

Международная научная конференция по механике

ВОСЬМЫЕ ПОЛЯХОВСКИЕ ЧТЕНИЯ

*Конференция посвящается
Владимиру Васильевичу Белецкому*

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

30 января – 2 февраля 2018 г.

Санкт-Петербург, Россия

International Scientific Conference on Mechanics

THE EIGHTH POLYAKHOV'S READING

*Conference is dedicated to
Vladimir V. Beletsky*

BOOK OF ABSTRACTS

January 30 – February 2, 2018

Saint Petersburg, Russia

УДК 531/534+537+539+51-7+52
ББК 22.2
В76

Редакционная коллегия:

*академик РАН Н.Ф. Морозов (СПбГУ),
профессор С.М. Бауэр (СПбГУ),
консультант В.Г. Быков (СПбГУ),
ассистент А.С. Ковачев (СПбГУ),
старший научный сотрудник О.В. Кунова (СПбГУ),
профессор Е.В. Кустова (СПбГУ),
профессор С.К. Матвеев (СПбГУ),
старший научный сотрудник М.А. Мехоношина (СПбГУ),
профессор В.А. Морозов (СПбГУ),
профессор Е.А. Нагнибеда (СПбГУ),
доцент Г.В. Павилайнен (СПбГУ),
доцент Е.Н. Поляхова (СПбГУ),
профессор Н.Н. Реснина (СПбГУ),
профессор А.А. Тихонов (СПбГУ),
профессор С.Б. Филиппов (СПбГУ),
профессор М.П. Юшков (СПбГУ).*

Восьмые Поляховские чтения: Тезисы докладов Международной научной конференции по механике, Санкт-Петербург, 30 января – 2 февраля 2018 г. – СПб.: Издательство СПбГУ, 2018. – 346 с.

ISBN 978-5-288-05800-4

В сборник включены тезисы докладов, представленные на Международной научной конференции по механике «Восьмые Поляховские чтения», посвященной памяти Владимира Васильевича Белецкого (1930-2017). Обсуждаются современные проблемы теоретической и прикладной механики, динамики космического полета, механики жидкости и газа, механики деформируемого твердого тела, электромеханики, мехатроники и робототехники, биомеханики, физической механики, а также истории механики.

Международная научная конференция по механике «Восьмые Поляховские чтения» проводится при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 18-01-20003).

ISBN 978-5-288-05800-4

© Коллектив авторов, 2018
© Санкт-Петербургский
государственный университет, 2018

ПРЕДИСЛОВИЕ

Сборник включает тезисы докладов, представленных на Международной научной конференции по механике «Восьмые Поляховские чтения», посвященной памяти Владимира Васильевича Белецкого (1930-2017). Конференция проводится 30 января – 2 февраля 2018 г. в Санкт-Петербурге на базе Санкт-Петербургского государственного университета.

В программу конференции включены пленарные и секционные доклады по следующим направлениям:

- I. Теоретическая и прикладная механика
- II. Динамика естественных и искусственных небесных тел
- III. Газодинамика
- IV. Физико-химическая аэромеханика
- V. Механика деформируемого твердого тела
- VI. Устойчивость и стабилизация механических и электромеханических систем
- VII. Физическая механика
- VIII. Биомеханика
- IX. История механики

Организатор конференции

Санкт-Петербургский государственный университет

Соорганизаторы конференции

Российская Академия Наук (РАН),
Национальный Комитет по Теоретической и Прикладной Механике,
Институт проблем машиноведения РАН,
Санкт-Петербургский Дом ученых РАН,
ФГУП Крыловский государственный научный центр,
Санкт-Петербургский государственный морской технический университет,
Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского,
Санкт-Петербургский государственный политехнический университет Петра Великого,
Балтийский государственный технический университет «Военмех» имени Д.Ф. Устинова.

Председатель конференции

Морозов Никита Федорович, академик РАН, СПбГУ.

Организационный комитет конференции

Сопредседатели: Леонов Г.А. (член-корр. РАН, СПбГУ), Кустова Е.В. (СПбГУ), Юшков М.П. (СПбГУ).
Ученый секретарь: Мехоношина М.А. (СПбГУ).

Члены оргкомитета

Алдошин Г.Т. (БГТУ «Военмех»), Быков В.Г. (СПбГУ), Ворошилова Ю.Н. (СПбГУ), Даль Ю.М. (СПбГУ), Датаяшева К.К. (Санкт-Петербургский Дом ученых РАН), Истомин В.А. (СПбГУ), Ковачев А.С. (СПбГУ), Кунова О.В. (СПбГУ), Мирошин Р.Н. (СПбГУ), Нагнибеда Е.А. (СПбГУ), Павловский В.А. (СПбГМТУ), Поляхова Е.Н. (СПбГУ), Реснина Н.Н. (СПбГУ), Рыдалевская М.А. (СПбГУ), Рябинин А.Н. (СПбГУ), Савельев А.С. (СПбГУ), Смирнов А.Л. (СПбГУ), Соловьев С.Ю. (Крыловский государственный научный центр), Тихонов А.А. (СПбГУ), Филиппов С.Б. (СПбГУ), Щербаков В.И. (Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского).

Научный комитет конференции

Белецкий В.В. (Россия)	Левин В.А. (Россия)	Радев С. (Болгария)
Беляев А.К. (Россия)	Маркеев А.П. (Россия)	Ребров А.К. (Россия)
Блехман И.И. (Россия)	Матвеев С.К. (Россия)	Рыжов Ю.А. (Россия)
Доличанин Ч. (Сербия)	Михайлов Г.К. (Россия)	Смирнов Е.М. (Россия)
Егоров И.В. (Россия)	Михасев Г.И. (Беларусь)	Спасич Д. (Сербия)
Индейцев Д.А. (Россия)	Мэй Фунсян (Китай)	Степанов С.Я. (Россия)
Карапетян А.В. (Россия)	Овчинников М.Ю. (Россия)	Товстик П.Е. (Россия)
Каспер Р. (Германия)	Пальмов В.А. (Россия)	Тхай В.Н. (Россия)
Козлов В.В. (Москва)	Папаставридис Дж. (США)	Фомин В.М. (Россия)
Красильников П.С. (Россия)	Паскаль М. (Франция)	Черноусько Ф.Л. (Россия)
Кривцов А.М. (Россия)	Петров Ю.В. (Россия)	Эрикссон А. (Швеция)

PREFACE

The book includes the abstracts of papers presented at the International Scientific Conference on Mechanics “The Eighth Polyakhov’s Reading” dedicated to Vladimir V. Beletsky (1930-2017). The Conference is held at the Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, January 30 – February 2, 2018.

Conference Topics

- I. Theoretical and Applied Mechanics
- II. Dynamics of Natural and Artificial Celestial Bodies
- III. Dynamics of Fluids and Gases
- IV. Physico-chemical aeromechanics
- V. Mechanics of Solids
- VI. Stability and Stabilization of Mechanical and Electromechanical Systems
- VII. Physical Mechanics
- VIII. Biomechanics
- IX. History of Mechanics

Conference organizer

Saint Petersburg State University

Conference co-organizers

Russian Academy of Sciences,
Russian National Committee on Theoretical and Applied Mechanics,
Institute of Problems of Mechanical Engineering, RAS,
Saint Petersburg House of Scientists, RAS,
Krylov State Research Centre,
Saint-Petersburg State Naval Technical University,
A.F. Mozhaysky's Military-Space Academy,
Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University,
Baltic State Technical University “Voenmech”.

Conference chairman

Morozov N.F., academician of RAS, Saint Petersburg State University.

Organizing Committee

Co-chairs: Leonov G.A. (corresponding member of RAS, Saint Petersburg State University), Kustova E.V. (Saint Petersburg State University), Yushkov M.P. (Saint Petersburg State University).
Scientific secretary: Mekhonoshina M.A. (Saint Petersburg State University).

Members

Aldoshin G.T., Bykov V.G., Dahl Yu.M., Datayasheva K.K., Filippov S.B., Istomin V.A., Kovachev A.S., Kunova O.V., Miroshin R.N., Nagnibeda E.A., Pavlovskii V.A., Polyakhova E.N., Resnina N.N., Ryabinin A.N., Rydalevskaya M.A., Savelev A.S., Sherbakov V.I., Smirnov A.L., Solov’ev S.Yu., Tikhonov A.A., Voroshilova Yu.N.

Scientific Program Committee

Beletsky V.V. (Russia)	Kozlov V.V. (Russia)	Papastavridis Dg. (USA)
Belyaev A.K. (Russia)	Krasilnikov P.S. (Russia)	Pascal M. (France)
Blekhman I.I. (Russia)	Krivtsov A.M. (Russia)	Petrov Yu.V. (Russia)
Chernous'ko F.L. (Russia)	Levin V.A. (Russia)	Radev S. (Bulgaria)
Dolicinan C. (Serbia)	Markeev A.P. (Russia)	Rebrov A.K. (Russia)
Egorov I.V. (Russia)	Matveev S.K. (Russia)	Ryzhov Yu.A. (Russia)
Eriksson A. (Sweden)	Mei Fengxiang (China)	Smirnov E.M. (Russia)
Fomin V.M. (Russia)	Mihasev G.I. (Belarus)	Spasic D. (Serbia)
Indeitsev D.A. (Russia)	Mikhailov G.K. (Russia)	Stepanov S.Ya. (Russia)
Karapetyan A.V. (Russia)	Ovchinnikov M.Yu. (Russia)	Tkhai V.N. (Russia)
Kasper R. (Germany)	Palmov V.A. (Russia)	Tovstik P.E. (Russia)

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

PLENARY LECTURES

**ВЛАДИМИР ВАСИЛЬЕВИЧ БЕЛЕЦКИЙ,
БАЛЕТМЕЙСТЕР ВАЛЬСИРУЮЩИХ ОРБИТ,
НЕПРЕХОДЯЩИЙ КЛАССИК РОССИЙСКОЙ И ВСЕМИРНОЙ НАУКИ**

А.В. Грушевский

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

E-mail: alexgrush@rambler.ru

Член-корреспондент РАН, заслуженный профессор МГУ Владимир Васильевич Белецкий по праву считается одним из отцов-основателей советской и российской школы теории вращательных движений искусственных и естественных небесных тел.



Владимир Васильевич Белецкий

Владимир Васильевич родился 2 мая 1930 года в городе Иркутске, Детство его прошло в этом городе и в деревнях на берегах Ангары и Байкала. После окончания в 1949 году средней школы с золотой медалью, он поступил на механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, который окончил с отличием в 1954 году. Распределение на работу в Отделение прикладной математики МИАН СССР, только что созданное М.В. Келдышем (теперь Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН), определило его научную судьбу как одного из плеяды блестящих ученых - представителей всемирно признанной школы динамики космического полета, основанной М.В. Келдышем и Д.Е. Охочимским. Уже первые исследования В.В. Белецкого приобрели известность и признание специалистов. Выступая 14 сентября 1956 г. на заседании президиума Академии наук СССР, М.В. Келдыш в своем докладе, рассказывая об устойчивости относительного равновесия спутника на орбите, заметил: "... Эта интереснейшая задача механики твердого тела была решена совсем еще молодым сотрудником В.В. Белецким в Отделении прикладной математики". Результаты этих исследований подытожены в монографии 1965 г. [1], которая, будучи переведенной на английский язык, и сейчас является настольной книгой специалистов.

В.В. Белецкий указывал, что теория движения небесных тел около центра масс развивалась в классической механике применительно к конкретным небесномеханическим телам, используя при этом ряд отсутствующих в общем случае упрощений, а в качестве возмущений учитываются в основном гравитационные моменты. Задача о вращательном движении искусственных космических объектов гораздо более сложна, поскольку обусловлена «произвольностью формы и распределения масс объекта, произвольностью начальных данных, многочисленностью факторов, влияющих на движение». Следует учитывать ещё возмущающие моменты и влияние эволюции орбиты спутника. Получение В.В. Белецким аппроксимирующих выражений для основных возмущающих моментов внешней среды и использование современных методов исследования (теории устойчивости, теории колебаний, асимптотических методов) позволило ему не только создать инструментарий для новых классов задач вращательного движения, но и с блеском «получить новые результаты в том круге вопросов, которым занималась классическая небесная механика, найти неожиданно новые и интересные модельные задачи. Он практически открыл новую отрасль механики, упростив классические постановки задач, и с полным правом может называться отцом-основателем целой школы динамики вращательных движений небесных тел.

В эти же годы В.В. Белецкий поставил общую задачу об определении фактической ориентации спутника и уточнения параметров, действующих на него возмущающих моментов по результатам обработки измерений датчиков ориентации, установленных на борту. Он разработал и применил эффективную методику решения этой задачи (третий советский спутник, спутники "Протон", "Электрон"). Им был исследован обнаруженный на спутниках «Протон» пропеллирующий эффект. Результаты применения зеркальной и диффузно-зеркальной схем взаимодействия молекулярного потока в верхней

атмосфере Земли с поверхностью аппарата оказались качественно отличны, и по наблюдению фактической динамики вращательного движения спутника стало возможным судить о самих свойствах верхней атмосферы. Сам В.В. Белецкий считал её решение одним из высших своих достижений.

К значимым результатам научной деятельности В.В. Белецкого заслуженно относятся и исследование проблем оптимизации космических перелётов с двигателями малой тяги и динамики космических тросовых систем, исследование задач динамики двуногой ходьбы. Созданная им резонансная теория "обобщенных законов Кассини" вращения планет даёт строгое обоснование эмпирических законов Кассини вращения Луны.

В.В. Белецкий опубликовал свыше 200 научных работ, в том числе 11 монографий, переиздававшихся в стране и за рубежом. Его работы сочетают в себе строгость анализа и прекрасный стиль изложения.

Широкою известность получила его монография "Очерки о движении космических тел" [2], переведенная на многие языки. В ней живым языком ясно и доступно излагались как классические, так и современные результаты исследований многих учёных (и самого автора) в небесной механике, книга явилась концептуальным справочником путеводителем для всех исследователей по отдельным её областям. В рецензии на «Очерки...» [3] академики В.И. Арнольд и Я.Б. Зельдович отмечали: «...Для солидной научной монографии стиль книги В.В. Белецкого необычен во многих отношениях. Без преувеличения можно сказать, что она знаменует утверждение нового стиля в научной литературе...».

В некотором смысле, ставшая не менее знаковой, его книга мемуаров «Шесть дюжин» (2004) [4] является сопряжённой «Очеркам...» и даже выше ещё на одну ступень иерархии: ведь теперь это не справочник путеводитель по отдельным областям современной небесной механики для её специалистов, а путеводитель по целому миру этих отечественных и мировых специалистов, преданно и без усталости эти области изучающих.

Научные достижения В.В. Белецкого получили высокую оценку в России и за рубежом. Он был удостоен званий член-корреспондент РАН, член Национального Комитета по теоретической и прикладной механике, Заслуженный профессор МГУ (2002), академик Международной академии астронавтики, лауреат премии А. фон Гумбольдта (Германия), лауреат премии РАН им. Ф.А. Цандера. Среди его наград - медаль им. М.В. Келдыша Федерации космонавтики СССР (1991) и «Столетие М.В. Келдыша» (2011) Федерации космонавтики России, медаль «Ветеран труда» (1986) и Орден Дружбы (2001). В. В. Белецкий подготовил 26 кандидатов и 5 докторов наук.

В.В. Белецкий, будучи главным научным сотрудником ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, состоял Членом его Ученого совета, являясь также Членом специализированных диссертационных советов ИПМ им. М.В. Келдыша РАН и механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова. Он был Членом Российского национального комитета по теоретической и прикладной механике (1976), являлся Действительным членом Международной академии астронавтики (1992) и Действительным членом Российской академии космонавтики (1994).

Владимир Васильевич ушёл от нас после долгой болезни 20 июля 2017 года в Москве. Однако приходит на ум, что неподражаемый Вова-внук-Брена (так величали Владимира Васильевича в его сибирском детстве), со взором, исполненным несправимой любознательности, достойной ньютоновского мальчика, «который играет на берегу моря и собирает гладкие камни и красивые ракушки», ничуть не отдаляется от нас, а всё гуляет вдоль «великого неисследованного океана истины», перекликаясь по сеансам связи с названной в его честь в 2001 г. малой планетой (№14790-Beletskij).

Литература

1. *Белецкий В.В.* Движение искусственного спутника Земли относительно центра масс. М.: Наука, 1965. 416 с.
2. *Белецкий В.В.* Очерки о движении космических тел. М.: Наука, 1972. 360 с.
3. *Арнольд В.И., Зельдович Я.Б.* Начало нового стиля научной литературы // *Природа*. 1973. № 10. С. 115-117.
4. *Белецкий В.В.* Шесть дюжин. Москва; Ижевск, 2004. 687 с.

Vladimir Vasilievich Beletsky, the Ballet Master of Waltzed Orbits, Non-Reducing Classic of the Russian and the World Science

A.V. Grushevskii

Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia

Dedication to the memory of an outstanding Soviet and Russian scientist, Corresponding Member of the RAS Vladimir Vasilievich Beletsky.

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ АВИАСТРОЕНИЯ В ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧАХ АЭРОГИДРОДИНАМИКИ

С.Л. Чернышев

Центральный аэрогидродинамический институт им. профессора Н.Е. Жуковского, Жуковский, Россия
E-mail: slc@tsagi.ru

В докладе рассматриваются перспективные гражданские направления в области аэродинамики, динамики полета, прочности, силовых установок, систем, материалов и конструкций. Освещены вопросы снижения сопротивления и управления обтеканием летательных аппаратов; моделирования и валидации расчетных методов. Изложены задачи по повышению безопасности полетов, оптимизации полетных траекторий и интеллектуализации систем управления летательных аппаратов. Описаны проблемы создания безопасных авиационных конструкций с минимальным весом и длительным сроком эксплуатации. Рассматриваются достоинства и недостатки применения композиционных материалов. Описываются работы, которые по данным направлениям ведёт ФГУП «ЦАГИ».

Литература

1. Чернышев С.Л. Задачи механики в авиационной инженерии // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Казань, 20 – 24 августа 2015 года. С. 4390-4406.
2. Чернышев С.Л., Мерзляков А.А. Форсайт развития авиационной науки и технологий до 2030 года и на дальнейшую перспективу // Техника воздушного флота. 2014. №2 (715). С. 36–42.
3. Алёшин Б.С., Чернышев С.Л. На переднем крае авиационной науки – к 95-летию ЦАГИ. – Полет. Общероссийский научно-технический журнал. 2013. № 12. С. 3-10.

The Modern Problems of Aircraft Engineering in Application-Oriented Tasks of Aerohydrodynamics

S.L. Chernyshev

Central Aerohydrodynamic Institute named after Prof. N.E. Zhukovsky, Zhukovsky, Russia

The report examines promising civilian areas in the field of aerodynamics, flight dynamics, strength, propulsion, systems, materials and structures. The issues of reducing drag and flow control of the aircraft; modeling and validation of numerical methods are dealt with. Challenges like improving flight safety, optimizing flight trajectories and intellectualization of aircraft control systems are set forth. The report describes the problems associated with designing safe aircraft structures with minimum weight and long service life. The advantages and disadvantages of composite materials are studied. Projects are described that are realized by TsAGI to tackle the described challenges.

О ПОДАВЛЕНИИ ФЛАТТЕРА В МОДЕЛИ КЕЛДЫША**Г.А. Леонов, Н.В. Кузнецов**

*Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: g.leonov@spbu.ru, nkuznestov239@gmail.com*

Изучение явления флаттера и разработка способа его подавления – выдающееся достижение знаменитого советского ученого, президента АН СССР М.В. Келдыша. В своей работе [1] 1944 года М.В. Келдыш рассматривал модели возникновения флаттера – автоколебаний органов управления самолета (рулей, элеронов) и его подавления с помощью гидравлических демпферов с нелинейной характеристикой. Используя специальную форму гармонической линеаризации (метод гармонического баланса, метод описывающих функций), М.В. Келдыш получил область стабилизации в пространстве параметров рассматриваемых систем. Хорошо известно, что метод классический гармонической линеаризации является приближенным (математически нестрогим) методом исследования нелинейных систем.

Одновременно с публикацией [1] в 1944 году появилась знаменитая статья А.И. Лурье и В.Н. Постникова [2], где был применен прямой метод Ляпунова к задаче стабилизации движения самолетов. Эта работа стимулировала развитие частотных методов анализа в теории абсолютной устойчивости нелинейных систем управления [3, 4]. Решение проблемы стабилизации в модели Келдыша сделало необходимым получение новых частотных критериев глобальной устойчивости, существенно отличающихся от известных ранее.

В настоящем докладе мы развиваем и применяем эти методы к анализу модели Келдыша. С их помощью получены математически строгие оценки глобальной стабилизации, подавляющей флаттер. Проведено сравнение этих результатов с оценками Келдыша, полученными приближенным методом гармонической линеаризации. На конкретных примерах с помощью современных методов численного анализа дифференциальных включений [3, 5, 6] вычислены точные границы областей стабилизации. Показано, что эта граница в некоторых случаях расположена между нашей аналитической аппроксимацией и аппроксимацией Келдыша. В случае одной степени свободы показана необходимость учета эффекта пересечения отрезка покоя с гармоническими приближениями, полученными В.М. Келдышем методом гармонической линеаризации.

Работа поддержана грантом Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки Ведущих научных школ Российской Федерации на 2018-2019 годы (НШ-2858.2018.1).

Литература

1. *Келдыш М. В.* О демпферах с нелинейной характеристикой // Тр. ЦАГИ. 1944. Т. 557. С. 26-37.
2. *Лурье А.И., Постников В.Н.* К теории устойчивости регулируемых систем // Прикладная математика и механика. 1944. Т. 8. № 3. С. 246-248.
3. *Гелиг А.Х., Леонов Г.А., Якубович В.А.* Устойчивость нелинейных систем с неединственным состоянием равновесия, М.: Наука, 1978 (English transl: Stability of Stationary Sets in Control Systems with Discontinuous Nonlinearities. Singapore: World Scientific. 2004).
4. *Leonov G., Ponomarenko D., Smirnova V.,* Frequency-Domain Methods for Nonlinear Analysis. Theory and Applications, Singapore: World Scientific, 1996.
5. *Piironen P.T., Kuznetsov Y.A.* An event-driven method to simulate Filippov systems with accurate computing of sliding motions // ACM Transactions on Mathematical Software. 2008. V. 34. № 3. Art. num. 13.
6. *Леонов Г.А., Кузнецов Н.В., Киселева М.А., Мокаев Р.Н.* Глобальные задачи дифференциальных включений: проблемы Калмана и Вышнеградского, цепи Чуа // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2017. № 4. С. 1-52.

On the Suppression of Flutter in the Keldysh Model**G.A. Leonov, N.V. Kuznetsov**

*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia
Institute of Problems of Mechanical Engineering of RAS, Saint Petersburg, Russia*

In this presentation, we consider the Keldysh model of the flutter suppression and develop rigorous methods to its analysis. To solve the stabilization problem in the Keldysh model we develop new frequency criteria of the global stability. We compare the results obtained here with the results of Keldysh obtained by one of the approximate methods of analysis – the method of harmonic balance. In this comparison, we involve modern

numerical methods that allow us to calculate trajectories of differential inclusions and numerically determine the boundaries of the stabilization regions.

ДИНАМИКА ТОНКОГО СТЕРЖНЯ ПРИ ПРОДОЛЬНОМ УДАРЕ**А.К. Беляев¹, Ч.-Ч. Ма², Н.Ф. Морозов³,
П.Е. Товстик³, Т.П. Товстик¹, А.О. Шурпатов⁴**¹*Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, Россия*²*Национальный Тайваньский университет, Тайбэй, Тайвань*³*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*⁴*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: belyaev@director.ipme.ru

Дается краткий обзор работ по динамике тонкого стержня при продольном сжатии. Рассматривается как длительное, так и кратковременное нагружение, а также продольный удар твердым телом по концу стержня. При длительном нагружении исследована динамическая потеря и последующая эволюция упругой линии. При кратковременном нагружении возникают параметрические резонансы, приводящие при нелинейной постановке к биениям, при которых энергия продольных колебаний переходит в поперечные и обратно. Удар телом также порождает продольные колебания, вызывающие поперечные резонансы и биения.

При длительном статическом нагружении критическая нагрузка найдена Л.Эйлером. В работе М.А.Лаврентьева и А.Ю.Ишлинского установлено, что при внезапном интенсивном нагружении, существенно превосходящем Эйлерову статическую критическую нагрузку, наибольшую скорость роста амплитуды имеет форма с большим числом волн в продольном направлении. С течением времени форма прогиба переходит в одну из эластик Эйлера. Представленные результаты позволяют проследить за эволюцией формы упругой линии.

При кратковременном нагружении возникают параметрические резонансы. Изучены условия появления простых и комбинационных резонансов, приводящих при нелинейной постановке к биениям, при которых энергия продольных колебаний переходит в поперечные и обратно. Установлена возможность потери устойчивости при продольной нагрузке, меньшей Эйлеровой критической. Рассмотрена динамика стержня на начальном этапе движения.

Исследовано динамическое поведение стержня при продольном ударе телом. Аналитическое решение, построенное по модели Сирса, учитывающей как распространение продольных волн, так и местное смятие по Герцу, сравнивается с конечно-элементными и экспериментальными результатами. Обсуждается вопрос о возбуждении послесударных параметрических резонансов.

При поддержке РФФИ, гранты 16.51.52025 МНТ-а, 16.01.00580-а.

Литература

1. *Лаврентьев М.А., Ишлинский А.Ю.* Динамические формы потери устойчивости упругих систем // Доклады АН СССР. 1949. Т. 64. № 6. С. 776-782.
2. *Морозов Н.Ф., Товстик П.Е.* Динамика стержня при продольном ударе // Вестник С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. № 2. С. 105-111.
3. *Беляев А.К., Ильин Д.Н., Морозов Н.Ф.* Динамический подход к задаче Ишлинского-Лаврентьева // Изв. РАН. МТТ. 2013. № 5. С. 28-33.
4. *Беляев А.К., Морозов Н.Ф., Товстик П.Е., Товстик Т.П.* К задаче о потере устойчивости стержня при продольном сжатии силой, меньшей Эйлеровой критической // Изв. РАН. МТТ. 2016. № 3.
5. *Беляев А.К., Морозов Н.Ф., Товстик П.Е., Товстик Т.П.* Параметрические резонансы в задаче о продольном ударе по тонкому стержню // Вестник С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2016. № 1.
6. *Беляев А.К., Ма Ч.-Ч., Шурпатов А.О.* Полуаналитическое, конечно-элементное и экспериментальное определение контактной силы осевого соударения стержня и ударника // Науч. тех. ведомости СПбГТУ. Физ.-мат. науки. 2017.
7. *Sears J.E.* On the longitudinal impact of metal rods with rounded ends // Proc. Cambridge Phil. Soc. 1908. Vol. 14.

Dynamics of a Thin Rod under Longitudinal Impact**A.K. Belyaev¹, C.-C. Ma², N.F. Morozov³, P.E. Tovstik³, T.P. Tovstik¹, A.O. Shurpatov⁴**¹*Institute of Problems of Mechanical Engineering of RAS, Saint-Petersburg, Russia*²*National Taiwan University, Taipei, Taiwan*³*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*⁴*Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia*

A short issue of works on dynamics of a thin rod under longitudinal impact is given. A long-time and a short-time compressive loads are applied to the rod, and a longitudinal impact by rigid body is considered, too. In the

case of a long-time compression the dynamic instability and the following evolution of elastic line is investigated. A relation between works by Euler and Lavrentiev-Ishlinsky is established. A short longitudinal impact generates a periodic system of longitudinal waves which lead to the parametric resonances. To obtain the finite transversal amplitudes it is necessary to take into account the geometrically nonlinear mechanics of solids. It allows one to describe beatings including the energy exchange between the axial and transverse vibrations. The axial impact by body, investigated by Sears, generates longitudinal waves accompanied by transverse resonances and beatings, as well.

МОДЕЛИ ХИРУРГИЧЕСКИ РЕКОНСТРУИРОВАННОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ СРЕДНЕГО УХА ЧЕЛОВЕКА

Г.И. Михасев

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
E-mail: mikhasev@bsu.by

Одной из составляющих слухового анализатора человека является колебательная система среднего уха (СУ), включающая тимпанальную мембрану (ТМ), молоточек, наковальню, стремя и множество связок, сухожилий и мышц, удерживающих косточки в полости СУ и придающих системе определенную жесткость. Данная механическая колебательная система является своего рода «мостиком», передающим энергию звуковой волны во внутреннее ухо. Механическое повреждение хотя бы одного из ее элементов (прокол ТМ, перелом косточки) или паталогические изменения, вызванные заболеваниями (отит, отосклеротический анкилоз, образование ретракционного кармана (РК) на ТМ и т.п.), могут приводить к существенному снижению слуха или к его полной потере. С точки зрения механики, снижение проводимости звукового сигнала средним ухом объясняется либо уменьшением числа степеней свободы механической системы (фиксация стремени при его анкилозе), либо существенным изменением упругих свойств одного из элементов (например, истончение ТМ при образовании РК), либо разрывом в цепи колебательной системы. Устранение данных патологий во многих случаях осуществляется хирургическим способом, путем наложения хрящевого трансплантата на ТМ или его полную замену (тимпаноластика), замену одной-двух косточек или всей цепи на протез. Например, при анкилозе стремени выполняется фенестрация овального окна преддверия (перфорация подножной пластины стремени) и замена неподвижной косточки на протез (титановый, тефлоновый), который одним концом подвешивается на длинный отросток наковальни, а вторым вводится через перфорацию во внутреннее ухо. Важнейшими характеристиками реконструированной колебательной системы СУ являются набор собственных частот и соответствующие моды колебаний. В ряде случаев положительный исход операций можно предсказать, если данные характеристики реконструированного среднего уха (PCY) оказываются близкими к характеристикам СУ в норме

В работе предлагаются различные математические модели PCY (статические и динамические) при различной степени деструкции элементов системы. При тимпаноластике барабанная перепонка моделируется как тонкая упругая, либо вязкоупругая близкая по форме к эллипсу пластинка. В качестве исходных рассматривается система уравнений, описывающая как изгибные, так и плоскостные формы движения ТМ. Косточки, либо протез рассматриваются как недеформируемые связанные между собой (жестко, либо шарнирно) стержни, обладающие набором инерционных характеристик. При реализации статической модели находятся начальные напряжения в системе, обеспечивающие ее жесткость и устойчивость. Динамические модели, учитывающие начальные напряжения в PCY, позволили предсказать набор собственных частот и форм колебаний системы. Для лечения ретракционного кармана предлагается МКЭ модель, позволяющая определить оптимальные параметры хрящевого трансплантата, обеспечивающие близость динамических свойств PCY к здоровому СУ. В случае тотальной реконструкции, предполагающей тимпаноластику, а также замену всех косточек на один протез (оссикулоластику) и фенестрацию овального окна, предложенные модели позволили обнаружить «мертвые» моды колебаний ТМ, которые не стимулируют движение инсталлированного протеза.

Models of Surgically Reconstructed Oscillatory System of the Human Middle Ear

G.I. Mikhasev

Belarussian State University, Minsk, Belarus

The mathematical and FEM models of a human middle ear subjected to tympanoplasty or/and ossiculoplasty are proposed. The reconstructed tympanic membrane (TM) is treated as an elastic or viscoelastic almost circular plate, and auditory ossicles and a prosthesis replacing one of them are considered as absolutely solid rods. Vibrations of the reconstructed pre-stressed TM are governed by equations taking into account both the in-plane and out-plane displacements. The mathematical models developed allow us predicting the initial stresses generated by the installation of a prosthesis and the natural frequencies and eigenmodes as well. The optimal dimensions of the cartilage transplant, prosthesis and its position in the middle ear cavity are determined.

Н.Н. ПОЛЯХОВ – УЧЕНЫЙ ЭНЦИКЛОПЕДИСТ

Е.Н. Поляхова¹, Н.Н. Поляхов мл.², В.С. Сабанеев¹, М.П. Юшков¹

¹*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*

²*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: pol@astro.spbu.ru, nikola.polyakhov@mail.ru, yushkovmp@mail.ru

Николай Николаевич Поляхов (1906-1987) обладал поистине энциклопедическими познаниями в самых различных областях науки и человеческой деятельности. Он был выдающимся учёным XX века в области гидроаэромеханики и аналитической механики. Н.Н. Поляхов является одним из создателей теории гребных и воздушных винтов. Им существенно развита вихревая теория крыла как в стационарном, так и в нестационарном потоке.

Несколько десятилетий Н.Н. Поляхов читал курс теоретической механики студентам-математикам Ленинградского университета. Стремясь изложить курс как можно более строго, он предложил общий метод составления уравнений движения неголономных систем, пригодных как при линейных, так и при нелинейных связях, и обобщил принцип Гаусса на неголономные системы любого порядка.

В течение десяти лет Н.Н. Поляхов со своими учениками С.А. Зегждой и М.П. Юшковым работали над фундаментальным университетским учебником по теоретической механике. В настоящее время готовится четвёртое двухтомное издание этого учебника.

Н.Н. Поляхов являлся членом Национального Комитета по теоретической и прикладной механике СССР, в течение многих лет возглавлял Головной Совет по механике Минвуза РСФСР, секцию истории математики и механики Ленинградского отделения Советского национального объединения историков естествознания и техники, секцию теоретической механики Ленинградского Дома учёных АН СССР. В Ленинградском университете он 10 лет являлся деканом математико-механического факультета, был председателем конкурсной комиссии по присуждению Университетских премий, председателем Специализированного Совета по защите докторских диссертаций. Длительное время он являлся ответственным редактором серии «Математика. Механика. Астрономия» журнала «Вестник Ленинградского университета».

Scientist-Encyclopedist N.N. Polyakhov

E.N. Polyakhova¹, N.N. Polyakhov (jun.)², V.S. Sabaneev¹, M.P. Yushkov¹

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

²*Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia*

N.N. Polyakhov is a widely-known scientist in the field of aerohydrodynamics and analytical mechanics. His monograph on marine and airscrew propellers (co-authored by V.P. Vetchinnikov) retains its relevance up to date. Many results of N.N. Polyakhov in analytical mechanics entered into the treatise on theoretical mechanics for universities written in collaboration with S.A. Zegzhda and M.P. Yushkov.

TWO-LEGGED WALKING ROBOT PRESCRIBED MOTION ON A ROUGH CYLINDER

Yu.F Golubev^{1,2}, E.V Melkumova²

¹*Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia*

²*Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

E-mail: golubev@keldysh.ru, elena_v_m@mail.ru

We consider the walking robot with n legs, where each leg contacts the surface in a single foothold. Given the motion of the robot's legs with respect to its body, we solve the problem of finding the reaction forces, both analytically and numerically. We describe the robot motion in terms of the general dynamics theorems, with six different equations of the robot's dynamics from the momentum and angular momentum theorems [1].

Let \mathbf{F} be the sum of the external active forces plus time derivative of desired momentum, and \mathbf{M} is the sum of external active forces momentum and time derivative of desired angular momentum with respect to the point O (which is defined as the origin fixed in absolute space). Assuming that \mathbf{F} is not equal to zero and orthogonal to \mathbf{M} we obtain that the system $\{\mathbf{F}, \mathbf{M}\}$ can be also used at the point C , where C corresponds to the point at which the resultant of the reactions is acting. Further problem of reactions distribution at some fixed point of time is investigated by the proposal that force \mathbf{F} is acting at the point C and force moment is zero there. This problem is equivalent to the problem of cylinder held by the fingers of the robot-manipulator.

Let the angle between the cylinder axis and the vector \mathbf{F} be α . For $n=2$ the existence of the solution is related to the set of square inequalities by parameter p , where p is the difference reaction component along the cylinder axis, E is coinciding and not depending on α coefficient by p squared. Note that for arbitrary surface the structure and the properties of this inequalities preserves. The boundaries between different regimes can be determined analytically. For a two-legged robot when E is negative, the solution exists, and is obtained analytically. Using numerical simulations we explain the reaction distribution problem existing and build this problem solution existing fields for the given footholds and point C position. For example, for the two-foothold phase, we consider symmetric, about point C , along and orthogonal cylinder axis, robot configurations. For first of these configurations examined the cases with nonnegative E coefficient, for the distance x , between the point C and footholds: 0.9 , 1 and 1.1 for R , cylinder radii, and k , friction coefficient, equal to 1 , α from 0 to π . Let Δx , $\Delta\varphi$ be footholds differences of distances and angles. The reactions distribution fields, plot for α equal to $\pi/4$ added and summed obtained results, Figure 1.

Reactions distribution problem solution existing fields constructed on the two angles planes, correspond to footholds projections on the cylinder base and three dimensional fields which supplement this plane by the point C_z -coordinate altitude. When α equals to 0 , x equals to 1 , the field consist of three separate situated subregions. On the angle plane each of pair parallel lines corresponds to the support on the cylinder diameter plane section containing the point C . There is connected field between these lines. It contains the line segment corresponding to the angles equality, robot supported above on the line which is parallel to cylinder axis and satisfy force direction deviation restriction. The indicated segment on the plot disappears when x equals to 0.9 for α equals to $\pi/4$, and when x increases, later, for $4\pi/9$. It corresponds to the robot beginning sliding down the cylinder. When x equals to 1.1 for α equal to $\pi/3$ in the three-dimensional fields there observed bundles of separate points. That means that the point C altitude position changes more harshly while changing the angles. Overall, the robot can move along the cylinder changing one and two-footholds phases.

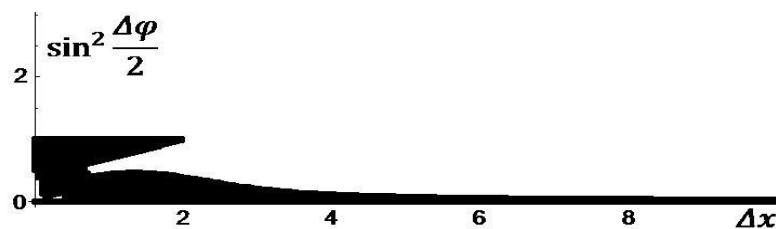


Fig. 1. Reactions distribution fields for α equal to $\pi/4$.

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (grant no. 16-01-00131 A).

References

1. Golubev Yu.F., Melkumova E.V. Walking Robot Prescribed Motion Existence on Tube Support. VII All-Russian Conference-Seminar Theoretical Mechanics, Robotics, Mechatronics Universities Departments Heads and Lecturers of the Russian Federation. // Conference materials. Under V.A. Samsonov's edition. Makhachkala.: Publishing center "Master" (Didkovskaya N.V.) 2016. 104 p.

ВЛИЯНИЕ ФОТОГРАВИТАЦИОННЫХ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СИЛ НА ФОРМИРОВАНИЕ ОБЛАКОВ КОРДЫЛЕВСКОГО

Т.В. Сальникова^{1,2}, С.Я. Степанов^{1,3}

¹Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

²Университет дружбы народов, Москва, Россия

³Вычислительный центр им. А.А. Дородницына Федерального исследовательского центра

«Информатика и управление» РАН, Москва, Россия

E-mail: tatiana.salnikova@gmail.com, stepsj@ya.ru

В предыдущих работах авторами было предложено объяснение феномена появления-исчезновения облаков Кордылевского – скопления пылевой космической массы в окрестности треугольных точек либрации системы Земля-Луна [1-3].

При учете гравитационного и светового возмущения Солнца треугольные точки либрации перестают быть положениями относительного равновесия. Тем не менее, существуют устойчивые периодические движения частиц, охватывающие каждую из треугольных точек либрации. Это позволяет построить вероятностную модель образования пылевых облаков, сопровождающих перемещающиеся вдоль периодических орбит точки [4].

В продолжение указанного исследования в данной работе рассматриваются электромагнитные эффекты, возникающие при движении заряженной пылевой массы в окрестности периодических траекторий.

Литература

1. *Salnikova T.V., Stepanov S.Ya.* On the Lagrange libration points of the perturbed Earth-Moon system // Proceeding of the International Astronomical Union. 2014. Vol. 9. N 310. P. 192-193.
2. *Salnikova T.V., Stepanov S.Ya.* Mathematical Model of Formation of Kordylewski Cosmic Dust Clouds // Doklady Physics. Maik Nauka/Interperiodica Publishing. 2015. Vol. 60. N 7. P. 323-326.
3. *Salnikova T., Stepanov S., Shuvalova A.* Periodic trajectories of the particles in the Earth vicinity // Proceedings of 2016 International Conference «Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems» IEEE Catalog Number CFP16E79-ART RUSSIA. P. 1-4.
4. *Salnikova T.V., Stepanov S.Ya., Shuvalova A.I.* Probabilistic Model of Kordylewski Clouds // Doklady Physics. Maik Nauka/Interperiodica Publishing. 2016. Vol. 61. N 5. P. 243-246.

Effect of Photogravitational and Electromagnetic Forces on the Kordylewski Clouds Formation

T.V. Salnikova^{1,2}, S.Ya. Stepanov^{1,3}

¹Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

²Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russia

³Dorodnicyn Computing Centre, FRC CSC RAS, Moscow, Russia

In previous papers the authors suggest a clarification of the phenomenon of appearance-disappearance of Kordylewski clouds - accumulation of cosmic dust mass in the vicinity of the triangle libration points of the Earth-Moon system [1-3].

Under gravitational and light perturbation of the Sun the triangle libration points aren't the points of relative equilibrium. However, there exist the stable periodic motions of the particles, surrounding every of the triangle libration points. Due to this fact we can consider a probabilistic model of the dust clouds formation [4]. These clouds move along periodical orbit in the surrounding of the points shifting on this orbit periodically.

In continuation of this topic, we investigate also the electromagnetic influence on the motion of charged dust particles in the vicinity of the periodical orbits.

О ПОРОЖДЕНИИ ВИХРЕЙ ОКОЛО УДЛИНЕННЫХ ТЕЛ**А.М. Гайфуллин, Д.А. Гаджиев, В.В. Жвик, А.В. Зубцов***Центральный аэрогидродинамический институт им. профессора Н.Е. Жуковского, Жуковский, Россия
E-mail: amgaif@mail.ru*

Обтекание удлиненных тел, как правило, сопровождается образованием концентрированных вихревых структур. Будут рассмотрены задачи вихревой гидродинамики сжимаемой и несжимаемой среды, эволюционирующей около удлиненных тел.

Хорошо известно, что для удлиненных тел справедлива нестационарная аналогия – трехмерное стационарное обтекание удлиненного тела можно смоделировать двумерным нестационарным обтеканием бегущего поперечного сечения тела. Для треугольных или степенных крыльев двумерное течение является автомодельным и размерность задачи понижается на единицу по сравнению с первоначальной трехмерной стационарной задачей. Если степенное крыло – параболическое, то согласно нестационарной аналогии, в главном приближении отрывное обтекание должно представлять две вихревые нити, которые так управляют течением, что отсутствует сход завихренности с поверхности крыла. Вместе с тем, вихревые нити образуются в вершине крыла, в которой становится несправедливой нестационарная аналогия, так как течение там является существенно трехмерным. Экспериментально исследован сценарий образования вихревых нитей: в вершине крыла образуются рециркуляционные течения, аналогичные, наблюдающимся в течениях с симметричным «взрывом» вихря; конец рециркуляционных течений совпадает с началом двух концентрированных вихревых нитей. Таким образом, рециркуляционные течения с двух сторон крыла представляют собой замыкание двух полубесконечных вихревых нитей в единую, подчиняющуюся теореме Гельмгольца, вихревую структуру. Для параболического крыла с перегородкой при симметричных условиях на набегающий поток возможны как симметричные (с двумя вихревыми нитями), так и несимметричные (с тремя вихревыми нитями) точные решения задачи. Исследуется устойчивость полученных решений.

Имеются области, в которых нестационарная аналогия становится несправедливой – окрестность ядер вихревых пелен. Определяется асимптотическое поведение характеристик течения в ядрах вихревых пелен, сходящих с острых кромок крыльев малого удлинения: треугольного и параболического. В обоих случаях получены поля скорости, давления и форма линии разрыва.

Исследуются также вопросы образования вихревого течения с помощью удлиненных подвижных поверхностей. Определяются асимптотические характеристики течения в случаях малой ($M \ll 1$) и существенной ($M \sim O(1)$) сжимаемости. Результаты сравниваются с численным решением уравнений Навье – Стокса.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-01-00128).

On Vortex Formation Near Elongated Bodies**A.M. Gaifullin, D.A. Gadzhiev, V.V. Zhvik, A.V. Zubtsov***Central Aerohydrodynamic Institute named after Prof. N.E. Zhukovsky, Zhukovsky, Russia*

Problems of hydroaerodynamics of vortices in incompressible and compressible flows near elongated bodies are considered. Experimental studies are performed, and asymptotic behaviour of flow characteristics of the vortices is investigated; the results are compared to those obtained by numerically solving Navier-Stokes equations.

The work is supported by the Russian Foundation for Basic Research (project № 16-01-00128).

ЛИНЕЙНЫЕ НЕСТАЦИОНАРНЫЕ СИСТЕМЫ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ К ЗАДАЧАМ КОСМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ

В.М. Морозов, В.И. Калёнова

НИИ механики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия
E-mail: moroz@imec.msu.ru

Рассматривается ряд нестационарных задач управления космической динамикой: управление движением космического аппарата (КА) в окрестности точек либрации ограниченной круговой задачи трех тел с использованием сил светового давления; управление ориентацией искусственного спутника Земли (ИСЗ), движущегося по круговой орбите, при помощи магнитных моментов; определение ориентации ИСЗ по информации, поступающей от солнечного датчика и магнетометра. Во всех задачах общей является математическая модель, описывающая эти задачи. Линеаризованная модель представляет собой линейную нестационарную систему, содержащую управление и наблюдение, которая допускает конструктивное преобразование в полностью стационарную систему большего порядка. Это позволяет использовать разработанную авторами методику исследования приводимых нестационарных систем. В указанных задачах проведены преобразования к стационарным системам, на основе полученных стационарных систем исследованы управляемость и наблюдаемость, разработаны оптимальные алгоритмы управления и оценивания. Подробно рассмотрена представляющая особый интерес задача стабилизации КА в окрестности коллинеарной точки либрации системы Земля-Луна-КА, находящейся «за Луной». Эффективность предлагаемой методики подтверждена математическим моделированием.

Linear Non-Stationary Systems and Their Application to Problems of Space Dynamics

V.M. Morozov, V.I. Kalenova

Lomonosov Moscow State University, Institute of Mechanics, Moscow, Russia

Various non-stationary problems of control of space dynamics are considered based on linearized models, the observability and controllability of these systems are studied, and optimal control algorithms are developed.

МОДЕЛИ МАКРО И НАНОДЕФЕКТОВ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТЕЛА**М.А. Греков***Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*
E-mail: m.grekov@mail.ru

Прочностные и функциональные свойства реальных материалов во многом зависят от различного рода дефектов, которые возникают как в процессе изготовления, так и в процессе эксплуатации под воздействием внешних полей возмущений (силовых, температурных, электромагнитных, химических и др.). Среди многочисленных дефектов твердых тел значительную долю занимают всевозможные неоднородности (полости, включения, трещины и т. д.), а также дефекты поверхности (шероховатость, локальные выступы и выемки, трещины, резкие изменения геометрии и пр.). К появлению последних особенно чувствительны приборы оптико-электронной промышленности.

В данном докладе представлен обзор теоретических моделей, допускающих в приближении двумерной теории упругости (плоской задачи) использование аналитических методов решения соответствующих краевых задач. Основное внимание уделено моделям, в которых форма поверхности дефектов имеет слабые отклонения от круговой цилиндрической или плоской формы. В частности, представлены такие макродефекты как искривленная межфазная поверхность, криволинейная межфазная трещина и трещина около плоской межфазной поверхности, а также искривления плоской формы поверхности многослойного пленочного покрытия и границы соединения пленки с основанием. Рассмотрены модели дефектов круговой, эллиптической и близкой к круговой формам на наномасштабном уровне; модель нанометровой шероховатости на плоской поверхности тела и межслойной поверхности; модель дефектов в виде краевых дислокаций, взаимодействующих с плоской поверхностью тела на расстоянии нескольких нанометров и др. При нахождении и исследовании напряженного состояния вокруг нанодефектов используется теория поверхностной упругости, основанная на концепции поверхностной энергии Гиббса. Представленные работы объединяет общий подход к решению соответствующих краевых задач. В них сформулированы общие принципы и математические методы построения различных аналитических решений с опорой на теорию аналитических функций, а также унифицированная схема применения специально разработанного метода суперпозиции и метода возмущений границы. Некоторые из перечисленных моделей рассмотрены в работах [1-3].

Литература

1. Греков М.А. Два типа дефектов межфазной поверхности // Прикл. мат. и мех. 2011. Т. 75. В. 4. С. 678-697.
2. Grekov M.A., Kostyrko S.A. A multilayer film coating with slightly curved boundary // Int. J. Eng. Sci. 2015. V. 89. P. 61-74.
3. Grekov M.A., Kostyrko S.A. Surface effect in an elastic solid with nanosized surface asperities // Int. J. Solids. Struct. 2016. V. 96: P. 153-61.

The Models of Macro- and Nanodefects of a Solid**M.A. Grekov***Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

Mechanical and functional properties of real materials depend heavily on different types of defects, such as cavities, inclusions, cracks, asperity of a surface and interface, local valleys and ridges, sharp geometry changes and so on, which can arise during fabrication and thermo-mechanical loads, and under a number of natural phenomena: heat, light, short-wavelength electromagnetic radiation, radioactive emissions, chemicals, mechanical stress, etc. Devices of optoelectronic industry are especially sensitive to appearance of surface defects. The review of theoretical models of various defects, based on analytical methods of solving the corresponding boundary value problems of the 2-D elasticity theory, is presented in the paper. Primary attention is focused on the models in which defects have a surface slightly deviated from a circular cylindrical shape or a planar surface. Curvilinear interface, interfacial and near-interface cracks, surface of multilayer film coating and surface of a substrate are described as the models of macrodefects. The models of circular, elliptical and near circular holes, slightly curved surface and interface, edge dislocations at a nanometer distance from a surface are considered as nanodefects. General principles and mathematical methods applied to constructing various analytical solutions with the theory of analytical functions as a basis, and the scheme of using specially developed superposition method and boundary perturbation method are described.

I

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

THEORETICAL AND APPLIED MECHANICS

К ВОПРОСУ О СИЛАХ ИНЕРЦИИ**Г.Т. Алдошин**

*Балтийский государственный технический университет «Военмех» имени Д.Ф. Устинова,
Санкт-Петербург, Россия
E-mail: kaf_b3@bstu.spb.su*

Уравнения относительного движения материальной точки в неинерциальной системе координат при добавлении к активным заданным силам переносной силы инерции и силы инерции Кориолиса имеют структуру уравнений абсолютного движения [1-2].

Влияние сил инерции проявляется в различных эффектах, поэтому их естественно рассматривать как силы реальные [2]. С другой стороны [1] силы инерции в относительном движении в классической механике не являются реальными, так как для них не выполняется третий закон Ньютона, для этих сил нельзя указать конкретные тела, являющиеся их источниками. Поэтому такие силы являются силами фиктивными. Это различие обусловлено нечёткостью определения переносного движения в кинематике и динамике. В динамике для того, чтобы движение точки было переносным, на неё должна быть наложена связь. Со стороны точки реакция связи вызывает равную и противоположно направленную силу, приложенную к телу – носителю неинерциальной системы координат, так что источником сил инерции является носитель подвижной системы координат. Следовательно, силы инерции должны рассматриваться как силы реальные.

Литература

1. *Седов Л.И.* Очерки, связанные с основами механики и физики. М.: Знание, 1983. 64 с.
2. *Ишлинкий А.Ю.* Два очерка о механике. М.: Институт Проблем Механики. Препринт №287. 1987. 87 с.

On Inertia Forces**G.T. Aldoshin**

Baltic State Technical University "Voenmeh" named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, Russia

The problem of considering forces of inertia as fictitious forces or as real forces is studied.

К ВОПРОСУ О ХАОТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЯХ КАЧАЮЩЕЙСЯ ПРУЖИНЫ**Г.Т. Алдошин, С.П. Яковлев**

*Балтийский государственный технический университет «Военмех» имени Д.Ф. Устинова,
Санкт-Петербург, Россия
E-mail: kaf_b3@bstu.spb.su , yakovlev_sp@mail.com*

Рассматривается динамическая модель качающейся пружины [1] (x, y – безразмерные координаты). Исследуются точные дифференциальные уравнения движения, составленные с учётом геометрической нелинейности системы,

$$\begin{cases} \ddot{x} + \sigma^2(x+1) - (\sigma^2 - 1) \frac{x+1}{\sqrt{(x+1)^2 + y^2}} - 1 = 0; \\ \ddot{y} + \sigma^2 y - (\sigma^2 - 1) \frac{y}{\sqrt{(x+1)^2 + y^2}} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Наличие локального максимума потенциала $\frac{\Pi}{mgl} = \frac{\sigma^2}{2}(R^2 - 1) - (\sigma^2 - 1)(R - 1) - x$ при отношении частот продольных $\omega_1 = \sqrt{k/m}$ и угловых $\omega_2 = \sqrt{g/l}$ колебаний $\sigma = \omega_1/\omega_2 \geq \sqrt{2}$ (рис. 1 а) указывает на возможность локальной хаотизации движения (что подтверждается численным моделированием (рис. 1 б)).

Поскольку неустойчивость системы (причина хаотизации) в данном случае имеет форму внутреннего резонанса порядка $k = 3$ (резонансное отношение частот $\sigma = 2$), следует ожидать развития стохастического аттрактора по сценарию удвоения периода, предсказанному Фейгенбаумом [2]: с увеличением

начальных отклонений в спектре (рис. 1 в) появляется всё большее число высокочастотных гармоник, которые в пределе делают картину явления совершенно нерегулярной.

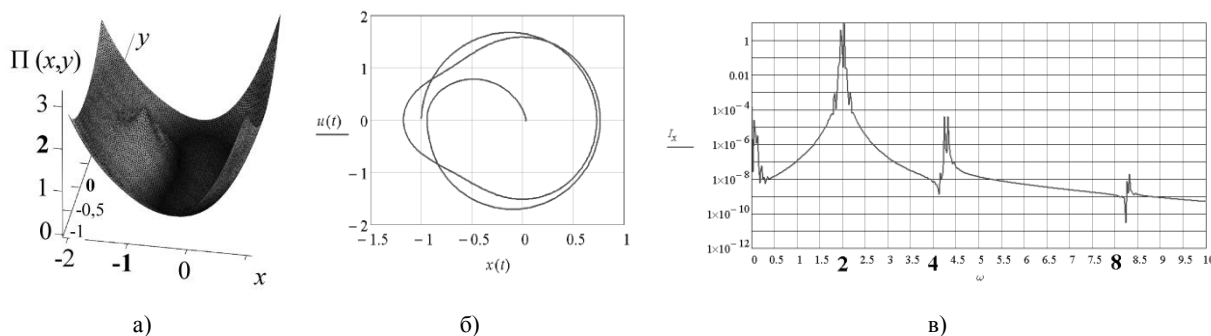


Рис. 1. Характеристики колебательной системы и колебательных процессов: а) поверхность потенциала при $\sigma = 2$, б) фазовый портрет, в) спектр интенсивности вертикального отклонения x .

Литература

1. Петров А.Г. Нелинейные колебания качающейся пружины при резонансе // Известия Академии Наук. МТТ. 2006. №5. С. 119-129.
2. Feigenbaum M. J. Universality gar a Class of Nonlinear Transformation // J. Stat phys. 1978. Vol. 19. №1. P. 25-52.

On the Swinging Spring Chaotic Oscillations

G.T. Aldoshin, S.P. Yakovlev

Baltic State Technical University "Voenmeh" named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, Russia

Chaotic modes of swinging spring oscillations and probable stochastic attractor growth scenario are investigated.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПРИСОЕДИНЕННЫХ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ МОДЕЛЕЙ СУДОВ АДАПТИВНЫМИ И РОБАСТНЫМИ АЛГОРИТМАМИ НА ОСНОВЕ ПРОГРАММНЫХ ДВИЖЕНИЙ

А.С. Алышев^{1,2}, В.Г. Мельников^{2,3}

¹Акционерное общество НАВИС, Санкт-Петербург, Россия

²Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург, Россия

³Санкт-Петербургский горный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: a.alyshv@navisincontrol.com, v.g.melnikov@yandex.ru

Предлагается новый метод для идентификации компонентов симметричного тензора J^* присоединенных моментов инерции. Рассматривается тело в виде корпуса модели судна, закрепленное в специальном испытательном стенде.

Для идентификации осевых моментов инерции по углу крена λ_{44} , дифферента λ_{55} и рыскания λ_{66} последовательно осуществляются программные реверсивно-симметричные двухэтапные неравномерные одноосевые вращательные движения вокруг центра масс судна. Вращательные движения судна с замерах угловых скоростей для первых этапов относительно каждой оси задаются при помощи торсионов. На судне установлены инерционные электроприводы с маховиками, необходимые для осуществления симметрии движений на втором этапе. Направления осей вращения маховиков совпадают с осями связанной с судном системы координат. Параметры электроприводов считаются известными, для идентификации инерционных параметров применяется энергетический подход [1, 2]. В предположении, что работы моментов гидродинамического сопротивления и моментов трения в подвижных элементах на двух симметричных движениях одинаковы, определяются осевые присоединенные моменты инерции.

Для определения центробежного момента инерции λ_{46} совершается двухосевое вращательное движение по углам крена и рыскания с определением работ активных моментов двух электродвигателей. При синтезе регулятора применяется метод последовательного компенсатора с возможностью адаптивной настройки коэффициентов регулятора [3]. Приведена методика проведения эксперимента, расчетные формулы и математическая модель для синтеза системы управления, результаты экспериментов.

Работа поддержана грантами РФФИ 16-08-00997, 17-01-00672.

Литература

1. *Алышев А.С., Мельников В.Г.* Метод идентификации присоединенного момента инерции корпуса судна // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. Т.17. № 4. С. 744–748.
2. Пат. 2 627 023 РФ, МПК 7 G 01 M 1/16 Способ идентификации присоединенного момента инерции тела и устройство для его осуществления / Алышев А.С., Мельников Г.И., Мельников, В.Г.; заявитель и патентообладатель Университет ИТМО. № 2016140451; заявл. 13.10.2016; опубл. 02.08.2017 Бюл. 22. 14 с.
3. *Власов С.М., Борисов О.И., Громов В.С., Пыркин А.А., Бобоцов А.А.* Алгоритмы адаптивного и робастного управления по выходу роботизированным макетом надводного судна. // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17. № 1. С. 18-25.

Adaptive Robust Identification of Added Moments of Inertia of Vessels based on Program Motions

A.S. Alyshev^{1,2}, V.G. Melnikov^{2,3}

¹*Navis Inc., Saint Petersburg, Russia*

²*ITMO University, Saint Petersburg, Russia*

³*Saint Petersburg Mining University, Saint Petersburg, Russia*

Paper proposes a new method for the identification of the components of the added moments of inertia tensor, based on program motion and adaptive robust algorithm. Paper describes an experimental stand, mathematical model with control algorithm and experimental results compared with the method of slices.

The work is supported by RFBR grants 16-08-00997, 17-01-00672.

О ДВИЖЕНИИ ТЕЛА, НЕСУЩЕГО ПОДВИЖНУЮ МАССУ, ПО ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

Б.С. Бардин, А.С. Панёв

Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), Москва, Россия

E-mail: bsbardin@yandex.ru, a.s.panev@gmail.com

Рассматривается движение механической системы, состоящей из твердого тела (корпуса) и материальной точки, движущейся внутри него по окружности, центр которой совпадает с центром масс тела, причем угловая скорость кругового движения точки постоянна. Предполагается, что тело находится на горизонтальной плоскости, трение между корпусом и поверхностью описывается комбинированной моделью сухого кулоновского и вязкого трения. При определенных значениях параметров задачи перемещение внутренней массы приводит к движению корпуса по горизонтальной плоскости.

В предположении о малости диссипации динамика корпуса исследовалась ранее в [1]. При отсутствии вязкого трения подробный анализ периодических режимов движения корпуса был выполнен в [2, 3].

В данной работе исследование динамики корпуса выполнено для произвольных значений параметров задачи. Установлено, что в зависимости от значений параметров возможны три различных типа периодических движений корпуса. Дано полное описание указанных периодических движений и исследована их устойчивость. На основе качественного анализа расширенного фазового пространства системы были сделаны выводы о предельном характере движения корпуса при произвольных начальных скоростях.

Исследование выполнено за счет средств гранта Российского научного фонда (проект № 14-21-00068-П) в Московском авиационном институте (Национальном исследовательском университете).

Литература

1. Болотник Н.Н., Зейдис И.М., Циммерманн К., Ямун С.Ф. Динамика управляемых движений вибрационных систем. // Изв. РАН. ТиСУ. 2006. Т.70, №5. С. 157-167.
2. Бардин Б.С., Панёв А.С. О периодических движениях тела с подвижной внутренней массой по горизонтальной поверхности. // Труды МАИ. 2015. №84.
3. Bardin B., Panev A. On dynamics of a rigid body moving on a horizontal plane by means of motion of an internal particle. // VP Vibroengineering PROCEDIA, 8:135–141, 2016.

On the Motion of a Rigid Body with an Internal Moving Point Mass on a Horizontal Plane

B.S. Bardin, A.S. Panev

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

We deal with mechanical system consisting of a body moving on a horizontal plane and a particle which moves within the body in a circle. We suppose that dry friction acts between the plane and the body and assume that the body moves without jumps on the plane. We study the dynamics of the above system in detail. In particular, we show that, depending on parameters values, motion of the body approaches to one of three periodic modes.

О ДВИЖЕНИЯХ НОСИТЕЛЯ С ПОДВИЖНЫМ ГРУЗОМ ПО НЕГЛАДКОЙ НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ

Г.Г. Бильченко

*Казанский Национальный Исследовательский Технический Университет имени А.Н. Туполева,
Казань, Россия
E-mail: ggbil40@gmail.com*

Рассматривается движение механической системы, состоящей из носителя и груза, движение которого задано. Носитель, который находится на негладкой наклонной плоскости, движется поступательно по прямолинейной траектории по линии наибольшего ската. Ось прямолинейного канала, по которому перемещается груз, располагается в вертикальной плоскости, проходящей через траекторию носителя. Силы сопротивления подстилающей наклонной плоскости движению носителя моделируются силами сухого кулонова трения. Учёт сил трения скольжения в покое определяет предельное значение для угла наклона плоскости.

В развитие работ [1-4] выводятся дифференциальные уравнения движения носителя с грузом, перемещающимся по отношению к носителю по закону $x_2(t) = \ell \cdot \sin(\omega t)$, где $\ell = const$ и $\omega = const$, по негладкой наклонной плоскости с учётом требования о безотрывности движения носителя от наклонной плоскости.

Учитывая необходимые условия движения носителя из состояния покоя, устанавливаются диапазоны для угла установки канала по отношению к носителю с учётом требования о безотрывном движении носителя.

Даётся классификация типов движения носителя, и устанавливаются условия их реализации.

Приводятся результаты вычислительных экспериментов: построены фазовые портреты для некоторых типов движения носителя.

Литература

1. Бильченко Г.Г. Влияние подвижного груза на динамику носителя // Тезисы докладов международной конференции «Конструктивный негладкий анализ и смежные вопросы», посвящённой памяти профессора В.Ф. Демьянова (CNSA–2017, г. Санкт-Петербург, 22-27 мая 2017г.). Ч. 1. СПб.: Изд-во ВВМ, 2017. С. 218-224.
2. Бильченко Г.Г. Анализ влияния подвижного груза на динамику носителя // Материалы XX Юбилейной Международной конференции по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2017, г. Алушта, 24-31 мая 2017г.). М.: Изд-во МАИ, 2017. С. 196-198.
3. Бильченко Г.Г. Влияние подвижного груза на движение носителя // Труды XI Международной Четаевской конференции (Аналитическая механика, устойчивость и управление, г. Казань, 13-17 июня 2017г.). Т. 1. Секция 1. Аналитическая Механика. Казань: Изд-во КНИТУ-КАИ, 2017. С. 37-44.

4. *Bilchenko G.G.* The influence of mobile load on the carrier dynamics // Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics (dedicated to the memory of V.F. Demyanov) (CNSA), Saint Petersburg, Russia, 2017. pp. 1-4. [doi: 10.1109/CNSA.2017.7973939] [<http://ieeexplore.ieee.org/document/7973939/>]

On the Carrier with Mobile Load Motions on the Inclined Plane with Friction

G.G. Bilchenko

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev, Kazan, Russia

The mechanical system consisting of a carrier and a load is considered. The load can move respectively the carrier according to the preset given motion law. The carrier can slope down the plane with friction translationally along rectilinear trajectory that is the line of the greatest descent. The load moves inside the carrier along a rectilinear channel. The axis of the channel is placed in vertical plane containing the carrier trajectory. The Coulomb model is taken for the friction forces on sloped plane. The friction forces in rest taking into account admits to define the plane sloping angle extreme value. The carrier motion differential equations (CMDE) are carried out for the case of the carrier with load sloping down the plane. The CMDE are obtained with respect to condition of its motion without detachment from the plane. The channel inclination angle diapasons are obtained according to the condition of carrier motion without detachment from the sloped plane. The carrier motions type classification is given. The carrier motions type realization conditions are obtained. The computation experiments results are presented: the phase portraits for some types of motions are constructed.

К ВОПРОСУ О ДВИЖЕНИИ ОДНОМЕРНОГО ДВОЙНОГО МАЯТНИКА

С.Н. Бурьян, В.С. Кальницкий

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: st006987@spbu.ru , sergeyburian2010@gmail.com

Рассматривается плоский двойной маятник, незакрепленный конец которого движется по эллипсу. В общем случае конфигурационное пространство данной механической системы представляет собой две непересекающиеся гладкие кривые. Можно подобрать параметры эллипса так, что кривые будут пересекаться или иметь касание первого порядка [1].

В случае касания первого порядка возникает геометрическая неопределенность. Механическая система, подойдя к особой точке с данным вектором скорости, априори может двигаться по двум различным траекториям. Возникает вопрос о том, как движется маятник. Применение методов голономной механики затруднено тем, что в особой точке ранг связей не максимален.

Экспериментально показано, что движение является динамически определенным. Наблюдаемое поведение может быть объяснено как предельное для соответствующих движений в трансверсальном случае.

Были рассмотрены несколько моделей обобщенного дифференциального исчисления на пространствах с особенностями [2-3]. В них дифференциальное уравнение интерпретировалось как векторное поле на обобщенном касательном расслоении. Были выявлены трудности, связанные с возможностью описания кинематики в рассмотренных моделях дифференциального исчисления. Например, векторные поля в слое над особой точкой обязаны быть вертикальными, что не согласуется с наблюдаемым поведением.

Вопрос упирается в построении теоретической модели построения гамильтонова или лагранжева формализма на пространствах с особенностями.

Литература

1. *Burian S.N., Kalnitsky V.S.* The phase space of mechanical system with singularities // The International Scientific Workshop "Recent Advantages in Hamiltonian and Nonholonomic Dynamics": Book of Abstracts. Moscow, Publ. Center ICS, 2017, p. 32-33
2. *Vinogradov A.M.* Logic of differential calculus and the zoo of geometric structures // <http://arxiv.org/abs/1511.06861v1>. 2015.

3. *Batubenge T.A., Sasin W.* An approach to hamiltonian mechanics on glued symplectic pseudomanifolds // *Demonstratio Mathematica*. 2008. Т. XLI. №4. PP. 941-960.

On the Motion of a One-dimensional Double Pendulum

S.N. Burian, V.S. Kalnitsky

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

We consider a flat one-dimensional double pendulum the free end of which moves along an ellipse. It is possible to choose the parameters of the ellipse so that the configuration space of the pendulum should consist of two tangent curves. In this case, a geometric uncertainty arises. The experimental model of the pendulum shows that mechanical system is dynamically determined. The methods of generalized differential calculus are applied to try to explain this fact.

БИФУРКАЦИИ В ДИНАМИКЕ РЕЗОНАТОРА ВОЛНОВОГО ТВЕРДОТЕЛЬНОГО ГИРОСКОПА

Д.Ю. Волков¹, К.В. Галунова²

¹*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*

²*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: dmitrivolkov@mail.ru

В последние активно исследуется и разрабатывается волновой твердотельный гироскоп (ТВГ) [1, 2]. Этот гироскоп отличается простотой конструкции, надежностью, малой энергоемкостью и большим временем работы. ТВГ широко применяется в космической технике [2]. Теория ВТГ описана в [3, 4]. В монографии [4] методом многих масштабов исследована задача о колебаниях резонатора на подвижном основании. В докладе эта задача исследуется методом нормальных форм Пуанкаре. Для четырехмерной системы, описывающей колебания ВТГ, построена нормальная форма и найдены стационарные, периодические и квазипериодические решения. Рассмотрены бифуркации стационарных решений.

Литература

1. *Пешехонов В. Г.* Современное состояние и перспективы развития гироскопических систем // *Гироскопия и навигация*. 2011. №. 1. С. 3-16.
2. *Мейер Д., Розелле Д.* Инерциальная навигационная система на основе миниатюрного волнового твердотельного гироскопа // *Гироскопия и навигация*. 2012. №. 3. С. 45-54.
3. *Журавлев В. Ф., Климов Д. М.* Волновой твердотельный гироскоп. М.: Наука, 1985.
4. *Меркурьев И., Подалков В.* Динамика микромеханического и волнового твердотельного гироскопов. М.: Физматлит, 2008. 228 с.

On Bifurcation in Dynamics of a Resonator of the Wave Solid–State Gyro

D.Yu. Volkov¹, K.V. Galunova²

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

²*Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia*

A mathematical model of the wave solid- state gyro is constructed. The wave pattern of resonant oscillations was studied using the normal form method. Stationary, periodic and quasi – periodic solutions are considered. We discuss the local bifurcations of stationary oscillations.

О МЕХАНИЧЕСКОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ТРАКТРИСЫ**В.А. Диевский***Военный институт Военной академии материально-технического обеспечения
имени генерала армии А.В. Хрулева, Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: victor.dievsky@gmail.com

Математическая постановка задачи о трактрисе, как линии, у которой постоянна длина отрезка касательной от данной точки до точки пересечения её с некоторой осью, хорошо известна (см., напр., [1]).

В механической интерпретации трактрисы речь идёт о поиске траектории, по которой должна перемещаться в горизонтальной плоскости тяжёлая материальная точка, прикреплённая к концу нити постоянной длины, если другой конец этой нити перемещать по некоторой прямой, лежащей в той же плоскости. Часто приводимые примеры: человек тащит собаку или собака человека («собачья кривая»), или катер тянет лодку. Обычно допускаемая авторами решений соответствующих задач логическая ошибка состоит в ничем не обоснованном кинематическом утверждении о том, что если нить всегда натянута, то она направлена по касательной к траектории (см., напр., [2, 3]).

Однако, механическая интерпретация трактрисы именно как «линии влечения» в общем случае неверна.

У точки, движущейся по кривой линии, имеется нормальное ускорение, которое должно создаваться соответствующей силой. Если поверхность гладкая, то этой силы просто нет – траекторией точки будет не трактриса, а циклоида.

Если бы точка двигалась по направляющей, имеющей форму трактрисы, то эта сила была бы реакцией этой направляющей. Если же направляющей нет, то эта сила может быть только силой сопротивления (трения).

