

## Система многоцелевого управления роботом-манипулятором

*М. А. Смирнова, М. Н. Смирнов, Н. В. Смирнов*

Санкт-Петербургский государственный университет, Российская Федерация,  
199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

**Для цитирования:** *Смирнова М. А., Смирнов М. Н., Смирнов Н. В.* Система многоцелевого управления роботом-манипулятором // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2022. Т. 18. Вып. 4. С. 621–630. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2022.415>

Целями работы являются развитие методов и алгоритмов формирования многоцелевых систем автоматического управления роботом-манипулятором, а также разработка специализированного программного обеспечения для компьютерного моделирования предложенных алгоритмов на примере реального робота-манипулятора. Рассмотрены методы формирования многоцелевых систем автоматического управления движением различных объектов, а также особенности применения многоцелевой структуры для управления динамическими объектами.

*Ключевые слова:* автоматическое управление, манипулятор, компьютерное моделирование.

**1. Введение.** В современном мире компьютерные технологии и средства вычислительной техники развиваются настолько быстрыми темпами, что уже практически не остается динамических объектов, не оснащенных системами автоматического управления. Системы автоматического управления при включении их в состав бортовых комплексов дают ряд преимуществ, которые очень сложно или невозможно обеспечить при ручном управлении. К таким преимуществам относятся скорость обработки данных, полнота учитываемых факторов, точность отработки заданной траектории, выбор оптимальных параметров настройки и т. д. В настоящее время системы автоматического управления движением могут функционировать в различных динамических режимах, характеризующихся конкретным заданием командных сигналов и внешних возмущений, которые действуют на объект управления. Для каждого из этих режимов существуют условия и ограничения, которые должны обязательно выполняться в процессе перемещения [1–11]. Для удовлетворения комплекса таких требований в работе развивается специальный подход к формированию многоцелевых законов, базирующийся на частичной фиксации некоторой единой для всех режимов части закона управления с возможным подключением дополнительных адаптивно настраиваемых на отдельные режимы элементов. Математической основой для данной настройки принимается оптимизационный подход, позволяющий рассматривать содержательные задачи проектирования как задачи о поиске экстремумов [12–20].

**2. Задача управления роботом-манипулятором.** В современном мире понятие «робот» относится к широкому классу механических устройств, начиная от детских игрушек и заканчивая управляемыми ракетами. Особенно значимыми представителями роботов являются роботы-манипуляторы (рис. 1), которые используются преимущественно на производствах для сварки, сборки, аэрозольной покраски, размалывания и т. д. Их применение позволяет существенно поднять производительность

труда, снизить трудозатраты, повысить степень безопасности производства, а также уменьшить влияние человеческого фактора.



Рис. 1. Робот-манипулятор

Робот-манипулятор представляет собой устройство, состоящее из звеньев, соединенных между собой сервоприводами, которое предназначено для выполнения действий, аналогичных действиям руки человека. Одним из классических вариантов реализации робота-манипулятора является двухзвенный перевернутый Т-образный маятник. Он состоит из двух жестких стержней  $1$  и  $2$  (рис. 2). В исходном положении стержень  $1$  расположен вертикально, а стержень  $2$  — горизонтально. Вертикальный стержень может вращаться в заданной вертикальной плоскости вокруг фиксированной точки  $O$ , закрепленной на основании робота-манипулятора. Обозначим через  $\theta$  угол отклонения вертикального стержня от его исходного положения, при этом положительным будем считать отклонение против часовой стрелки. Горизонтальный стержень может скользить по вершине вертикального стержня. Смещение центра масс горизонтального стержня относительно точки его соединения с вертикальным стержнем будем обозначать  $z$ .

