

Отзыв научного руководителя

на выпускную квалификационную работу “Dirac operators with exponentially decaying entropy” студента 2 курса магистратуры по направлению подготовки 01.04.01 “Математика” Павла Васильевича Губкина.

В своей выпускной квалификационной работе П. В. Губкин изучает вопрос о возможности мероморфного продолжения функции Вейля одномерного оператора Дирака на положительной полуоси. Этот вопрос имеет важное значение в задаче восстановления оператора Дирака по его резонансам, само определение которых требует продолжимости функции Вейля из верхней полуплоскости комплексной плоскости в нижнюю полуплоскость.

Подход П.В.Губкина опирается на глубокие связи спектральной теории самосопряженных дифференциальных операторов с теорией ортогональных многочленов на единичной окружности. Вопрос о мероморфном продолжении функции Каратеодори (аналога функции Вейля для ортогональных многочленов) был решен П.Неваем и В.Тотиком в 1989г. Эта классическая теорема использует явную разрешимость системы рекуррентных соотношений для ортогональных многочленов в начале координат. Указанное свойство не имеет прямого аналога в спектральной теории, что вынуждает искать новые инструменты для исследования мероморфной продолжимости функции Вейля оператора Дирака.

В качестве такого инструмента выбрана функция энтропии спектральной меры, введенная в недавней работе R.Bessonov, S. Denisov, A spectral Szegő theorem on the real line, Adv. Math. 359 (2020). Это позволяет использовать новые результаты спектральной теории и получить прямой аналог одной из импликаций в теореме П.Невая и В.Тотика, недостижимый прежними методами.

Основной результат работы (Теорема 1) утверждает, что экспоненциальное стремление к нулю величин, явным образом вычисляемых по потенциалу системы Дирака, достаточно для возможности мероморфного продолжения функции Вейля данной системы в полуплоскость $\text{Im } z > -\varepsilon$ при некотором значении параметра $\varepsilon > 0$. Применение Теоремы 1 иллюстрируется на примерах. В частности, Теорема 2 показывает, что экспоненциальное убывание первообразной потенциала достаточно для продолжимости функции Вейля системы Дирака.

Текст работы состоит из пяти параграфов. Изложение замкнуто, все необходимые определения и факты приводятся со ссылками на опубликованные источники. Доказательство основной теоремы разбито на несколько независимых утверждений, что облегчает чтение работы.

Считаю, что представленная на защиту выпускная квалификационная работа П. В. Губкина соответствует всем предъявляемым требованиям, а ее автор заслуживает оценки “отлично”.

Научный руководитель:



к.ф.-м.н. Р.В.Бессонов

27 мая 2022г.