В данной работе на основе уравнений динамики подробно рассмотрен вопрос о том, когда такая сила будет нужной (для получения трактрисы или близкой к ней линии) функцией времени.

В некоторых источниках указывается, что траектория будет трактрисой, «если скорость тянущего объекта инфинитезимальна».

В данной работе показано следующее. Критерием близости реальной траектории к трактрисе является малость величины, равной отношению квадрата скорости к произведению коэффициента трения, ускорения свободного падения и длины нити – для сухого трения; и малость величины, равной отношению произведения массы точки и упомянутой скорости к произведению коэффициента сопротивления и длины нити – в случае вязкого сопротивления.

Литература

1. Савелов А.А. Плоские кривые. М.: ГИФ-МЛ, 1960. 294 с.
2. Павленко Ю.Г. Задачи по теоретической механике. М.: Изд-во МГУ, 1988. 344 с.
3. Бражниченко Н.А., Минцберг Б.Л., Морозов В.И. Сборник задач по теоретической механике. Часть II. Л.: Управление военно-морских учебных заведений, 1957. 120 с.

Mechanical Interpretation of Tractrix**V.A. Dievsky***Military Institute (Engineering-Techincal) of Khrulyov Military Academy of Logistics, Saint Petersburg, Russia*

The present work shows that, in order for the actual trajectory to be close to the tractrix, the ratio of squared velocity to the product of coefficient of friction, gravitational acceleration and thread's length has to be small in the case of dry friction, while the ratio of point's mass multiplied by velocity to the product of coefficient of friction and thread's length has to be small in the case of viscous friction.

ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПО ПЛОСКОСТИ С ОРТОТРОПНЫМ АСИММЕТРИЧНЫМ ТРЕНИЕМ

Н.Н. Дмитриев¹, О.А. Силантьева²

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия,

²Simteq BV, Нью-Веннеп, Нидерланды

E-mail: dn7@rambler.ru, olga.silantyeva@gmail.com

Асимметрия силы трения, обусловленная выраженным наклоном неровностей поверхности или преимущественной ориентацией элементов структуры поверхностных слоев контактирующих тел, наблюдается при скольжении твердых тел по направленно-армированным композитам, текстурированным и анизотропным покрытиям на основе оксидов металлов, а также при трении тканей [1], ауксетичных пористых материалов [2] и т.д. Анизотропные свойства сил трения так же наблюдаются при изучении наноструктур, что приводит к необходимости учета этого явления при моделировании наномеханических систем [3].

Особый интерес представляют проявления асимметричного ортотропного трения при движении по инерции на финальном участке траектории. В настоящей работе изучено движение диска, тонкого кольца, тонкой эллиптической пластины и узкой прямоугольной пластины (стержня) по горизонтальной плоскости с асимметричным ортотропным трением при равномерном распределении контактного давления [4, 5].

Определение значений β_* и ϑ_* при варьировании φ_* производилось двумя способами: 1) решением задачи Коши методом Рунге–Кутты с таким подбором начальных условий, чтобы остановка эллиптической пластины или стержня произошла в положении, соответствующем углу φ_* ; 2) решением системы

уравнений: $T_n(\beta_*, \vartheta_*, \varphi_*) = 0$, $\beta_* - \frac{IT_r(\beta_*, \vartheta_*, \varphi_*)}{M(\beta_*, \vartheta_*, \varphi_*)} = 0$. Здесь $T_n(\beta_*, \vartheta_*, \varphi_*)$ – проекция сил трения на ось,

перпендикулярную вектору скорости $\beta = \frac{v}{\omega}$, $T_r(\beta_*, \vartheta_*, \varphi_*)$ – проекция сил трения на ось, совпадающую по направлению с вектором скорости; I и $M(\beta_*, \vartheta_*, \varphi_*)$ – момент инерции и момент сил трения относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости скольжения (звездочки обозначают значения непосредственно перед остановкой тела). Сопоставлением результатов выполнялась проверка полученных значений.

Литература

1. Bueno M.A., Bocquet R., Tournalonias M., Rossi R.M., Derler S. Study of Friction Mechanisms of Hairy Textile Fabrics // Wear. 2013. Vol. 303. P. 343-353.
2. Shil'ko S.V., Petrokovets E.M., Pleskachevsky Yu.M. Prediction of Auxetic Phenomena in Nanoporous Materials // Physica Status Solidi. 2008. Vol. 245. No. 11. P. 2445-2453.
3. Fei Long, Poya Yasaei, Wentao Yao, Amin Salehi-Khojin, Reza Shahbazian-Yassar. Anisotropic Friction of Wrinkled Graphene Grown by Chemical Vapor Deposition // ACS Applied Materials and Interfaces. 2017. 9. 20922 -20927
4. Дмитриев Н.Н., Силантьева О.А. Финальное движение тонкой эллиптической пластины по горизонтальной плоскости с ортотропным трением // Вестник СПбГУ. Сер. 1. 2016. Т. 3 (61). Вып. 1. С. 164-172.
5. Дмитриев Н.Н. Движение стержня со смещенным центром масс по плоскости с анизотропным трением // Трение и износ. 2007. Vol. 28. № 4. 368-374.

Motion of Rigid Bodies on a Plane Surface with Orthotropic Asymmetric Friction

N.N. Dmitriev¹, O.A. Silantyeva²

¹Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

²Simteq BV, Neiw-Vennep, Netherlands

Asymmetry of friction force is observed in directionally-reinforced composites, anisotropic textures of metals, oriented nanostructure and other cases. We studied the motion of a rigid disk, a thin ring, a thin elliptic plate and a narrow perpendicular rod on the horizontal surface with asymmetric orthotropic friction with regular pressure distribution. We investigated equations of motion in order to define instantaneous center of velocity position and velocity vector orientation at the final point using 2 different approaches and compared results.

ИЗМЕНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ СПУТНИКА ЗЕМЛИ В СЛУЧАЕ ЗАКРЕПЛЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ ЕГО УСКОРЕНИЯ

В.В. Додонов, А.О. Ковалев

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: v_dod@mail.ru, a.okovalev@yandex.ru

Рассматривается движение спутника Земли по высокоэллиптической орбите. Изучается возможное движение спутника в случае, если имеющаяся в данный момент времени величина ускорения в дальнейшем не меняется.

Это оказывается эквивалентным наложению на движение спутника линейной идеальной неголономной связи третьего порядка. Рассматривая обобщенную реакцию этой связи как дополнительную неизвестную функцию времени, которую надо отыскивать наряду с обобщенными координатами, находим дальнейшее движение спутника Земли. Приводятся результаты расчетов, выполненных для советских спутников, движущихся по орбите “Тундра”.

Литература

1. Поляхов Н.Н., Зегжда С.А., Юшков М.П. Теоретическая механика. М.: Высшая школа, 2000. 592 с.
2. Зегжда С.А., Солтаханов Ш.Х., Юшков М.П. Неголономная механика. Теория и приложения. М.: Наука, 2009. 344 с.

The Change in Motion of an Earth satellite in Case of Fixing the Value of Its Acceleration

V.V. Dodonov, A.O. Kovalev

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The motion of an Earth satellite along a Highly Elliptical Orbit is considered. The possible motion of a satellite is studied in the case when the value of acceleration at the given time moment does not change in future.

This turns out to be equivalent to the imposition of an ideal third-order constraint on the motion of the satellite. Considering a generalized reaction force of this constraint as an additional unknown function of time, which should be sought along with generalized coordinates, we find the further motion of an Earth satellite. The calculation results performed for the Soviet satellite “Taiga” are presented.

MOVEMENT OF THE EARTH'S SATELLITE AFTER USING NON-HOLONOMIC CONSTRAINT OF THE THIRD ORDER

V.V. Dodonov¹, Sh.Kh. Soltakhanov², M.P. Yushkov¹

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

²*Chechen State University, Grozny, Russia*

E-mail: v_dod@mail.ru, soltakhanov@ya.ru, yushkovmp@mail.ru

Let us imagine the Earth's satellite runs around the Earth on elliptical orbit with variable acceleration. At some point, the amount of acceleration [1] becomes fixed. We will consider the further motion of the satellite.

The fixation of acceleration value of the satellite is equivalent to imposing on its future motion the third-order linear non-holonomic constraint. Therefore, to determine the motion with a constant acceleration modulo, we can use the theory of motion of non-holonomic systems with high-order constraints. In the monograph [2] these two motion theories of similar non-holonomic systems are developed.

In the first theory, the reactions of non-holonomic constraints are considered as additional unknown functions of time (which are to be determined along with generalized coordinates). The combined system of differential equations with a single solution is constructed to find these functions. The second theory is based on the generalized Gauss's principle application [3].

Both theories are used to find the motion of a particular Soviet satellite, since the certain moment of time when its acceleration is fixed. There are the graphs constructed as a result of the numerical solution of the given equations. The found reaction of the introduced non-holonomic constraint might be considered as the sought-for

control force, which can be created and provided by means of additional engine mounted on the satellite. The calculations results of one particular Soviet satellite motion are presented in the report.

References

1. Polyakhov N.N., Zegzhda S.A., Yushkov M.P. Theoretical Mechanics. M.: Vysshaya shkola, 2000. 592 p.
2. Zegzhda S.A., Soltakhanov Sh.Kh., Yushkov M.P. Nonholonomic Mechanics. Theory and Applications. M.: Nauka, 2009. 344 p.
3. Polyakhov N.N., Zegzhda S.A., Yushkov M.P. A Special Form of Dynamical Equations of a Rigid Bodies System // Dokl. ANSSSR. 1989. Vol. 309. № 4. Pp.805-807.

СТАЦИОНАРНЫЕ ДВИЖЕНИЯ ГРЕБНОЙ ЛОДКИ

М.З. Досаев

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия
E-mail: dosayev@imec.msu.ru

Рассмотрена лодка с кривошипно-шатунным гребным механизмом. Лодка снабжена двумя гребными веслами, расположенными симметрично относительно оси симметрии корпуса, которые движутся синхронно.

С применением численно-аналитических методов показано, что зависимость средней скорости корпуса лодки от величины момента двигателя на стационарных режимах движения близка к функции квадратного корня с некоторым множителем, зависящим от параметров модели. Этот результат согласуется с результатами экспериментов.

Steady Motion of a Rowing Boat

M.Z. Dosaev

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

A boat with a crank rowing mechanism is considered. The boat is equipped with two rowing oars positioned symmetrically about the symmetry axis of the shell. Oars move synchronously.

With the use of numerical-analytical methods it is shown that the dependence of the average speed of the boat on the magnitude of the engine torque on stationary modes of motion is close to the square root function with a certain factor depending on the model parameters. This result agrees with the results of the experiments.

О ГАШЕНИИ КОЛЕБАНИЙ ГРУЗА, ПЕРЕНОСИМОГО ПОРТАЛЬНЫМ КРАНОМ

В.Г. Дружинин¹, А.В. Валов²

¹*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*

²*Дальневосточный федеральный университет, Владивосток, Россия*

E-mail: vasily.dr.mob@gmail.com , valov.av@mail.ru

Перемещение контейнера порталным краном можно разбить на четыре этапа: подъем груза на требуемую высоту, быстрое горизонтальное перемещение груза, успокоение возникших колебаний контейнера и установка груза на транспортную платформу. Из экономических соображений второй этап происходит со сравнительно большой скоростью перемещения крана, что вызывает колебания контейнера. Возникшие колебания груза на тросе гасятся во время третьего этапа, по завершению которого груз опускается на платформу контейнеровоза.

Современные российские порты оснащены большим количеством порталных кранов, не имеющих автоматизированных систем гашения колебаний груза. Именно для эксплуатации таких кранов предна-

значен предлагаемый в докладе полуавтоматический способ гашения колебаний контейнера. Метод основан на имитации действий опытных операторов, гасящих колебания за счет подбора скорости крана, равной горизонтальной скорости контейнера при его движении вперед. Составлены уравнения движения рассматриваемой механической системы и программа, обеспечивающая требуемую скорость крана. Управляющий алгоритм был реализован на основе нечеткой логики, это позволило более эффективно реализовать предложенный способ управления. Приведены результаты расчетов.

Литература

1. Поляхов Н.Н., Зегжда С.А., Юшков М.П. Теоретическая механика. 3-е издание. М.: Юрайт. 2012. 592 с.
2. Ландау, Л. Д Теоретическая физика: учеб. пособие / Л.Д. Ландау, Е.М.Лифшиц. В 10 т. Т. 1. Механика. М.: Наука, 2008. 216 с.
3. Неспирный В.Н., Королев В.А. Стабилизация колебаний маятника с подвижной точкой подвеса относительно наклонного равновесия // Механика твердого тела, 2009, вып. 39.

Damping the Fluctuations for Portal Crane

V. Druzhinin¹, A. Valov²

¹Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

²Far Eastern Federal University, Vladivostok, Russia

The report proposes a semi-automatic method for damping the cargo (20', 40' - container) of a portal crane. It is based on the simulation of the actions of experienced operators of port crane. This algorithm was developed with using fuzzy logic. The results of calculations are presented.

ОБОБЩЕННАЯ ФОРМУЛА ВЕКТОРА УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ПОДВИЖНОЙ СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

В.С. Ермолин, Т.В. Власова

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: v.ermolin@spbu.ru , t.vlasova@spbu.ru

Из литературы известны различные способы введения понятия вектора мгновенной угловой скорости. В настоящей работе предлагается способ, основанный на построении общего решения алгебраической системы уравнений в векторном виде. Эта система уравнений связывает вектор функции, задающие движение базиса, и их производные. В качестве подвижной системы координат рассматривается аффинная система с постоянной матрицей метрических коэффициентов. Решением алгебраической системы уравнений является вектор мгновенной угловой скорости, который строится в явном виде и определяется по формуле

$$\vec{\omega} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \vec{e}^i(t) \times \frac{d\vec{e}_i(t)}{dt}. \quad (1)$$

Здесь $\vec{e}_i(t)$, $i = 1, 2, 3$, – основной базис подвижной аффинной системы координат, $\vec{e}^i(t)$, $i = 1, 2, 3$, – базис союзной системы координат.

Формула (1) обобщает полученные ранее результаты, как для базиса аффинной системы координат, так и для ортонормированного базиса. В частности, если основная система координат является ортонормированной, то (1) принимает вид формулы

$$\vec{\omega} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \vec{e}_i(t) \times \frac{d\vec{e}_i(t)}{dt},$$

выведенной в [1, 2].

Литература

1. Ермолин В.С. Каноническое представление мгновенной угловой скорости // Процессы управления и устойчивость. СПб: СПбГУ, 2003. С. 147-153.

2. Ермолин В.С., Королев В.С., Потоцкая И.Ю. Теоретическая механика. Часть I. Кинематика. СПб: СПбГУ, 2012. 225 с.

The Generalized Formula for Angular Velocity Vector of the Moving Coordinate System

V.S. Ermolin, T.V. Vlasova

Saint-Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

There are various ways for introducing the concept of the instantaneous angular velocity vector. In this paper we propose a method based on the construction of general solution for an algebraic system of equations in vector form. These equations connect the function vectors defining the motion of the basis, and their derivatives. The affine system with a constant matrix of metric coefficients is considered as a moving coordinate system. The instantaneous angular velocity vector is a solution of the algebraic system of equations. It is built explicitly and is defined by the formula

$$\vec{\omega} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \vec{e}^i(t) \times \frac{d\vec{e}_i(t)}{dt}. \quad (1)$$

Here $\vec{e}_i(t)$, $i=1,2,3$, is the main basis of the moving affine coordinate system, $\vec{e}^i(t)$, $i=1,2,3$, is the basis of the connected coordinate system.

Formula (1) generalizes the results obtained earlier, both for the affine coordinate system basis and for the orthonormal basis. In particular, if the main coordinate system is orthonormal, then (1) takes the form of the formula

$$\vec{\omega} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \vec{e}_i(t) \times \frac{d\vec{e}_i(t)}{dt},$$

obtained in [1, 2].

РЕЖИМЫ АВТОРОТАЦИИ ВЕРТУШКИ, ИСПОЛЬЗУЮЩЕЙ ЭФФЕКТ МАГНУСА

М.В. Ишханян¹, Л.А. Климина², О.Г. Привалова²

¹Российский университет транспорта (МИИТ), Москва, Россия

²НИИ механики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия
E-mail: m.ishkhanyan@miit-ief.ru, klimina@imec.msu.ru, privalova@imec.msu.ru

Разрабатывая свой известный ротор, Сигурд Савониус учитывал то, что при авторотации возникает боковая сила Магнуса, и предлагал использовать этот эффект для того, чтобы привести в движение основание, несущее ротор. В частности, он отмечал возможность использования S-образных роторов в качестве «парусов» корабля, а также в качестве «лопастей» горизонтально-осевой ветротурбины: в обоих случаях тянущей силой должна была стать сила Магнуса, создаваемая авторотирующим S-ротором [1].

Горизонтально-осевые ветроустановки с «лопастями» в виде роторов Савониуса не получили столь широкого распространения, как сам ротор. Они обсуждались в нескольких работах, содержащих элементы численного (CFD) и экспериментального моделирования [2, 3]. Однако задачи параметрической оптимизации системы не были решены.

В настоящее время рассматривается динамическая система, моделирующая работу энергоустановки указанного типа. Модель воздействия потока заимствована из [4]. Получены условия существования режимов авторотации и исследована их устойчивость. Проведено параметрическое исследование рабочих режимов в зависимости от коэффициента, характеризующего внешнюю нагрузку.

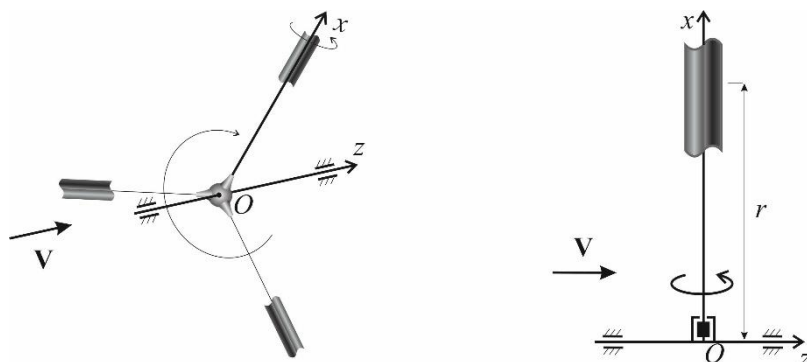


Рис. 1. Схема вертушки и одной из «лопастей».

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ №№ 15-01-06970, 16-31-00374, 17-08-01366.

Литература

1. Savonius S.J. Rotor adapted to be driven by wind or flowing water. Patent US 1697574 A, 1929.
2. Akira I., Kawashim S., Nishizawa Y., Ushiyam, I., Komatinovic, N. A study on Savonius type Magnus wind turbine // Europe premier wind energy event. 2007.
3. Sedaghat A., Samani I., Ahmadi-Baloutaki M., Assad M.E.H., Gaith, M. Computational study on novel circulating aerofoils for use in Magnus wind turbine blades // Energy. 2015, 91, 393–403.
4. Мастерова А.А., Селюцкий Ю.Д. Динамика ветроэнергетической установки на базе ротора Савониуса // Аналитическая механика, устойчивость и управление. Труды XI Международной Четаевской конференции. Т. 2. Казань: Изд-во КНИТУ-КАИ, 2017. С. 231–237.

Авторотационные движения турбины, вызванные эффектом Магнуса

M.V. Ishkhanyan¹, L.A. Klimina², O.G. Privalova²

¹Russian University of Transport (MIIT), Moscow, Russia

²Lomonosov Moscow State University, Institute of Mechanics, Moscow, Russia

The motion of the turbine in the flow is studied. Each blade of the main turbine is represented by a Savonius rotor. Autorotation of Savonius rotors produces the Magnus force that causes the autorotation of the main turbine. Existence and stability of the autorotation are discussed. Parametrical analysis is carried out.

ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ БИФУРКАЦИОННОЙ ДИАГРАММЫ АВТОРОТАЦИОННЫХ РЕЖИМОВ СИСТЕМЫ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ

Л.А. Климина

НИИ механики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: klimina@imec.msu.ru

В работе [1] был предложен метод построения бифуркационных диаграмм периодических решений для динамических систем произвольного порядка, основанный на итерационной процедуре Ньютона–Пикара, и получивший впоследствии широкое распространение. В настоящей работе предлагается альтернативный итерационный подход, имеющий ряд преимуществ по сравнению с [1] для случая системы второго порядка.

Рассматривается механическая система с одной степенью свободы с угловой координатой, находящаяся под действием неконсервативных сил, в том числе силы вязкого трения. Поведение системы описывается дифференциальным уравнением вида:

$$\dot{\varphi} = \omega, \quad \dot{\omega} = \omega f(\varphi, \omega) - b\omega. \quad (1)$$

Здесь точкой обозначена производная по безразмерному времени, b – положительный безразмерный параметр, характеризующий коэффициент вязкого трения. Функция $f(\varphi, \omega)$ 2π -периодическая и непрерывная по φ , а также непрерывная и липшицева по ω в некоторой ограниченной области $\omega \in G$. Требуется установить, существуют ли 2π -периодические траектории системы (1), расположенные в области $\omega \in G$, и описать их при их наличии.

Для поиска периодической траектории $\tilde{\omega}(\varphi; \omega_0)$ с заданным начальным условием $\tilde{\omega}(0; \omega_0) = \omega_0$ и значением $b(\omega_0)$ бифуркационного параметра, при котором она существует, предлагается итерационная процедура, доказательство сходимости которой аналогично доказательству сходимости классического метода Пикара.

Рассматриваются вопросы существования и устойчивости 2π -периодических траекторий, приводятся примеры построения бифуркационных диаграмм периодических траекторий различных механических систем на основе предложенного метода.

Отметим, что предложенная итерационная процедура может рассматриваться как развитие конструктивного метода поиска авторотационных режимов в [2], где исследуемая система была близка к гамильтоновой и удовлетворяла условиям теоремы Пуанкаре–Понтрягина [3].

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 15-01-06970, 16-31-00374, 17-08-01366.

Литература

1. Lust, K., Roose, D. An adaptive Newton–Picard algorithm with subspace iteration for computing periodic solutions // SIAM Journal on Scientific Computing. 1998. Vol. 19, №4, P. 1188–1209.
2. Климина Л.А., Локишин Б.Я. Об одном конструктивном методе поиска ротационных и автоколебательных режимов в автономных динамических системах // Нелинейная динамика. 2017. Т. 13. № 1. С. 25–40.
3. Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г. Теория бифуркаций динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1967. 488 с.

Iterative method of construction of a bifurcation diagram of autorotation motions for a system with one degree of freedom

L.A. Klimina

Lomonosov Moscow State University, Institute of Mechanics, Moscow, Russia

The modification of the Picard approach is suggested that is targeted to the construction of a bifurcation diagram of periodic motions of mechanical system with one degree of freedom. The convergence of the iterative procedure is proved for the case of 2π -periodic trajectories of the system with cylindrical phase space.

ШАРНИРНЫЕ МЕХАНИЗМЫ С ПОЛНЫМ ВНУТРЕННИМ НАПРЯЖЕНИЕМ

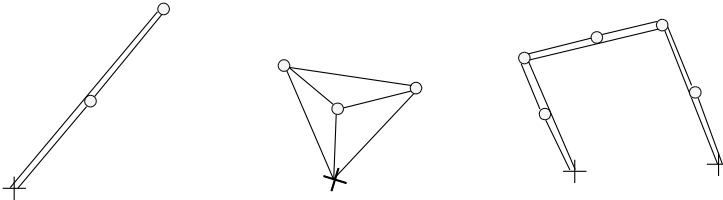
М.Д. Ковалёв

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: mdkovalev@mtu-net.ru

Рассматриваем идеальные плоские шарнирно-рычажные конструкции, составленные из прямолинейных стержней-рычагов, имеющих на своих концах вращательные пары—шарниры. Шарнир p_i мы задаём радиус-вектором p_i его оси. Часть шарниров закреплена в плоскости, их мы называем закреплёнными. Как известно[1], сила, действующая на шарнир p_i со стороны рычага $p_i p_j$, может быть записана как $\omega_{ij}(p_j - p_i)$, где скаляр $\omega_{ij} = \omega_{ji}$ называется внутренним напряжением рычага. Конструкция допускает внутреннее напряжение $\omega = \{\omega_{ij}\}$, если силы, действующие на каждый незакреплённый (свободный) шарнир со стороны смежных ему рычагов, уравновешены. Мы называем конструкцию полностью напряжённой, если внутренние напряжения всех рычагов ненулевые.

На рисунке изображены три шарнирных механизма, в каждом своём положении обладающие одним и тем же полным внутренним напряжением. Закреплённые шарниры обозначены крестиками, свободные – кружочками. Движения двух левых механизмов суть вращения вокруг закреплённого шарнира. Во всех трёх примерах имеются части шарнирного механизма (может и совпадающие со всем механизмом), состоящие из нескольких рычагов и движущиеся как жёсткое целое. Возникает вопрос: возможны ли примеры полностью напряжённых механизмов, у которых все углы между смежными рычагами изменяются при движении механизма?



Легко понять, что если такой механизм существует, то число рычагов, смежных каждому свободному его шарниру, не менее четырёх. Иначе не будет равновесия сил в этом свободном шарнире при движении.

Конструкция с такой структурной схемой наверняка имеет так называемые избыточные связи. Однако, есть возможность выбором длин рычагов превратить её в механизм. Интересно, что вопрос остаётся открытым даже для конструкций с простейшей структурной схемой [1], удовлетворяющей вышеприведённому условию. То есть, схемой, получающейся из полного двудольного графа $K_{4,4}$ закреплением двух шарниров из разных его долей.

В докладе показано, что ответ на этот вопрос зависит от симметрической матрицы напряжений, доказана теорема, из которой следует, при каких условиях отсутствуют интересующие нас механизмы.

Литература

1. Ковалёв М.Д. О восстановимости шарнирников по внутренним напряжениям // Известия РАН Сер. Матем. 1997. Т. 61. №4. С. 37-66.

Bar and Joint Linkages with a Complete Self Stress

M.D. Kovalev

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

The following question is investigated: is there any bar and joint planar linkage with every bar having the same nonzero stress in each position of the linkage, and with every angle between adjacent bars being variable?

О ДВУХ СЕМЕЙСТВАХ ЭКОНОМИЧНЫХ СХЕМ ПЯТОГО ПОРЯДКА РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Н.А. Коврижных, А.С. Еремин

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: sagoyewatha@mail.ru, a.eremin@spbu.ru

Использование структурных особенностей систем ОДУ позволяет конструировать экономичные схемы их интегрирования [1, 2]. К примеру, для разделяющихся систем вида

$$\begin{cases} y_1'(x) = f_1(x, y_2(x)), \\ y_2'(x) = f_2(x, y_1(x)), \end{cases}$$

где $y_1, f_1 \in \mathbb{R}^m$ и $y_2, f_2 \in \mathbb{R}^n$, удаётся построить схемы явных методов типа Рунге–Кутты пятого порядка, использующие лишь четыре вычисления правой части СОДУ, тогда как классические методы требуют шесть вычислений [3].

Системами указанного вида часто могут быть описаны динамические модели в механике, не содержащие зависимости ускорений от скоростей. Также системы такого вида возникают, например, при решении задач линейного оптимального быстродействия [4].

Система условий пятого порядка для четырёхэтапных схем интегрирования разделяющихся переменных состоит из 34 алгебраических уравнений с 24 неизвестными [4]. В работе в явном виде получены два однопараметрических семейства решений этой системы. При этом с помощью выбора свободного параметра возможно получать схемы, обладающие различными вычислительными свойствами. Для каждого найденного семейства выбраны оптимальные схемы в смысле минимизации локальной погрешности на шаге. Произведены численные эксперименты, продемонстрировано преимущество полученных схем в сравнении с уже известными одношаговыми схемами того же порядка.

Литература

1. Eremin A.S., Kovrizhnykh N.A. Continuous Extensions for Structural Runge–Kutta Methods // ICCSA 2017. LNCS, vol. 10405, pp. 363–378.
2. Olemskoy I.V., Eremin A.S., Kovrizhnykh N.A. Embedded methods of order six for special systems of ordinary differential equations // Appl. Math. Sci. 2017. vol. 11, no. 1, pp. 31–38.
3. Бубнов В.П., Еремин А.С., Коврижных Н.А., Олемской И.В. Сравнительное исследование преимуществ структурных методов численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений // Труды СПИИРАН. 2017. Вып. 53. С. 51–72.
4. Олемской И.В. Методы интегрирования систем структурно разделенных дифференциальных уравнений // СПб: СПбГУ, 2009. 179 с.

On Two Families of Efficient Fifth-Order Schemes for Solving ODE Systems

N.A. Kovriznykh, A.S. Eremin

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Two families of fifth-order structural Runge–Kutta methods are found. Each family allows us to choose the scheme with the best numerical problems. For each family the scheme with minimal local error is found. Proposed schemes demand four computations of ODE’s right-hand side, while «classical» schemes demand six ones. The comparison with classical and Runge–Kutta–Nyström fifth-order methods is done and the better performance for test problems is demonstrated.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕОРЕМЫ ОБ ИЗМЕНЕНИИ ПОТОКА ЭНЕРГИИ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ АБСОЛЮТНО-УПРУГОГО УДАРА ТРЕХ ТОЧЕЧНЫХ МАСС

И.Г. Коляри

Омский государственный технический университет, Омск, Россия

E-mail: Cagliari@list.ru

Предлагаемая теоретическая модель позволяет решить проблему абсолютно упругого удара трех тел (трех точечных масс). Дано решение задачи при ударе вдоль одной линии, а также на плоскости. Предлагаемая модель расчета скоростей при ударе трех тел согласуется с динамической моделью для тех же тел, использующей основное уравнение динамики. Предлагаемая модель позволяет вычислить не только модули скоростей разлетающихся тел на плоскости, но и углы между импульсами (или скоростями) тел, которые тела имеют после соударения.

В основе решения задачи лежит теорема об изменении потока энергии

$$d\left(\frac{m\vec{v}^3}{3!}\right) = \frac{1}{2!}\vec{v} \cdot (\vec{F} \cdot \vec{v}) dt, \quad (1)$$

и закон сохранения потока энергии до и после удара трех абсолютно упругих твердых тел

$$\sum_{i=1}^3 \frac{m_i \vec{v}_i^3}{3!} = const. \quad (2)$$

Показано, что при динамическом подходе, используя основное уравнение динамики для всей системы, недостаточно учитывать, что в момент разрыва потенциальная энергия системы равна нулю. Такой подход ведет к ошибочному результату. Необходимо, чтобы во время разрыва системы сохранялся и поток энергии, который был изначально.

The Use of the Energy Flow Change Theorem in Solving the Problem of Perfectly Elastic Collision of Three Mass Points

I.G. Kolyari

Omsk State Technical University, Omsk, Russia

The proposed theoretical model allows us for the perfectly elastic collision of three bodies (three mass points) to calculate:

- the definite value of the three bodies' projected velocities after the collision with a straight line, along which the bodies moved before the collision;
- the definite value of the scattering bodies' velocities on the plane and the definite value of the angles between the bodies' momenta (or velocities), which the bodies obtain after the collision when moving on the plane.

The proposed calculation model of the velocities of the three collided bodies is consistent with the dynamic model of the same bodies' interaction during the collision, taking into account that the energy flow is conserved for the entire system before and after the collision. It is shown that under the perfectly elastic interaction during the collision of three bodies the energy flow is conserved in addition to the momentum and energy conservation.

О СУЩЕСТВОВАНИИ ЛИУВИЛЛЕВЫХ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧЕ О КАЧЕНИИ ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ ПО СФЕРЕ

А.С. Кулешов

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: kuleshov@mech.math.msu.su

Задача о качении без скольжения динамически симметричного тела, ограниченного поверхностью вращения, по неподвижной поверхности является одной из классических задач механики неголономных систем. В 1897 году С.А. Чаплыгин в работе [1] установил, что в случае качения тяжёлого тела вращения по горизонтальной плоскости решение соответствующей задачи сводится к интегрированию одного линейного дифференциального уравнения второго порядка относительно компоненты угловой скорости тела в проекции на его ось симметрии. В 1909 году П.В. Воронцов в работе [2] показал, что рассуждения С.А. Чаплыгина без изменений переносятся на случай качения тела вращения по поверхности сферы, если приложенные к твёрдому телу силы имеют равнодействующую, приложенную к центру масс G тела, направленную к центру O опорной сферы, и зависящую только от расстояния между точками G и O . В этом случае задача также сводится к интегрированию одного линейного дифференциального уравнения второго порядка.

В данной работе рассматривается задача о качении тела вращения по поверхности сферы при условиях П.В. Воронцова. Получено линейное дифференциальное уравнение второго порядка, к которому сводится решение задачи. При помощи алгоритма Ковачича [3,4] исследован вопрос о существовании лиувиллевых решений в данной задаче в случае, когда катящееся твердое тело представляет собой динамически симметричный шар, параболоид вращения и эллипсоид вращения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 16-01-00338 и 17-01-00123).

Литература

1. Чаплыгин С.А. О движении тяжёлого тела вращения на горизонтальной плоскости // Труды отделения физических наук Общества любителей естествознания, антропологии и этнографии. 1897. Т. 9. Вып. 1. С. 10-16.
2. Воронцов П.В. К задаче о движении твердого тела, катящегося без скольжения по данной поверхности под действием данных сил // Киев: Типография университета Св. Владимира. 1909. 11 с.

3. Kovacic J. Algorithm for solving second order linear homogeneous differential equations // Journal of Symbolic Computation. 1986. Vol. 2 P. 3-43.
4. Кулешов А.С., Черняков Г.А. Применение алгоритма Ковачича для исследования задачи о движении тяжёлого тела вращения по абсолютно шероховатой плоскости // Вестник Санкт – Петербургского университета. Серия 1. Математика, механика, астрономия. 2013. Вып. 4. С. 93-102.

Existence of Liouvillian Solutions in the Problem of Motion of a Rotationally Symmetric Body on a Sphere

A.S. Kuleshov

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

The problem of rolling without sliding of a rotationally symmetric rigid body on a sphere is considered. The rolling body is assumed to be subjected to the forces, the resultant of which is directed from the center of mass G of the body to the center O of the sphere, and depends only on the distance between G and O . In this case the solution of this problem is reduced to solving the second-order linear differential equation over the projection of the angular velocity of the body onto its axis of symmetry. Using the Kovacic algorithm we search for Liouvillian solutions of the corresponding second-order differential equation in the case, when the rolling body is a dynamically symmetric ball, a paraboloid, an ellipsoid etc.

This research was supported financially by the RFBR (projects № 16-01-00338 and № 17-01-00123).

ФОРМАЛИЗОВАННЫЙ ПОДХОД К ОПИСАНИЮ АДАПТИВНОГО МАНИПУЛЯТОРА

С.Е. Купцова, А.В. Орехов, Н.А. Степенко

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: sekuptsova@yandex.ru, a_v_orehov@mail.ru, nick_st@mail.ru

В статье излагается общий подход к реализации идеи описания адаптивного манипулятора (АМ), который отличается большей степенью абстракции от предложенных ранее [1-3]. Идеологической основой подхода к проблеме признаётся необходимость контроля за выполнением операций манипулятора со стороны его внутренних обратных связей, описанных в самом общем виде. Контроль должен осуществляться посредством организации системы датчиков и внутренних обратных связей.

Строится формальное описание адаптивного манипулятора и условий его функционирования. Конечной целью формализации является определение адаптивного манипулятора, который позволяет предложить простой и экономичный принцип создания конкретной модели манипулятора для всех возможных случаев.

Адаптивным в классе случайных возмущений назовём манипулятор, для которого любому вектору управления f можно поставить в соответствие технологическую стратегию F такую, что расстояние $dist(F, f) < \varepsilon$, где отклонение ε определяется через технологические допуски и функционирование манипулятора.

Используя построенный формальный аппарат, предлагается принцип оптимального очувствления манипулятора [4], а также предлагается общий принцип адаптации манипулятора в предложенном формализованном описании:

под действием случайного возмущения происходит отклонение параметров АМ от технологических;

АМ возвращается в близкое состояние для момента сбоя в работе;

после АМ продолжает работу в технологическом режиме.

Если рассмотреть время работы манипулятора в технологическом режиме как непрерывное, то получим последовательность операций, близкую к технологической стратегии.

Литература

1. Вукобратович М., Стокич Д., Кирчански Н. Неадаптивное и адаптивное управление манипуляционными роботами. Мир книги, 1989. 376 с.
2. Конюх В.Л. Основы робототехники. Феникс, 2008. 281 с.

3. Дунская Н.В., Пятницкий Е.С. Адаптивное управление манипулятором (алгоритмы обучения движению) // Автомат. и телемех. 1983, № 2. С. 124–134.
4. Попов А.В., Юревич Е.И. Роботы с силовым очувствлением. СПб: Астерион. 2008.

Formalized Approach to the Description of the Adaptive Manipulator

S.E. Kuptsova, A.V. Orekhov, N.A. Stepenko

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The article presents a general approach to the realization of the idea of creating an adaptive manipulator. The basis of the approach is the need to monitor the execution of manipulator operations from its internal feedbacks. The control should be carried out by means of the organization of a sensor system and internal feedbacks of the manipulator. First of all, a formal description of the adaptive manipulator and the conditions for its operation is constructed. A theoretical study of the control system of a multi-link manipulator under the influence of random perturbations is carried out. Using the constructed formal apparatus, the principle of optimal manipulation of the manipulator is proposed.

ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ УРАВНЕНИЙ ПУАНКАРЕ

Р.П. Мошкин

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: rmoshkin@yandex.ru

Имеется целый ряд различных видов уравнений движения неголономных систем. Рассмотрим основные из них и покажем, что они могут быть получены из уравнений Маджи. Выведем наиболее употребительные формы записи уравнений движения неголономных систем из уравнений Маджи.

Ранее [1-3] прямыми вычислениями была показана эквивалентность уравнений Пуанкаре движения неголономных систем уравнениям Чаплыгина, Аппеля, Гамеля, Вольтерры, Ферреса и некоторым другим уравнениям. Эквивалентность уравнений движения в квазикоординатах уравнениям Аппеля, а также уравнениям Чаплыгина была доказана в [6] выводом этих групп уравнений из принципа Даламбера-Лагранжа. Уравнения Воронца выведены из уравнений Пуанкаре в [4].

Покажем, что уравнения Пуанкаре эквивалентны некоторым другим видам уравнений движения неголономных систем.

При выводе уравнений движения А. Пуанкаре использовал теорию групп. Подход Пуанкаре в дальнейшем был развит в работах Н.Г. Четаева, Л.М. Мархашова, В.В. Румянцева, Фама Гуена. Они распространили уравнения Пуанкаре на случай, когда коэффициенты C_{σ}^{ρ} непостоянны и движение происходит под действием как потенциальных, так и непотенциальных сил. Полученные ими уравнения, описывающие движение неголономных систем, называются *уравнениями Пуанкаре-Четаева* [4, 13].

Литература

1. Фам Гуен. Об уравнениях движения неголономных механических систем в переменных Пуанкаре-Четаева // ПММ.-1967.-Т. 31, вып. 2.-С. 253-259.
2. Фам Гуен. К уравнениям движения неголономных механических систем в переменных Пуанкаре-Четаева // ПММ.-1968.-Т. 32, вып. 5.-С. 804-814.
3. Фам Гуен. Об одной форме уравнений движения механических систем // ПММ.- 1969.-Т. 33, вып. 3.-С. 397-402.
4. Румянцев В.В. Об уравнениях Пуанкаре-Четаева // ПММ.-1994.-Т. 58, вып. 3. - С. 3-16.
5. Maggi G.A. Da alcune nuove forma della equazioni della dinamica applicabile ai sistemi anolonomi // Atti della Reale Acad. Naz. dei Lincei. Rend. Cl. fis. e math. Ser. 5. 1901.- V. 10, № 2.- P. 287-291.
6. Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. Динамика неголономных систем.- М.: Наука, 1967.-519 с.
7. Volterra V. Sopra una classe di equazioni dinamiche // Atti della R. Accad. delle sci. di Torino.- 1897.-Т. 33.-P. 451-475.
8. Kane T.R. Dynamics of nonholonomic systems // Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech.- 1961.-V. 28, № 4.- P. 574-578.
9. Румянцев В.В. Об общих уравнениях динамики. // Нелинейная механика/Под ред. В.М. Матросова, В.В. Румянцева, А.В. Карапетяна. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. - 432 с. - ISBN 5-9221-009-2.
10. Чаплыгин С.А. О движении тяжелого тела вращения на горизонтальной плоскости //Тр. отд. физ. наук Общ-ва люб. естествозн. 1897. Т. 9. Вып. 1. (См. собр. соч. Т. 1. 1948).

11. *Воронец П.В.* Об уравнениях движения для неголономных систем // Матем. сб. Моск. Матем. общ. 1901. Т. 22. Вып. 4.
12. *Новоселов В.С.* Применение нелинейных неголономных координат в аналитической механике // Уч. зап. ЛГУ. 1957. № 217. Вып. 31.
13. *Четаев Н.Г.* Об уравнениях Пуанкаре // Прикладная математика и механика. Т. V. 1941. вып. 2. С. 253-262.
14. *Hamel G.* Nichtholonome Systeme höherer Art // Sitzungberichte der Berliner Mathematischen Gesellschaft. 1938. Bd. 37. S. 41-52.
15. *Hamel G.* Die Lagrange-Eulerischen Gleichungen der Mechanik // Zeitschrift für Mathematik und Physik. 1904. bd. 50. S. 1-50.
16. *Poincaré H.* Sur une forme nouvelle des équations de la mécanique // Comptes Rendus. 1901. Vol. 132. P. 369-371.
17. *XLV International Summer School-Conference «Advanced Problems in Mechanics» 2017*, Russia, St. Petersburg, June 22-27, 2017.
18. *Международная конференция «Фундаментальные и прикладные задачи механики (Fundamental and applied problems of mechanics FAPM-2017)»*, посвященная 170-летию со дня рождения великого русского ученого Николая Егоровича Жуковского, Москва, 24 - 27 октября 2017 г.

The Equivalence of the Equations of Poincare

R.P. Moshkin

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

There are a number of different types of equations of motion of nonholonomic systems. Consider the main ones and show that they can be obtained from the equations of Maggi. We derive the most common form of writing the equations of motion of nonholonomic systems from Maggi's equations.

ОСОБЕННОСТИ РАБОТЫ ДГК ПРИ СИЛЬНЫХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯХ

О.П. Нестерова¹, А.М. Уздин¹, М.Ю. Федорова²

¹*Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Санкт-Петербург, Россия*

²*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*
E-mail: uzdin@mail.ru, mgfed@mail.ru

При сильных землетрясениях в конструкциях сооружений возникают пластические деформации, трещины и разрушение отдельных элементов. Применение ДГК позволяет существенно снизить повреждаемость защищаемого объекта. Однако эффективность применения ДГК будет снижаться, что связано с повреждением сооружения и изменением периода его колебаний, приводящими к выходу ДГК из режима гашения. Работа конструкции при сильных землетрясениях характеризуется нелинейной диаграммой деформирования, в статье рассмотрено два типа нелинейности.

Первый тип нелинейности – упругопластический, при котором в элементах конструкции возникают пластические деформации, а при разгрузке свойства восстанавливаются. К числу таких диаграмм относятся диаграмма Прандтля с упрочнением, диаграмма Рамберга-Осгуда и др. Для задач с такой нелинейностью существуют АЧХ и резонансные частоты колебаний. При этом можно подобрать наиболее опасные для сооружения акселерограммы.

Второй тип нелинейности – это нелинейность с деградирующей жесткостью и зависимостью поведения от общей истории нагружения. К числу таких моделей относятся модель Кирикова–Аманкулова, где поведение зависит от максимального за историю нагружения смещения. Такие системы не имеют АЧХ и резонансной частоты. Период колебаний такой системы постоянно увеличивается в процессе нагружения системы, а частота снижается до нуля в момент обрушения.

В рассматриваемых случаях при исследовании работы системы с ДГК авторами предложены новые критерии эффективности. К ним относятся работа сил пластического деформирования для первого типа нелинейности, позволяющая выявить возможность прогрессивного обрушения или малоциклового усталости конструкций сооружения. Для систем с деградирующей жесткостью в качестве критерия выступает период колебаний системы и время до обрушения несущих конструкций сооружения. Рассчитаны параметры ДГК с максимальной эффективностью.

Features of Tuned Mass Damper Behavior under Strong Earthquakes

O.P. Nesterova¹, A.M. Uzdin¹, M.Yu. Fedorova²

¹Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University, Saint Petersburg, Russia

²Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Plastic deformations, cracks and destruction of structure members appear in the constructions under strong earthquakes. Therefore constructions are characterized by a nonlinear deformation diagram. Two types of construction non-linearity are considered in the paper.

The first type of nonlinearity is elastoplastic one. In this case, plastic deformations occur in the structural elements, and when the element is unloaded, its properties restore. Among such diagrams are the Prandtl diagram, the Prandtl diagram with hardening, the Ramberg-Osgood diagram and others.

The second type of nonlinearity is nonlinearity with degrading rigidity and dependence of behavior on the general loading history. The Kirikov-Amankulov model is one of such ones. Its behavior depends on the maximum displacement in the stress history.

In the cases under consideration, when investigating the system with MD behavior, the authors proposed new efficiency criteria. These include the work of plastic deformation forces for the first type of nonlinearity, which determines the possibility of progressive collapse or low cycle fatigue of the structure members. The period of system oscillations and the time to collapse of the structural support members are the criterion for systems with degrading rigidity.

LIMIT CYCLES OF A DOUBLE OSCILLATOR COLLIDING WITH A RIGID OBSTACLE

M. Pascal¹, S.Ya. Stepanov²

¹IBISC, Universite d'Evry Val d'Essonne, Evry, France

²Dorodnicyn Computing Center, Federal Research Center "Computer Science and Control" of RAS,
Moscow, Russia

E-mail: madeleine.pascal3@wanadoo.fr, stepsj@yandex.ru

Non smooth dynamical systems are related to force or motion characteristics which are non continuous. One example of them is dry friction oscillators. Another kind of non smooth systems is vibrating systems with clearance between the moving parts. In many industrial applications like brake systems, machine tools or turbo machines, the combined actions of dry friction and impact induce some undesirable effects. Non smooth systems are very complex and they are usually modelled as spring mass oscillators. In the past, such systems have been the subject of several investigations, mainly in the case of a one degree of freedom systems [1]. For multi degrees of freedom systems, very often, only numerical methods have been used [2]. However, in [3], a two degree of freedom oscillator with a colliding component is considered and several results about the existence of periodic motions are obtained in analytical form. On the other hand, double dry friction oscillators have been considered in [4]. Assuming that the friction forces are modelled by Coulomb's laws, closed-form solutions including stick-slip phases are presented.

In this paper, a two-degrees-of freedom oscillator excited by dry friction and in presence of a rigid obstacle is considered (Fig.1). The system consists of two masses m_1, m_2 connected by linear springs of stiffness k_1, k_2 . The two masses are in contact with a driving belt moving at a constant velocity v_0 . Friction forces F_1, F_2 acts between the masses and the belt. Moreover, the second mass can collide with a fixed rigid obstacle.

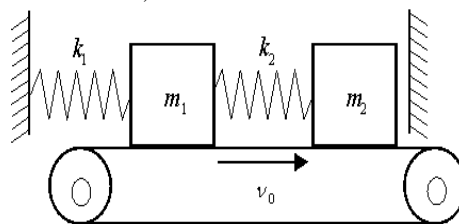


Fig. 1. Description of the model.

Several periodic orbits including contact against the fixed obstacle followed by slip and stick phases are obtained in analytical form.

References

1. *S.W. Shaw and P.J. Holmes*. A periodically forced piecewise linear oscillator // *J. of Sound and Vibration*, 90 (1), (1983), 129-15.
2. *J.O. Aidanpan and R. D. Gupta*. Periodic and chaotic behavior of a threshold-limited two degree of freedom system // *J. of Sound and Vibrations*, 165 (2), (1993), 305-327.
3. *M. Pascal*. Dynamics and stability of a two degree of freedom oscillator with an elastic stop // *J. of Computational and Nonlinear Dynamics*, 1, (1), (2006), 94-102.
4. *M. Pascal*. Dynamics of coupled oscillators excited by dry friction // *ASME J. of Comput. Nonlinear Dyn.* 3 (3), (2008), 20-26.

О ВЛИЯНИИ ВНЕШНЕГО ПЕРИОДИЧЕСКОГО ВОЗМУЩЕНИЯ НА ФРИКЦИОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ДВОЙНОГО ОСЦИЛЛЯТОРА

М. Паскаль¹, С.Я. Степанов²

¹Университет Эври, Франция,

²Вычислительный центр им. А.А. Дородницына Федерального исследовательского центра
«Информатика и управление» РАН, Москва, Россия
E-mail: madeleine.pascal3@wanadoo.fr, stepsj@ya.ru

В предыдущей работе авторов [1] были выявлены различные формы периодических колебаний двойного осциллятора, подверженного действию силы сухого трения от контакта с движущимся основанием и внешнему периодическому возмущению. Выделены некоторые классы периодических движений, представляющих интерес с точки зрения различных специальных технических требований.

В настоящей работе исследуется механизм взаимодействия фрикционных автоколебаний и вынужденных колебаний двойного осциллятора. Построены диаграммы зависимости параметров колебаний от параметров системы при их непрерывном изменении от системы с трением без периодического возмущения к системе с периодическим возмущением, но без трения.

Приведены также последовательные серии фазовых портретов, отражающих изменение формы колебаний и перехода от вынужденных колебаний к автоколебаниям. Исследованы необходимые условия устойчивости в зависимости от параметров и даны некоторые рекомендации по использованию полученных результатов на практике.

Литература

1. *Pascal M., Stepanov S.Ya.* Periodic motions of Coupled Oscillators Excited by Dry Friction and Harmonic Force // *Applied Non-Linear Dynamical Systems. Seria Springer Proceedings in Mathematics & Statistics*. Springer International Publishing AG Berlin Berlin, 2014. Т. 93, pp. 407-414.

On the Influence of External Periodic Perturbation on the Friction Oscillations of a Double Oscillator

M. Pascal¹, S.Ya. Stepanov²

¹Universite d'Evry, France

²Dorodnicyn Computing Center, Federal Recherche Center "Computer Science and Control" of RAS,
Moscow, Russia

In the previous work [1] we revealed various forms of periodic oscillations of a double oscillator under the action of dry friction force, from contact with a moving base, and an external periodic excitation. Some classes of periodic motions are of interest from the point of view of various special technical requirements.

Here we investigate the mechanism of interaction of frictional self-oscillations and forced oscillations for this system. The diagrams of the dependence of oscillation parameters on parameters of the system are constructed for a continuous variation parameters of the system from a system with friction without periodic perturbation to a system without friction but with periodic perturbation.

Consecutive series of phase portraits reflecting the change in the shape of the oscillations and the transition from forced oscillations to self-oscillations are also presented. The necessary conditions of stability are investigated depending on the parameters and some recommendations are given on the use of the obtained results in practice.

УСТОЙЧИВОСТЬ ПРЕЦЕССИЙ НЕУРАВНОВЕШЕННОГО РОТОРА В МАССИВНЫХ НЕЛИНЕЙНО-УПРУГИХ ОПОРАХ

И.А. Пасынкова, П.П. Степанова

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: iapasynkova@gmail.com , polinastepanova@ya.ru

В работе рассматриваются симметричные прецессии неуравновешенного ротора, укрепленного на гибком безмассовом валу, установленном в массивных нелинейно-упругих опорах. Система «ротор-опоры» имеет 8 степеней свободы. На систему действуют силы внутреннего и внешнего трения.

Для нелинейных характеристик опор типа Дуффинга исследована устойчивость системы. Найдена граница возбуждения автоколебаний, показаны различные хаотические режимы. Результаты подтверждены численным интегрированием.

Литература

1. *Пасынкова И.А.* Динамика прецессионного движения неуравновешенного ротора. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2014. 238 с.
2. *Степанова П.П.* Прецессии неуравновешенного ротора в массивных нелинейно-упругих опорах // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер.1. 2012. Вып. 4 С. 125-132.

On the Stability of an Unbalanced Rotor in Massive Non-Linear Compliant Supports

I.A. Pasyukova, P.P. Stepanova

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Symmetrical precessions of an unbalanced rotor with a flexible massless shaft mounted in massive non-linear compliant supports are studied. The system “rotor – supports” has eight degrees of freedom. Internal and external friction are taken into account.

Stability of the system is studied in case of Duffing type non-linear compliant supports. Autovibrations and chaotic vibrations are obtained. The results are confirmed by numerical check.

DEVELOPMENT AND VALIDATION OF A NEW KIND COUPLING ELEMENT FOR WHEEL-HUB MOTORS

S. Perekopskiy, R. Kasper

Institute of Mobile Systems, Otto von Guericke University, Magdeburg, Germany

E-mail: ims.mtk@ovgu.de

There are over one billion motor vehicles in the world nowadays. The number of cars is going up steadily, and it is expecting to double to 2030th [1]. Therefore, modern vehicle industry aims efforts to decrease emissions of carbon dioxide, hazardous substances and noise pollution. At the same time, the fuel consumption should be reduced. Modern combustion engines use biofuels to increase the efficiency of such kind of technologies and reduce amounts of the polluting emissions. However, another way for achieving this goal is the solution based on the electrical motors.

Electric motors are free of local emissions and low-noise. They are almost maintenance-free and durable. E-motors have a high torque over the entire speed range, a high efficiency and electrical energy can be recuperated by driving downhill or during braking. Electric motors require less space and weight than combustion engines, but an additional space for a large battery is needed [2].

Nowadays there are many electric drive developments and there are a big variety of different variants of designs for the electric vehicles in the world. Wheel-hub motors are an ideal driving concept for electric vehicles because the losses by the transmission of the driving power are minimized through the direct connection of the motor and wheels and no extra space is needed outside the wheel.

The wheel-hub motor is a complex mechatronic system. The basic idea is to install electric motor in a vehicle wheel. Such kind of electric machine was developed at the Otto-von-Guericke-University Magdeburg, Germany. Patented air-gap winding mounted on the stator surface makes it possible to realise a small air gap, which results a high effective magnetic flux density. In this case only small back irons in rotor and stator are needed [3]. Thus, a huge amount of iron can be reduced compared to conventional designs. As a result, it could be designed an ultra-lightweight wheel-hub motor.

One of the most important parameters for the wheel-hub motor is the air gap between the stator winding and the magnets of the rotor, which must not be less than a minimum in all driving situations and loads. In order to minimize the influence of external loads on the air gap while full driving torque will be carried, an elastic coupling element is inserted. This coupling element represents an elastic body, that has to decouple the wheel and motor by side, front and vertical loads due to driving maneuvers of the vehicle. The next requirement to the coupling element is high torsional strength caused by functional use of wheel-hub motor.

This article describes the development and validation for coupling element for the wheel-hub motor. To find a suitable coupling concept first the kinematic structure of the motor was analyzed and possible designs of the coupling element checked. The analytical approach for coupling element describes a potential of the bearing loads. The generated concept design of the geometry is based on the results from the analytical calculations. The optimization of geometry with target to develop a lightweight coupling element was evaluated by FEM simulation. For achieving the goal of lightweight coupling the material study for body part and contact surfaces of the coupling element was undertaken. The chosen concept was further manufactured as a prototype. For the validation of calculated coupling element, a test bench was created to verify the results of analytical approach and FEM-simulations.

References

1. *Sperling, D., Gordon D.* Two Billion Cars: Driving Toward Sustainability. Oxford University Press, 2009.
2. Web-source 32 Vorteile von Elektroautos und täglich werden es mehr. <http://www.elektroautor.com/die-vielen-vorteile-eines-elektroautos-wer-bietet-mehr/> (30.08.2017).
3. *Borchardt N., Kasper R., Heinemann W.* Design of a wheel-hub motor with air gap winding and simultaneous utilization of all magnetic poles. Electric Vehicle Conference (IEVC), 2012 IEEE International, 4-8.3.2012. ISBN 978-1-4673-1562-3.

INTERCONNECTION BETWEEN COORDINATE SYSTEMS DESCRIBING THE DYNAMICS OF THE LOADED STEWART PLATFORM

V.I. Petrova

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia
E-mail: vikka97@mail.ru

The report is devoted to explanation of the interconnection between coordinate systems used in the motion study of the loaded Stewart platform, which is being the central component of the dynamic imitation stand.

There are following systems taken in consideration:

the fixed coordinate system $O_1\xi\eta\zeta$ connected with the stand's base;

the system $Ox_oy_oz_0$ rigidly connected to the movable stand's platform;

the system $Cxyz$ which has its origin situated at the common mass center of the moving platform and vehicle cabin. Its axes are directed along the main central inertia axes of this composite body. In addition, the platform position can be determined by the lengths of six rods with variable length.

Formulas for the conversion coordinates in the four considered coordinate systems are derived in the report. There is a fundamentally new method proposed for finding coordinates by means of solution the differential equations systems set.

The above mentioned coordinate systems are required for studying the motion of the loaded stand by applying the main dynamics' theorems. In case of drafting a special form of the dynamics equations for the stand, firstly, we consider the vector determining mass center position of stand's platform with the vehicle cabin, and, secondly, the vectors that are ortasof of the coordinate system $Cxyz$.

References

1. Polyakhov N.N., Zegzhda S.A., Yushkov M.P. Theoretical Mechanics. M.: Vysshaya shkola, 2000. 592 p.
2. Zegzhda S.A., Soltakhanov Sh.Kh., Yushkov M.P. Nonholonomic Mechanics. Theory and Applications. M.: Nauka, 2009. 344 p.
3. Sikharulidze Yu.G. Ballistics of Aircrafts. M.: Nauka. Fizmatlit, 1982. 352 p.
4. Polyakhov N.N., Zegzhda S.A., Yushkov M.P. A Special Form of Dynamical Equations of a Rigid Bodies System // Dokl. ANSSSR. 1989. Vol. 309. № 4. Pp.805-807.

ФРИКЦИОННЫЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ В ДВУХМАССОВОЙ СИСТЕМЕ

М.Ю. Платовских

Санкт-Петербургский горный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: mplat.63@gmail.com

В работе исследуется движение в системе двух упруго связанных тел, одно из которых (I) протягивается

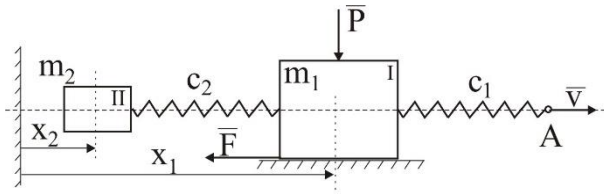


Рис. 1. Схема системы.

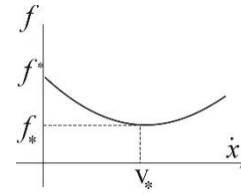


Рис. 2. Характеристика трения.

через упругий элемент по шероховатой горизонтальной плоскости – точка А перемещается со скоростью V (рис. 1). Считается, что между телом (I) и плоскостью действует сила сухого некулонова трения с кубической зависимостью силы трения от относительной скорости скольжения (рис. 2):

$$F(\dot{x}_1) = f(\dot{x}_1)P = f^* \left(1 - 3 \frac{f^* - f_*}{2f^*} \frac{\dot{x}_1}{v_*} + \frac{f^* - f_*}{2f^*} \frac{\dot{x}_1^3}{v_*^3} \right). \tag{1}$$

Уравнения движения системы имеют вид:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 &= -c_1(x_1 - vt) - c_2(x_1 - x_2) - F(\dot{x}_1), \\ m_2 \ddot{x}_2 &= c_2(x_1 - x_2). \end{aligned} \tag{2}$$

Рассматриваются безостановочные движения (относительная скорость положительна). Введение малого параметра $\epsilon = \frac{f^* - f_*}{2f^*}$, т.е. изменение характеристики трения мало) для поиска решений будем

использовать метод осреднения. Отдельно рассматриваются два случая – нерезонансный (соотношение собственных частот существенно отлично от 1, 2, 3) и случай главного резонанса, когда это соотношение близко к единице. В каждом случае (ввиду того, что порождающее решение имеет колебательный характер) выполнено преобразование системы (1) (после автономизации) к переменным Ван-дер-Поля. Уравнения первого приближения получаются путем осреднения по быстрым переменным – фазам (двум – в нерезонансном случае и одной – в резонансном). В каждом случае определены стационарные режимы и исследована их устойчивость. Построены так же области притяжения колебательных режимов.

Литература

1. Крагельский И.В., Гитис Н.В. Фрикционные автоколебания. М.: Наука, 1987.

2. Ветюков М.М., Платовских М.Ю. Фрикционные автоколебания в одно-двухмассовых системах // Труды 5-ой международной конференции по проблемам колебаний ICOVP 2001. 2001, 268с.
3. Бутенин Н.В., Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. Введение в теорию нелинейных колебаний. М.: Наука, 1987. 382с.

Self-Excited Frictional Oscillations in a Two-Mass System

M.Yu. Platovskikh

Saint Petersburg Mining University, Saint Petersburg, Russia

The movements in the two-mass system interrelated of a springing element is investigated in report. One of them (I) contacts with the rough horizontal plane. The right end of the spring (the point A) connecting bodies moves with constant speed along the horizontal plane (Fig. 1). Between a body (I) and the plane the force of dry not Coulomb friction with cubic dependence on the relative sliding speed (1) acts (Fig. 2). The movements in system are described by equations (2). The case of the main resonance (when the ratio of natural frequencies of system approximates to unity) and non-resonant case are considered. In each case stationary states are defined and their stability is investigated. Also areas of an attraction of the oscillating modes are built.

УРАВНЕНИЯ ЛАГРАНЖА-НЬЮТОНА В ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Ф.Ф. Родюков

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: frodyukov@gmail.com

На примере трёх плоских маятников показана неадекватность уравнений Лагранжа для системы тел исследуемым объектам. Приведём здесь только пример особого двойного маятника (см. Рис.1.).

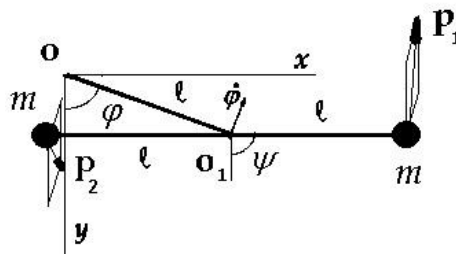


Рис. 1. Схема особого двойного маятника.

Выражение кинетической энергии по Лейбницу T' с применением ньютоновских импульсов (учитывая равные массы тел) выглядит так (T здесь – кинетическая энергия по Ньютону):

$$T' = \frac{1}{ml^2} T = \frac{1}{2ml^2} (p_1^2 + p_2^2);$$

$$p_1 = ml^2 \sqrt{\dot{\varphi}^2 + \dot{\psi}^2 + 2\dot{\varphi}\dot{\psi} \cos(\varphi - \psi)}, \quad p_2 = -ml^2 \sqrt{\dot{\varphi}^2 + \dot{\psi}^2 - 2\dot{\varphi}\dot{\psi} \cos(\varphi - \psi)}.$$

Так как в уравнениях Лагранжа используются обобщённые скорости, то так называемые «обобщённые импульсы» выглядят так:

$$p_\varphi = \frac{1}{2ml^2} \frac{\partial(p_1^2 + p_2^2)}{\partial \dot{\varphi}} = 2ml^2 \dot{\varphi}, \quad p_\psi = \frac{1}{2ml^2} \frac{\partial(p_1^2 + p_2^2)}{\partial \dot{\psi}} = 2ml^2 \dot{\psi}.$$

Ясно, что эти «импульсы» не имеют никакого физического смысла. Это – псевдоимпульсы, некая смесь двух ньютоновских импульсов p_1 и p_2 . Добавляем теперь потенциальную энергию: $\Pi = -2mgl \cos \varphi$. Приходим к абсурдным уравнениям Лагранжа:

$$\ddot{\varphi} + k \sin \varphi = 0, \quad \ddot{\psi} = 0, \quad k = \frac{g}{l}.$$

Составим теперь уравнения Лагранжа-Ньютона, в которых вместо обобщенных скоростей взяты ньютоновские импульсы.

$$T = \frac{1}{2}(p_1^2 + p_2^2), \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial p_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = 0, \quad j = 1, 2, \quad q_1 = \varphi, \quad q_2 = \psi;$$

$$\dot{p}_1 + 4\dot{\varphi}\dot{\psi} \sin(\varphi - \psi) = -2k \sin \varphi, \quad \dot{p}_2 - 4\dot{\varphi}\dot{\psi} \sin(\varphi - \psi) = 0.$$

Последние два уравнения адекватно описывают изучаемую систему, а $\dot{p}_1 + \dot{p}_2 + 2k \sin \varphi = 0$.

Lagrange-Newton's Equations in Theoretical Mechanics

F.F. Rodyukov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

In the report on example of three flat pendulums the inadequacy of the Lagrange's equations for the system of bodies are shown. The proposed Lagrange-Newton's equations adequate to their objects.

О КОЛЕБАНИЯХ УПРУГО ЗАКРЕПЛЕННОЙ ПЛАСТИНЫ В ПОТОКЕ СРЕДЫ

Ю.Д. Селюцкий

НИИ механики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия
E-mail: seliutski@imec.msu.ru

Рассматривается задача о колебаниях упруго закрепленной пластины, обладающей одной вращательной и одной поступательной степенями свободы и находящейся в потоке среды. В настоящее время существует обширная литература, посвященная изучению предельных циклов, возникающих вблизи положения равновесия, в котором пластина ориентирована вдоль потока (например, [1-3]). Однако исследования динамики этой системы «в большом» практически отсутствуют.

В данной работе исследуются вопросы существования и устойчивости «косых» положений равновесия этой системы. Аэродинамическое воздействие моделируется в рамках квазистатического подхода. Анализируются предельные циклы и переходные процессы, возникающие в системе при различных значениях параметров.

Литература

1. *T.W. Strganac, J. Ko, D.E. Thompson, A.J. Kurdila. Identification and Control of Limit Cycle Oscillations in Aeroelastic Systems // J. of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 23, No. 6, 2000, p.1127-1133.*
2. *M.R. Moosavi, A.R. Naddaf Oskouei, A. Khelil. Flutter of subsonic wing // Thin-Walled Structures, Vol. 43, Issue 4, 2005, p. 617-627.*
3. *A. Malher, O. Doaré, C. Touzé. Influence of a hysteretic damper on the flutter instability // Journal of Fluids and Structures, Vol. 68, 2017, p. 356-369.*

On Oscillations of an Elastically Mounted Plate in the Flow

Yu.D. Selyutskiy

Lomonosov Moscow State University, Institute of Mechanics, Moscow, Russia

An elastically mounted plate in the flow is considered. The plate has one rotational and one translational degree of freedom. The questions of existence and stability of “oblique” equilibria in the system for different values of parameters are discussed. The limit cycles appearing in the system, as well as transient processes are studied.

ДИНАМИЧЕСКИЕ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ: НЕОБХОДИМЫЕ И ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ КОНВЕРГЕНЦИИ

**С.А. Стрекопытов, А.С. Стрекопытова, О.С. Стрекопытова,
М.В. Стрекопытова**

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: sastrek@yandex.ru , electthedead1903@mail.ru , streka2008@yandex.ru , mariya-str@yandex.ru

Развитие колебательных процессов в окружающем мире часто может быть описано неавтономными системами дифференциальных уравнений, решения которых порождают в фазовом пространстве этих систем периодические [1, 2] или квазипериодические [3] динамические системы. В работе Зубова В.И. [1] дано определение динамических периодических систем и достаточно полно изложена их общая теория, кроме того, приводятся необходимые и достаточные условия конвергенции для неавтономных систем дифференциальных уравнений с периодической и почти-периодической по независимому аргументу правой частью. Построение столь же содержательной теории динамических почти-периодических систем как частного случая общих динамических систем затрудняется тем, что появляющийся дополнительный параметр семейства отображений фазового пространства изменяется на множестве, которое не является компактным. Эту трудность удалось обойти [3, 4] для частного случая систем дифференциальных уравнений с почти-периодической по независимому аргументу правой частью, когда правые части системы дифференциальных уравнений зависят от периодических по независимому аргументу функций с конечным набором несоизмеримых периодов.

В представленной работе предлагаются необходимые и достаточные условия конвергенции динамических квазипериодических систем, которые получены с помощью методов теории динамических квазипериодических систем и являются развитием результатов работ [3-6].

Литература

1. Зубов В.И. Колебания в нелинейных и управляемых системах. Л.: Судпромгиз, 1962. 632 с.
2. Плисс В.А. Нелокальные проблемы теории колебаний. М.: Наука, 1964. 368 с.
3. Стрекопытов С.А. Аналитическая динамика квазипериодических систем. СПб: Мобильность-плюс, 2007. 92 с.
4. Стрекопытов С.А. Теория квазипериодических систем. СПб: ВВМ, 2014. 157 с.
5. Sergey A. Strokopytov, Mariya V. Strokopytova, Olga S. Strokopytova. Necessary and sufficient conditions for the existence of globally asymptotic stability quasiperiodic dynamical systems // *Nonlinear Analysis and Differential Equations*, 2016. Vol. 4, no. 9. P. 447–454.
6. Strokopytov S.A., Strokopytova M.V. Structure of invariant sets and convergence of dynamical quasiperiodic systems // *Proceedings of 2016 IEEE International Conf. on Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference)*, Moscow, Russia, June 01–03, 2016.

Quasiperiodic Dynamical Systems: Necessary and Sufficient Conditions of Convergence

S.A. Strokopytov, A.S. Strokopytova, O.S. Strokopytova, M.V. Strokopytova

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Development of oscillatory processes in the world can often be described by nonautonomous systems of differential equations, whose solutions generate in the state space of these systems periodic or quasiperiodic dynamical systems. In the present contribution, necessary and sufficient conditions for the convergence of quasiperiodic dynamical systems are obtained.

ONE MODIFICATION OF THE METHOD OF HYPODIFFERENTIAL DESCENT IN THE PROBLEM FOR FINDING A POINT OF AN ELLIPSOID NEAREST TO THE ORIGIN

G.Sh. Tamasyan, E.V. Prosolupov, A.A. Chumakov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

E-mail: g.tamasyan@spbu.ru , e.prosolupov@spbu.ru , andrew1991.spb@gmail.com

In this work a problem of finding the point of an ellipsoid nearest to the origin is considered [1-6]. This constrained optimization problem is reduced to an unconstrained one via theory of exact penalty functions [7, 8]. The exact penalty function that were built, belong to the class of hypodifferentiable functions [7]. Well known and efficient hypodifferential descent method is used for its study [9]. Modification of the method is proposed. This modification has several advantages. In particular, search of a descent direction and a value of step become much easier. The resulting numerical experiments of the modified hypodifferential descent method demonstrate a higher speed of convergence.

