

Санкт–Петербургский государственный университет

*ИВКИН Кирилл Андреевич*

Выпускная квалификационная работа  
*Разработка системы управления движением  
группы роботов*

Уровень образования: магистратура

Направление 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Основная образовательная программа ВМ.5517.2020 «Методы  
прикладной математики и информатики в задачах управления»

Научный руководитель:

доцент, кафедра механики управляемого движения,  
к.ф.- м.н., Шиманчук Дмитрий Викторович

Рецензент:

доцент, кафедра общенаучных дисциплин,  
«Военная академия материально-технического  
обеспечения имени генерала армии А.В.Хрулева»,  
к.т.н., Волков Юрий Александрович

Санкт-Петербург

2022 г.

# Содержание

<b>Введение</b> . . . . .	3
<b>Постановка задачи</b> . . . . .	4
<b>Обзор литературы</b> . . . . .	5
<b>Глава 1. Мобильный робот</b> . . . . .	8
1.1. Математическая модель . . . . .	8
1.2. Автономное движение по целевым точкам . . . . .	9
1.2.1 Первый режим . . . . .	11
1.2.2 Второй режим . . . . .	12
1.3. Движение вдоль заданной непрерывной траектории . . . . .	13
<b>Глава 2. Робот манипулятор</b> . . . . .	16
2.1. Алгоритм Денавита-Хартенберга . . . . .	16
2.2. Математическая модель . . . . .	17
2.2.1 Прямая задача о положении . . . . .	17
2.2.2 Обратная задача о положении . . . . .	19
2.3. Реализация программного комплекса . . . . .	25
2.3.1 Сокет-сервер . . . . .	26
2.3.2 Сокет-клиент . . . . .	26
2.3.3 Веб-сервер . . . . .	26
<b>Глава 3. Решение задачи группового управления</b> . . . . .	29
3.1. Режим доставки и размещения груза . . . . .	30
3.2. Режим забора груза и его доставки . . . . .	31
<b>Заключение</b> . . . . .	32
<b>Список литературы</b> . . . . .	33

## Введение

В современном мире робототехника занимает особое место в науке. Быстро развивающиеся технологии позволяют достигать все более высокого уровня технологий. Все чаще для решения разного рода задач используются группы или даже целые рои роботов. Такие системы, как правило, применяются на крупных фабриках, производствах или складах. Например, американская компания Amazon, крупнейшая в мире на рынках платформ электронной коммерции, использует множество мобильных роботов, для автоматизации работ на складе. Также можно найти исследования, касающиеся построения систем управления роями квадрокоптеров для обнаружения и слежения за объектами [1].

Помимо роботов конкретного типа, встречаются гибридные решения, например компания *robominds GmbH* занимается разработкой мобильного робота с интегрированным многозвенным роботом манипулятором. Такой подход к задаче позволяет использовать одного робота для захвата и доставки объекта в необходимую область. Однако, у такой системы имеется существенный недостаток: работа с тяжелыми объектами становится непростой задачей. В качестве решения этой проблемы можно предложить использовать группу из двух роботов: промышленного робота-манипулятора и мобильного робота.

Необходимо заметить, что для успешного решения задачи группового управления, необходимо не только спроектировать и сконструировать робототехническую систему, но и построить законы управления группой роботов, а также разработать программное обеспечение для реализации построенных законов, что является отдельной, критически важной задачей.

## Постановка задачи

Будем решать задачу группового управления роботами разного типа, мобильного робота и робота манипулятора. Задачу можно рассматривать в двух постановках: задача доставки и размещения груза и задача забора груза и его доставки. Задачу доставки груза будет выполнять мобильный робот, тогда как задачу размещения груза или его забора будет исполнять робот манипулятор. Коммуникацию между устройствами будем реализовывать при помощи сигналов.

Под группой роботов будем понимать группу мобильных объектов, координирующих свои действия для достижения общей цели [2].

Под задачей группового управления будем понимать задачу построения и реализации законов управления гарантирующих достижения групповой цели [2].

## Обзор литературы

В ходе работы была изучена необходимая литература, техническая документация, а также ряд электронных ресурсов. В качестве мобильного робота в работе используется омниколесный робот с четырьмя независимо управляемыми колесами, примером такого робота является робот Uganus (Рис. 1). Для управления мобильным роботом используется его кинематическая модель [3–6]. Также в литературе встречаются и разработанные динамические модели для роботов такого типа [7], здесь основным вопросом является разработка и проверка модели, в работе [8] на основе разработанной динамической модели мобильного робота построен закон управления движением робота. В статье [9] предложен алгоритм корректировки положения робота, использующий кинематическую модель робота. В некоторых работах, для управления мобильным роботом применяются подходы искусственного интеллекта, например [10]. В работе [11] построены законы управления в форме обратных связей для двухколесного робота. Результаты работы были модифицированы для применения на кинематической модели омниколесного робота.

Роботы манипуляторы широко применяются при решении различных задач, так, например, в [12] рассмотрен вариант применения роботов манипуляторов для лабораторных работ с ядохимикатами. В работе [13] предложен вариант применения подобного типа роботов для моделирования работы манипулятора в космосе. Также можно найти статьи где предлагаются различные варианты конструкций роботов [14]. В качестве робота манипулятора в данной работе применяется робот FANUC M-20*i*A (Рис. 2) с контроллером FANUC R-30*i*A (Рис. 3). Для точного воспроизведения модели робота применяется алгоритм Денавита-Хартенберга, подробно рассмотренный в [15]. Подробная модель робота, а также рассчитанные параметры Денавита-Хартенберга для робота представлены в работе [16, 17].

Построение законов группового управления – задача требующая отдельного внимания. В [2] рассмотрены основные проблемы группового управления, а также предложены подходы к их решению. В работе [18] предлагается вариант применения группы роботов для решения сельскохозяй-

ственных задач. Помимо групп роботов в литературе также встречаются исследования касающиеся роев роботов, чаще всего квадрокоптеров [1].

Также в данной работе приведен возможный подход для разработки программного обеспечения для управления роботом манипулятором. Основным языком программирования выбран Python 3 [19], при разработке использованы библиотеки `fastapi` [20], `pydantic` [21] и `socket` [22]. Для реализации серверной части приложения на контроллере робота была изучена документация к языку KAREL, применяющемуся для программирования контроллера [23], инструкции по компиляции и запуску кода изложены в [24, 25]. Разработанный программный комплекс представлен в виде GitHub репозитория [26].



**Рис. 1:** Uranus. Изображение с сайта <https://www.cs.cmu.edu/~gwp/robots/Uranus.html>.



**Рис. 2:** FANUC M-20iA. Изображение с сайта <https://www.fanuc.com/>.



**Рис. 3:** FANUC R-30iA. Изображение с сайта <https://www.fanuc.com/>.

# Глава 1. Мобильный робот

## 1.1 Математическая модель

В качестве мобильного робота в работе будет рассматриваться четырехколесный мобильный робот на меканум колесах. Все колеса управляются независимо. Положение робота на плоскости  $O_{XY}$  определяется положением полюса (геометрический центр корпуса) системы координат  $P_{xy}$ , жестко связанной с корпусом робота. Особенность конструкции заключается в колесах специального вида. На место протектора установлены свободно вращающиеся ролики, оси которых расположены под углом  $\pi/4$  рад к оси колеса. Такая конструкция позволяет роботу двигаться в любом направлении, сохраняя при этом ориентацию в пространстве.