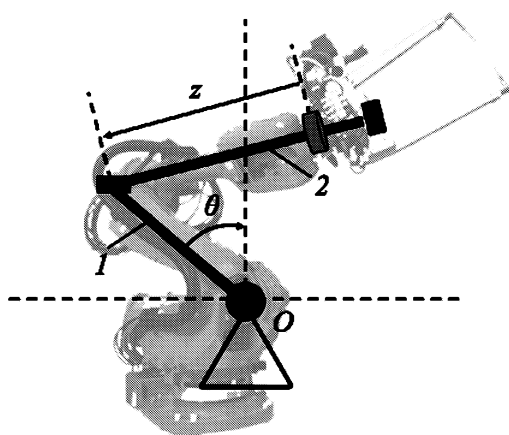


Рис. 2. Схема перевернутого Т-образного маятника  
Объяснение в тексте.

К наиболее распространенным относится задача движения объектов управления по заданным траекториям. Система управления реализует автоматическое маневрирование путем обработки заданного командного сигнала  $y_d(t)$ , т. е. обеспечения близости значения реального выхода замкнутой системы к величине  $y_d(t)$  желаемого выхода в каждый момент времени  $t \in [0, T]$  процесса маневрирования.

Заметим, что тождественное совпадение указанных функций практически невозможно в силу инерционности объекта, ограниченности ресурсов управления, наличия ошибок в измерениях и т. д. Однако будем считать, что заданное движение  $y_d(t)$  реализуемо в том смысле, что существует такой закон автоматического управления, который обеспечит в замкнутой системе выполнение условия

$$y(t) \rightarrow y_d(t) \text{ при } t \rightarrow \infty.$$

Эту задачу будем использовать для иллюстрации подхода многоцелевого синтеза.

**3. Математическая модель.** Динамика Т-образного маятника описывается следующей системой нелинейных дифференциальных уравнений четвертого порядка [21]:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m_1 & m_1 l_0 \\ m_1 l_0 & J + m_1 z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -m_1 z \dot{\theta} \\ 2m_1 z \dot{\theta} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} -m_1 \sin \theta \\ -(m_1 l_0 + m_2 l_c) \sin \theta - m_1 z \cos \theta \end{bmatrix} g = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \delta, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\theta \in E^1$  — отклонение вертикального стержня;  $z \in E^1$  — смещение центра масс горизонтального стержня относительно точки его соединения с вертикальным стержнем;  $\delta \in E^1$  — управляющее воздействие (сила, вызывающая смещение горизонтального стержня);  $l_0$  — длина вертикального стержня;  $l_c$  — координата его центра тяжести;  $m_1, m_2$  — массы вертикального и горизонтального стержня соответственно;  $J$  — фиксированный момент инерции маятника, вычисленный в положении равновесия маятника (т. е. когда  $z = 0, \theta = 0$ );  $g$  — гравитационная постоянная.

Обозначим через  $x = (\dot{z} \quad z \quad \dot{\theta} \quad \theta)$  вектор состояния системы (1) и проведем линеаризацию в окрестности нулевого положения равновесия ( $x = 0$ ) при нулевом управляющем воздействии ( $\delta = 0$ ). В результате линеаризации находим, что

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{z} + m_1 l_0 \ddot{\theta} &= m_1 g \theta + \delta, \\ m_1 l_0 \ddot{z} + J \ddot{\theta} &= (m_1 l_0 + m_2 l_c) g \theta + m_1 g z. \end{aligned} \quad (2)$$

Приведем систему (2) к нормальной форме, разрешив ее относительно старших производных в предположении, что матрица  $\begin{pmatrix} m_1 & m_1 l_0 \\ m_1 l_0 & J \end{pmatrix}$  невырожденная. Таким образом, получим систему

$$\begin{aligned} \ddot{z} &= \frac{q_1}{q} z + \frac{q_2}{q} \theta + \frac{q_3}{q} \delta, \\ \ddot{\theta} &= \frac{q_4}{q} z + \frac{q_5}{q} \theta + \frac{q_6}{q} \delta, \end{aligned} \quad (3)$$

где коэффициенты определяются соотношениями

$$\begin{aligned} q &= m_1 J - (m_1 l_0)^2, \quad q_1 = -m_1^2 l_0 g, \quad q_2 = g(p_1 - m_1 l_0 m_2 l_c), \\ q_3 &= J, \quad q_4 = m_1^2 g, \quad q_5 = (m_1(m_1 l_0 + m_2 l_c) - m_1^2 l_0) g, \quad q_6 = -m_1 l_0. \end{aligned} \quad (4)$$

