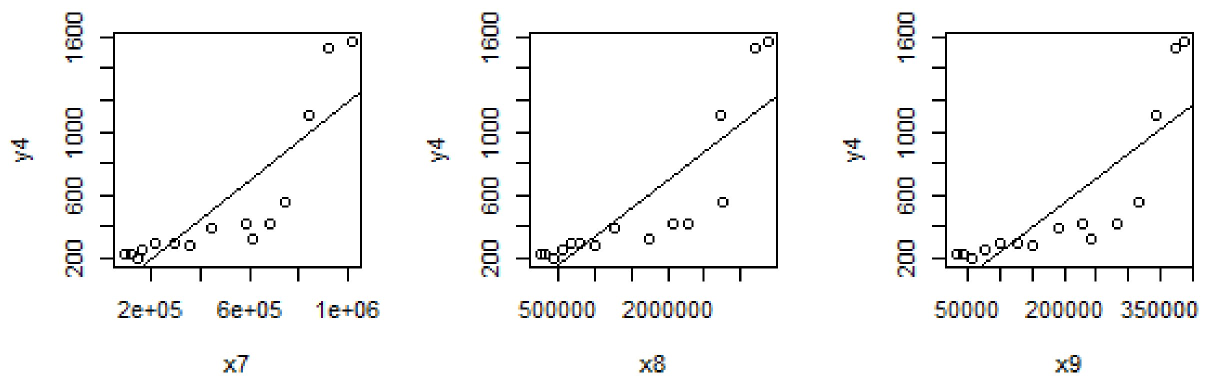

Рис. 18: Поля корреляции и линии регрессии $y_4 x_7, .., y_4 x_9$

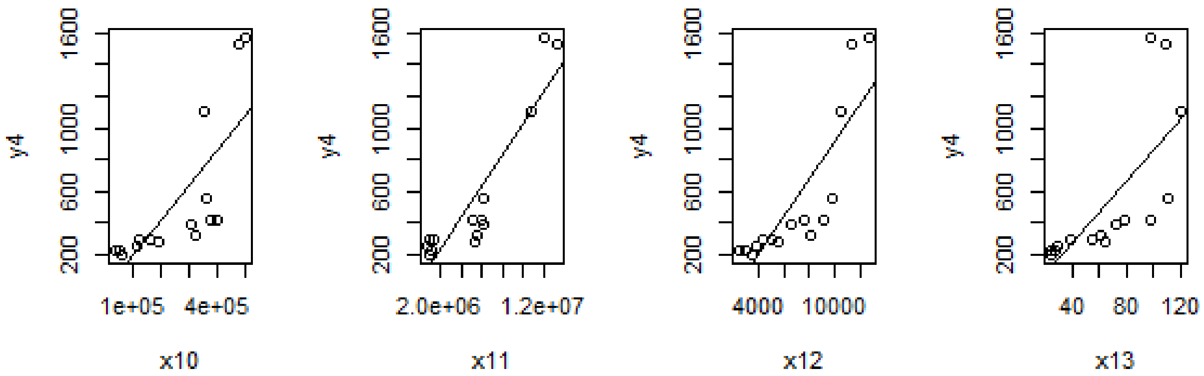

Рис. 19: Поля корреляции и линии регрессии $y_4x_{10}, .., y_4x_{13}$

	y_4	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}
y_4	1.00													
x_1	0.85	1.00												
x_2	0.88	0.96	1.00											
x_3	0.87	0.98	0.96	1.00										
x_4	0.84	0.99	0.98	0.97	1.00									
x_5	0.66	0.47	0.52	0.59	0.43	1.00								
x_6	0.82	0.98	0.93	0.96	0.98	0.38	1.00							
x_7	0.89	0.99	0.96	0.99	0.98	0.56	0.97	1.00						
x_8	0.89	0.98	0.96	0.98	0.98	0.50	0.97	0.99	1.00					
x_9	0.89	0.99	0.96	0.99	0.98	0.57	0.97	1.00	0.99	1.00				
x_{10}	0.90	0.94	0.94	0.97	0.93	0.66	0.89	0.97	0.96	0.97	1.00			
x_{11}	0.87	0.94	0.95	0.92	0.95	0.44	0.91	0.94	0.92	0.93	0.90	1.00		
x_{12}	0.88	0.99	0.97	0.99	0.99	0.55	0.97	1.00	0.99	1.00	0.97	0.92	1.00	
x_{13}	0.96	0.90	0.90	0.91	0.88	0.58	0.90	0.93	0.93	0.94	0.90	0.88	0.91	1.00

Таблица 36: Корреляционная матрица $y_4x_n, n = \overline{1,13}$

```
library (lmtest)
library(car)
library(corrgram)
#library(glm)

#Linear model
fit1 <-lm(y1~x1, data=new)
plot(y1~x1, new); abline(fit1)
res1<-fit1$residuals
S1 <- sqrt(sum(res1^2)/(n-2))
A1<-sum(abs(res1)/abs(new$y1))/n
MAD1<-sum(abs(res1))/n
R1 <- 1-(sum(res1^2))/(sum((new$y1-mean(new$y1))^2))
summary(fit1)

l1 <- new[order(new$x1),] #Golfeld Quandt Test m1 <-
lm(y1~x1,data=l1) GQ1<-gqtest(m1, fraction=n/3)$statistic
if (GQ1<GQ) {"Нет гетероскедастичности остатков"}
else{"Гетероскедастичностьостатков присутствует"}

dwtest(fit1) #DurbinWatsonTest
DW1<-dwtest(fit1)$statistic
if (DW1>2) {DW1<- 4-DW1};
if (DW1<dL) {"Автокорреляция есть"};
if (DW1>dU) {"Автокорреляция отсутствует"} ;
if (DW1>dL && DW1<dU) {"Нет оснований для решения"}

y1x1$Sост[1]<-S1; y1x1$A[1]<-A1;
y1x1$MAD[1]<-MAD1; y1x1$R.2[1]<-R1;
y1x1$GQ.Test[1]<-GQ1;