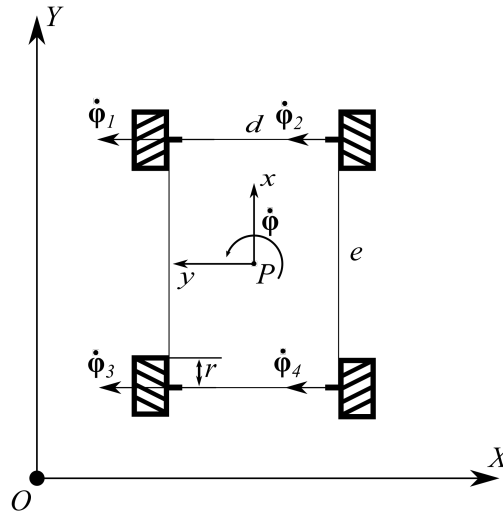


Рис. 4: Схема мобильного робота

Кинематическая модель робота описывается следующими уравнениями:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2(d+e)} & \frac{1}{2(d+e)} & -\frac{1}{2(d+e)} & \frac{1}{2(d+e)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \dot{\phi}_3 \\ \dot{\phi}_4 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $\dot{x}$  – линейная скорость вдоль центральной оси робота,  $\dot{y}$  – линейная



скорость перпендикулярно центральной оси робота, т. е.  $(\dot{x}, \dot{y})$  – вектор скорости полюса  $P$  робота, определенный в системе координат  $P_{xy}$  робота,  $\dot{\varphi}$  – величина угловой скорости робота ( $\varphi$  – угол между осью  $P_X$ , параллельной абсолютной оси  $O_X$ , и  $P_x$ ),  $\dot{\varphi}_i$  – угловая скорость  $i$ -ого колеса,  $i = \overline{1,4}$  (управляющие параметры),  $d$  и  $e$  – расстояния между парами колес робота,  $r$  – радиус колес робота. В данном случае связь между системами координат  $O_{XY}$  и  $P_{xy}$  можно определить в виде:

$$\begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

В задачах построения управления робототехническими объектами важную роль играет решение обратной задачи кинематики. Для рассматриваемой модели робота (1) ее решение имеет вид:

$$\begin{pmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \dot{\varphi}_3 \\ \dot{\varphi}_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -\frac{d+e}{2} \\ 1 & 1 & \frac{d+e}{2} \\ 1 & 1 & -\frac{d+e}{2} \\ 1 & -1 & \frac{d+e}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Уравнения (1) и (3) – основные уравнения, применяющиеся для дальнейшего построения законов управления движением робота.

## 1.2 Автономное движение по целевым точкам

Для реализации автономного движения при переходе от точки  $P_{j-1}$  к точке  $P_j$  можно определить задачу в виде  $\rho_j \rightarrow 0$ ,  $\alpha_j \rightarrow 0$ , где  $\rho_j$  – расстояние от полюса робота до целевой точки  $P_j$ ,  $\alpha_j$  – курсовой угол на целевую точку  $P_j$ . Закон управления угловыми скоростями колес  $\dot{\varphi}_i$ ,  $i = \overline{1,4}$  построим в виде управления с обратной связью.

Законы движения мобильного робота в полярных координатах можно

переписать в виде:

$$\begin{cases} \dot{\rho}_j = -v \cos(\alpha_j), \\ \dot{\alpha}_j = \dot{\varphi} + v \frac{\sin(\alpha_j)}{\rho_j}, \\ \dot{\theta}_j = -v \frac{\sin(\alpha_j)}{\rho_j}, \end{cases} \quad (4)$$

где  $v$  – величина линейной скорости полюса робота,  $\theta_j$  – угол между направлением оси  $Ox$  и вектором, направленным из полюса робота  $P$  к целевой точке  $P_j$ ,  $j = \overline{1, n}$ .

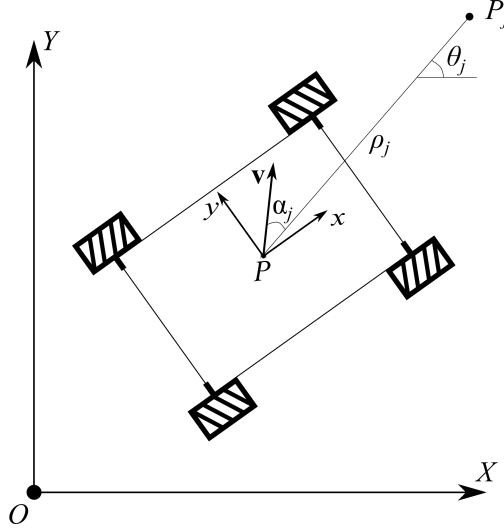


Рис. 5: Схема мобильного робота в полярных координатах

Применяя аппарат функции Ляпунова [11] получим следующие значения скоростей:

$$\begin{aligned} v &= k_v f(\rho_j) \cos(\alpha_j), \\ \dot{\varphi} &= -k_{\dot{\varphi}} \alpha_j - \frac{k_v f(\rho_j) \sin(2\alpha_j)}{2\rho_j}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $k_v, k_{\dot{\varphi}}$  – положительные параметры: допустимый модуль линейной скорости полюса робота и скорость изменения угловой скорости робота,  $f(\rho_j)$  – положительно определенная функция расстояния до целевой точки, которая может быть задана, например, в виде  $\text{sign}(\rho_j)$ ,  $\frac{1 - e^{-k\rho_j}}{1 + e^{-k\rho_j}}$ , где  $k > 0$  или  $\text{th}(\rho_j)$  (метод тангенциального избегания [11]).

Подставив (5) в (4) получим

$$\begin{cases} \dot{\rho}_j = -k_v f(\rho_j) \cos 2(\alpha_j), \\ \dot{\alpha}_j = -k_{\dot{\varphi}} \alpha_j, \\ \dot{\theta}_j = -\frac{k_v f(\rho_j) \sin(2\alpha_j)}{2\rho_j}. \end{cases} \quad (6)$$

Далее, (5) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= k_v f(\rho_j) \cos(\alpha_j) \cos(\psi_j), \\ \dot{Y} &= k_v f(\rho_j) \cos(\alpha_j) \sin(\psi_j), \\ \dot{\varphi} &= -k_{\dot{\varphi}} \alpha_j - \frac{k_v f(\rho_j) \sin(2\alpha_j)}{2\rho_j}, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\dot{X}$ ,  $\dot{Y}$  – проекции вектора скорости на оси абсолютной системы координат,  $\psi_j = \theta_j + \alpha_j$  – угол между направлением линейной скорости полюса  $P$  и осью  $O_X$ .

Заметим, что, проинтегрировав (6) с начальными условиями:

$$\begin{aligned} \rho_j(0) &= \rho_{j0}, \\ \alpha_j(0) &= \alpha_{j0}, \\ \theta_j(0) &= \theta_{j0} \end{aligned}$$

и подставив полученные  $\rho_j(t)$ ,  $\alpha_j(t)$  и  $\theta_j(t)$  в (5), получаем закон программного управления мобильным роботом.

Рассмотрим далее два возможных режима движения омниколесного робота: вектор линейной скорости полюса фиксирован или его направление изменяется относительно корпуса робота.

### 1.2.1 Первый режим

Для первого случая вектор  $\left(\frac{\dot{x}}{v}, \frac{\dot{y}}{v}\right) = \text{const}$ . В данном режиме все слагаемые в формуле (4) сохраняют свой смысл и ориентация робота определяется направлением вектора скорости. С учетом (2) и (7), закон движения

может быть представлен в виде:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= k_v f(\rho_j) \cos(\alpha_j) \cos(\beta^*), \\ \dot{y} &= k_v f(\rho_j) \cos(\alpha_j) \sin(\beta^*), \\ \dot{\varphi} &= -k_\varphi \alpha_j - \frac{k_v f(\rho_j) \sin(2\alpha_j)}{2\rho_j},\end{aligned}\tag{8}$$

где  $\beta^*$  – угол между вектором скорости полюса  $P$  и направлением  $P_x$ . Особенностью первого режима движения является то, что  $\varphi = \psi_j - \beta^*$ , а также  $\dot{\varphi} = \dot{\psi}_j$ . Ниже представлена схема робота для первого режима движения.

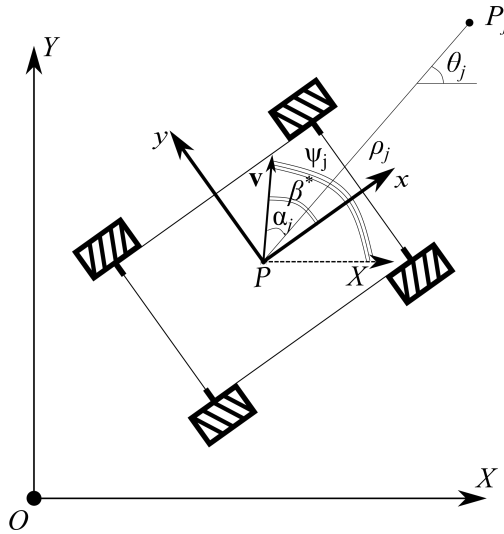


Рис. 6: Схема мобильного робота для первого режима движения

### 1.2.2 Второй режим

Для реализации второго режима, необходимо ввести параметр  $\beta$ , тогда вектор скорости робота всегда направлен в целевую точку, а угловая скорость определяется заданной функцией, которой отвечает  $\beta$ , т.е.  $\varphi = \beta$ ,  $\dot{\varphi} = \dot{\beta}$ . В этом случае (6) принимает вид:

$$\begin{cases} \dot{\rho} = -k_v f(\rho_j), \\ \alpha_j = 0, \\ \theta_j = c_j, \end{cases}\tag{9}$$

где  $c_i$  – вещественная константа. В этом случае с учетом (2), (7), (9) и  $\psi_j = \theta_j$ , законы движения преобразовываются к виду:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= k_v f(\rho_j) \cos(\theta_j - \beta), \\ \dot{y} &= k_v f(\rho_j) \sin(\theta_j - \beta), \\ \dot{\varphi} &= \dot{\beta}.\end{aligned}\tag{10}$$

Нужно заметить, что в данном режиме движения угловая скорость вектора скорости полюса  $P$  и угловая скорость робота могут быть не равны между собой. Возможность такого движения обеспечивается за счет меканум колес.