С учетом введенного обозначения для вектора состояния системы (1) перепишем систему (3), (4) в векторной форме

$$\dot{x} = Ax + b\delta, \quad (5)$$

матрицы  $A$ ,  $b$  имеют вид

$$A = \begin{pmatrix} 0 & a_{12} & 0 & a_{14} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & 0 & a_{34} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ 0 \\ b_3 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$a_{12} = \frac{q_1}{q}, \quad a_{14} = \frac{q_2}{q}, \quad a_{32} = \frac{q_4}{q}, \quad a_{34} = \frac{q_5}{q}, \quad b_1 = \frac{q_3}{q}, \quad b_3 = \frac{q_6}{q}.$$

Систему (5) используем далее для решения поставленной задачи.

**4. Многоцелевой регулятор.** Рассмотрим теперь в общем виде линейную систему дифференциальных уравнений, представляющую математическую модель движения объекта:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B\delta, \\ \dot{\delta} &= u, \\ y &= Cx = (0 \ C_2) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = C_2x_2, \end{aligned} \quad (6)$$

в которой  $x$  —  $n$ -мерный вектор состояния,  $\delta$  —  $m$ -мерный вектор управления,  $y$  —  $k$ -мерный вектор выхода,  $x_2$  —  $r$ -мерный вектор измеряемых компонент состояния, постоянные матрицы  $A$ ,  $B$ ,  $C = (0 \ C_2)$  имеют соответствующие размеры.

Для системы (6) введем в рассмотрение представление стабилизирующего регулятора по состоянию  $u = K_x x + K_\delta \delta$ , которое можно записать в виде  $u = K_{x1}x_1 + K_{x2}x_2 + K_\delta \delta$ . Тогда, введя обозначения  $v = K_{x2}x_2 = K_{x2}C_2^{-1}y = K_1y$ ,  $K_1 = K_{x2}C_2^{-1}$ , сформируем уравнения вспомогательной замкнутой системы

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B\delta, \\ \dot{\delta} &= K_{x1}x_1 + v + K_\delta \delta, \\ y &= Cx. \end{aligned} \quad (7)$$

В tf-форме система (7) примет вид

$$y = H(s)v, \quad (8)$$

где  $H(s) = B_a(s)/A_a(s)$  — передаточная матрица;  $A_a(s) = \det(Es - A_p)$ ;  $B_a(s) = A_a(s)C_p(Es - A_p)^{-1}B_p$ . При этом  $A_p$ ,  $B_p$ ,  $C_p$  — матрицы блочного представления вспомогательной системы

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= A_p\xi + B_pv, \\ y &= C_p\xi. \end{aligned}$$

Здесь

$$\xi = \begin{pmatrix} x \\ \delta \end{pmatrix}, \quad A_p = \begin{pmatrix} A & B \\ (K_{x1} \ 0) & K_\delta \end{pmatrix}, \quad B_p = \begin{pmatrix} 0 \\ E_m \end{pmatrix}, \quad C_p = (C \ 0).$$

С учетом (8) можно записать уравнения замкнутой системы в операторной форме

$$\begin{aligned} A_a(p)y &= B_a(p)v, \\ v &= K_1y, \quad p = d/dt. \end{aligned}$$

Поскольку система уравнений (8) соответствует системе (6), замкнутой стабилизирующим регулятором  $u = K_x x + K_\delta \delta$ , то ее можно свести к однородной системе дифференциальных уравнений относительно стабилизированного выхода с гурвицевым характеристическим полиномом

$$(A_a(p)E_k - B_a(p)K_1)y = 0.$$

Для реализации желаемого движения  $y_d(t)$  сформируем управляющий сигнал

$$v = H^{-1}(p)y_d + K_1(y - y_d).$$

Тогда замкнутую систему запишем следующим образом:

$$A_a(p)y = B_a(p)v, \quad v = H^{-1}(p)y_d + K_1(y - y_d). \quad (9)$$

Систему (9) можно свести к однородному уравнению по отношению к ошибке слежения  $e(t) = y(t) - y_d(t)$ :