y1x1$DW.Test[1]<-DW1;
y1x1$p.value.model.[1]<-anova(fit1)$Pr[1];
y1x1$p.value.a.[1]<-summary(fit1)$coefficients[[1,4]];
y1x1$p.value.b.[1]<-summary(fit1)$coefficients[[2,4]];


#Quadratic model
new$x1k<-(new$x1)^2
fit2<-lm(y1~x1+x1k, data=new)
res2<-fit2$residuals
S2 <- sqrt(sum(res2^2)/(n-2))
A2<-sum(abs(res2)/abs(new$y1))/n
```

```
MAD2<-sum(abs(res2))/n
R2 <- 1-(sum(res2^2))/(sum((new$y1-mean(new$y1))^2))
summary(fit2)

k2 <- new[order(new$x1k),] #GQTest
m2 <- lm(y1~x1k,data=k2)
GQ2 <- gqtest(m2, fraction=n/3)$statistic
if (GQ2<GQ) {"Нет гетероскедастичности остатков"}
else {"Гетероскедастичность остатков присутствует"}

dwtest(fit2) #DurbinWatsonTest
DW2 <- dwtest(fit2)$statistic
if (DW2>2) {DW2<- 4-DW2};
if (DW2<dL) {"Автокорреляция есть"};
if (DW2>dU) {"Автокорреляция отсутствует"} ;
if (DW2>dL && DW2<dU) {"Нет оснований для решения"}

y1x1$Sост[2]<-S2;
y1x1$A[2]<-A2;
y1x1$MAD[2]<-MAD2;
y1x1$R.2[2]<-R2;
y1x1$GQ.Test[2]<-GQ2; y1x1$DW.Test[2]<-DW2;
y1x1$p.value.model.[2]<-anova(fit2)$Pr[1];
y1x1$p.value.a.[2]<-summary(fit2)$coefficients[[1,4]];
y1x1$p.value.b.[2]<-summary(fit2)$coefficients[[2,4]];

#Hyperbolic model
new$x1h <- (1/new$x1)
fit3 <- lm(y1~x1h, data=new)
res3 <- fit3$residuals
S3 <- sqrt(sum(res3^2)/(n-2))
A3 <- sum(abs(res3)/abs(new$y1))/n
MAD3 <- sum(abs(res3))/n
R3 <- 1-(sum(res3^2))/(sum((new$y1-mean(new$y1))^2))
summary(fit3)

h3 <- new[order(new$x1h),] # GQ Test
m3 <- lm(y1~x1h,data=h3)
GQ3 <- gqtest(m3, fraction=n/3)$statistic
if (GQ3<GQ) {"Нет гетероскедастичности остатков"}
else {"Гетероскедастичность остатков присутствует"}
```

```
dwtest(fit3) #DurbinWatsonTest
DW3 <- dwtest(fit3)$statistic
if (DW3>2) {DW3<- 4-DW3};
if (DW3<dL) {"Автокорреляция есть"};
if (DW3>dU) {"Автокорреляция отсутствует"} ;
if (DW3>dL && DW3<dU) {"Нет оснований для решения"}

y1x1$Socт[3]<-S3; y1x1$A[3]<-A3;
y1x1$MAD[3]<-MAD3;
y1x1$R.2[3]<-R3;