Подставляя полученные значения  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$  и  $\dot{\varphi}$  для режимов движения робота (8) и (10) в решение обратной задачи кинематики (3), получим выражения для угловых скоростей колес робота в форме обратных связей.

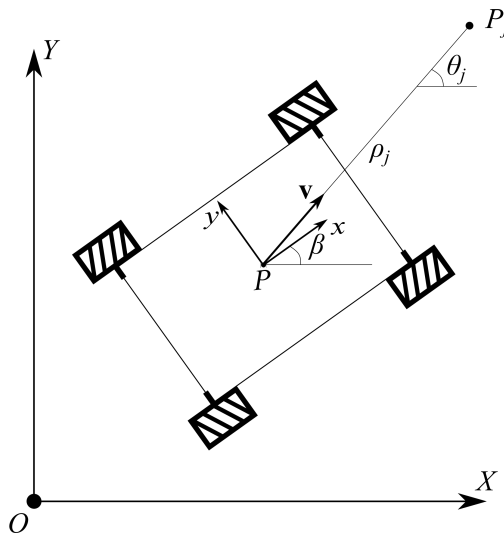


Рис. 7: Схема мобильного робота для второго режима движения

### 1.3 Движение вдоль заданной непрерывной траектории

Рассмотрим случай, когда траектория движения полюса робота задана в абсолютной системе координат в виде дважды непрерывно-дифференцируемых функций  $X_{ref} = X_{ref}(t)$ ,  $Y_{ref} = Y_{ref}(t)$ , тогда могут быть определены  $\dot{X}_{ref} = \dot{X}_{ref}(t)$ ,  $\dot{Y}_{ref} = \dot{Y}_{ref}(t)$ . Угловое положение робота, учитывая особенности механики, может быть задано независимо от кине-

матических характеристик полюса в виде заданной дважды непрерывно-дифференцируемой функции  $\varphi_{ref} = \beta(t)$ , тогда угловая скорость  $\dot{\varphi}_{ref} = \dot{\beta}(t)$ . Нижним индексом  $ref$  обозначены программные величины, которые соответствуют заданной (программной) траектории полюса  $P$ . Отметим, что программная траектория полюса может быть определена посредством интегрирования системы (6).

Программному движению робота соответствует программное значение управляющих параметров  $\dot{\varphi}_{iref}$ ,  $i = \overline{1,4}$ , которые удовлетворяют уравнениям (1), (3):

$$\begin{pmatrix} \dot{\varphi}_{1ref} \\ \dot{\varphi}_{2ref} \\ \dot{\varphi}_{3ref} \\ \dot{\varphi}_{4ref} \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -\frac{d+e}{2} \\ 1 & 1 & \frac{d+e}{2} \\ 1 & 1 & -\frac{d+e}{2} \\ 1 & -1 & \frac{d+e}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_{ref} \\ \dot{y}_{ref} \\ \dot{\varphi}_{ref} \end{pmatrix},$$

где, в соответствии с (2),

$$\begin{aligned} \dot{x}_{ref} &= \dot{X}_{ref} \cos(\varphi_{ref}) + \dot{Y}_{ref} \sin(\varphi_{ref}), \\ \dot{y}_{ref} &= -\dot{X}_{ref} \sin(\varphi_{ref}) + \dot{Y}_{ref} \cos(\varphi_{ref}). \end{aligned}$$

В таком виде можем определить программное движение  $X_{ref}$ ,  $Y_{ref}$ ,  $\varphi_{ref}$  робота и соответствующее ему программное управление  $\dot{\varphi}_{iref}$ ,  $i = \overline{1,4}$ .

Далее, обозначим векторы-столбцы положения  $\mathbf{z} = (X, Y, \varphi)$  и программного положения  $\mathbf{z}_{ref} = (X_{ref}, Y_{ref}, \varphi_{ref})$  робота, тогда можно определить вектор отклонения робота от программного положения  $\tilde{\mathbf{z}} = \mathbf{z} - \mathbf{z}_{ref}$ . Вектор отклонения удовлетворяет дифференциальному уравнению:

$$\dot{\tilde{\mathbf{z}}} + K\tilde{\mathbf{z}} = \mathbf{0}, \quad (11)$$

где  $K = \text{diag}\{k_1, k_2, k_3\}$  – диагональная положительно определенная матрица размерности  $(3 \times 3)$  и компоненты вектора отклонения удовлетворяют

условию

$$\tilde{z}_i = c_i e^{-k_i t} \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} 0, \quad i = \overline{1,3},$$

где  $c_i$  – константа интегрирования.

В итоге из (11) получаем управление, которое обеспечивает движение мобильного робота по заданной программной траектории:

$$\begin{pmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \dot{\varphi}_3 \\ \dot{\varphi}_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} \cos(\varphi) + \sin(\varphi) & -\cos(\varphi) + \sin(\varphi) & -\frac{d+e}{2} \\ \cos(\varphi) - \sin(\varphi) & \cos(\varphi) + \sin(\varphi) & \frac{d+e}{2} \\ \cos(\varphi) - \sin(\varphi) & \cos(\varphi) + \sin(\varphi) & -\frac{d+e}{2} \\ \cos(\varphi) + \sin(\varphi) & -\cos(\varphi) + \sin(\varphi) & \frac{d+e}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{X}_{ref} - k_1(X - X_{ref}) \\ \dot{Y}_{ref} - k_2(Y - Y_{ref}) \\ \dot{\varphi}_{ref} - k_3(\varphi - \varphi_{ref}) \end{pmatrix}.$$

## Глава 2. Робот манипулятор

### 2.1 Алгоритм Денавита-Хартенберга

Для построения математической работа манипулятора часто прибегают к методу Денавита-Хартенберга. Его суть заключается в определении системы обобщенных координат, при помощи которых вследствие можно будет задавать положение и ориентацию инструмента робота в пространстве. Алгоритм построения системы координат Денавита-Хартенберга для манипулятора с  $N$  степенями подвижности, то есть для робота с  $N + 1$  звеном следующий [16]:

1. Построение абсолютной системы координат  $O_0X_0Y_0Z_0$ .  $O_0Z_0$  направляется вдоль оси первого сочленения в направлении схвата.
2. Цикл. Пункты 3 - 6 повторяются для всех  $i = \overline{1, N}$ .
3. Построение  $O_iZ_i$ . Ось  $O_iZ_i$  направляется вдоль  $(i + 1)$ -го шарнира. При  $i = N$  (схват) выберем ось  $O_NZ_N$  направлении оси  $O_{N-1}Z_{N-1}$ .
4. Построение начала  $i$ -й системы координат. Начало  $i$ -й системы координат выбирается в точке пересечения  $O_{i-1}Z_{i-1}$  и  $O_iZ_i$ , если оси не пересекаются – в точке пересечения  $O_iZ_i$  и общей нормали к осям  $O_{i-1}Z_{i-1}$  и  $O_iZ_i$ .
5. Построение  $O_iX_i$ .  $O_iX_i$  направляется вдоль общей нормали к осям  $O_{i-1}Z_{i-1}$  и  $O_iZ_i$ .
6. Построение  $O_iY_i$ . Достаиваем  $O_iX_iY_iZ_i$  до правой системы координат.
7. Нахождение параметров Денавита-Хартенберга. Пункты 8 - 11 повторяются для всех  $i = \overline{1, N}$ .
8. Нахождение  $d_i$ .  $d_i$  равен расстоянию от начала  $i - 1$ -й системы координат до точки пересечения осей  $O_{i-1}Z_{i-1}$  и  $O_iX_i$ , измеренному в направлении оси  $O_{i-1}Z_{i-1}$ . Если  $i$ -е соединение телескопическое, то  $d_i$  – обобщенная координата.