$$(A_a(p)E_k - B_a(p)K_1)e = 0. \quad (10)$$

Характеристический полином системы (10) по построению также будет гурвицевым, поэтому  $e(t) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ . Таким образом, стабилизирующий регулятор  $u = K_x x + K_\delta \delta$  можно трансформировать так:

$$u = H^{-1}(p)y_d(t) + K_{x1}x_1 + K_{x2}C_2^{-1}(y - y_d(t)) + K_\delta \delta, \quad (11)$$

где  $y_d(t)$  — заданное программное движение. Здесь первое слагаемое  $H^{-1}(p)y_d(t)$  можно трактовать как задающий командный сигнал, оно напрямую подается на объект в сумме с обратной связью. При этом остальные слагаемые вместе определяют обратную связь с учетом ошибки слежения.

Заметим, что при  $y_d(t) = 0$  управляющее воздействие, сформированное в виде (11), является базовым стабилизирующим регулятором. Кроме того, при необходимости выполнения дополнительных требований к динамике системы в процессе следования заданной траектории, таких как нулевая статическая ошибка при отработке командных сигналов, динамическая коррекция внешних воздействий и др., управление (11) может быть дополнено одним или несколькими слагаемыми, которые обеспечат необходимый результат и будут подключаться по мере необходимости. Следовательно, управление (11) представляет собой базовый многоцелевой регулятор для рассмотренного класса задач управления.

**5. Численная реализация.** Конкретизируем систему (5), задав динамические параметры перевернутого маятника. Предположим, что  $m_1 = 0.213$  кг,  $m_2 = 1.728$  кг,  $J = 0.055$  кг · м<sup>2</sup>,  $l_0 = 0.33$  м,  $l_c = 0.029$  м,  $g = 9.807$  м/с<sup>2</sup>. Тогда компоненты матриц линейного приближения будут равны  $a_{12} = -21.6$ ,  $a_{14} = 15$ ,  $a_{32} = 65.3$ ,  $a_{34} = -15.6$ ,  $b_1 = 8.1$ ,  $b_3 = -10.3$ .

Также введем в рассмотрение уравнение привода, работающего в пределах линейного участка, и уравнение измерений (предполагаем, что измеряется только угол  $\theta$ )

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= u, \\ y &= \theta = cx, \quad c = (0 \ 0 \ 0 \ 1). \end{aligned}$$

Известно, что указанная динамическая система имеет конструктивные ограничения:

$$|u| \leq 2 \text{ кг/с и } |\delta| \leq 0.9 \text{ кг.}$$

Пусть каким-либо способом (например, с помощью LQR-подхода) найден базовый стабилизирующий регулятор по состоянию  $u = k_x x + k_\delta \delta$ , где  $k_x = (k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4)$ ,  $k_1 = -21.08$ ,  $k_2 = -63.31$ ,  $k_3 = -8.75$ ,  $k_4 = -36.41$ ,  $k_\delta = -12.68$ . Указанный регулятор обеспечивает замкнутой системе следующие собственные значения:

$$s_1 = -2.16 + 7.32i, \quad s_2 = -2.16 - 7.32i, \quad s_3 = -1.95,$$

$$s_4 = -3.2 + 0.62i, \quad s_5 = -3.2 - 0.62i.$$

Далее сформируем управление (11), где в качестве программного движения робота-манипулятора принято гармоническое колебание  $y_d(t) = \theta_d(t) = A_d \sin \omega_d t$  с заданными амплитудой и частотой,  $K_{x1} = (k_1 \ k_2 \ k_3)$ ,  $K_{x2} = k_4$ ,  $K_\delta = k_\delta$ ,  $x_1 = (\dot{z} \ z \ \theta)$ ,  $C_2 = 1$ .