References

1. A. Lin and S. P. Han. On the Distance between Two Ellipsoids // SIAM J. Optim. **13**, 298–308 (2002).
2. A.Yu. Uteshev and M.V. Yashina. Computation of the Distance from an Ellipsoid to a Linear Surface and a Quadric in R^n // Dokl. Akad. Nauk 419 (4), 471–474 (2008) [Dokl.Math. **77** (2), 269–272 (2008)].
3. D.M. Lebedev and L.N. Polyakova. The Problem of Projecting the Origin on a Quadric // Vestnik St.-Peterbg. Univ. Ser. **10**, No. 14, 11–17 (2013).
4. G. Sh. Tamasyan and A.A. Chumakov. Finding the Distance between Ellipsoids // Diskretn. Anal. Issled. Oper. **21** (3), 87–102 (2014) [J. Appl. Indust.Math. **8** (3), 400–410 (2014)].
5. G.Sh. Tamasyan, A.A. Chumakov. Finding the Distance between the Ellipsoid and the Intersection of a Linear Manifold and Ellipsoid // in *Proceedings of 2015 International Conference “Stability and Control Processes” in Memory of V. I. Zubov (SCP) Joined with 21st International Workshop on Beam Dynamics and Optimization (BDO) (St. Petersburg, Russia, October 5–9, 2015)* (IEEE, 2015), pp. 357–360.
<http://ieeexplore.ieee.org/xpl/articleDetails.jsp?arnumber=7342138>
6. M.E. Abbasov. Charged balls method for solving some computational geometry problems // Vestnik SPbSU. Mathematics. Mechanics. Astronomy, 2017, vol. 4 (62), issue 3, pp. 359–369. DOI: 10.21638/11701/spbu01.2017.301
7. I.I. Eremin. The ‘Penalty’ Method in Convex Programming // Dokl. Akad. Nauk SSSR **173** (4), 748–751 (1967) [Sov.Math. Dokl. **8**, 459–462 (1967)].
8. V.F. Dem’yanov. Exact Penalty Functions in Problems of Nonsmooth Optimization // Vestn. St.-Peterbg. Univ. Ser. I, No. 4, 21–27 (1994) [Vestnik St.-Petersburg Univ.Math. **27** (4), 16–22 (1994)].
9. V.F. Demyanov and A. M. Rubinov. Constructive nonsmooth analysis. Frankfurt a/M: Verl. Peter Lang, 1995. 416 p.

COMPARATIVE STUDY OF ALGORITHMS FOR PROJECTING A POINT ONTO AN ELLIPSOID

G.Sh. Tamasyan, M.E. Abbasov, E.V. Prosolupov, A.A. Chumakov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

E-mail: g.tamasyan@spbu.ru , abbasov.majid@gmail.com , e.prosolupov@spbu.ru , andrew1991.spb@gmail.com

This work continues studies in the area of computational geometry [1-12]. We consider the problem of finding the projection of the origin onto an ellipsoid and provide comparative analysis of three algorithms: inscribed sphere method [12], charged balls method [1, 4, 7] and hypodifferential descent method [6, 8, 13].

References

1. M.E. Abbasov. Charged balls method for solving some computational geometry problems // Vestnik SPbSU. Mathematics. Mechanics. Astronomy, 2017, vol. 4 (62), issue 3, pp. 359–369. DOI: 10.21638/11701/spbu01.2017.301
2. G.Sh. Tamasyan, E.V. Prosolupov and T. A. Angelov. Comparative study of two fast algorithms for projecting a point onto a standard simplex // Diskretn. Anal. Issled. Oper. **23** (2016), no. 2, 100–123; translation in J. Appl. Ind. Math. **10** (2016), no. 2, 288–301.
3. V.N. Malozemov and G.Sh. Tamasyan. Two fast algorithms for projecting a point onto the canonical simplex // Comput. Math. and Math. Phys. (2016) **56**: 730; translation in Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz., **56**:5 (2016), 742–755.

4. *M.E. Abbasov*. New optimization algorithm for finding distance between two convex sets // “Stability and Control Processes” in Memory of V.I. Zubov (SCP), 2015 International Conference, 2015. IEEE. P. 293–294.
5. *G.Tamasyan and E. Prosolupov*. Orthogonal projection of a point onto the standard simplex algorithms analysis // in *Proc. 2015 Int. Conf. “Stability and Control Processes” in Memory of V. I. Zubov (SCP) joined with 21st Int. Workshop on Beam Dynamics and Optimization (BDO)* (St. Petersburg, Russia, Oct. 5–9, 2015), IEEE, 2015, 353–356 <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/articleDetails.jsp?arnumber=7342137>
6. *G.Sh. Tamasyan and A. A. Chumakov*. Finding the Distance between the Ellipsoid and the Intersection of a Linear Manifold and Ellipsoid // in *Proceedings of 2015 International Conference “Stability and Control Processes” in Memory of V. I. Zubov (SCP) Joined with 21st International Workshop on Beam Dynamics and Optimization (BDO)* (St. Petersburg, Russia, October 5–9, 2015) (IEEE, 2015), pp. 357–360. <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/articleDetails.jsp?arnumber=7342138>
7. *M.E. Abbasov*. Charged balls method // The 5th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, 27–29 August 2015, Book of Abstracts. Baku, 2015. P. 32.
8. *G.Sh. Tamasyan and A.A. Chumakov*. Finding the Distance between Ellipsoids // *Diskretn. Anal. Issled. Oper.* 21 (3), 87–102 (2014) [*J. Appl. Indust.Math.* 8 (3), 400–410 (2014)].
9. *D.M. Lebedev and L.N. Polyakova*. The Problem of Projecting the Origin on a Quadric // *Vestnik St.-Peterbg. Univ. Ser.* 10, No. 14, 11–17 (2013).
10. *A.I. Kosolap*. Quadratic Optimization Problems of Computer Geometry // *Art. Int.*, no. 1, pp. 70–75, 2009.
11. *A.Yu. Uteshev and M.V. Yashina*. Computation of the Distance from an Ellipsoid to a Linear Surface and a Quadric in R^n // *Dokl. Akad. Nauk* 419 (4), 471–474 (2008) [*Dokl.Math.* 77 (2), 269–272 (2008)].
12. *A. Lin and S. P. Han*. On the Distance between Two Ellipsoids // *SIAM J. Optim.* 13, 298–308 (2002).
13. *V.F. Demyanov and A.M. Rubinov*. Constructive nonsmooth analysis. Frankfurt a/M: Verl. Peter Lang, 1995. 416 p.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ ПОСАДКИ БПЛА НА СУДНО-НОСИТЕЛЬ

Б.П. Тимченко, Д.В. Шиманчук

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: timchenko.bp@gmail.com, shymanchuk@mail.ru

Исследуется проблема посадки БПЛА на кран-балку, выходящую за пределы движущегося судна. Рассматриваются траектории возврата БПЛА на судно-носитель и методы приведения его на зацепное устройство кран-балки, в том числе и способы стабилизации кран-балки в условиях качки судна [1-2]. Приводятся результаты имитационного моделирования, показывающие, что исследуемый вариант управления в условиях качки обеспечивает необходимую точность приведения летательного аппарата в точку посадки.

Литература

1. *Подоплекин Ю.Ф., Шаров С.Н.* Ключевые вопросы теории и проектирования систем посадки БПЛА на малоразмерные суда // *Информационно-управляющие системы.* 2013. № 6.
2. *Подоплекин Ю.Ф., Толмачев С.Г., Шаров С.Н.* Информационно-управляющая система приведения БПЛА на движущееся судно // *Информационно-управляющие системы.* 2012. № 3.

Research of the Task of Unmanned Aerial Vehicle Landing on a Ship

B.P. Timchenko, D.V. Shymanchuk

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The problem of landing the UAV on the crane-beam that extends beyond the moving ship is being investigated. The trajectories of UAV return to the carrier ship and methods of bringing it to the final point are considered, as well as methods for stabilizing the crane-beam in the conditions of ship's rolling [1-2]. The results of modeling are presented, which show that the used control option allows us to provide the necessary accuracy of bringing the UAV to the landing point in the conditions of rolling.

ДИССИПАЦИЯ В ОКРЕСТНОСТИ КОЛЕБАНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

В.Н. Тхай

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия
E-mail: tkhaivn@yandex.ru

В окрестности равновесия механической системы диссипация задается функцией Релея и реализуется, например, силами трения. В результате равновесие становится асимптотически устойчивым, и естественным образом решается задача стабилизации.

В данной работе для колебания механической системы находится «универсальное» гладкое стабилизирующее управление, которое приводит к диссипации в окрестности колебания. В частном случае равновесия получается диссипация Релея.

Dissipation in the Vicinity of Oscillation of a Mechanical System

V.N. Tkhai

V.A. Trapeznokov Institute of Control Science of Russian Academy of Science, Moscow, Russia

In the work for the oscillation of a mechanical system, a “universal” smooth stabilizing control is proposed, which leads to dissipation in the vicinity of oscillation. In the particular case of equilibrium, the Rayleigh dissipation is obtained.

ПЕРЕВОД ДВУХМАССОВОЙ СИСТЕМЫ ИЗ СОСТОЯНИЯ ПОКОЯ В ДВИЖЕНИЕ С ПОСТОЯННОЙ СКОРОСТЬЮ

К.М. Фазлыева

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: flora666@ya.ru

Рассматривается движение вдоль горизонтальной оси двух масс, соединенных пружиной. Требуется найти управляющую силу, приложенную к правой массе, которая за заданное время переведет имеющуюся двухмассовую систему из состояния покоя в движение системы в виде твердого тела с заданной постоянной скоростью.

Задача решается двумя методами. В первом применяется принцип максимума Понтрягина, минимизирующий функционал от квадрата искомой управляющей силы. Показывается, что при таком движении непрерывно выполняется некоторая неголономная связь высокого порядка. Поэтому для решения той же поставленной задачи можно применить использование обобщенного принципа Гаусса, свойственного теории движения механических систем при наложении неголономных связей высокого порядка.

Приводятся результаты расчетов, выполненных обоими методами. Эти результаты сравниваются между собой.

Литература

1. Поляхов Н.Н., Зегжда С.А., Юшков М.П. Теоретическая механика. М.: Высшая школа, 2000. 592 с.
2. Зегжда С.А., Солтаханов Ш.Х., Юшков М.П. Неголономная механика. Теория и приложения. М.: Наука, 2009. 344 с.

Transition of a Two-Mass System from a State of Rest to the Motion with Constant Velocity

К.М. Fazlyeva

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The motion of two masses connected with a spring along a horizontal axis is considered. It is required to find the control force applied to the right mass which transfers a given two-mass system from a state of rest to the motion of a system in the form of a rigid body with a given constant velocity during the prescribed time.

The problem is solved with the help of the Pontryagin maximum principle and the generalized Gauss principle. The computational results by the both methods are presented.

СИСТЕМА АВТОНОМНОГО ДВИЖЕНИЯ МОБИЛЬНОГО РОБОТА В СРЕДЕ С ПРЕПЯТСТВИЯМИ

В.М. Федоров

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: victor-fyodorov@ya.ru

В данный момент тема робототехники, в частности, движение в среде с препятствиями, является самой востребованной, так как автоматизация процессов одно из основных направлений развития технологий.

Для реализации данной цели рассмотрена задача построения траектории обхода препятствий, включающая в себя множество подзадач:

- Построение траектории в детерминированной среде со стационарными препятствиями – базовая подзадача, которая может быть применена на практике. Сферы применения: помещения, в которых отсутствуют объекты, меняющие со временем свое местоположение.

- Построение траектории в недетерминированной среде со стационарными препятствиями – подзадача, сфера применения которой – совершение движения в неизвестной местности. Роботы, способные автономно передвигаться в недетерминированной среде, могут быть использованы как в помещениях для выполнения стандартных сервисных функций, так и для исследования новых территорий, труднодоступных для человека.

- Построение траектории в недетерминированной среде с динамическими препятствиями – самая актуальная из подзадач. Сфера применения роботов, способных автономно передвигаться в данной среде, практически не ограничена.

В работе приведена навигационная система, позволяющая мобильным роботам, оснащенным дальномерами, совершать автономное движение в различных средах. Эта система основана на использовании алгоритма SLAM и оптимального для каждой из подзадач алгоритма обхода препятствий.

Литература

1. Герасимов В.Н., Михайлов Б.Б. Решение задачи управления движением мобильного робота при наличии динамических препятствий // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. "Приборостроение". 2012. С. 83-92.
2. Алферов Г.В. Генерация стратегии робота в условиях неполной информации о среде // Проблемы механики и управления: Нелинейные динамические системы. Пермь: Пермский государственный национальный исследовательский университет, 2009. Вып.35. С.4-24.
3. Alferov G.V., Malafeyev, O.A. The robot strategy in a domain with dynamical obstacles 1996 Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics).
4. Федоров В.М., Шарлай А.С. Планирование траектории в недетерминированной среде // Научные достижения современной науки: новация, история, действительность, перспективы и практика реализации. Сборник научных статей по итогам международной научно-практической конференции, 2017. С. 226-228.
5. Федоров В.М., Шарлай А.С. Применение модифицированного алгоритма A* для построения траектории обхода препятствий колесным роботом // Процессы управления и устойчивость. СПб: Смирнов Николай Васильевич, 2017. Т. 4. №1. С. 245-250.
6. Dissanayake M.W.M.G., Newman P., Clark S., Durrant-Whyte H.F., Csorba M. A. Solution to the Simultaneous Localisation and Map Building (SLAM) Problem // Australian Centre for Field Robotics Department of Mechanical and Mechatronic Engineering. The University of Sydney. NSW. 2006. С 1-14.

Autonomous Motion of a Mobile Robot in Environment with Obstacles

V.M. Fedorov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

In this paper we propose a navigation system that allows a mobile robot to perform autonomous movement in a variety of environments.

ON KINETICS OF A DYNAMICALLY UNBALANCED RIGID ROTATOR UNDER ACTION OF DRY AND COMBINED FRICTION

V.V. Chistyakov

ITMO University, Saint Petersburg, Russia

E-mail: v.chistyakov@corp.ifmo.ru

Studied is the dynamics of both free and forced rotation of a rigid body around fixed vertical axis Oz which is central but not principal one. This actual situation arises just as steam/gas turbine or motor or another fast rotating engine lose their dynamical balance and start to behave in dangerous way. This kind of rotation causes according to D'Alembert principle the horizontal torque $\vec{M}_{in} = (M_x, M_y, 0)$ associated with two inertial forces $(\vec{\Phi}, -\vec{\Phi})$ acting inside each of two bearings A and B of the axis (Fig. 1). The forces depend on mass geometry J_{xz}, J_{yz} , angular velocity $\omega = \dot{\varphi}$ and acceleration $\varepsilon = \ddot{\varphi}$ and the axis' height $h = AB$ as $\pm\vec{\Phi} = \pm h^{-1} \cdot (\varepsilon J_{yz} + \omega^2 J_{zx}, \varepsilon J_{xz} - \omega^2 J_{yz}, 0)$. The reactions on it of each of two bearings decompose into two components applied to the contact point K : the normal one of N aligned through centers line and the tangent force of dry friction $F_{fr} = fN = \Phi \sin \gamma$. The latter two create decelerating effort $M_{fr} = 2F_{fr}R = -\text{sign}(\dot{\varphi})\alpha\sqrt{\dot{\varphi}^4 + \ddot{\varphi}^2}$ along with drag $M_h = -c|\dot{\varphi}|\dot{\varphi}$ and elastic $M_e = -\kappa\varphi$ torques.

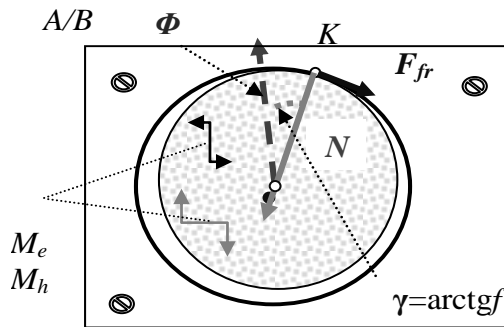


Fig. 1. The cross section of bearing.

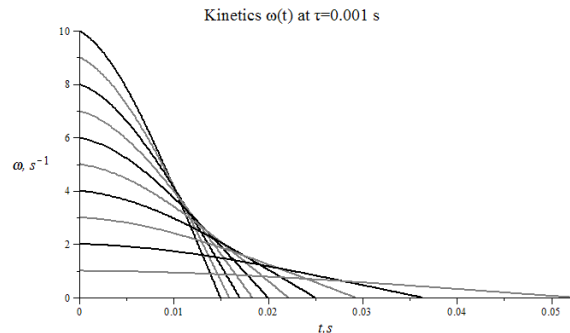


Fig. 2. Kinetics of $\omega(t)$, eq.2 for $\omega_0 = 1..10 \text{ s}^{-1}$ and $\tau = 0.001 \text{ s}$.

The dynamical equation below is received in general case and it had been solved for different enforcing torques including null, constant, harmonic and inharmonic (meander, triangle) efforts:

$$J_{zz}\ddot{\varphi} = -\text{sign}(\dot{\varphi})\alpha\sqrt{\dot{\varphi}^4 + \ddot{\varphi}^2} - \kappa\varphi - c|\dot{\varphi}|\dot{\varphi} + M_{en}(t). \quad (1)$$

The equation was first resolved relatively $\ddot{\varphi}$ in each concrete case and then integrated analytically or numerically by Maple 15. Thus in the case of only dry friction acting it was revealed that the angular kinetics

behaves slowly as $\varphi(t) = \frac{\ln(1 + \omega_0 \gamma t)}{\gamma}$ with $\gamma = \frac{c\alpha + J_{zz} \sqrt{J_{zz}^2 + c^2 - \alpha^2}}{J_{zz}^2 - \alpha^2}$ i.e. just like as it acts on the balanced and frictionless rotator the quadratic in speed ω hydrodynamic torque like M_h above with $c = \alpha\gamma$.

In particular case of $\alpha = c = J_{zz} = J$ the sudden switching off all driving torques the eq.1 transforms into the incorrect one of $\dot{\varphi}\ddot{\varphi} = 0$. This paradox is eliminated by introducing the delay interval τ to separate in time the cause and sequence in acting efforts and the equation gained the differential-functional type:

$$\ddot{\varphi}(t) = -\sqrt{\dot{\varphi}^4(t-\tau) + \ddot{\varphi}^2(t-\tau) - \dot{\varphi}^2(t)}. \quad (2)$$

Its approximate solution (Fig. 2) for every initial ω_0 describes the frictional-hydrodynamic shock.

Reference

1. *Chistyakov V.V.* About rotational dynamics of a rigid body around non-principal axis passing through the center of mass under dry friction acting // Bulletin of Higher Education. Applied Nonlinear Dynamics, Vol. 22. № 2. 2014, pp. 3-15 (in Russian).

НЕГЛАДКИЕ ПЕРВЫЕ ИНТЕГРАЛЫ В ДИНАМИКЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕГО СО СРЕДОЙ

М.В. Шамолин

НИИ механики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия
E-mail: shamolin@rambler.ru , shamolin@imec.msu.ru

Настоящая работа посвящена развитию качественных методов в теории неконсервативных систем, возникающих, например, в таких областях науки, как динамика твердого тела, взаимодействующего с сопротивляющейся средой, теория колебаний и др. В принципе, данный материал может быть интересен как специалистам по качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений, динамики твердого тела, так и механики жидкости и газа, поскольку в работе используются свойства движения твердого тела в среде в условиях струйного обтекания.

Получен ряд случаев полной интегрируемости неконсервативных динамических систем, описывающих динамику твердого тела в сопротивляющейся среде. При этом во многих случаях каждый из первых интегралов выражается через конечную комбинацию элементарных функций, являясь одновременно трансцендентной функцией своих переменных. Трансцендентность в данном случае понимается в смысле комплексного анализа, когда после продолжения данных функций в комплексную область у них имеются существенно особые точки. Последний факт обуславливается наличием в системе притягивающих и отталкивающих предельных множеств (как, например, притягивающих или отталкивающих фокусов).

В [1-3] уже была показана полная интегрируемость уравнений пространственного движения тела в сопротивляющейся среде, когда у системы динамических уравнений существует полный набор трансцендентных первых интегралов. Здесь предполагалось, что все взаимодействие среды с телом сосредоточено на той части поверхности тела, которая имеет форму плоского диска.

В данной работе сначала рассматривается геодезический поток на касательном расслоении гладкого двумерного многообразия (система с двумя степенями свободы в отсутствии внешнего поля сил). Строится переход к удобным координатам касательного пространства. В дальнейшем сначала вводятся внешние силовые поля, которые являются потенциальными, и рассматриваемые системы четвертого порядка обладают полным набором (тремя) гладких первых интегралов. А затем в таких системах вводятся дополнительные члены, в результате чего системы перестают быть консервативными, а точнее, становятся системами со знакопеременной диссипацией [1-3]. При этом при некоторых условиях они обладают полным набором (негладких) трансцендентных первых интегралов, в ряде случаев выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, проект № 15-01-00848.

Литература

1. Шамолин М.В. Методы анализа динамических систем с переменной диссипацией в динамике твердого тела. М.: Экзамен, 2007. 352 с.
2. Шамолин М.В. Интегрируемые системы с переменной диссипацией на касательном расслоении к многомерной сфере и приложения // Фундам. и прикл. матем. 2015. Т. 20. №4. С. 3-231.
3. Шамолин М.В. Маломерные и многомерные маятники в неконсервативном поле. Часть 1 // Итоги науки и техн. Сер. Современ. мат. и ее прил. Темат. обз. 2017. Т. 134. С. 6-128.

Non-smooth First Integrals in Dynamics of a Rigid Body Interacting with a Medium

M.V. Shamolin

Lomonosov Moscow State University, Institute of Mechanics, Moscow, Russia

The dynamics of a rigid body interacting with a medium is just a field, where there arise either dissipative systems or systems with the so-called anti-dissipation (energy supporting inside the system itself). Therefore, it becomes urgent to construct a methodology precisely for those classes of systems that arise in modeling body motion whose contact surface is a plane part, the simplest part of their exterior surface. After certain simplifications, we can reduce the system of equations for the plane-parallel motion to the second-order pendulum systems in which there is a linear dissipative force with variable coefficient the sign of which alternates for different values of the periodic phase variable in the system. In this case, we speak of systems with the so-called variable dissipation, where the term “variable” mostly refers not to the value of the dissipation coefficient but to a possible alternation of its sign (therefore, it is reasonable to use the term “sign-alternating”).

ИССЛЕДОВАНИЕ ВИБРАЦИОННОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В РЕЖИМЕ ОКОЛОРЕЗОНАНСНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Е.В. Шишкин¹, С.В. Казаков²

¹*Санкт-Петербургский горный университет, Санкт-Петербург, Россия*

²*НПК «Механобр-техника», Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: shishkin_ev@spmi.ru, atom2@inbox.ru

Основной научной задачей, рассматриваемой в данной работе, является исследование вибрационной динамической системы (дробилки) с энергетически оптимальным типом возбуждения колебаний, обеспечивающей заранее заданную по технологическим соображениям форму колебаний и форму воздействия на перерабатываемый материал. Актуальность сформулированной задачи вытекает из необходимости снижения энергетических затрат на разрушение твердых материалов при их переработке, переходе к энергоэффективному селективному раскрытию – образованию новых поверхностей раздела по дефектам их внутренней структуры. Новизна задачи состоит в исследовании возможности и условий стабильного поддержания оптимальных динамических режимов с требуемыми параметрами в условиях, близких к резонансным.

Исследуемая в работе вибрационная дробилка разработана в НПК «Механобр-техника» и представляет собой колебательную механическую систему, состоящей из несущего тела (корпуса) и дробящего конуса, упруго соединённых между собой. Оба тела совершают вынужденные колебания в вертикальном направлении под действием гармонической возмущающей силы, создаваемой приводными инерционными вибровозбудителями, установленными на корпусе дробилки. В отсутствие демпфирования вынужденные колебания конуса относительно корпуса могут происходить в фазе или противофазе, тогда как при его наличии имеет место фазовый сдвиг [1]. В рабочем режиме подлежащий дроблению материал непрерывным потоком подаётся в активную зону, создавая демпфирование, рассматриваемое в первом приближении как вязкое [2]. При этом значение коэффициента вязкости может быть получено экспериментально путём измерения энергетических потерь системы в режиме околорезонансных колебаний.

Для оценки результатов теоретического исследования динамики конусной дробилки были произведены её натурные испытания, выявившие хорошую степень совпадения теоретических результатов с экспериментальными.

В работе выявлены также условия, при которых колебания конуса дробилки относительно её корпуса будут происходить в противофазе, что является эффективным способом повышения производительности процесса дробления.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 17-79-30056).

Литература

1. Барзуков О.П., Вайсберг Л.А., Балабатько Л.К., Учитель А.Д. Влияние технологической нагрузки на самосинхронизацию вибровозбудителей // Обогащение руд. 1978. № 2. С. 31–33.
2. Блехман И.И. Теория вибрационных процессов и устройств. Вибрационная механика и вибрационная техника. СПб: ИД «Руда и Металлы», 2013. 640 с.

Research of a Vibrational Dynamic System in the Regime Close to a Resonance

E.V. Shishkin¹, S.V. Kazakov²

¹*Saint Petersburg Mining University, Saint Petersburg, Russia*

²*Research & Engineering Corporation "Mechanobr-Tekhnika", Saint-Petersburg, Russia*

The basic scientific problem within the scope of this work consists in the research of a dynamic vibrational system with energy-efficient oscillation excitation solutions ensuring selective oscillation form as predetermined for technological reasons and form of influence on the material processed. The scientific novelty of the formulated problem is the study of the possibility and conditions of sustained maintenance of certain optimal dynamic regimes with required parameters, including under conditions close to a resonance.

MOTION CONTROL OF GANTRY CRANE WITH CONTAINER

T.S. Shugaylo, M.P. Yushkov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

E-mail: shugaylotis@mail.com, yushkovmp@mai.ru

The report is devoted to contemplation the control of a gantry crane movement that carries a heavy container from the initial resting state to a new predetermined state of rest for a given period of time.

There are two tasks with the same type (from mechanical point of view) to be solved:

- 1) Transfer container by crane's trolley;
- 2) The movement of the gantry crane itself with the container.

In both movement stages it is essential to suppress the oscillations at the end of the motion.

The control force at each motion stage might be found by applying the Pontryagin's maximum principle [1] with minimization of the functional from the square of the sought-for force [2] (the first method of solution) and by using the generalized Gauss's principle [3] (the second method of solution).

Initially, the problem is being solved under assumption that the power of crane electric motors is unlimited with requirement for container deflection angle to be less than fifteen degrees. An extended boundary-value problem (which can be solved only by using the second solution method) is constructed to eliminate the jumps in control force at the beginning and at the end of the motion. Then the ultimate (final) power of the gantry crane motors is taken into account, it requires a limited value of the maximum speed of the crane movement. The calculations results (with both above mentioned methods) as well as an animation of the loaded crane motion by using the control force are given in the report.

References

1. Pontryagin L.S., Boltyanskii V.G., Gamkrelidze R.V., Mishchenko E.F. Mathematical theory of optimal processes. Moscow: Nauka, 1983. 392 p. (in Russian)
2. Chernousko F.L., Akulenko L.D., Sokolov B.N. Control of oscillations. Moscow: Nauka, 1980. 384 p. (in Russian)
3. Polyakhov N.N., Zegzhda S.A., Yushkov M.P. // Dokl. ANSSSR. 1983. Vol. 269. № 6. PP.1328-1330. (in Russian)
4. Zegzhda S.A., Soltakhanov Sh.Kh., Yushkov M.P. Nonholonomic mechanics. Theory and applications. M.: Nauka, 2009. 344 c. (in Russian)
5. Polyakhov N.N., Zegzhda S.A., Yushkov M.P. Theoretical Mechanics. M.: Visschaya schkola, 2000. 592 c. (in Russian)

II

ДИНАМИКА ЕСТЕСТВЕННЫХ И ИСКУССТВЕННЫХ
НЕБЕСНЫХ ТЕЛ

**DYNAMICS OF NATURAL AND ARTIFICIAL
CELESTIAL BODIES**

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНЕРЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЗЕМЛИ

А.С. Алышев^{1,2}, В.Г. Мельников¹

¹*Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург, Россия*

²*Акционерное общество НАВИС, Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: a.alyshv@navisincontrol.com, vgmelnikov@corp.ifmo.ru

Задача идентификации и контроля изменений параметров искусственных спутников Земли (ИСЗ), в частности, моментов инерции, имеет высокую актуальность и значимость, поскольку их некорректный расчет влияет на его управляемость и устойчивость [1-2]. В настоящее время для контроля моментов инерции ИСЗ в полете используются методы, изложенные в препринтах [3-4]. В данной работе рассматривается идентификация инерционных параметров на основе гиродинов, использующихся для ориентации и стабилизации ИСЗ. Для решения задачи применяется энергетический метод [5-6] и малые симметричные двухэтапные программные разгонно-тормозные движения по одной и двум осям. Разработанный алгоритм идентификации позволяет по замеренным значениям активных моментов сил, приложенных к космическому аппарату, создаваемых гиродинами, а также по значениям угловых скоростей космического аппарата и маховиков вычислять искомые инерционные параметры ИСЗ. Ввиду симметричности движений значительно снижается воздействие внешних возмущающих моментов на результат измерений. Результаты моделирования подтвердили высокую эффективность алгоритма идентификации.

Работа поддержана грантами РФФИ 16-08-00997, 17-01-00672.

Литература

1. *Tikhonov A., Antipov K.* Electrodynamic control for spacecraft attitude stability in the geomagnetic field // *Cosmic Research*. 2014. Т.52. №6. С.472-480.
2. *Aleksandrov A.Y., Antipov K.A., Platonov A.V., Tikhonov A.A.* Electrodynamic Stabilization of Artificial Earth Satellites in the Konig Coordinate System // *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2016. Т. 56. № 2. С. 296-309.
3. Методы идентификации динамических параметров и оценки колебаний космических аппаратов с нежесткими элементами конструкции / Д.С. Иванов [и др.] // *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша*. 2015. № 78. 32 с.
4. Определение тензора инерции геостационарных спутников "Ямал" по телеметрической информации / Н.Н. Севастьянов // *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша*. 2006. №17. 20с.
5. *Alyshv A., Melnikov G., Dudarenko N., Melnikov V.* Parametric identification of inertial parameters // *Applied Mathematical Sciences*. 2015. Т.9. №136. С.6757-6765.
6. *Мельников В.Г.* Идентификация компонент тензора инерции и координат центра масс тела на реверсивно-симметричных прецессиях // *Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер.1: Математика, механика и астрономия*. 2010. Вып.3. С. 97–104.

Identification of Inertial Parameters of Satellites

A.S. Alyshv^{1,2}, V.G. Melnikov¹

¹*ITMO University, Saint Petersburg, Russia*

²*Navis Inc., Saint Petersburg, Russia*

The problem of identification and control of changes in the parameters of satellites, in particular – its moments of inertia has high relevance and significance, as their incorrect identification affects its controllability and stability [1-2]. At present, the methods of monitoring the moments of inertia of the satellite in flight are presented in [3-4]. In this paper, identification of inertial parameters based on gyrodynes used for orientation and stabilization of satellites is considered. To solve the problem, the energy method [5-6] and small symmetrical two-stage program-accelerating-braking motions along one and two axes are used. The developed identification algorithm makes it possible to calculate the required inertial parameters of the satellite from the measured values of the active moments of forces applied to the spacecraft created by the gyrodynes, as well as from the values of the angular velocities of the spacecraft and flywheels. In view of the symmetry of motions, the effect of external disturbing moments on the result of measurements is significantly reduced. The results of the simulation confirmed the high efficiency of the identification algorithm.

The work is supported by RFBR grants 16-08-00997, 17-01-00672.

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ТРИВИАЛЬНОГО ПОЛОЖЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ В ФОТОГРАВИТАЦИОННОЙ ЗАДАЧЕ СИТНИКОВА

Б.С. Бардин, А.Н. Авдюшкин

Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), Москва, Россия
E-mail: bsbardin@yandex.ru

Рассматривается ограниченная фотогравитационная задача трех тел. Предполагается, что два взаимодействующих по закону всемирного тяготения и излучающих тела M_1 и M_2 движутся в одной плоскости относительно их общего центра масс по эллиптическим орбитам, а третье тело P обладает малой массой и не оказывает влияние на движение двух других тел. Помимо гравитационных сил на тело P со стороны тел M_1 и M_2 действуют также и репульсивные силы светового давления, направленные противоположно силам гравитационного притяжения. Если массы тел M_1 и M_2 равны, то уравнения движения допускают замечательное частное решение, впервые обнаруженное К.А. Ситниковым [1], которое описывает движение тела P по прямой, проходящей через центр масс двух других тел перпендикулярно плоскости их орбит. Движение в задаче Ситникова описывается периодической гамильтоновой системой с одной степенью свободы.

Исследуется задача об устойчивости тривиального положения равновесия тела P , расположенного в центре масс системы. В линейном приближении эта задача рассматривалась ранее в [2]. В данной работе выполнен как линейный, так и нелинейный анализ и сделаны строгие выводы об устойчивости положения равновесия по Ляпунову. Было установлено интересное явление вырождения областей параметрического резонанса. При малых значениях эксцентриситета были получены аналитические выражения для границ областей неустойчивости. Для произвольных значений эксцентриситета исследование устойчивости было выполнено численно. Результаты исследования представлены в виде диаграммы устойчивости, построенной в плоскости параметров задачи (эксцентриситета орбиты и параметра редукции массы).

Исследование выполнено за счет средств гранта РФФИ №14-21-00068 в Московском авиационном институте (Национальном исследовательском университете).

Литература

1. Ситников К.А. Существование осциллирующих движений в задаче трёх тел // Доклады Академии наук СССР, 1960, Т. 133, № 2, С. 303-306.
2. Тхай В.Н. Периодические движения обратимой механической системы второго порядка. Приложение к задаче Ситникова // ПММ, 2006, С. 813-834.

Stability Analysis of an Equilibrium Position in the Photogravitational Sitnikov Problem

B.S. Bardin, A.N. Avdushkin

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

We deal with the photogravitational Sitnikov problem. The stability of the trivial equilibrium position is investigated in details. Linear and non-linear analysis is performed and rigorous conclusions on stability are obtained. An interesting degeneracy phenomenon of parametric resonance domains is established. In the case of small eccentricity values an analytical approach for the stability study was applied. For arbitrary values of parameters we perform a numerical analysis. The results are represented in stability diagrams.

ОБ ОРБИТАЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПЛОСКИХ КОЛЕБАНИЙ СПУТНИКА НА КРУГОВОЙ ОРБИТЕ НА ГРАНИЦАХ ОБЛАСТЕЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА

Б.С. Бардин, Е.А. Чекина

Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), Москва, Россия
E-mail: bsbardin@yandex.ru, chekina_ev@mail.ru

Рассматривается движение спутника относительно центра масс в центральном ньютоновском гравитационном поле на круговой орбите. Спутник моделируется твердым телом, обладающим геометрией масс пластинки. Исследуется задача об орбитальной устойчивости плоских маятниковых колебаний спутника, при которых его наименьшая ось инерции расположена в плоскости орбиты. Данная задача исследовалась ранее в работе [1], где были построены диаграммы орбитальной устойчивости.

В настоящей работе выполнен нелинейный анализ орбитальной устойчивости плоских колебаний спутника для неисследованных ранее значений параметров, лежащих на границах областей орбитальной устойчивости в линейном приближении. Были получены строгие выводы о неустойчивости, формальной устойчивости или устойчивости в третьем приближении. Для решения данной задачи на основании методики, предложенной в [2], был разработан конструктивный алгоритм, позволяющий проводить анализ устойчивости, когда в системе имеет место резонанс первого или второго порядков.

Исследование выполнено за счет средств гранта РФФИ №14-21-00068 в Московском авиационном институте (Национальном исследовательском университете).

Литература

1. Бардин Б.С., Чекин А.М. Об орбитальной устойчивости плоских колебаний спутника на круговой орбите // Космические исследования. 2008. Т. 46. № 3. С. 279-289.
2. Маркеев А.П. Конструктивный алгоритм нормализации периодического гамильтониана // ПММ, 2005, Т. 69, № 3, С. 355-371.

Orbital Stability of Planar Oscillations of a Satellite in a Circular Orbit at the Boundary of the Parametric Resonance Regions

B.S. Bardin, E.A. Chekina

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

The motion of a satellite about its center of mass in a circular orbit in a central Newtonian gravitational field is considered. The satellite is a rigid body whose mass geometry is similar to a plate. The problem of the orbital stability for planar oscillations of the satellite is investigated.

This problem has been studied earlier in [1] where diagrams of orbital stability have been obtained. In the present work, a nonlinear analysis of orbital stability of planar satellite oscillations is performed for parameters values corresponding to the boundaries of the orbital stability. There were obtained the rigorous conclusions about instability, formal stability, or stability in the third approximation. To solve the problem a constructive algorithm, based on the technique proposed in [2], was developed to perform stability analysis in the cases of first or second order resonance.

ОБ ЭВОЛЮЦИИ ОРБИТ ДВОЙНЫХ СИСТЕМ С ИЗЛУЧЕНИЕМ

А.А. Беков¹, С.Б. Момынов²

¹АО «Национальный центр космических исследований и технологий», Алматы, Казахстан
²Казахский национальный исследовательский университет им. К.И. Сатпаева, Алматы, Казахстан
E-mail: bekov@mail.ru, momynov_serzhan@mail.ru

Исследована эволюция динамических параметров излучающих двойных систем с переменной массой. В качестве динамической модели рассмотрена задача двух гравитирующих и излучающих тел, учитывающая гравитационное притяжение и световое давление взаимодействующих тел, с дополнительным предположением изотропной переменности их масс. Задача объединяет задачу Гильдена-Мещерского,

внося в нее новый физический смысл, и фотогравитационную задачу двух тел Радзиевского [1-4]. Пример применения нестационарной фотогравитационной задачи двух тел в теории полета с космическим парусом, учитывающий переменность гравитационного параметра задачи, показывает актуальность дальнейших исследований задачи [2, 3].

Представлена эволюционирующая орбита задачи, в отличие от кеплеровской, с переменными элементами орбиты – параметром и эксцентриситетом, определяемыми параметром $\mu(t)$, интегралом площадей C и квазиинтегралом энергии $h(t)$. Решения такого типа в случае задачи Гильдена-Мещерского можно встретить в исследованиях различных авторов [4, 5]. Найдено, что траекторией движения в фотогравитационном варианте задачи двух тел, в зависимости от знаков гравитационного параметра и квазиинтеграла энергии, может быть любое оскулирующее коническое сечение. Получено обобщение инвариантов Джинса [6] на случай $\mu(t)$, определяемым фотогравитационным параметром задачи. Найденные адиабатические инварианты задачи, представляют интерес для медленной эволюции орбит, общий ход эволюции орбит двойных систем с излучением определяется изменением параметра $\mu(t)$ и общей энергии системы.

Литература

1. *Радзиевский В.В.* Задача двух гравитирующих и излучающих тел // Астрон. журн. 1951. Т. 28. Вып. 5. С. 363-372.
2. *Поляхова Е.И.* Космический полет с солнечным парусом. М.: Наука. 1986. 304 с.
3. *Поляхова Е.И.* Интегрируемый случай задачи Гюльдена-Мещерского применительно к движению в фотогравитационном поле // Вестник ЛГУ. Серия I. Матем., мех., астрон. 1986. Вып. 3. С. 83-89.
4. *Беков А.А.* Динамика двойных гравитирующих систем с переменными массами – Saarbrücken, Deutschland: LAP LAMBERT Academic Publishing, GmbH&Co. KG. 2015. 224с.
5. *Hadjimetriou J.D.* Secular variation of mass and the evolution of binary systems // Advances in Astronomy and Astrophysics. N.Y.-L.: Acad. Press. 1967. V.5. P 131-188.
6. *Jeans J.* Astronomy and Cosmogony. Cambridge. 1929. 290 p.

On the Orbital Evolution of the Radiating Binary Systems

A.A. Bekov¹, S.B. Momynov²

¹*JSC “National Centre for Space Research and Technology”, Almaty, Kazakhstan*
²*Kazakh national technical university named after K.I. Satpayev, Almaty, Kazakhstan*

The evolution of the dynamic parameters of the radiating binary systems with variable mass is investigated. As a dynamic model, the problem of two gravitating and radiating bodies is considered, taking into account the gravitational attraction and the light pressure of the interacting bodies, with the additional assumption of isotropic variability of their masses. The problem combines the Gylden-Meshcherskij problem, carrying with them a new physical sense, and the two-body photogravitational Radzievskii problem. Evolving orbit is presented, unlike Kepler, with varying orbital elements - parameter and eccentricity, defines by the parameter $\mu(t)$, area integral C and quasi-integral energy $h(t)$. It is found, that the trajectory of a photogravitational version of the problem of two bodies, depending on the signs of the gravitational parameter and quasi-integral of energy, can be any of the osculating conic section. Adiabatic invariants of problem are defined, they are of interest to the slow evolution of the orbits, the general course of the evolution of the orbits of binary systems with the radiation is determined by the change of the parameter $\mu(t)$ and the total energy of the system.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КРУПНОГО РАЗРУШАЮЩЕГОСЯ МЕТЕОРОИДА С АТМОСФЕРОЙ ЗЕМЛИ

И.Г. Брыкина

НИИ механики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия
 E-mail: shantii@mail.ru

Большинство крупных метеороидов разрушается во время входа в атмосферу Земли под действием больших аэродинамических нагрузок, и это оказывает значительное влияние на их взаимодействие с атмосферой. В работе предложена модель дробления метеороида в атмосфере. Предполагается, что до начала разрушения метеороид имеет форму сферы, затем он движется как облако фрагментов, мелких

испаряющихся частиц и паров, объединенных общей ударной волной. Учитываются два процесса: расплющивание дробящегося метеороида – расширение в поперечном направлении и сжатие в продольном (при этом предполагается, что сфера трансформируется в сплюснутый эллипсоид вращения) и уменьшение его плотности из-за увеличения промежутков между фрагментами, заполняемых парами. Предложенная модель дробления отличается от других аналогичных моделей тем, что учитывает уменьшение плотности раздробленного метеороида вдоль траектории и зависимость скорости увеличения радиуса поперечного сечения облака осколков от значения самого радиуса.

Для исследования взаимодействия метеороида с атмосферой решаются уравнения физической теории метеоров, описывающие его торможение и абляцию, с учетом изменения вдоль траектории коэффициентов сопротивления и теплопередачи. Получены, в предположении, что масса метеороида убывает быстрее, чем его скорость, аналитические решения этих уравнений для изменения массы и энергии единого и дробящегося метеороида вдоль траектории, профиля световой кривой и высоты максимального энерговыделения. Оценена точность аналитического решения на основании сравнения с численными расчетами.

Проведено моделирование взаимодействия с атмосферой Челябинского метеороида 15 февраля 2013 г. на основе найденных решений. Исследуется влияние начальных параметров метеороида при входе в атмосферу Земли на характеристики его взаимодействия с атмосферой: изменение его массы вдоль траектории, энерговыделение и интенсивность свечения. Проводится сравнение с наблюдательными данными: кривой энерговыделения [1] и световыми кривыми, построенными по разным видеозаписям [2, 3]; дается оценка начальной массы Челябинского метеороида.

Литература

1. *Brown P.G., Assink J.D., Astiz L., et al.* A 500-kiloton airburst over Chelyabinsk and an enhanced hazard from small impactors // *Nature*. 2013. Vol. 503. P. 238–241.
2. *Borovicka J., Spurny P., Brown P., et al.* The trajectory, structure and origin of the Chelyabinsk asteroidal impactor // *Nature*. 2013. Vol. 503. P. 235–237.
3. *Попова О.П., Дженнискенс П., Глазачев Д.О.* Фрагментация Челябинского метеороида. Динамические процессы в геосферах // *Сборник научных трудов ИДГ РАН. Вып. 5. Геофизические эффекты падения Челябинского метеороида. М.: ГЕОС, 2014. С. 59–78.*

Modelling of Interaction of the Large Disrupted Meteoroid with the Earth Atmosphere

I.G. Brykina

Lomonosov Moscow State University, Institute of Mechanics, Moscow, Russia

The model of disruption of a large meteoroid in the Earth atmosphere is developed. Equations of the physical theory of meteors drag and heat transfer coefficients that vary along its trajectory are solved for single and disrupted meteoroid. The analytical solution for the change of meteoroid mass and energy along the trajectory and for the light curve is obtained. Modelling of interaction of the Chelyabinsk meteoroid with the atmosphere is carried out using this solution. Comparison of the light curve and the energy deposition with observational data is made, the initial mass of the Chelyabinsk meteoroid is estimated.

PLANAR ATTITUDE MOTION OF A SATELLITE WITH A VARIABLE MASS DISTRIBUTION IN FIELD OF GRAVITY OF ATTRACTING CENTER

A.A. Burov¹, I.I. Kosenko²

¹*Dorodnicyn Computing Center, Federal Research Center "Computer Science and Control" of RAS, Moscow, Russia*

²*Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia*
E-mail: aburov@ccas.ru, kosenkoi@gmail.com

Dynamics of a spacecraft with a variable mass distribution in a central field of Newtonian attraction is considered. Within the so-called "satellite approximation" the equations of spatial attitude motion are derived, in particular, from the Hamilton variational principle. Special rules of the mass redistribution providing prescribed

in advance attitude motions are indicated. For detected classes of relative equilibria, existing under appropriate rules of the mass redistribution, conditions of stability are investigated.

All investigation splits into two topics: (a) general dynamical consideration for the planar attitude satellite motion with use of the KAM theory; (b) constructing the families of periodic solutions depending on the parameter of perturbation and all arising from the equilibrium while the perturbation grows.

There exist three observations related to dynamics of spacecrafts with a variable mass distribution. First of all, there are effects related to "natural" mass redistribution due to crew motions, liquid sloshing, etc. These effects, and in particular, methods of compensation of appearing objectionable attitude motions were studied in numerous publications (cf. [1-3]). Another issue relates to possibilities of using spacecraft's mass redistribution to provide propulsive motion of its center of mass. This idea belonging to Beletsky and Giverts [4, 5] and developed by Donovan [6] was a subject of hot discussions, even in the popular literature [7]. Later related problems were intensively studied [8-10], in particular within the frame of theory of relativity [11-13]. Finally attitude motion of a spacecraft possessing variable mass distribution was studied in [14-16].

In fairness, one should note that investigation of the motion due to mass redistribution is an intensively studied approach in a number of current investigations in multibody system dynamics [17-21].

The work has been performed with help of: RFBR project No. 16-01-00625a at Computing Center of RAS for the first author and RSF project No. 14-21-00068 at Moscow Aviation Institute for the second author.

References

1. *Amin R.A., Newton D.J.*, Research into the effects of astronaut motion on the spacecraft: A review // *Acta Astronautica*, 2000, Vol. 47, No. 12, pp. 859-869.
2. *Markov V.E.*, Compensation of external perturbations applied to a spacecraft via the method of variation of its geometry of masses // *Mechanics of Solids*, 1974, No. 5, pp. 3-9.
3. *Thomson W.T., Fung V.C.*, Stability of spinning stations due to crew motion // *AIAA Journal*, 1965, Vol. 3, pp. 1082-1087.
4. *Beletsky V.V., Giverts M.E.*, Motion of a pulsating system in a gravitational field // *Cosmic Research*, 1967, Vol. 5, No. 6, pp. 304-308.
5. *Beletsky V.V.*, *Essays on the motion of celestial bodies*, Basel: BirkhaAuser, 2001, 392 pp.
6. *Donov A.E.*, Theory of a gravicraft flight // *Cosmic Research*, 1971, Vol. 9, No. 6, p. 360.
7. *Vorob'ev I.I.*, Unusual travel // *Quantum*, 1974, No. 2, pp. 22-25.
8. *Gratus J., Tucker R.*, An improved method of gravicraft propulsion // *Acta Astronautica*, 2003, Vol. 53, pp. 161-172.
9. *Landis G.*, Reactionless orbital propulsion using tether deployment // *Acta Astronautica*, 1992, Vol. 26, pp.307-312.
10. *Schaefer J.F.*, Artificial satellite orbit shifting without mass expulsion utilizing gravity gradient // In: Proc. 17th Astr. Congress, Madrid, 1966.
11. *Bergamin L., Delva P., Hees A.*, Vibrating systems in Schwarzschild spacetime: towards new experiments in gravitation? // <http://arxiv.org/pdf/0901.2306.pdf> = *Classical and Quantum Gravity*, 2009, Vol. 26, No. 18, 185006.
12. *Longo M.J.*, Swimming in Newtonian space-time: Orbital changes by cyclic changes in body shape // *Am. J. Phys.*, 2004, Vol. 72, No. 10, pp. 1312-1315.
13. *Wisdom J.*, Swimming in spacetime: Motion by cyclic changes in body shape // *Science*, 2003, Vol. 299, pp. 1865-1869.
14. *Iñarra M., Lanchares V.*, Chaos in the reorientation process of a dual-spin spacecraft with time-dependent moments of inertia // *Int. Journal of Bifurcation and Chaos*, 2000, Vol. 10, No. 5, pp. 997-1018.
15. *Iñarra M., Lanchares V., Rothos V. M., Salas J. P.*, Chaotic rotations of an asymmetric body with time-dependent moments of inertia and viscous drag // *Int. Journal of Bifurcation and Chaos*, 2003, Vol. 13, No. 2, pp. 393-409.
16. *Iñarra M., Lanchares V.*, Chaotic pitch motion of an asymmetric non-rigid spacecraft with viscous drag in circular orbit // *Int. Journal of Non-Linear Mechanics*, 2006, Vol. 41, Issue 1, pp. 86-100.
17. *Kozlov V.V., Ramodanov S.M.*, The motion of a variable body in an ideal fluid // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2001, Vol. 65, No. 4, pp. 579-587.
18. *Kozlov V.V., Onishchenko D.A.*, The motion in a perfect fluid of a body containing a moving point mass // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2003, Vol. 67, No. 4, pp. 553-564.
19. *Chernous'ko F.L.*, On the motion of a body containing a movable internal mass // *Doklady Physics*, November 2005, Vol. 50, No. 11, pp. 593-597.
20. *Chernous'ko F.L.*, Analysis and optimization of the motion of a body controlled by means of a movable internal mass // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2006, Vol. 70, No. 6, pp. 819-842.

ОЦЕНКА ЭНЕРГОВЫДЕЛЕНИЯ ДРОБЯЩЕГОСЯ МЕТЕОРОИДА

Л.А. Егорова, В.В. Лохин

НИИ механики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия
E-mail: egorova@imec.msu.ru, lokhin@imec.msu.ru

В настоящее время в связи с возросшим интересом к проблемам астероидно-кометной опасности публикуется все больше работ, моделирующих вход и разрушение метеорных тел в атмосфере с оценкой энергии, выделяющейся в атмосферу и непосредственно на поверхность Земли [1, 2]. При этом не всегда ясен вопрос об источнике высвобожденной тепловой энергии при дроблении. Поэтому, в настоящей работе подробно рассмотрены как модель разрушения, предложенная авторами ранее [3], так модель перехода кинетической энергии в тепловую.

Мы полагаем, что после дробления фрагменты разрушенного тела за короткий промежуток времени (полета) нагревают некоторый объем газа (окружающего воздуха и паров тела) до высокой температуры. Из закона сохранения энергии находим температуру облака газа после фрагментации. При этом распределение масс фрагментов взято из литературы [4] и соотношения для энергии проинтегрированы для всего набора частиц.

Литература

1. Шувалов В. В., Светцов В. В., Трубецкая И. А. оценка размера зоны разрушений, производимых на поверхности земли ударами астероидов размером 10–300 метров // Астр.вест. 2013. Т. 47. №. 4.– С. 284-291.
2. Register P.J et all. Asteroid fragmentation approaches for modeling atmospheric energy deposition //Icarus. 2017. Т. 284. С. 157-166.
3. Егорова Л. А., Лохин В. В. О двустадийном разрушении метеороида с концевой вспышкой // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. 2016. № 4. С. 43–47.
4. Немчинов И.В., Попова О.П., Тетерев А.В. Внедрение крупных метеороидов в атмосферу: теория и наблюдения // ИФЖ. 1999. Т. 72, №6. С. 1233 - 1265.

Energy Release Estimation for Fragmenting Meteoroid

L.A. Egorova, V.V. Lokhin

Lomonosov Moscow State University, Institute of Mechanics, Moscow, Russia

Nowadays due to the increasing interest in the problem of the asteroid-comet hazard the more works are simulating the entry and destruction of meteoric bodies in the atmosphere with an estimate of energy released into the atmosphere and directly to the earth surface. The source of released thermal energy after crushing is not always clear. Therefore in this paper we consider in detail both the destruction model proposed by the authors earlier and the model of the transition of kinetic energy to thermal one.

We proposed that after disintegration fragments of the destroyed body for a short time (flight) heat up a certain volume of gas (ambient air and body vapors) to a high temperature. Using the law of conservation of energy we find the resulting temperature of a gas cloud after fragmentation. The mass distribution of fragments known from the literature and energy expressions were integrated for the whole set of particles.

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ПО ЛЯПУНОВУ ЦЕНТРАЛЬНОЙ КОНФИГУРАЦИИ В ОГРАНИЧЕННОЙ ЗАДАЧЕ ЧЕТРЁХ ТЕЛ

П.А. Есипов

Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), Москва, Россия,
E-mail: esipov.p@mail.ru

Рассматривается ограниченная задача четырёх тел. Предполагается, что три взаимодействующих по закону всемирного тяготения тела m_1 , m_2 и m_3 движутся в одной плоскости относительно их общего центра масс по круговым орбитам, а четвёртое тело P обладает малой массой и не оказывает влияния на движение трёх других тел. Уравнения движения допускают частное решение при котором тела конечной

массы m_1 , m_2 и m_3 находятся в вершинах равностороннего треугольника, а тело P малой массы лежит на срединном перпендикуляре к основанию этого треугольника.

Исследуется задача об устойчивости трех возможных положений для тела малой массы на срединном перпендикуляре, два из которых расположены вне треугольника, образованного телами конечной массы, а одно – внутри треугольника. В линейном приближении эта задача рассматривалась ранее в работе [1]. В данной работе выполнен как линейный, так и нелинейный анализ устойчивости и сделаны строгие выводы об устойчивости по Ляпунову. Была показана неустойчивость двух из трех рассматриваемых конфигураций.

- 1) Существуют резонансы на интервале устойчивости.
- 2) В нерезонансном случае конфигурация «вне» устойчива, остальные неустойчивы.
- 3) В резонансном случае $\frac{1}{2}$ неустойчивость.
- 4) В одной точке требуется дополнительное исследование.

Литература

1. Брумберг В. А. Постоянные конфигурации в проблеме четырех тел и их устойчивость // *Астрономический журнал*, 1957, Т. 34, № 1, С. 55-74.

Lyapunov Stability Analysis of a Limited Four Body Problem

P.A. Esipov

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

The limited problem of four bodies is considered. The stability of three equilibrium positions for a body of small mass is investigated in details. Linear and non-linear analysis is performed and rigorous conclusions on stability are obtained.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРЕЛЁТОВ В ОКРЕСТНОСТЬ ТОЧЕК ЛИБРАЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УСТОЙЧИВЫХ ИНВАРИАНТНЫХ МНОГООБРАЗИЙ

А.В. Иванюхин

Научно-исследовательский институт прикладной механики и электродинамики

Московского авиационного института, Москва, Россия

E-mail: ivanyukhin.a@yandex.ru

В настоящее время имеется большой интерес к перелётам в рамках ограниченной задачи трёх тел. Этот интерес продиктован существованием у этой модели особого типа периодических решений – точек либрации, а также периодических и квазипериодических орбит у этих точек. Такие орбиты часто рассматриваются в качестве рабочих для автоматических космических аппаратов (КА). В частности, это касается таких проектов как «Спектр-РГ» и «Спектр-М» – двух астрофизических обсерваторий на квазипериодических орбитах в окрестности коллинеарной точки либрации L2 системы Солнце-Земля для проведения астрофизических исследований.

Кроме того, точки либрации, а также периодические и квазипериодические орбиты у точек либрации имеют устойчивое и неустойчивое многообразие. Устойчивое (неустойчивое) многообразие можно охарактеризовать как некоторое множество начальных условий, определяющее асимптотически стремящиеся к точкам либрации или периодическим и квазипериодическим орбитам в их окрестности траектории при стремлении времени к ∞ ($-\infty$). Траектории, использующие устойчивые и неустойчивые многообразия, принято относить к так называемым низкоэнергетическим перелётам (low-energy transfers) [1]. Идеи таких перелётов уже использовались в миссиях: Hiten (JAXA, 1990), Genesis (NASA, 2001), SMART-1 (ESA, 2003), GRAIL (NASA, 2011), Чанъэ 2 (CNSA, 2010) и др.

В данной работе рассматривается задача оптимального перелёта КА с двигателем малой тяги с околоземной орбиты в окрестность точки либрации в рамках ограниченной круговой задачи трёх тел. В качестве модели функционирования двигателя малой тяги рассматривается модель идеально-регулируемого двигателя ограниченной мощности и двигателя с конечной тягой. Конечным состоянием КА может быть не только сама точка либрации, но и её устойчивое многообразие. Для решения задачи оптимального управления используется принцип максимума Понтрягина [2] в сочетании с методом

продолжения по параметру [3]. В качестве примера рассматриваются перелёты к точкам либрации системы Земля-Луна и Солнце-Земля, проводится сравнение энергетических затрат для перелёта к точкам либрации с прямым выходом к ним и через устойчивые многообразия при одинаковом времени выведения.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 16-19-10429).

Литература

1. *Perozzi E., Ferraz-Mello S.* Space Manifold Dynamics: Novel Spaceways for Science and Exploration. New York: Springer, 2010, 258 p.
2. *Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф.* Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983, 392 с.
3. *Петухов В.Г.* Оптимизация межпланетных траекторий космических аппаратов с идеально-регулируемым двигателем методом продолжения // Космические исследования. Том 46. № 3. 2008. С. 224–237.

Optimization of Flights to the Neighborhood of Libration Points with the Use of Stable Invariant Manifolds

A.V. Ivanyukhin

Research Institute of Applied Mechanics and Electrodynamics of Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia

The problem of an optimal flight of a spacecraft with a low-thrust engine in near-Earth orbit in the neighborhood of a libration point is studied.

О ВОЗМОЖНОСТИ МАГНИТНО-ГРАВИТАЦИОННОГО ЗАХВАТА ТЕХНОГЕННЫХ НАНОЧАСТИЦ, ИНЖЕКТИРУЕМЫХ В ОКОЛОЗЕМНОЕ КОСМИЧЕСКОЕ ПРОСТРАНСТВО НА ВЫСОКИХ КРУГОВЫХ ОРБИТАХ

Е.К. Колесников, С.В. Чернов

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: kolesnikov_evg@mail.ru, e.kolesnikov@spbu.ru

Проведена серия численных экспериментов по моделированию движения в околоземном космическом пространстве (ОКП) наночастиц (НЧ) из различных материалов (оксида алюминия и углерода), инжектируемых в ОКП на высоких круговых орбитах. Учитывалось воздействие на НЧ: электродинамических сил, гравитационного поля Земли и силы солнечного давления. При этом основное внимание было уделено определению условий реализации явлений захвата НЧ магнитно-гравитационной ловушкой Земли. Точная траектория НЧ в режиме магнитно-гравитационного захвата (МГЗ-захвата) замечает тор, расположенный в северном или южном полушариях с осью, совпадающей с магнитной осью Земли. Результаты расчетов показывают, что, как правило, явления МГЗ-захвата НЧ возникают при инжекции НЧ в точках орбиты со значениями истинной аномалии, находящимися в одном или нескольких промежутках, число которых и границы зависят от параметров материнской орбиты и параметров НЧ. В частности, проведено детальное исследование условий реализации явлений МГЗ-захвата наночастиц, инжектируемых в ОКП на круговых орбитах с высотами и наклонениями характерными для орбит спутников навигационных систем (ГЛОНАСС, GPS и др.). В качестве инжектируемых частиц рассматривались сферические частицы оксида алюминия с радиусами от 4 до 100 нм. Предполагалось, что инжекция НЧ производится в различных точках круговых орбит с высотой 19130 км, углом наклона к плоскости экватора равным 64.8 градуса и долготой восходящего узла 0, 120 и 240 градусов. Расчеты движения наночастиц в ОКП производились для условий низкого уровня солнечной и геомагнитной активности. Результаты численных экспериментов показывают, что для всех рассмотренных пространственных ориентаций орбиты материнского тела (МТ) движения НЧ в режиме магнитно-гравитационного захвата с экстремально большими временами орбитального существования (более двух лет) могут реализоваться только для наночастиц с радиусами в узком промежутке от 8.6 до 10.2 нм. При этом значения истинной аномалии точки инжекции НЧ, находятся в одном или нескольких промежутках, число которых и границы зависят от ориентации материнской орбиты. Таким образом, полученные расчетные данные показывают, что высотные навигационные спутники могут являться источниками антропогенного загрязнения ближнего космоса долгоживущими техногенными наночастицами.

About the Possibility of Magnetic and Gravitational Capture of the Technogenic Nanoparticles Injected in the Near-Earth Space in High Circular Orbits

E.K. Kolesnikov, S.V. Chernov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The series of numerical experiments on modeling of the movement in the near-earth space (NES) of nanoparticles from different materials (aluminum oxide and carbon) injected in NES in high circular orbits is carried out. The obtained calculation datas show that high-rise navigation satellites can be sources of anthropogenous pollution of near space long-living technogenic nanoparticles.

АЛГОРИТМ ТЕНЗОРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ В СИСТЕМЕ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ

Д.Г. Корытников, А.А. Тихонов

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: dgkorytnikov@gmail.com, a.tikhonov@spbu.ru

Предложен алгоритм моделирования потенциала магнитного поля Земли с использованием тензорного мультипольного представления [1]. Программный код, составленный на языке системы компьютерной алгебры MAPLE, позволяет строить аналитические выражения компонент мультипольных тензоров произвольных рангов. В основе представленного алгоритма лежит сравнение известного гармонического представления потенциала магнитного поля в виде ряда Лежандра в сферических координатах (Международное аналитическое поле) с тензорным представлением потенциала. На основании алгебраических свойств тензора программа строит систему линейных алгебраических уравнений для отыскания элементов мультипольных тензоров, решает построенную систему и выводит точные аналитические выражения элементов искомого тензора в зависимости от гауссовых коэффициентов в виде последовательности строк. На текущий момент программа не имеет аналогов. Предложен и обоснован аналогичный алгоритм моделирования потенциала гравитационного поля Земли.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 16-01-00587-а, 16-08-00997-а и 17-01-00672-а).

Литература

1. Тихонов А.А. Тензорное моделирование геомагнитного поля. Saarbrucken: LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, 2011, 95 с. ISBN 978-3-8454-7932-3
2. Антипов К.А., Тихонов А.А. Мультипольные модели геомагнитного поля: построение N-го приближения // Геомагнетизм и аэрономия, 2013, том 53, №2, с. 271-281.

Algorithm of Tensor Modeling of the Geomagnetic Field for Implementation in Computer Algebra System

D.G. Korytnikov, A.A. Tikhonov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

An algorithm for modeling the Earth's magnetic field using the tensor multipole representation is proposed. The program code compiled in MAPLE computer algebra system allows the construction of analytical expressions for the components of multipole tensors of arbitrary ranks. On the basis of the algebraic properties of multipole tensors, the program constructs a system of linear algebraic equations to find the elements of the multipole tensors. Then the program solves the constructed system and derives exact analytic expressions for the elements of the required tensor as a function of the Gaussian coefficients. At the moment the program has no analogues.

ОБ ЭВОЛЮЦИИ УГЛА НАКЛОНА ОСИ ВРАЩЕНИЯ ПЛАНЕТЫ В ПЛАНЕТНОЙ СИСТЕМЕ В НЕРЕЗОНАНСНОМ СЛУЧАЕ

П.С. Красильников¹, О.М. Подвигина²

¹Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), Москва, Россия

²Международный институт теории прогноза землетрясений и математической геофизики РАН,
Москва, Россия

E-mail: krasil06@rambler.ru, olgap@mitp.ru

Исследуется эволюция угла наклона оси вращения планеты M массы m («Земли») в поле притяжения массивного небесного тела массы m_1 (звезды), спутника планеты массы m_2 («Луны») и экзопланет с массами m_3, \dots, m_N ($m_1 \gg m_2, \dots, m_N$). Считаем планету динамически симметричным твердым телом ($A = B$). Предполагаем также, что планета M и экзопланеты движутся по замкнутым периодическим орбитам вокруг звезды со средними частотами ω и $\omega_3, \dots, \omega_N$ соответственно, исключая спутник m_2 , орбита которого описывается квазипериодической функцией времени с базисными частотами ω, ω_2 .

В переменных Депри-Андуайе получена функция Гамильтона задачи

$$H = \frac{I_2^2 - L^2}{2A} + \frac{L^2}{2C} + \sum_{i=1}^N U_i, \quad U_i = \frac{3fm_i}{2R_i^3} (C - A)\gamma_{i3}^2,$$

где A, C – экваториальный и осевой моменты инерции планеты, I_2 – модуль вектора кинетического момента планеты, R_i – расстояние между центром масс планеты и центром масс i -ой экзопланеты, γ_{i3} – косинус угла между вектором R_i и осью вращения планеты.

Проведено осреднение H по быстрым переменным вращательного движения $\varphi_2 (\dot{\varphi}_2 \sim I_2/J_0)$ и быстрым переменным $\theta_j = \omega_j t$ орбитального движения при условии отсутствия резонансов между частотами $\omega, \omega_j, I_2/J_0$. Из анализа первых интегралов следует, что угол наклона оси вращения планеты M вычисляется по формуле

$$\delta_1 = \delta_{11} - \frac{I_3^*(t)}{C\omega_r \sin \delta_{11}} + \dots, \quad I_3^*(t) = O(fm_1, \dots, fm_N, t), \quad t \sim \frac{1}{\|(fm_1, \dots, fm_N)\|},$$

где δ_{11} – угол наклона оси планеты под действием гравитационных моментов Солнца, ω_r – угловая скорость вращения планеты M вокруг оси динамической симметрии,

$$I_3^*(t) = -\frac{\Lambda}{\omega_0} \left[\left((D_2^* - D_1^*) \sin^2 \omega_0 t + D_4^* \sin 2\omega_0 t \right) \sin^2 \delta_{11} - \sin 2\delta_{11} \left(D_5^* \sin \omega_0 t - D_6^* \cos \omega_0 t + D_6^* \right) \right]$$

где ω_0 – частота прецессии симметричного тела в центральном роле тяготения, Λ, D_j^* – постоянные параметры, причем D_j^* – величины первого порядка малости по малым параметрам fm_2, \dots, fm_N , представляющие собой функционалы на семействе орбит экзопланет, самой планеты и спутника планеты.

Для возмущенного периода прецессии планеты имеем

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \left\{ 1 - \frac{\Lambda}{2\omega_0} \frac{1}{I_2 \cos \delta_{11}} \left[(1 + \cos^2 \delta_{11}) (D_1^* + D_2^* + 2D_3^*) + 2g^*(\varphi_{30}) \right] \right\}.$$

Здесь $g^*(\varphi_{30})$ – функция начальных условий по углу прецессии φ_3 .

Проведены расчеты эволюции угла нутации и измененного периода прецессии для случая, когда орбиты экзопланет близки к круговым и наклонены под постоянным углом к плоскости «эклиптики».

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-01-00820.

On Evolution of the Planet's Obliquity in the Planetary System: a Non-Resonance Case

P.S. Krasilnikov, O.M. Podvigina

¹Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

²Institute of Earthquake Prediction Theory and Mathematical Geophysics, Moscow, Russia

E-mail: krasil06@rambler.ru, olgap@mitp.ru

The evolution of planet's obliquity under attraction of star ("Sun") of mass m_1 , planet's satellite of mass m_2 ("Moon"), exoplanets of masses m_3, \dots, m_N ($m_1 \gg m_2, \dots, m_N$) is investigated. Assume that the planet is a dynamically symmetric body ($A = C$), planet and exoplanets move along the periodic orbits with mean motions ω and $\omega_3, \dots, \omega_N$ respectively. The planet's satellite orbit is assumed to be quasi-periodic with basic frequencies ω, ω_2 .

In Depri - Andoyer variables, Hamiltonian of the problem is of the following form:

$$H = \frac{I_2^2 - L^2}{2A} + \frac{L^2}{2C} + \sum_{i=1}^N U_i, \quad U_i = \frac{3fm_i}{2R_i^3} (C-A)\gamma_{i3}^2$$

Here A, C are axial and equatorial moments of inertia of planet, I_2 is a modulus of the planet angular momentum, R_i is the distance between the center of mass of the planet and the i -th exoplanet, γ_{i3} is a cosine of the angle between vector R_i and the spin axis of the planet.

If there are no resonances between the frequencies $\omega, \omega_j, I_2/J_0$, the averaging of H with respect to the fast rotational variables $\varphi_2 (\dot{\varphi}_2 \sim I_2/J_0)$ and fast orbital motion variables $\theta_j = \omega_j t$ is carried out. From the analysis of the first integrals, it follows that the obliquity of the planet is of the following form:

$$\delta_1 = \delta_{11} - \frac{I_3^*(t)}{C\omega_r \sin \delta_{11}} + \dots, \quad I_3^*(t) = O(fm_1, \dots, fm_N, t), \quad t \sim \frac{1}{\|(fm_1, \dots, fm_N)\|},$$

where δ_{11} is the planet's obliquity in the central gravitational field, ω_r is the spin frequency of planet,

$$I_3^*(t) = -\frac{\Lambda}{\omega_0} \left[((D_2^* - D_1^*) \sin^2 \omega_0 t + D_4^* \sin 2\omega_0 t) \sin^2 \delta_{11} - \right. \\ \left. - \sin 2\delta_{11} (D_5^* \sin \omega_0 t - D_6^* \cos \omega_0 t + D_6^*) \right], \quad \Lambda = \frac{3}{4} (A-C)(3\cos^2 \delta_2 - 1)$$

Here ω_0 is the precession frequency of a symmetric body in the central gravitational field, D_j^* are functionals of periodic orbits of exoplanets, the planet under consideration and quasi-periodic orbit of planet's satellite such that parameters D_j^* have first order of smallness in small values fm_2, \dots, fm_N .

For the perturbed precession period of the planet we have

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \left\{ 1 - \frac{\Lambda}{2\omega_0 I_2 \cos \delta_{11}} \left[(1 + \cos^2 \delta_{11})(D_1^* + D_2^* + 2D_3^*) + 2g^*(\varphi_{30}) \right] \right\}.$$

Here $g^*(\varphi_{30})$ is the function of initial values of precession angle φ_3 .

When the exoplanet orbits are circles and it's inclinations to "ecliptic" are constants, the evolution of the planet's obliquity are calculated.

The research was funded by RFBR according to the research project № 18-01-00820.

СИСТЕМА ТЕХНИЧЕСКОГО ЗРЕНИЯ ДЛЯ ТЕЛЕУПРАВЛЯЕМОГО КОСМИЧЕСКОГО РОБОТА

**Ф.М. Кулаков^{1,2}, Т.А. Салимов¹, Л.А. Коваленко¹,
Д.А. Гусев¹, В.И. Горбунов¹, Г.В. Алферов¹**

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

²Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: titalimov@gmail.com, levozavr@mail.ru, guseffdanila@ya.ru, gorbunov.v93@gmail.com, alferovgv@gmail.com

Из-за неточности наземной модели окружающей среды, при управлении космическим роботом на основании подхода [1-10] необходима коррекция программной траектории, которая выполняется при помощи интеллектуальной системы технического зрения, особенностью которой является работа в режиме реального времени. Для детектирования и отслеживания множественных объектов в видеопотоке используется сканирующий подход - на объекты наносятся специальные метки и по искажениям проекций меток, расположенных на объектах, определяется их текущее положение в пространстве. Сформированные во время обучения робота, позиционная траектория и траектория силы передаются в локальную систему управления реального космического робота и корректируются перед обработкой, при помощи интеллектуальной системы технического зрения, устройство и принцип работы которой, описаны в данной статье.