9. Нахождение  $a_i$ .  $a_i$  равен расстоянию от точки пересечения осей  $O_{i-1}Z_{i-1}$  и  $O_iX_i$  до начала  $i$ -й системы координат, измеренному в направлении оси  $O_iX_i$ .
10. Нахождение  $q_i$ .  $q_i$  равен углу поворота оси  $O_{i-1}X_{i-1}$  вокруг оси  $O_{i-1}Z_{i-1}$  до её совпадения с осью  $O_iX_i$ . Если  $i$ -е сочленение вращательное, то  $q_i$  – обобщенная координата.
11. Нахождение  $\alpha_i$ .  $\alpha_i$  равен углу поворота оси  $O_{i-1}Z_{i-1}$  вокруг оси  $O_iX_i$  до её совпадения с осью  $O_iZ_i$ .

## 2.2 Математическая модель

### 2.2.1 Прямая задача о положении

Применяя предложенный выше алгоритм можно построить математическую модель робота манипулятора FANUC M-20*i*A. Схема робота представлена на Рис. 8.

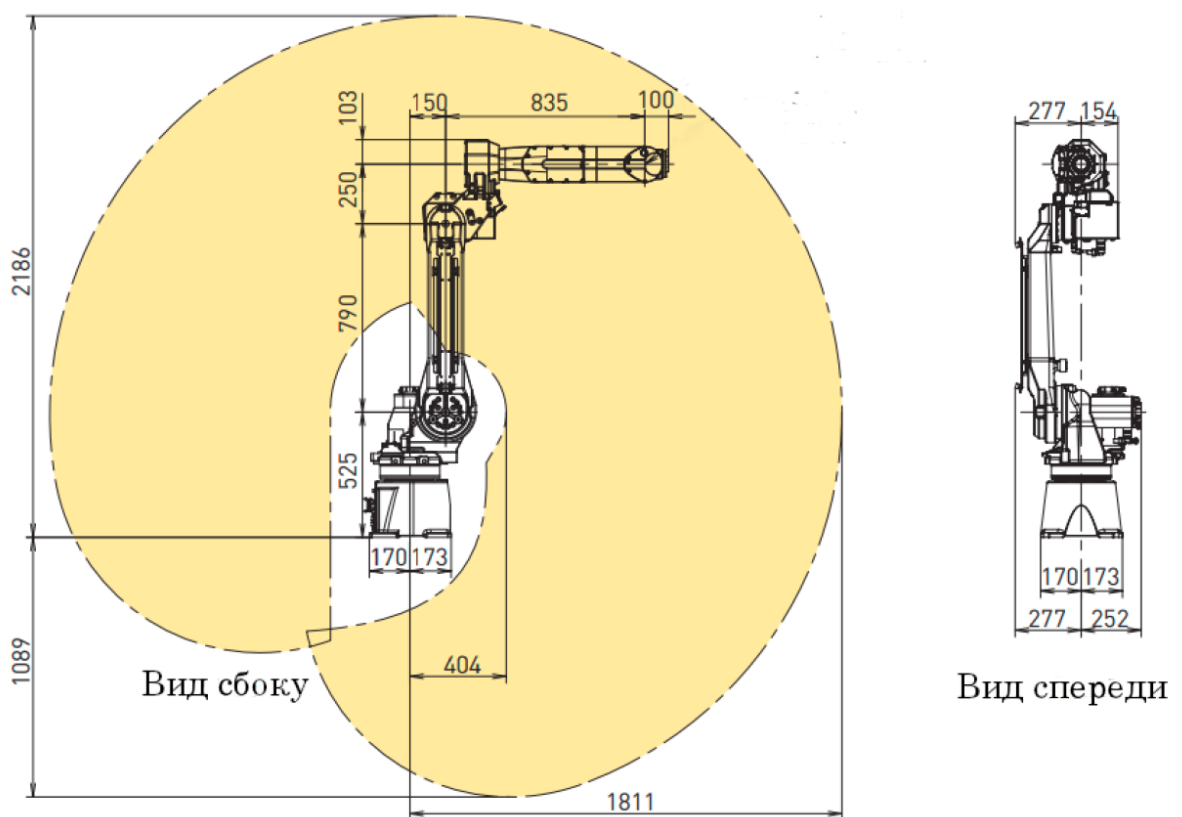


Рис. 8: Схема робота манипулятора FANUC M-20*i*A. Изображение из [16].

Для данного робота манипулятора матрицы переходов от  $i - 1$ -й к  $i$ -й системе координат Денавита-Хартенберга представляются в общем виде следующим соотношением:

$$A_i^{i-1} = \begin{pmatrix} \cos q_i & -\cos \alpha_i \sin q_i & \sin \alpha_i \sin q_i & a_i \cos q_i \\ \sin q_i & \cos \alpha_i \cos q_i & -\sin \alpha_i \cos q_i & a_i \sin q_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где  $i = \overline{1, 6}$ .

Для определения положения и ориентации рабочего органа инструмента в абсолютной системе координат используется

$$T = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6. \quad (12)$$

Необходимо отметить, что при произведении калибровки инструмента матрица  $A_6$  принимает вид

$$\tilde{A}_6 = A_6 \begin{pmatrix} R & p \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

здесь  $R$  – матрица ориентации,  $p$  – вектор смещения.

Для манипулятора FANUC M-20iA существуют рассчитанные параметры Денавита-Хартенберга:

Звено	q, рад	d, мм	a, мм	$\alpha$ , рад
1	$\tilde{q}_1$	0	150	$\pi/2$
2	$-\tilde{q}_2 + \pi/2$	0	790	0
3	$\tilde{q}_2 + \tilde{q}_3$	0	250	$\pi/2$
4	$-\tilde{q}_4$	835	0	$-\pi/2$
5	$\tilde{q}_5$	0	0	$\pi/2$
6	$-\tilde{q}_6$	100	0	0

**Таблица 1:** Параметры Денавита-Хартенберга

*Замечание:* параметры  $\tilde{q}_i$  – значения обобщенных координат на пульте FANUC R-30iA. За счет такого преобразования координат, 3 звено робота манипулятора при изменении положения остальных звеньев совершает плоско-параллельное движение. Такое поведение заложено в программном обеспечении контроллера.

Также можно привести таблицу ограничений углов поворотов звеньев:

Звено, №	1	2	3	4	5	6
min, °	-170	-70	-70	-200	-140	-270
max, °	170	90	200	200	140	270

**Таблица 2:** Таблица ограничений углов поворота звеньев

### 2.2.2 Обратная задача о положении

Координаты робота, в системе координат связанной с основанием робота, задаются в виде вектора

$$P = (x, y, z, w, p, r). \quad (13)$$

Вектор (13) определяет положение и ориентацию инструмента робота в системе координат связанной с основанием робота. Здесь  $x, y, z$  – положение инструмента. А  $w, p, r$  – его ориентация в Форме углов Эйлера. Здесь  $w$  – угол поворота (рысканья),  $p$  – угол наклона (тангажа) и  $r$  – угол качания (крена).

Для решения обратной задачи необходимо найти центр сферического запястья, то есть точку пересечения осей соответствующих 4, 5 и 6 звену манипулятора. Пусть искомая точка представляется в виде

$$C = (x_c, y_c, z_c). \quad (14)$$

Положение точки зависит только от  $q_1, q_2, q_3$ . Для нахождения указанной

точки воспользуемся представлением для матрицы (12):

$$T = \begin{pmatrix} n_x & \tau_x & \beta_x & p_x \\ n_y & \tau_y & \beta_y & p_y \\ n_z & \tau_z & \beta_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

здесь  $n$  – вектор нормали к рабочему инструменту робота,  $\tau$  – касательный вектор рабочего инструмента робота,  $\beta$  – вектор подхода рабочего инструмента робота,  $p$  – вектор положения рабочего инструмента робота (Рис. 9).