y1x1$GQ.Test[3]<-GQ3;
y1x1$DW.Test[3]<-DW3;
y1x1$p.value.model.[3]<-anova(fit3)$Pr[1];
y1x1$p.value.a.[3]<-summary(fit3)$coefficients[[1,4]];
y1x1$p.value.b.[3]<-summary(fit3)$coefficients[[2,4]];

#Power-low model
new$y1c <- log(new$y1)
new$x1c <- log(new$x1)
fit4 <- lm(y1c ~ x1c, data=new)
a4 <- dummy.coef(fit4)$`(Intercept)`
b4 <- dummy.coef(fit4)$x1c
new$y1cc <- ((new$x1)^b4)*exp(a4)
res4 <- (new$y1-new$y1cc)
S4 <- sqrt(sum(res4^2)/(n-2))
A4 <- sum(abs(res4)/abs(new$y1))/n
MAD4 <- sum(abs(res4))/n
R4 <- 1-(sum(res4^2))/(sum(new$y1^2))
summary(fit4)
#plot(new$y1cc ~new$x1)

p4 <- new[order(new$x1c),] # GQ Test
m4 <- lm(y1c~x1c,data=p4)
GQ4 <- gqtest(m4,fraction=n/3)$statistic
if (GQ4<GQ) {"Нет гетероскедастичности остатков"}
else {"Гетероскедастичность остатков присутствует"}

dd<-0; #DurbinWatson Test
for (i in 1:(n-1)) {dd <-dd+(res4[i+1]-res4[i])^2}
ww <- sum (res4^2) DW4 <- dd/ww if (DW4>2)
{DW4<- 4-DW4};
if (DW4<dL) {"Автокорреляция есть"};
```

```
if (DW4>dU)
{"Автокорреляция отсутствует"} ;
if (DW4>dL && DW4<dU) {"Нет оснований для решения"}

y1x1$Sост[4]<-S4; y1x1$A[4]<-A4;
y1x1$MAD[4]<-MAD4; y1x1$R.2[4]<-R4;
y1x1$GQ.Test[4]<-GQ4;
y1x1$DW.Test[4]<-DW4;
y1x1$p.value.model.[4]<-anova(fit4)$Pr[1];
y1x1$p.value.a.[4]<-summary(fit4)$coefficients[[1,4]];
y1x1$p.value.b.[4]<-summary(fit4)$coefficients[[2,4]];

#Exponential model
new$y1d <- (log(new$y1))
fit5 <- lm(y1d ~ x1, data=new)
res5 <- fit5$residuals
a5 <- dummy.coef(fit5)$`(Intercept)`
b5 <- dummy.coef(fit5)$x1
new$y1dd <- exp(b5*new$x1)*exp(a5)
plot(new$y1dd ~ new$x1)
res5 <- (new$y1-new$y1dd)
S5 <- sqrt(sum(res5^2)/(n-2))
A5 <- sum(abs(res5)/abs(new$y1))/n
MAD5 <- sum(abs(res5))/n
R5 <- 1-(sum(res5^2))/(sum(new$y1^2))
summary(fit5)

e5 <- new[order(new$x1),] # GQ Test
m5 <- lm(y1d~x1,data=e5)
GQ5 <- gqtest(m5,fraction=n/3)$statistic
if (GQ5<GQ) {"Нет гетероскедастичности остатков"}