Данное исследование поддержано фондом РФФИ (грант РФФИ №16-19-00199).

Литература

1. Кулаков Ф.М. Телеуправление космическими роботами // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2016. № 4. С. 141-192.
2. Kulakov F.M. Active force-torque robot control without using wrist force-torque sensors // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2012. Т. 51. № 1. С. 147-168.
3. Kulakov F.M. Robust motion control for robots with flexible elements // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2000. Т. 39. № 4. С. 656-665.
4. Алферов Г.В. Генерация стратегии робота в условиях неполной информации о среде. // Проблемы механики и управления. Нелинейные динамические системы: межвуз. сб. науч. тр./ Перм. гос.ун-т. Пермь, 2009. вып. 35. С. 4-24
5. Kulakov F., Alferov G., Efimova P., Chernakova S., Shymanchuk D. Modeling and control of robot manipulators with the constraints at the moving objects. 2015 International Conference on "Stability and Control Processes" in Memory of V.I.Zubov, SCP 2015 - Proceedings.
6. Ivanov G., Alferov G., Efimova P., Sharlay A. Conditions of asymptotic stability for linear homogeneous switched systems. 2017 AIP Conference Proceedings.
7. Kulakov F.M. Control systems of haptic man-machine interfaces // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2010. Т. 49. № 4. С. 643-671.
8. Alferov G., Ivanov G., Sharlay A., Efimova P. Study on the structure of limit invariant sets of stationary control systems with nonlinearity of hysteresis type. 2017 AIP Conference Proceedings.
9. Felix Kulakov, Boris Sokolov, Anatoly Shalyto, Gennady Alferov. "Robot master slave and supervisory control with large time delays of control signals and feedback". Applied Mathematical Sciences, Vol. 10, 2016, no. 36, 1783-1796.
10. F. Kulakov, G. Alferov and P. Efimova, "Methods of remote control over space robots," Mechanics - Seventh Polyakhov's Reading, 2015 International Conference on, Saint Petersburg, 2015, pp. 1-6.

Computer Vision System for a Remote-Controlled Space Robot

**F.M. Kulakov^{1,2}, T.A. Salimov¹, L.A. Kovalenko¹,
D.A. Gusev¹, V.I. Gorbunov¹, G.V. Alferov¹**

¹Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

²Saint Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Science,
Saint Petersburg, Russia

Because of the inaccuracy of the terrestrial model of the environment, the control of the space robot based on the approach [1-10] requires a correction of the program path, which is performed using an intelligent system of technical vision, the feature of which is work in real time mode. To detect and track multiple objects in the video stream, a scanning approach is used - special marks are placed on objects and distortions of the projections of the objects located on the objects determine their current position in space. Formed during the training of the robot, the position trajectory and the force trajectory are transferred to the local control system of the real space robot

and are corrected before testing, with the help of an intellectual system of technical vision, the device and operating principle of which are described in this article.

ПОСТРОЕНИЕ СИНТЕЗА СТАБИЛИЗИРУЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ ОРБИТАЛЬНЫМ ДВИЖЕНИЕМ В ОКРЕСТНОСТИ КОЛЛИНЕАРНОЙ ТОЧКИ ЛИБРАЦИИ L_1 С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АНАЛИТИЧЕСКОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ИНВАРИАНТНОГО МНОГООБРАЗИЯ

Г.П. Малявкин, А.С. Шмыров, В.А. Шмыров

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: malgepav@yandex.ru, ashmyrov@yandex.ru, vasilyshmyrov@yandex.ru

Окрестности коллинеарных точек либрации L_1 и L_2 системы Солнце – Земля являются весьма привлекательными для космической навигации. Как NASA, так и ESA к настоящему времени реализовали несколько проектов запуска космических аппаратов для изучения космоса к точкам L_1 и L_2 (космические аппараты SOHO, WIND, Gaia и другие). Поэтому изучение движений космических аппаратов в окрестностях коллинеарных точек либрации является одной из актуальных задач небесной механики [1].

Коллинеарные точки либрации являются неустойчивыми, поэтому важным является вопрос стабилизации движения в их окрестностях [2,3]. Для успешного построения стабилизирующего управления орбитальным движением полезным может оказаться аналитическое представление инвариантного многообразия в окрестности точки либрации.

В данной работе для уравнений хилловского приближения ограниченной круговой задачи трех тел во вращающейся геоцентрической системе координат [4] даются приближенные представления инвариантного многообразия в окрестности точки либрации L_1 системы Солнце – Земля рядами с точностью до членов четвертого порядка по отношению к расстоянию до L_1 . На основе этих приближений строятся законы стабилизирующего управления орбитальным движением в виде синтеза. При помощи численного моделирования с различными начальными данными проводится сравнение энергетических затрат на реализацию полученных законов управления.

Литература

1. Gomez G., Llibre J., Martinez R., Simo C. World Scientific Monograph Series in Mathematics – Vol. 2. Dynamics and Mission Design near Libration Points. Vol. I Fundamentals: the Case of Collinear Libration Points. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2001. 460 p.
2. Маркеев А.П. Точки либрации в небесной механике и космодинамике. М.: Наука, 1978. 312 с.
3. Shmyrov A., Shmyrov V. On controllability region of orbital motion near L_1 // Applied mathematical sciences. 2015. Vol. 9(145–148), pp. 7229–7236.
4. Шмыров В.А. Стабилизация управляемого орбитального движения космического аппарата в окрестности коллинеарной точки либрации L_1 // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10: Прикладная математика, информатика, процессы управления. 2005. Вып. 2. С. 193–199.

Design of the Stabilizing Control of the Orbital Motion in the Vicinity of the Collinear Libration Point L_1 Using the Analytical Representation of the Invariant Manifold

G.P. Maliavkin, A.S. Shmyrov, V.A. Shmyrov

Saint-Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The model of Hill's approximation of the circular restricted three-body problem in the rotating geocentric coordinate system is used to investigate the problem of stabilizing the orbital motion in the vicinity of the collinear libration point L_1 of the Sun-Earth system. Approximate representations of the invariant manifold in the neighborhood of L_1 which is filled with bounded trajectories are obtained and then used to construct four laws of stabilizing control. Numerical modelling of the controlled trajectories with different initial conditions is used to compare energy consumptions required to implement these laws of control.

О СТАБИЛИЗАЦИИ СПУТНИКА, ОСНАЩЕННОГО ЭКРАНАМИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЙ ЗАЩИТЫ

Д.Ю. Никитин, А.А. Тихонов

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: danil_nikitin94@mail.ru, a.tikhonov@spbu.ru

Работа посвящена одной из актуальных задач современной космодинамики, а именно изучению электромагнитных аспектов вращательного движения искусственного спутника Земли (ИСЗ) относительно его центра масс. Предполагается, что ИСЗ, движущийся по круговой околоземной орбите, снабжен системой электростатической защиты (ЭСЗ) от ионизирующих излучений [1]. Основным элементом ЭСЗ является система трех концентрических тороидальных оболочек, несущих поверхностные электростатические заряды. Путем изменения величин этих зарядов предлагается управлять статическими моментами заряда второго порядка всей системы, не меняя положения центра заряда ИСЗ. При этом центр заряда совпадает с центром масс ИСЗ. В работе анализируется возможность использования управляемого лоренцева момента для обеспечения устойчивости положения равновесия ИСЗ в орбитальной системе координат. В качестве расчетной модели МПЗ принимается модель «прямой магнитный диполь». Важной особенностью работы является учет градиентности геомагнитного поля в объеме тороидальных оболочек при вычислении момента сил Лоренца [2]. Это обстоятельство связано с весьма существенными размерами конструкции.

В работе построена система дифференциальных уравнений, описывающая вращательное движение ИСЗ и найдены возможные положения равновесия ИСЗ в орбитальной системе координат. Удалось построить функцию Ляпунова и применить ее для получения достаточных условий устойчивости прямого положения равновесия ИСЗ. Построены области устойчивости для прямого положения равновесия при различных параметрах системы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 16-01-00587-а, 16-08-00997-а и 17-01-00672-а).

Литература

1. *Joshi R.P., Qiu H., Tripathi R.K.* Configuration studies for active electrostatic space radiation shielding // *Acta Astronautica*, 2013, vol.88, pp.138-145.
2. *Петров К.Г., Тихонов А.А.* Момент сил Лоренца, действующих на заряженный спутник в магнитном поле Земли. Ч.2: Вычисление момента и оценки его составляющих // *Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер.1.* 1999. Вып.3 (№ 15). С. 81-91.

About the Stabilization of a Satellite Equipped with Electrostatic Protection Screens

D.Y. Nikitin, A.A. Tikhonov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

A satellite with a system of three electrostatic radiation protection (ERP) screens is under consideration. The screens are constructed as electrostatically charged toroidal shields. The interaction of electric charge with the Earth's magnetic field (EMF) give rise to the Lorentz torque acting upon a satellite attitude motion. As the sizes of ERP system are large, we derive the Lorentz torque taking into account the complex form of ERP screens and gradient of the EMF in the screen volume, we investigate the usage of Lorentz torque for passive attitude stabilization for satellite in a circular equatorial orbit. The straight equilibrium position of the satellite in the orbital frame is found. Sufficient conditions for stability of satellite equilibrium position are constructed with the use of the first integral.

ПРОГНОЗЫ АСТЕРОИДНОЙ ОПАСНОСТИ ДЛЯ ЗЕМЛИ НА 21-Й ВЕК**Н.А. Петров, Л.Л. Соколов, Е.Н. Поляхова, К.И. Оськина***Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: petrov@astro.spbu.ru, lsok@astro.spbu.ru, pol@astro.spbu.ru, zegzithsa@gmail.com

Заблаговременное обнаружение и исследование возможных соударений и сближений астероидов с Землей необходимы для обеспечения астероидно-кометной безопасности (сайт NASA speos.jpl.nasa.gov/sentry/). Трудность прогнозирования сближений и соударений, связанных с резонансными возвратами после сближений с Землей, обусловлена в частности потерей точности при численном исследовании траекторий с этими сближениями. Главный объект нашего исследования - астероид Апофис (99942), для которого найдено много возможных орбит соударений, связанных с резонансными возвратами. Астероид остается опасным несмотря на существенное уточнение его орбиты из наблюдений.

Исследуются области начальных данных, ведущие к соударениям Апофиса с Землей в текущем столетии, и эволюция этих областей со временем. Обсуждаются траектории с соударениями и устойчивость основных характеристик этих траекторий при малых изменениях модели движения (альтернативные модели движения планет, методы интегрирования и т. п.). Аналогичная структура фрактального типа для начальных данных, ведущих к соударениям, имеет место и для других опасных АСЗ из-за резонансных возвратов.

Рассматриваются возможности изменения орбиты Апофиса в разные моменты времени для предотвращения соударений. Показано, что заблаговременное изменение его орбиты позволяет избежать основных соударений, причем такое изменение орбиты в принципе реализуемо.

Исследуются возможные соударения с Землей открытого 9 сентября 2015 года АСЗ 2015 RN35; использовались методы, применявшиеся нами для астероида Апофис. Приводятся характеристики траекторий для 21 соударения в текущем столетии, из них 7 соударений с большими щелями приведены на сайте NASA.

Обсуждается методика обработки наблюдений на инструменте ЗА-320М Пулковской обсерватории на примере трех астероидов, сближающихся с Землей, 7822, 20826, 68216, два из которых 7822 и 68216 являются потенциально опасными. Результаты обработки и анализа данных по полученным наблюдениям (астрометрические положения астероидов и их блеск на моменты получения ПЗС-кадров) дали возможность уточнить орбиты АСЗ, эволюцию орбит этих астероидов и построить фрагменты их кривых блеска. Кривые блеска позволили оценить периоды вращения АСЗ вокруг своей оси.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 15-02-04340), и гранта Санкт-Петербургского государственного университета 6.37.341.2015.

Predictions of Asteroid of Hazard to the Earth for the 21st Century**N.A. Petrov, L.L. Sokolov, E.N. Polyakhova, K.I. Oskina***Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

Early detection and investigation of possible collisions and close approaches of asteroids with the Earth are necessary to except the asteroid-comet hazard. The difficulty of prediction close approaches and collisions associated with a resonant returns after encounters with the Earth due to loss of precision in these encounters. The main research object is the asteroid Apophis (99942), for which we found a many of possible orbits of impacts associated with a resonant returns. It is shown that the early change of the Apophis orbit allows to avoid main impacts, associated with resonant returns, and such a change of the orbit, in principle, is feasible.

We also study the possible impacts with the Ground asteroid 2015 RN35. We present 21 possible collisions in this century, including 7 collisions with large gaps presented in the NASA website.

The results of observations on the telescope ZA-320M at Pulkovo Observatory of the three asteroids (NEA), namely, 7822, 20826, 68216, two of which 7822 and 68216 are potentially hazardous, are presented.

The work is executed at financial support of RFBR (grant 15-02-04340), and grant of St. Petersburg State University 6.37.341.2015.

ОПТИМАЛЬНЫЕ ГЕЛИОЦЕНТРИЧЕСКИЕ ТРАЕКТОРИИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С СОЛНЕЧНЫМ ПАРУСОМ МИНИМАЛЬНОЙ ПЛОЩАДИ

В.Г. Петухов

*Научно-исследовательский институт прикладной механики и электродинамики
Московского авиационного института, Москва, Россия
E-mail: vgpetchkov@mail.ru*

Рассматривается задача оптимизации гелиоцентрической траектории космического аппарата (КА) с плоским солнечным парусом (СП). Время перелета считается фиксированным и требуется найти оптимальную программу управления ориентацией плоскости СП и минимальное значение его площади S , обеспечивающее решение поставленной задачи. Используется наиболее простая математическая модель плоского СП с идеальной отражающей поверхностью и математическая модель метода точечных сфер действия, в рамках которой гелиоцентрическое движение КА формируют только две силы: центральная ньютоновская сила притяжения Солнца и сила светового давления, направленная по нормали к плоскости СП и пропорциональная квадрату косинуса угла отклонения α нормали к плоскости СП от гелиоцентрического вектора положения КА, деленного на квадрат гелиоцентрического удаления КА r . Рассматриваются прямые межпланетные перелеты между двумя планетами. В соответствии с методом точечных сфер действия, положение КА в начальной и конечной точках гелиоцентрической траектории совпадает с положением планеты отправления или назначения в соответствующие моменты времени t_0 и t_f , а векторы гелиоцентрической скорости КА в граничных точках – с векторной суммой гелиоцентрических скоростей соответствующих планет и гиперболических избытков скорости КА.

Традиционно площадь СП (или отношение площади СП к массе КА) считается заданной и требуется найти минимальное время перелета КА с СП между двумя заданными граничными многообразиями. В отличие от традиционной постановки, в настоящей работе заданной считается длительность перелета, а найти требуется минимальную площадь СП. В ряде случаев – например при рассмотрении прямых перелетов между двумя планетами – предлагаемая постановка позволяет построить более устойчивые и эффективные численные алгоритмы решения задачи, так как правая точка траектории оказывается фиксированной, а не скользящей, как в задаче оптимального быстрогодействия.

Для решения рассматриваемой задачи оптимального управления используется принцип максимума. Выводится необходимое условие минимума площади СП, которое имеет вид

$$\frac{2p_0 S}{m}(t_f - t_0) = \int_{t_0}^{t_f} \frac{p_v}{r^2} \cos^2 \alpha \cos(\varphi - \alpha) dt,$$

где p_0 световое давление солнечного излучения на гелиоцентрическом удалении 1 а.е., m – масса КА с СП, p_v – модуль базис-вектора (вектора, сопряженного к скорости КА), φ – угол между гелиоцентрическим радиус-вектором КА и базис-вектором. Решение краевой задачи принципа максимума реализуется с помощью метода непрерывного продолжения по параметру, в котором используются гомотопии между пассивным движением КА, оптимальным движением КА с идеально-регулируемым двигателем малой тяги и оптимальным движением КА с идеальным плоским СП.

Разработанный метод оптимизации был применен к задаче оптимизации гелиоцентрических траекторий перелета КА с СП к планетам земной группы. Исследованы траектории, удовлетворяющие необходимым условиям оптимальности и отличающиеся различным числом оборотов вокруг Солнца. Проанализированы зависимости минимальной площади СП от даты отлета от Земли, времени перелета и отлетного гиперболического избытка скорости. В частности, для задачи сопровождения (сближения с планетой-целью с нулевой относительной скоростью) при нулевом отлетном гиперболическом избытке скорости для длительности перелета 1200 суток найдено, что минимальное отношение S/m должно составлять около $12 \text{ м}^2/\text{кг}$ для перелета к Венере, $23.5 \text{ м}^2/\text{кг}$ для перелета к Меркурию и $25 \text{ м}^2/\text{кг}$ для перелета к Марсу.

Optimal Heliocentric Trajectories for Solar Sail with Minimum Area

V.G. Petukhov

Research Institute of Applied Mechanics and Electrodynamics of Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia

The fixed-time heliocentric trajectory optimization problem is considered for planar solar sail of minimum area. Necessary optimality conditions are derived, a numerical method for solving the problem is developed, examples of optimal trajectories are presented.

ПОЛЕТЫ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С СОЛНЕЧНЫМ ПАРУСОМ ВНЕ ПЛОСКОСТИ ЭКЛИПТИКИ

Е.Н. Поляхова, В.Н. Старков, Н.А. Степенко

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: pol@astro.spbu.ru, vlad.stark@yandex.ru, nick_st@mail.ru

Исследование свойств межпланетного пространства вдали от плоскости эклиптики представляет большой научный интерес. Решается модельная задача о перемещении космического аппарата (КА) в поле тяготения Солнца вне плоскости эклиптики. Управление движением осуществляется с помощью плоского солнечного паруса.

Рассмотрена обратная задача динамики: по заданной траектории рассчитать ускорения, необходимые для полета, а также выяснить под каким углом надо установить солнечный парус и какую он должен иметь площадь, чтобы обеспечить движение по заданной траектории. Предложено несколько пространственных траекторий КА с орбиты Земли, проходящих вне эклиптики. Управление парусом заключается в изменении его наклона по отношению к солнечным лучам, что изменяет величину тяги [1-3].

Дифференциальное уравнение движения КА с парусом в полном раскрытии к лучам:

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{GM}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} + \vec{a},$$

где \vec{a} — управляющие ускорения, \vec{r} — радиус-вектор корабля, r — его длина, GM — гравитационный параметр Солнца. Ускорения от солнечного паруса запишем в виде [4]:

$$a_x = \frac{GM}{r^2} k \cos \gamma_1 \cos \gamma_2, \quad a_y = \frac{GM}{r^2} k \sin \gamma_1 \cos \gamma_2, \quad a_z = -\frac{GM}{r^2} k \sin \gamma_2,$$

где γ_1 — поворот нормали к теневой стороне паруса вокруг оси, перпендикулярной к плоскости орбиты, γ_2 — угол отклонения нормали от вектора площадей, множитель k включает в себя массу КА и площадь солнечного паруса $S(t)$. Управляющее ускорение \vec{a} меняется плавно и обеспечивает непрерывную коррекцию орбиты.

Литература

1. *Starkov V.N., Stepenko N.A.* Computer modeling of trajectories in spatially non-uniform gravitational fields // 2014 International Conference on Computer Technologies in Physical and Engineering Applications, ICTPEA 2014 – Proceedings, art. no. 6893345, pp. 175-176.
2. *Поляхова Е.Н., Старков В.Н., Степенко Н.А.* Полеты космического аппарата с солнечным парусом вне плоскости эклиптики // Материалы 3-й междунар. конф. «Устойчивость и процессы управления», посвященная 85-летию со дня рождения профессора, чл.-корр. РАН В.И.Зубова, 5-9 октября 2015 г. Под ред. А.П.Жабко, Л.А.Петросяна. СПб: Изд. Дом Федоровой Г.В., 2015, с. 91-92
3. *Поляхова Е.Н.* Космический полет с солнечным парусом. Изд. 2-е, доп., М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2011. 320 с.
4. «Улисс» готов к старту // Земля и Вселенная, 1990. №5. С. 92.

Flights of a Spacecraft with a Solar Sail out of Ecliptic Plane

E.N. Polyakhova, V.N. Starkov, N.A. Stepenko

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Solar sailing is an unique form of spacecraft (SC) propulsion that uses the free and limitless supply of photons from the Sun. The investigation of near-the-Sun space properties is of the great scientific interest. It can be realized by help of solar sailing. We present the numerical simulation of several closed modelled trajectories of a spacecraft with a controlled solar sail to reach out of ecliptic plane, to flight over the Sun north of south poles and return to the Earth.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИЛ СВЕТОВОГО ДАВЛЕНИЯ ДЛЯ СТАБИЛИЗАЦИИ ОРБИТАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ В ОКРЕСТНОСТИ КОЛЛИНЕАРНОЙ ТОЧКИ ЛИБРАЦИИ СИСТЕМЫ СОЛНЦЕ-ЗЕМЛЯ

Е.Н. Поляхова, А.С. Шмыров, В.А. Шмыров

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: pol@astro.spbu.ru, a.shmyrov@spbu.ru, v.shmyrov@spbu.ru

Хорошо известно, что коллинеарная точка либрации L_1 системы Солнце-Земля является неустойчивой [1]. Эту неустойчивость можно существенно использовать при управлении орбитальным движением. В частности, можно реализовать перелет КА в окрестность L_1 по асимптотической траектории без отработки тормозящего импульса [2]. Также имеется возможность орбитального маневрирования с помощью весьма малых воздействий на управляемый объект. С другой стороны, из-за неустойчивости, необходимо удерживать КА в окрестности L_1 в фазовом пространстве, применяя стабилизирующие управления. Имеющиеся результаты численного моделирования [3] показывают, что стабилизация орбитального движения в окрестности L_1 часто достигается с помощью управляющих ускорений порядка $10^{-6}g$. Это делает перспективной идею использования для стабилизации орбитального движения КА сил светового давления [4, 5]. В работе рассматривается орбитальное управляемое движение с солнечным парусом, описываемое в рамках круговой ограниченной задачи трех тел. Уравнения движения во вращающейся системе координат имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= y_1 + x_2, & \dot{y}_1 &= -\frac{3x_1}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{3/2}} + 2x_1 + y_2 + b\cos^3\alpha; \\ \dot{x}_2 &= y_2 - x_1, & \dot{y}_2 &= -\frac{3x_2}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{3/2}} - x_2 - y_1 + b\cos^2\alpha\sin\alpha; \\ \dot{x}_3 &= y_3, & \dot{y}_3 &= -\frac{3x_3}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{3/2}} - x_3, \end{aligned} \quad (1)$$

где $x = (x_1, x_2, x_3)$ – положение КА во вращающейся геоцентрической системе координат,

$y = (y_1, y_2, y_3)$ – импульсы, α – угол между нормалью к поверхности паруса и направлением на солнце,

b – константа, зависящая от параметров КА. Нормаль к поверхности паруса лежит в плоскости эклиптики. Закон управления ориентации солнечного паруса строится на основе принципа оптимального демпфирования специальной функции фазовых переменных, т.н. «функции опасности». Приводятся результаты численного моделирования для различных начальных данных, которые иллюстрируются на графиках.

Литература

1. Маркеев А. П. Точки либрации в небесной механике и космодинамике. М., 1978. 312 с.
2. Субаев И. А. Оптимальные двухимпульсные перелеты в точку либрации L_2 системы Солнце-Земля с использованием асимптотических траекторий // Вестник Моск. ун-та. Сер. 3, Физика. Астрономия. 1991, Т. 32. №5. С. 102–104.
3. Shmyrov A., Shmyrov V. On controllability region of orbital motion near L_1 // Applied Mathematical Sciences. 2015. 9 (145-148). P. 7229-7236.
4. Цандлер Ф.А. Об использовании силы давления света для полетов в межпланетном пространстве. В кн.: Цандлер Ф.А. Проблема полета при помощи реактивных аппаратов. Межпланетные путешествия. М.Оборонгиз. 1961. 212 с. С. 152-170.
5. Поляхова Е. Н. Космический полет с солнечным парусом: проблемы и перспективы. М., 1986. 304 с.

Solar Radiation Pressure Application for Orbital Motion Stabilization near the Sun-Earth Collinear Libration Point

E.N. Polyakhova, A.S. Shmyrov, V.A. Shmyrov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Collinear libration points are unstable in frame of three-body restricted circular problem. We propose the method how to use this natural instability for orbital motion control by low control accelerations. The spacecraft stabilization near the libration point L1 of the Sun-Earth system can be achieved using solar radiation pressure forces by solar sailcontrol devices.

СОЛНЕЧНЫЙ ПАРУС: СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ

Е.Н. Поляхова, В.С. Королев

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: pol@astro.spbu.ru, vokorol@bk.ru

Движение в космосе для космических аппаратов под солнечным парусом базируется на эффекте светового давления [1]. Величина и направление вектора сил светового давления определяется площадью поверхности парусов, их свойствами и углом ориентации относительно потока солнечных лучей. Поворачивая элементы паруса, мы получаем возможность управлять направлением вектора действующей силы и моментом относительно центра масс [2]. Специфика управления солнечным парусом состоит во взаимосвязи поступательного и вращательного движений [3] всей конструкции, которая могла бы обеспечивать установку нужной ориентации и контроль за ее сохранение. Устойчивость обеспечивают моменты сил, которые меняют величину при малых отклонениях.

Обсуждаются математические модели динамики космического аппарата с солнечными парусами основные проблемы реализации межпланетных полетов, а также функционирования в околосолнечных областях даже в области солнечной короны [4], где он одновременно может играть роль не только высокоэффективной энергетической установки, но и надежного термостойкого экрана, защищающего приборный отсек от перегрева. Такая конструкция окажется незаменимой для проведения исследования физики околосолнечного пространства и наблюдения за солнечными пятнами с близкого расстояния. Еще более успешной и полезной может быть использование солнечного паруса для вывода космических аппаратов на гелиосинхронную орбиту с периодом обращения солнца относительно своей оси или геосинхронную широтную орбиту [2, 3] для устойчивого функционирования в окрестности Земли в плоскости, которая параллельна экватору, чтобы разгрузить основную стационарную орбиту.

Система уравнений движения космического аппарата может быть представлена в различном виде при выборе в качестве системы отсчета декартовых координат для трехмерного физического пространства или Кеплеровых элементов орбиты с учетом действующих возмущений и управлений, имеющих малый порядок. Динамические уравнения Эйлера используют при необходимости учета вращательного движения относительно центра массы управления ориентацией, благодаря изменениям углового положения паруса.

Особенностью задачи становится управление космическим аппаратом с использованием солнечного паруса в качестве двигательных установок малой тяги, но имеющих почти неограниченный ресурс. Это потребует сложных инженерных решений и новых технологий. Только при условии разрешения всех проблем можно говорить о реальности космического полета. Работа над проектами подтвердила опасения, что создание паруса является более сложной научно-технической задачей, чем это представлялось ранее.

Литература

1. Поляхова Е.Н. Космический полет с солнечным парусом: проблемы и перспективы. М.: Наука, 1986. 304 с.
2. Поляхова Е.Н., Королев В.С. Управление солнечным парусом космического корабля // Устойчивость и колебания нелинейных систем управления. М.: ИПУ РАН, 2016. С. 294-297.
3. Поляхова Е.Н., Старков В.Н., Степенко Н.А. Полеты космического аппарата с солнечным парусом вне плоскости эклиптики // Устойчивость и процессы управления. Материалы III международной конференции. 2015. С. 91-92.

4. Koblik V.V., Polyakhova E.N., Sokolov L.L., Shmyrov A.S. Controlled solar sailing transfer flights into near-sun orbits under restrictions on sail temperature // *Cosmic Research*. 1996. T. 34. № 6. С. 572-578.

Solar Sail: Current State of the Problem

E.N. Polyakhova, V.S. Korolev

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Mathematical models of the dynamics of the spacecraft with a solar sail are considered. The movement of a solar sail is based on the phenomenon of light pressure. The magnitude and direction of the light pressure force vector is determined by the size and properties of the sail surface and the orientation angle relative to the sunlight flux. Turning the elements of the sail, we get the opportunity to control the direction of the acting force vector and the moment with respect to the center of mass. Specificity of solar sail control is the interrelation of translational and rotational movements of the entire structure, which could provide the desired orientation and stability for small deviations.

TO 130-TH BIRTHDAY ANNIVERSARY OF FRIEDRICH A. TSANDER (1887-1933): TEN NEW RUSSIAN BOOKS IN ASTRODYNAMICS AS THE HONORABLE CONTRIBUTION TO HIS MEMORY

E.N. Polyakhova¹, M.Yu. Ovchinnikov², A.A. Tikhonov¹

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

²*Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia*

E-mail: pol@astro.spbu.ru, ovchinni@keldysh.ru, a.tikhonov@spbu.ru

One of the cosmonautics pioneers, Friedrich A. Tsander was an outstanding soviet engineer, inventor, and a specialist in space science. His theories, creative ideas, and technical projects had distinct directions, including astrodynamics. During his life, Tsander was only able to publish two articles (1924, 1932) and one book (1932). Later, his Collected Works and selected notes were published regularly: 1947, 1961, 1964, 1968, 1977, and 1988. Many of his projects and ideas were discovered and discussed within the Tsander-Reading Conference reports supported and edited by the Tsander Committee of the USSR Academy of Science. Below we outline a short bibliographical review of ten new Russian books on astrodynamics, which were published between 2000 and 2017. We regard these publications as honorable contributions to Tsander's memory and to his scientific heritage in space sciences.

I. New translations. As to the Russian translation of Walter Hohmann's book [1], it is necessary to note two German (1925, 1971) and one English editions (1960). In 1927-1929 this book was included partially in the translation done by a Russian scientist Nicolay Rynin (1877-1942) in his nine-volume treatise "Interplanetary Voyages". The first translation from German into Russian made by an outstanding Russian astronomer Victor Abalakin (published in 2013) can be considered of historical and educational interest. It is published with an Appendix of Hohmann article from 1928. The concept of tangential interorbital transfer published by Hohmann in 1925 was first discovered and formulated by Tsander; however, he never published it. Thus, the term "Hohmann's ellipse" is to be renamed "Hohmann-Tsander's ellipse". This double name is applied often now.

II. Textbooks. Title [2] contains the author's collection of high school lectures in celestial mechanics and astrodynamics. Some topics are usefully modified for teaching purposes (maneuvering in space, satellites' orbital systems motion, orientation control and correction, gravitational spheres types). The textbook can be widely used for high school teachers. Textbook [3] presents a large spectrum of numerical simulation methods and accuracy estimations for high-precision numerical integration in the context of space science problems. Comparison of recommended methods is given for roto-translatory motion, as well as for other kinds of motion. This resource is recommended for college faculty. Textbook [4] offers 159 solved spaceflight problems on the following topics: gravitation forces, energy law, interorbital and interplanetary transfer trajectories, motion in the Earth sphere of action, etc. Numerical solutions are described in details. This title can be useful for teachers and students as an additional support for celestial mechanics, spaceflight mechanics, or space ballistics lectures.

III. Heliocentric interplanetary and interorbital transfers. The new monographic book [5] analyzes results of numerical simulation for interplanetary and interorbital heliocentric transfers. Solutions to Hamiltonian equations are successfully found by application of new mathematical methods. Two kinds of transfers are discussed: direct trajectories and their versions at planetary gravity assist. Low-thrust engines are proposed as

well. The book also describes details of a very interesting project of near-Sun regions destination. Its extreme solutions are compared and the preferable case of required optimization is outlined. The book can be regarded of high scholarly grade and is an example of classical original development of Tsander's ideas especially in the area of unmanned interplanetary voyages.

IV. Electrodynamics and magnetism in space. Book [6] deals with mathematical modeling of the geomagnetic field (GF). It is known that to construct mathematical model for dynamics of satellite, which is affected by various forces and torques (magnetic, Lorentz, etc.) caused by the interaction with the GF, it is necessary to know GF induction \mathbf{B} as a function of near-Earth space point \mathbf{r} . Since the GF structure is complex and the functional dependence $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ is absent in an analytical form, it becomes necessary to mathematically model GF when constructing the most suitable mathematical model for satellite dynamics. The fact that the GF potential, as well as \mathbf{B} and its gradient, can be represented with an arbitrary accuracy in the scope of multipole models has been justified programmatically and analytically [6]. An algorithm that makes it possible to construct analytical expressions for an arbitrary order multipole tensor and represent \mathbf{B} in any finite approximation has been developed. Previously unknown analytical expressions for the components of multipole tensors, expressed in terms of the Gaussian coefficients, have been obtained. These expressions are brief and suitable for analytical and computer-based studies using methods of computer algebra and numerical computations. Title [7] discusses problems of mathematical simulation and dynamics analysis of small artificial satellite with magnetic attitude control system (MACS). The cases of near-stabilized satellite and rapidly rotating satellite are investigated analytically. The problems of development control algorithms and choosing parameters for passive and active elements of MACS are addressed. Some methods for determination of satellite attitude motion are discussed. Results of laboratory and outer-space experiments are proposed and estimated. The book presents a large spectrum of modern problems concerning magnetic space orientation exploration. It can be useful for a large number of specialists in space sciences and engineering, as well as for teaching purposes. As to the preparation of the treatise [8], its content includes Lorenz and magnetic systems for attitude orientation and stabilization of satellites. Readers will find mathematical simulations of electrodynamics principles for attitude control in space, as well as consideration of control optimization. The problems of 3-axes attitude stabilization of satellite subjected to disturbing gravity gradient torque in Koenig frame and in the orbital frame at direct and indirect equilibrium positions as well as the problem of monoaxial stabilization are solved. The cases of total stability and asymptotic stability are considered on the basis of nonlinear differential equations with the help of the Lyapunov functions method.

V. Solar sailing (SS) in space - Tsander's concept. Outlined books demonstrate a real potential and a future success possibility of SS in space and are regarded as an honorable development of Tsander's idea about spaceflight with large mirrors. When it comes to SS [9, 10], among various effects of light interactions with matter, mechanical pressure of light is a very important one. These two books present this unique phenomenon in a simple manner from the viewpoint of several physical, astronomical and ecological aspects. The sun radiation pressure effects are outlined. Their application to solar sail flight is given from the standpoint of dynamics and performance of a solar sail as a low thrust engine in spaceflight mechanics. The underlying principles of SS in space can be effectively used in teaching. The first edition of [9] in 1986 was done to commemorate the 100th birthday of Friedrich Tsander. For this 2005 publication, the author Elena Polyakhova, was awarded Tsander's Prize of USSR Academy of Science. The problem of the flight to near-the Sun regions was added to [10] after the section on the history the solar sail concept. Results of sail trajectory integration under thermal restrictions at low perihelion are discussed. The auxiliary dictionary (Guide) included in [10] embraces a broad spectrum of up-to-date scientific terminology in celestial mechanics (astrodynamics, spaceflight mechanics, interplanetary trajectories, space sailing with a solar sail, etc). The main goal of the new book [11] is to prove the control possibility of large constructions in space by the help of a rotating solar sail. The motion is realized under gyroscopic force torques together with solar radiation pressure force torque for a reflective sail surface. The construction of the sail deployed by centripetal/centrifugal effects is described by analytical methods of modern elasticity theory. A large spectrum of important scientific and engineering applications of this project is described from the point of view of successful realization of future spaceflights.

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, grant nos. 16-01-00587-a, 16-01-00634-a, 16-08-00997-a and 17-01-00672-a.

References

1. *Hohmann W.* Die Erreichbarkeit der Himmelskoerper. – Untersuchungen ueber das Raumfahrtproblem. Essen, Muenchen, Berlin: Druck und Verlag R. Oldenburg, 1925, 1971. 88 p.; English translation: The Attainability of Heavenly Bodies. NASA-Techn. Trans. F-44, Nov. 1960. 104 p.; Russian translation: Dostijimost Nebesnych Tel. – Issledovania Problemy Kosmonavтики. Translated from German to Russian by Viktor K. Abalakin. Moscow-Ijevsk: Regular and Chaotic Dynamics-Press (RC-Dynamics), 2013. 188 p.
2. *Ovchinnikov M.Yu.* Introduction to Spaceflight Dynamics. Educational Textbook. Moscow. Moscow Phys.-Techn. Inst. Press, 2016. - 208 p. ISBN 978-5-7417-0588-9 (In Russian).

3. *Ivanov D.S., Trofimov S.P., Shirobokov M.G.* Numerical Simulation of Spacecraft Orbital and Angular Motion. M.Yu. Ovchinnikov Ed. Educational Textbook. Moscow. M.V. Keldysh Inst. of Appl. Math., 2016. - 118 p. doi:10.20948/mono-2016-trofimov, ISBN 978-5-98354-023-1 (In Russian)
4. *Polyakhova E.N., Vjuga A.A., Titov V.B.* Orbital Spaceflight: Problems with Detailed Solutions and in Numbers. Educational Textbook. Moscow. URSS (Lenand), 2016. 256 p. (In Russian).
5. *Konstantinov M.S., Petukhov V.G., Thein M.* Optimization of Heliocentric Spaceflight Trajectories. Moscow. Moscow Aviation Inst. Press, 2015. 250 p. (In Russian).
6. *Tikhonov A.A.* Tensor modeling of geomagnetic field. LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG. Saarbrucken, Germany, 2011. 95 p. ISBN 978-3-8454-7932-3 (In Russian).
7. *Ovchinnikov M.Y. et al.* Magnetic Attitude Control Systems for Small Satellites. Moscow. M.V. Keldysh Inst. of Appl. Math., 2016. - 368 p. (In Russian), <http://doi.org/10.20948/mono-2016-ovchinnikov>
8. *Tikhonov A.A.* Mathematical Aspects of Electrodynamical Orientation Systems for Earth Satellites (In preparation).
9. *Polyakhova E.N.* Spaceflight with Solar Sail. V.A. Egorov Ed. Moscow. Nauka, 1986. 306 p. 2-nd Edition: Moscow. URSS (Lenand). 2011. 320 p. (In Russian).
10. *Polyakhova E.N., Koblik V.V.* Solar Sail: Science Fiction or Spacesailing Reality? (In Russian). (With Appendix: Solar Sail Motion in Near-Sun Regions (In English), and Russian-English Guide Textbook in Up-to-Date Terminology in Astrodynamics and Space Sailing. Moscow. URSS (Lenand), 2016, 2017. 228 p.
11. *Bogdanov K.A. et al.* Timakov S.N. Ed. Problems of Rotating Solar Sail Spacecraft Motion Control (To memory of Victor Legostaev). Korolev. Energia-Corp.- Press, 2016. 116 p. (In Russian).

О ДВИЖЕНИИ ВЕКТОРА КИНЕТИЧЕСКОГО МОМЕНТА БЫСТРО ВРАЩАЮЩЕГОСЯ НЕСИММЕТРИЧНОГО СПУТНИКА ПЛАНЕТЫ

В.А. Прошкин

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: proshkin@mail.ru

Быстрое вращение тела на орбите в гравитационном поле планеты описывается близкой к интегрируемой системой уравнений Гамильтона. Соответствующая невозмущенная система – это задача Эйлера – Пуансо о вращении тела вокруг неподвижного центра масс по инерции. Вектор \vec{L}_s кинетического момента относительно центра масс в этой задаче в любом движении неподвижен. В возмущенной задаче он медленно движется. Описание этого движения позволяет получить некоторое представление о вращении тела с помощью геометрической интерпретации Пуансо.

Будем считать, что орбита центра масс тела – это эволюционирующий эллипс и движение по ней задано в элементах Делоне, введенных относительно экватора планеты:

$$L = L_0, \quad G = G_0, \quad H = H_0, \quad l = l_0(t) = \omega_0 t, \quad g = g_0(t) = \nu \omega_0 \bar{n}_2 t, \quad h = h_0(t) = \nu \omega_0 \bar{n}_3 t,$$

где ν - параметр, отражающий нецентральность гравитационного поля, $\omega_0, \bar{n}_2, \bar{n}_3$ - константы. Вращение отнесем к перицентрической системе координат и опишем переменными действие – угол (I, φ) задачи Эйлера – Пуансо, среди которых $I_2 = |\vec{L}_s|$, I_3 - проекция \vec{L}_s на нормаль к плоскости орбиты, φ_3 - угол в плоскости орбиты, равный углу от направления в перицентр до проекции вектора \vec{L}_s плюс $\pi/2$. Предположим, что характерный размер тела, его масса и характерная угловая скорость равны единице, а $\omega_0 = \varepsilon \ll 1$, $\nu = \varepsilon^2$, $r_\pi \geq 1/\varepsilon^2$, где r_π - перицентрический радиус на орбите. Тогда функция Гамильтона представляется в виде $F = T(\vec{I}) + \varepsilon^2 V_2(I, \varphi, l_0) + \varepsilon^3 L_\pi(I, \varphi, g_0) + O(\varepsilon^4)$, где $T(\vec{I})$ - кинетическая энергия относительного вращения – функция от $\vec{I} = (I_1, I_2)$, $\varepsilon^2 V_2(I, \varphi, l_0)$ - вторые сферические гармоники потенциала центрального гравитационного поля, $\varepsilon^3 L_\pi(I, \varphi, g_0)$ - слагаемое, присутствие которого связано с неинерциальностью перицентрической системы координат.

С помощью различных схем осреднения получены приближенные зависимости от времени координат I_2, I_3, φ_3 , описывающие с ошибкой порядка ε на интервалах времени $\Delta t \sim 1/\varepsilon^k$, $k \geq 2$ движение вектора \vec{L}_s . Показано, что для $k = 2$ при любых начальных условиях из области аналитичности

F вектор \vec{L}_s не меняя модуля, равномерно вращается вокруг нормали к плоскости орбиты под постоянным углом к ней со скоростью порядка ε^2 , в плоскости орбиты он неподвижен. При $k > 2$ на нерезонансных множествах и в окрестности областей долгопериодических колебаний на резонансных многообразиях частот невозмущенной задачи и частоты $\omega_0 = \varepsilon$ он движется точно так же, если не находится вблизи плоскости орбиты. В $\sqrt{\varepsilon}$ -окрестности плоскости орбиты есть области, в которых для большинства начальных положений вектора \vec{L}_s траектории его конца – замкнутые кривые на сфере $|\vec{L}_s| = I_2$, охватывающие некоторые «центры». Эти кривые медленно меняют форму, приближенно сохраняя площадь ограниченных ими областей, и, оставаясь вблизи плоскости орбиты, дрейфуют вместе с «центрами» со скоростью порядка ε^3 . При отсутствии резонансов «центр» один, он лежит на прямой пересечения плоскости орбиты и плоскости, содержащей нормаль к плоскости орбиты и ось вращения планеты. Наличие резонансов приводит к появлению нескольких дрейфующих «центров».

On the Motion of Angular Momentum Vector of Fast Rotating Asymmetric Satellite of the Planet

V.A. Proshkin

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

In the evolving elliptical orbit an approximate trajectories of the end of rotational angular momentum vector of asymmetric satellite are found. The effects of resonances are described.

ON SAFE CONFIGURATIONS OF A NATURAL-ARTIFICIAL SPACE TETHER SYSTEM

A.V. Rodnikov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

E-mail: avrodnokov@yandex.ru

A spacecraft direct landing on an asteroid surface is very complex and dangerous procedure. The reasons are refined shapes and gravitational potentials of small planets, features of the asteroid spin motion, influence of big planets, etc. The alternative is to place the space station on some orbit close to the asteroid surface. In this case one must eliminate the station running away and falling down on the asteroid surface. But, the asteroids synchronous orbits hardly exist for mentioned reasons.

To get over these difficulties one might anchor the space station to the asteroid surface by a cable. In this case an original natural-artificial space tether system arises. (Artificial space tether systems have been studied in [1], an asteroid-spacecraft tether system for the first time had been considered in [2]). Evidently, one might guarantee the safety of the space station as a part of this system only if two strong requirements are provided. Firstly, the tether must be straight and taut throughout the motion. Secondly, the system configuration must be stable. Neglecting each of these requirements results in catastrophic impacts and destroying of the station or its equipment. Note that the second anchor assists sometimes the station stability [3], but only if the second tether is taut too.

The simplest model of the natural-artificial space tether system is the dynamical system consisting of a rigid body with fixed center of mass and a particle of 'zero' mass jointed with the body by flexible weightless unstretchable tether(s). As some asteroids shapes are close to bodies of rotation, assume that the rigid body is dynamically symmetric. Also, suppose that this body gravitational potential is invariant with respect to rotations about the axis of dynamical symmetry. Let the particle be anchored to the body poles by two tethers. (Poles are the points of the asteroid surface belonging to the axis of dynamical symmetry). One might consider these tethers as two unilateral constraints.

Equations of motion for the model system under consideration can be written as Lagrange's equations with Lagrange's multipliers. If both tethers are taut then both multipliers are negative. If one (or both) of the tethers is not straight then we say that 'the particle is coming off the constraint' and the correspondent multiplier

(or both multipliers) is equal to zero. Evidently, the safe motions of the particle correspond to negative values of the multipliers. In this case equations of motion are integrable, and the station motion can be presented by a set of phase portraits on some phase cylinder. (Note that we are forced to cut out the areas in which motion with taut tethers is impossible of the phase cylinder). Analyzing these portraits, one can easily check that the requirements formulated above can hold completely only in plane crossing the asteroid mass center orthogonally to the axis of precession or inside the acute angles between axes of precession and dynamical symmetry, but only outside the removed areas. (Corresponding motions of the station are its relative equilibria with respect to the mentioned axes). The fact that the station motion is completely safe can be checked by two simple geometrical diagrams that realize necessary restrictions on the asteroid gravitation and the precession angular velocity.

References

1. *Beletsky, V.V., Levin, E.M.* Dynamics of Space Tether Systems. San Diego: Univelt, 1993.
2. *Lanoix, E.L.-M., Misra A.K.* Near-Earth Asteroid Missions Using Tether Sling Shot Assist. // Journal of Spacecraft and Rockets. 2000. №37(4), p. 475-480.
3. *Rodnikov, A.V.* On a particle motion along the leier fixed in a precessing rigid body. // Rus. J. Nonlin. Dyn. 2011. v.7, №.2, p. 295-311 (Russian).

РАССЕЯНИЕ ТРАЕКТОРИЙ ОПАСНЫХ АСТЕРОИДОВ

Л.Л. Соколов, Н.А. Петров, Г.А. Кутеева, А.А. Васильев

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: lsok@astro.spbu.ru, petrov@astro.spbu.ru, gkut@rambler.ru, inter@astro.spbu.ru

Заблаговременное нахождение возможных соударений астероидов с Землей необходимо для обеспечения астероидно-кометной безопасности. Многие из этих соударений связаны с резонансными возвратами после предыдущих сближений. Нахождение таких соударений сопряжено с трудностями, обусловленными потерей точности прогнозирования траекторий после тесных сближений, практически недетерминированным движением и большим числом опасных альтернатив. С другой стороны, в случае заблаговременного изменения орбиты астероида открывается возможность использования эффекта гравитационного маневра для предотвращения его соударений с Землей. В этом случае существенно экономятся ресурсы, и операция может стать реализуемой при современном уровне развития космической техники. Рассматриваются возможности изменения орбиты опасного астероида Апофис в разные моменты времени для предотвращения соударений. Показано, что заблаговременное (до сближения в 2029 г) изменение его орбиты позволяет избежать всех основных соударений в текущем столетии, причем такое изменение орбиты в принципе реализуемо. Нами обнаружено около ста возможных соударений Апофиса с Землей и более десяти — с Луной. Рассмотрено рассеяние возможных траекторий для астероида Апофис при его сближениях с Землей в 2029 и 2051 годах, а также рассеяние возможных траекторий астероида 2015 RN35 и других опасных объектов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 15-02-04340), и гранта Санкт-Петербургского государственного университета 6.37.341.2015.

Scattering of Trajectories of Hazardous Asteroids

L.L. Sokolov, N.A. Petrov, G.A. Kuteeva, A.A. Vasiliev

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Early detection of possible collisions of asteroids with the Earth is necessary to except the asteroid-comet hazard. Many collisions associated with resonant returns after preceding approaches. The difficulty of collisions prediction associated with a resonant returns after encounters with the Earth due to loss of precision in these encounters. On the other hand, we can use the fly-by effect to avoid hazardous asteroid from collisions. The main research object is the asteroid Apophis (99942), for which we found about 100 orbits of possible impacts with the Earth and more than 10 – with the Moon. It is shown that the early (before 2029) change of the Apophis orbit allows to avoid all main impacts with the Earth in 21 century, associated with resonant returns, and such a change of the orbit, in principle, is feasible. The scattering of possible trajectories of Apophis after 2029 and 2051, as well as 2015 RN35 and other dangerous objects is discussed.

The work is executed at financial support of RFBR (grant 15-02-04340), and grant of St. Petersburg State University. 6.37.341.2015.

ПРИМЕНЕНИЕ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С СОЛНЕЧНЫМ ПАРУСОМ ДЛЯ ОСВЕЩЕНИЯ МАРСИАНСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

О.Л. Старинова, М.А. Рожков, В.В. Горбунова

Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева,
Самара, Россия
E-mail: solleo@mail.ru

Доклад посвящен вопросам динамики полета и управления движением космического аппарата с солнечным парусом (КАСП), предназначенным для освещения отраженными солнечными лучами заданной точки марсианской поверхности. Математическая модель движения строится с учетом гравитации Марса и сил светового давления с учетом суточного и годового движения Марса. Гравитационное поле считается сферическим, влиянием естественных спутников Марса пренебрегаем. Солнечный парус считается плоским и идеально отражающим. Предложены программы управления солнечным парусом, обеспечивающие формирование и поддержание некепplerовой цилиндрической ареоцентрической орбиты и длительное освещение точки поверхности. Проведено численное моделирование управляемого движения, показавшее эффективность данных программ управления.

Движение космического аппарата описывается в инерциальной ареоцентрической экваториальной системе координат, показанной на рисунке 1. Положение освещаемой площадки на поверхности Марса определяются широтой и долготой α и γ . Космический аппарат в начальный момент времени располагается на цилиндрической ареоцентрической орбите [1, 2], обеспечивающей зависание на заданной высоте над поверхностью Марса, и широтой β .

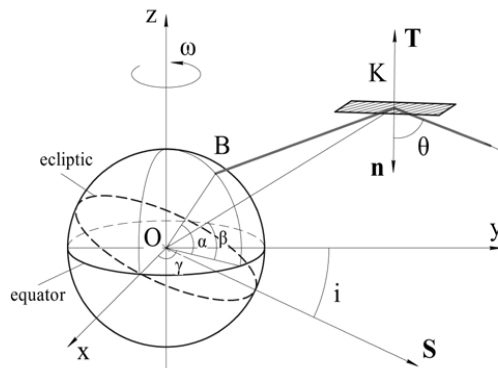


Рис. 1. Схема освещения точки марсианской поверхности и используемые обозначения.

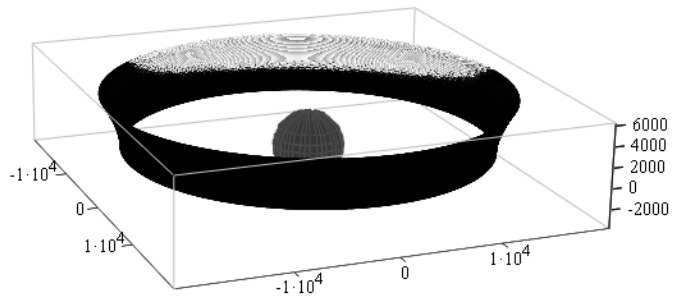


Рис. 2. Результаты моделирования. Траектория выведения космического аппарата на требуемую орбиту.

В качестве наблюдаемого участка на поверхности Марса выбран западный район равнины Аркадия с координатами 54° северной широты и 49° западной долготы. Солнечный парус будет удерживать КАСП на цилиндрической орбите с широтой 15° . Моделирование процессов выведения на рабочую орбиту и поддержания орбиты проводилось для КАСП массой 100 кг и площадью $3,713 \text{ км}^2$. Солнечные паруса с подобными характеристиками описывались, например, в работе [3]. Результаты моделирования процесса выведения КАСП на рабочую цилиндрическую орбиту представлены на рисунке 2.

Литература

1. Forward R.L. Light-Levitated Geostationary Cylindrical Orbits Using Perforated Light Sails // The Journal of Astronautical Sciences, Vol. 32, No. 2, April-June 1984, pp. 221-226.
2. Baig S., McInnes C.R. Light levitated geostationary cylindrical orbits are feasible // Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 33, No. 3 (2010), pp. 782-793.
3. Kezerashvili R.Y., Vazquez-Portiz J.F. Vazquez-Portiz: Effect of a drag force due to absorption of solar radiation on solar sail orbital dynamics // Acta Astronautica, vol. 84 (2013), pp. 206-214.

Applying the Spacecraft with a Solar Sail to Illuminate the Mars Surface

O.L. Starinova, M.A. Rozhkov, I.V. Gorbunova

Samara National Research University, Samara, Russia

The work concerns the flight dynamics and control of solar-sail equipped spacecraft orbiting Mars. A mathematical model of the spacecraft motion is developed and numerical simulations are performed.

ПЕРЕЛЕТЫ МЕЖДУ ОКРЕСТНОСТЯМИ НЕУСТОЙЧИВЫХ ТОЧЕК ЛИБРАЦИИ СИСТЕМЫ СОЛНЦЕ-ЗЕМЛЯ

В.А. Суркова, В.А. Шмыров

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: faustus.klod@inbox.ru, v.shmyrov@spbu.ru

В данной работе изучается задача о построении импульсных перелетов между окрестностями неустойчивых [1] коллинеарных точек либрации L_1 и L_2 системы Солнце-Земля. Такое маневрирование в околоземном космическом пространстве может оказаться востребованным в современной космической навигации. Например, такое маневрирование совершал космический аппарат GENESIS [2].

В качестве математической модели используется модель уравнений Хилла [3, 4]. В этой модели коллинеарные точки либрации L_1 и L_2 системы Солнце-Земля находятся на одинаковом расстоянии от центра Земли, что позволяет использовать специальный подход к исследованию таких перелетов. В частности, в этих точках либрации, в модели уравнений Хилла, одинаковое значение гамильтониана управляемого движения.

Приводятся результаты серии численных экспериментов, когда приращения импульса рассматривается в различных областях околоземного пространства. Выявлены области, при движении из которых энергетические затраты на такой перелет меньше, чем в других областях. Также, при достижении окрестности целевой точки либрации отдельно рассматривается задача оптимального управления.

Литература

1. Маркеев А. Д. Точки либрации в небесной механике и космодинамике. М.: Наука, 1978. 312 с.
2. <https://genesismission.jpl.nasa.gov/>
3. Шмыров В.А. Стабилизация управляемого орбитального движения космического аппарата в окрестности коллинеарной точки либрации L_1 // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2005. № 1-2. С. 192-198.
4. Shmyrov A., Shmyrov V. The optimal stabilization of orbital motion in a neighborhood of collinear libration point // Numerical algebra, control and optimization, volume 7, №2, June 2017, pp.185–189.

Flights Between a Neighborhoods of Unstable Libration Points of Sun-Earth System

V.A. Surkova, V.A. Shmyrov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

In this paper we study the problem of constructing impulse flights between unstable collinear libration points L_1 and L_2 of Sun-Earth system. Such maneuver in near-earth space is in demand in modern space navigation.

As the mathematical model used the model equations of Hill. In this problem the collinear libration points L_1 and L_2 of Sun-Earth system are at the same distance from the center of Earth, which allows you to use a special approach to the study of such flights.

In this work the results of series of numerical experiments are presented. The increment of impulse is seen in different neighborhoods of near-earth space.

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ И БИФУРКАЦИИ ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЙ, РОЖДАЮЩИХСЯ ИЗ ГИПЕРБОЛОИДАЛЬНОЙ ПРЕЦЕССИИ СИММЕТРИЧНОГО СПУТНИКА

Е.А. Сухов

Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), Москва, Россия
E-mail: sukhov.george@gmail.com

Рассматривается движение динамически симметричного спутника – твёрдого тела относительно центра масс в центральном Ньютоновском гравитационном поле. Если орбита центра масс круговая, то возможны стационарные движения спутника – регулярные прецессии: коническая, цилиндрическая или гиперболоидальная. Если регулярная прецессия устойчива, то, согласно теореме Ляпунова о голоморфном интеграле, в её окрестности возможны периодические движения, представимые в виде сходящихся рядов по степеням малого параметра (амплитуда колебаний) и описывающие колебания оси динамической симметрии спутника вблизи регулярной прецессии. Различают два типа данных движений: короткопериодические с периодом, близким к $2\pi/\omega_2$, и долгопериодические с периодом, близким к $2\pi/\omega_1$, где ω_1 и ω_2 - частоты линейной системы ($\omega_1 < \omega_2$).

В работах [1-3] было выполнено аналитическое и численное построение семейств короткопериодических движений, исследована их орбитальная устойчивость. В данной работе исследуются семейства долгопериодических движений, рождающихся из гиперболоидальной прецессии спутника. Данные семейства зависят от трех параметров: инерционного, кинематического и энергетического (отклонение полной механической энергии от её значения на гиперболоидальной прецессии). При малых значениях энергии долгопериодические движения были получены аналитически в виде сходящихся рядов. Следуя методике работ [4,5], был исследован вопрос о бифуркации указанных движений при наличии резонансных соотношений между частотами линейной системы. Для произвольных значений энергии указанные семейства были численно продолжены с помощью метода, предложенного А.Г. Сокольским и С.Р. Каримовым в работе [6], а также исследована их устойчивость в линейном приближении.

Исследование выполнено в рамках государственного задания (проект № 3.3858.2017/4.6).

Литература

1. Сокольский А.Г., Хованский С.А. Периодические движения, близкие гиперболоидальной прецессии симметричного спутника на круговой орбите // Космические исследования. 1979. Т. XVII, Вып. 2. С. 208-2017.
2. Сокольский А. Г., Хованский С. А. О численном продолжении периодических движений лагранжевой системы с двумя степенями свободы // Космические исследования. 1983. Т. XXI. Вып. 6. С. 851-860.
3. Сухов Е.А., Бардин Б. С. Численно-аналитическое построение семейства периодических движений симметричного спутника, рождающихся из его гиперболоидальной прецессии // Инженерный журнал: наука и инновации. 2016. V. 53.
4. Маркеев А. П. О нелинейных колебаниях гамильтоновой системы при резонансе 2:1 // ПММ. 1999. Т. 63. Вып. 5. С. 757-769.
5. Бардин Б. С., Чекин А. М. О нелинейных колебаниях гамильтоновой системы при резонансе 3:1 // ПММ. 2009. Т. 73. Вып. 3. С. 353-367.
6. Каримов С. Р., Сокольский А. Г. Метод продолжения по параметрам естественных семейств периодических движений гамильтоновой системы. Препринт ИТА АН СССР. 1990. №9. 32 С.

Study of Stability and Bifurcation of Long-Periodic Motions Originating from Hyperboloidal Precession of a Dynamically Symmetrical Satellite

E.A. Sukhov

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

We consider motion of a dynamically symmetric rigid-body satellite in circular orbit in central Newtonian gravitational field. This problem possesses a particular solution known as hyperboloidal precession. If hyperboloidal precession is stable then two types of periodic motions (long-periodic with period close to $2\pi/\omega_1$ and short-periodic with period close to $2\pi/\omega_2$, $\omega_1 < \omega_2$) can be obtained within its neighborhood in form of converging power series with accordance to Lyapunov's Theorem of Holomorphic Integral. In this work long-periodic motions are obtained in form of converging power series for small values of system's mechanical energy and continued numerically in case of arbitrary energy values. Orbital stability and bifurcations of long-periodic motions are studied.

НЕКОТОРЫЕ РЕШЕНИЯ ОБЩЕЙ ЗАДАЧИ ТРЕХ ТЕЛ В ПРОСТРАНСТВЕ ФОРМ

В.Б. Титов

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: tit@astro.spbu.ru

Некоторые решения задачи трех тел равных масс рассматриваются в пространстве форм. Решения в обычном евклидовом пространстве однозначно восстанавливаются из решений в пространстве форм. Если постоянная $h < 0$, траектории находятся внутри поверхности Хилли. Благодаря симметрии масштабирования без потери общности можно ограничиться случаем $h = -1$. Такая поверхность в пространстве форм имеет простой вид. Решения равнобедренной и прямолинейной задач трех тел ограничены кривой нулевых скоростей, а периодические решения задачи свободно падающих тел начинаются в точке этой кривой, а заканчиваются в другой ее точке. Решения иллюстрируются множеством рисунков.

On Some Solutions of the Three Body Problem in the Form Space

V.B. Titov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Abstract. Some solutions of three body problem with equal masses are considered in form space. The solutions in usual euclidean space may be restored from these form space solutions. If constant energy $h < 0$, the trajectories are located inside of Hill's surface. Without loss of generality due to scale symmetry we can set $h = -1$. Such surface is of the simple form in form space. Solutions of isosceles and rectilinear three body problems lie within zero velocity curve; periodic solutions of free fall three body problem start in one point of this curve, and finish in another. The solutions are illustrated by number of figures.

О ПОЛОЖЕНИЯХ РАВНОВЕСИЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ И ВОЗМОЖНОСТИ ЕЕ СТАБИЛИЗАЦИИ В ОРБИТАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

А.А. Тихонов

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: a.tikhonov@spbu.ru

Рассматривается электродинамическая тросовая система (ЭДТС), содержащая электропроводящий трос, находящийся на околоземной круговой орбите и функционирующий в режиме, близком к состоянию обычного тяжелого троса, связывающего грузы, присоединенные к нему на концах, и находящегося в натянутом состоянии вдоль местной вертикали благодаря градиенту гравитационного поля Земли [1].

Изучаются возможные равновесные положения ЭДТС в орбитальной системе координат с учетом влияния гравитационных, амперовых и лоренцевых сил [2]. Показано, что кроме вертикального положения равновесия возможны также и «наклонные» положения равновесия натянутого троса. Получены условия на параметры ЭДТС, при которых существует одно лишь вертикальное положение равновесия троса. На базе нелинейных дифференциальных уравнений движения, с помощью метода функций Ляпунова, получены достаточные условия устойчивости вертикального положения равновесия троса. Показано, что при наличии демпфирования в системе ЭДТС возможна стабилизация троса в данном положении. Приведены результаты численного моделирования.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 16-01-00587-а, 16-08-00997-а, 17-01-00672-а).

Литература

1. Белецкий В.В., Левин Е.М. Динамика космических тросовых систем. – М.: Наука, 1990. 336 с.
2. Петров К.Г., Тихонов А.А. Момент сил Лоренца, действующих на заряженный спутник в магнитном поле Земли. Ч.2: Вычисление момента и оценки его составляющих // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер.1. 1999. Вып. 3. № 15. С. 81-91.

On Equilibrium Positions and Stabilization of Electrodynamic Tether System in the Orbital Frame

A.A. Tikhonov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

An electrodynamic tether system (EDTS) in a near-earth circular orbit is considered. EDTS contains conductive tether with lumped masses attached to it at the ends. Possible equilibrium positions of the stretched tether under the influence of gravity gradient, Ampere and Lorentz forces in orbital frame are investigated. It is shown that in addition to the vertical equilibrium position, the "inclined" equilibrium positions of the tensioned tether are also possible. Conditions are obtained for the EDTS parameters, under which there is only one vertical position of the tether equilibrium. On the basis of nonlinear differential equations of motion, using the Lyapunov functions method, sufficient conditions for the stability of the vertical position of the cable equilibrium are obtained. It is shown that stabilization of the tether in this position is possible in the presence of damping in the EDTS system. The results of numerical simulation are presented.

ON A CELESTIAL BODY STABILIZATION IN THE COLLINEAR LIBRATION POINT

D.V. Shymanchuk

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

E-mail: shimanchuk@spbu.ru

In this research the control motion of a celestial body withing the restricted three-body problem in the neighborhood of collinear libration point L1 of the Sun-Earth system are considered [1]. The equation of control moution of a celestial body are investigated [2]. The translational orbital motion of a celestial body is described using Hill's equations of circular restricted three-body problem of the Sun-Earth system [3]. Rotational orbital motion is described using Euler's dynamic equations and quaternion kinematic equation in the konig frame [4]. To study stabilization problem of translational orbital motion, special function of phase variables – the "hazard function" is considered [5]. To study stabilization problem of rotational orbital motion, Lyapunov function is constructed in the form of the sum of the kinetic energy and special "kinematic function" of the Rodriguez-Hamiltonian parameters [6]. Numerical modeling of the controlled motion of a celestial body at libration point L1 is carried out. The numerical characteristics are given.

The author acknowledges Saint Petersburg State University for a research grant 9.37.345.2015.

References

1. *Markeev A.P.* Libration points in celestial mechanics and cosmodynamics. Moscow, Nauka Publ., 1978, 312 p. (In Russian)
2. *Shymanchuk D.V.* Modeling of controlled coupled attitude-orbit motion in the neighborhood of collinear libration point L1. Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes, 2017, vol. 13, iss. 2, pp. 147–167. DOI: 10.21638/11701/spbu10.2017.203
3. *Shmyrov A., Shmyrov V.* Controllable orbital motion in a neighborhood of collinear libration point. Applied Mathematical Sciences, 2014. V. 8. No 10. P. 487-492.
4. *Golubev Y.F.* Quaternion algebra in rigid body kinematics. Preprints of Keldysh Institute of applied mathematics, 2013, no. 39, 23 p.
5. *Shmyrov A., Shmyrov V., Shymanchuk D.* Prospects for the use of space robots in the neighborhood of the libration points. Applied Mathematical Sciences, 2014. V. 8. No 50. P. 2465-2471.
6. *Branets V.N., Shmyglevskiy I.P.* The use of quaternions in problems of the rigid body orientation. Moscow, Nauka Publ., 1973, 320 p. (In Russian)

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ПОЛЯ КОРОТАЦИИ НА ДВИЖЕНИЕ СУБМИКРОННЫХ ЧАСТИЦ В ПЛАЗМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

А.Б. Яковлев

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: a.b.yakovlev@spbu.ru

Как известно, частицы, движущиеся в магнитосферной плазме, приобретают электрический заряд, который зависит от плотности и температуры окружающей плазмы и потока солнечного излучения. Если движение частицы со слабым выходом фотоэмиссии достаточно медленное, то ее электрический заряд можно считать квазиравновесным.

Проведенный в [1] анализ движения субмикронных частиц с размером в несколько десятков нанометров в плазмосфере Земли показал, что доказанное ранее утверждение о сохранении формы орбиты частицы с постоянным электрическим зарядом, движущейся в суперпозиции ньютоновского гравитационного поля и поля магнитного диполя, справедливо также и для случая квазиравновесного заряда. Также в [1] показано, что в широком диапазоне высот и размеров микрочастиц остальные силы, действующие на заряженную гранулу, оказывают значительно меньшее влияние на ее движение. В [2] начато исследование влияния поля коротации на движение указанных микрочастиц. В частности, на основе численного моделирования было показано, что для движения в экваториальной плоскости поле коротации приводит к очень незначительному монотонному росту большой полуоси и эксцентриситета орбиты, а для неэкваториальных орбит возникают колебания большой полуоси, эксцентриситета и наклона орбиты с периодом, значительно превышающим период орбитального движения.

В настоящей работе на основе анализа канонических уравнений движения микрочастицы в суперпозиции ньютоновского гравитационного поля и поля коротации дано объяснение полученных численно временных зависимостей для основных характеристик орбиты микрочастицы.

Литература

1. Yakovlev A. B., Kolesnikov E. K., Chernov S. V. Analytical research on the possibility of long orbital existence of submicron particles in the Earth's plasmasphere by the methods of the KAM theory// *Plasma Phys.* 2017. V. 83. 905830306. doi: 10.1017/S0022377817000447.
2. Колесников Е.К., Чернов С.В., Яковлев А.Б. Аналитическое и численное исследование влияния поля коротации на возможность длительного орбитального существования субмикронных частиц в плазмосфере Земли// Доклад на XII Международном симпозиуме по фундаментальным и прикладным проблемам науки (в печати).

The Analysis of Influence of Field of Co-rotation on Motion of Submicronic Particles in the Earth's Plasmasphere

A.B. Yakovlev

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The explanation of the time dependences for the basic characteristics of micro-particle's orbit that were received numerically earlier is given by the analysis of the Hamilton equations of micro-particle's motion in superposition of the central field of gravitation and the field of co-rotation.

III

ГИДРОГАЗОДИНАМИКА

DYNAMICS OF FLUIDS AND GASES

ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЯЕМЫХ СНАРЯДОВ НА АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

М.М. Алексеева

*Балтийский государственный технический университет «Военмех» имени Д.Ф. Устинова,
Санкт-Петербург, Россия
E-mail: amara96@mail.ru*

Аэродинамические характеристики управляемых снарядов зависят от многих факторов. Поскольку существует большое разнообразие форм летательных аппаратов, то создать общий метод расчета аэродинамических характеристик является чрезвычайно актуальной и трудоёмкой задачей.

При создании управляемого снаряда большую роль играют решение задач устойчивости полета, точности и управляемости, которые и определяют основные характеристики снаряда и его компоновку.

На первом этапе работы проводится численный расчет обтекания упрощенной модели управляемого снаряда в пакете ANSYS и сравнение с результатами проведенной лабораторной работы «Определение аэродинамических характеристик осесимметричного тела» [1]. Для численного решения поставленной задачи используется пакет Ansys с применением модуля Workbench. Вычислительный эксперимент проводился в трехмерной стационарной постановке.

На втором этапе работы рассматриваются приближенные к действительности модели для определения влияния органов управления на силовые характеристики (рис. 1).

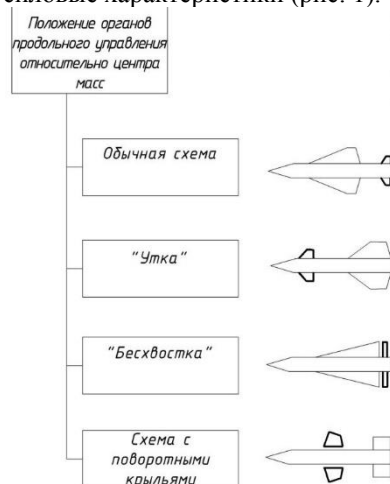


Рис. 1. Аэродинамические схемы рассматриваемых снарядов.

Органы управления и стабилизации, которые создают управляющие моменты, размещаются в носовой или задней части летательного аппарата, вдали от его центра масс. Благодаря исследованию на устойчивость и определению аэродинамических характеристик, можно выбрать оптимальную аэродинамическую схему.

Литература

1. Акимов Г.А., Зазименко В.А., Моисеев М.Г.: Аэрогазодинамика Ч2, описание лабораторных работ, Балт. гос. техн. ун-т, СПб, 2009.