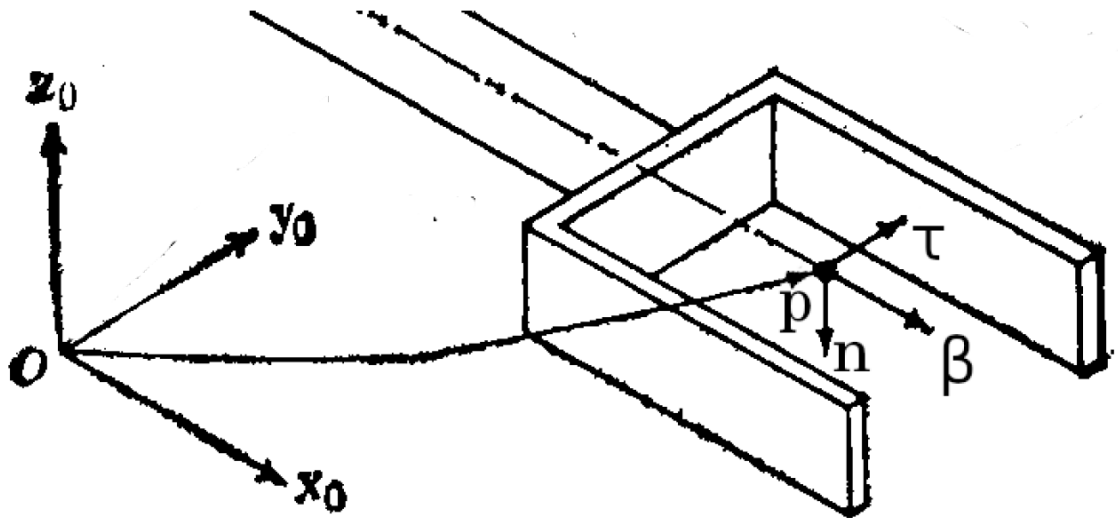


Рис. 9: Геометрическое представление. Изображение из [16].

Вектор (14) может быть представлен в виде

$$C = (x, y, z) - d_6(\beta_x, \beta_y, \beta_z),$$

здесь  $d_6$  – параметр из таблицы 1. Нужно заметить, что у задачи нахождения углов может быть несколько решений. Для дальнейших вычислений нам необходимо вычислить вспомогательные коэффициенты A - V [17]:

$$A = 2a_1x_c,$$

$$B = 2a_1y_c,$$

$$C = 2a_2a_3 - 2d_2d_4 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3,$$

$$D = 2a_3d_2 \sin \alpha_2 + 2a_2d_4 \sin \alpha_3,$$

$$E = a_2^2 + a_3^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2 - a_1^2 - x_c^2 - y_c^2 - (z_c - d_1)^2 + \\ + 2d_2d_3 \cos \alpha_2 + 2d_2d_4 \cos \alpha_2 \cos \alpha_3 + 2d_3d_4 \cos \alpha_3,$$

$$F = y_c \sin \alpha_1,$$

$$G = -x_c \sin \alpha_1,$$

$$H = -d_4 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3,$$

$$I = a_3 \sin \alpha_2,$$

$$J = d_2 + d_3 \cos \alpha_2 + d_4 \cos \alpha_2 \cos \alpha_3 - (z_c - d_1) \cos \alpha_1,$$

$$R = 4a_1^2(J - H)^2 + \sin^2 \alpha_1(E - C)^2 - 4a_1^2 \sin^2 \alpha_1(x_c^2 + y_c^2),$$

$$S = 4(4a_1^2I(J - H) + \sin^2 \alpha_1 D(E - C)),$$

$$T = 2(4a_1^2(J^2 - H^2 + 2I^2) + \sin^2 \alpha_1(E^2 - C^2 + 2D^2) - 4a_1^2 \sin^2 \alpha_1(x_c^2 + y_c^2)),$$

$$U = 4(4a_1^2 I(J + H) + \sin^2 \alpha_1 D(E + C)),$$

$$V = 4a_1^2(H + J)^2 + \sin^2 \alpha_1(E + C)^2 - 4a_1^2 \sin^2 \alpha_1(x_c^2 + y_c^2).$$

Далее, разрешая уравнение

$$R\tau_3^4 + S\tau_3^3 + T\tau_3^2 + U\tau_3 + V = 0 \quad (15)$$

относительно  $\tau_3$ , найдем все возможные варианты для  $q_3$

$$(q_3)_i = 2 \arctan (\tau_3)_i, i = 1, 2, 3, 4,$$

где  $(q_3)_i, i = 1, 2, 3, 4$  – возможные значения  $q_3$ , а  $(\tau_3)_i, i = 1, 2, 3, 4$  – корни уравнения (15). Исходя из  $q_3$ , выражения для  $\cos q_1$  и  $\sin q_1$  записываются в виде:

$$\cos q_1 = \frac{-G(C \cos q_3 + D \sin q_3 + E) + B(H \cos q_3 + I \sin q_3 + J)}{AG - FB},$$

$$\sin q_1 = \frac{F(C \cos q_3 + D \sin q_3 + E) - A(H \cos q_3 + I \sin q_3 + J)}{AG - FB}.$$

Отсюда

$$q_1 = \arctan \frac{\sin q_1}{\cos q_1}.$$

Вычислив  $q_1$ , найдем выражения для  $\cos q_2$  и  $\sin q_2$ :

$$\begin{aligned} \cos q_2 = & \frac{A_{11}(x_c \cos q_1 + y_c \sin q_1 - a_1)}{A_{11}^2 + A_{12}^2} + \\ & + \frac{A_{12}(-x_c \cos \alpha_1 \sin q_1 + y_c \cos \alpha_1 \cos q_1 + (z_c - d_1) \sin \alpha_1)}{A_{11}^2 + A_{12}^2}, \end{aligned}$$

$$\sin q_2 = \frac{A_{12}(x_c \cos q_1 + y_c \sin q_1 - a_1)}{A_{11}^2 + A_{12}^2} + \frac{A_{11}(-x_c \cos \alpha_1 \sin q_1 + y_c \cos \alpha_1 \cos q_1 + (z_c - d_1) \sin \alpha_1)}{A_{11}^2 + A_{12}^2}.$$

Отсюда

$$q_2 = \arctan \frac{\sin q_2}{\cos q_2}.$$

Такиим образом координаты  $q_1, q_2, q_3$  найдены. Перейдем к поиску  $q_4, q_5, q_6$ . Для этого нам необходимо по заданным  $w, p, r$  найти матрицу поворота:

$$R = R_x(w)R_y(p)R_z(r). \quad (16)$$

Матрицу (16) моожно запсать в следующем виде:

$$R = R_{03}R_{36},$$

здесь  $R_{03}$  – матрица поворота 3 звена,  $R_{36}$  – матрица поворота 6 звена относительно 3:

$$R_{36} = R_{03}^{-1}R. \quad (17)$$

Пусть

$$e_{36} = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} \quad (18)$$

– третий столбец (17), то есть вектор подхода схвата. По аналогии с (18) выделим вектор  $e$  из  $R$  и вектор  $e_{03}$  из  $R_{03}$ . В случае когда  $e$  коллинеарен  $e_{03}$  – продолжение решения обратной задачи о положении не является возможным, так как это говорит о том, что исследуемый робот-манипулятор находится в точке сингулярности. В обратном случае, вычисления продолжатся:

$$q_4 = 2 \arctan \tau_4,$$

где

$$\tau_4 = \frac{\xi \sin \alpha_4 \pm \sqrt{(\xi^2 + \eta^2) \sin^2 \alpha_4 - (\cos \alpha_5 - \zeta \cos \alpha_4)^2}}{\cos \alpha_5 - \zeta \cos \alpha_4 - \eta \sin \alpha_4}.$$