Вспомогательные матрицы и передаточная функция расширенной системы в данном случае будут иметь вид

$$A_p = \begin{pmatrix} A & b \\ (K_{x1} \ 0) & K_\delta \end{pmatrix}, \quad B_p = \begin{pmatrix} 0_{4 \times 1} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad C_p = (c \ 0),$$

$$H(p) = \frac{-10.3p^2 + 306.4}{p^5 + 12.7p^4 + 117.8p^3 + 610.1p^2 + 1446p + 1219}.$$

Тогда закон управления преобразуется к форме

$$u = H^{-1}(p)\theta_d + k_1 \dot{z} + k_2 z + k_3 \dot{\theta} + k_4(\theta - \theta_d) + k_\delta \delta, \quad (12)$$

здесь первое слагаемое  $u^*(t) = H^{-1}(p)\theta_d$  можно трактовать как задающий командный сигнал, а второе слагаемое  $\tilde{u}(t) = k_1 \dot{z} + k_2 z + k_3 \dot{\theta} + k_4(\theta - \theta_d) + k_\delta \delta$  определяет обратную связь с учетом ошибки  $e(t) = \theta(t) - \theta_d(t)$  слежения.

Для проверки качества закона управления (12) проведем компьютерное моделирование замкнутой системы (5), (12). Предположим, что гармонический командный сигнал обуславливается параметрами  $A_d = 30^\circ$ ,  $\omega_d = 0.05$  и представлен на рис. 3.

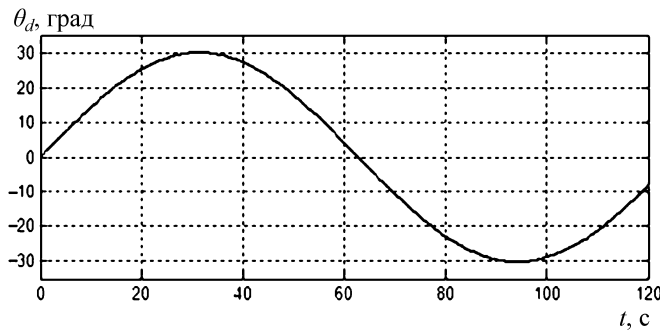


Рис. 3. Задающий командный сигнал

Процесс выхода угла  $\theta$  на заданную траекторию  $\theta_d$  изображен на рис. 4. На нем сплошной линией изображена заданная траектория  $\theta_d(t)$ , пунктирной — процесс выхода объекта управления на нее. Как видно на рис. 4, переходный процесс завершается через 35 с после подачи команды, что является хорошим результатом.

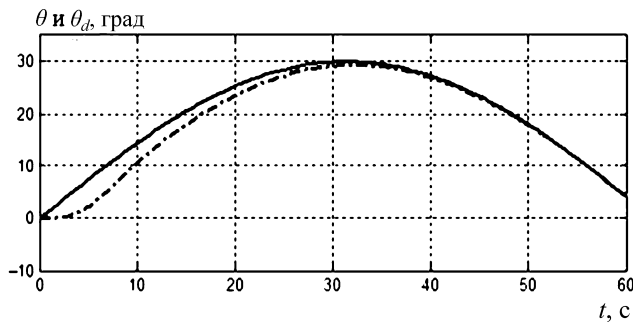


Рис. 4. Динамика отработки заданной траектории  
Объяснение в тексте.

Из рис. 5 следует, что после выхода на заданную траекторию робот-манипулятор больше не покидает ее. Изменение управляющего воздействия  $\delta$  в процессе выхода объекта на заданную траекторию  $\theta_d$  иллюстрирует рис. 6. Очевидно, что крайние

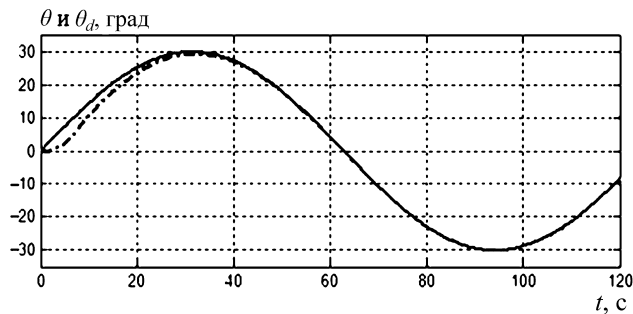


Рис. 5. Динамика отработки заданной траектории (120 с)  
Объяснение в тексте.