The Impact of Changes in the Geometric Parameters of the Guided Missiles on the Aerodynamic Characteristics

M.M. Alekseeva

Baltic State Technical University "Voennmeh" named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, Russia

The influence of geometric parameters of guided missiles on their aerodynamic properties is studied numerically in the Ansys Workbench module in a three-dimensional stationary case; the role of the positioning of the control surfaces is also considered.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АЭРОЗОЛЬНОГО ПОТОКА С ТВЕРДЫМ ТЕЛОМ НА МОЛЕКУЛЯРНОМ УРОВНЕ

И.А. Амелюшкин, А.Л. Стасенко

¹Центральный аэрогидродинамический институт им. профессора Н.Е. Жуковского, Жуковский, Россия

²Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия

E-mail: Amelyushkin_Ivan@mail.ru, Stasenko@serpantin.com

Управление обтеканием тел аэрозольным потоком представляет большой научный и практический интерес, в частности, для решения проблемы обледенения летательных аппаратов. В настоящей работе развита физико-математическая модель и соответствующий численный код для исследования взаимодействия аэрозольного влажного потока с твердым телом и предсказания начала его обледенения. Для определения энергетических характеристик парного межмолекулярного взаимодействия молекул потока с атомами твердого тела использованы полученные ранее *ab initio* расчеты. Приведены результаты исследования взаимодействия кубических и гексагональных кристаллов льда с твердым телом, рассчитанные методом молекулярной динамики и эллипсоидальных на основании развитых в настоящем исследовании математических моделей взаимодействия эллипсоидов с твердым телом. На рис. слева показан пример визуализации молекулярно-динамического расчета движения частицы жидкости на дне пограничного слоя вблизи волнистой поверхности. Справа показано сравнение зависимости предельного угла смачивания θ , полученного методом молекулярной динамики, от коэффициента, который характеризует отношение энергии адгезии (индекс *w-l*: *w* – wall, *l* – liquid) к энергии когезии (индекс *l-l*). Коэффициент определяется следующей формулой $Ak = \varepsilon_{w-l}/\varepsilon_{l-l} \approx 0.5(1 + \cos\theta)$. Здесь ε – характерное значение энергии парного межмолекулярного взаимодействия.

Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда (проект № 16–19–10472).

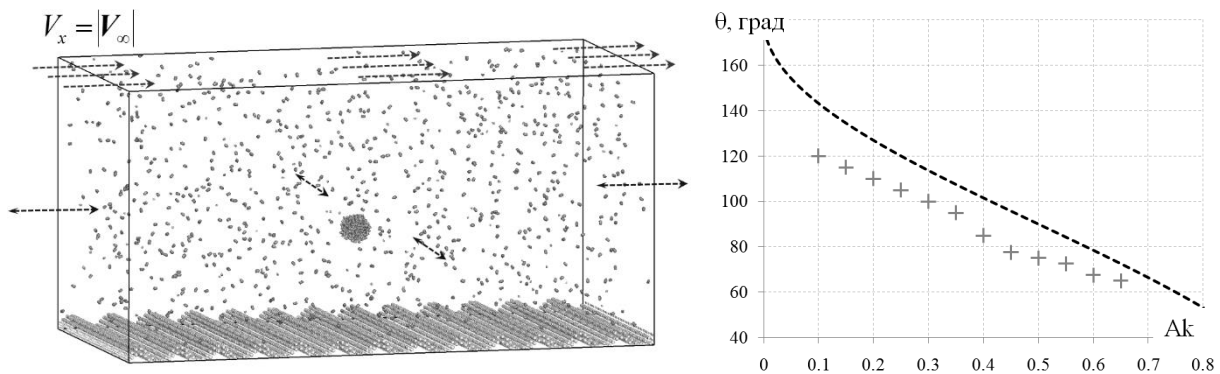


Рис. 1 Визуализация области молекулярно-динамического расчета движения капли во влажном воздухе вблизи поверхности с волнистым рельефом.

Литература

1. Amelyushkin I.A. Supercooled water crystallization in a problem of ice accretion // Journal of visualization of mechanical processes, 2016. V. 4, Issue 1. – P. 1–18.
2. Амелюшкин И.А., Стасенко А.Л. Взаимодействие нанокнопель аэрозольного потока с твердым телом // Наноструктуры. Математическая физика и моделирование, 2016. Т. 14. № 2. С. 5–23.

Simulation of Aerosol Flow Interaction with a Solid Body on Molecular Level

I.A. Amelyushkin, A.L. Stasenko

¹Central Aerohydrodynamic Institute named after Prof. N.E. Zhukovsky, Zhukovsky, Russia

²Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Russia

Results of simulation of aerosol flow interaction with a solid body on molecular level were obtained via molecular dynamics technique and presented. Mathematical models and numerical algorithm for two phase flow interaction with a solid body were developed.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АВТОКОЛЕБАНИЙ ПРИ ОБТЕКАНИИ ТЕЛА С ВЫСТУПАЮЩЕЙ ИГЛОЙ

К.В. Бабарыкин

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: konst20@mail.ru

В работе изучается явление возникновения автоколебаний в потоках, обтекающих преграды с образованием отрывных зон. Рассматривается обтекание цилиндрического тела с выступающей вперед иглой сверхзвуковым потоком газа. На этой компоновке при сравнительно небольшом удлинении иглы наблюдаются пульсации, характеризующиеся сильной эволюцией ударно-волновой структуры на протяжении цикла. При дальнейшем увеличении длины могут реализовываться и практически стационарные режимы обтекания с отрывной областью.

Проводится численное моделирование стационарных и автоколебательных режимов обтекания сверхзвуковым потоком газа, с числом Маха 2,22. В расчетах используются известная программа Fluent, и одной из целей настоящей работы было выявление возможностей этого программного продукта для исследования задач данного класса, в частности, возможности применения реализованных в решателе моделей турбулентности.

Осуществлялись серии расчетов обтекания цилиндра с острой и затупленной иглой при изменении длины иглы. В основном эти расчеты велись в двумерной осесимметричной постановке, также проводились отдельные трехмерные расчеты. Проводится сравнение полученных численных результатов с имеющимися экспериментальными данными, выявляются особенности картины течения на режиме автоколебаний.

Numerical Investigation of Self-Sustained Oscillations in the Flow over the Spike-Tipped Body

K.V. Babarykin

Saint-Petersburg State university, Saint-Petersburg, Russia

Numerical simulation of the supersonic turbulent flow around spike-tipped body is carried out. The self-sustained oscillations flow picture is studied.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАВИТАЦИОННЫХ ТЕЧЕНИЙ В ЗАДАЧАХ СУДОСТРОЕНИЯ

Д.В. Багаев, С.В. Егоров, М.П. Лобачев, А.А. Рудниченко, А.Е. Таранов

ФГУП «Крыловский государственный научный центр», Санкт-Петербург, Россия
E-mail: andrei_taranov@mail.ru

Несмотря на длительную историю исследования кавитационных процессов в том числе и на специальном экспериментальном оборудовании (кавитационные трубы и бассейны) можно сказать, что это явление до сих пор изучено недостаточно. Объясняется это высокими скоростями протекания процессов, а также очень малыми размерами и временами жизни типичных кавитационных пузырьков. В результате даже при современном уровне техники прямые измерения параметров этих пузырьков практически невозможны. Непосредственному измерению доступны лишь интегральные параметры квазистационарных зон кавитации. В то же время борьба с кавитацией является одной из важнейших проблем проектирования движителей, для решения которой весьма значимой задачей является максимально точное предсказание появления кавитации на лопастях и её динамики.

В статье описывается цикл работ по разработке и валидации технологии кавитационного обтекания судовых движителей, выполненный в течении последних пяти лет в суперкомпьютерном центре ФГУП «Крыловский государственный научный центр», который показал, что современное состояние численных методов и суперкомпьютерной техники позволяет с достаточной для инженерных задач точностью прогнозировать кавитационные характеристики объектов морской техники и в первую очередь гидродинамические характеристики судовых движителей, работающих в условиях возникновения кавитации.

Требуемые для таких задач вычислительные ресурсы достаточно высоки и предполагают использование суперкомпьютерной техники.

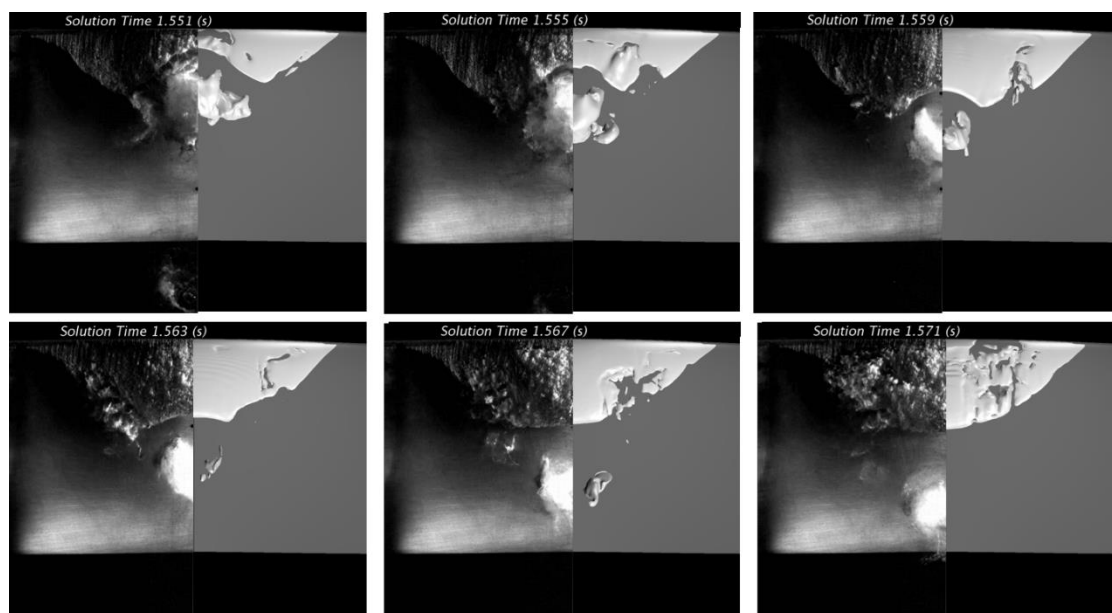


Рис. 1. Сравнение формы кавитационной каверны, определенной экспериментально (слева) и численно (справа) в различные моменты времени.

Numerical Simulation of the Cavitating Flows in Shipbuilding Applications

D.V. Bagaev, S.V. Egorov, M.P. Lobachev, A.A. Rudnichenko, A.E. Taranov

Krylov State Research Centre, Saint Petersburg, Russia

The paper presents validation of numerical simulations of cavitating flows around different marine objects carried at the Krylov State Research Centre out. Preliminary validation was done with reference to international test objects. Main part of the paper contains results of solving practical problems of the ship propulsion design. The validation of numerical simulations by comparison with experimental data showed a good accuracy of the supercomputer technologies existed at Krylov State Research Centre for both hydrodynamic and cavitation characteristics prediction.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДОГОРАНИЯ ТОПЛИВА В СВЕРХЗВУКОВЫХ СТРУЯХ

В.Л. Бакулев¹, А.П. Маштаков^{1,2}

¹АО «Научно-производственное предприятие «Радар ммс», Санкт-Петербург, Россия

²Балтийский государственный технический университет «Военмех» имени Д.Ф. Устинова,
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: vlbakulev@gmail.com, mashtakovap@gmail.com

Современные реактивные двигатели преимущественно работают при коэффициенте избытка окислителя меньше единицы. В связи с тем, что в соплах происходит постепенное охлаждение продуктов сгорания, состав продуктов горения постепенно замораживается. Это приводит к тому, что в струе, истекающей из сопла двигателя, может произойти догорание выхлопных газов из-за взаимодействия с атмосферным кислородом, что существенно изменяет газодинамические параметры в струе [1, 2].

В работе проводится моделирование многокомпонентных сверхзвуковых струй, в состав которых входят вещества, способные гореть в атмосферном кислороде. В частности моделируются реакции между молекулами оксида углерода CO , молекулами водорода H_2 и молекулами кислорода O_2 . рассмат-

риваются различные цепочки протекания элементарных реакций. Кроме того, рассматривается дополнительное влияние наличие твердой фазы в струе на газодинамические параметры и на процессы, связанные с горением. Производится оценка теплового нагружения на пластине при натекании на нее сверхзвуковой струи с догоранием топлива.

Установлено, что догорание топлива в сверхзвуковой струе приводит к значительному увеличению ее температуры и усилению теплового нагружения на преграды. Отсутствие учета догорания компонентов топлива в струях может привести к существенному занижению тепловых нагрузок.

Литература

1. *Галицкий К.Б.* Моделирование догорания высокоскоростных турбулентных струй // Физика горения и взрыва. 2010. Т. 42. №2. С. 3-9.
2. *Zheng Li, Hongjun Xiang* Numerical Simulation of the Reactive Two-Phase Solid Rocket Motor Exhaust Plume // Proceedings of the 2nd International Conference on Computer Science and Electronics Engineering, 2013. С. 1507-1510.

Modeling Supersonic Jets with Fuel Afterburning

V.L. Bakulev¹, A.P. Mashtakov^{1,2}

¹*JSC Research and Production Enterprise "Radar mms", Saint-Petersburg, Russia*

²*Baltic State Technical University "Voenmeh" named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, Russia*

In the work, modeling of multicomponent supersonic jets is made, which includes substances that can burn in atmospheric oxygen. In particular, the reactions between molecules of carbon monoxide CO , molecules of hydrogen H_2 and molecules of oxygen O_2 are modeled, various chains of elementary reactions are considered. In addition, the additional influence of the presence of a solid phase in the jet on the gas-dynamic parameters in the jet and on the combustion processes is considered. An evaluation is made of the thermal loading on the plate when a supersonic jet inflows onto it with the fuel afterburning.

It has been established that the afterburning of fuel in a supersonic jet leads to a significant increase in its temperature and an increase in thermal loading on the barriers. Failure to account for afterburning fuel in the jets components can lead to a significant underestimation of the thermal loads.

УРАВНЕНИЯ КОЛМОГОРОВА ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ЧАСТНЫХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЯ КОЛМОГОРОВА-ЧЕПМЕНА

О.В. Барина, Р.Н. Мирошин

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: ya.yaolbb@yandex.ru, miroshin-roman1938@yandex.ru

В теории разреженного газа часто используются марковские случайные процессы. Например, основное динамическое уравнение - уравнение Больцмана - есть не что иное, как уравнение Колмогорова для марковского процесса с разрывными траекториями. Существует метод решения этого уравнения посредством итерационной процедуры, на каждом шаге которой исследуется некоторый марковский процесс (метод Хэвилленда-Левина). Привлекаются марковские процессы и для решения задачи о взаимодействии атомов газа с шероховатой поверхностью.

Марковский процесс полностью описывается двумя функциями: начальным распределением и вероятностью перехода. Эта последняя - решение нелинейного уравнения Колмогорова-Чепмена. Оно обычно отыскивается с помощью линеаризации, при которой получаются линейные дифференциальные в частных производных или линейные интегродифференциальные уравнения (типа уравнения Больцмана). Однако еще в 1932 г. С.Н. Бернштейн поставил задачу найти решение непосредственно из уравнения Колмогорова-Чепмена. Недавно в [1] удалось реализовать это пожелание, решив определенное функциональное уравнение.

В докладе показано, каким типам уравнений Колмогорова соответствуют найденные решения. Часть из них совпадает с общепринятыми, 2 часть - резко от них отличается.

Литература

1. *Мирошин Р.Н.* О некоторых решениях уравнения Колмогорова-Чепмена Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер.1. Математика. Механика. Астрономия. 2007. Вып.4. С.22 - 29.
2. *Гнеденко Б.В.* Курс теории вероятностей. М.: Книжный дом ЛИБРОКОМ, 2011, 488 с.

The Kolmogorov Equations for Some Particular Solutions to the Equations of Kolmogorov-Chapman

O.V. Barinova, R.N. Miroshin

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

In the theory of rarefied gas are often used Markov random processes. For example, the basic dynamic equation - the Boltzmann equation - there is nothing like Kolmogorov equation for Markov process with discontinuous trajectories. There is a method of solving this equation through the iterative procedure, each step of which investigates some Markov process (the method of Haviland–Levin). Involved Markov processes and to solve the problem of interaction of gas atoms from rough surface.

A Markov process is completely described by two functions: the initial distribution and transition probability. The latter - the solution of nonlinear equation of Kolmogorov-Chapman. It is usually sought by using linearization, in which the obtained linear differential equations or a linear integrodifferential equation (the Boltzmann equation). However, in 1932 S. N. Bernstein has set the task to find the solution directly from the equation of Kolmogorov–Chapman. Recently in [1] was able to realize this wish, deciding a certain functional equation.

The report shows which types of Kolmogorov equations correspond to the solutions found. Some of them common with 2 part - sharply different from them.

References

1. *Miroshin R.N.* On some solutions of the equation of Kolmogorov-Chapman. S.-Peterb. Univ. Ser.1. Math. Mechanics. Astronomy. 2007. Vol.4. P. 22 - 29. (in Russian)
2. *Gnedenko B.V.* Course of probability theory. Moscow: Book house LIBROKOM, 2011, 488 p. (in Russian)

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ СУДНА В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЯЕМОСТИ И КАЧКИ

А.Э. Блищик, А.Е. Таранов, В.Г. Платонов

ФГУП «Крыловский государственный научный центр», Санкт-Петербург, Россия

E-mail: artem.blishchik@gmail.com

В настоящей работе приводятся примеры решения задач динамики судна с помощью численных методов, а также анализ и сопоставление результатов с соответствующими экспериментальными данными. В качестве объектов расчетного исследования используется два судна, по которым имеются данные модельных испытаний: контейнеровоз KVLCC2 (KRISO Very Large Crude Carrier, разработанный корейским институтом KRISO), и контейнеровоз серии S 175.

Для этих объектов рассматриваются следующие классы задач:

- для контейнеровоза KVLCC2 выполнено численное моделирование входа в циркуляцию,
- для контейнеровоза S 175 рассмотрено изменение положения судна на волнении при различных курсовых углах волны.

Построение расчетной сетки и непосредственно сами расчеты были выполнены в пакете STAR-CCM+ версии 12.02. При проведении расчетов использовалась система уравнений Навье-Стокса, осредненной по Рейнольдсу и замкнутой моделью турбулентности k-w SST. Оба судна рассматриваются как объекты с активными степенями свободы. Число активных степеней свободы зависит от варианта расчета. Все расчеты проводились в нестационарной постановке со вторым порядком дискретизации по пространству и времени.

В работе приводятся графики полученных зависимостей различных физических величин. Для каждого класса задач выполнена сеточная сходимость. По итогам проведенного исследования сделан вывод о корректности использования численных методов для вышеописанных типов задач.

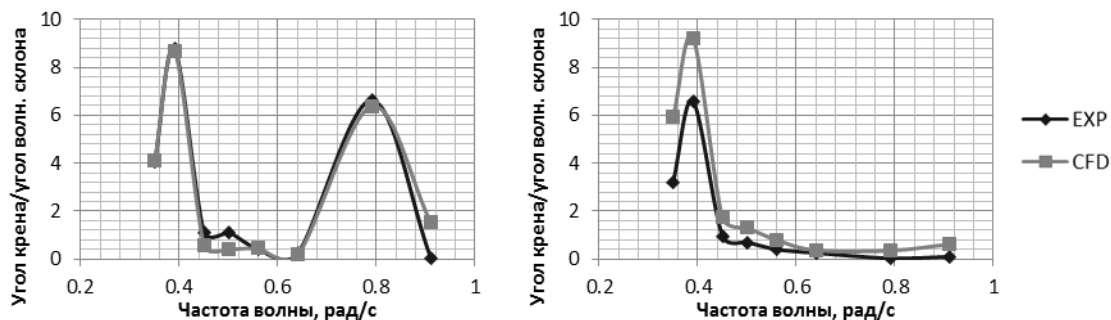


Рис. 1. Зависимость обезразмеренного угла крена от частоты волны. Судно S 175. Слева курсовой угол волнения 90 градусов, справа 135 градусов.

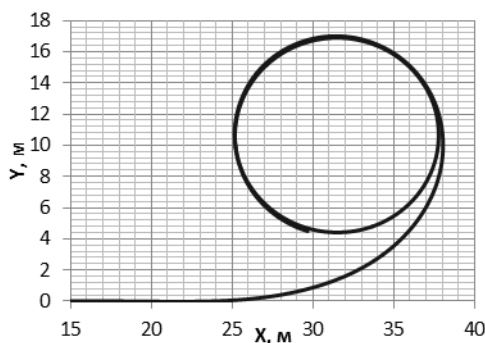


Рис. 2. Траектория движения на циркуляции. Судно KVLCC2.

Numerical Simulation of Vessel Dynamics in Manoeuvrability and Seakeeping Problems

A.E. Blishchik, A.E. Taranov, V.G. Platonov

Krylov State Research Centre, Saint-Petersburg, Russia

This paper provides some examples of numerical modelling for ship's dynamics problems and data comparison with corresponding experimental results. It was considered two kinds of simulation:

- Self-propelled turning motion of crude carrier KVLCC2.
- Changing position of container carrier S 175 due to wave loadings.

Mesh generation and calculation were made in STAR-CCM+ package. URANS equations were used as system of equations closed by k- ω SST turbulence model. The vessel had several degrees of freedom, which depend on task. Based on the results of this research, the conclusion was made concerning the applicability of used numerical methods.

МЕТОД ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ ПОРИСТЫХ СРЕД

Д.Е. Бобылев

Криворожский национальный университет, Кривой Рог, Украина

E-mail: dmytrobobyliiev@gmail.com

Математическое моделирование процесса разработки нефтяного месторождения, смоделированного кусочно-однородным ограниченным пористым пластом, заключается в составлении и решении системы дифференциальных уравнений в частных производных, которая его описывает и дополненной начальными условиями (существовавшими до начала разработки), краевыми условиями (на поверхностях, ограничивающих полости с внешних сторон, и на стенках скважины внутри пласта) и условиями контакта между зонами, имеют различные, но постоянные физические характеристики. Предположив,

что толщина пласта и ее изменение довольно малы по сравнению с его размерами в горизонтальной плоскости вдоль осей, вертикальной составляющей скорости движения жидкости можно пренебречь и решать двумерные уравнения движения для протяженных пластов с переменной толщиной. Основная распространенная сегодня модель однородного по параметрам неограниченного пласта не всегда адекватно описывает реальную среду и процессы, происходящие в нем при разработке нефтяного месторождения. Для оценки влияния изменения коэффициентов гидро- и пьезопроводности различных зон необходимо рассматривать модель кусочно-однородного ограниченного пласта.

Поскольку погрешности, возникающие при применении метода граничных элементов, обусловлены только процедурами аппроксимации, дискретизации и численного интегрирования, сначала исследовали точность удовлетворения граничных условий и условий идеального контакта в разные моменты времени. Отметим, что в точках коллокации погрешность данных наблюдается при приближении к концам граничных элементов и на концах границы контакта. В середине области погрешности будут меньше вследствие выполнения принципа максимума. В работе представлены полученные методом граничных элементов распределение давления в пласте с центральной скважиной в разные моменты времени.

Построена математическая модель изменения во времени давления в двумерном кусочно-однородном пористом пласте с криволинейной границей с учетом идеального контакта на границе раздела сред. Для нахождения решения задачи использован метод граничных элементов совместно с временной схемой последовательности начальных условий, что позволило точно удовлетворить уравнения во всей исследуемой области и контролировать погрешность удовлетворения граничных условий на ее границах и на границах раздела сред (поскольку можно выбрать количество граничных элементов, толщин предельных областей и областей продленных начальных условий). Осуществлена программная реализация предложенного численно-аналитического подхода и проведен ряд исследований влияния физических и временных параметров на распределение давления в пласте. Разработанную методику можно расширить для учета зависимости физических характеристик от координат.

A Boundary Element Method for Porous Media

D. Bobyliev

Krivoy Rog National University, Krivoy Rog, Ukraine

The efficiency of using the boundary element technique for the construction of numerical analytical solution of the problem of unsettled motion of compressible fluid in porous, closed, piecewise homogeneous reservoir, including variable depression of pressures given on its external border and on the border of the well and ideal contact at the interface media, was proved. Using the fundamental solution of the nonstationary thermal conductivity equation and sequence diagram of initial conditions the discrete-continual model of the problem with arbitrary initial conditions and boundary conditions of the first kind, was constructed. Series of computational experiments were carried out to assess the influence of characteristics of environment on reservoir pressure change.

ОБОБЩЕННЫЕ АВТОМОДЕЛЬНЫЕ НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА ЗА ФРОНТОМ СИЛЬНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

В.И. Богатко, Е.А. Потехина

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: aerovib@mail.ru, eap225@gmail.com

Рассматриваются двумерные (плоские и осесимметричные) нестационарные (t, x, y) течения газа за фронтом сильной ударной волны. Предполагается, что за ударной волной реализуется течение газа, при котором все параметры газа являются функциями отношения декартовых координат к некоторой степени времени t^n , где n — показатель автомодельности [1]. Задача решается в переменных Лагранжа. Решение должно удовлетворять граничным условиям на фронте ударной волны. Форма фронта ударной волны должна быть определена в процессе построения решения задачи из дополнительного условия. Таким условием может быть условие обтекания, условие на поршне, количество взрывчатого вещества, при взрыве которого образуется сильная ударная волна. Показано, что полученная система дифференциаль-

ных уравнений в частных производных пригодна для построения итерационного процесса. Для построения приближенного аналитического решения задачи определения параметров течения газа за фронтом сильной ударной волны используется метод "тонкого ударного слоя"[2]. Построено предельное решение задачи. Получена формула для определения пути, пройденного частицей газа в ударном слое вдоль фронта ударной волны. Получена система уравнений для определения поправок первого приближения. В простейшем случае ($n=1$) эту систему удается проинтегрировать [3].

Литература

1. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М. «Наука», 1972. 440 с.
2. Черный Г.Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М. Физматгиз, 1959. 220 с.
3. Богатко В.И. Плоские и осесимметричные течения газа с сильными ударными волнами // Прикладная математика и механика 1974. Т. 38. No 3. С. 477-483.

Generalized Self-Similar Unsteady Gas Flows behind the Strong Shock Wave Front

V.I. Bogatko, E.A. Potekhina

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Two-dimensional (plane and axially symmetric) nonstationary (t, x, y) gas flows behind the front of a strong shock wave are considered. It is assumed that behind the shock wave the gas flow is realized, in which all the gas parameters are functions of the ratio of the Cartesian coordinates to some degree of time, where n is the self-similarity index [1]. The problem is solved in the Lagrangian variables. The solution must satisfy the boundary conditions at the front of the shock wave. The shape of the shock wave front must be determined in the process of constructing of the problem solution from the additional condition. Such a condition can be the flow condition, the condition on the piston, the amount of the explosive, in the explosion of which a strong shock wave is formed. It is shown that the resulting system of partial differential equations is suitable for constructing an iterative process. The "thin shock layer" method is used to construct an approximate analytical solution of the problem of determining the parameters of gas flow behind the front of a strong shock wave [2]. The limit solution of the problem is constructed. A formula is obtained for determining the path traversed by a gas particle in the shock layer along the front of the shock wave. A system of equations is obtained for determining the corrections of the first approximation. In the simplest case ($n = 1$), this system can be integrated [3].

References

1. Sedov L.I. Methods of similarity and dimensionality in mechanics. M. "Science", 1972. 440 p.
2. Chernyi G.G. Gas flows with a high supersonic velocity. M. Fismatgis, 1959. 220 p.
3. Bogatko V.I. Plane and axisymmetric gas flows with strong shock waves // Applied Mathematics and Mechanics. 1974. V. 38. No 3. P. 477-483.

ИЗУЧЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЦИЛИНДРОВ С ТОРЦЕВЫМИ ПЛАСТИНАМИ В ВОЗДУШНОМ ПОТОКЕ

Р.В. Богомолов, А.Н. Рябинин

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: bogrusvik@yandex.ru, a.ryabinin@spbu.ru

Экспериментально в аэродинамической трубе изучаются вращательные колебания упруго закрепленного цилиндра под влиянием воздушного потока. К торцам цилиндра прикреплены пластины в форме дисков. В отсутствии потока ось цилиндра наклонена относительно вектора скорости набегающего потока на равновесный угол β_* . Под действием воздушного потока цилиндр совершает колебательные движения, отклоняясь от равновесного угла по закону, близкому к гармоническому. Повороты происходят вокруг оси, перпендикулярной вектору скорости набегающего потока и оси цилиндра. Эксперименты проведены при разных размерах пластин и разных скоростях воздушного потока. В экспериментах применялся

метод определения амплитуды колебаний, основанный на тензометрическом измерении натяжения одной из пружин упругой подвески [1, 2].

Получены зависимости амплитуды колебаний от равновесного угла, скорости и размеров торцевых пластин. Две зависимости амплитуды колебаний от равновесного угла наклона приведены на рис. 1.

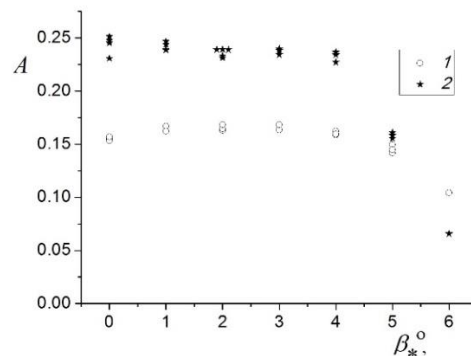


Рис. 1. Зависимость амплитуды колебаний от равновесного угла наклона.

1 – скорость набегающего потока $v = 5.8$ м/с, 2 – скорость набегающего потока $v = 11.5$ м/с.

Результаты сравниваются с предсказаниями математической модели [3].

Литература

1. Рябинин А.Н., Киселев Н.А. Влияние положения оси вращения цилиндра на его вращательные колебания в воздушном потоке // Вестник СПбГУ. Сер. 1. 2016. Т. 3(61), Вып. 2. С. 315-323.
2. Богомолов Р.В., Рябинин А.Н. Исследование вращательных колебаний цилиндра с концевыми дисками в воздушном потоке // Естественные и математические науки в современном мире. 2017. № 1(48). С. 73-77.
3. Луценко И.В., Рябинин А.Н. Экспериментальные исследования колебаний цилиндра в воздушном потоке // Вестник СПбГУ. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 120 - 123.

Rotational Oscillation Study of the Cylinders with End Plates in Airflow

R.V. Bogomolov, A.N. Ryabinin

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The rotational oscillations of a cylinder with end plates in the airflow are studied in the wind tunnel. The dependencies of the oscillation amplitude on the flow velocity, on the steady angle of inclination of the cylinder and on diameter of end plate are obtained. The results are compared with the predictions of the mathematical model.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ Н-ОБРАЗНЫХ ТЕЛ В ПОТОКЕ

О.В. Браун, А.Н. Рябинин

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: taredel@mail.ru, a.ryabinin@spbu.ru

Тела с Н-образным профилем являются частями многих строительных конструкций [1]. Кроме того, требует изучения вопрос о возможности использования колеблющихся тел в качестве элементов ветродвигателей.

Экспериментально в аэродинамической трубе АТ-12 [2] исследуются вращательные колебания упруго закрепленных тел с Н-образным сечением в воздушном потоке. Для определения амплитуды колебаний использовался метод, основанный на тензометрическом измерении натяжения одной из пружин упругой подвески. Исследуемые модели отличались удлинением и пропорциями Н-образных профилей. В отсутствии потока тело было наклонено относительно вектора скорости набегающего

потока на равновесный угол. Под действием воздушного потока тела совершают либо затухающие колебания, либо колеблются с постоянной амплитудой, отклоняясь от равновесного угла по закону, близкому к гармоническому. Повороты происходят вокруг оси, перпендикулярной вектору скорости набегающего потока.

Сравнение колебаний H-образных тел с ранее изученными колебаниями цилиндров в воздушном потоке [3] показало, что амплитуды колебаний H-образных тел намного превосходят амплитуды колебаний цилиндров. Диапазон равновесных углов, при которых происходят колебания H-образных тел с постоянной амплитудой, намного шире диапазона равновесных углов, в которых колеблются цилиндры.

Литература

1. Schewe G. Nonlinear flow-induced resonances of an H-shaped section // Journal of fluids and structures 1989, vol.3, p. 327-348.
2. Ковалев М. А. О расчете и исследовании аэродинамических труб // Уч. зап. Ленингр. ун-та. 1939. Вып. 7. С. 61–86.
3. Рябинин А.Н., Киселев Н.А. Влияние положения оси вращения цилиндра на его вращательные колебания в воздушном потоке // Вестник СПбГУ. Сер. 1. 2016. Т. 3(61), Вып. 2. С. 315-323.

Experimental Study of Rotational Oscillation of H-Shaped Bodies in the Flow

O.V. Braun, A.N. Ryabinin

Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg, Russia

The rotational oscillations of the H-shaped bodies in the airflow are studied in the wind tunnel. Four H-shaped bodies of different aspect ratio are investigated. The amplitude of the body oscillation is determined as a function of the flow velocity and the steady angle of inclination of the body.

ОПЫТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЧИСЛЕННОЙ СХЕМЫ С ИСКУССТВЕННОЙ ВЯЗКОСТЬЮ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О РАСПАДЕ РАЗРЫВА, СФОРМУЛИРОВАННОЙ ДЛЯ МНОГОЖИДКОСТНОЙ МОДЕЛИ СРЕДЫ

С.В. Булович, Е.М. Смирнов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: bulovic@yandex.ru

Применение многожидкостной модели для описания динамики гетерогенной среды на основе системы дифференциальных уравнений 1-го порядка порождает ряд проблем, связанных как с замыканием этой системы, так и с ее интегрированием. Для замыкания системы наиболее часто используется допущение о равенстве давлений во взаимопроникающих жидкостях (фазах), что, однако, влечет за собой утрату свойства гиперболичности, присущего системе уравнений Эйлера. Для восстановления гиперболичности в литературе предлагаются различные подходы, приводящие к изменению собственных векторов матрицы Якоби, однако из-за искажения скорости распространения возмущений в рассматриваемой гетерогенной среде они не обеспечивают адекватного описания волновых процессов. При отказе от допущения о равенстве давления в фазах требуется введение тех или иных замыкающих соотношений. Например, в [1] для двухфазной среды предлагается дополнять базовую систему транспортно-релаксационным уравнением изменения объемной доли одной из фаз. Однако при этом требуется назначение ряда характеристик, таких как скорость переноса объемной доли и время релаксации поля давления, которые не определяются исходной постановкой задачи. Проблема усугубляется при переходе к случаю трех и более фаз.

В настоящей работе предлагается для моделирования процессов переноса в каждой фазе использовать системы уравнений типа уравнений Навье-Стокса, сохраняя допущение о равенстве давления в фазах. При этом интенсивность диффузионного переноса определяется величиной искусственной вязкости, в частности, численной. В этом случае математическая модель динамики многожидкостной среды приобретает параболические свойства, и начально-краевая задача остается всегда корректной.

В качестве модельной рассмотрена задача о распаде разрыва для многофазной среды. Для интегрирования системы уравнений используется схема Русанова [2], вводящая численную вязкость. Приводятся результаты параметрических расчетов, иллюстрирующих влияние масштабирования вводимой численной вязкости на характеристики получаемого решения.

Литература

1. *Baer M.R., Nunziato J.W.* A Two-Phase Mixture Theory for the Deflagration-to-Detonation Transition (DDT) in Reactive Granular Materials // *J. Multiphase Flow*. 1986. V. 12. P. 861–889.
2. *Русанов В.В.* Разностные схемы третьего порядка точности для сквозного счета разрывных решений // Докл. АН СССР. 1968. Т. 9, № 4. С. 85–97.

Experience in Using an Artificial-Viscosity Numerical Scheme for Solving the Riemann Problem as Formulated for a Multi-Fluid Model of Multiphase Flow

S.V. Bulovich, E.M. Smirnov

Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia

A review of approaches suggested in the literature for construction of mathematical models describing dynamics of heterogeneous media in the framework of interpenetrating inviscid continua is given. A special attention is paid to the loss of hyperbolicity features of the Euler-type governing-equation system when assuming equal pressure for all the phases. In order to overcome this difficulty, it is suggested to use systems of the Navier-Stokes type arising after introducing an artificial viscosity, in particular of numerical origin. As a model example, the Riemann problem as formulated for a multi-fluid model of multiphase flow is considered. The numerical scheme suggested in [2] and introducing a numerical viscosity is used to integrate the governing equations. Results of a parametric study discovering the numerical viscosity scaling effect on solution are presented and discussed.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИПЕРЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЙ ВОЗДУХА С УЧЕТОМ РАВНОВЕСНЫХ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ

К.Н. Волков¹, В.Н. Емельянов², А.Г. Карпенко³

¹*Faculty of Science, Engineering and Computing, Kingston University, London, UK*

²*Балтийский государственный технический университет «Военмех» имени Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, Россия*

³*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*
E-mail: dsci@mail.ru, vlademelyanov@gmail.com, aspera.2003.ru@mail.ru

При полете летательных аппаратов в атмосфере с большими скоростями вблизи поверхности образуются области с высокими температурами, в воздухе начинают происходить химические реакции (диссоциация, ионизация и пр.), становятся переменными термодинамические параметры (теплоемкость, показатель адиабаты). При расчете гиперзвуковых течений необходимо учитывать эти процессы.

В работе для расчета течений газа используется метод конечного объема на неструктурированной сетке, а для интегрирования по времени многошаговая явная схема Рунге-Кутты. Невязкие потоки на гранях рассчитывались с помощью различных подходов: точное решение задачи о распаде произвольного разрыва, схема Рое, схема Русанова, для обеспечения второго порядка аппроксимации по пространству использовалась интерполяция решения из центра ячеек на грань, где монотонность схемы достигается с помощью локальных ограничителей. В данной работе для ускорения вычислений используется графические процессорные устройства (ГПУ) ориентированные на научные вычисления.

Для описания термодинамических свойств химически реагирующего воздуха использовался подход, разработанный А. Н. Крайко [1], где для воздуха предложено сделать некоторые допущения и существенно уменьшить количество вычислений для определения химического состава и термодинамических параметров.

С помощью разработанного программного комплекса произведен расчет верификационной задачи обтекания сферы при различных числах Маха набегающего потока $M = 7.7 - 17.77$. Диаметр сферы

равен $D = 12\text{мм.}$, давление набегающего потока $p = 666.61\text{ Па}$, температура $T = 293\text{К}$. Выполнено сравнение расстояния до головного скачка уплотнения при использовании различных моделей воздуха, а так же сравнение с результатами экспериментальной работы [2].

В качестве демонстрации возможностей подхода выполнен расчет обтекания летательного аппарата (см. рис. 1) гиперзвуковым потоком с числом Маха $M = 10$, температурой и давлением набегающего потока соответствующим высоте полета 30 км. Получены поля газодинамических параметров и концентрации химических компонент. На рис. 1 приведено распределение температуры на поверхности ЛА. В сечениях представлены контуры градиента плотности, которые характеризуют положение скачков уплотнения.

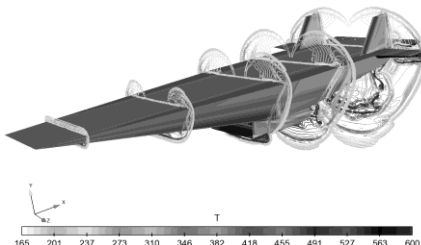


Рис. 1. Распределение температуры на поверхности ЛА.

Литература

1. Крайко А. Н., Макаров В. Е. Явные аналитические формулы, определяющие равновесный состав и термодинамические функции воздуха для температур от 200 до 20000 К // ТВТ. 1996. Т. 34, №2. С. 208 – 219.
2. Lobb R.K. Experimental measurement of shock detachment distance on spheres fired in air at hypervelocities // High Temperature Aspects of Hypersonic Flow. 1964. 519–527 с.

Numerical Simulation of Hypersonic Air Flows with Equilibrium Reactions

K.N. Volkov¹, V.N. Emelyanov² and A.G. Karpenko³

¹Faculty of Science, Engineering and Computing, Kingston University, London, UK

²Baltic State Technical University “Voenmeh” named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, Russia

³Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

In this paper, the method of calculating hypersonic air flows with equilibrium chemical reactions is realized. The finite volume method on an unstructured grid and the explicit Runge-Kutta scheme are used. Flux on the faces using the solution of the Riemann problem, the Roe scheme or the Rusanov scheme are calculated. In this paper, graphics processing units (GPUs) are used to speed up the calculations. To describe the thermodynamic properties of chemically reacting air, the approach developed by A.N. Kraiko [1] are used.

Calculation of the verification problem of flow around the sphere for various Mach numbers $M = 7.7 - 17.77$ is performed. Comparison of the distance to the head shock wave with various air models and with the results of experimental work [2] are carried out.

As a demonstration of the possibilities of the approach, the calculation of the hypersonic flow around the aircraft with the Mach number $M = 10$, the temperature and the pressure of the inlet flow at an appropriate flight altitude of 30 km was carried out. Fields of gas-dynamic parameters and concentration of chemical components was obtained.

References

1. A. N. Kraiko, V. E. Makarov, Explicit analytic formulas defining the equilibrium composition and thermodynamic functions of air for temperatures from 200 to 20000 K // TVT; High Temperature, 34:2 (1996), p. 202–213.
2. Lobb R.K. Experimental measurement of shock detachment distance on spheres fired in air at hypervelocities // High Temperature Aspects of Hypersonic Flow. 1964. p. 519–527.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУР РАСПАДА ВИХРЯ В ДЛИННОЙ ТРУБЕ

В.Г. Высотина

Лаборатория ТВП, Москва, Россия
E-mail: dthf1614@mail.ru

Целью работы является изучение изменения структуры закрученного течения воздуха – распада вихря - в длинной трубе. Постановка задачи опубликована в [3]. Другие результаты изучения распада вихря в прямой трубе методом Годунова [1, 2] и сравнение с опытными данными [4] представлено в [5].

Моделирование закрученного течения воздуха выполнено в осесимметричной трубе длиной 1 м с радиусом 0,04 м. Использована разностная сетка 201x21 ячейки.

В представленном канале проведены расчеты течения воздуха для отношения давлений $P_{\text{вых}}/P_0 = 0,990$. На входе задавалась закрутка потока в диапазоне $\alpha = 10^\circ \div 86^\circ$. Используются следующие параметры торможения: $P_0 = 1042399,8$ Па; $\rho_0 = 1,1985$ кг/м³; $\kappa = 1,4$; $R_G = 287,15$ м²/(с²·К°); $Re \approx 10^4 - 10^5$.

Выявлены четыре различных устойчивых структуры распада вихря при тчении воздуха в осесимметричной трубе. При изменении угла закрутки на входе от 10° до 17° имеет место закрученное течение без особенностей. В диапазоне углов $18^\circ \div 31^\circ$ поток в трубе распадается на закрученное течение вблизи верхнего обвода канала и сильное обратное приосевое течение (расход отрицательный). При $\alpha = 18^\circ$ значение расхода изменяется скачком от положительного значения до отрицательного и обратно при $\alpha = 31^\circ$ (рис.1). При углах закрутки $\alpha = 32^\circ \div 41^\circ$ закрученный поток имеет приосевую зону отрыва, замкнутую на входе и открытую на выходе из канала. Две зоны приосевого отрывного течения существуют при углах $42^\circ \div 49^\circ$ – одна замкнутая зона возвратно-циркуляционного течения, и вторая - открытая на выходе. Одновременно с этим существует развитый закрученный поток вдоль верхнего обвода канала. При углах закрутки $\alpha \geq 50^\circ$ существует структура закрученного течения с замкнутой зоной возвратного течения - «пузырь»- на входе в канал (рис.2), которая с увеличением угла закрутки на до $\alpha = 86^\circ$, уменьшается в продольных размерах и увеличивается по высоте.

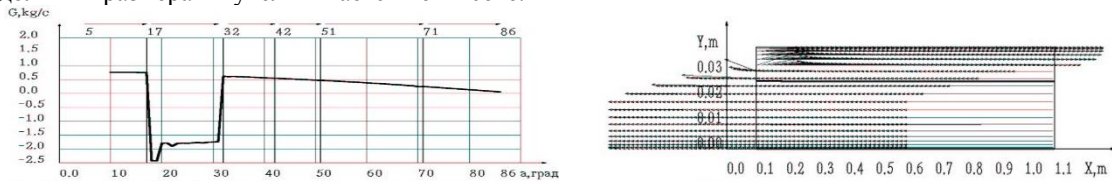


Рис.1. Расход воздуха G (кг/с) в зависимости от угла закрутки на входе. Поле скоростей при $\alpha = 18^\circ$.

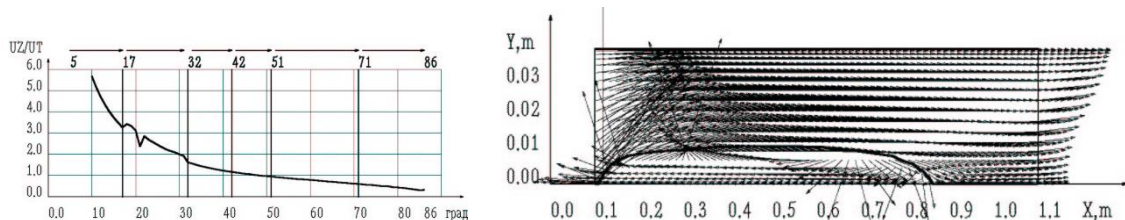


Рис.2. Отношение скоростей UZ/UT в зависимости от изменения угла закрутки. Поле скоростей при $\alpha = 50^\circ$.

На рис.2. показана кривая изменения отношения осевой к окружной скоростей UZ/UT в зависимости от изменения угла закрутки α , и поле скоростей при $\alpha = 50^\circ$. Структура закрученного течения с устойчивой возвратно-циркуляционной зоной («пузырем») на входе в канал появляется при отношении скоростей $UZ/UT \geq 1$ и углах закрутки $\alpha \geq 50^\circ$ в диапазоне углов закрутки $50^\circ \div 86^\circ$.

Литература

1. Годунов С.К. и др. // ЖВМ и МФ, 1961, т.1., № 3, с.1020-1050.
2. Дорфман Л.А. Численные методы в газодинамике турбомашин. – Л.: Энергия, 1974.
3. Высотина В.Г. // Журнал «Математическое моделирование», 2001, том 13, №10, с.103-119.
4. Shigeo Uchida, Yoshiaki Nakamura, Masataka Ohsawa. Experiments on the Axisymmetric Vortex Breakdown in a Swirling Air Flow. Trans.Jap.Soc.Aeronaut. and Space Sci., 1985, 27, №78, pp.206-216.
5. Высотина В.Г. Изменение локальных параметров потока воздуха при распаде вихря в трубе. – Журнал ОППМ, 2015, том 22, вып. 4, с. 450-454.

The Numerical Investigation of Structures of Vortex Breakdown in the Long Pipe

V.G. Vysotina

Laboratory TVP, Moscow, Russia

The four kinds of structures of the “vortex breakdown” were obtained for swirling flow in the long pipe. The angles of swirling were set on at entrance section and changed from 10^0 to 86^0 . For all solutions were retrained similar conditions and were calculated as local as integral variables. Godunov’s method was used for investigation.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕТРОВЫХ ПОТОКОВ В ОТКРЫТОЙ РАБОЧЕЙ ЧАСТИ ПРОМЫШЛЕННЫХ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ТРУБ

В.Г. Габдылхакова, А.И. Цветков, Б.А. Щепанюк

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: gabd-venera@yandex.ru, acvetkov@yandex.ru, bschepan@gmail.com

При проектировании высотных зданий и сооружений одним из важнейших этапов является учет ветрового воздействия. В работе проверяется предположение о возможности моделирования ветровых потоков в промышленных аэродинамических трубах.

Согласно требованиям Еврокода [1] и национального приложения к Еврокоду [2] рассчитаны вертикальные профили скорости и интенсивности турбулентности. На основе энергетического спектра определены требования к размерам продольного масштаба турбулентности и высотного масштаба сооружений.

В ходе экспериментов в аэродинамической трубе АТ-11 с помощью различных преград получены вертикальные профили скорости и интенсивности турбулентности в приземном ветровом слое, а также вблизи экрана - аналога взлетно-посадочной полосы.

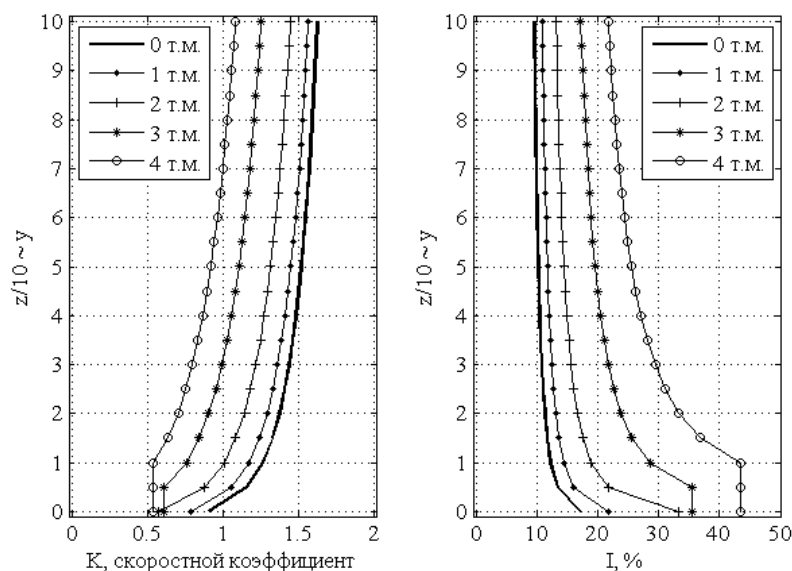


Рис. 1. Вертикальные профили средних безразмерных скоростей ветра и интенсивности турбулентности для различных типов местности.

В результате исследования определена возможность моделирования ветровых потоков в промышленных аэродинамических трубах замкнутого типа с открытой рабочей частью и определены условия для моделирования потоков для различных высотных сооружений.

Литература

1. Еврокод EN 1991-1-4:2003.
2. Национальное приложение к Еврокоду EN 1991-1-4.

Simulation of Wind Streams in the Industrial Open Circuit Wind Tunnels

V.G. Gabdykhakova, A.I. Tsvetkov, B.A. Shchepanyuk

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

One of the most important stages of designing high-rise buildings is consideration of the wind effect.

The aim of this research work was to confirm that it is possible to simulate wind streams in the industrial open circuit wind tunnels. As a result, the possibility of simulation of wind streams in industrial open jet wind tunnels was established, and required conditions for simulation were determined for various high-rise buildings.

ИССЛЕДОВАНИЕ АЭРОВОЗБУЖДЕНИЯ АВТОКОЛЕБАНИЙ РАБОЧИХ ЛОПАТОК ПАРОВЫХ ТУРБИН МЕТОДОМ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

С.А. Галаев¹, В.Ю. Махнов², В.В. Рис¹, Е.М. Смирнов¹

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

²ПАО «Силовые машины», Санкт-Петербург, Россия

E-mail: sealga@mail.ru, aero@phmf.spbstu.ru

Для рабочих лопаток последних ступеней мощных паровых турбин, имеющих, как правило, длину от одного до двух метров существует вероятность возникновения автоколебаний флаттерного типа [1]. Развитие современных технологий численного моделирования позволяет решить сложную междисциплинарную задачу аэроупругости с целью определения условий возникновения флаттера.

В данной работе условия, при которых имеет место аэровозбуждение колебаний, исследованы путем расчета обтекания лопаточного венца нестационарным трансзвуковым потоком и определения работы аэродинамических сил, действующих на рабочие лопатки. При этом полагается, что лопатки совершают гармонические колебания с собственными формами «дискового» типа. Численное моделирование турбулентного пространственного течения влажного пара выполнено с помощью программного комплекса ANSYS CFX на основе уравнений Рейнольдса с использованием $k-\omega$ SST модели турбулентности и с применением технологии деформируемых расчетных сеток. Расчеты выполнялись для двух типов расчетной области, а именно: области, составленной из нескольких межлопаточных каналов рабочего колеса, количество которых определяется числом узловых диаметров дисковых колебаний и области, содержащей полный набор лопаток рабочего венца. На поверхности лопаток задавались условия гармонических перемещений, которые определялись из анализа на первые собственные формы пакетных колебаний, выполненного в среде ANSYS Mechanical.

Установлено, что локальная скорость деформации поверхности лопатки и отклонение мгновенной величины давления пара от осредненной оказываются скоррелированными в случае, когда поверхность лопатки совершает колебания первой собственной формы с бегущей волной, направленной против вращения ротора. Если перемещение лопатки противоположно по направлению действующей на профиль аэродинамической силе, поток оказывает демпфирующее воздействие и подавляет развитие автоколебаний. В противоположном случае, когда переменная аэродинамическая сила и перемещение поверхности лопатки сонаправлены, возникает эффект аэровозбуждения. Полученные в результате расчетов значения инкремента аэровозбуждения для пакета из нескольких лопаток (количество которых определяется накладываемой модой колебаний), и для полного рабочего колеса различаются менее чем на 5%.

В результате многовариантных расчетов определены зависимости инкремента аэровозбуждения от моды автоколебаний, выраженной числом узловых диаметров кольцевой решетки рабочих лопаток. В качестве способа, обеспечивающего снижение инкремента аэровозбуждения предложена модификация конструкции ступени путем уменьшения числа лопаток с пропорциональным увеличением хорды, т.е. повышением жесткости лопатки.

Литература

1. *Боришанский К.Н.* Колебания рабочих лопаток паровых турбин и меры борьбы с ними. – СПб: 2011. 324 с.

Numerical Study of Aero-Excitation of Steam-Turbine Rotor Blade Self-Oscillations

S.A. Galaev¹, V.Yu. Makhnov², V.V Ris¹, E.M. Smirnov¹

¹*Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia*

²*PJSC "Power machines", Saint-Petersburg, Russia*

For the last-stages rotor blades of steam turbines, probability of occurrence of flutter-type self-oscillations is high. In the present work, conditions for aero-excitation of self-oscillations are investigated by means of numerical simulation of non-stationary turbulent transonic flow through a blade row followed by evaluation of aerodynamic forces that act on rotor blades performing eigenvibration. As a result of multivariate computational runs, the aero-excitation increment dependences on the mode of eigenvibration have been determined. To reduce the aero-excitation increment, a modification of the blade row is suggested that consists in reduction of the number of blades together with an increase of the blade chord.

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПЛЕНКИ ЖИДКОСТИ И КАПЕЛЬ, ДВИЖУЩИХСЯ ПО ПОВЕРХНОСТИ ПРОФИЛЯ В УСЛОВИЯХ ОБЛЕДЕНЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Э.С. Гринац^{1,2}, А.В. Кашеваров^{1,3}, А.Л. Стасенко^{1,2}

¹*Центральный аэрогидродинамический институт им. профессора Н.Е. Жуковского, Жуковский, Россия*

²*Московский физико-технический институт, Москва, Россия*

³*Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), Москва, Россия*

E-mail: e.grinats@yandex.ru, a.v.kash@yandex.ru, stasenko@serpantin.ru

Одной из нерешенных проблем авиации является обледенение летательного аппарата в переохлажденных капельно-кристаллических облаках. При температурах от -15 до 0 °C процессу отвердевания воды предшествует образование жидкой пленки, текущей по поверхности тела и образующейся на нем наледи [1]. Процесс осложняется бомбардировкой этой пленки кристаллами льда, тающими в слое воды, ускоряемом воздушным потоком. Это изменяет энергетический режим пленки и делает плохо предсказуемым место ее отвердевания на поверхности тела, что приводит к образованию так называемого барьерного льда – наиболее коварного вида обледенения. Кроме того, распад пленки на ручейки и капли приводит к существенно трехмерным образованиям наледи.

В настоящей работе развиты модели гидротермодинамики фрагментов жидкости, ускоряемых вдоль поверхности в пограничном слое воздуха. В случае жидкой пленки учтено конечное время (и расстояние) таяния кристаллов льда в несущей жидкости – нелокальный процесс, не рассматриваемый ранее. Его математическое описание [2] в рамках модели Стефана сводится к выражению, аналогичному закону Срезневского для случая испарения капель в воздухе.

При описании движения капли учтены вязкая и аэродинамическая силы с поправочными коэффициентами, связанными с близостью поверхности твердого тела, а также тормозящие силы: вязкость жидкости в объеме самой капли и плотность поверхностной энергии (вода – твердое тело), зависящей от краевого угла смачивания и коэффициента поверхностного натяжения (закон Юнга–Дюпре). Необходимые полуэмпирические коэффициенты получены сравнением с результатами экспериментов [3].

Даны иллюстрации численного исследования влияния многочисленных параметров на гидротермодинамику капель и жидкой пленки воды, охлаждающейся и отвердевающей на поверхности конструкции ЛА.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект 16–19–10472).

Литература

1. *Myers T.G., Charpin J.P.F., Chapman S.J.* The flow and solidification of a thin film on an arbitrary three-dimensional surface // *Phys. Fluids*. 2002. Vol. 14. No. 8. P. 2788–2803.

2. *Кашеваров А.В., Стасенко А.Л.* Гидротермодинамика жидкой пленки с кристаллами на поверхности тела в потоке воздуха, содержащем частицы льда // ПМТФ. 2017. Т. 58. №2. С. 103–114.
3. *Miller A.B., Potapov Yu.F., Stasenko A.L.* Experimental and theoretical investigations of aircraft icing in the case of crystal and mixed-phase flow // Proc. of the 29th congress of the Intern. council of the aeronaut. sci. (ICAS), St-Petersburg (Russia), 7–12 Sept. 2014. S. 1., 2014. Paper 0576.

Physicomathematical Models of a Liquid Film and Droplets Moving upon a Surface during Icing of a Flyer

E.S. Grinats^{1,2}, A.V. Kashevarov^{1,3}, A.L. Stasenko^{1,2}

¹*Central Aerohydrodynamic Institute named after Prof. N.E. Zhukovsky, Zhukovsky, Russia*

²*Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow, Russia*

³*Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia*

Theoretical description of a cooling and solidifying water film and droplets is presented in application to prediction of run-back ice formation upon construction elements of a flyer in supercooled mixed clouds, with a finite time (and distance) of ice crystals melting inside the transporting film being taking into account.

АДАПТИВНАЯ МЕХАНИЗАЦИЯ КРЫЛА

В.В. Губский, О.В. Павленко, А.В. Петров

Центральный аэрогидродинамический институт им. профессора Н.Е. Жуковского, Жуковский, Россия

E-mail: Vitaly.Gubsky@tsagi.ru, Olga.v.pavlenko@yandex.ru, Albert.Petrov@tsagi.ru

Взлётно-посадочные режимы становятся все более сложными из-за увеличения взлётной массы, скорости и ужесточения требований, обеспечивающих безопасность полётов. Возможности обычных однощелевых или многощелевых закрылков, как известно, ограничены. Эту проблему можно решить путём отклонения или искривления хвостового участка основной части профиля, обеспечивая безотрывное обтекание щелевого закрылка до больших углов его отклонения. Адаптивная механизация представляет варианты двухщелевого закрылка отклоняемого на углы $\delta=20^\circ$ (взлетное положение) и $\delta=35^\circ$ (посадочное положение) и поворотной хвостовой частью крыла (интерцептором), отклоняемой на углы $\delta_{кр}=0-10^\circ$. Результаты расчётов показали, что применение адаптивной механизации повышает коэффициент подъёмной силы до 15%. Также показаны трехмерные эффекты, возникающие при обтекании механизации. Проведены исследования по выбору оптимального угла отклонения адаптивного элемента. Показаны эффекты, связанные с учетом обдува от воздушного винта.

Экспериментальные исследования проведены на модели лёгкого транспортного самолёта. Модель исследована в аэродинамической трубе АДТ Т-102 ЦАГИ при скорости потока до $V=50$ м/с, что соответствует значению числа Рейнольдса $Re=0.97 \cdot 10^6$. Отклонение хвостовой части крыла на угол $\delta_{кр}=5^\circ$ повышает коэффициент подъёмной силы модели во посадочной конфигурации на 11÷13%. При испытании с воздушным винтом, и коэффициенте нагрузки на винт $B=1$ величины приращений коэффициента подъёмной силы от закрылков, отклоненных на углы $\delta_3=20^\circ$ и 35° , возрастают на 25% и 36%, соответственно (Рис.1). Применение адаптивной механизации крыла в сочетании с модификацией носка крыла расширяет эксплуатационный диапазон углов атаки самолета и обеспечивает приращение ϵ величины максимальной подъёмной силы на 10% при обдуве крыла струями ВВ небольшой интенсивности $B=0.5$. Таким образом, можно сделать вывод о том, что применение адаптивной механизации крыла позволяет повысить несущие свойства крыла на взлётно-посадочных режимах, тем самым позволяя улучшить аэродинамические характеристики самолёта. Кроме того, применение адаптивной механизации облегчает проблему продольной балансировки самолета по сравнению с использованием стандартной механизации.

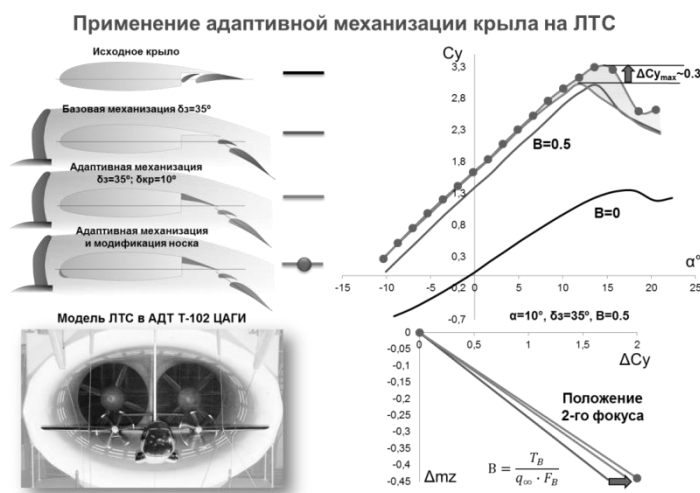


Рис. 1. Результаты исследований.

High-Lift Adaptive Wing System

V.V. Gubskiy, O.V. Pavlenko, A.V. Petrov

Central Aerohydrodynamic Institute named after Prof. N.E. Zhukovsky, Zhukovsky, Russia

Experimental studies of an adaptive wing system are performed, the role of three-dimensional effects is investigated, and the effectiveness of the adaptive wing system is shown.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ФЛАТТЕРА НА ОСНОВЕ ТЕНЗОРЕЗИСТОРА И МИКРОКОНТРОЛЛЕРА АРДУИНО

М.Н. Деменков

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

E-mail: max.demenkov@gmail.com

Флаттер – опасное явление, возникающее в результате взаимодействия упругой механической конструкции (например, крыла самолета или лопатки турбокомпрессора) и набегающего потока воздуха, выражающееся в возникновении периодических колебаний конструкции и потенциально ведущее к ее разрушению. Для исследования этого явления в лабораторных условиях обычно используются аэродинамическая труба и установленный в ней макет изучаемой конструкции (см. напр [1]). Естественным образом возникает потребность удешевить экспериментальное устройство и сделать его доступным малобюджетным образовательным организациям.

В докладе описывается оригинальная экспериментальная установка FlexyFlutter для изучения дозвукового флаттера, собранная из доступных робототехнику-любителю деталей, таких как популярный микроконтроллер Ардуино, компьютерный вентилятор и гибкий тензорезистор, меняющий свое сопротивление при изгибе, к которому присоединена пластиковая пластинка, играющая роль крыла. С помощью USB-соединения с компьютером возможен сбор и анализ данных в реальном времени. Установка является предложенной автором модификацией устройства Flexu, разработанного в Словацком технологическом университете в Братиславе для изучения простейшей системы автоматического управления (в оригинальной версии поток воздуха снизу лишь отклоняет тензорезистор на заданный угол).

Подобное устройство может использоваться в университетах как в курсах аэроупругости, так и нелинейной динамики и теории управления. С точки зрения нелинейной динамики возникновение флаттера связано с бифуркацией Хопфа [1]. Собранные с установки данные могут использоваться для идентификации соответствующей нелинейной динамической системы. Заметим, что чертежи и схема исходной установки свободно доступны в Интернете (<https://github.com/martin-kaluz/flexy-arduino/wiki>).

Демонстрационное видео работы установки доступно по адресу: <https://youtu.be/4jGbnmg4wpU>.

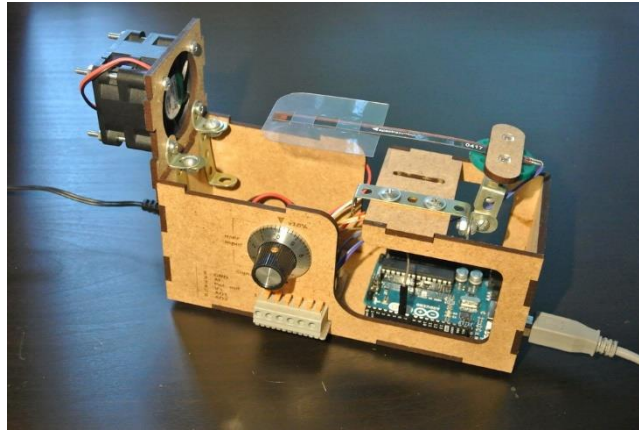


Рис. 1. Экспериментальная установка FlexyFlutter.

Литература

1. Ko J., Strganac T., and Kurdila A. Stability and control of a structurally nonlinear aeroelastic system // J. of Guidance, Control, and Dynamics. 1998. Vol. 21(5). P. 718–725.

FlexyFlutter: Studying Aeroelastic Limit-Cycle Oscillations with Arduino

M.N. Demenkov

V.A. Trapeznokov Institute of Control Science of Russian Academy of Science, Moscow, Russia

We describe a modification of the Flexy – Arduino-based device developed at Slovak University of Technology in Bratislava (see <https://github.com/martin-kaluz/flexy-arduino/wiki>). With our version of it at Institute of Control Sciences one can study aeroelastic oscillations (flutter) after a simple reshuffle of the Flexy components. Flex sensor (tensoresistor) changes its electrical resistance proportionally to its bending. The plastic thin plate (attached to the resistor) plays the role of a wing in the flow generated by the Arduino-controlled fan. A video of the device is available at YouTube: <https://youtu.be/4jGbnmg4wpU>.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ НАГРУЗОК НА АЭРОДИНАМИЧЕСКОМ ТЕЛЕ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ГАЗА С ЛОКАЛЬНЫМ ЭНЕРГОВЛОЖЕНИЕМ

Ю.В. Добров, В.А. Лашков, И.Ч. Машек, Р.С. Хоронжук

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: youdobrov@gmail.com, valerial180150@gmail.com, igor.mashek@gmail.com, khonorzhuk@gmail.com

При гиперзвуковом полете одной из основных проблем является наличие интенсивных тепловых нагрузок на обтекаемом теле. В настоящей работе представлено экспериментальное исследование теплового потока в критической точке затупленного цилиндра. Измерения производились с помощью быстродействующего градиентного датчика теплового потока. Тепловой поток на теле определялся с учетом передаточной функции измерительной системы. Для нахождения передаточной функции была предложена модель излучения тепла плазмой оптического пробоя. В результате анализа полученных в ходе эксперимента данных установлено, что с помощью локального энерговложения можно произвести кратковременный отвод тепла с поверхности обтекаемого тела.

Investigation of Heat Flux on Aerodynamic Body in Supersonic Gas Flow with Local Energy Deposition

Yu.V. Dobrov, V.A. Lashkov, I.Ch. Mashek, R.S. Khoronzhuk

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Intensive heat load on a vehicle is one of the main problem in hypersonic flying. Experimental study of heat flux on a blunt cylinder in supersonic flow was made using gradient heat flux sensor. It was found that correct heat flux measurements have to determine via transfer function of the measuring system. It was established that it was possible to produce a short-term heat transfer from the surface of streamlined body with help of local energy deposition.

APPLICATION OF THE CONCEPT OF A QUASI-POTENTIAL TO THE FLUID FLOWS IN CURVILINEAR COORDINATES

A.M. Ermakov, Y.A. Stepanyants

The University of Southern Queensland, Queensland, Australia

E-mail: ermakovandreim@gmail.com

A great success in the solution of fluid dynamic problems is associated with the reduction of a primitive set of hydrodynamic equations to only one equation for any scalar function, e.g., velocity potential or stream function [3–7]. It has been shown [1, 2] that a wide class of 3D fluid motions of incompressible viscous fluid in Cartesian coordinates can be described by only one scalar function dubbed the quasi-potential. This class is characterized by three-component velocity field having two-component vorticity field; both these fields can depend of all three spatial variables and time, in general.

This paper is dedicated to the development of the concept of quasi-potential for fluid flows in cylindrical and spherical coordinates. It is shown that the introduction of a quasi-potential in curvilinear coordinates is non-trivial and may be a subject of additional restrictions. In the Cartesian rectilinear coordinates it does not matter which component of vorticity is absent, because vector differential operations are symmetrical with respect to all spatial variables x , y and z . However, it is not the case in curvilinear coordinates, in particular, in cylindrical and spherical coordinates. In any case, an arbitrary 3D velocity field can be described, in general, by two-component vector-potential, i.e. by two scalar functions – the corresponding components of the vector-potential. If there is any additional link between these two components, then the description of a fluid flow can be done in terms of only one scalar function, equation for which follows from the primitive Navier–Stokes equation. This approach has been exploited in [1, 2] in Cartesian coordinates and nontrivial examples of fluid motions have been found. We consider fluid flow in cylindrical and spherical coordinates and show how the quasi-potential can be introduced when one of the components of the vector-potential is eliminated. An illustrative example is constructed (see Fig. 1). It has been demonstrated that introduction of quasi-potential is possible in the cylindri-

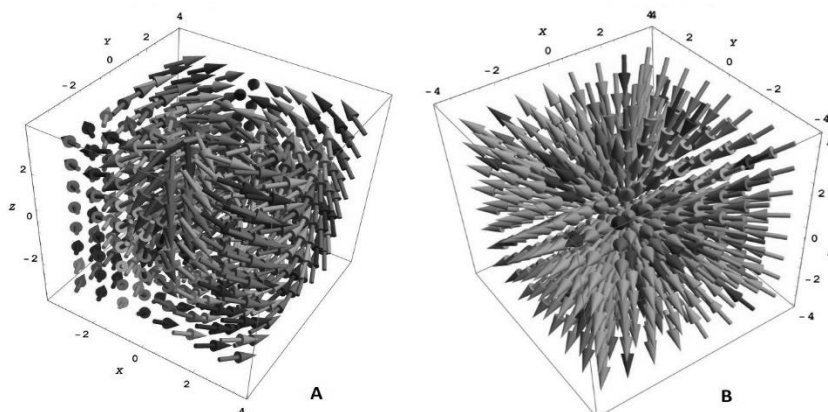


Fig. 1. Example: A – A fragment of a velocity field, B – A fragment of a vorticity field.

cal geometry, albeit it is not a trivial generalisation of the quasi-potential theory developed in [1, 2]. Quasi-potential approach helps us to construct exact solutions describing fairly complicated three-dimensional fluid fields with a multi-component vorticity field. In the particular cases the quasi-potential theory reduces to the conventional potential theory and to the theory based on the introduction of a stream-function.