Для каждого из двух возможных значений  $q_4$  можно вычислить значения  $\sin q_5$ ,  $\cos q_5$ ,  $\sin q_6$  и  $\cos q_6$ :

$$\sin q_5 = \frac{(\sin \alpha_6 r_{12} + \cos \alpha_6 r_{13}) \cos q_4 + (\sin \alpha_6 r_{22} + \cos \alpha_6 r_{23}) \sin q_4}{\sin \alpha_5},$$

$$\cos q_5 = \frac{\cos \alpha_4 (\sin \alpha_6 r_{12} + \cos \alpha_6 r_{13}) \sin q_4}{\sin \alpha_5} - \frac{\cos \alpha_4 (\sin \alpha_6 r_{22} + \cos \alpha_6 r_{23}) \cos q_4 + \sin \alpha_4 (\sin \alpha_6 r_{32} + \cos \alpha_6 r_{33})}{\sin \alpha_5},$$

$$\cos q_6 = (r_{11} \cos q_4 + r_{21} \sin q_4) \cos q_5 - (\cos \alpha_4 (r_{11} \sin q_4 - r_{21} \cos q_4) - \sin \alpha_4 r_{31}) \sin q_5,$$

$$\begin{aligned} \sin q_6 &= \cos \alpha_5 (r_{11} \cos q_4 + r_{21} \sin q_4) \sin q_5 + \\ &+ \cos \alpha_5 (-\cos \alpha_4 (r_{11} \sin q_4 - r_{21} \cos q_4) + \sin \alpha_4 r_{31}) \cos q_5 + \\ &+ (\sin \alpha_4 (r_{11} \sin q_4 - r_{21} \cos q_4) + \cos \alpha_4 r_{31}) \sin \alpha_5. \end{aligned}$$

При помощи полученных значений рассчитаем  $q_5$  и  $q_6$ :

$$q_5 = \arctan \frac{\sin q_5}{\cos q_5},$$

$$q_6 = \arctan \frac{\sin q_6}{\cos q_6}.$$

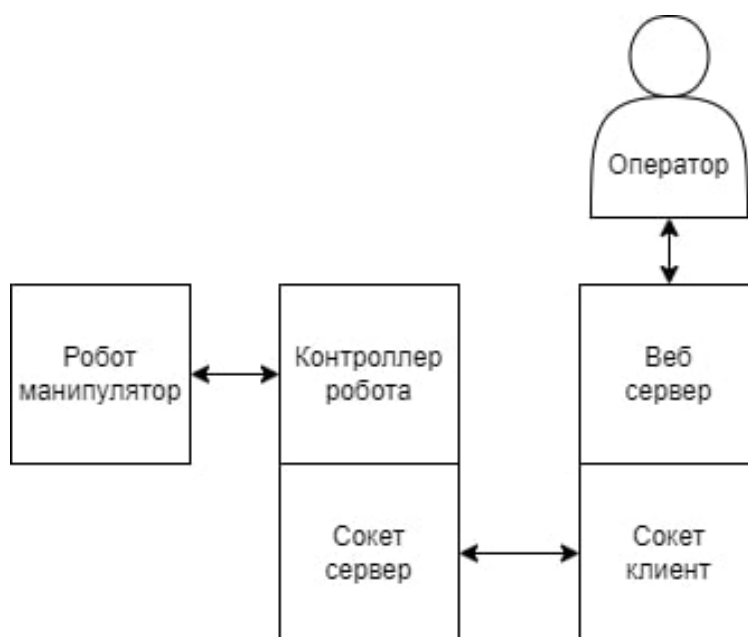
*Замечание:* при решении обратной задачи необходимо учитывать ограничения углов поворота звеньев (таблица 2).



## 2.3 Реализация программного комплекса

Для решения задачи реализации программного комплекса для управления роботом манипулятором была выбрана следующая архитектура программного комплекса (Рис. 10). В ней присутствует две основных составляющих: веб-сервер и контроллер робота. При помощи веб-сервера происходит коммуникация между контроллером робота манипулятора и оператором робота. Схема работы следующая:

1. Оператор отправляет запрос на веб сервер.
2. Запрос валидируется и преобразуется в байтовое сообщение, отправляемое сокет-клиентом на сокет-сервер.
3. Сокет сервер в свою очередь валидирует пришедший ему запрос и отдает команду роботу-манипулятору.
4. Робот манипулятор совершает указанное оператором перемещение.



**Рис. 10:** Схема программного комплекса.

Оператор управляет роботом задавая вектор  $(x, y, z, w, p, r)$ . Подробнее смысл этого вектора описан в пункте 2.2.2 данной работы

*Сокет* — это программный интерфейс для обеспечения информационного обмена между процессами (устройствами) [27]. В сокетной архитектуре всегда присутствует две составляющих: сокет-клиент и сокет-сервер. Перейдем к рассмотрению отдельных звеньев описанной цепи.

### **2.3.1 Сокет-сервер**

Сокет-сервер осуществляет получение и обработку данных, схема его работы представлена в виде блок-схемы (Рис. 11)

### **2.3.2 Сокет-клиент**

Сокет-клиент осуществляет отправку данных на сокет-сервер, после чего ожидает ответа от сервера. Логика работы сокет-клиента такова:

1. Клиент подключается к сокет-серверу, используя его сетевой адрес и сетевой порт.
2. Далее отправляет на сервер запрос в виде байтовой строки
3. По завершению операций сервер возвращает клиенту ответ
4. Клиент отключается от сервера

### **2.3.3 Веб-сервер**

Как уже упоминалось ранее веб-сервер (Рис. 12) — это связующее звено между оператором робототехнической системы и роботом. Он предназначен для преобразования сообщений из формата, удобного для оператора, в формат необходимый для передачи сообщения сокет-серверу. Все сообщения веб-серверу передаются в виде сетевых (HTTP) запросов к программному интерфейсу приложения.

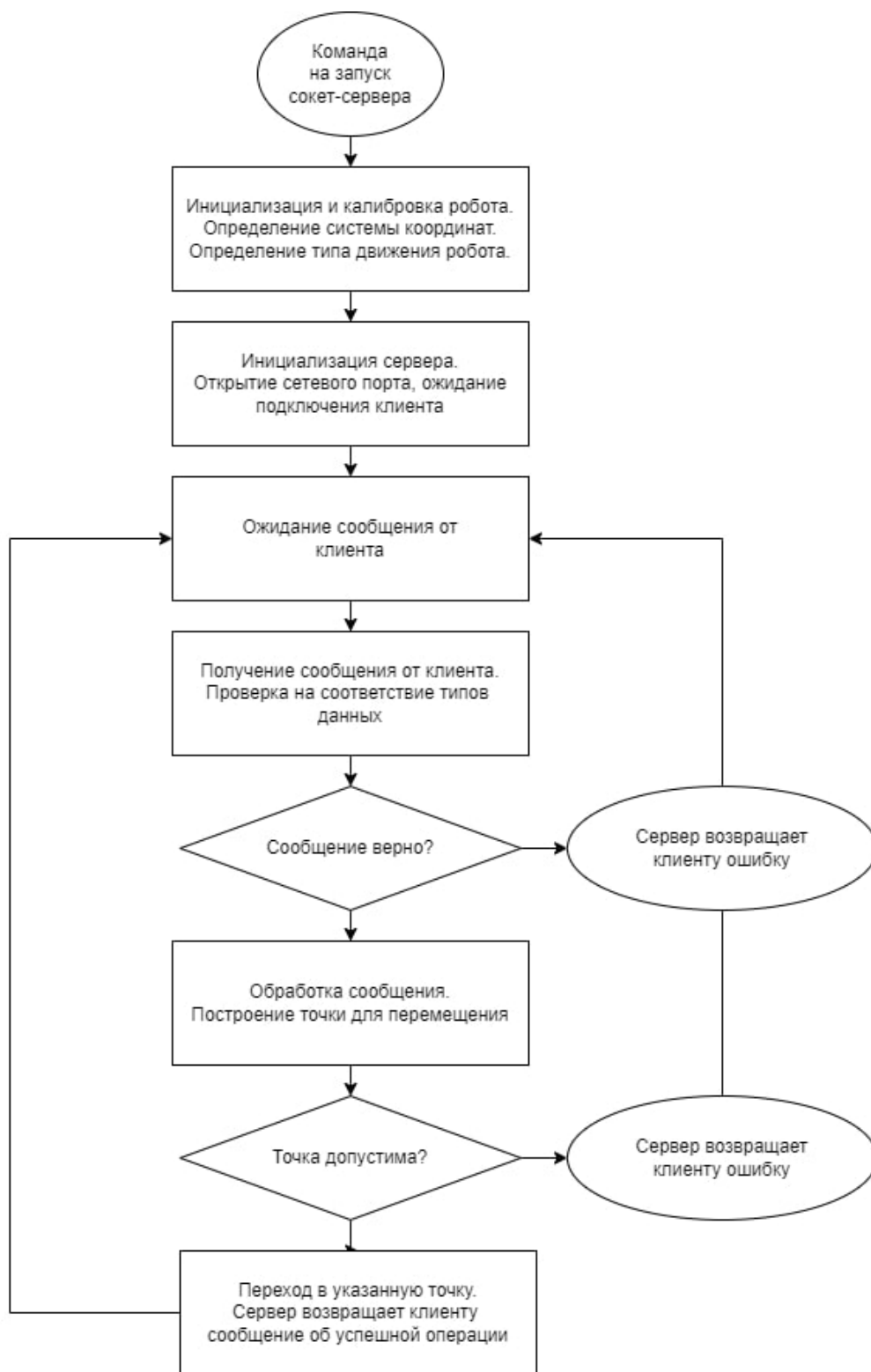


Рис. 11: Блок схема работы сокет-сервера.