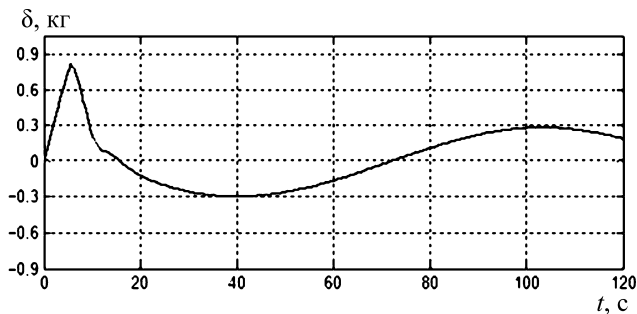


Рис. 6. Управляющее воздействие при отработке заданной траектории

допустимые значения управляющего воздействия не достигаются, что хорошо сказывается на длительности переходного процесса.

**6. Заключение.** В работе рассмотрена задача формирования многоцелевых систем автоматического управления подвижными объектами. Сформирован закон управления движением робота по заданной траектории. Для проверки качества построенного закона управления разработано специализированное программное обеспечение, с помощью которого проведено компьютерное моделирование управляемого движения реального робота-манипулятора.

## Литература

1. *Зубов В. И.* Лекции по теории управления. СПб.: Лань, 2009. 496 с.
2. *Зубов В. И.* Математические методы исследования систем автоматического регулирования. Л.: Машиностроение, 1974. 336 с.
3. *Мирошник И. В.* Теория автоматического управления. Нелинейные и оптимальные системы. СПб.: Питер, 2005. 271 с.
4. *Олссон Г., Пиани Д.* Цифровые системы автоматизации и управления. СПб.: Невский Диалект, 2001. 557 с.
5. *Чернецкий В. И., Дидук Г. А., Потапенко А. А.* Математические методы и алгоритмы исследования автоматических систем. Л.: Энергия, 1970. 374 с.
6. *Янушевский Р. Т.* Теория линейных оптимальных многосвязных систем управления. М.: Наука, 1973. 464 с.
7. *Bosgra O. H., Kwakernaak H., Meinsma G.* Design methods for control systems. Notes for a course of the Dutch Institute of Systems and Control. Delft: Dutch Institute of Systems and Control, 2006. 325 p.
8. *Doyle J., Francis B., Tannenbaum A.* Feedback control theory. New York: Macmillan Publ. Co., 1992. 227 p.
9. *Singh P., Deepak B. B. V. L., Sethi T., Murthy M. D. P.* Real-time object detection and tracking using color feature and motion // Intern. Conference on Communication and Signal Processing. Melvisharam, India, 2015. P. 1252–1257.
10. *Popkov A. S.* Optimal program control in the class of quadratic splines for linear systems // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2020. Т. 16. Вып. 4. С. 462–470. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2020.411>
11. *Жабко А. П., Жабко Н. А., Яковлев П. В.* Метод оптимального демпфирования В. И. Зубова в задаче управления одной гироскопической системой // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2022. Т. 18. Вып. 2. С. 278–284. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2022.208>
12. *Veremei E. I., Korchanov V. M.* Multiobjective stabilization of a certain class of dynamic systems // Automation and Remote Control. 1989. N 49. P. 1210–1219.
13. *Веремей Е. И.* Линейные системы с обратной связью. СПб.: Лань, 2013. 448 с.
14. *Веремей Е. И., Корчанов В. М.* Многоцелевая стабилизация динамических систем одного класса // Автоматика и телемеханика. 1988. № 9. С. 126–137.
15. *Веремей Е. И.* Синтез законов многоцелевого управления движением морских объектов // Гироскопия и навигация. 2009. № 4. С. 3–14.
16. *Smirnov N. V., Smirnov A. N., Smirnova M. A., Smirnov M. N.* Combined control synthesis algorithm // 2017 Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics (Dedicated to the memory of V. F. Demyanov), CNSA 2017 — Proceedings. St Peterburg, 2017. P. 194–196.
17. *Smirnova M. A., Smirnov M. N., Smirnova T. E., Smirnov N. V.* Multi-purpose control laws in motion control systems // Information (Japan). 2017. Vol. 20 (4). P. 2265–2272.
18. *Smirnov M. N., Smirnova M. A., Smirnova T. E., Smirnov N. V.* The problem of synthesis the control laws with uncertainties in external disturbances // Lecture Notes in Engineering and Computer Science. 2017. Vol. 2227. P. 276–279.
19. *Smirnov M. N., Smirnova M. A., Smirnova T. E., Smirnov N. V.* The issues of multipurpose control laws construction // Lecture Notes in Engineering and Computer Science. 2017. Vol. 2227. P. 194–196.
20. *Smirnova M. A., Smirnov M. N.* Multipurpose control laws in trajectory tracking problem // Intern. Journal of Applied Engineering Research. 2016. Vol. 11 (22). P. 11104–11109.
21. *Vitrant E., Canudas-De-Vit C., Georges D., Alamir M.* Remote stabilization via time-varying communication network delays: application to TCP networks // IEEE Conference in Control Applications. 2004. Vol. 1. P. 474–479.