References

1. *Stepanyants Y.A., Yakubovich E.I.* Scalar description of three-dimensional vortex flows of incompressible fluid,
2. *Doklady, Physics*, 56, 2011, 130–133.
3. *Stepanyants Y.A. Yakubovich E.I.* The Bernoulli integral for a certain class of non-stationary viscous vertical flows of incompressible fluid, *Stud. Appl. Math.*, 135, 2015, 295–309.
4. *Lamb H.* Hydrodynamics, 6th edn. Cambridge, Cambridge University Press, 1932.
5. *Milne-Thomson L.M.* Theoretical Hydromechanics, 4th edn. London, Macmillan and Co LTD, 1960.
6. *Kochin, N.E., Kibel I.A., Roze N. V.* Theoretical Hydromechanics, 6th edn. New York, Interscience Publishers, 1964.
7. *Batchelor G.K.* An Introduction to Fluid Mechanics Cambridge, Cambridge University Press, 1967.
8. *Landau L.D., Lifshitz, E.M.* Fluid Mechanics Oxford, Pergamon Press, 1993.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЕХМЕРНОЙ СТРУКТУРЫ ПОТОКА В ОКРЕСТНОСТИ ЦИЛИНДРА, ПРОНИЗЫВАЮЩЕГО ТУРБУЛЕНТНЫЙ СВОБОДНО-КОНВЕКТИВНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ НА ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛАСТИНЕ

В.Д. Жуковская, А.М. Левченя, Е.М. Смирнов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: zhukovskayavd@gmail.com, levchenya_am@spbstu.ru, aero@phmf.spbstu.ru

Для многих технических устройств характерны течения с подковообразными структурами, формирующиеся при взаимодействии пограничного слоя с трехмерным препятствием. Такого рода течения интенсивно исследовались для случая вынужденной конвекции; типичными примерами являются области сочленения крыльев с фюзеляжем или торцевые области турбинных решеток [1]. Имеется успешный опыт применения различных расчетных методов к изучению структуры таких течений, в том числе на основе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (RANS). В частности, в [2] на основе RANS-подхода и SST $k-\omega$ модели турбулентности было получено хорошее согласование с данными детальных экспериментов [3]. Вместе с тем, существуют устройства с определяющей ролью динамических и теплообменных процессов в свободно-конвективных пограничных слоях. Базовой моделью в данном случае служит вертикальная нагретая поверхность. При взаимодействии свободно-конвективного пограничного слоя с трехмерным препятствием также создаются условия для формирования подковообразных вихрей. Работы по изучению детальной структуры течения для данного случая авторам неизвестны.

В настоящей работе представляются результаты численного моделирования трехмерного течения воздуха в окрестности кругового цилиндра, пронизывающего турбулентный, исходно двумерный свободно-конвективный пограничный слой на вертикальной нагретой пластине. Расчеты на основе RANS-подхода и SST $k-\omega$ модели турбулентности выполнены с использованием конечно-объемного кода второго порядка точности на сетках высокого разрешения. Анализируются особенности течения, возмущенного препятствием (рис. 1). Приводятся данные по влиянию соотношения диаметра цилиндра и толщины набегающего слоя на положение и характерные размеры образующихся подковообразных вихрей.

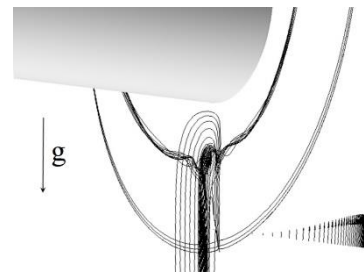


Рис. 1. Линии тока при натекании свободно-конвективного пограничного слоя на цилиндр.

Литература

1. *Simpson R.L.* Junction flows // *Annual Review of Fluid Mechanics*. 2001. Vol. 33. P. 415–443.
2. *Levchenya A.M., Smirnov E.M., Goryachev V.D.* RANS-based numerical simulation and visualization of the horseshoe vortex system in the leading edge endwall region of a symmetric body // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2010. Vol. 31. Iss. 6. P. 1107–1112.

3. *Praisner T.J., Smith C.R.* The Dynamics of the Horseshoe Vortex and Associate Endwall Heat Transfer – Part II: Time-Mean Results // *ASME Journal of Turbomachinery*. 2005, Vol. 128. P. 755–762.

Numerical Study of 3D Flow Structure near a Cylinder Piercing Turbulent Free-Convection Boundary Layer on a Vertical Plate

V.D. Zhukovskaya, A.M. Levchenya, E.M. Smirnov

Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia

The present contribution covers RANS-based simulation of 3D flow near a cylinder introduced into turbulent vertical-plate free-convection boundary layer. Numerical solutions were obtained with a finite-volume Navier-Stokes code of second-order accuracy using refined grids. Peculiarities of the flow disturbed by the obstacle are analyzed. Cylinder-diameter effect on the horseshoe vortex size and its position is evaluated.

ВОЗДЕЙСТВИЕ ЗУБЧАТОГО ЗВЕНА НА ДЕФОРМИРУЕМУЮ ПОВЕРХНОСТЬ С УЧЕТОМ СМАЗОЧНОГО СЛОЯ

О.Г. Завьялов

Челябинский государственный университет, Челябинский филиал финансового университета при Правительстве Российской Федерации, Челябинск, Россия

E-mail: zavog@yandex.ru

Рассматривается механизм, состоящий из деформируемой поверхности и зубчатого звена с закруглением. На поверхность нанесена несжимаемая вязкая жидкость. Зубчатое звено совершает вращательное движение или перемещается по поверхности. Под влиянием нагрузки зубчатое звено может деформировать поверхность. Подобный механизм можно рассматривать как подшипник скольжения.

В данной категории подшипников скольжения изменение характеристик опоры достигается путем модификации геометрии поверхностей скольжения, введения погрешностей от идеальной формы поверхности, что учитывается в уравнении движения жидкости изменением функции толщины слоя смазки.

С помощью аппарата тензорного анализа доказано, что во всех случаях образуется тонкий слой несжимаемой смазки. Задача течения смазочного вещества сводится к решению задачи Рейнольса. Представлены результаты следующих исследований: 1) Влияние смазочного вещества при вращательном движении зубчатого звена и появлении углубления в деформируемой поверхности. 2) Влияние смазочного вещества при гармонических колебаниях зубчатого звена нормально к поверхности. При гармонических колебаниях зубчатого звена распределение скорости жидкости в тонком слое жидкости зависит только от безразмерной амплитуды колебаний. Несжимаемая жидкость вытекает за края зубчатого звена при уменьшении толщины слоя (движении зубца к поверхности) между ним и поверхностью и втекает извне при увеличении толщины (удалении зубца от поверхности). Появление несущей способности подобного механизма связано с силами трения и инерции внутри жидкости. 3) Решена задача смазки при движении зубца по поверхности. Смазочный слой не только предотвращает непосредственный контакт зубчатого звена с поверхностью, таким образом предотвращая их от слипания, уменьшая износ. Также смазочный слой существенно влияет на уменьшение напряжения в месте контакта. В современных подшипниках качения для напряжений в зоне контакта допускаются очень большие значения. Возникновение таких напряжений объясняется тем, что площадь соприкосновения между зубчатым звеном и поверхностью очень мала, что приводит к большим концентрациям сил. Присутствие слоя вязкой несжимаемой жидкости в месте контакта приводит к увеличению площади соприкосновения и более равномерному распределению давления. В результате значительно снижаются величины напряжений по поверхности. Таким образом, в действительности при движении зубчатого звена по поверхности напряжение меньше рассчитанного статически.

Литература

1. *Матвеев С.К., Завьялов О.Г.* Нестационарное течение тонкого слоя вязкой жидкости между параллельными поверхностями // "Наука и технологии" Секция Б2 «Аэрогидродинамика и тепломассообмен» Краткие сообщения XXXVII Российской школы, посвященной 150-летию К.Э. Циолковского, 100-летию С.П. Королева и 60-летию

Государственного ракетного центра “КБ им. Академика В.П. Макеева” (26-28 июня 2007г., г. Миасс)/ Екатеринбург: 2007. С.21-27.

Effect of the Gear Unit on the Deformed Surface Taking into Consideration the Lube Layer

O.G. Zavyalov

*Chelyabinsk State University, Chelyabinsk Branch of the Financial University
under the Government of the Russian Federation, Chelyabinsk, Russia*

A mechanism consisting of a deformable surface and a gear unit with a curve is considered. An incompressible viscous liquid is applied to the surface. The gear unit rotates or moves along the surface. Under the influence of the load, the gear unit can deform the surface. Such a mechanism can be considered as a sliding bearing.

In this category of sliding bearings, the change in the characteristics of the support is achieved by modifying the geometry of the sliding surfaces, introducing errors from the ideal shape of the surface, which is taken into account in the fluid motion equation by changing the function of the thickness of the lubricant layer.

Using the tensor analysis apparatus, it is proved that in all cases a thin layer of incompressible lubricant is formed. The problem of the flow of a lubricant is reduced to the solution of the Reynold's problem. The results of the following studies are presented: 1) The effect of the lubricant in the rotational motion of the gear unit and the appearance of a deepening in the deformable surface. 2) The effect of the lubricant with harmonic oscillations of the gear unit is normal to the surface. With the harmonic oscillations of the gear unit, the velocity distribution of the liquid in a thin liquid layer depends only on the dimensionless amplitude of the oscillations. The incompressible fluid flows out beyond the edges of the gear unit when the thickness of the layer (the movement of the tooth to the surface) decreases between it and the surface and flows from outside with the increasing thickness (removing the tooth from the surface). The appearance of the bearing capacity of such a mechanism is associated with the forces of friction and inertia inside the fluid. 3) The lubrication problem is solved when the tooth moves along the surface. The lubricating layer doesn't not only prevent the direct contact of the gear unit with the surface, thereby preventing them from sticking together, reducing wearout. Also, the lubricating layer has a significant effect on reducing the tension at the contact point. In modern rolling bearings for tension in the contact area very large values are allowed. The occurrence of such tensions is explained by the fact that the area of contact between the gear unit and the surface is very small, which leads to high concentration of forces. The presence of a layer of viscous incompressible fluid at the point of contact leads to an increase in the area of contact and a more uniform distribution of pressure. As a result, the tension across the surface is significantly reduced. Thus, in reality, when a gear unit moves along the surface, the tension is less than the one calculated statically.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНУСООБРАЗОВАНИЯ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ С СИЛЬНО НЕОДНОРОДНЫМИ СВОЙСТВАМИ

Д.К. Зайцев, А.А. Пожилов, Е.М. Смирнов, А.А. Смирновский

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: aapozhilov@mail.ru*

При разработке залежей нефти с подошвенной водой вблизи перфорационных отверстий добывающих скважин возникают большие градиенты давления, приводящие к изменению формы поверхности раздела фаз, которая приобретает вид конуса, и, как следствие, к раннему прорыву воды. Проблема конусообразования известна достаточно давно [1], но до сих пор является предметом активных исследований (см., например, [2]).

В настоящей работе посредством численного моделирования исследуется процесс конусообразования в условиях трехмерной постановки задачи. Для описания течения водо-нефтяной среды в пористом теле используется т.н. Black-Oil модель двухфазной фильтрации [3]. Данная модель была встроена в гидродинамический программный код SINF/Flag-S [4], развиваемый сотрудниками кафедры «Гидроаэродинамика, горение и теплообмен» СПбПУ. Представляются численные решения, иллюстрирующие влияние сильной неоднородности свойств пласта на процесс конусообразования.

Литература

1. *Muskat M, Wyckoff RD.* An approximate theory of water coning in oil production petroleum development and technology // Transactions of American Institute of Mining and Metallurgical Engineers. – 1935 – Vol. 114 – P. 144-163.
2. *Okon A., Appah D., Akpabio J.* Water Coning Prediction Review and Control: Developing an Integrated Approach // Journal of Scientific Research and Reports. – 2017. – Vol. 14. – P. 1-24.
3. *Peaceman D.W.* Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation // Developments in Petroleum Science – 1977 – Vol. 6 – 175 p.
4. *Zaitsev D.K., Pozhilov A.A., Smirnov E.M., Smirnovsky A.A.* Numerical simulation of conjugate heat and mass transfer in a loop heat pipe evaporator // CEUR Workshop Proceedings. – 2016. – Vol. 1576. – P. 512-520.

Numerical Simulation of Water Coning in Porous Medium with Strongly Non-Uniform Properties

D.K. Zaitsev, A.A. Pozhilov, E.M. Smirnov, A.A. Smirnovsky

Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia

High gradients of pressure near the perforations of production wells in oil reservoirs with bottom aquifer can lead to reshape of the phase interface, which takes the form of a cone, and to an early water breakthrough. Although the problem of water coning is known for a long time [1], it is still the subject of active studies (see, for instance, [2]).

The present work is aimed at numerical simulation of water coning in the framework of 3D problem setting. To describe two-phase filtration in a porous medium the so-called Black-Oil mathematical model [3] is used. The model has been implemented in an in-house CFD code, called SINF/Flag-S [4], that is under development at the Department of Fluid dynamics, Combustion and Heat transfer of the SPbPU. Numerical solutions discovering influence of strong non-uniformities of the porous medium properties are presented and discussed.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦИРКУЛЯЦИИ ВОЗДУХА В ПОМЕЩЕНИИ ПРИ БОКОВОЙ СТРУЙНОЙ ПОДАЧЕ: СОПОСТАВЛЕНИЕ С ДАННЫМИ ТЕСТОВОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

М.А. Засимова, Н.Г. Иванов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: zasimova_ma@mail.ru, ivanov_ng@spbstu.ru

При проектировании и оптимизации систем вентиляции и кондиционирования воздуха в помещениях важную роль играет правильная организация воздухообмена. В инженерной практике сведения о трехмерной структуре течения можно получить на основе численного решения осредненных по Рейнольдсу нестационарных уравнений Навье-Стокса, замкнутых полуэмпирической моделью турбулентности (RANS-подход). Валидация получаемых по RANS-подходу результатов может осуществляться с помощью проведения тестовых экспериментов с привлечением более точных вихреразрешающих подходов к моделированию турбулентного движения, либо при непосредственном сравнении полученных результатов с данными физического эксперимента.

Представляются результаты численного моделирования циркуляции воздуха в ограниченном модельном помещении (рис. 1) для условий эксперимента [1]. На одной из боковых стенок расположено прямоугольное приточное отверстие размером 14.4 см×9.6 см, на этой же стенке вблизи пола находится вытяжное отверстие такого же размера. На входе задавался развитый профиль скорости (среднерасходная скорость $V = 5.16$ м/с), число Рейнольдса, построенное по высоте входного отверстия, равно $Re = hV/\nu = 48298$.

Моделирование турбулентного течения воздуха осуществлялось как на основе вихререзающего подхода – метода крупных вихрей (LES), так и с помощью RANS-подхода. В расчетах, выполненных с помощью программного комплекса ANSYS Fluent, использовались квазиструктурированные сетки размерностью около 16 млн. ячеек. Использовались ресурсы суперкомпьютерного центра «Политехнический». На основе сопоставления с экспериментальными данными и данными LES-расчетов проводится оценка точности результатов, получаемых при применении RANS-подхода.

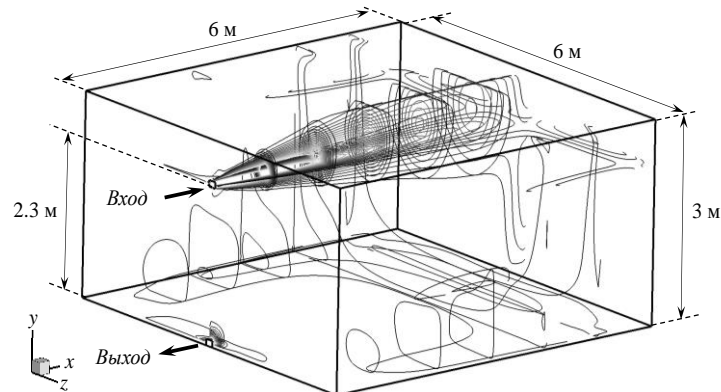


Рис. 1. Геометрия расчетной области; на схеме изображены изолинии скорости в нескольких сечениях комнаты.

Литература

1. Hurnik M., Blaszcok M., Popiolek Z. Air distribution measurement in a room with a sidewall jet: a 3D benchmark test for CFD validation // Building and Environment, 2015. V. 93, part 2. P. 319-330.

Numerical Simulation of Air Distribution in a Room with a Sidewall Jet Under Benchmark Test Conditions

M.A. Zasimova, N.G. Ivanov

Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia

The results of numerical modeling of a circular jet that spreads in a confined space are presented. The problem formulation corresponds to the benchmark test experiment conditions known from the literature. Calculations were carried out using the ANSYS Fluent software package. Numerical simulation of turbulent airflow was performed based on the vortex-resolved LES approach and less time-consuming RANS approach. The conclusion of the RANS approach uncertainty is drawn on the basis of the comparison of the RANS data with the LES data and with the experiment.

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ТЕЧЕНИЯ НА НАЧАЛЬНЫХ ЭТАПАХ РАБОТЫ СВЕРХЗВУКОВОГО СОПЛА В ПРОТОЧНОЙ ТРУБЕ

В.П. Зюзликов, Б.Е. Синильщиков, В.Б. Синильщиков, М.В. Ракитская

Балтийский государственный технический университет «Военмех» имени Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: vbsin@mail.ru

Задаче о стационарном истечении сверхзвуковой струи из осесимметричного сопла Лавалья в проточной трубе посвящено немало работ. Значительно менее исследованы нестационарные режимы, которые реализуются при быстром повышении давления в ресивере. В данной работе эта задача решалась численно на основе нестационарных уравнений Навье-Стокса в осесимметричной постановке. Рассмотрим физическую картину процессов, полученную при анализе результатов расчетов.

После достижения в критическом сечении скорости, соответствующей $M=1$, в расширяющейся части сопла происходит отрыв потока от стенок, причем зона отрыва постепенно распространяется до среза

сопла. Нестационарные расчеты показали, что при быстром росте давления в ресивере зона отрыва первоначально замыкается на стенки сопла, и в течение определенного промежутка времени в районе среза сопла течение остается дозвуковым и безотрывным, в то время как вблизи критического сечения в приосевой области течение – сверхзвуковое, а в области отрыва – дозвуковое. Через некоторое время течение стабилизируется с образованием достаточно устойчивой зоны отрыва, доходящей до среза, и системы двух косых скачков и диска Маха.

Далее по мере повышения давления в ресивере характер течения заметно изменяется. Это связано с распространением последней (пограничной) характеристики течения Прандтля-Майера. В соплах с угловой точкой эта характеристика отходит от угловой точки, в соплах со скруглением – от точки, расположенной ниже критического сечения. На начальном этапе эта характеристика замыкается на диск Маха. По мере роста давления в камере и расхода диск Маха постепенно смещается в сторону среза сопла, и точка пересечения характеристики с диском приближается к оси сопла. На этой характеристике наблюдается излом эпюры скоростей, и распределение скоростей перед диском Маха становится существенно неравномерным (по мере увеличения радиуса скорость падает). Это приводит к тому, что вместо плоского диска Маха образуется скачок выпуклой формы. Потери давления потока на центральном скачке в приосевой области и на периферии (где скачок имеет большой наклон) оказываются настолько различными, что в районе оси образуется зона обратного течения. Скачок в приосевой части смещается вверх по потоку. Периферийный газ, текущий после разворота в обратном направлении, в районе оси разгоняется до больших (иногда – сверхзвуковых) скоростей. Такая конфигурация является неустойчивой, и скачок совершает колебания с определенной частотой, что сопровождается колебаниями давления в сопле и истекающей струе, а также деформацией наружной и внутренней границ сверхзвуковой струи. По мере дальнейшего повышения давления традиционная структура скачков с плоским диском Маха восстанавливается. Однако, возникшие ранее возмущения давления могут генерировать акустические колебания, связанные с эффектом Пауэлла, при которых период колебаний τ определяется суммой времен прохождения возмущений по струе от точки отрыва (в сопле) до области, в которой происходит максимальное излучение акустических волн (в конце первой бочки), и временем прохождения акустических возмущений по цепи обратной связи (внешней среде). Как показывают расчеты и эксперименты, амплитуда колебаний существенно увеличивается если пауэлловские частоты колебаний близки к частотам радиальных колебаний газа в трубе (это особенно проявляется на первой и второй модах колебаний).

При дальнейшем повышении давления газа точка отрыва выходит на срез сопла, нерегулярное отражение висячего скачка сменяется регулярным, диск Маха исчезает, сверхзвуковая струя становится более устойчивой и колебания затухают.

Non-Stationary Flows at the Initial Stages of the Work of a Supersonic Nozzle in the Flow-through Tube

V.P. Zyuzlikov, B.E. Sinilshchikov, V.B. Sinilshchikov, M.V. Rakitskaya

Baltic State Technical University "Voenmeh" named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, Russia

The processes of formation and development of gasdynamical flow are considered when the pressure increases rapidly in the receiver. Numerical investigations make it possible to reveal a number of regimes connected with the flow separation from the nozzle wall, self-oscillations etc. The tube diameter influences essentially the realization and parameters of these regimes.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ СТЕНД ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДВУХФАЗНЫХ (ВОДА-ВОЗДУХ) ТРУБНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Д.В. Казунин¹, В.А. Лашков², И.Ч. Машек², Р.С. Хоронжук²

¹*Акционерное общество «Кронштадт Технологии», Санкт-Петербург, Россия*

²*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: _dvk@mail.ru, valerial180150@gmail.com, igor.mashek@gmail.com, khoronzhuk@gmail.com

При проектировании и эксплуатации комплексов добычи, транспортировки нефти и газового конденсата необходимо решать задачи течения двухфазной среды по трубе. Важным становится определение

режимов течения смеси, потерь давления на участке трубы [1–4]. Трудности теоретического решения проблемы вызывают необходимость проведения экспериментальных исследований движения таких потоков. Для этого строятся экспериментальные стенды, например, [5], на которых проводятся исследования параметров движения многофазных сред, проверка и уточнение разработанных математических моделей течения газожидкостных потоков.

Для моделирования двухфазных течений в СПбГУ спроектирован и построен специальный стенд, обеспечивающий проведение экспериментальных исследований по динамике течения вода-воздух смесей по трубопроводу.

Рабочий участок стенда может представлять собой или стальную трубу, или прозрачную трубу, изготовленную из поликарбоната. Стальная труба позволяет проводить исследования при давлениях до 42 атм, поликарбонатная – до 10 атм. Насосная станция обеспечивает расход воды через стенд до 0,1 м³/сек. Диаметр канала 0,1 м, его длина 15 м. Рабочий участок стенда имеет возможность изменять угол наклона к горизонту (от 0 до 90⁰), что позволяет моделировать широкий спектр режимов течения газожидкостной смеси. Экспериментальный стенд снабжен автоматической системой управления для поддержания заданных режимов работы и управления работой запорно-регулирующих клапанов и задвижек.

Стенд обеспечен необходимым измерительным оборудованием, которое позволяет проводить широкий спектр исследований.

Литература

1. Мирзаджанзаде А.Х., Кузнецов О.Л., Басниев К.С., Алиев З.С. Основы технологии добычи газа. М.: ОАО «Издательство «Недра», 2003. 880 с.
2. Wallis G.B. One-Dimensional Two-Phase Flow. New York: McGraw-Hill Book Co., 1969.
3. Crowley Ch.J., Wallis G.B., Rothe P.H. State of the Art Report on Multiphase Methods for Gas and Oil Pipelines. Vol. 1–3, AGA Project, PR-172-609, December, 1986.
4. Golan M., Whitson C.H. Well Performance, New Jersey: Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1991.
5. Ihara M., Yanai K., Takao S. Two-phase flow in horizontal wells // SPE Production & Facilities, 1995. P. 249–255.

Experimental Setup for Investigation of Two-Phase (Water-Air) Flows in a Tube

D.V. Kazunin¹, V.A. Lashkov², I.Ch. Mashek², R.S. Khoronzhuk²

¹Joint-stock company “Kronstadt Technology”, Saint Petersburg, Russia

²Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

A special setup was designed and built in St. Petersburg state University for providing experimental research on the dynamics of the flow of air-water mixtures in a pipeline. Test section of the setup allows to simulate a wide range of flow regimes of gas-liquid mixture.

The parameters of the experimental setup are given; the initial test results are discussed.

УПРАВЛЕНИЕ ОТРЫВОМ НА КРЫЛЕ С ПОМОЩЬЮ СТРУЙНЫХ АКТУАТОРОВ

О.М. Карякин, А.Г. Наливайко, М.В. Устинов, Я.Ш. Флакман

Центральный аэрогидродинамический институт им. профессора Н.Е. Жуковского, Жуковский, Россия

E-mail: agnal@yandex.ru, jacobf@mail.ru

Одним из перспективных способов устранения отрыва потока на крыле является применение струйных актуаторов в виде генераторов синтетических струй или струй с нулевым расходом [1-3].

В настоящей работе экспериментально исследовано использование струйных актуаторов для устранения отрыва потока на прямом крыле. Струйный актуатор представлял собой два ряда отверстий на верхней поверхности крыла, из которых истекают струи от генераторов синтетических струй, расположенных внутри модели крыла. Основным элементом генераторов является пьезоэлектрическая диафрагма, колеблющаяся с частотой ~2.5 кГц и обеспечивающая истечение струй из отверстий.

Актуаторы устанавливались на верхней поверхности крыла с профилем NACA 0012, размахом 600 мм и хордой 300 мм. Исследования проводились в дозвуковой аэродинамической трубе с открытой рабочей частью при скорости набегающего потока 15–25 м/с, в диапазоне чисел Рейнольдса $(0.4–0.7) \times 10^6$. Турбулентный пограничный слой на верхней поверхности крыла создавался с помощью турбулизатора.

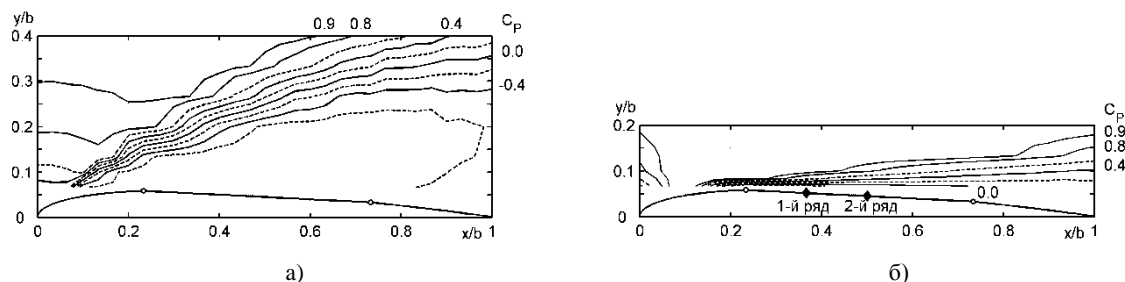


Рис. 1. Распределение коэффициента полного давления C_p над верхней поверхностью крыла при выключенных (а) и работающих (б) генераторах синтетических струй, скорость набегающего потока 25 м/с, угол атаки крыла $\alpha=17^\circ$.

Анализ полученных результатов показывает, что воздействие струйных актуаторов приводит к увеличению критического угла атаки крыла α на 1° и приросту максимального значения коэффициента подъемной силы на 5–10%. Изменение амплитуды переменного напряжения, питающего генераторы синтетических струй, позволяет при закритических значениях α изменять коэффициент подъемной силы в достаточно широких пределах (например, при $\alpha=17^\circ$ его величина изменяется от 0.5 до 0.7). Измерение полей полного давления вблизи модели (см. рис. 1) и визуализация методом шелковинок показали, что под воздействием синтетических струй на закритических режимах обтекания происходит смещение точки отрыва вниз по потоку (до 15% хорды) и существенное уменьшение размеров отрывной зоны.

Литература

1. Greenblatt D., Paschal K.B., Yao C.-S., Harris J., Schaeffler N.W., Washburn A.E. Experimental investigation of separation control. Part. 1: Baseline and steady suction // AIAA Journal. 2006. v. 44, No. 12. pp. 2820–2830.
2. Amir M., Kontis K. Application of Piezoelectric Actuators at Subsonic Speeds // Journal of Aircraft. 2008. V.45, No. 4 pp. 1419–1430.
3. Наливайко А.Г., Урусов А.Ю., Успенский А.А., Устинов М.В., Флакман Я.Ш. Экспериментальные исследования управления подъемной силой крыла с помощью распределенных по его поверхности актуаторов // Ученые записки ЦАГИ. 2017. Т. XLVIII, № 1. С. 37–52

Separation Control on the Wing by Jet Actuators

O.M. Karyakin, A.G. Nalivaiko, M.V. Ustinov, Ja.Sh. Flaxman

Central Aerohydrodynamic Institute named after Prof. N.E. Zhukovsky, Zhukovsky, Russia

The use of jet actuators to eliminate flow separation on a straight wing with a NACA 0012 airfoil is experimentally investigated. It is shown that under the influence of synthetic jets there is an increase in the wing stall angle of attack by 1° and an increase of maximum lift coefficient by 5–10%. Also there is a displacement of the separation point downstream along with a significant reduction in the size of the separated zone.

СИЛОВОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУИ НА ПРЕГРАДЫ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ

Ю.В. Каун, М.С. Яковчук

Балтийский государственный технический университет «Военмех» имени Д.Ф. Устинова,
Санкт-Петербург, Россия
E-mail: y.kaun13@mail.ru

В настоящей работе исследуется задача силового воздействия сверхзвуковой струи на преграду конечных размеров в пакете ANSYS Fluent и сравниваются полученные результаты с данными лабораторной работы по курсу Аэродинамики, цель которой была определить распределение давления по поверхности выпуклой преграды, найти суммарную силу воздействия потока на преграду.

При вычислительном моделировании рассматривается задача истечения сверхзвуковой струи из сопла и взаимодействие ее с преградой конечных размеров. Для решения задач газовой динамики традиционно используются уравнения Навье – Стокса, осредненные по Рейнольдсу. Вычислительный эксперимент проводился в двумерной, осесимметричной постановке. Граничные условия численного эксперимента воспроизводят условия физического эксперимента: $\theta_a = 4,45^\circ$, $r_* = 0,75$ см, $r_a = 1$ см, $M_a = 2,04$, избыточное давление в ресивере 6 атм, температура 300К.

В результате интегрирования давления по поверхности была получена действующая на преграду суммарная сила 76 Н. Суммарная сила, полученная на основе физического эксперимента, найденная по приближенной теоретической формуле $N = P - Qv_e \cos \theta_e$, равна 73,06 Н. Погрешность вычислений составила 3,5%. Также была определена сила тяги сопла, в численном эксперименте 124 Н, в физическом 123,6 Н, где погрешность составила меньше 0,3%.

Также при вычислительном моделировании рассматривается задача истечения сверхзвуковой струи из сопла и взаимодействие ее с преградой двух других форм: плоская и вогнутая, полученные результаты сравниваются. Начальные данные, геометрия и граничные условия полностью совпадают с постановкой физического эксперимента. На рисунке 1 представлены распределения давления по преградам различной формы, полученные в результате расчета.

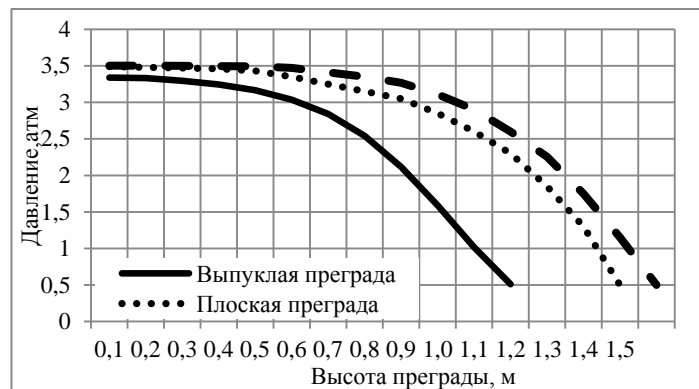


Рис. 1. Распределение давления на преградах.

Интегрируя полученные давления по поверхности, были получены следующие суммарные силы, действующие на преграды. Результаты представлены в Таблице 1.

Таблица 1.

	Выпуклая преграда	Плоская преграда	Вогнутая преграда
N	76 Н	216 Н	231 Н

Суммарная сила, действующая на преграду, зависит от формы этой преграды. В случае вогнутой преграды, сила, действующая на эту преграду, оказалась максимальной.

Литература

- Акимов Г.А., Замиренко В.А., Моисеев М.Г.: Аэрогазодинамика Ч2, описание лабораторных работ, Балт. гос. техн. ун-т, СПб, 2009.

The Force Effect of the Supersonic Jet the Obstacles of Various Forms

Yu.V. Kaun, M.S. Yakovchuk

Baltic State Technical University "Voenmeh" named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, Russia

The action of a supersonic jet on obstacles of various shapes is studied numerically in ANSYS Fluent and compared to experimental results; the role of the obstacle shape on the pressure distribution on its surface is investigated.

ИЗУЧЕНИЕ ЭКРАНИРУЮЩЕГО ВЛИЯНИЯ ДИСКОВ, РАСПОЛОЖЕННЫХ СООСНО, НА ВРАЩАТЕЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЦИЛИНДРА В ВОЗДУШНОМ ПОТОКЕ

Н.А. Киселев, А.Н. Рябинин

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: kislunik@mail.ru, a.ryabinin@spbu.ru

Экспериментально исследуется влияние диска, соосно закрепленного перед цилиндром. Диск не только уменьшает лобовое сопротивление цилиндра [1], но и влияет на колебания цилиндра в потоке.

Схема эксперимента представлена на рис. 1. Методика измерений описана в статье [2]. Ранее было установлено, что цилиндр без соосного диска в потоке совершает вращательные колебания с постоянной амплитудой [2, 3].

Эффект от присутствия диска зависит от относительного диаметра диска и от расстояния между диском и цилиндром. Диск малого диаметра, расположенный близко к цилиндру, уменьшает амплитуду колебаний. Увеличение диаметра диска и (или) увеличение расстояния между диском и цилиндром приводят к тому, что колебания становятся затухающими.

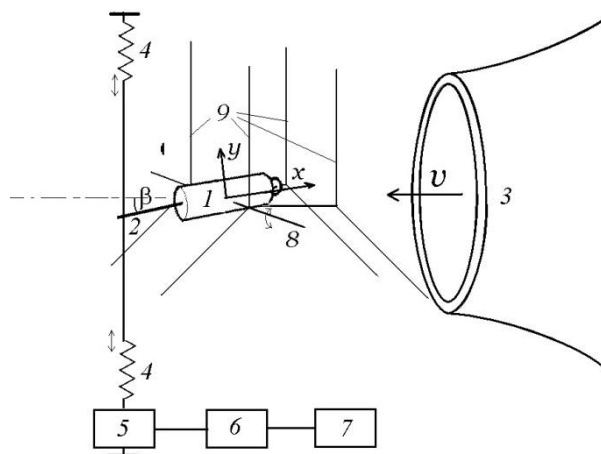


Рис. 1. Схема эксперимента. 1 – цилиндр, 2 – хвостовая державка, 3 – сопло, 4 – пружины упругой подвески, 5 – тензопреобразователь, 6 – РС – осциллограф, 7 – компьютер, 8 – ось вращения, 9 – проволочные тяги.

Предложена математическая модель, которая описывает как установившиеся, так и затухающие колебания.

Литература

1. Koenig K, Roshko A. An experimental study of geometrical effects on the drag and flow field of two bodies separated by a gap // *J. Fluid Mech.* 1985. Vol. 156. P. 167-204.
2. Рябинин А.Н., Киселев Н.А. Влияние положения оси вращения цилиндра на его вращательные колебания в воздушном потоке // *Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1.* 2016. Т. 3(61). Вып. 2. С. 315-323.

3. Луценко И.В., Рябинин А.Н. Экспериментальные исследования колебаний цилиндра в воздушном потоке. Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 120-123.

The Study of Shielding Influence of the Disks placed coaxially on Rotational Oscillations of the Cylinder in the Airflow

N.A. Kiselev, A.N. Ryabinin

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

An experimental study of shielding effects of the disk placed coaxially upstream of a cylinder is described. The disk reduces the drag of the cylinder and changes the dynamic characteristics of the cylinder. The effect of the disk depends on the disk diameter and the gap between disk and cylinder. A mathematical model is proposed for describing the rotational steady and damped oscillation of a cylinder with a disk.

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МЕТОДОВ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ В ЗАДАЧЕ О КОЛЕБАНИЯХ УПРУГОГО СТЕРЖНЯ В ПОТОКЕ ЖИДКОСТИ

К.А. Коваль¹, А.Л. Сухоруков¹, Г.Т. Алдошин²

¹*АО Центральное конструкторское бюро морское техники «Рубин», Санкт-Петербург, Россия*

²*Балтийский государственный технический университет «Военмех» имени Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: koval.kir2014@yandex.ru, su_andr@yahoo.com

В данной работе рассмотрены вынужденные колебания однородного упругого цилиндрического стержня в потоке жидкости.

В качестве возмущающей силы выступает нестационарная периодическая гидродинамическая сила, действующая со стороны потока жидкости на стержень, возникающая вследствие срыва вихрей по типу дорожки Кармана. Один конец стержня заделан, другой – свободен. Подобная расчетная схема может быть использована для решения большого числа прикладных задач, к числу которых можно отнести определение гидроупругих и вибропрочностных характеристик подъемно-мачтовых устройств подводных объектов.

Расчет колебаний проводился в сопряженной постановке с использованием динамического двустороннего обмена данными между программными комплексами Ansys Fluent (гидродинамический расчет) и Ansys Mechanical (расчет деформаций стержня). Верификация полученных результатов основывалась на сопоставлении с известными аналитическими оценками. Кроме того, проведено сравнение с результатами расчета, основанного на односторонней передаче данных, сделан вывод о степени обратного влияния конструкции на поток.

Литература

1. Алдошин Г.Т. Теория линейных и нелинейных колебаний. СПб.: Лань, 2013. 312 с
2. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. 439 с.
3. Шиманский А.Ю. Динамический расчет судовых конструкций. Л.: Государственное издательство судостроительной литературы, 1948. 404 с.

About Usage CFD-Methods in Analysis of Elastic Bar's Vibration in Fluid Flow

K.A. Koval¹, A.L. Sukhorukov¹, G.T. Aldoshin²

¹Central Design Bureau for Marine Engineering "Rubin", Saint Petersburg, Russia

²Baltic State Technical University "Voenmeh" named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, Russia

This work contains the analysis of forced oscillations of uniform elastic cylindrical bar in fluid flow. The solution was calculated using CFD based on dynamic two-sided data exchange between Ansys Fluent and Ansys Mechanical.

МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ИМПУЛЬСОВ ДАВЛЕНИЯ, ВЫЗЫВАЕМЫХ ВИХРЕВЫМ КОЛЬЦОМ ПРИ ЕГО ПРОХОЖДЕНИИ ВБЛИЗИ СТЕНКИ

П.А. Куйбин

Институт теплофизики имени С.С. Кутателадзе Сибирского отделения РАН, Новосибирск, Россия

E-mail: kuibin@itp.nsc.ru

Недавно, в ходе экспериментальных исследований по структуре вихревого течения за моделью рабочего колеса гидротурбины было обнаружено интересное явление [1]. В некоторых режимах винтообразный вихрь, образующийся в коническом рабочем участке, оказывается неустойчивым, в результате чего участки соседних витков начинают сближаться, вызывая вихревое перезамыкание. После перезамыкания от основного вихря отделяется вихревое кольцо, которое движется по спиральной траектории, приближаясь к стенке канала. Дополнительные эксперименты с синхронизацией видеозаписи с регистрацией давления на стенке канала [2] показали, что при прохождении вихревого кольца мимо датчика возникают сильные импульсы давления. Перезамыкание и отрыв вихревых колец имеют случайный характер. Это позволило сформулировать сценарий возникновения аperiодических ударов в отсасывающих трубах гидротурбин.

В данной работе предложена физико-математическая модель для описания импульсов давления, генерируемых при прохождении вихревого кольца вблизи поверхности. В упомянутых экспериментальных работах [1, 2] наблюдавшиеся вихревые кольца имели размер значительно меньший, чем текущий радиус конуса. Это обстоятельство позволяет поставить задачу в упрощенной постановке, а именно изучать поле давления, индуцируемое вихревым кольцом вблизи плоской поверхности, а не конической. Рассматривается тонкое вихревое кольцо, расположенное над плоской поверхностью под некоторым углом. Определяющими параметрами задачи являются радиус вихревого кольца, его интенсивность, размер вихревого ядра, расстояние от центра вихревого кольца до поверхности, угол наклона плоскости вихревого кольца относительно поверхности и скорость потенциального течения. Для расчета поля скорости и поля давления удается применить известные аналитические подходы. При этом условие непротекания на поверхности обеспечивается введением мнимого зеркально отраженного вихревого кольца. Давление в точках вне вихревого кольца выражается с помощью интеграла Коши-Лагранжа и сводится к представлению через эллиптические интегралы. В результате проведенного анализа найдены зависимости распределения давления на поверхности от указанных параметров. Если скорость потенциального течения превосходит самоиндуцированную скорость и скорость, индуцируемую отраженным вихревым кольцом, то распределения давления легко преобразуются во временные зависимости, которые и дают искомые импульсы давления.

Литература

1. Алексеев С.В., Куйбин П.А., Шторк С.И., Скрипкин С.Г., Цой М.А. Явление вихревого перезамыкания в закрученном потоке // Письма в ЖЭТФ. 2016. Т. 103. Вып. 7. С. 516-521.
2. Alekseenko S.V., Kuibin P.A., Shtork S.I., Skripkin S.G., Sonin V.I., Tsoy M.A., Ustimenko A.S. A novel scenario of aperiodical impacts appearance in the turbine draft tube // IOP Conf. Ser.: Earth and Environ. Sci. 2016. V. 49. Art. No. 082025 (8p.).

A Model for Description of the Pressure Pulses Caused by the Vortex Ring at Its Passing Near a Wall

P.A. Kuibin

Kutateladze Institute of Thermophysics SB RAS, Novosibirsk, Russia

In recent experiments by Alekseenko et al. (JETP Letters, 2016; IOP Conf. Ser., 2016) it was shown that a helical-like vortex in the expanding cone can be unstable and accompanied with the phenomenon of vortex reconnection. As a result of reconnection vortex ring separated from the main vortex. Further motion of the vortex ring toward the cone wall brought to generation of intense pressure pulses.

The present work is devoted to development of physical-mathematical model for describing the pressure pulses arising when the vortex ring passes along surface. For simplicity we consider a flat surface rather than a conical one. This allows one to use known analytical approaches to calculate the velocity and pressure fields. To satisfy the conditions at the wall we introduce imaginary mirror-reflected vortex ring. The pressure has been found through the Cauchy-Lagrange integral and presented through the elliptic integrals. The performed analysis yielded the pressure distributions on the surface in dependence on the specified parameters. Transition to the time dependencies yielded description of the pressure pulses.

РАСЧЕТ НАРАСТАНИЯ МОРСКОГО ЛЬДА В УСЛОВИЯХ МЕЛКОВОДЬЯ

Г.И. Курбатова, Н.Н. Ермолаева

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: g.kurbatova@mail.ru, n.ermolaeva@spbu.ru

В работе рассмотрено нарастание морского льда в прибрежной зоне арктических морей. Приведена математическая модель льдообразования в условиях мелководья, позволяющая учесть влияние осолонения подледного слоя на динамику оледенения. Представлено аналитическое решение задачи, включающее учет зависимости температуры замерзания подледного слоя воды от скорости оледенения.

Calculation of Sea Ice Growth in Shallow Water Conditions

G.I. Kurbatova, N.N. Ermolaeva

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Ice growth in the coastal area of Arctic seas is studied. A mathematical model of the growth is presented, along with an analytical solution.

АНАЛИЗ ПРОЧНОСТИ МОРСКИХ ГАЗОПРОВОДОВ ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ ПЛАВУЧЕСТИ, ОБУСЛОВЛЕННОЙ ОЛЕДЕНЕНИЕМ

Г.И. Курбатова, Н.Н. Ермолаева, Ю.В. Малькова, Р.Р. Петрухин

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: g.kurbatova@mail.ru, n.ermolaeva@spbu.ru

Предложена методика оценки напряженного состояния газопроводов, проложенных по дну северных морей, при наличии оледенения. Считается, что газопровод лежит на грунте морского дна и участок газопровода в месте оледенения может оторваться от грунта за счет положительной плавучести льда. Расчет обусловленных этим дополнительных напряжений в газопроводе представляет практический интерес для оценки прочности морского газопровода. Этот расчет газопровода на прочность основан на теории оболочек. Предложенная методика позволяет учесть действие внутреннего давления газа, внешнего давления морской воды и распределенную вертикальную нагрузку на поверхность газопрово-

да, которую создает слой льда переменной толщины. Приведены расчеты напряжений и деформаций, возникающих в модельном морском газопроводе.

Analysis of Durability of Gas Pipelines of Positive Buoyancy Caused by Ice Accretion

G.I. Kurbatova, N.N. Ermolaeva, Yu.V. Malkova, R.R. Petrukhin

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

A method for assessment of the stresses in a pipeline subject to ice accretion is presented. Stresses and deformations are computed for a model sea gas pipeline.

АЭРОДИНАМИКА ЛА С УЧЁТОМ РАБОТЫ ОРГАНОВ УПРАВЛЕНИЯ

А.И. Лаптинский

*Балтийский государственный технический университет «Военмех» имени Д.Ф. Устинова,
Санкт-Петербург, Россия
E-mail: marty96@mail.ru*

На современных самолетах с целью получения высоких летно-тактических характеристик, в частности для достижения больших скоростей полета, значительно уменьшены площадь крыла и его удлинение. А это отрицательно сказывается на аэродинамическом качестве самолета и особенно на взлетно- посадочных характеристиках. Для удержания самолета в воздухе в прямолинейном полете с постоянной скоростью необходимо, чтобы подъемная сила была равна весу самолета. При проектировании профилей крыла самолета стремятся в первую очередь обеспечить максимальную скорость, а для уменьшения посадочной скорости применяют на крыльях специальные устройства, называемые механизацией крыла. Применение механизации улучшает устойчивость и управляемость самолета на больших углах атаки. Кроме того, уменьшение скорости при отрыве на взлете и при посадке увеличивает безопасность их выполнения. Выбор типа механизации (предкрылков, закрылков, щитков и пр.) определяется особенностями взлёта и посадки самолёта.

На первом этапе работы проводится численный расчет обтекания упрощенной модели самолёта в пакете ANSYS.

Для численного решения поставленной задачи используется пакет Ansys с применением модуля Workbench, расчётная сетка построена в модуле Ansys Meshing и содержит 1154265 ячеек на теле. Компоновочная схема исследуемого самолета приведена на рис. 1.

Вычислительный эксперимент проводился в трехмерной стационарной постановке с применением граничных условий.

На втором этапе работы рассматриваются более приближённые модели к реальному самолёту Boeing 737-500 для определения влияния угла атаки, механизации, стреловидности и удлинения крыла на силовые характеристики и подъёмную силу. На крыльях и оперении самолёта располагаются рули управления, с помощью которых производится изменение положения самолёта в пространстве.

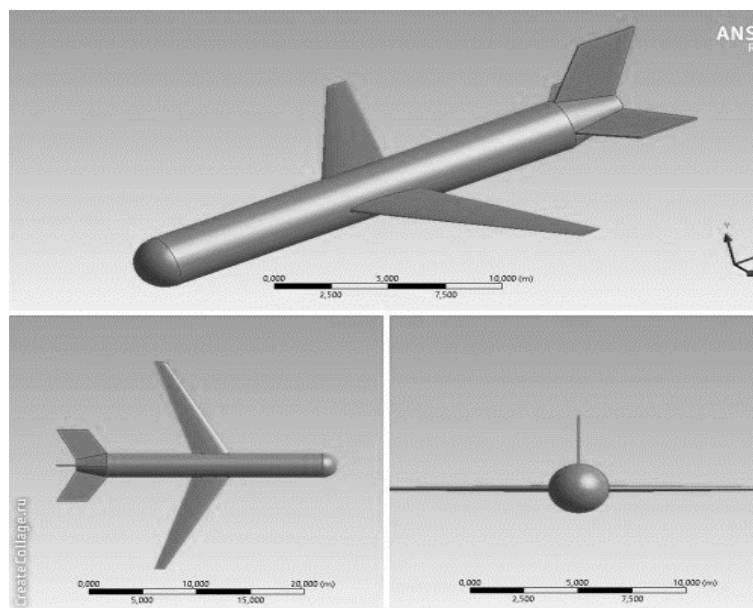


Рис. 1. Комповочная схема исследуемого ЛА.

Литература

1. Петров К.П. Аэродинамика элементов летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1985.

Aircraft's Aerodynamics in View of Controls**A.I. Laptinskiy***Baltic State Technical University "Voenmeh" named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, Russia*

A numerical simulation of an aircraft, accounting for adaptive controls, is performed, based on both a simplified model and model close to the Boeing 737-500 airplane.

УСИЛЕНИЕ ОДНОРОДНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ ПРИ ТЕЧЕНИИ ПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ ВДОЛЬ ПОВЕРХНОСТИ**С.Ю. Маламанов***Балтийский государственный технический университет «Военмех» имени Д.Ф. Устинова,**Санкт-Петербург, Россия*E-mail: stevma1@mail.ru

Изучение ослабления (подавления) турбулентности продольным магнитным полем – одна из интересных задач, не до конца изученной до сих пор. При этом, важным элементом моделирования МГД–течений является применение адекватных моделей турбулентности.

В работе рассматривается возможный механизм усиления однородного магнитного поля при течении проводящей жидкости вдоль поверхности с естественной шероховатостью. Учет последней с помощью асимптотического анализа позволяет найти некоторые характеристики турбулентного движения непосредственно на поверхности. Отличные от нуля пульсационные составляющие скорости трактуются как составляющие скорости вихря, образовавшегося из-за отрывного обтекания бугорка шероховатости. Дальнейшее рассмотрение течения проводящей жидкости при наличии однородного вертикального магнитного поля дает возможность описать генерацию индуцированного магнитного поля. Как показано в работе [1], круговое движение проводящей жидкости в однородном магнитном поле приводит к появлению индуцированного пространственного магнитного поля.

Таким образом, можно говорить о том, что при обтекании шероховатой поверхности проводящей жидкостью, находящейся в однородном магнитном поле, создаются условия для появления индуцированного магнитного поля.

Литература

1. Маламанов С.Ю. Об изменении характеристик электромагнитного поля, вызванных движением находящейся в нем проводящей жидкости // Математическое моделирование. 2016 год. №9, том 28, С. 64–72.

Strengthening of a Homogeneous Magnetic Field with a Conducting Liquid Along the Surface**S.Yu. Malamanov***Baltic State Technical University "Voenmeh" named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, Russia*

The paper deals with a possible mechanism for the strengthening of the uniform magnetic field in the flow of conducting fluid along the surface with the natural roughness. Accounting the roughness by application of asymptotic analysis one can obtain some characteristics of turbulent motion directly on the surface. Further consideration of the "field-flow" system allows us to describe the generation of the induced magnetic field.

ОПТИМИЗАЦИОННАЯ ЗАДАЧА ТРАНСПОРТИРОВКИ ГАЗА ПО ТРУБОПРОВОДУ КРУГЛОГО СЕЧЕНИЯ

О.А. Малафеев, А.В. Скробач, К.М. Фарвазов

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: malafeyeva@mail.ru, konst_far@mail.ru

В настоящее время в условиях повсеместно растущего дефицита энергоресурсов все большую актуальность приобретают задачи экономного их расходования. В частности, большие затраты энергии приходится на транспортировку природного газа. Решение задачи минимизации этих затрат естественным образом разбивается на две следующие подзадачи: во-первых – задачу расчета движения газа в трубопроводе при заданном состоянии внешней среды, и во-вторых – задачу минимизации затрат энергии при изменяющихся внешних условиях.

В данной работе первая задача решается путем сведения системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих развитое турбулентное стационарное неизотермическое движение неидеального газа в трубопроводе круглого сечения к системе двух обыкновенных дифференциальных уравнений с граничными условиями относительно двух неизвестных функций. Вторая задача решается с помощью метода рекуррентных соотношений динамического программирования при дискретизации времени.

Рассматривается развитое неизотермическое турбулентное стационарное движение неидеального газа в трубопроводе круглого сечения с гидродинамически гладкими стенками. Исходя из того, что на стенке трубы в силу условия прилипания скорость газа равна 0 предполагается, что поток разбивается на две области: тонкую пристеночную область вязкого ламинарного движения (ламинарный подслой) и область турбулентного движения (турбулентное ядро потока). Рассматриваются такие трубы, что толщина ламинарного слоя $h/R \ll 1$, где h – толщина ламинарного подслоя, R – радиус трубопровода. Тогда на масштабе h кривизной можно пренебречь и считать, что скорость газа в ламинарном подслое является линейной функцией от $1-h/R$, равной 0 на стенке трубы и $u_{\text{др}}(z)$ на границе ламинарного подслоя с турбулентным ядром течения. Принимая во внимание высокую скорость турбулентного перемешивания, предполагается, что осредненная температура газа T остается постоянной по поперечному сечению трубы и является функцией только от координаты z . Рассматриваются условия, когда лимитирующим по скорости механизмом теплообмена является теплообмен с внешней средой. Этот теплообмен можно трактовать как объемный сток или приток тепла, определяемый функцией $\sigma_r(z)$. Ставится задача поиска характеристик, описывающих течение газа при различных условиях внешней среды. Это позволяет рассмотреть и решить оптимизационную задачу о транспортировке газа по трубопроводу с минимальными затратами энергии.

Литература

1. Малафеев О.А., Дроздова И.В., Дроздов Г.Д., Моделирование процессов реконструкции жилищно-коммунального хозяйства мегаполиса в условиях конкурентной среды. Санкт-Петербург: СПбГУСЭ, 2008, 147.
2. Малафеев О.А., Леголов И.Н., Бадьин Г.М. и др. Строительство и эксплуатация энергоэффективных зданий (теория и практика с учетом коррупционного фактора) (Passivehouse). Боровичи: НП "НТО стройиндустрии Санкт-Петербурга", 2015, 170.
3. Малафеев О.А., Дроздов Г.Д., Моделирование процессов в системем управления городским строительством. Том 1. Том 2. Санкт-Петербург: СПбГАСУ, 2001, 818.
4. Malafeyev O.A., Kolokoltsov V.N. Understanding game theory. New Jersey: World Scientific Publishing Co., 2010, 286 p.
5. M.S. Troeva, O.A. Malafeyev, A weak equilibrium solution for multicriteria optimization problem // Control Applications of optimization 2000, Vols 1 and 2, St. Petersburg, IFAC, 2000, P.363-368
6. Павловский В.А., Мишутинский Ю.Н., Неверов С.А., Сравнительный анализ различных термических моделей состояния реальных газов // Морские интеллектуальные технологии. 2015. Т. 1. № 4 (30). С. 66-70.
7. Павловский В.А., Чистов А.Л., Шестов К.В., Моделирование турбулентного течения в трубе с шероховатыми стенками // В сборнике: Устойчивость и процессы управления Материалы III международной конференции. 2015. С. 391-392.
8. Люсин В.Д., Рябинин А.Н. О галопировании призм в потоке газа или жидкости // Труды Крыловского государственного научного центра. 2010. № 53. С. 79-84.
9. Скробач А.В., Турбулентное нестационарное неизометрическое движение реального газа в трубопроводах круглого сечения // Инженерная физика. 2005. № 4. С. 52-62.
10. Скробач А.В., Филиппов Б.В., Задача о развитом турбулентном нестационарном неизотермическом движении газа в трубопроводе круглого сечения. Постановка и общая процедура решения // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1. Математика. Механика. Астрономия. 2002. № 4.

11. Морозов Н.Ф., Бабешко О.М., Горшкова Е.М., Федоренко А.Г., Гладской И.Б., Плужник А.В., Мухин А.С., Лозовой В.В., Математическое моделирование структуры материала при наличии химических процессов // Наука Кубани. 2013, № 2, С. 10-15.

Optimization Problem of Gas Transport Through a Circular Cross-Section Pipeline

O.A. Malafeyev, A.V. Skrobach, K.M. Farvazov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The problem of predicting gas flow in a pipeline given external conditions and the problem of minimization of energy consumption under variable external conditions are considered for a turbulent stationary non-isothermic gas flow through a pipeline with a circular cross-section.

РАСЧЕТ ГИДРАВЛИКИ В ТРЕНАЖЕРЕ-ИМИТАТОРЕ БУРЕНИЯ

А.А. Малюгин¹, Д.В. Казунин^{1,2}

¹Акционерное общество «Кронштадт Технологии», Санкт-Петербург, Россия

²Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: aleksey.malyugin@gmail.com, dmitry.kazunin@kronshtadt.ru

Использование тренажеров-имитаторов бурения является эффективным способом подготовки персонала буровых установок. Оно позволяет приобрести обучаемым необходимые навыки работы на реальном оборудовании и научиться правильно реагировать на нештатные ситуации. Такие тренажерные системы безопасны для персонала, оборудования и окружающей среды. Не происходит износ оборудования и вывод его из эксплуатации на время обучения. Математические модели являются важнейшей частью тренажеров, при этом к ним предъявляются специальные требования по ресурсоемкости и функциональности. Тренажерные модели работают в широком диапазоне эксплуатационных параметров. Они дают возможность генерировать или задавать нештатные ситуации, которые в реальности могут привести к неплановому износу и поломке оборудования. Наличие режима реального и ускоренного времени является необходимым для тренажеров.

В докладе обсуждаются вопросы моделирования гидравлики бурения в тренажерной системе. Данная модель основана на ранее разработанной квазистационарной модели потока несжимаемой жидкости. Модель имитирует работу всех частей гидравлической системы бурения. На основе принципов создания общей гидравлической модели разработан набор новых элементов для гидравлики скважины. В него входят элементы, соответствующие внутриконтурному и затрубному пространствам, долоту, управляющие поступлением проявлений из пласта в скважину и имитирующие всплытие газа по затрубному пространству. Новые элементы гидросети учитывают изменяющуюся геометрию скважины, потери в долоте, характеристики раствора, в том числе и вязкопластичность.

Имеется возможность задавать осложнения, наиболее опасным из которых является газонефтеводопроявление. Корректная работа моделей в случаях возникновения осложнений позволяет отрабатывать различные методы их ликвидации. Коэффициенты модели настроены на основе неполных экспериментальных данных, предоставленных операторами буровых платформ.

В завершении доклада представлены результаты моделирования ликвидации газового выброса непрерывным методом (рис. 1). Отображаемые в тренажерной системе величины (давление на стояке, давление в

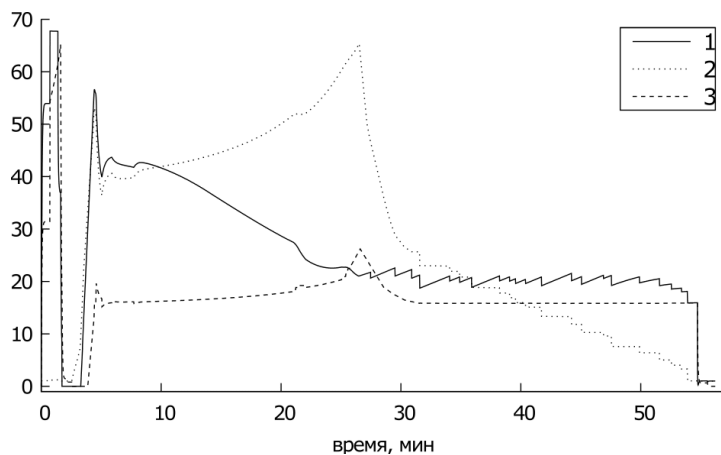


Рис. 1. Давление на стояке, бар (кривая 1); давление в кольцевом пространстве, бар (кривая 2); расход на выходе, л/с (кривая 3).

затрубном пространстве, расходы на входе и выходе скважины) хорошо согласуются с опытными данными. Данное упражнение заняло один час, что на порядок меньше, чем время на реальном объекте с такой же конфигурацией оборудования и скважины.

Литература

1. Казунин Д.В. Численное моделирование технологических процессов танкеров и терминалов. Новороссийск: МГА, 2009. 267 с.
2. Маковей И. Гидравлика в бурении: Пер. с рум. М.: Недра, 1986. 536 с.
3. Гоинс У.К., Шеффилд Р. Предотвращение выбросов: Пер. с англ. М.: Недра, 1987. 288 с.

Hydraulics Calculation in Drilling Simulator

A.A. Malyugin¹, D.V. Kazunin^{1,2}

¹Joint-stock company "Kronstadt Technology", Saint Petersburg, Russia

²Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The use of simulator-drilling simulators is an effective way of training drilling rig personnel. It allows students to acquire the necessary skills to work on real equipment and learn how to react correctly to emergency situations. Such training systems are safe for personnel, equipment and the environment. There is no wear and tear of equipment and its decommissioning for the duration of training. Mathematical models are the most important part of simulators, and they are subject to special requirements for resource intensity and functionality. Exercise models work in a wide range of performance parameters. They enable you to generate or set up emergency situations, which in reality can lead to unplanned wear and equipment failure. The presence of real and accelerated time is necessary for simulators.

The report discusses the modeling of drilling hydraulics in the simulator system. This model is based on the previously developed quasi-steady model of an incompressible fluid flow. The model simulates the operation of all parts of the hydraulic drilling system. Based on the principles of creating a common hydraulic model, a set of new elements for well hydraulics was developed. It includes elements that correspond to the in-column and annular space, the bit, controlling the flow of manifestations from the formation into the well and simulating the emergence of gas along the annulus. New elements of the hydrosystem take into account the changing geometry of the well, loss in the bit, characteristics of the fluids, including viscoplasticity.

There is an opportunity to set the complications, the main one of which is gas, oil and water inflow. Correct work of models in cases of complications makes it possible to work out various methods for their elimination. The coefficients of the model are adjusted on the basis of incomplete experimental data provided by operators of drilling platforms.

At the end of the report, the results of modeling the elimination of gas inflow by a continuous method are presented (Fig. 1). The values displayed in the simulator (drill pipe pressure, annulus pressure, input and output flow rates) are in good agreement with the experimental data. This exercise took one hour, which is an order of magnitude less than the time on a real object with the same configuration of equipment and well.

О РАСЧЕТЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ ВБЛИЗИ ШЕРОХОВАТЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

С.К. Матвеев¹, Н.Ж. Джайчибеков², Б.С. Шалабаева²

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

²Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан

E-mail: smat@rambler.ru, jaich@mail.ru, shalabaeva.b.s@mail.ru

При построении математических моделей турбулентности одной из проблем является описание течений вблизи шероховатой поверхности. Экспериментальное изучение таких течений также затруднено из-за невозможности измерений «внутри» шероховатости. Хотя в некоторых статьях (например, [1]) приводятся распределения скорости ближе к поверхности, чем высота бугорков шероховатости, их в этой области вряд ли можно считать достоверными. Теоретический же расчет затруднителен из-за отсутствия уравнений, описывающих течение в этой зоне.

При построении теоретических моделей, содержащих дифференциальные уравнения для определения характеристик турбулентности (например, $k-\varepsilon$, $k-\omega$ и др.), возможны три приближенных подхода. Первый из них: формулировать на условно ровной поверхности граничные условия для рассчитываемых характеристик турбулентности и при расчете на малых расстояниях от этой поверхности «незаконно» применять уравнения, не учитывающие присутствия шероховатости. Второй подход состоит в формулировке соответствующих условий на уровне максимальной высоты шероховатости (или выше). Этот способ сочетается с нередко используемым методом применения «пристенных» функций, описывающих распределение параметров вблизи стенки и опирающихся на экспериментальные данные. Третий, наиболее трудный подход состоит в выводе уравнений, описывающих течение «внутри» шероховатости. Последний подход вряд ли целесообразен, поскольку рассчитан на получение (и использование) избыточной информации. В любом случае потребуются задание согласованных с экспериментальными данными граничных условий связи с шероховатостью рассчитываемых характеристик турбулентности.

В докладе изложены два первых подхода в сочетании с моделью турбулентности, основанной на уравнении баланса турбулентной вязкости [2]. Второй подход безусловно предпочтительней.

Работа выполнена при поддержке Комитета науки Министерства образования и науки республики Казахстан, грант 5318/ГФ4.

Литература

1. Scholz N. Stromungeforgange in Grenzschichten. VDI-Berichte 6, 7 – 12 (1955).
2. Матвеев С.К. О модели турбулентности на основе уравнения для вязкости // Всероссийская конференция по аэрогидродинамике, посвященная 100-летию со дня рождения С.В. Валландера. Тезисы докладов. СПб.: С.-Петербург. гос. ун-т, 2017. С. 60.

On the Computation of the Turbulent Flow Near Surface Roughness

S.K. Matveev¹, N.Zh. Jaychibekov², B.S. Shalabayeva²

¹Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

²L.N. Gumilyov Eurasian National University (ENU), Astana, Kazakhstan

In this work, a new turbulence model based on the differential equation of turbulent viscosity balance was used to describe a turbulent flow near a rough surface.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КАВИТАЦИОННЫХ ТЕЧЕНИЙ С УЧЕТОМ ДЕГАЗАЦИИ ЖИДКОСТИ

А.В. Махнов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: a_makhnov@mail.ru

Несмотря на огромное число публикаций, проблема кавитации остается актуальной для развития теории неравновесных сред с фазовыми переходами и для решения широкого круга прикладных задач. Возникновение и развитие кавитации в потоках жидкости приводит к изменению режимов работы соответствующих устройств, к эрозионному разрушению элементов их конструкций, к генерации шума. Поэтому проблеме кавитации всегда уделяется особенное внимание в таких задачах, как проектирование гребных винтов и подводных крыльев, насосов и систем впрыска топлива в двигателях. Кавитация может оказывать и положительное воздействие. В частности, процессы кавитации лежат в основе технологий ультразвуковой очистки поверхностей твердых тел, снижения сопротивления движению под водой.

Важным аспектом проблемы кавитации является то, что любая реальная жидкость содержит растворенный газ, который при падении давления и образовании паровых пузырей начинает в них диффундировать. Таким образом, можно заключить, что кавитация - это взаимодействие процесса фазового перехода (парообразования) и процесса дегазации жидкости, и полости, образующиеся при кавитации, в общем случае заполнены не только паром, но и газом, изначально растворенным в жидкости. Однако, моделей кавитации, которые описывают оба механизма (и фазовый переход, и дегазацию), на сегодняшний день практически не существует.

Целями настоящей работы являются разработка математической модели кавитационных течений, учитывающей процесс выделения растворенного газа (дегазацию жидкости), и численное исследование характерных кавитационных течений с дегазацией.

Построение модели проводится в рамках эйлеровского описания сплошной среды. Рассматривается турбулентное течение жидкости, в которой может происходить фазовый переход, что, в свою очередь, вызывает выделение растворенного газа. Модель фазового перехода сформулирована в приближении равновесной квазигомогенной смеси с баротропным уравнением состояния. Оценка газовыделения основана на решении задачи диффузии растворенного газа с использованием закона Генри. Для моделирования турбулентности выбрана одна из модификаций метода отсоединенных вихрей - метод IDDES на основе модели Спаларта-Аллмараса (SA-IDDES). При моделировании кавитационных течений применение вихреразрешающих подходов является предпочтительным, поскольку условия для возникновения кавитации могут создаваться и в самих турбулентных вихревых структурах.

Модель адаптирована к вычислительной среде OpenFOAM. Главным достоинством среды OpenFOAM является открытый доступ ко всему коду и, как следствие, возможность использования оригинальных моделей. Проведенные тестовые расчеты демонстрируют адекватность предложенной модели и используемого численного метода при расчете как течений однофазной жидкости, так и кавитационных течений.

Выполнены расчеты пространственного нестационарного турбулентного течения кавитирующей жидкости в канале, моделирующем экспериментальную установку. Исследовано влияние перепада давления на структуру течения в канале и на образующиеся кавитационные полости.

При рассмотренных условиях оценка газовыделения дает массу газа, выделяющегося в кавитационных полостях за характерное время течения, сопоставимую с массой пара.

По совокупности всех полученных результатов можно сделать общий вывод о том, что результаты расчетов демонстрируют адекватность и эффективность сформулированной модели и адаптированного алгоритма OpenFOAM.

Numerical Study of Cavitation Flows Accounting for Outgassing

A.V. Makhnov

Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia

A mathematical model of cavitation flows, accounting for outgassing of the fluid, is developed, and cavitation flows with outgassing are studied numerically.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ И ФИЛЬТРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ ПРИ БОЛЬШИХ ЧИСЛАХ ПЕКЛЕ, СОПРЯЖЕННОГО С ЭНЕРГОПОГЛОЩАЮЩИМИ ПРОЦЕССАМИ В ТВЕРДОЙ ФАЗЕ

А.А. Моисеев¹, А.В. Савин²

¹АО Концерн «Струйные технологии», Санкт-Петербург, Россия

²Балтийский государственный технический университет «Военмех» имени Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: terminalmashine@gmail.com, savin@jettechnologies.ru

Вопрос о «правильном» моделировании турбулентности в фильтрационных течениях остается пока малоисследованным. С одной стороны, при моделировании фильтрации газов через массив гранул в рамках подхода с детальным описанием формы и расположения гранул должны нормально работать известные модели турбулентности. С другой стороны, турбулентное перемешивание происходит только на масштабах, меньших размера пор и масштаба гранул. В фильтрационном потоке действует также дисперсионный механизм перемешивания, работающий в известной степени независимо от турбулентности [1]. Этот механизм характеризуется пространственным масштабом (размер пористой структуры) и масштабом скорости (скорость фильтрации), что позволяет провести аналогию между турбулентностью и дисперсией. В тех случаях, когда присутствует газофазное горение и существует сильное тепловое межфазное взаимодействие при больших числах Пекле [2], корректное моделирование турбулентности необходимо в первую очередь для моделирования горения.

В настоящей работе предлагается способ адаптации модели распада вихрей [3] (Eddy Dissipation Model — EDM) для решения задач с фильтрационным горением при больших числах Пекле в рамках описания на уровне «взаимопроникающих континуумов». В уравнениях модели турбулентности (например, $k-\omega$) добавляются источниковые члены, управляющие дисперсионным перемешиванием и скоростью распада вихрей. Источниковые члены связаны таким образом, чтобы дисперсионный коэффициент диффузии соответствовал [3]: $D = kd_0 u / \alpha$, где d_0 – диаметр гранулы, u – габаритная скорость, m – пористость, k – коэффициент, для которого требуется калибровка. Калибровка проводится для конкретного типа геометрии пористых сред.

Предлагаемый подход позволяет построить адекватные и эффективные модели фильтрационного горения в тех случаях, когда преобладающее значение имеет «поперечная» дисперсионная диффузия, а разница между продольными и поперечными компонентами дисперсионного тензора не приводит к ощутимым последствиям. Пример — турбулентное фильтрационного горение с образованием факела [2].

В докладе приведены примеры результатов моделирования, иллюстрирующие работу предлагаемой модели.

Литература

1. *Fried J.J., Combarous M.A.* Dispersion in porous media. In Ser.: Advances in Hydrosience. Vol. 7 / Ed. V.T. Chow. 1971. P. 169–282.
2. *Савин А.В., Моисеев А.А., Смирнов П.Г.* Моделирование динамики обжига гранулы карбонатного минерала // ИФЖ. 2017. Т. 90, № 1. С. 64–72.
3. *Magnussen B.F., Hjertager B.H.* On mathematical modeling of turbulent combustion with special emphasis on soot formation and combustion // Symposium (International) on Combustion. 1977. Vol. 16, N 1. P. 719–729.