Рис. 12: Блок схема работы веб-сервера.

### Глава 3. Решение задачи группового управления

Разработаны два основных режима работы рассматриваемой группы роботов: режим доставки и размещения груза и режим забора груза и его доставки. Подходы можно совмещать, например применяя несколько роботов манипуляторов. В этом случае некоторые роботы манипуляторы будут играть роль погрузчиков, в остальные разгрузчиков.

Нужно заметить, что в обоих случаях система работает в полуавтономном режиме, это значит, что для правильной работы системы, оператору необходимо произвести первоначальную настройку системы: калибровку рабочего инструмента, указание рабочих областей роботов, построение маршрута мобильного робота. Далее система будет работать автономно.

Коммуникация между роботами производится посредством передачи сигналов. При текущей программной реализации сигналы передаются посредством сетевых запросов, однако, это не является единственным возможным вариантом. При необходимости передавать сигналы можно и другими способами, например по радиосвязи.

### 3.1 Режим доставки и размещения груза

В режиме доставки и размещения груза робот-манипулятор играет роль разгрузчика. Данный режим может быть удобен в случае, когда необходимо перевезти груз на значительное расстояние при помощи мобильного робота, а затем разместить его в указанном месте, например, положить груз на конвейер, для дальнейшей работы с грузом. Другой пример применения подобного режима – использование роботизированных лабораторий для исследования химикатов, опасных для человека. В этом случае робот манипулятор может помещать груз в отсеки для анализа химикатов. Блок-схема режима доставки и размещения груза представлена на Рис. 13.

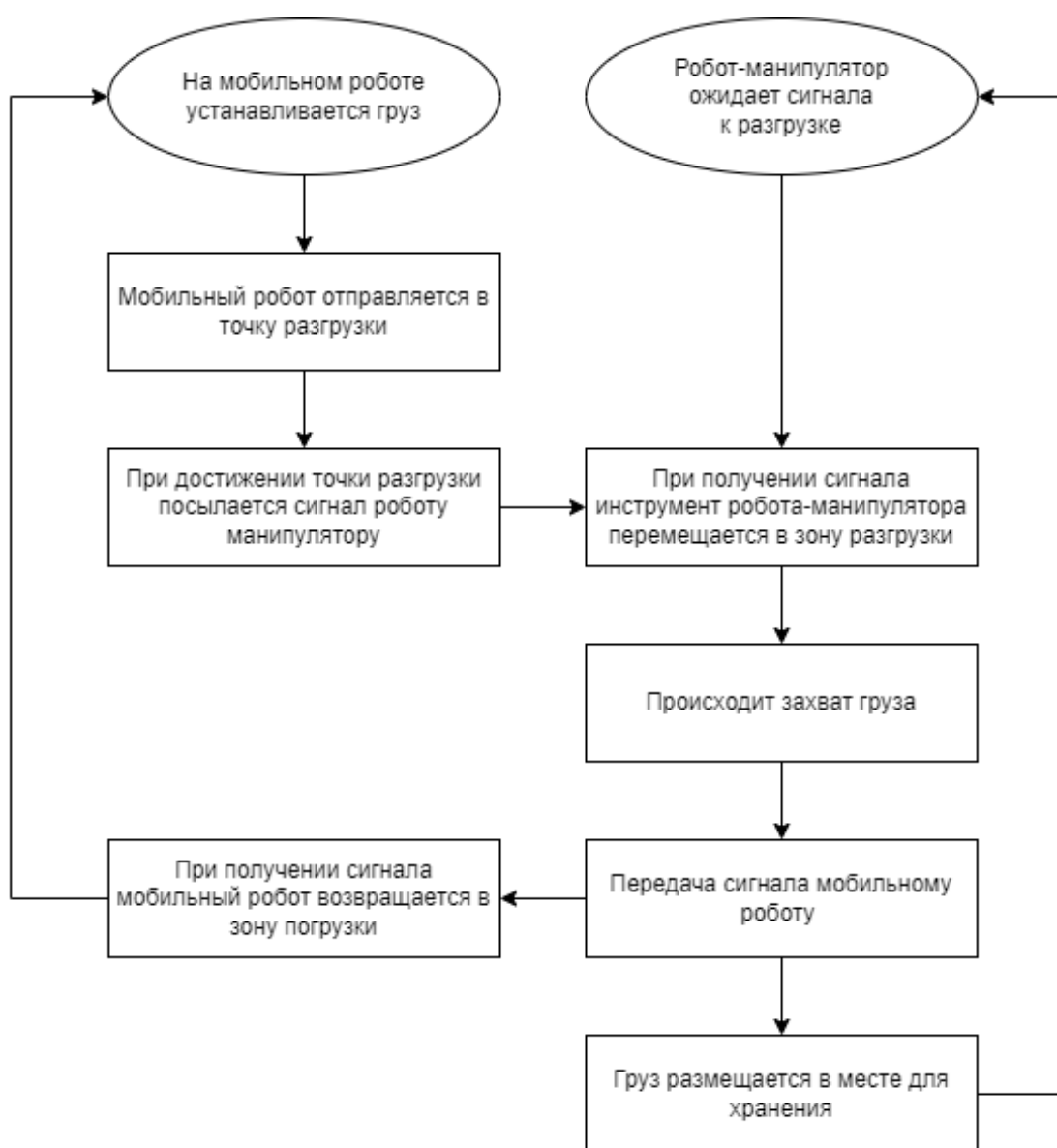


Рис. 13: Блок-схема работы роботов в режиме доставки и размещения груза

## 3.2 Режим забора груза и его доставки

В режиме забора груза и его доставки робот-манипулятор играет роль погрузчика. Этот режим работы можно рассматривать как альтернативу роботу компании *robominds GmbH*, мобильного робота с интегрированным многозвенным роботом манипулятором. Тогда как указанный робот хорошо справляется с подготовкой набора небольших деталей, необходимых при сборке автомобиля, робот плохо справляется с тяжелыми деталями. Предложенный в этом пункте подход позволяет успешно использовать робот манипулятор для укомплектовки наборов из более тяжелых деталей, а мобильный робот в свою очередь позволяет доставить груз в нужное место. Блок-схема режима доставки и размещения груза представлена на Рис. 14.