Статья поступила в редакцию 13 августа 2022 г.  
Статья принята к печати 1 сентября 2022 г.

Контактная информация:

Смирнова Мария Александровна — канд. физ.-мат. наук, ст. преп.; mariya.smirnova@spbu.ru

Смирнов Михаил Николаевич — канд. физ.-мат. наук, доц.; mikhail.smirnov@spbu.ru

Смирнов Николай Васильевич — д-р физ.-мат. наук, проф.; n.v.smirnov@spbu.ru

## Multi-purpose robotic arm control system

M. A. Smirnova, M. N. Smirnov, N. V. Smirnov

St Petersburg State University, 7–9, Universitetskaya nab., St Petersburg,  
199034, Russian Federation

**For citation:** Smirnova M. A., Smirnov M. N., Smirnov N. V. Multi-purpose robotic arm control system. *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2022, vol. 18, iss. 4, pp. 621–630. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2022.415> (In Russian)

The purpose of this work is to create methods and algorithms for the formation of multi-purpose automatic control systems for the robotic arm, as well as to develop specialized software for computer modeling of the developed algorithms on the example of a real robotic arm. The methods of forming multi-purpose automatic motion control systems for various objects are developed, and the features of using a multi-purpose structure for control dynamic objects are studied.

*Keywords:* automatic control, robotic arm, computer modeling.

## References

1. Zubov V. I. *Lekcii po teorii upravlenija [Lectures on control theory]*. St Petersburg, Lan' Press, 2009, 496 p. (In Russian)
2. Zubov V. I. *Matematicheskie metody issledovanija sistem avtomaticheskogo regulirovanija [Mathematical methods of research of automatic control systems]*. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1974, 336 p. (In Russian)
3. Miroschnik I. V. *Teorija avtomaticheskogo upravlenija. Nelinejnye i optimal'nye sistemy [Automatic control theory. Nonlinear and optimal systems]*. St Petersburg, Piter Publ., 2005, 271 p. (In Russian)
4. Olsson G., Piani D. *Cifrovye sistemy avtomatizacii i upravlenija [Digital systems of automatization and control]*. St Petersburg, Nevskij Dialekt Publ., 2001, 557 p. (In Russian)
5. Cherneckij V. I., Diduk G. A., Potapenko A. A. *Matematicheskie metody i algoritmy issledovanija avtomaticheskikh sistem [Mathematical methods and algorithms of automatic systems research]*. Leningrad, Jenergija Publ., 1970, 374 p. (In Russian)
6. Janushevskij R. T. *Teorija linejnyh optimal'nyh mnogosvjaznyh sistem upravlenija [The theory of linear optimal multivariable control systems]*. Moscow, Nauka Publ., 1973, 464 p. (In Russian)
7. Bosgra O. H., Kwakernaak H., Meinsma G. Design methods for control systems. *Notes for a course of the Dutch Institute of Systems and Control*. Delft, Dutch Institute of Systems and Control Publ., 2006, 325 p.
8. Doyle J., Francis B., Tannenbaum A. *Feedback control theory*. New York, Macmillan Publ. Co., 1992, 227 p.
9. Singh P., Deepak B. B. V. L., Sethi T., Murthy M. D. P. Real-time object detection and tracking using color feature and motion. *Intern. Conference on Communication and Signal Processing*. Melvisharam, India, 2015, pp. 1252–1257.
10. Popkov A. S. Optimal program control in the class of quadratic splines for linear systems. *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2020, vol. 16, iss. 4, pp. 462–470. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2020.411>