else {"Гетероскедастичность остатков присутствует"}

dd<-0; #DurbinWatson Test
for (i in 1:(n-1)) {dd<- dd+(res5[i+1]-res5[i])^2}
ww<- sum (res5^2)
DW5<- dd/ww
if (DW5>2) {DW5<- 4-DW5};
if (DW5<dL) {"Автокорреляция есть"};
if (DW5>dU) {"Автокорреляция отсутствует"} ;
if (DW5>dL && DW5<dU) {"Нет оснований для решения"}
```

```
y1x1$Soct[5]<-S5;
y1x1$A[5]<-A5;
y1x1$MAD[5]<-MAD5;
y1x1$R.2[5]<-R5;
y1x1$GQ.Test[5]<-GQ5;  y1x1$DW.Test[5]<-DW5;
y1x1$p.value.model.[5]<-anova(fit5)$Pr[1];
y1x1$p.value.a.[5]<-summary(fit5)$coefficients[[1,4]];
y1x1$p.value.b.[5]<-summary(fit5)$coefficients[[2,4]];

#Logarithmic model
new$x1e <- (log(new$x1))
fit6 <- lm(y1~x1e, data=new)
res6 <- fit6$residuals
S6 <- sqrt(sum(res6^2)/(n-2))
A6 <- sum(abs(res6)/abs(new$y1))/n
MAD6 <- sum(abs(res6))/n
R6 <- 1-(sum(res6^2))/(sum(new$y1^2))
summary(fit6)

l6 <- new[order(new$x1e),] #GQ Test
m6 <- lm(y1~x1e,data=l6)
GQ6 <- gqtest(m6,fraction=n/3)$statistic
if (GQ6<GQ) {"Нет гетероскедастичности остатков"}
else {"Гетероскедастичность остатков присутствует"}

dwtest(fit6) #DurbinWatsonTest
DW6<-dwtest(fit6)$statistic
if (DW6>2) {DW6<- 4-DW6};
if (DW6<dL) {"Автокорреляция есть"};
if (DW6>dU) {"Автокорреляция отсутствует"} ;
if (DW6>dL && DW6<dU) {"Нет оснований для решения"}

y1x1$Soct[6]<-S6;  y1x1$A[6]<-A6;
y1x1$MAD[6]<-MAD6;
y1x1$R.2[6]<-R6;
y1x1$GQ.Test[6]<-GQ6;
y1x1$DW.Test[6]<-DW6;
y1x1$p.value.model.[6]<-anova(fit6)$Pr[1];
y1x1$p.value.a.[6]<-summary(fit6)$coefficients[[1,4]];
y1x1$p.value.b.[6]<-summary(fit6)$coefficients[[2,4]];

#Конец
```

```
y1x1
write.table(y1x1, "c:/y1x1.txt", sep="\t")

pairs(~y1+x1+x2+x6+x11+x13, data=new)
corrgram(new, order=TRUE, lower.panel=panel.shade,
upper.panel=panel.pie,
text.panel=panel.txt, main="Коррелограмма для
набора данных new")


library(MASS)
fitgh<-lm(y1~x1+x5+x6+x13, data=new)
stepAIC(fitgh, direction="backward")
```