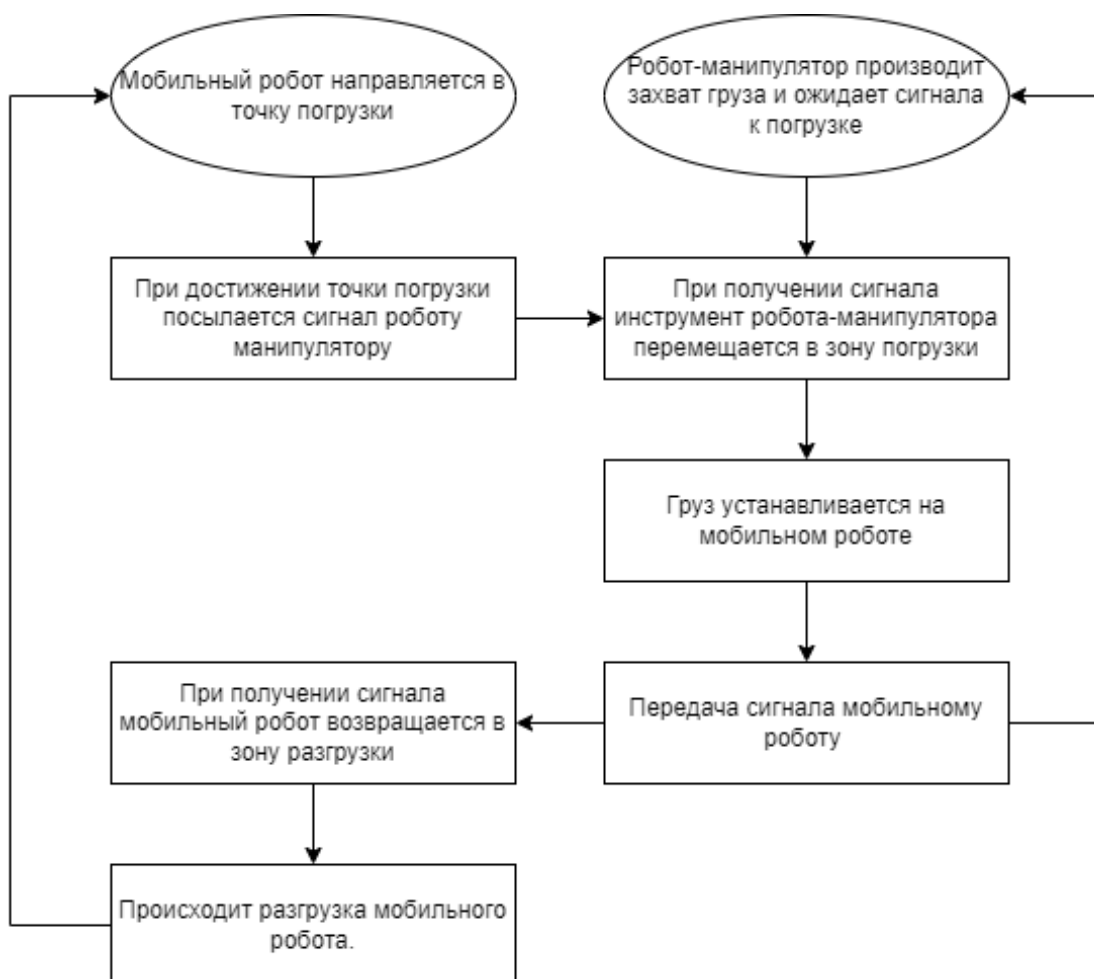


Рис. 14: Блок-схема работы роботов в режиме забора груза и его доставки

## Заключение

В работе были рассмотрены математические модели мобильного робота, а также робота манипулятора. Построены законы управления в форме обратных связей для мобильного робота при движении по целевым точкам и по заданной непрерывной траектории. Построен программный комплекс для управления роботом манипулятором. Он может быть использован как для управления оператором, так и для реализации автономной системы управления.

Задача группового управления решена. Разработанные режимы группового управления позволяют решать широкий спектр задач, возникающих при работе с грузами. Построенную можно модифицировать: включать в группу дополнительных робототехнических агентов, как рассмотренных выше типов, так других. Также есть возможность модификации самих роботов, их можно оснащать различного рода датчиками, системами технического зрения или даже применять подходы искусственного интеллекта.

Подобные изменения можно осуществлять на базе уже готового программного кода. Поскольку его основная часть реализована на широко распространенном языке Python, интеграция технологий, как уже существующих, так и тех, которые появятся в будущем может быть произведена.



## Список литературы

- [1] M.A. Ma'sum, G. Jati, M.K. Arrofi, A. Wibowo, P. Mursanto and W. Jatniko, "Autonomous quadcopter swarm robots for object localization and tracking," MHS2013, 2013, pp. 1-6, doi: 10.1109/MHS.2013.6710447
- [2] Васильев И.А., Половко С.А., Смирнова Е.Ю. "Организация группового управления мобильными роботами для задач специальной робототехники" // Информатика, телекоммуникации и управление, no. 1 (164), 2013, pp. 119-123.
- [3] Agullo J., Cardona S., Vivancos J. Kinematics of vehicles with directional sliding wheels // Mechanism and Machine Theory, 1987, vol. 22, Iss. 4, pp. 295-301.
- [4] Tsai C.-C., Tai F.-C., Lee Y.-R. Motion Controller Design and Embedded Realization for Mecanum Wheeled Omni-Directional Robots // Proceedings of the 8th World Congress on Intelligent Control and Automation, Taiwan, 2011, pp. 546-551.
- [5] Ивкин К. А., Шиманчук Д. В. Автономное движение омниколесного робота по расчетной траектории // Процессы управления и устойчивость. 2020. Т. 7. № 1. С. 107–111.
- [6] Караваев Ю.Л., Трефилов С.А. Дискретный алгоритм управления по отклонению мобильным роботом с омниколесами // Нелинейная динамика, 2013, Т. 9, № 1. С.91–100.
- [7] Tlale N., de Villiers M. Kinematics and Dynamics Modeling of a Mecanum Wheeled Mobile Platform // 15th International Conference on Mechatronics and Machine Vision in Practice, Auckland, 2008, pp. 657-662.
- [8] Lin L.-Ch., Shih H.-Y. Modeling and Adaptive Control of an Omni-Mecanum-Wheeled Robot // Intelligent Control and Automation, 2013, vol. 4, pp. 166-179.

- [9] Viboonthaicheep P., Shimada A., Kosaka Y. Position Rectification Control for Mecanum Wheeled OmniDirectional Vehicles // 29th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, 2003, vol. 1, pp. 854-859.
- [10] Tsai C.-C., Wu H.-L. Nonsingular Terminal Sliding Control Using Fuzzy Wavelet Networks for Mecanum Wheeled Omni-Directional Vehicles // IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2010, pp. 1-6.
- [11] Ferreira A., Vassallo R.F., Pereira F.G., Filho T.F.B., Filho M.S. An approach to avoid obstacles in mobile robot navigation: the tangential escape // Controle y Automacao. 2008. Vol. 19. № 4. pp. 395-405
- [12] Бушманов А.В., Горюнов Д.Г. "Разработка автоматизированной лаборатории для смешивания ядохимикатов" // Вестник Амурского государственного университета. Серия: Естественные и экономические науки, no. 77, 2017, pp. 27-30.
- [13] Лесков А.Г., Илларионов В.В., Калеватых И.А., Морошкин С.Д., Бажинова К.В., Феоктистова Е.В. "Моделирование операции приближения космического манипуляционного робота на функционально-моделирующем стенде с использованием системы технического зрения" // Инженерный журнал: наука и инновации, no. 1 (37), 2015, pp. 9.
- [14] Садков К.О., Моногаров С.И. "Роботизированный манипулятор с шестью степенями свободы" // Наука, техника и образование, no. 8 (49), 2018, pp. 37-43.
- [15] Шиманчук Д.В. "Введение в современную робототехнику". Санкт-Петербург, 2018. 203 с.
- [16] Поваляев Н.Д. "Разработка программно-аппаратного комплекса для управления системой роботов". Выпускная Квалификационная работа. Санкт-Петербург, 2020. 32 с.
- [17] Angeles J. Fundamentals of Robotic Mechanical Systems: Theory, Methods, and Algorithms, New York, 3rd Edition, 2007. – P. 129–162.

- [18] Варламов О.О. "О создании на основе миварных систем принятия решений "роботразум" групп автономных комбайнов и тракторов для сельского хозяйства" // Проблемы искусственного интеллекта, no. 2 (13), 2019, pp. 49-62.
- [19] Официальный сайт языка программирования Python [Электронный ресурс]: URL:<https://www.python.org/> (дата обращения: 07.02.22).
- [20] Документация к Python библиотеке fastapi [Электронный ресурс]: URL:<https://fastapi.tiangolo.com/> (дата обращения: 15.02.22).
- [21] Документация к Python библиотеке pydantic [Электронный ресурс]: URL:<https://pydantic-docs.helpmanual.io/> (дата обращения: 15.02.22).
- [22] Документация к Python библиотеке socket [Электронный ресурс]: URL:<https://docs.python.org/3/library/socket.html> (дата обращения: 07.02.22).
- [23] FANUC R-30iA/R-30iA Mate Controller KAREL Function Operator's Manual. FANUC Robotics America Corporation. 2012. 510 p.
- [24] FANUC Robotics system R-30iA and R-30iB Controller KAREL Reference Manual. FANUC Robotics America Corporation. 2012. 912 p.
- [25] Accompanying Training Manual Roboguide V6.40 Rev.B. FANUC Robotics Deutschland GmbH. 2012. 95 p.
- [26] Репозиторий с результатами работы [Электронный ресурс]: URL:<https://github.com/sitar777/fanuc-control> (дата обращения: 19.03.22).
- [27] IBM Socket programming [Электронный ресурс]: URL:<https://www.ibm.com/docs/en/i/7.1?topic=communications-socket-programming> (дата обращения: 07.02.22).