11. Zhabko A.P., Zhabko N.A., Jakovlev P.V. Metod optimal'nogo dempfirovanija V.I. Zubova v zadache upravljenija odnoj giroskopicheskoj sistemoj [Zubov's optimum damping method in the control problem of one gyroscope system]. *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Sciences. Control Processes*, 2022, vol. 18, iss. 2, pp. 278–284. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2022.208> (In Russian)
12. Veremej E. I., Korchanov V. M. Multiobjective stabilization of a certain class of dynamic systems. *Automation and Remote Control*, 1989, no. 49, pp. 1210–1219.
13. Veremej E. I. *Linejnye sistemy s obratnoj svjaz'ju [Linear systems with feedback]*. St Petersburg, Lan' Press, 2013, 448 p. (In Russian)
14. Veremej E. I., Korchanov V. M. Mnogocelevaja stabilizacija dinamičeskikh sistem odnogo klassa [Multipurpose stabilisation of one class of dynamic systems]. *Avtomatika i telemekhanika [Automatics and Telemechanics]*, 1988, no. 9, pp. 126–137. (In Russian)
15. Veremej E. I. Sintez zakonov mnogocelevogo upravljenija dvizheniem morskikh obektov [Synthesis of multipurpose control for marine objects motion]. *Giroskopija i navigacija [Giroscopics and Navigation]*, 2009, no. 4, pp. 3–14. (In Russian)
16. Smirnov N. V., Smirnov A. N., Smirnova M. A., Smirnov M. N. Combined control synthesis algorithm. *2017 Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics (Dedicated to the memory of V. F. Demyanov), CNSA 2017 – Proceedings*. St Petersburg, 2017, pp. 194–196.
17. Smirnova M. A., Smirnov M. N., Smirnova T. E., Smirnov N. V. Multi-purpose control laws in motion control systems. *Information (Japan)*, 2017, vol. 20 (4), pp. 2265–2272.
18. Smirnov M. N., Smirnova M. A., Smirnova T. E., Smirnov N. V. The problem of synthesis the control laws with uncertainties in external disturbances. *Lecture Notes in Engineering and Computer Science*, 2017, vol. 2227, pp. 276–279.
19. Smirnov M. N., Smirnova M. A., Smirnova T. E., Smirnov N. V. The issues of multipurpose control laws construction. *Lecture Notes in Engineering and Computer Science*, 2017, vol. 2227, pp. 194–196.
20. Smirnova M. A., Smirnov M. N. Multipurpose control laws in trajectory tracking problem. *Intern. Journal of Applied Engineering Research*, 2016, vol. 11 (22), pp. 11104–11109.
21. Vitrant E., Canudas-De-Vit C., Georges D., Alamir M. Remote stabilization via time-varying communication network delays: application to TCP networks. *IEEE Conference in Control Applications*, 2004, vol. 1, pp. 474–479.

Received: August 13, 2022.

Accepted: September 1, 2022.

#### Authors' information:

*Maria A. Smirnova* — PhD in Physics and Mathematics, Senior Lecturer; mariya.smirnova@spbu.ru

*Mikhail N. Smirnov* — PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor;  
mikhail.smirnov@spbu.ru

*Nikolay V. Smirnov* — Dr. Sci. in Physics and Mathematics, Professor; n.v.smirnov@spbu.ru