High Peclet Number Turbulence and Combustion Modeling in Porous Media, with Heat and Mass Exchange

A.A. Moiseev¹, A.V. Savin²

¹Concern “Jet Jettechnologies”, Saint Petersburg, Russia

²Baltic State Technical University, Saint Petersburg, Russia

“Correct” turbulence modeling in porous media flows is necessary for dispersion and combustion modeling. Source terms for $k-\omega$ turbulence model equations are supposed to be added for Eddy Dissipation Model (EDM), and dispersion diffusion coefficient have to be calibrated for specific porous media. The approach is useful in case if transversal components of dispersion tensor play major role. Numerical examples are given in the paper illustrating the approach working for large Peclet number plume-type filtration burning.

ПРИМЕР ВОЗМОЖНОСТЕЙ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ (НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ) НА ЗАДАЧИ ТЕЧЕНИЯ-ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ И ГАЗА

А.Ф. Назмутдинов¹, Л.Р. Назмутдинова²

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

²Башкирский государственный университет, Уфа, Россия

E-mail: nazmutdinov.aydar@gmail.com, margo_nlr@bk.ru

Была сформулирована задача выбрать оптимальную систему разработки (СР) и способ заканчивания скважин для терригенного месторождения со сложной геологией. «Оптимальная» здесь имеется в виду – система разработки, дающая максимальный NPV (Net Present Value) в среднем, т.е. максимальный EMV (Expected Monetary Value). В качестве неопределенностей были выбраны поле проницаемостей и кривые относительных фазовых проницаемостей. Методом бутстрэппа (bootstrapping) по имеющимся данным потоковых исследований и зависимостей пористость-проницаемость (с керна) были получены распределения для коэффициентов петрофизических зависимостей абсолютной проницаемости и распределения трех параметров фазовых проницаемостей по Кори (высота точки воды и два показателя степени). Далее, используя латинский гиперкуб, было получено 5 геологических состояний [1]. Идея заключается в том, чтобы для каждой из полученных пар состояний на результатах 3Д-гидродинамического моделирова-

ния [2] обучить прокси модель-нейронную сеть и посредством этой прокси выбирать оптимальные параметры СР. Входными данными для прокси-модели служат длина горизонтального ствола, расстояние между фраками, 5/7/9 – точка, А/В, плотность сетки скважин и т.д., а выходными – NPV. Далее, рассчитывается вероятность каждого такого состояния – по плотности распределения соответствующей величины. И, наконец, зная NPV для каждой СР, и вероятность каждого состояния можно для каждой СР можно получить EMV, из которых затем выбираем максимальное значение. Преимущества этого подхода заключаются в том, что количество реализаций-расчетов профилей добычи должно быть значительно меньше, чем в случае прямого использования метода Монте-Карло, а значит, значительной экономии ресурсов.

Литература

1. *Dake L.P.* Fundamentals of reservoir engineering. Elsevier. 1998.
2. *Баранов В.Е., Куреленков С.Х., Воробьева Л.В.* Прикладное моделирование пласта. ТПУ. 2012.

Some Opportunities of Machine Learning in Flow/Filtration of Fluids

A.F. Nazmutdinov¹, L.R. Nazmutdinova²

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

²*Bashkir State University, Ufa, Russia*

The main aim is to find optimal regular development scheme for sandstone reservoirs, that can be stated, as difficult to develop. And the idea is first of all to make sensitivity analysis, then to find parameters that influence the most for NPV calculation. As we don't have much information about the reservoir (bad geological conditions) we have to use bootstrap method in order to make general statistical set. Then, as absolute permeability field and relative permeability curves were chosen, our new artificial neural network can learn on our simulation results. After that proxy-model (network) will be able to predict and choose the optimal development scheme.

ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ НАБЕГАЮЩЕГО СВЕРХЗВУКОВОГО ПОТОКА НА АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАТУПЛЕННОГО ЦИЛИНДРА

Г.В. Никифоров, В.А. Лашков, И.Ч. Машек, Р.С. Хоронжук

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: nikiforovg1996@gmail.com, valerial180150@gmail.com, igor.mashek@gmail.com, khoronzhuk@gmail.com

С увеличением скорости полета летательного аппарата становится актуальным поиск путей уменьшения силовых и тепловых нагрузок на теле. Известны газодинамические способы управления обтеканием тела при сверхзвуковых скоростях с помощью отрывных потоков и возвратных течений, которые позволяют значительно уменьшить аэродинамическое сопротивление затупленных тел, например, с помощью механической иглы или воздушной струи, истекающей из вершины затупленного тела навстречу сверхзвуковому потоку. Значительный интерес в последнее время вызывают способы управления аэродинамическими характеристиками летательного аппарата с помощью использования различных видов разрядов (лазерный, микроволновый, тлеющий) [1]. С середины 40-х годов прошлого столетия проводятся исследования влияния на перестройку газодинамического течения тонких протяженных каналов с пониженной плотностью, расположенных перед ударной волной на теле [2].

Сначала теоретически, а затем и экспериментально [3, 4] было показано, что при взаимодействии плазмоида от микроволнового разряда с ударным слоем на теле основным фактором, приводящим к перестройке течения газа около тела, является вихревое движение газа. Образование вихря в процессе взаимодействия локального нагретого слоя газа с ударной волной на теле связано с неустойчивостью течения газа типа Рихтмайера-Мешкова и Кельвина-Гельмгольца, когда наблюдается неустойчивость границы сред с разной плотностью в случае ускорения под воздействием проходящей ударной волны.

В настоящей работе исследуется изменение аэродинамических характеристик и теплового потока в критической точке затупленного цилиндра за счёт плотностной неоднородности набегающего сверхзвукового потока, которая достигается введением тонкой струи гелия в основной поток воздуха.

Литература

1. *Bletzinger P., Ganguly B.N., D. Van Wie, Garscadden A.* Plasmas in high speed aerodynamics. // J. Phys. D: Appl. Phys. 38 (2005) R33-R57.
2. *Артемьев В.И., Бергельсон В.И., Немчинов И.В., Орлова Т.И., Рыбаков В.А., Смирнов В.А., Хазинс В.М.* Формирование новых структур газодинамических течений при возмущении плотности в тонких протяженных каналах перед фронтами ударных волн // Матем. Моделирование. 1989. Том.1, №8. С.1-11.
3. *Kolesnichenko Yu., V. Brovkin V., Azarova O., Grudnitsky V., Lashkov V., Mashek I.* Microwave Energy Release Regimes for Drag Reduction in Supersonic Flows // AIAA 2002-0353. 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting&Exhibit, 14-17-January 2002. Reno, NV.
4. *Lashkov V.A., Mashek I.Ch., Anisimov Yu.I., Ivanov V.I., Kolesnichenko Yu.F., Ryvkin M.I., Gorynya A.A.* Gas dynamic effect of microwave discharge on supersonic cone-shaped bodies // AIAA-2004-0671. 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno, NV, 5-8 January, 2004.

Influence of Heterogeneity of Oncoming Supersonic Flow on Aerodynamic Characteristics of Blunt Cylinder

G.V. Nikiforov, V.A. Lashkov, I.Ch. Mashek, R.S. Khoronzhuk

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

To study an influence of heterogeneity of oncoming supersonic flow on heat flux appearing on a blunt cylinder, an experiment was conducted in the laboratory of gas dynamics SPbSU. The heterogeneity of the incoming supersonic flow was achieved by introduction of a thin jet of helium in the main stream of air.

The result of interaction of density heterogeneity and shock layer on a blunt cylinder showed a change in heat flux and drag.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК И ШАРНИРНЫХ МОМЕНТОВ НА ЗАКРЫЛКЕ С ВЫДУВОМ СТРУИ

О.В. Павленко, Е.А. Пигусов

Центральный аэрогидродинамический институт им. профессора Н.Е. Жуковского, Жуковский, Россия
E-mail: olga.v.pavlenko@yandex.ru; evgeniy.pigusov@tsagi.ru

С развитием компьютерных технологий для исследования аэродинамики летательных аппаратов широко применяются расчетные методы. В настоящей работе с применением расчетного метода, основанного на решении осреднённых по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса, и ранее применявшейся методики расчета [1,2], рассмотрена задача численного моделирования тангенциального выдува высокоскоростной струи на поворотный нецелевой закрылок для подавления отрыва потока.

Целью расчётного моделирования являлось исследование аэродинамических нагрузок и шарнирных моментов на закрылке с выдувом струи. Расчетная модель отсека крыла с отклоняемым носком и поворотным нецелевым закрылком с системой тангенциального выдува струи соответствует экспериментальной [3]. Моделирование проведено с учетом влияния стенок рабочей части аэродинамической трубы. Достоверность полученных результатов проверена с использованием результатов экспериментальных исследований.

В результате численных исследований показана удовлетворительная сходимость результатов расчёта с экспериментальными данными коэффициентов подъёмной силы, момента тангажа и распределения коэффициента давления по сечению профиля с отклонённым закрылком при углах его отклонения $\delta z = 20^\circ$ и 60° , а также изменения интенсивности выдува струи в исследованном диапазоне $C_\mu = 0 \dots 0,1$.

Приведены результаты расчетных исследований аэродинамических нагрузок и шарнирных моментов.

Расчетное исследование, при хорошей сходимости с экспериментальными данными, позволило получить дополнительную информацию о влиянии выдува на поле течения и распределение скоростей вблизи исследуемой модели, на формирование отсоединённого отрыва, на распределение давления по всей поверхности крыла, а также на величины шарнирных моментов отклонённого закрылка.

Литература

1. *Makhankov A.V., Pavlenko O.V., Chuban A.V.* Numerical Methods for the Definition of the Hinge Moments of the Nose Landing Gear Doors of the Commercial Aircraft // *Engineering Edge*, Vol. 05/ Issue. 02/ 2016. P. 60–65.
2. *О.В. Павленко, А.В. Чубань*, Численное исследование шарнирных моментов створок передней опоры шасси пассажирского самолета при их открытии // *Ученые записки ЦАГИ*, том XLVII № 5, 2016 г., стр. 42–49
3. *Lawford J.A., Foster D.N.* Low-Speed Wind-Tunnel Tests on a Wing Section with Plain Leading- and Trailing-Edge Flaps having Boundary-Layer Control by Blowing // *Reports and Memoranda No. 3639*, 1970

Numerical Investigation of the Aerodynamic Loads and Hinge Moments of the Flap with Boundary Layer Control

O.V. Pavlenko, E.A. Pigusov

Central Aerohydrodynamic Institute named after Prof. N.E. Zhukovsky, Zhukovsky, Russia

The paper discusses the approach of numerical simulation the boundary layer control (BLC) on deflected flap for suppression of flow separation. The aim of this work is numerical investigation of the aerodynamic loads and hinge moments of the flap with BLC with influence of the walls of the wind tunnel.

We have made a calculation of the airfoil section with deflected flap angles of $\delta_f=20^\circ$ и 60° with variation of blowing momentum coefficient of $C_{\mu}=0\div 0.1$.

The comparison of the calculation results with the experimental values of lift coefficient, pitching moment and pressure coefficient is presented.

The pressure distribution on all surface of the wing and a space picture of the flow of the wing with blown flap system, influence of the walls of the wind tunnel and the aerodynamic loads and hinge moments of the BLC flap are given.

СТАЦИОНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ С ПОСТОЯННЫМИ ФИЗИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ НА ВХОДЕ В КРУГЛУЮ ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ ТРУБУ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

В.А. Павловский¹, А.Л. Чистов²

¹Санкт-Петербургский государственный морской технический университет, Санкт-Петербург, Россия

²Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: v.a.pavlovsky@gmail.com, a.chistov@spbu.ru

Рассматривается изотермическое течение вязкой жидкости на входе в круглую цилиндрическую трубу постоянного диаметра. Решение поставленной задачи построено на основе феноменологической f -модели турбулентности. Рассчитанные характеристики течения сравниваются с экспериментальными данными.

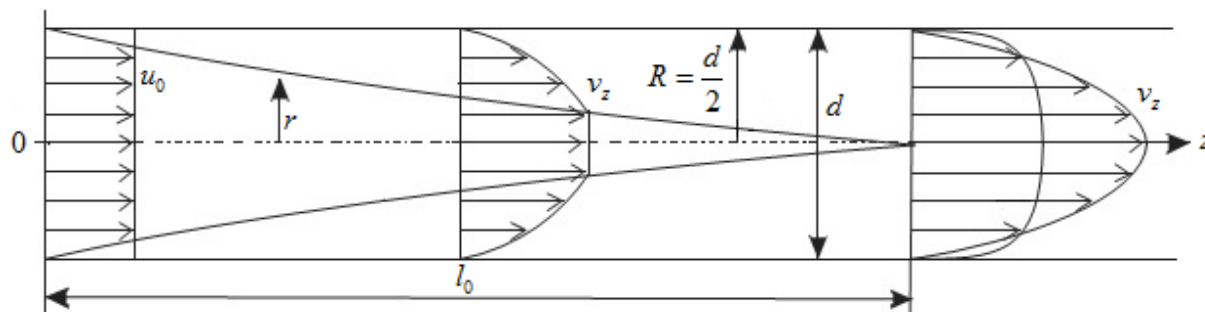


Рис. 1. Схема течения.

Литература

1. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа: Учеб. для вузов. – 7-е изд., испр. – М.: Дрофа, 2003. – 840с.
2. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М.: Наука. 1974. – 712с.

3. *Nikuradze J.* Stromungsgesetze in rauchen Rohren/forsh. Arb. Ing. – Wes., 1933, № 391.
4. *Чистов А. Л.* Единая ламинарно-турбулентная дифференциальная модель для течений вязкой несжимаемой жидкости. Вестник СПбГУ. Сер.10. 2008, вып.4, с.103-106.
5. *Павловский В. А., Чистов А. Л.* Расчет плоского напорного течения Куэтта при произвольных числах Рейнольдса//Проблемы экономии топливно-энергетических ресурсов на промпредприятиях и ТЭС: Межвуз. сб. науч. трудов/ГОУВПО СПбГТУ РП. 2009. с.5-12.
6. *Pronina, Y.* (2017). An analytical solution for the mechanochemical growth of an elliptical hole in an elastic plane under a uniform remote load. *European Journal of Mechanics, A/Solids*, 61, 357-363. doi:10.1016/j.euromechsol.2016.10.009.
7. *Sedova, O., Pronina, Y.* (2016). A new model for the mechanochemical corrosion of a thin spherical shell. *EPJ Web of Conferences*, 108 doi:10.1051/epjconf/201610802040.

Stationary Liquid Flow with Constant Physical Properties at the Inlet of Circular Pipe at the Different Reynolds Numbers

V.A. Pavlovsky¹, A.L. Chistov²

¹*Saint Petersburg State Marine Technical University, Saint Petersburg, Russia*

²*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

The viscous liquid isothermal flow at the inlet to a circular cylindrical tube of constant diameter is considered. The solution of this problem is based on the phenomenological f-model of turbulence. Computation results and experimental evidence are compared.

АНАЛИЗ ЭВОЛЮЦИОННЫХ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ МГД ВОЛН В СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ

С.И. Перегудин¹, Э.С. Перегудина², С.Е. Холодова³

¹*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*

²*Санкт-Петербургский горный университет, Санкт-Петербург, Россия*

³*Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий,
механики и оптики, Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: peregudinsi@yandex.ru, ehllina-peregudina@yandex.ru, kholodovase@yandex.ru

Целью исследования является анализ волновых трехмерных крупномасштабных движений невязкой, несжимаемой неоднородной идеально проводящей вращающейся жидкости, сосредоточенной в сферической области. Представленные исследования могут быть использованы в астрофизике и геофизике, в частности, при изучении процессов, происходящих в жидком ядре Земли и недрах звезд.

Результаты исследования не ограничиваются только приложением к геофизике, они могут быть также полезны при рассмотрении процесса самовозбуждения магнитогидродинамического динамо в относительно больших массах жидкого металла и в технических устройствах, например, в технологических процессах, использующих напорные камеры реактора на быстрых нейтронах, доменные печи, реакторы для производства титана и другие.

В задачах о генерации магнитных полей часто возникают вопросы о том, какого вида должно быть движение, и при каких условиях магнитные поля могут существовать на достаточно больших интервалах времени, т.е. нас интересует характер рассматриваемых процессов.

В предыдущих исследованиях изучалась роль стратификации в основной динамике изучаемых магнитогидродинамических процессов. Анализ полученного решения позволил установить факт существования установившегося режима колебаний при больших значениях времени, что служит подтверждением важной роли стратификации плотности жидкого слоя, определяющей в целом ряде случаев его основную динамику.

В динамику магнитного поля существенный вклад вносит движение представленной жидкости непосредственно в тонком, примыкающем к границе, слое. Кроме того, был проведен анализ и сделан вывод о том, что для возмущений магнитогидродинамических полей с относительно малым горизонтальным масштабом, значительно меньшим радиуса слоя, развивающихся вблизи некоторой точки со сферическими координатами. Особый интерес представляют глобальные возмущения магнитогидро-

намических величин с наибольшей длиной волны, возможной в сферическом слое, с учетом термодинамических изменений у границы, чему и посвящены исследования, представленные в данной статье.

Анализ структуры представленных полей магнитогидродинамических величин позволяет сделать вывод о существовании сильных изменений в тонком слое, примыкающем к внешней границе.

Литература

1. Холодова С.Е. Математическое моделирование крупномасштабных движений стратифицированной электропроводной жидкости в сферическом слое // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета, Сер. 10, 2009, вып. 1, С. 118-133.
2. Холодова С.Е., Перегудин С.И. Моделирование и анализ течений и волн в жидких и сыпучих средах. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2009 г. 455 с.
3. Холодова С.Е. Динамика вращающегося слоя идеальной электропроводной несжимаемой жидкости // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2008.Т. 48, № 5, С. 882-898.

Analysis of Evolution Solutions of the Nonlinear Problem of Propagation of MHD Waves in a Spherical Layer

S.I. Peregudin¹, E.S. Peregudina², S.E. Kholodova³

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

²*Saint Petersburg Mining University, Saint Petersburg, Russia*

³*ITMO University, Saint Petersburg, Russia*

The aim of the study is to analyze wave three-dimensional large-scale motions of a non-viscous, incompressible, non-uniform ideally conducting rotating liquid concentrated in a spherical region. The presented studies can be used in astrophysics and geophysics, in particular, in the study of processes occurring in the liquid core of the Earth and the interior of stars.

The results of the investigation are not limited to the application to geophysics, they can also be useful when considering the process of self-excitation of a magnetohydrodynamic dynamo in relatively large masses of liquid metal and in technical devices, for example, in technological processes using pressure chambers of a fast neutron reactor, blast furnaces, reactors for production Titanium and others.

In problems on the generation of magnetic fields, there are often questions about what kind of motion should be, and under what conditions magnetic fields can exist at sufficiently large intervals of time, i.e. we are interested in the nature of the processes under consideration.

In previous studies, the role of stratification in the main dynamics of the studied magnetohydrodynamic processes was studied. Analysis of the obtained solution made it possible to establish the existence of a steady-state oscillation regime at large values of time, which confirms the important role of stratification of the density of the liquid layer, which determines its basic dynamics in a number of cases.

In the dynamics of the magnetic field, a substantial contribution is made by the motion of the presented liquid directly in a thin layer adjoining the boundary. In addition, an analysis was made and it was concluded that for perturbations of magnetohydrodynamic fields with a relatively small horizontal scale much smaller than the radius of the layer developing near a certain point with spherical coordinates. Of particular interest are global perturbations of magnetohydrodynamic quantities with the largest wavelength possible in a spherical layer, with allowance for the thermodynamic changes at the boundary, which is the subject of the research presented in this paper.

An analysis of the structure of the presented fields of magnetohydrodynamic quantities allows us to conclude that there are strong changes in a thin layer adjacent to the outer boundary.

ВЛИЯНИЕ ДИНАМИКИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА НЕЛИНЕЙНЫЙ ВОЛНОВЫЙ РЕЖИМ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОЙ СРЕДЫ

С.И. Перегудин¹, Э.С. Перегудина², С.Е. Холодова³

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

²Санкт-Петербургский горный университет, Санкт-Петербург, Россия

³Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий,
механики и оптики, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: peregudinsi@yandex.ru, ehllina-peregudina@yandex.ru, kholodovase@yandex.ru

Проводится исследование динамики магнитного поля вследствие трехмерного крупномасштабного движения невязкой, несжимаемой, неоднородной идеально проводящей вращающейся жидкости, сосредоточенной в сферическом слое. Предлагаемая математическая модель исследуемого физического процесса представляет собой замкнутую систему уравнений в частных производных, состоящую из уравнений гидродинамики с учетом вращения, силы Лоренца и соответствующих уравнений магнитной динамики с необходимыми граничными условиями. Производится анализ математической модели, пригодной для расчета трехмерных движений с большим временным масштабом и пространственным горизонтальным масштабом, сравнимым с радиусом слоя. Основная идея анализа состоит в построении схемы последовательных приближений, в которой геострофическое приближение является первым шагом. Указанный метод анализа позволяет, не ограничиваясь эвристическими рассуждениями, вывести общие геострофические уравнения, описывающие движения как однородной, так и неоднородной электропроводной вращающейся жидкости. Получено аналитическое решение системы нелинейных уравнений в частных производных, моделирующей геострофическое движение в сферическом слое идеальной электропроводной неоднородной вращающейся жидкости.

Анализ структуры представленных полей магнитогидродинамических величин позволяет сделать вывод о существовании сильных изменений в тонком слое, примыкающем к внешней границе.

Литература

1. Холодова С.Е. Математическое моделирование крупномасштабных движений стратифицированной электропроводной жидкости в сферическом слое // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета, Сер. 10, 2009, вып. 1, С. 118-133.
2. Холодова С.Е., Перегудин С.И. Моделирование и анализ течений и волн в жидких и сыпучих средах. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2009 г. 455 с.

Influence of the Magnetic Field Dynamics on Nonlinear Wave Regime Rotating Liquid Environment

S.I. Peregudin¹, E.S. Peregudina², S.E. Kholodova³

¹Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

²Saint Petersburg Mining University, Saint Petersburg, Russia

³ITMO University, Saint Petersburg, Russia

A study is made of the dynamics of the magnetic field due to the three-dimensional large-scale motion of an inviscid, incompressible, inhomogeneous ideally conducting rotating liquid concentrated in a spherical layer. The proposed mathematical model of the physical process under investigation is a closed system of partial differential equations consisting of hydrodynamic equations with allowance for rotation, the Lorentz force, and the corresponding equations of magnetic dynamics with the necessary boundary conditions. An analysis is made of a mathematical model suitable for calculating three-dimensional motions with a large time scale and a spatial horizontal scale comparable to the radius of the layer. The main idea of the analysis is to construct a scheme of successive approximations, in which the geostrophic approximation is the first step. This method of analysis makes it possible, not limited to heuristic reasoning, to derive general geostrophic equations describing the motions of both a homogeneous and inhomogeneous electrically conducting rotating fluid. An analytical solution is obtained for a system of nonlinear partial differential equations simulating a geostrophic motion in a spherical layer of an ideal electrically conductive inhomogeneous rotating fluid.

An analysis of the structure of the presented fields of magnetohydrodynamic quantities allows us to conclude that there are strong changes in a thin layer adjacent to the outer boundary.

УСТОЙЧИВОСТЬ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОЙ ЖИДКОСТИ

С.И. Перегудин¹, Э.С. Перегудина², С.Е. Холодова³

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

²Санкт-Петербургский горный университет, Санкт-Петербург, Россия

³Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий,
механики и оптики, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: peregudinsi@yandex.ru, ehllina-peregudina@yandex.ru, kholodovase@yandex.ru

Целью данного исследования является редукция системы уравнений с частными производными, моделирующей возмущение в слое идеальной электропроводной вращающейся жидкости с учетом диффузии магнитного поля, ограниченном поверхностями, изменяющимся в пространстве и во времени, с учетом инерционных сил.

Для полученных в результате редукции уравнений построены решения, описывающие распространение волн малой амплитуды в бесконечно протяженном по горизонтали слое и в узком длинном канале.

Литература

1. Холодова С.Е. Динамика вращающегося слоя идеальной электропроводной несжимаемой жидкости // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2008. Т. 48, № 5, С. 882-898.
2. Холодова С.Е. Математическое моделирование крупномасштабных движений стратифицированной электропроводной жидкости в сферическом слое // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета, Сер. 10, 2009, вып. 1, С. 118-133.
3. Холодова С.Е., Перегудин С.И. Моделирование и анализ течений и волн в жидких и сыпучих средах. СПб.: Изд.—во СПбГУ, 2009 г. 455 с.

Stability of Wave Processes in a Rotating Electric Conductive Liquid

S.I. Peregudin¹, E.S. Peregudina², S.E. Kholodova³

¹Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

²Saint Petersburg Mining University, Saint Petersburg, Russia

³ITMO University, Saint Petersburg, Russia

The purpose of this study is to reduce the system of partial differential equations that simulates the perturbation in the layer of an ideal electrically conductive rotating liquid, taking into account the diffusion of the magnetic field, bounded by surfaces that vary in space and time, taking into account inertial forces.

For the equations obtained as a result of the reduction, solutions are constructed that describe the propagation of waves of small amplitude in an infinitely long horizontal layer and in a narrow long channel.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ЗАТУПЛЕННОГО КЛИНА В РАШИРЯЮЩЕМСЯ КАНАЛЕ

А.Н. Рябинин

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: a.ryabinin@spbu.ru

Численные исследования продемонстрировали, что при изменении числа Маха на входе в расширяющийся канал, содержащий центральное тело, существуют перестройки скачков уплотнения [1-3]. Обнаружен гистерезис положения скачков уплотнения по отношению к числу Маха на входе в канал. Настоящая работа посвящена численному исследованию процессов перестройки скачков уплотнения в расширяющемся канале с клинообразным центральным телом с затупленным носиком.

Стенки канала имеют излом, после которого угол расширения канала возрастает. Выше излома по течению находится затупленный носик клина. Угол раскрытия клина несколько превышает угол расширения канала до точки излома, поэтому участки канала между боковыми поверхностями клинообразного тела и стенками канала от носика клина до излома стенок сужаются.

Исследовано несколько вариантов геометрии канала, отличающихся углом раскрытия клина и углами расширения двух участков канала. При этом ширина самой узкой части канала w_3 изменялась не более чем на 5%.

Расчетные сетки генерировались с помощью программы Gmsh. Сетки насчитывали от 100000 до 150000 элементов. На входе в канал задавалось число Маха, температура газа, давление или число Рейнольдса. Решение уравнений Эйлера проводилось методом конечных объемов с использованием пакетов программ Stanford University Unstructured (SU2) и Ansys CFX. Оба пакета дают близкие результаты. Решение уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу (RANS) выполнялось с помощью пакета Ansys CFX.

Во всех вариантах существует гистерезис положения скачков уплотнения по отношению к числу Маха на входе в канал. Границы диапазона гистерезиса очень чувствительны к малым изменениям числа Маха. При увеличении числа Маха на входе происходит слияние сверхзвуковых зон, сопровождающееся скачкообразным изменением положения скачка уплотнения. Дальнейшее уменьшение числа Маха ведет сначала к расщеплению сверхзвуковой зоны с образованием узкой дозвуковой зоны между двумя сверхзвуковыми, на следующем этапе происходит скачкообразное изменение положения скачков уплотнения.

Внутри диапазона гистерезиса имеется интервал чисел Маха, в котором течение может быть несимметричным.

Литература

1. *Riabini A., Suleymanov A.* Bifurcation of transonic flow in the channel with a central body // Conference Topical Problems of Fluid Mechanics 2016. Proceedings. Prague, 2016. P. 185-190.
2. *Ryabinin A.N., Suleymanov A.F.* Transonic flow in a channel with a central body // ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences, 2017. Vol. 12. No.4. P. 1008-1013.
3. *Ryabinin A.N.* Shock waves in a channel with a central body // ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences, 2017. Vol. 12, No. 11. P. 3532-3536.

Numerical Simulation of the Transonic Flow past the Blunted Wedge in the Diverging Channel

A.N. Ryabinin

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Position of shock wave in the 2D channel with a blunt-nose wedge is studied numerically. Solutions of the Euler equations and RANS equations are obtained with two finite-volume solvers. Numerical simulations reveal a considerable hysteresis in the shock wave position versus the supersonic Mach number given at the inlet. Symmetrical and asymmetrical solutions of the equations are obtained.

УСЛОВИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ СВОБОДНОВИСЯЩИХ ЦИРКУЛЯЦИОННЫХ ЗОН В СВЕРХЗВУКОВЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ УСКОРЯЮЩИХСЯ ПОТОКАХ

А.В. Савин¹, Е.И. Соколов²

¹*Балтийский государственный технический университет «Военмех» имени Д.Ф. Устинова,
Санкт-Петербург, Россия*

²*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Центр перспективных исследований, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: izooandrey@inbox.ru*

Настоящая работа является логическим продолжением исследований возможности формирования свободновисящих возвратных течений - циркуляционных зон (СЦЗ) в сверхзвуковых осесимметричных недорасширенных струях [1-3].

Доклад состоит из трёх частей. В первой части на основе решения с постоянной плотностью для приосевой области дозвукового потока за диском Маха (ДМ) сильно недорасширенной струи ($n = p_a/p_\infty \gg 1$) анализируется принципиальная возможность возникновения двух точек торможения за ДМ. В

отличие от [2,3], рассматривается течение с переменным полным давлением перед ДМ. Сформулированы условия, которым должна удовлетворять форма ДМ для формирования СЦЗ за ним, монотонное убывание интенсивности ДМ и его эффективной кривизны. Рассматриваются возможности регулирования параметров гиперзвукового потока ($M \gg 1$) перед ДМ для создания необходимых условий формирования СЦЗ.

Во второй части доклада проводится анализ качественной картины течения в соосных до- и сверхзвуковых потоках, формирующихся за тройной конфигурацией (ТК) ударных волн (ДМ, висячий и отраженный скачки). Рассматривается модельная задача, когда ДМ заменяется непроницаемой поверхностью такого же радиуса, и с помощью модели Чепмена – Корста определяется донное давление в образующейся циркуляционной зоне. Анализируется возможность сохранения ЦЗ при ненулевом расходе через модельную поверхность и возможность реализации такого условия в реальном течении за ДМ. Приводятся результаты численного эксперимента, иллюстрирующие такую возможность. Формулируются условия перепада полных давлений на тангенциальном разрыве, порожденном ТК, для формирования СЦЗ.

В третьей части доклада анализируются возможности технической реализации сформулированных условий формирования СЦЗ в недорасширенных струях и других ускоряющихся сверхзвуковых потоках. Приведены схемы устройств, формирующих необходимые условия: комбинация сопел и соосного канала, формирование профиля полного давления в набегающем протоке соответствующей формой стенки сопла, и другие.

Литература

1. Савин А.В., Смирнов П.Г., Соколов Е.И., Управление свободно-висящими циркуляционными зонами в сверхзвуковых струях малой нерасчетности // Международная научная конференция по механике «Седьмые Поляховские чтения», 2–6.02.2015 г., Тезисы докладов, Санкт-Петербург, с. 146.
2. Савин, А.В., Смирнов, П.Г., Соколов, Е.И. Формирование свободновисящей циркуляционной зоны в сверхзвуковой недорасширенной струе // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник трудов (Казань, 20 - 24 августа 2015 г.). – Казань: Издательство Казанского (Приволжского) федерального университета, 2015. С. 3283 – 3286
3. Савин, А.В., Соколов, Е.И. Анализ условий формирования свободновисящих циркуляционных зон в сверхзвуковых недорасширенных струях // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ 2016), 25 – 31 мая 2016г., Алушта. – М.: Изд-во МАИ, 2016. С. 189 – 191

Conditions of an Appearance of Free-flowing Circulation Zones inside Supersonic Axisymmetric Accelerated Flow

A.V. Savin¹, E.I. Sokolov²

¹Baltic State Technical University “Voenmeh” named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, Russia

²Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University,
Center for Advanced Studies, Saint Petersburg, Russia

Principal possibility of the appearance of two stagnation points behind the Mach disk (DM) of the strongly underexpanded jet is analyzed with the use on the constant density solution for the near-axis region of the subsonic flow behind DM. Schemes of some devices forming them are given: a combination of nozzles and a coaxial channel, the formation of a profile of the total pressure in the oncoming channel by the corresponding shape of the nozzle wall, and others.

О СВЕРХЗВУКОВОМ ТРЕХМЕРНОМ ОБТЕКАНИИ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ТЕЛА С КОЛЬЦЕВЫМ ВЫСТУПОМ

М.М. Симоненко¹, А.Ф. Зубков¹, А.Г. Кузьмин²

¹НИИ механики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

²Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: sim1950@mail.ru, a.kuzmin@spbu.ru

Представлены результаты экспериментального и численного исследования сверхзвукового обтекания заостренного на конус осесимметричного тела с кольцевым выступом на поверхности под углом атаки. Подобные конфигурации тел находят применение при проектировании объектов аэрокосмической, ракетной и артиллерийской техники. Ранее экспериментально [1] было обнаружено, что при сверхзвуковом обтекании таких тел при достижении определенных значений угла атаки может происходить повышение статического давления на подветренной стороне кольцевого выступа до величины, превышающей давление на наветренной стороне этого же выступа. Парадоксальное повышение давления на подветренной стороне кольцевого выступа выявлено также в результате численного моделирования [2].

Экспериментальная модель содержала цилиндрический корпус с установленным соосно выдвижным заостренным на конус цилиндрическим стержнем, рис. 1. Высота кольцевого выступа составляла 8 мм. Эксперименты выполнены в аэродинамической трубе А-7 НИИ механики МГУ при числе Маха $M=3$. В ходе экспериментов производилось изменение длины стержня и угла

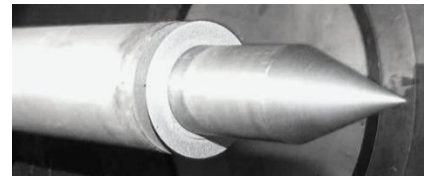


Рис. 1. Фотография экспериментальной модели в аэродинамической трубе.

атаки. Осуществлялась видеорегистрация шлирен-изображений картин течения, а также регистрировалось статическое давление на стенке выступа. Для численного моделирования трехмерного турбулентного сверхзвукового обтекания модели под углом атаки использовалась вычислительная программа ANSYS CFX-15 второго порядка точности, основанная на методе конечных объемов.

Для рассмотренной модели экспериментально и численно установлены диапазоны изменения варьируемых параметров, в которых на подветренной стороне кольцевого выступа давление начинает повышаться и превышать по величине давление на наветренной стороне.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 15-01-99623).

Литература

1. Гувернюк С.В., Симоненко М.М. О сверхзвуковом обтекании кольцевого выступа на осесимметричном теле под углом атаки // Сборник "Материалы XXVIII научно-технической конференции по аэродинамике". М.: ЦАГИ, 2017. С. 107–108.
2. Кузьмин А.Г., Симоненко М.М. Особенности сверхзвукового обтекания осесимметричного тела с выступом под углами атаки // Экспериментальные и теоретические исследования в современной науке: сб. ст. по матер. I междунар. науч.-практ. конф. № 1(1). – Новосибирск: СибАК, 2017. С. 84-89.

On the Supersonic Three-Dimensional Flow over Axisymmetric Body with a Forward-Facing Annular Step

M.M. Simonenko¹, A.F. Zubkov¹, A.G. Kuzmin²

¹Lomonosov Moscow State University, Institute of Mechanics, Moscow, Russia

²Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The 3D turbulent supersonic flow over an axisymmetric body with an annular step is studied numerically and experimentally. We show that, at certain angles of attack, such configurations admit a paradoxical rise of the static pressure on the leeward side of the step. Experiments were performed on a wind tunnel of Moscow State University, whereas numerical solutions were obtained with a finite-volume solver ANSYS CFX-15.

НЕКОНСЕРВАТИВНОСТЬ СХЕМЫ ВЕРЛЕ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ СТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ДИНАМИКИ АНСАМБЛЯ СФЕРИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ И МЕТОД ЕЕ КОМПЕНСАЦИИ

П.Г. Смирнов¹, А.В. Савин²

¹АО Концерн «Струйные технологии», Санкт-Петербург, Россия

²Балтийский государственный технический университет «Военмех» имени Д.Ф. Устинова,
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: petr.s.8314@mail.ru, izooandrey@inbox.ru

При моделировании динамики ансамблей частиц могут применяться как методы с выделением акта столкновения — в этом случае возможно точное выполнение законов сохранения — так и сквозные методы, когда силовое взаимодействие частиц описывается с помощью потенциалов различного вида. В последнем случае естественным образом учитываются множественные столкновения, что дает возможность моделировать ансамбли частиц с высокой плотностью и высокой частотой столкновений. Однако при реализации сквозного подхода требуется малый шаг по времени и разностная схема высокого порядка. Наиболее употребительна схема Верле-Штермера [1], имеющая третий порядок аппроксимации.

Обычно считается, что это обеспечивает достаточную точность расчетов, поскольку погрешности вычисления скоростей после столкновения статистически усредняются и существенно не влияют на функцию распределения частиц по энергиям. Однако было обнаружено, что при моделировании столкновений тел с гладким потенциалом схема Верле-Штермера создает постоянно действующий источник энергии, в результате чего суммарная энергия ансамбля частиц увеличивается при каждом столкновении.

Проведено систематическое исследование зависимости величины этого энергетического источника от параметров численного метода. Показано, что средняя по фазе величина его всегда положительна и полностью определяется числом Струхала, т. е. отношением временного шага к периоду свободных колебаний частиц в поле потенциала взаимодействия. Это дает возможность ввести в уравнения, описывающие движение частиц, вязкий член, создающий отрицательный источник энергии, который в среднем компенсирует положительный источник схемы Верле.

В докладе подробно описана методика исследования, а также приведены иллюстрации моделирования разлета ансамбля из $\sim 10^5$ частиц в вакууме в условиях невесомости со стартом из состояния термодинамического равновесия с конечной энергией. Исследована трансформация локальной функции распределения, показано возникновение анизотропии температуры.

Полученные результаты позволяют проводить численное моделирование динамики больших ансамблей частиц при точном (в статистическом смысле) выполнении закона сохранения энергии.

Литература

1. L. Verlet. Computer "Experiments" in Classical Fluids. I. Thermodynamical Properties of Lennard-Jones Molecules. *Physical Review*, 159(1), 1967, pp. 98-103.

The Non-Conservativeness of the Verlet Scheme in the Simulation of the Collisional Dynamics of an Ensemble of Spherical Particles and the Method of Its Compensation

P.G. Smirnov¹, A.V. Savin²

¹Concern "Jet Jettechnologies", Saint Petersburg, Russia

²Baltic State Technical University "Voennmeh" named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, Russia

Dynamics of large ensembles of solid particles is considered. A systematic study was made of the dependence of the magnitude of energy source in Verlet finite-difference scheme [1] on the parameters of the numerical method. It is shown that its mean value is always positive and is completely determined by the Strouhal number, that is, by the ratio of the time step to the period of free oscillations of the particles in the field of the interaction potential. This makes it possible to introduce into the equations a viscous term that creates a negative energy source, which on average compensates the positive source of the Verlet method.

The results obtained make it possible to numerically simulate the dynamics of large ensembles of particles under the exact (statistically) conservation of energy.

МОДЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОЦЕНКИ ВРЕМЕНИ РЕЛАКСАЦИИ ДВИЖУЩЕЙСЯ ПЛЁНКИ ПРИ ВНЕЗАПНОМ ИЗМЕНЕНИИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

А.А. Смирновский, В.О. Елисеева

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: smirnovskysaha@gmail.com

Исследование течения плёнки конденсата по поверхности трубы, возникающее под воздействием спутного потока газа (вследствие трения на межфазной границе), представляет определённый интерес применительно к задачам теплообмена при движении теплоносителя во втором контуре ядерного водо-водяного реактора атомной электростанции. Для комплексных расчётов теплообмена в подобных системах обычно используются теплогидравлические коды, в которых движение плёнки и пара анализируется на основе решения одномерных балансовых соотношений с введёнными корреляциями для коэффициента трения плёнки о стену. Примером является код КОРСАР [1], предназначенный в том числе для расчёта работы теплогидравлической системы в нештатных ситуациях, когда процесс теплообмена зачастую является существенно нестационарным. При этом вследствие большей инерции движения плёнки жидкости, изменение параметров её движения (в частности, трения на стенке) при резком изменении скорости спутного потока пара происходит с определённой задержкой, что обусловлено релаксационными явлениями в толще плёнки. Неучёт релаксационных явлений в численных расчётах с использованием одномерных теплогидравлических кодов может приводить к неправильному предсказанию характеристик теплообмена и даже к расходимости численного процесса.

В настоящей работе рассматривается модельная задача течения плёнки под воздействием трения со стороны спутного потока газа в пренебрежении эффектами волнообразования, конденсации и испарения на поверхности плёнки. Данная задача близка по постановке к известным задачам Куэтта и Стокса [2, 3]. Для ламинарного режима течения получено аналитическое решение. Численное моделирование турбулентного режима течения на основе RANS подхода выполнено при помощи OpenFOAM с различными полуэмпирическими моделями турбулентности. Исследуются нестационарные процессы релаксации при внезапном изменении напряжения трения на поверхности плёнки. Установлено, что процесс релаксации в первом приближении является автомодельным: обезразмеренные соответствующим образом профили скорости практически не меняются во времени. Это открывает возможность получения полуаналитических корреляционных зависимостей времени релаксации от числа Рейнольдса без необходимости расчёта нестационарной задачи. Подобные зависимости могут быть полезны для более точного и корректного замыкания одномерных моделей в теплогидравлических кодах типа КОРСАР.

Литература

1. *Василенко В. А. и др.* Опыт создания и основные характеристики теплогидравлического расчётного кода нового поколения КОРСАР // Теплоэнергетика. 2002. №11. С.11–16.
2. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя // М.: «Наука». 1974. 712 с.
3. *Trinh Kh. T.* Turbulent Couette flow: An analytical solution // Chemeca 2012: Quality of life through chemical engineering. Wellington: A.C.T.: Engineers Australia. 2012.

A Model Problem for Estimation of Moving-Film Time Relaxation at Sudden Change of Boundary Conditions

A.A. Smirnovsky, V.O. Eliseeva

Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia

The study of the film flow occurred under the influence of a gas slug flow is of definite interest in heat and mass transfer during the motion of a coolant in the second circuit of a nuclear water reactor of a nuclear power plant. Thermal-hydraulic codes are usually used for analysis of the such problems in which the motion of the film and the vapor is modeled on the basis of a one-dimensional balance equations [1]. Due to a greater inertia of the liquid film motion, film flow parameters changes with a relaxation compared with gas flow.

We consider a problem of film flow under the influence of friction from gas flow. Such a problem is analogous to the well-known problems of Couette and Stokes flows [2, 3]. An analytical solution has been obtained for laminar flow. Numerical RANS-based simulation of turbulent flow was performed using OpenFOAM. It is established that the relaxation process is almost self-similar. This fact opens a possibility of obtaining valuable correlations for the relaxation time.

НОВЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ В ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ – УЧЕТ МОМЕНТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ СДВИГА СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

Ю.Г. Степанов

ФГУП «Крыловский государственный научный центр», Санкт-Петербург, Россия
E-mail: StepYG@yandex.ru

Теоретические исследования динамики сплошной среды показали, что при динамической деформации сдвига в сплошной среде возникают макроскопические крутящие моменты и моментные напряжения, поэтому процессы динамической деформации твердых тел с конечной скоростью и сдвиговые течения реальных вязких жидкостей – как ламинарные, так и турбулентные, должны рассматриваться с позиций модели сплошной среды с моментными напряжениями [1].

Классические уравнения Навье – Стокса, используемые для описания ламинарных течений жидкости, следует рассматривать как частное выражение уравнений движения сплошной среды с моментными напряжениями, в условиях, когда реализуются режимы течений с автоматическим поддержанием баланса моментных напряжений за счет молекулярных процессов переноса энергии (импульса) в сдвиговых течениях вязких жидкостей.

На основе использования модели сплошной среды с моментными напряжениями с новых позиций рассмотрены вопросы устойчивости сдвиговых течений однородной и стратифицированной по плотности вязкой жидкости, а также гидродинамические механизмы разрушения внутренних волн, распространяющихся в стратифицированной водной среде. С использованием динамического условия баланса моментных напряжений получены критерии разрушения внутренних волн, содержащие наряду с дифференциальными и интегральными параметрами поля плотности и поля скорости в морской среде [2].

Использование критериев разрушения внутренних волн, основанных на динамическом условии баланса моментных напряжений в вязкой жидкости, содержащих наряду с дифференциальными и интегральными параметрами, позволяет получить теоретические оценки, лучше согласующиеся с данными натурных экспериментов.

Литература

1. *Степанов Ю.Г.* О необходимости применения модели сплошной среды с моментными напряжениями в теоретической гидродинамике и в теории упругости. Труды Крыловского государственного научного центра. 2016. Вып. 93(377). С. 163-174.
2. *Степанов Ю.Г.* О механизмах гидродинамической неустойчивости сдвиговых течений и критериях разрушения внутренних волн в неоднородной морской среде. Труды Крыловского государственного научного центра. 2016. Вып. 94(378). С. 175-188.

New Possibilities in Theoretical Hydrodynamics - taking into account of Couple-Stresses, Arising at Dynamically Induced Deformation of Shift of Continua

Yu.G. Stepanov

Krylov State Research Centre, Saint Petersburg, Russia

Theoretical studies of a deformation movement of continua has shown, that the macroscopic torques and couple-stresses arise at the dynamic shear strain of continua, and therefore the processes of dynamic deformation of solid bodies with a finite velocity and the shear flows of a real viscous fluids – both laminar and turbulent flows – should be considered from the standpoint of the continua with couple-stresses model.

Usage-based models of a continua with couple-stresses the problems of stability of shear flows of a homogeneous and density stratified viscous fluid are considered. It also allows suggesting a new criterion for an estimation of conditions of the internal wave breaking in stratified ocean.

Usage of internal waves breaking criteria based on a dynamic condition of couple-stresses balance in shear flows of viscous liquid, which inclusive alongside with differential and integral parameters of the field of density and velocity field, allows to receive theoretical estimations of internal waves breaking which better agree with the data of full-scale sea measurements.

АВТОКОЛЕБАНИЯ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ**Н.М. Терехова**

*Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН,
Новосибирск, Россия
E-mail: terekh@itam.nsc.ru*

Теоретическое изучение нелинейной неустойчивости началось с моделирования автоколебательных режимов, ответвляющихся от нейтральной кривой (рамки слабонелинейного приближения).

Представление о начале естественного перехода в пограничных слоях связано с возбуждением и селективным усилением квазигармонического возмущения, развитие которого на исходном участке носит автономный характер и существенно определяет весь процесс. Для моделирования эффективными оказались методы теории возмущений. Благодаря им удастся построить модель начальной стадии развития неустойчивости течения (приближение слабой нелинейности), упрощающую анализ и позволяющую дифференцировать управляющие процессом механизмы. В работах ограничиваются анализом развития уединенной синусоидальной волны. Это соответствует случаю, когда селективно усиление на линейном участке возмущение существенно превосходит колебания других типов, взаимодействие с которыми оказывается пренебрежимо малыми. В ходе эволюции такая волна искажает исходное течение и генерирует гармоники, что в свою очередь изменяет степень передачи энергии к возмущению и скорость роста по сравнению с линейным. В результате, в одних случаях в устойчивой области линейных возмущений могут существовать усиливающиеся конечные флуктуации, а в других – учет нелинейности может подавить линейное нарастание, стабилизировать амплитуду и привести к возникновению периодических вторичных течений в линейно неустойчивой области.

Периодические вторичные течения могут быть определены на основе теории ветвления решений уравнений Навье-Стокса. Установлено два типа ветвления: жесткий, если периодические движения возможны при числах Рейнольдса Re_{nel} меньших числа Рейнольдса Re_{lin} на нейтральной кривой

$Re_{nel} < Re_{lin}$ и, соответственно – мягкий, если $Re_{nel} > Re_{lin}$.

В имеющемся ряду работ явно не хватает исследований по сверхзвуковому пограничному слою сжимаемого газа, нет самого первого шага – изучения влияния на положение нейтральной кривой конечности возмущений. Поэтому сначала были рассмотрены 2D возмущения при числе Маха $M=2$ в широком диапазоне чисел Рейнольдса $Re_c < Re < 700$ и сравнены с дозвуковым режимом.

Установлено, что на сверхзвуке в области Re_c ветвление осуществляется в докритическую область устойчивости исходного течения, реализуется жесткий характер возбуждения, в то время как на дозвуке – возбуждение мягкое, Re_c сдвигается в область больших значений. На верхней ветви докритическое возбуждение на обоих сравниваемых режимах. Ниже Re_c в несжимаемой жидкости сдвиг в область растущих колебаний на всей нижней ветви (сверхкритическое возбуждение), а в сжимаемом газе – оно реализуется только в некоторой области, ниже которой снова происходит ветвление в докритическую область. Это объясняются влиянием сжимаемости.

В данной работе приведены результаты дальнейших исследований – рассмотрены трехмерные возмущения на режиме умеренного сверхзвукового числа Маха $M=2$, а также двумерные колебания на высоком сверхзвуковом M ($M=5.35$).

Работа поддержана РФФИ (код проекта № 15-01-00866а).

Self-Oscillations in a Supersonic Boundary Layer**N.M. Terekhova**

*Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of
Siberian Branch of RAS, Novosibirsk, Russia*

In the framework of a weakly nonlinear second-order stability theory in terms of nonlinearity, the generation of periodic oscillations in a supersonic boundary layer at moderate and high Mach numbers ($M = 2$ and 5.35) is investigated. The model includes self-action effects (generation of stationary secondary harmonics and double-frequency perturbations). It is shown that for 2D vortex perturbations the increase in M changes the character of the excitation from soft to hard, which leads to a decrease in the critical Reynolds number Re_c . For 3D perturbations of small azimuthal wave numbers, a supercritical self-oscillatory regime is established. A complex mode is realized for two-dimensional acoustic oscillations at $M = 5.35$ with hard excitation in the region Re_c .

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЛОКАЛЬНОГО ЭНЕРГОПОДВОДА НА ОБТЕКАНИЕ КЛИНА СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ

К.А. Тощев

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: konst.toshchev@tutanota.com

Управление воздушным потоком вокруг летательного аппарата может производиться несколькими способами, такими как: механическое разделение потока, применение струйных органов управления или локальным добавлением энергии. Последний способ в последнее время представляет значительный интерес, используемый в виде подвода различных типов разрядов к летательному аппарату. В частности, в работе [1] рассматривается воздействие точечного локального энергоподвода на поток в воздухозаборнике летательного аппарата.

В данной работе рассматривается мгновенный локальный энергоподвод в сверхзвуковой воздушный поток заостренного тела (клина). Отличительная черта работы заключается в том, что выделение энергии производится в цилиндрическую область воздушного потока, которая непосредственно примыкает к рассматриваемому клину. Цель работы заключается в исследовании картины течения и поиске оптимального положения цилиндрической области по действиям внешних сил. Решение задачи достигается численным исследованием аэродинамических сил, созданных путем ввода тепла, и расчете внешних сил по полученным данным при численном моделировании. Методика решения данной задачи основывается на работе [2]. Расчет граничных условий производится по уравнению состояния идеального газа. Достоверность результатов достигается путем сравнения результатов численного метода с аналитическим решением обтекания тупого угла сверхзвуковым потоком [3].

Кратковременное выделение тепла (2-3 мкс) может привести к значительному изменению картины обтекания тела, которое длится относительно долго (150-200 мкс). Безусловно локальный энергоподвод дает больше эффективности для уменьшения лобового сопротивления летательного аппарата. Этот факт согласуется с экспериментальными данными.

Литература

1. *Shneider M.N., Macheret S.O., Zaidi S.H., Girgis I.G., and R. B. Miles* Virtual Shapes in Supersonic Flow Control with Energy Addition// JOURNAL OF PROPULSION AND POWER Vol. 24, No. 5, September–October 2008. С. 900-915.
2. *Lashkov V.A., Karpenko A.G., Khoronzhuk R.S., and Mashek I.C.* Effect of Mach number on the efficiency of microwave energy deposition in supersonic flow//APL Physics of Plasmas, Volume 23, Issue 5, 2016. 10.1063/1.4949524
3. *Лойцянский Л.Г.*, МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ и ГАЗА. Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950. 378 с.

Investigation of the Influence of a Local Energy Deposition in Supersonic Flow on the Wedge Flow

K.A Toshchev

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Flows with an instantaneous local energy deposition are studied numerically, and the optimal location of the energy deposition region is investigated.

ДВУМЕРНЫЕ СТОКСОВЫ ТЕЧЕНИЯ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ. СТРОГИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

С.А. Чивилихин

*Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий,
механики и оптики, Санкт-Петербург, Россия*
E-mail: sergey.chivilikhin@gmail.com

Квазистационарное приближение Стокса [1, 2] используется для описания течения вязких жидкостей при малых числах Рейнольдса. Двумерные стоксовы течения со свободной границей привлекали внимание

многих исследователей. В частности, в работе [3] была использована аналогия между уравнениями теории упругости и уравнениями гидродинамики в стоксовом приближении для описания свободной границы полупространства. Хоппер [4] предложил описывать динамику свободной поверхности, как семейство конформных отображений.

В настоящей работе представлен метод расчета двумерных стоксовых течений, основанный на разложении давления в ряд по полной системе гармонических функций. Структура этой системы зависит от топологии области. Используя разложение давления, рассчитывается скорость жидкости на границе и скорость движения границы. В случае действия только капиллярных сил, давление представляет собой проекцию обобщенной функции с носителем на границе на подпространство гармонических функций [5].

Показано, что в двумерном случае существуют нетривиальные вариации давления и скорости, оставляющие неизменным ньютоновский тензор напряжений. Соответствующие вариации давления образуют базис для представления давления в виде ряда. Используя этот факт и вариационную формулировку задачи Стокса, получена система уравнений для коэффициентов этого разложения. Вариации давления дают базис для разложения вихревой части скорости с теми же коэффициентами, что и коэффициенты разложения давления.

Потенциальную часть скорости на границе находится непосредственно из граничных условий - известных значений поверхностной силы. После расчета скорости на границе заданной формы рассчитывается деформация границы за малый промежуток времени.

Метод может быть использован для исследования деформаций границы под действием капиллярных и гравитационных сил, внешнего давления, центробежной силы и т.д.

Для случая действия капиллярных сил и сил внешнего давления получены строгие ограничения на закон движения границы. В частности, предсказано ограничение на время существования конфигураций с заданным числом пузырей произвольной формы.

Литература

1. Френкель Я.И. Вязкое течение в кристаллических телах // ЖЭТФ. 1946. Т.16. №1. С. 29-38.
2. Хэппель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976. 630 С.
3. Ионеску В.Г. Теория аналитических функций и гидродинамика вязких жидкостей. - В сб.: Приложения теории функций в механике сплошной среды. Т.2. М.: Наука, 1965. С.236-251.
4. Hopper R.W. Stokes flow of a cylinder and half-space driven by capillarity // J. Fluid Mech. 1992. V.243. PP.171-181.
5. Чивилихин С.А. Плоское капиллярное течение вязкой жидкости с многосвязной границей в приближении Стокса // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1992. №1. С.117-122.

Two-Dimensional Stokes Flows with Free Boundary. Strict Results

S.A. Chivilikhin

ITMO University, Saint Petersburg, Russia

The quasi steady-state Stokes approximation is used to describe the flow of viscous liquids at low Reynolds numbers. For the case of the action of capillary forces and external pressure forces, strict restrictions on the law of motion of the boundary are obtained. The limitation on the lifetime of configurations with a given number of bubbles of arbitrary shape is predicted.

ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ СИЛЫ ЛОБОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ У ОСНОВНЫХ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ ПРОФИЛЕЙ

В.В. Чистяков^{1,2}, Е.В. Папков¹, С.А. Братчиков²

¹Михайловская военная артиллерийская академия, Санкт-Петербург, Россия

²Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: v.chistiakov@corp.ifmo.ru

Путем статистического анализа детальных степенных сплайнов гаврской формулы для профилей пуль G1, G2 и G7 установлена [1] линейная связь между логарифмом интервальной постоянной и показателем

степени (Рис. 1). С учетом зависимости от угла атаки α это означает, что в до- и сверхзвуковом диапазонах сила лобового сопротивления подчиняется закону $R(V, \alpha) = R_0 \left(\frac{V}{W_T} \right)^{n(V)} (1 + \varepsilon \sin^2 \alpha)$, где W_T — близкая к звуковой пороговая скорость, $w = R(W_T)$, $n(V)$ — значение показателя в кусочно-степенной формуле, хорошо приближаемое зависимостями типа $n(V) = n_0 + \lambda \left(\frac{V}{V_s} \right)^4$, $V < V_s$ и $n = n_{-2} \cdot \left(\frac{V}{W_T} \right)^{-2} + n_{-1} \cdot \left(\frac{V}{W_T} \right)^{-1} + n_0 + n_1 \cdot \left(\frac{V}{W_T} \right) + n_2 \cdot \left(\frac{V}{W_T} \right)^2$, $V > V_s$ (Рис. 2). Полученные результаты могут быть применены для интегрирования уравнений резистивного движения, а также в прикладной области сверхточного снайперства и дальнобойной артиллерии.

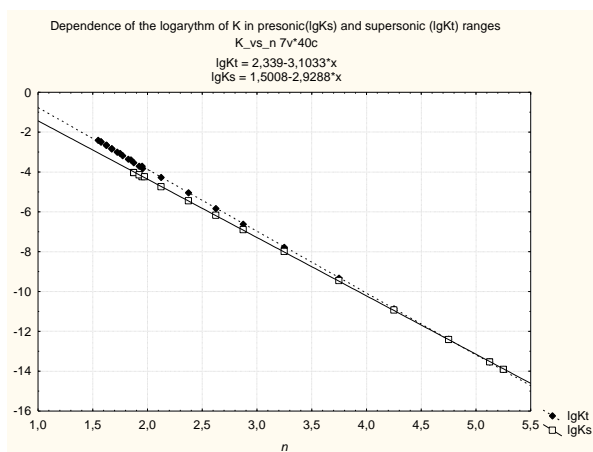


Рис. 1. Кривые $\lg K(n)$ для профиля G1.

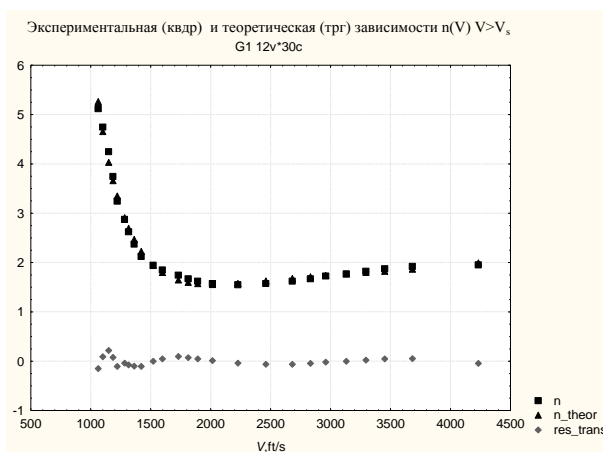


Рис. 2. Интерполяция $n(V)$ для G1 в сверхзвуковой области.

Литература

1. Чистяков В.В., Численно-аналитическое интегрирование уравнений свободного движения тяжелой точки вблизи звукового пика показателя степенного сопротивления// Компьютерные исследования и моделирование, 2013, т. 5, №. 5, сс. 785–798

Interpolation Formulas for the Dependence of Air Drag Force on Velocity and Angle of Attack for Basic Ballistic Profiles

V.V. Chistyakov^{1,2}, E.V. Papkov¹, S.A. Bratchikov²

¹Mikhailov Military Academy of Artillery, Saint Petersburg, Russia

²ITMO University, Saint Petersburg, Russia

Simple and precise expressions are deduced for drag function R of G1-, G2- and G7 ballistic profiles vs velocity V and attack angle α from detailed power-like splines in frames of the Gâvre formula $R = KV^n$.

ПОДКОВООБРАЗНАЯ СТРУКТУРА ВОКРУГ КРУГЛОГО ЦИЛИНДРА, РАСПОЛОЖЕНА НА ВЕРТИКАЛЬНОЙ НАГРЕТОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Ю.С. Чумаков, А.М. Левченя, Х. Малах

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: chumakov@yahoo.com, aero@phmf.spbstu.ru, hamid.malah@gmail.com

В последние 10-20 лет заметно возрос интерес к течениям, возникающим при взаимодействии пограничного слоя с различными препятствиями на поверхности, вдоль которой развивается этот слой. Натекание потока на препятствие инициирует встречный градиент давления, который приводит к отрыву пограничного слоя. Для подобных течений характерно образование довольно сложной вихревой структуры и, в первую очередь, образование так называемого подковообразного вихря.

В настоящей работе представлены результаты численного моделирования трехмерного свободно-конвективного течения, возникающего около вертикальной нагретой поверхности и примыкающего к ней кругового цилиндра, ось которого направлена по нормали к поверхности.

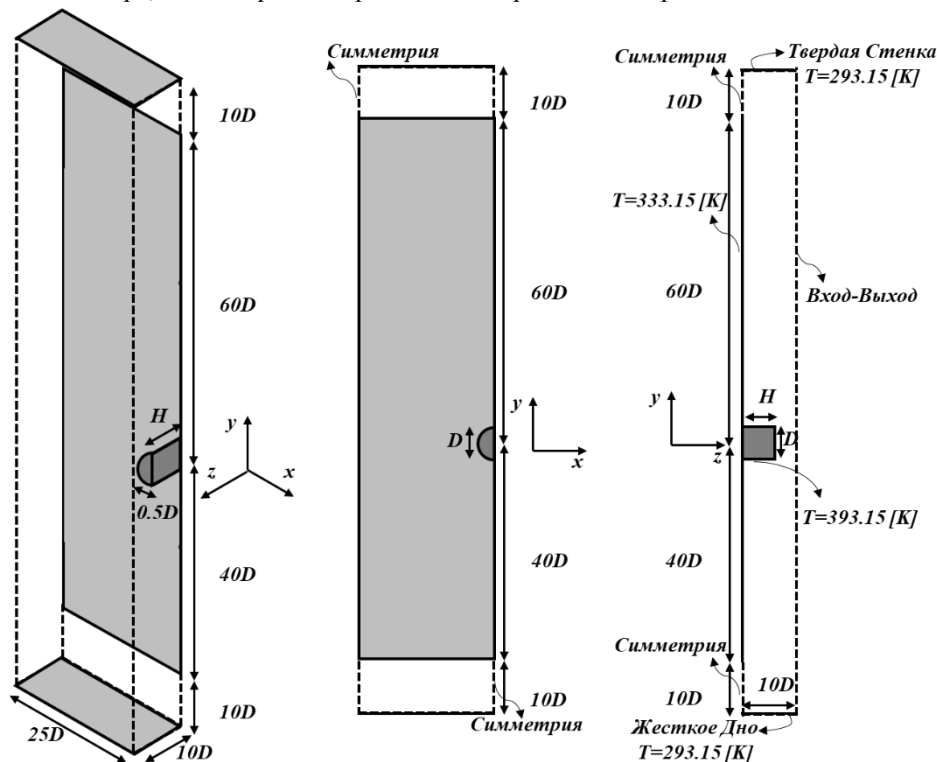


Рис. 1. Геометрия расчетной области при численном моделировании.

На рис.1, температура пластины равна 60°C и температура поверхности цилиндра задается равной 120°C .

A Study on Horseshoe Structures around Circular Cylinder, Located on Vertical Heated Plate

Yu.S. Chumakov, A.M. Levchenya, H. Malah

Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia

In this paper we present the results of numerical simulation of a three-dimensional free-convective flow that occurs near a vertical heated surface and an adjacent circular cylinder whose axis is directed along the normal to the surface.

ВЛИЯНИЕ КОНЦЕВЫХ ШАЙБ НА АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОХО ОБТЕКАЕМЫХ ТЕЛ

Р.В. Шмигирилов, А.Н. Рябинин

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: robin_fin@mail.ru, a.ryabinin@spbu.ru

Задачи исследования аэродинамических характеристик плохообтекаемых тел являются актуальными в настоящее время. Плохообтекаемыми телами могут являться здания и сооружения. Эксперименты по изучения влияния формы на аэродинамические характеристики балочных мостов проводились в работе [1]. Развитие технологий требует разработки новых математических моделей обтекания воздушным потоком различных плохообтекаемых объектов.

В настоящей работе экспериментально исследуются влияние концевых шайб на аэродинамические характеристики очень простого плохообтекаемого тела, каким является прямоугольная пластина, ориентированная перпендикулярно вектору скорости набегающего потока.

Исследования, проводимые в работах [2, 3] показали, что наличие концевых шайб существенно меняет зависимость коэффициента нормальной силы призм малого удлинения от угла атаки, что приводит к уменьшению в несколько раз критической скорости галопирования упруго закрепленных призм. В данной работе рассматривается влияние концевых шайб на изменение длины рециркуляционной зоны и донного давления в ближнем следе за прямоугольной пластиной.

Для каждой из четырех взятых пластин, отличающихся удлинением, проводились эксперименты для двух пар круглых концевых шайб разного диаметра. Для данных пластин с концевыми шайбами и без шайб были найдены коэффициент лобового сопротивления, коэффициент донного давления и размер рециркуляционной зоны. Выяснено, что наличие концевых шайб заметно увеличивает донное давление и длину рециркуляционной зоны. Этот эффект более заметен для больших шайб. Также была выявлена зависимость длины рециркуляционной зоны от удлинения пластин.

Литература

1. *Гостеев Ю.А., Обуховский А.Д., Саленко С.Д.* Влияние формы на аэродинамические характеристики балочных мостов // Инженерно-строительный журнал. 2014. №5. С. 63-72.
2. *Люсин В.Д., Рябинин А.Н.* Исследование влияния удлинения призмы на ее аэродинамические характеристики и амплитуду колебаний при галопировании // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1: Математика, механика, астрономия. 2011. № 2. С. 139-145.
3. *Ryabinin A.N., Lyusin V.D.* Galloping of small aspect ratio square cylinder // ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences. 2015. Vol. 10. № 1. P. 134-138.

Influence of End Plates on Aerodynamic Characteristics of Bluff Bodies

R.V. Shmigirilov, A.N. Ryabinin

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Aerodynamic characteristics of flat plate oriented normally the flow are studied in the wind tunnel. The experiments are carried out without end plates and with round end plates of different diameter. We obtain that end plates increase the base pressure and the length of recirculation region.

IV

ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКАЯ АЭРОМЕХАНИКА

PHYSICAL AND CHEMICAL AEROMECHANICS

РАЗЛИЧНЫЕ ПОДХОДЫ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В УГЛЕКИСЛОМ ГАЗЕ

И.В. Алексеев, А.А. Косарева, Е.В. Кустова, Е.А. Нагнибеда

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: alekseev1989@gmail.com, kos-hellen@yandex.ru, elena_kustova@mail.ru, e_nagnibeda@mail.ru

Исследование неравновесной кинетики необходимо при описании потоков газа, возникающих, например, у поверхности летательного аппарата при входе в атмосферу. В ударно нагретом слое происходит возбуждение внутренних степеней свободы молекул, которое необходимо учитывать для корректного определения параметров течения. При этом значительные сложности возникают при моделировании многоатомных газов, имеющих несколько каналов колебательной релаксации, в частности, углекислого газа, который составляет основную часть атмосферы Марса.

Следует отметить, что в условиях резкого сжатия в ударной волне значительное влияние на макропараметры может оказывать объемная вязкость. Известно, что в углекислом газе значения объемной вязкости могут превышать значения сдвиговой вязкости на несколько порядков [1]. Однако в большинстве работ в виду сложности физико-химической кинетики молекул углекислого газа объемная вязкость не учитывается при описании структуры ударной волны [2]. В работе [3] было проведено исследование структуры ударной волны в потоке углекислого газа с учетом объемной вязкости в однотемпературном приближении. Релаксация в ударной волне в азоте также рассмотрена в работах [4, 5] на основе континуального подхода и [6] с использованием модельного уравнения. В связи с этим актуальным представляется сравнение различных подходов к описанию фронта ударной волны в течениях углекислого газа.

В данной работе проводится сравнение структуры ударной волны в углекислом газе, полученной на основании различных моделей. Первый подход основан на рассмотрении газа внутри ударной волны как идеального. В данном случае условия, связывающие параметры в набегающем потоке и сразу за фронтом ударной волны, записаны в однотемпературном или многотемпературном приближениях с учетом колебательных распределений, устанавливающихся внутри фронта за счет быстрых энергообменов при замороженных медленных процессах [2]. Расчет параметров в релаксационной зоне проводится численно на основании уравнений идеального газа с учетом неравновесной колебательной релаксации и химических реакций. Второй подход описывает структуру ударной волны с учетом теплопроводности, сдвиговой и объемной вязкости, рассчитанных с использованием алгоритмов строгой кинетической теории [7]. Для описания течения стационарного одномерного потока используются уравнения Навье-Стокса. Проводится сравнение полученных решений.

Работа выполнена при поддержке НИР СПбГУ 6.37.206.2016.

Литература

1. *Cramer M.S.* Numerical estimates for the bulk viscosity of ideal gases // *Physics of Fluids*. 2012. Vol. 24, N 6. P. 066102.
2. *Kosareva A, Nagnibeda E.* Multi-temperature models for shock heated flows of CO₂/CO/O mixture // 7th European Conference for Aeronautics and Aerospace Sciences (EUCASS)
3. *Алексеев И.В., Кустова Е.В.* Расчет структуры ударной волны в CO₂ с учетом объемной вязкости // *Вестник С.-Петербург. ун-та. Сер. 1.* 2017. Т. 4. N 4.
4. *Elizarova T.G., Khokhlov A.A., Montero S.* Numerical simulation of shock wave structure in nitrogen // *Physics of Fluids*. 2007. Vol. 19. P. 068102.
5. *Chikitkin A.V., Rogov B.V., Tirsky G.A., Uryuzhnikov S.M.* Effect of bulk viscosity in supersonic flow past spacecraft // *Applied Numerical Mathematics*. 2015. Vol. 93. P. 47-60.
6. *Kosuge S., Aoki K. and Goto T.* Shock Wave Structure in Polyatomic Gases: Numerical Analysis Using a Model Boltzmann Equation // 30th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics: RGD 30, AIP Conference Proceedings. 2016. Vol. 1786. N 1. P. 180004.
7. *Нагнибеда Е.А., Кустова Е.В.* Кинетическая теория процессов переноса и релаксации в потоках неравновесных реагирующих смесей. // СПб.: Издательство: С.-Петербургского университета, 2003. 272 с.

Various Approaches in Simulation of a Shock Wave in Carbon Dioxide

I.V. Alekseev, A.A. Kosareva, E.V. Kustova, E.A. Nagnibeda

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Shock wave structure in carbon dioxide is studied using different approaches based on the equations of inviscid gas flows as well as on the Navier-Stokes equations taking into account bulk viscosity effect.

О ЗАВИСИМОСТИ ОБЛАСТИ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИОНАЛОВ ГИПЕРЗВУКОВОЙ АЭРОДИНАМИКИ ОТ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Г.Г. Бильченко, Н.Г. Бильченко

*Казанский Национальный Исследовательский Технический Университет имени А.Н. Туполева,
Казань, Россия*

E-mail: ggbil2@gmail.com, bilchnat@gmail.com

Данная работа продолжает исследования [1] по оценке диапазона изменения параметров, подлежащих оптимизации: интегральных теплового потока и силы ньютоновского трения.

В работах [2-4] рассмотрены следующие **прямые** задачи. По **заданным** управлениям: $m(x)$ – вдуву в ламинарный пограничный слой (ПС), $\tau(x)$ – температурному фактору: $\tau(x) = T_w(x)/T_{e_0}$, где T_w – температура стенки, а T_{e_0} – температура в точке торможения потока, и $s(x) = \sigma B_0^2(x)$ – магнитному полю, где $x \in X = [0;1]$, требуется **рассчитать** параметры модели ПС [5] (для случаев обтекания боковой поверхности кругового цилиндра и поверхности сферического носка) и **найти**: локальные тепловой поток $q(x; m, \tau, s)$ и напряжение трения $f(x; m, \tau, s)$, интегральные тепловой поток $Q(m, \tau, s)$ и силу трения $F(m, \tau, s)$, мощность $N(m, \tau, s)$ системы, обеспечивающей вдув:

$$(m, \tau, s) \rightarrow (q, f; Q, F, N).$$

В [2, 3] для заданных τ и s оптимальное m построено, как решение **экстремальной** задачи

$$Q(m, \tau, s) \rightarrow \inf_m \tag{1}$$

(для непрерывных m), при наличии *ограничения*

$$N(m, \tau, s) \leq N_{\max} \tag{2}$$

Аналогично [4], где приведены зависимости Q от N в случае постоянного и оптимального (1), (2) вдува, исследуются зависимости F от N . Приводятся результаты вычислительных экспериментов при $M_\infty = 10$, $H = 10$ [км], $R = 0,1$ [м] (для удобства сравнения с [2-4]).

Литература

1. Бильченко Г.Г., Бильченко Н.Г. Построение области экстремальных значений функционалов // «Герценовские чтения – 2016. Некоторые актуальные проблемы современной математики и математического образования» в электронном журнале «Дифференциальные уравнения и процессы управления». 2016. №2. Ч. 2. С. 56-61. [<http://www.math.spbu.ru/diffjournal/pdf/herzen2016.pdf>]
2. Бильченко Н.Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на пронизываемых поверхностях при гиперзвуковых режимах полёта // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика и математика. 2015. №1. С. 83-94.
3. Бильченко Н.Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на пронизываемых поверхностях тел вращения при гиперзвуковых режимах полёта // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. 2015. №1. С. 5-8.
4. Бильченко Н.Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на пронизываемых поверхностях при гиперзвуковых режимах полёта: сравнительный анализ применения “простых” законов вдува // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика. Математика. 2015. №1. С. 95-102.
5. Бильченко Н.Г. Метод А.А. Дородницына в задачах оптимального управления тепломассообменом на пронизываемых поверхностях в ламинарном пограничном слое электропроводящего газа / Н. Г. Бильченко // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. 2016. № 1. С. 5-14.

On the Hypersonic Aerodynamics Functionals Values Domain Dependence on Controls

G.G. Bilchenko, N.G. Bilchenko

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev, Kazan, Russia

The hypersonic aircraft permeable cylindrical and spherical surfaces effective effusion control mathematical modeling problems are considered. The hypersonic aerodynamics functionals (the total Newton friction force

and total heat flow) dependences on controls are investigated. The computation experiments results are presented.

О СПЕЦИАЛЬНОМ СЛУЧАЕ ПОСТРОЕНИЯ ОБЛАСТИ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИОНАЛОВ ГИПЕРЗВУКОВОЙ АЭРОДИНАМИКИ

Г.Г. Бильченко, Н.Г. Бильченко

Казанский Национальный Исследовательский Технический Университет имени А.Н. Туполева,
Казань, Россия

E-mail: ggbil2@gmail.com, bilchnat@gmail.com

Пусть заданы [1] сетки $X_1: x_0^{\wedge}=0 < x_1^{\wedge} < \dots < x_{n_1}^{\wedge}=1$, $X_2: x_0^{\vee}=0 < x_1^{\vee} < \dots < x_{n_2}^{\vee}=1$; на $X=[0;1]$ фиксированы управления – температурный фактор $\tau(x)$ и магнитное поле $s(x)$; заданы ограничения на управление – вдув $m(x): m^{(k)}(x) \in I_{j,k}^m = [b_{j,k}^m; t_{j,k}^m]$ для $x \in [x_{j-1}^{\wedge}; x_j^{\wedge}]$, $j=1, \dots, n_1$, $k=0, \dots, \nu_1^m$, $\nu_1^m \geq 0$; выбран некоторый подотрезок $[N_1; N_2] \subset [\inf_m N(m, \tau, s); \sup_m N(m, \tau, s)]$. Требуется для всех $N_c \in [N_1; N_2]$, и, в отличие от [2], для заданных контрольного локального теплового потока $q^{\vee} = (q_j^{\vee})_{j=0, \dots, n_2}$ [1] и величин $\delta > 0$, $p \in [1; +\infty]$, найти множества точек $P(m, \tau, s) = (Q(m, \tau, s), F(m, \tau, s), N(m, \tau, s))$

$$D(N_c; q^{\vee}, \delta, p) = \{P(m, \tau, s) : N(m, \tau, s) = N_c, R_p(q, q^{\vee}) \leq \delta\} \quad \text{и} \quad T(q^{\vee}, \delta, p) = \bigcup_{N_c \in [N_1; N_2]} D(N_c; q^{\vee}, \delta, p),$$

где $q = (q_j)_{j=0, \dots, n_2}$, $q_j = q(x_j^{\vee}; m, \tau, s)$, а $R_{\infty}(q; q^{\vee}) = \max_{j=0, \dots, n_2} |q_j - q_j^{\vee}|$, $R_p(q; q^{\vee}) = \left(\sum_{j=0}^{n_2} |q_j - q_j^{\vee}|^p \right)^{1/p}$

при $p \in [1; +\infty)$. Пользуясь тем, что Q, F, N рассматриваются [1-3] как безразмерные величины, для $\varphi \in [0; 2\pi]$ введём $\Psi(m, \tau, s; \varphi) = \cos(\varphi) \cdot Q(m, \tau, s) + \sin(\varphi) \cdot F(m, \tau, s)$ и найдём множество $I(N_c; \varphi, q^{\vee}, \delta, p) \subseteq D(N_c; \dots)$ точек $P(m_*, \tau, s)$, соответствующих решениям $m_*(x)$ экстремальной задачи $\inf_{m: N(m, \tau, s) = N_c, R_p(q, q^{\vee}) \leq \delta} \Psi(m, \tau, s; \varphi)$. Пусть $E(N_c; \dots) = \bigcup_{\varphi \in [0; 2\pi]} I(N_c; \varphi, \dots)$, $S(q^{\vee}, \delta, p) = \bigcup_{N_c \in [N_1; N_2]} E(N_c; \dots)$

. Область экстремальных значений $S(q^{\vee}, \delta, p)$ является боковой поверхностью множества $T(q^{\vee}, \delta, p)$.

Аналогичные задачи рассмотрены для контрольных локального напряжения трения $f^{\vee} = (f_j^{\vee})_{j=0, \dots, n_2}$ [1] или пар (q^{\vee}, f^{\vee}) [3]. Обсуждаются результаты вычислительных экспериментов по построению областей экстремальных значений.

Литература

1. Бильченко Г.Г., Бильченко Н.Г. Обратные задачи тепломассообмена на проницаемых поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов. I. О некоторых постановках и возможности восстановления управления // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. 2016. №4. С. 5-12.
2. Бильченко Г.Г., Бильченко Н.Г. Построение области экстремальных значений функционалов // «Герценовские чтения – 2016. Некоторые актуальные проблемы современной математики и математического образования» в электронном журнале «Дифференциальные уравнения и процессы управления». 2016. №2. Ч. 2. С. 56-61. [http://www.math.spbu.ru/diffjournal/pdf/herzen2016.pdf]
3. Бильченко Г.Г., Бильченко Н.Г. Обратные задачи тепломассообмена на проницаемых поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов. III. О постановке двумерных задач и областях допустимых значений «тепло-трение» // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. 2017. №1. С. 18-25.

On a Special Case of Hypersonic Aerodynamics Functionals Extreme Values Domain Obtaining

G.G. Bilchenko, N.G. Bilchenko

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev, Kazan, Russia

The hypersonic aircraft permeable surfaces effusion heat and mass transfer optimization problems are considered. The laminar boundary layer control laws giving the extreme values of total Newton friction force, total heat flow and their combinations with additional restrictions (on control and its derivatives) are obtained. The computation experiments results on functionals extreme values domains obtaining are discussed.

СКОРОСТЬ ЗВУКА В ПЯТИКОМПОНЕНТНЫХ ВОЗДУШНЫХ СМЕСЯХ РАЗНОЙ ПЛОТНОСТИ

Н.В. Богданова, М.А. Рыдалевская

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: nata-mini@mail.ru, rydalevska@rambler.ru

Исследуются локально равновесные потоки воздушных смесей при разных значениях температуры и плотности. Равновесный состав смесей определяется в результате интегрирования функций распределения по пространству внутренних скоростей микрочастиц и суммирования по уровням их внутренней энергии. С повышением температуры наряду с молекулами N_2 и O_2 в газе могут присутствовать свободные атомы O и N , а в некотором диапазоне температур и молекулы NO . Описание локально равновесных течений таких смесей осуществляется на основе системы уравнений, в которую кроме уравнений сохранения импульса и энергии входят уравнения общих чисел атомов O и N (имеются в виду как свободные атомы, так и входящие в состав молекул). Такой подход позволил получить традиционное соотношение вида $a^2 = \kappa p / \rho$ (a – скорость распространения малых возмущений, которая в аэродинамике идентифицируется со скоростью звука, p – давление, ρ – массовая плотность) и вывести формулу, определяющую зависимость коэффициента κ от температуры и плотности воздушной смеси.

В докладе приводятся результаты расчета температурных зависимостей коэффициента κ и скорости звука a при разных значениях массовой плотности ρ . В ситуации, когда молекулы обладают лишь поступательными и вращательными степенями свободы, $\kappa = 1,4$. В полностью диссоциированном газе $\kappa = 1,6(6)$. Возбуждение колебательных степеней свободы, а затем и изменение химического состава приводит к ряду немонотонных эффектов в температурной зависимости коэффициента κ . Нам удалось показать, что уменьшение массовой плотности приводит к «сдвигу» всех изменений коэффициента κ в область более низких температур.

Полученные результаты могут найти применение при исследовании высокоскоростных течений воздушных смесей в разных физических условиях.

Speed of Sound in Five-Component Air Mixtures of Different Density

N.V. Bogdanova, M.A. Rydalevskaya

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Local equilibrium flows of air mixtures at different temperatures and densities are studied. At high temperatures the gas consists of oxygen and nitrogen atoms, as well as of molecules oxygen, nitrogen and oxide of nitrogen. The report presents the results of calculating the temperature dependences of the coefficient κ and speed of sound a at different initial density.

О МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССОВ КОНДЕНСАЦИИ В РАЗРЕЖЕННЫХ ТЕЧЕНИЯХ ПАРА

Н.Ю. Быков¹, Ю.Е. Горбачев², С.А. Фёдоров¹

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

²Coddan Technologies LLC, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: nbykov2006@yandex.ru

Разреженные и околосредные течения с процессами формирования кластеров в объеме широко распространены в вакуумных технологиях нанесения покрытий различного назначения, синтеза наночастиц, в аэрокосмических приложениях, а также реализуются в атмосферах планет и комет. Для расчета таких течений, как правило, используется метод прямого статистического моделирования (ПСМ) [1]. Разработка физически адекватных моделей конденсации для метода ПСМ является крайне актуальной задачей.

В настоящей работе рассматриваются два альтернативных подхода к моделированию процессов конденсации: на базе кинетической теории (КТ) и на базе модифицированной классической теории нуклеации (МКТН). Кинетический подход предполагает моделирование всей цепочки образования кластеров, начиная с димеров (формируемых при тройных/парных столкновениях мономеров). Вероятности ассоциации мономеров в димер, столкновительного распада димера, ассоциации при парных столкновениях мономер-кластер, мономолекулярного распада кластеров являются функциями параметров индивидуальных частиц (внутренних энергий, а в случае процессов ассоциации, и относительной скорости сталкивающихся частиц) [2]. МКТН предполагает определение критического размера кластеров и скорости процесса нуклеации [3]. Такой подход, с одной стороны, упрощает расчет “старта” процесса образования кластеров (не требует детального расчета процесса димеризации), но, с другой стороны, требует расчета теплофизических параметров течения (температуры) на каждом временном шаге.

Анализ эффективности и физической адекватности рассматриваемых моделей проведен на примере расчета истечения пара воды из источника, давление и температура в котором поддерживаются постоянными, в вакуум через круглое отверстие радиуса R в бесконечно тонкой стенке. Рассматривается диапазон чисел Кнудсена $10^{-3} < Kn = \lambda/R < 0.05$ (λ – средняя длина свободного пробега, рассчитанная по параметрам в источнике). Проведено сравнение с экспериментальными данными [4]. Расчеты выполнены с помощью разработанного программного комплекса на кластере “Политехник - РСК Торнадо” в Суперкомпьютерном центре “Политехнический”.

Литература

1. Bird G. A. Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows. Oxford: Clarenton Press, 1994. 458 p.
2. Bykov N. Y., Gorbachev Yu. E. Mathematical models of water nucleation process for the direct simulation Monte Carlo method // Applied Mathematics and Computation. 2017. Vol. 296. P. 215-232.
3. Быков Н.Ю., Горбачев Ю.Е. Прямое статистическое моделирование процессов формирования кластеров в газовой фазе: классический подход с поправкой на размер кластера // Теплофизика высоких температур. 2015. Т. 53, № 2. С. 291-300.
4. Calo J.M. Dimer formation in supersonic water vapor molecular beams // J. Chem. Phys. 1975. Vol. 62. P. 4904-4912.

On Condensation Process Modeling in Rarefied Vapor Flows

N.Yu. Bykov¹, Yu.E. Gorbachev², S.A. Fedorov¹

¹Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia

²Coddan Technologies LLC, Saint Petersburg, Russia

The numerical research of water vapor plume outflow in vacuum from the source with constant vapor pressure and temperature was carried out by the direct simulation Monte Carlo (DSMC) method. Two approaches for cluster formation modeling based on (i) modification of classical nucleation theory and (ii) on kinetic approach were applied. The comparison with experimental data was fulfilled.

ПРОЦЕССЫ ПЕРЕНОСА И СКОРОСТЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ МАЛЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В КОЛЕБАТЕЛЬНО НЕРАВНОВЕСНОМ ГАЗЕ ИЗ АНГАРМОНИЧЕСКИХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

Ю.Н. Ворошилова, М.А. Рыдалевская

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: Yulyavoroshilova@yandex.ru, Rydalevska@rambler.ru

Исследованию колебательно неравновесных состояний химически однородных двухатомных газов, начиная с 70-х годов XX века, было посвящено большое число работ. Это вызвано тем, что в расширяющихся сверхзвуковых потоках таких газов было обнаружено нарушение больцмановского распределения колебательной энергии молекул, описываемой на основе модели ангармонического осциллятора [1].

Теоретически, соответствующее неравновесное распределение на нижних колебательных уровнях удачно описывает распределение Тринора [2]. Для описания неравновесных распределений во всей области изменения колебательной энергии молекул был предложен целый ряд моделей (см., например, [3–5]).

Наиболее широкое применение при решении задач неравновесной газовой динамики и исследовании процессов переноса получило так называемое составное распределение [4, 6].

Модель, предложенная в работе [5] (см. также [7]), опирается на положения и выводы работы [8], согласно которым вероятность молекулярных колебательных обменов существенно зависит от относительной величины дефекта резонанса колебательной энергии. Эта модель позволяет найти дополнительный инвариант столкновений, формирующих неравновесные квазистационарные распределения, и представить логарифмы соответствующих функций распределения в виде линейной комбинации всех инвариантов этих столкновений. Модель была использована при исследовании влияния колебательного возбуждения молекул на скорость распространения в газе малых возмущений, которая в гидроаэромеханике ассоциируется со скоростью звука [9].

В настоящем докладе приводятся результаты исследования колебательно неравновесных течений двухатомных газов из ангармонических осцилляторов на основе модельных кинетических уравнений. Эти уравнения получаются в результате подстановки квазистационарных функций распределения, о которых говорилось выше, в обобщенные модельные уравнения, введенные в работе [10]. Особое внимание уделяется расчету кинетических коэффициентов и установлению связи между коэффициентом объемной вязкости и скоростью распространения малых возмущений в рассматриваемых неравновесных условиях.

Литература

1. *Caledonia G., Center R.* Vibrational Distribution Functions in Anharmonic Oscillators // *J. Chem. Phys.* Vol. 55. N 2. P. 552-571.
2. *Treanor C. E., Rich J. W., Rehm R. G.* Vibrational Relaxation of Anharmonic Oscillators with Exchange-Dominated Collisions // *J. Chem. Phys.* 1968. Vol. 48. N 4. P. 1798-1806.
3. *Гордиец Б. Ф., Осипов А. И., Шелепин Л. А.* Кинетические процессы в газах и молекулярные лазеры. М.: Наука, 1980; Engl. transl. Amsterdam: Gordon and Breach Science Publishers, 1988.
4. *Kustova E., Nagnibeda E.* New Kinetic Model of Transport Processes in the Strong Non-Equilibrium Gas // *Rarefied Gas Dynamics: Proc. of the 19th Intern. Symp.* / Eds. J. Havey, G. Lord. Oxford: Oxford Univ. Press. 1995. P. 78-84.
5. *Rydalevskaya M.* Relaxing Gas of Anharmonic Oscillators. Kinetics and Gas Dynamics // *Rarefied Gas Dynamics: Proc. of the 19th Intern. Symp.* / Eds. J. Havey, G. Lord. Oxford: Oxford Univ. Press. 1995. P. 578-582.
6. *Нагнибеда Е.А., Кустова Е.В.* Кинетическая теория процессов переноса и релаксации в потоках неравновесных реагирующих смесей. // СПб.: Издательство: С.-Петербургского университета, 2003. 272 с.
7. *Рыдалевская М. А.* Статистические и кинетические модели в физико-химической газодинамике. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2003.
8. *Осипов А. И., Уваров А. В.* Кинетические и газодинамические процессы в неравновесной молекулярной физике // *Успехи физ. наук.* 1992. Т. 162, № 11. С. 1-42.
9. *Ворошилова Ю. Н., Рыдалевская М. А.* Влияние колебательного возбуждения молекул на скорость звука в высокотемпературном двухатомном газе // *Прикл. механика и техн. физика.* 2008. Т. 49, № 3. С. 28-34.
10. *Рыдалевская М. А.* Иерархия времен релаксации и модельные кинетические уравнения // *Вестник С.-Петерб. ун-та.* Сер. 1. 2010. Выпуск 2. С. 55-62.

Transport Processes and Velocity of Propagation of Small Perturbations in Vibrationally Non-Equilibrium Gas of Anharmonic Oscillators

Yu.N. Voroshilova, M.A. Rydalevskaya

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The results of investigation of vibrationally non-equilibrium flows of diatomic gases of anharmonic oscillators are suggested on the basis of model kinetic equations. These equations are derived as result of substituting quasi-stationary distribution functions into generalized model equations. Special attention is given to the calculation of kinetic coefficients and the determination of the connection between the coefficient of bulk viscosity and the velocity of propagation of small perturbations under considered non-equilibrium conditions.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВНЕШНЕГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ФУНКЦИЮ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИОНОВ В СЛАБОИОНИЗОВАННОМ ГАЗЕ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ СЕЧЕНИЙ РАССЕЙЯНИЯ

А.Б. Герасименко¹, И.А. Эндер², Л.А. Бакалейников¹, Е.Ю. Флегонтова¹

¹Физико-технический институт имени А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия

²Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: gerasimenko.alexander@mail.ioffe.ru, bakal@ammp.ioffe.ru

В докладе рассмотрена задача о расчете функции распределения малой примеси ионов на фоне равномерно распределенных по скоростям атомов при наличии электрического поля. В отличие от ранее выполненных расчетов, где рассматривались модельные потенциалы взаимодействия, в данной работе расчет проведен для более широкого класса моделей. Функция распределения определялась с помощью прямого решения уравнения Больцмана моментным методом, который заключается в преобразовании уравнения Больцмана в систему дифференциальных уравнений, что достигается разложением функции распределения и интеграла столкновений по функциям Барнетта [1]. Проведение расчетов для широкого спектра моделей стало возможно благодаря разработанному нами методу вычисления матричных элементов (МЭ) интеграла столкновений, основанному на рекуррентной процедуре, которая позволяет последовательно отыскивать коэффициенты разложения изотропных матричных элементов интеграла столкновений по омега-интегралам [2, 3]. Найденные изотропные МЭ используются для построения неизотропных МЭ в ходе второй рекуррентной процедуры. Предлагаемый подход позволяет решать моментным методом целый класс кинетических задач для произвольных скоростных зависимостей сечений рассеяния.

Представлены результаты расчетов ФР, а также первых ее моментов, для нескольких скоростных зависимостей сечения рассеяния и проведено сравнение с известными экспериментальными результатами.

Литература

1. Эндер А.Я., Эндер И.А. Интеграл столкновений уравнения Больцмана и моментный метод. СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2003. 224 с.
2. Эндер И.А., Бакалейников Л. А., Флегонтова Е. Ю., Герасименко А. Б. Рекуррентная процедура построения неизотропных матричных элементов интеграла столкновений нелинейного уравнения Больцмана // ЖТФ. 2017. Т. 87, № 8.
3. Эндер И.А., Бакалейников Л. А., Флегонтова Е. Ю., Герасименко А. Б. Изотропные матричные элементы интеграла столкновений уравнения Больцмана // ЖТФ. 2017. Т. 62, № 9

Investigation of the Influence of the External Electronic Field on the Function of the Distribution of Ions in the Low-Ionized Gas for Different Scattering Schemes

A.B. Gerasimenko¹, I.A. Ender², L.A. Bakaleinikov¹, E.Yu. Flegontova¹

¹*Ioffe Physico-Technical Institute, Saint Petersburg, Russia*

²*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

The problem of the behavior of a small impurity of ions on an equilibrium background in the presence of an electric field is considered. The solution is accomplished by a direct solution of the Boltzmann equation using the Barnett expansion. Calculations for a wide range of models have become possible thanks to a recursive procedure based on a recurrence procedure that allows one to sequentially search for the coefficients of the expansion of the isotropic matrix elements of the collision integral over omega integrals. The results of calculations of the distribution function, as well as its first moments, for several velocity dependences of the scattering cross section are presented and a comparison with known experimental results is made.

NON-EQUILIBRIUM REACTION RATES IN CHEMICAL KINETICS EQUATIONS

Yu.E. Gorbachev

Coddan Technologies LLC, Saint Petersburg, Russia

E-mail: yuriy.gorbachev@gmail.com

Both the absolute reaction rate theory and corresponding stochastic approaches [1] consider the reaction as a thermodynamic parameter, which is characterized by the equilibrium distribution. Non-equilibrium effects are considered only for driven systems. Gas-phase reactions can be definitely considered as the driven system processes due to the flow impact. In the pioneer work of Prigogine et al [2], where the gas-dynamic equations for the chemically reactive gases were derived assuming that the 'chemical' part of the collisional integral is a small perturbation of the order of the Knudsen number, obtained zero-order (Euler) equations also contain only equilibrium reaction rates. Since, in general, the 'chemical' collisional integral is not small, a new method for solving Boltzmann equation for chemically reactive gas without separating small parts, is required. Such method was proposed in [2] and developed in [3-9].

The main results of this approach consist in that the reaction rate of species α (1) is a complex function of densities of all species participating in the reactions with species α , (2) contain a term proportional to the gas-dynamic velocity divergency describing the spatial inhomogeneous effects. As shown in [7,8], the reaction rates can be represented in a renormalized form: as a product of a reduced individual reaction rate and a resolvent of a renormalizing matrix. A reduced rate consists of three terms: an equilibrium reaction rate and two corrections, spatially homogeneous (controlled by the chemical reactions and relaxation of the internal degrees of freedom) and spatially inhomogeneous (controlled by the velocity divergency). Renormalized matrix and two corrections to the reduced rate are determined by the correspondent parts of the distribution function, for each of which an integral equation is derived. Approximate solution of those equations yields the expressions for the aforementioned resolvent and corrections to the equilibrium reaction rates via the integral brackets for inelastic collisions and energy transfer coefficients.

References

1. Hanggi P., Talkner P., Borkovec M. Reaction-rate theory: fifty years after Kramers // *Rev. Mod. Phys.* 1990. Vol. 62. N 2. P. 251-341.
2. Prigogine I., Xhrouet-E. On the perturbation of Maxwell distribution function by chemical reactions in a gas // *Physica.* 1949. Vol. 15. P. 913-932.
3. Kolesnichenko E.G., Gorbachev Yu.E. Gas-dynamic equations for spatially inhomogeneous gas mixtures with internal degrees of freedom. I. General theory // *Appl. Math. Mod.* 2010. Vol. 34, N 12. P. 3778-3790.
4. Kolesnichenko E.G., Gorbachev Yu.E. Gas-dynamic equations for spatially inhomogeneous gas mixtures with internal degrees of freedom. II. General representation for one-temperature reaction rates // *Appl. Math. Mod.* 2012. Vol. 37. N 7. P. 5304-53014.
5. Kolesnichenko T.G., Gorbachev Yu.E. Chemical reactions in non-equilibrium gas mixtures and mass action law breakdown. // *Shock Waves.* 2013. Vol. 23. N 6. P. 635-648.

6. *Kolesnichenko T.G., Gorbachev Yu.E.* Two-temperature Reaction and Relaxation Rates // *Shock Waves*. 2017. Vol. 27. N 3. P. 333-374.
7. *Gorbachev Yu.E.* Gas-dynamic equations for spatially inhomogeneous gas mixtures with internal degrees of freedom. III. Renormalized reaction rates // *Appl. Math. Mod.* 2016. Vol. 40. N 23-24. P. 10131-10152.
8. *Gorbachev Yu.E.* Renormalized reaction and relaxation rates // *ICNAAM*. 2015. AIP Conf. Proc. 2016. Vol. 1738. P. 090002.
9. *Gorbachev Yu.E.* Renormalized reaction and relaxation rates for harmonic oscillator model // *ICNAAM*. 2016. AIP Conf. Proc. 2017. Vol. 1863. N 1. P. 110002.

Неравновесные скорости реакций в уравнениях химической кинетики

Ю.Е. Горбачев

Коддан Текнолоджис, Санкт-Петербург, Россия

Разработанный метод решения уравнения Больцмана для химически реагирующей смеси газов позволяет представить индивидуальные скорости реакций в ренормализованном виде, учитывающем все члены разложения по числу Кнудсена. Предложено приближение, в рамках которого удается выразить резольвенту ренормализационной матрицы, а также поправки к равновесной скорости реакций через скобочные интегралы неупругих столкновений и коэффициентов передачи энергии.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВОЗДУШНО-КАПЕЛЬНО-КРИСТАЛЛИЧЕСКОГО ПОТОКА С ТВЕРДЫМ ТЕЛОМ В ПРИЛОЖЕНИИ К ПРОБЛЕМЕ ОБЛЕДЕНЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

В.А. Жбанов¹, А.В. Кашеваров^{1,2}, А.Б. Миллер^{1,3}, Ю.Ф. Потапов¹, А.Л. Стасенко^{1,3}

¹*Центральный аэрогидродинамический институт им. профессора Н.Е. Жуковского, Жуковский, Россия*

²*Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), Москва, Россия*

³*Московский физико-технический институт, Москва, Россия*

E-mail: zhanov@physics.msu.ru, a.v.kash@yandex.ru, abmiller@yandex.ru, iu.potapow@yandex.ru, stasenko@serpantin.ru

К настоящему времени имеется обширная библиография [1] по теоретическому исследованию динамики отдельных фрагментов воды, капель, ручейков, пленки на поверхности тела в воздушно-капельном потоке и временной эволюции наледи в функции от многочисленных определяющих параметров (условий полета: скорости, температуры, массового содержания воды в потоке в виде пара или капель; физико-механических свойств: поверхностного натяжения, угла смачивания, коэффициента теплопроводности, удельной теплоемкости материала обтекаемого тела). Однако остаются трудные для математического описания процессы, связанные с трехмерным (и, вообще говоря, нестационарным) пограничным слоем воздуха, увлекающего жидкую пленку вдоль поверхности, а также образованием «штормовых волн» и срывом капель.

Для исследования этих явлений создан экспериментально-теоретический комплекс [2], состоящий из небольших лабораторных газодинамических аэроохлаждающих установок и сопровождающих их работу численно-теоретических программ [3, 4], обеспечивающих оценку параметров, не измеряемых в эксперименте. В настоящей работе приведены полученные экспериментально значения коэффициента уноса массы за счет срыва капель с жидкой пленки и испарения в несущий поток. Сравнение результатов с опытными данными по эволюции пленок воды в других условиях (моделирующих работу влажнопаровых турбин [5]) позволило получить интерполяционные выражения для границы капельного уноса массы в широкой области значений толщины пленки (от 10 мкм до нескольких миллиметров) и скорости потока воздуха.

Приведены результаты экспериментов и численных исследований эволюции пленки на поверхности модельного профиля в широкой области управляющих параметров.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект 16-19-10472).

Литература

1. Myers T.G., Thompson C.P. Modeling the flow of water on aircraft in icing conditions // AIAA J. 1998. Vol. 36. N 6. P. 1010-1013.
2. Miller A.B., Potapov Yu.F., Stasenko A.L. Experimental and theoretical investigations of aircraft icing in the case of crystal and mixed-phase flow // Proc. of the 29th congress of the Intern. council of the aeronaut. sci. (ICAS), St-Petersburg (Russia), 7–12 Sept. 2014. S. 1. Paper 0576.
3. Стасенко А.Л., Толстых А.И., Широбоков Д.А. К моделированию оледенения самолета: Динамика капель и поверхность смачивания // Математическое моделирование. 2001. Т. 13. № 6. С. 81-86.
4. Кашеваров А.В., Стасенко А.Л. Гидротермодинамика жидкой пленки с кристаллами на поверхности тела в потоке воздуха, содержащем частицы льда // ПМТФ. 2017. Т. 58. № 2. С. 103-114.
5. Дейч М.Е., Филиппов Г.А. Газодинамика двухфазных сред. М.: Энергоатомиздат. 1981. 472 с.

Experimental Investigations of Interaction of an Air-Droplet-Crystal Flow with a Solid Body in the Problem of a Flyer Icing

V.A. Zhanov¹, A.V. Kashevarov^{1,2}, A.B. Miller^{1,3}, Yu.F. Potapov¹, A.L. Stasenko^{1,3}

¹Central Aerohydrodynamic Institute named after Prof. N.E. Zhukovsky, Zhukovsky, Russia

²Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

³Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow, Russia

An experimental facility for modeling icing processes is described and results are presented of the values of blowing-off water mass from the surface liquid film due to droplet detachment and evaporation.

ГИДРОСТАТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ И ПОГЛОЩЕНИЕ СОЛНЕЧНОЙ ЭНЕРГИИ ЗЕМНОЙ АТМОСФЕРОЙ

Н.И. Забелина, М.А. Рыдалевская

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: zabelina.nattaly@gmail.com

Экспериментальным и теоретическим исследованиям земной атмосферы всегда уделялось много внимания. В результате использования различных экспериментальных методов были определены наборы основных физических величин, характеризующих состояние атмосферы на разных высотах. В настоящее время все имеющиеся данные об изменении значений стандартных атмосферных параметров с высотой сведены в единую таблицу (ГОСТ 4401-81) [1]. Следует, однако, отметить, что теоретическое описание процессов, происходящих в различных слоях атмосферы, не потеряло своей актуальности. В работе [2] приводится большой обзор таких методов.

Рассматривается равновесное состояние атмосферы, когда можно считать, что воздушная масса находится в покое. В этих условиях для описания состояния воздушной смеси могут быть использованы гидростатические соотношения. Одним из основных таких соотношений является интеграл Бернулли. При записи этого интеграла в работе вводится дополнительное слагаемое, соответствующее постоянному количеству поглощаемой на данной высоте солнечной энергии. При записи потенциала массовых сил учитывается зависимость величины ускорения свободного падения от расстояния до центра Земли в виде, представленном в работе [3]. Энтальпия воздушной смеси включает разные виды энергии микрочастиц, входящих в ее состав в рассматриваемом атмосферном слое.

Сравнение значений гидродинамических параметров, полученных теоретически, с данными таблиц [1] позволяет уточнить границы деления на слои земной атмосферы и оценить влияние солнечной энергии на физико-химические процессы. Приводятся результаты расчета величины, характеризующей изменение удельного поглощения солнечной энергии в тропосфере с высотой.

Литература

1. Межгосударственный Стандарт. Атмосфера стандартная. М.: ИПК Издательство стандартов, 2004.
2. Хромов С.П., Петросяц М.А. Метеорология и климатология. М.: Наука, 2006. 582 с.
3. Saha K. The Earth's Atmosphere: Its Physics and Dynamics. Berlin: Springer Science & Business Media, 2008. 367 p.

Hydrostatic Ratio and Energy Absorption in the Earth's Atmosphere

N.I. Zabelina, M.A. Rydalevskaya

Saint Petersburg University, Saint Petersburg, Russia

The problem of theoretical description of Earth's atmosphere is considered. Air mixture is supposed to be in equilibrium. The hydrostatic ratio is used to describe a state of atmosphere. Particularly, a quantity of absorbed energy is introduced in Bernoulli equation. Mass potential expression contains a gravitational acceleration g . The variation of this acceleration from latitude and height above the earth's surface is accounted for. The value of parameter g is empirically given by the approximate relation in work [3]. The enthalpy of air mixture includes different types of energy of particles.

Comparison of theoretical approach and experimental data (given by tables [1]) allows to calculate boundaries between atmospheric layers more accurately. The influence of solar energy on physical and chemical processes is estimated. The value, characterizing how specific solar energy absorption varies with height in the troposphere, is presented.

RAINET: ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ РАСЧЕТА СВОЙСТВ И КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕНОСА В РАЗЛИЧНЫХ ЗАДАЧАХ НЕРАВНОВЕСНОЙ ГАЗОДИНАМИКИ

В.А. Истомин

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: vladimir_istomin@ifea.spbu.ru

Знание физико-химических свойств различных смесей газов с учетом сильных отклонений от термодинамического равновесия необходимо во многих прикладных областях знаний, связанных с аэрокосмической и оборонной промышленностью. В рамках работы с программным комплексом "Planet Atmosphere Investigator of Non-equilibrium Thermodynamics" (RAINeT), разрабатываемом авторами проекта в стенах Санкт-Петербургского государственного университета, возможно проведение изучения неравновесных эффектов, связанных с электронным возбуждением, химическими реакциями и ионизацией. Помимо задач, связанных с аэрокосмическими технологиями, данные исследования необходимы при моделировании процессов в ударных трубах, в современных плазмохимических и лазерных технологиях, в высокоэнтальпийных экспериментальных установках, в соплах реактивных двигателей и струях, при изучении процессов горения и взрыва, и других прикладных задачах.

Строгие подходы кинетической теории, позволяющие моделировать процессы переноса и релаксации при произвольных отклонениях от равновесия, используются программным комплексом как наиболее подходящий инструмент для учета эффектов сильной неравновесности. Неравновесные реагирующие течения возле космических аппаратов могут моделироваться для различных химических составов смесей газа на примерах составов атмосфер планет солнечной системы (Земля, Марс, Юпитер) и их спутников (Титан, Ганимед, Европа, Тритон и др.). С использованием программного комплекса возможно детальное изучение влияния эффектов, возникающих за сильными ударными волнами и в пограничном слое у поверхностей обтекаемых тел, на газодинамические параметры, коэффициенты переноса, скорости реакций, тепловые потоки и диффузию при различных отклонениях от равновесия. Следует отдельно отметить, что впервые могут быть исследованы процессы тепло- и массопереноса к поверхности летательного аппарата с учетом коэффициентов переноса в поуровневом приближении, зависящих не только от детального колебательного распределения молекул по электронно-колебательным уровням энергии, но и от электронного состояния атомарных компонентов смеси.

Следует отметить, что в отличие от ныне существующих аналогичных программных решений, в данном программном комплексе необходимые базы данных сочетаются с новейшими методами работы с представленными данными, такими как поуровневые методы кинетической теории процессов переноса и релаксации. Создание подобного комплекса позволит значительно улучшить точность расчетов при моделировании гиперзвуковых полетов в условиях сильной неравновесности (в том числе для создания инновационных способов конструирования военных технологий нового поколения). Помимо этого, комплекс может применяться в области лазерных технологии, где инверсивная заселенность частиц по

электронным уровням играет значительную роль при моделировании физики процесса; а также при изучении плазмохимических процессов.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 17-69-00004).

PAINeT: the Software Package for Calculation of Thermal-Physical Properties and Transport Coefficients in Non-Equilibrium Gas Mixture Flows

V.A. Istomin

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

In the present study the software package “Planet Atmosphere Investigator of Non-equilibrium Thermodynamics” (PAINeT), developed by authors in Saint-Petersburg State University, is represented and discussed. The software package PAINeT allows studying the nonequilibrium effects associated with electronic excitation, chemical reactions, and ionization, and applies for calculation of thermal physical properties and transport coefficients.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА В ИОНИЗОВАННЫХ АТОМАРНЫХ ГАЗАХ С ЭЛЕКТРОННЫМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ В ПОУРОВНЕВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

В.А. Истомин, Е.В. Кустова

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: vladimir_istomin@ifea.spbu.ru, e.kustova@spbu.ru

В настоящей работе проводится исследование процессов переноса в атомарных ионизованных газах в поуровневом приближении с учетом зависимости атомарного радиуса электронно-возбужденной частицы от занимаемого электронного уровня. В работе изучены смеси азота $N/N^+/e^-$, кислорода $O/O^+/e^-$ и аргона $Ar/Ar^+/e^-$ с учетом электронного возбуждения нейтральных и ионизованных атомарных компонент смеси.

В связи с большими вычислительными сложностями ранее при расчетах тепловых потоков за ударными волнами, возникающими в гиперзвуковых течениях, влияние электронного возбуждения не учитывалось, а при расчете коэффициентов переноса атомы обычно рассматривались как бесструктурные частицы. Таким образом в выражениях для теплового потока и тензора напряжений не появлялись члены, связанные с внутренними степенями свободы, что могло приводить к значительным вычислительным погрешностям при расчете потоковых членов [1-7].

Цель настоящей работы заключается в построении поуровневой модели кинетической теории процессов переноса и релаксации [8] для ионизованных атомарных газов с учетом электронных степеней свободы нейтральных и ионизованных атомов. Разработаны алгоритмы расчета коэффициентов переноса (теплопроводность, сдвиговая вязкость, диффузия и термодиффузия). Показано, что при расчете коэффициентов переноса возможно использование модели Слейтера для расчета атомарного радиуса. Для различных конфигураций электронных оболочек на примере атомов N, O и Ar выявлены зависимости атомарного радиуса от типа заселенности атомных орбиталей.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 16-38-60009).

Литература

1. Bruno D., Laricchiuta A., Capitelli M., Catalfamo C.// Phys. Plasmas 14, 022303, 2007.
2. Kustova E.V., Puzyreva L.A.// Physical Review E 80, 046407, 2012.
3. Istomin V.A., Kustova E.V.// Proc. of the 28th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics, AIP Conference Proceedings, 2012, P. 168 – 174.
4. Istomin V.A., Kustova E.V., Mekhonoshina M.A.// J. Chem. Phys. 140, 184311, 2014.
5. Istomin V.A., Kustova E.V.// Proc. of the 29th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics, AIP Conference Proceedings, 2014, P. 1221 – 1228.

6. Istomin V.A., Kustova E.V. // Proc. of the 30th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics, AIP Conference Proceedings, 2016, P. 160002.
7. Istomin V.A., Kustova E.V. // Phys. Plasmas 24, 2, 2017.
8. Нагнибеда Е.А., Кустова Е.В. Кинетическая теория процессов переноса и релаксации в потоках неравновесных реагирующих смесей. // СПб.: Издательство: С.-Петербургского университета, 2003. 272 с.

Transport Processes of Ionized Atomic Gases with Electronic Excitation in State-to-State Approach

V.A. Istomin, E.V. Kustova

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

In the present study state-specific transport properties in mixtures of atomic ionized gases $N/N^+/e^-$, $O/O^+/e^-$, and $Ar/Ar^+/e^-$ with electronic excitation taking into account increasing atomic radius are examined. Transport coefficients of thermal conductivity, shear viscosity, diffusion and thermal diffusion are calculated. For different configurations of electronic shells of N, O and Ar the dependency of increasing atomic radius on the population type is shown.

ON THE IMPLEMENTATION OF THE SOFTWARE LIBRARY KAPPA AND ITS INTERFACE WITH COOLFluid

L. Campoli, O.V. Kunova, E.V. Kustova, M.A. Mekhonoshina, G.P. Oblapenko, A.S. Savelev

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

E-mail: l.kampoli@spbu.ru, kunova.olga@gmail.com, e.kustova@spbu.ru, mekhonoshinama@gmail.com, kunstmord@kunstmord.com, aleksey.schumacher@gmail.com

Different thermochemical models can be used for nonequilibrium flow simulations depending on the problem of interest and the level of fidelity required in the solution. The thermochemical model used has a direct effect on the evaluation of physicochemical properties necessary to solve the governing equations. These include thermodynamic and transport properties, chemical production rates and energy transfer rates. The evaluation of each of these properties further depends on the selection of a variety of specialized algorithms and physicochemical data including species partition functions, transport collision integrals, and reaction rate coefficients.

The implementation, testing, and maintenance of all of the physicochemical models, algorithms, and data required to simulate gas-dynamic flows represent a significant cost in terms of human resources and time necessary to develop a CFD tool. Furthermore, as newer models, algorithms or data become available, a significant amount of work is typically needed to update existing CFD codes when the thermochemical model is embedded directly in the code.

These observations have led to the desire to reduce the work necessary to implement new models and algorithms and centralize their development into a single software library which may be used by multiple CFD codes to maximize code reuse and testing. As a result, a new software library called “Kinetic Approach to Physical Processes in Atmospheres” (Kappa), written in C++ and using advanced Object-Oriented Programming (OOP) techniques has been developed at Saint Petersburg State University by the research group of Hydroaeromechanics department. The library was designed with several goals in mind, including:

1. to provide accurate thermodynamic, transport, and chemical kinetic properties for multicomponent, nonequilibrium gas flows [1], leading to a generalized framework able to encompass most popular models in use today;
2. to ensure the efficient evaluation of these properties using state-of-the-art algorithms and data structures;
3. to be easily extendable to incorporate new data or algorithms as they become available;
4. to interface to any CFD tool through a consistent and logical interface;
5. to use self-documenting database format to decrease data transcription errors and increase readability;
6. to be open source to promote code and data sharing among different research groups.

In the presentation, a short introduction to OOP concepts in C++ is given in order to define the vocabulary used throughout. Successively a brief overview of the design of the library including how it interfaces with a

specific CFD code, namely COOLFluiD is provided. Finally, a more detailed discussion of the thermodynamic, transport, and chemical kinetics data and algorithms used is presented.

The research is supported by Saint Petersburg State University (project 6.37.206.2016).

References

1. *Nagnibeda E, Kustova E.* Non-equilibrium reacting gas flows: kinetic theory of transport and relaxation processes. Springer, 2009.

НЕРАВНОВЕСНАЯ КОЛЕБАТЕЛЬНАЯ И ХИМИЧЕСКАЯ КИНЕТИКА ЗА УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ В СМЕСЯХ, СОДЕРЖАЩИХ МОЛЕКУЛЫ CO₂

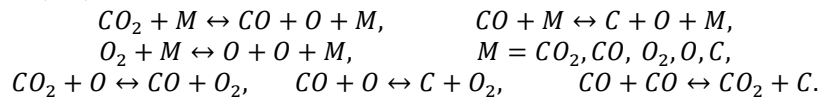
А.А. Косарева

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: kos-hellen@yandex.ru

При решении задач высокотемпературной газовой динамики необходим учет неравновесных эффектов, связанных с возбуждением внутренних степеней свободы молекул и химических реакций. Важной проблемой является выбор модели неравновесной кинетики, адекватно описывающей процессы, происходящие в газе, и в то же время пригодной для практических применений. Особенно остро эта проблема проявляется при моделировании течений смесей, содержащих молекулы углекислого газа, из-за сложности физико-химической кинетики в таких смесях.

В настоящей работе численно исследованы течения смесей CO₂/CO/O₂/O/C и CO₂/CO/O в релаксационной зоне за фронтом ударной волны (УВ) на основе трехтемпературной, двухтемпературной и одготемпературной модели неравновесной кинетики, разработанных в [1]. Изучено влияние неравновесных колебательных распределений молекул углекислого газа и химических реакций на макропараметры потока. В пятикомпонентной смеси учитывались переходы колебательной энергии молекул и химические реакции диссоциации и обмена:



Следуя [1], при выборе кинетической модели происходящие в смеси процессы разбивались на быстрые и медленные и учитывались соотношения между характерными временами релаксации. В рамках трехтемпературной модели течений за УВ к быстрым процессам относятся поступательно-вращательная релаксация, а также обмены колебательными энергиями между симметричной и деформационной модами молекул CO₂ и внутри антисимметричной моды. Считается, что внутри ударного фронта в результате быстрых энергообменов устанавливаются двухтемпературные колебательные распределения [1], зависящие от колебательных температур T_{12}, T_3 объединенной и антисимметричной мод. В релаксационной зоне за фронтом УВ течение описывается макропараметрами, изменяющимися в результате замедленных энергообменов и химических реакций, происходящих в газодинамическом временном масштабе. К этим макропараметрам относятся числовые плотности компонентов, температура T , макроскопическая скорость газа v и колебательные температуры T_{12}, T_3 . Условия, связывающие параметры в набегающем потоке и сразу за фронтом УВ, записаны с учетом колебательных распределений, установившихся внутри фронта. В двухтемпературном приближении обмен энергиями между объединенной и антисимметричной модами считается быстрым и поэтому $T_{12} = T_3$. В одготемпературном приближении равновесное распределение устанавливается внутри ударного фронта при $T_{12} = T_3 = T$.

Изменение параметров течения за ударным фронтом изучено в трех приближениях на основе численного интегрирования уравнений химической и колебательной кинетики совместно с уравнениями сохранения импульса и полной энергии. В расчетах использованы экспериментальные данные о скоростях переходов колебательной энергии молекул углекислого газа [2], обобщенная модель диссоциации Тринора-Маррона [1] и данные из работы [3] для обменных реакций. Результаты получены при условиях в набегающем потоке [3], соответствующих обтеканию космического аппарата MSRO при его входе в атмосферу Марса: $\rho = 2.93 \cdot 10^{-4}$ кг/м³, $T = 140$ K при двух скоростях набегающего потока: $v_1 = 5223 \frac{m}{c}$, $v_2 = 4693 \frac{m}{c}$. Сравнение результатов, полученных в трех приближениях, показало влияние

колебательных распределений на изменение макропараметров за ударным фронтом и на длину зоны релаксации. Также показано влияние обменных реакций на структуру релаксационной зоны.

Работа выполнена при поддержке СПбГУ (проект № 6.37.206.2016) и РФФИ (проект № 15-01-02373).

Литература

1. E. V. Kustova, E. A. Nagnibeda. On a correct description of a multi-temperature dissociating CO₂ flow // Chem. Phys. 2006. Vol. 321. P. 293-310.
2. Losev S. A. et al. Radiation of CO₂/N₂/Ar mixture in a shock wave: experiment and modeling // Proceeding of the Third European Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles. ESTEC, Noordwijk. ESA SP-426.1998. P. 437-444.
3. Шевелев Ю.Д., Сызранова Н.Г. Влияние различных моделей химической кинетики на сверхзвуковое обтекание затупленных тел потоком углекислого газа // Физикохимическая кинетика в газовой динамике. 2007. Т. 5. www.chemphys.edu.ru/pdf/2007-12-17-001.pdf.

Non-equilibrium Vibrational and Chemical Kinetics in Shock-Wave Flows Containing CO₂ Molecules

A.A. Kosareva

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Flows of CO₂/CO/O₂/O/C and CO₂/CO/O behind strong shock-waves are studied in the one-, two- and three-temperature approximations. The influence of the vibrational relaxation and chemical reactions on the flow composition, temperature and velocity is investigated.

НЕЛИНЕЙНАЯ РЕОЛОГИЯ И РЕЛАКСАЦИЯ ГАЗОВ В АНАЛИТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

М.М. Кузнецов, Ю.Д. Кулешова, С.В. Матвеев, Е.В. Молоствин

Московский государственный областной университет, Москва, Россия

E-mail: kuznets-omn@yandex.ru, juliaybogdanova@mail.ru, seriyyolkodav@mail.ru, evgenij-molostvin@yandex.ru

В настоящее время идея о представлении движения газа в ударной волне в виде движения континуума с нелинейными законами трения и теплопередачи основана, в основном, на результатах статистического моделирования структуры ударной волны методом Монте-Карло [1, 2]. Наиболее существенным результатом этих исследований является представление безразмерных величин напряжения трения и потока тепла в ударной волне в виде нелинейных универсальных зависимостей от двух аналогичных безразмерных величин, являющихся известными законами Ньютона и Фурье для линейного переноса импульса и энергии соответственно. Для многих практических задач было бы существенным представить эти универсальные зависимости в аналитическом виде. С этой целью, в качестве предварительного результата, в настоящей работе дано обобщение известной зависимости поперечного напряжения в ударной волне, полученной для определенного числа Маха перед волной [1], на его произвольное значение.

Второй малоисследованной проблемой, на которую обращается внимание в этой работе, является аналитическая оценка влияния анизотропии поля поступательных кинетических температур в ударной волне на реологические соотношения в ней и времена релаксации внутренних степеней свободы многоатомных молекул. В работе показано, что в сильно диспергированных смесях газов время релаксации становится зависимым от анизотропии поля поступательных температур в ударной волне.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 17-07-00-945А.

Литература

1. Yen Sh. – M. And Ng. W. Shock wave structure and intermolecular collisions laws // J. Fluid Mech. 1974. Vol. 65. part 1. P. 127–144.
2. Ерофеев А.И., Фридендер О.Г. Перенос импульса и энергии в ударной волне // Известия РАН. Серия «МЖГ». 2002. № 4. С. 120-130.

Nonlinear Rheology and Relaxation of Gases in Analytical in Analytical Models of Shock Wave

M.M. Kuznetsov, Yu.D. Kuleshova, S.V. Matveev, E.V. Molostvin

Moscow Region State University, Moscow, Russia

The analytical approach based on dynamics of shock compressed gas media with non-linear laws of friction and heat transfer is considered. It is shown, that ellipsoidal molecular velocity distribution in polyatomic gases allows to take into account the influence of translation temperature anisotropy on kinetic temperatures of internal degrees of freedom.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ ПОСТУПАТЕЛЬНОЙ НЕРАВНОВЕСНОСТИ СМЕСЕЙ МНОГОАТОМНЫХ ГАЗОВ

М.М. Кузнецов, Ю.Д. Кулешова, Ю.Г. Решетникова, Л.В. Смотрова

Московский государственный областной университет, Москва, Россия

E-mail: kuznets-omn@yandex.ru, juliaybogdanova@mail.ru, gau1972@mail.ru, lilysmotrova@mail.ru

В работе рассмотрены основные схемы корректного применения бимодальных распределений типа Тамма – Мотт-Смита, модифицированных для бинарных смесей многоатомных газов, сжимаемых в ударной волне [1, 2].

В рамках каждой из этих схем сформулированы необходимые и достаточные условия эффекта высокоскоростной поступательной неравновесности. Этот эффект был впервые установлен при численном моделировании структуры ударной волны статистическим методом Монте-Карло [3].

Рассмотрено также эллипсоидальное распределение по скоростям молекул в ударной волне. Оно использовано для анализа эффекта «перехлеста» в сильно диспергированных, т.н. рэлеевских смесях газов. Это распределение позволяет учесть, экспериментально обнаруженную ранее в ударной волне анизотропию поступательных кинетических температур газа [4].

Показано, что для однокомпонентного (простого) газа эллипсоидальное распределение позволяет построить замкнутую систему уравнений для моментов, входящих в это распределение.

Ранее, в численных исследованиях структуры ударной волны было установлено [5], что при переходе от физической переменной – расстоянию внутри волны – к безразмерной относительной плотности газа или его скорости, структура ударной волны становится менее зависимой от потенциала взаимодействия молекул. Однако в численных исследованиях такой переход оставался незамкнутым на уровне моментного описания и требовал для замыкания задачи решения кинетического уравнения Больцмана. В настоящей работе показано, что при использовании эллипсоидального распределения, учитывающего анизотропию поля поступательных кинетических температур в ударной волне, такой подход получается замкнутым и при использовании в качестве независимой переменной – безразмерной плотности (или скорости) газа. Кроме того, для этой безразмерной плотности получено аналитическое решение замкнутой системы уравнений моментов, позволяющее вновь вернуться к старой физической переменной – расстоянию внутри фронта волны.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 17-07-00-945А.

Литература

1. Башлыков А.М., Великодный В.Ю. Структура ударной волны в газовой смеси // Журн. техн. физ. 1991. Т. 61. № 8. С. 33-42.
2. Кузнецов М.М., Кулешова Ю.Д., Смотрова Л.В., Решетникова Ю.Г. О максимуме эффекта высокоскоростной поступательной неравновесности в ударной волне // Вестник МГОУ. Серия «Физика – Математика». 2016. № 3. С. 84-93.
3. Генич А.П., Куликов С.В., Манелис Г.Б., Черешнев С.Л. Распределение молекулярных скоростей во фронте ударной волны в газовых смесях // Известия АН СССР. Серия «МЖГ». 1990. № 2. С. 144-150.
4. Muntz E.P., Harnett L.N. Molecular velocity distribution function measurements in a normal shock wave // Physics of Fluids. 1969. Vol. 12. N 10. P. 2027-2035.
5. Hicks B.L., Yen Sh. – M., Reilly B.J. Shock wave structure and intermolecular collisions laws // J. Fluid Mech. 1972. Vol. 53. part 1. P. 85-111.

Analytical Models of Highvelocity Translational Nonequilibrium of Polyatomic Gas Mixtures

M.M. Kuznetsov, Yu.D. Kuleshova, Yu.G. Reshetnikova, L.V. Smotrova

Moscow Region State University, Moscow, Russia

The analytical theory of highvelocity nonequilibrium phenomena in binary polyatomic gas mixtures is given. Two theorems on maximum of the relative highvelocity overshoot in the relative velocity distribution functions for pairs of molecules are proved.

КОЭФФИЦИЕНТЫ СКОРОСТИ ОБМЕННЫХ РЕАКЦИЙ С УЧЕТОМ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ РЕАГЕНТОВ И ПРОДУКТОВ

Е.В. Кустова, А.С. Савельев

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: e.kustova@spbu.ru, aleksey.schumacher@gmail.com

Теоретическое решение задач газовой динамики в сильнонеравновесных условиях требует использования моделей и подходов, характеризующихся разным уровнем детализации. Простейшие модели позволяют быстро получить результаты, но не дают достаточной точности. Усовершенствование моделей связано с увеличением детализации и существенным усложнением вычислительного процесса. Наиболее широко распространенным подходом для описания неравновесных течений в наше время является многотемпературное приближение. Увеличение мощности вычислительной техники позволяет сделать следующий шаг и перейти к более детальному поуровневому описанию. Но для этого требуются знания о коэффициентах скорости диссоциации и обменных реакций всех энергетических состояний молекул смеси.

Наиболее эффективными методами определения коэффициентов скорости реакций являются методы молекулярной динамики. Основной проблемой данного подхода является то, что значения коэффициентов находятся для фиксированного набора температур и колебательных состояний молекул газа. Это не позволяет напрямую использовать их в расчетах и требует привязки к модели колебательного спектра, используемого для получения данных коэффициентов скорости. Более того, траекторные методы требуют больших вычислительных ресурсов. В то же время существуют и теоретические модели, описывающие поведение коэффициентов скорости реакций для различных осцилляторов.

В данной работе проведено сравнение результатов, полученных различными научными группами, использующими методы молекулярной динамики [1, 2], с результатами существующих теоретических моделей [3, 4, 5, 6]. Рассматривались следующие бимолекулярные реакции:



Основываясь на результатах этого сравнения, были определены пути построения теоретических моделей, обеспечивающих совпадение результатов квазиклассических траекторных и теоретических моделей, учитывающих не только колебательное состояние реагента, но и колебательное состояние продукта реакции. В результате получено обобщение широко известной модели Тринора-Маррона на случай учета колебательного спектра реагента и продукта реакции для указанных реакций Зельдовича.

Литература

1. F. Esposito, I. Armenise. Reactive, inelastic and dissociation processes in collision of atomic oxygen with molecular nitrogen. // J. Phys. Chem. A, 121^ 62-11-6219, 2017
2. Stellar Database [Электронный ресурс]. <http://esther.ist.utl.pt/pages/stellar.html>
3. В.Д. Русанов, Александр А. Фридман и В.А. Легасов. Физика химически активной плазмы. М.: Наука, 1984.
4. Л.С. Полак, М.Я. Гольденберг, А.А. Левицкий. Вычислительные методы в химической кинетике. М.: Наука, 1984.
5. J.B. Warnatz, U. Riedel, R. Schmidt. Different levels of air dissociation chemistry and its coupling with flow models. // Advances in Hypersonics: Modeling Hypersonic Flows. Boston: Birkhäuser, 1992.

6. A. Aliat. State-to-state dissociation-recombination and chemical exchange rate coefficients in excited diatomic gas flows. *Physica A*, 387:4163-4182, 2008.

Rate Coefficients of Exchange Reactions Accounting for Vibrational Excitation of Reagents and Products

E.V. Kustova, A.S. Savelev

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Theoretical models for the vibrational state-resolved Zeldovich reactions are assessed by comparison with the results of quasi-classical trajectory (QCT) calculations. An error in the Aliat model [6] is corrected; the model is generalized taking into account NO vibrational states. The proposed model is fairly simple and can be easily implemented for non-equilibrium flow simulations. It provides a good agreement with the QCT rate coefficients in the whole range of temperatures and reagent/product vibrational states.

ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ТРИНОРА-МАРРОНА ДЛЯ ПОУРОВНЕВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ СКОРОСТИ ДИССОЦИАЦИИ

Е.В. Кустова, А.С. Савельев, А.А. Лукашева

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: elena_kustova@mail.ru, aleksey.schumacher@gmail.com, an.lukasheva@gmail.com

Изучение неравновесных течений разреженных газов – актуальная проблема современной физико-химической газодинамики. Учет влияния неравновесных кинетических процессов позволяет наиболее точно описывать явления, которые происходят при полетах со сверх- и гиперзвуковыми скоростями, рассчитывать тепловые потоки на поверхности летательных аппаратов. Для корректного расчета газодинамических параметров сильнонеравновесных течений необходимы сведения о коэффициентах скорости обменов внутренней энергией и химических реакций [1].

В данной работе объектом исследований служат коэффициенты скорости диссоциации в поуровневом приближении. При слабых отклонениях от термодинамического равновесия коэффициенты скорости реакций можно рассчитать по закону Аррениуса, но в случае существенного колебательного возбуждения он не даёт достоверных результатов. Для получения более точных значений используется модель Тринора-Маррона, в которой предполагается диссоциация с любого уровня. Данная модель является одной из самых применяемых в прикладных вычислениях, поскольку отличается простотой вычислений. Однако при использовании постоянного значения параметра модели точность производимых расчетов невысока. В данной работе рассматривается обобщение модели Тринора-Маррона [2, 3], которое основывается на построении параметров модели, зависящих от энергетического уровня и температуры. Их преимущество заключается в том, что они имеют достаточно простой вид и обеспечивают результаты вычислений, эквивалентные результатам точных квазиклассических траекторных расчетов в широком диапазоне температур (до 15000 К). Исследованы реакции диссоциации $N_2(i)+O=2N+O$, $O_2(i)+N=2O+N$, зависящие от колебательного состояния молекулы i .

Были получены общий вид функций и их параметры, которые хорошо аппроксимируют имеющиеся данные. Это степенные функции, заданные интервально относительно энергий, которые при сращивании дают достоверные результаты на всём промежутке.

Полученные результаты в дальнейшем должны увеличить точность производимых расчётов в исследованиях, где необходимо учитывать неравновесные процессы.

Исследование выполнено при поддержке РФФИ, грант 18-01-00493.

Литература

1. Нагнибеда Е.А., Кустова Е.В. Кинетическая теория процессов переноса и релаксации в потоках неравновесных реагирующих газов. СПб.: Издательство С.-Петербургского университета, 2003. 272 с.
2. Kunova O, Kustova E, Savelev A. Generalized Treanor–Marrone model for state-specific dissociation rate coefficients // *Chemical Physics Letters*. 2016; 659: С.80-87.
3. Thomas J. Scanlon, Craig White, Matthew K. Borg, Rodrigo C. Palharini, Erin Farbar, Iain D. Boyd, Jason M. Reese & Richard E. Brown. Open Source DSMC Chemistry Modelling for Hypersonic Flows

On the Choice of Parameters for the Treanor-Marrone Model of State-Resolved Dissociation Rate Coefficients

E.V. Kustova, A.S. Savelev, A.A. Lukasheva

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

In this paper we discuss the models for the state-to-state dissociation rate coefficients. The rate coefficients are studied for reactions $N_2(i)+O=2N+O$, $O_2(i)+N=2O+N$. Two approaches for the calculation of dissociation rate coefficients are compared: the Treanor-Marrone model and trajectory calculations based on the methods of quantum chemistry. Our objective is to find a functional dependence of the parameter U of the Treanor-Marrone model which provides satisfactory agreement of the rate coefficients to those obtained by trajectory calculations in the whole range of temperature and vibrational energy.

ОБТЕКАНИЕ ТЕЛА ГАЗО-КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ СТРУЕЙ

Г.В. Моллесон¹, А.Л. Стасенко^{1,2}

¹Центральный аэрогидродинамический институт им. профессора Н.Е. Жуковского, Москва, Россия

²Московский физико-технический институт, Москва, Россия

E-mail: molleson@yandex.ru, stasenko@serpantin.ru

В предыдущих работах [1, 2] был разработан комплекс физических моделей, сопровождающих взаимодействие газодисперсной струи с обтекаемым телом, а также соответствующие численные коды, позволяющие использовать накопленный экспериментальный материал [3] для уточнения полуэмпирических констант. В этих моделях учтены, в частности, вращение отразившихся от тела частиц и кинетика их столкновений с набегающими частицами в рамках диффузионного описания.

В настоящей работе учтено дробление крупных частиц, приводящее к изменению массового спектра отразившейся фракции, что приводит к утоньшению приповерхностного кинетического слоя и заметно влияет на его экранирующий эффект. При этом использованы развитые ранее модели разрушения твердой частицы [4, 5].

Численные результаты получены для частиц окислов алюминия, железа, кремния, а также кристаллов льда в приложении к проблемам полета в облаках вулканических выбросов, пылевых бурь, а также обледенения летательного аппарата в верхних слоях атмосферы, содержащих кристаллы льда.

Приведены примеры расчетов.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект 16–19–10472).

Литература

1. Моллесон Г.В., Стасенко А.Л. Робастная модель кинетики частиц при обтекании тела газодисперсной струей // Международная научная конференция по механике. VI Поляховские чтения, 31 янв. – 3 февр. 2012 г. Санкт-Петербург, Россия. С-Пб.: Изд-во С-ПбГУ, 2012. С. 165.
2. Моллесон Г.В., Стасенко А.Л. Физическая механика и теплофизика взаимодействия газодисперсной струи с твердым телом // Тезисы докладов Международной научной конференции по механике. VII Поляховские чтения, 2 – 6 февр. 2015 г. Санкт-Петербург, Россия. С-Пб.: Изд-во С-ПбГУ, 2015. С. 262.
3. Кудин О.К., Нестеров Ю.Н., Токарев О.Д., Флакман Я.Ш. Экспериментальные исследования натекания высокоскоростной струи запыленного газа на преграду // Ученые записки ЦАГИ. 2013. Т. 44. № 6. С. 105-115.
4. Vidaurre G., Hallett J. Particle impact and breakup in aircraft measurement // J. Atmospheric and Oceanic Technology. 2009. Vol. 26. N 5. P. 972-983.
5. Salman A.D., Biggs C.A., Fu j., Angyat I., Szabó M., Hounslow M.J. An experimental investigation of particle fragmentation using single particle impact studies // Powder Technology. 2002. Vol. 128. N 1. P. 36-46.

Flow-around of a Solid Body by a Gas Jet Carrying Crystals

G.V. Molleson¹, A.L. Stasenko^{1,2}

¹Central Aerohydrodynamic Institute named after Prof. N.E. Zhukovsky, Zhukovsky, Russia

²Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow, Russia

A further development of the preceding physicomathematical models is presented taking into account the breakup of the fragile particles impinging a solid body, that leads to the essential change in particle – particle fragments kinetics and diminishes the screen effect of the disperse layer before the impinged surface. The corresponding numerical code is developed and several illustrations are done for different particle species, including water ice crystals.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ ВОЗДУХА В СОПЛАХ С УЧЕТОМ ПОУРОВНЕВОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ И ХИМИЧЕСКОЙ КИНЕТИКИ

Е.А. Нагнибеда, К.В. Папина

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: e_nagnibeda@mail.ru, papinav@gmail.com

Моделирование физико-химических процессов в соплах необходимо при разработке реактивных двигателей, газодинамических лазеров и при решении других прикладных задач газовой динамики. При быстром расширении первоначально нагретого газа возникают сильные отклонения от термодинамического равновесия, и модели неравновесной колебательной и химической кинетики должны учитываться при решении уравнений газовой динамики. Вначале влияние неравновесной кинетики на параметры течений в соплах изучалось в бинарных смесях $N_2(i)/N$ и $O_2(i)/O$ [1,2]. При изучении течений пятикомпонентного воздуха возникают две проблемы: учет обменных химических реакций и, соответственно, увеличение вычислительных ресурсов для решения большого количества уравнений, а также недостаток данных о скорости химических реакций. Ранее использовались упрощенные модели столкновительных процессов при многотемпературном [3] и поуровневом [4, 5] описании и не учитывалось колебательное возбуждение продуктов обменных реакций.

В настоящей работе рассматриваются квазиодномерные стационарные течения воздуха $N_2(i)/O_2(i)/NO(i)/N/O$ в соплах на основе наиболее строгого поуровневого подхода при полном описании колебательной и химической кинетики. Принимаются во внимания обменные реакции $N_2(i) + O \leftrightarrow NO(i) + N$ и $O_2(i) + N \leftrightarrow NO(i) + O$, диссоциация, рекомбинация и переходы колебательной энергии. Уравнения для заселенностей колебательных уровней молекул и числовых плотностей атомов решаются совместно с уравнениями газовой динамики при разных условиях в форкамере. Основное внимание уделяется выбору модели коэффициентов скорости обменных реакций и оценкам их влияния на параметры течения.

Проведено сравнение результатов, полученных в поуровневом и однотемпературном приближении для пятикомпонентного воздуха и бинарных смесей. Показана роль реакций обмена, а также возрастающая роль рекомбинации с уменьшением температуры вдоль оси сопла. При сравнении результатов, полученных для сопел разных видов, обнаружено наиболее резкое убывание температуры в коническом сопле из-за большего расширения потока по сравнению с соплами F4 и гиперболическим.

Работа выполнена при поддержке СПбГУ (проект № 6.37.206.2016) и РФФИ (грант № 15-01-02373).

Литература

1. Shizgal, B. D., Lordet, F. Vibrational nonequilibrium in a supersonic expansion with reaction: Application to O_2-O // The Journal of chemical physics. 1996. Vol. 104. N 10. P. 3579-3597.
2. Kustova E.V., Nagnibeda E.A., Alexandrova T. Yu. e.a. On the nonequilibrium kinetics and heat transfer in nozzle flows // Chem. Phys. 2002. Vol. 276. № 2. P. 139-154.
3. Park C., Lee S.H. Validation of multitemperature nozzle flow code // Journal of thermophysics and heat transfer. 1995. Vol. 9. N 1. P. 9-16.
4. Colonna G., Tuffafesta M., Capitelli M., Giordano G. NO formation in one-dimensional nozzle air flow with state-to-state non-equilibrium vibrational kinetics // AIAA paper. 1998. P. 98-2951.

5. *Bazilevich S.S, Sinitsyn K.A., Nagnibeda E.A.* Non-equilibrium Flows of Reacting Air Components in Nozzles // AIP Conference Proceedings. 2009. Vol. 1084, N 1. P. 843-848.

Air Nozzle Flows Simulation with State-to-State Vibrational and Chemical Kinetics

E.A. Nagnibeda, K.V. Papina

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Non-equilibrium flows of reacting air mixture in nozzles are studied on the basis of the state-to-state approach for different conditions in a throat. The influence of various models for exchange reactions on vibrational distributions and flow parameters is discussed. The results obtained for 5-component air flows using state-to-state and one-temperature models are compared with those found for binary mixtures. The impact of a nozzle profile, exchange reactions and recombination on gas flow parameters is shown.

НОВАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

Э.В. Прозорова

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: e.prozorova@spbu.ru

Целью работы является устранение неточностей математической модели описания механики сплошной среды и приведение его в соответствие с положениями классической теоретической механики, вывод уравнений механики сплошной среды с учетом самодиффузии и термодиффузии, определение влияния самодиффузии на фронт ударной волны при числе Маха равном единице, определение несимметричных тензоров напряжений на конкретном примере. Предлагается включить в модель три типа новых эффектов: нелокальные, дисперсионные и связанные с изменением положения центра инерции элементарного объема, т.е. рассматривается влияние нелокальности во времени и в пространстве и влияние момента количества движения на процессы, происходящие в газе и жидкости. Вопрос о связи дискретности среды с ее описанием с помощью механики сплошной среды является важным как при обработке экспериментальных данных, так и при переходе от модели сплошной среды к дискретной в вычислительной механике и физике. Уточняются определения температуры, энергии, давления и их влияние на измерения в экспериментах для смеси газов. Работа, связанная с формулировкой законов сохранения как условий равновесия моментов сил, а также действием дополнительных потоков на сторонах элементарного объема, была выполнена ранее. После уточнения был получен несимметричный тензор напряжений. Предлагался метод расчета этого тензора. Уравнения для газа были найдены из модифицированного уравнения Больцмана и из феноменологической теории. Для твердого тела использовались уравнения феноменологической теории, но изменялась их трактовка. На наш взгляд неточность, приводящая к симметрии тензора напряжений, возникает при расчете функции Лагранжа частиц как суммы попарно взаимодействующих частиц и неизменности положения центра инерции системы. Положение оси инерции при равновесных условиях и при неравновесных условиях различно, что и обуславливает наличие коллективных эффектов.

В результате в систему уравнений сплошной среды добавлялись слагаемые с третьей производной в уравнении движения и второй производной в уравнении неразрывности. Повышение порядка уравнений потребовало введения дополнительных граничных условий. Были рассмотрены простейшие примеры, иллюстрирующие вклад новых слагаемых в задачах пограничного слоя, кинетической теории и теории упругости.

Был разрешен парадокс Д. Гильберта при решении уравнения Больцмана методом Чепмена-Энскога. Здесь выясняется вклад перекрестных эффектов в законы сохранения механики сплошной среды, в том числе самодиффузии, термодиффузии и др., наблюдаемые в экспериментах. На их существование из феноменологических соображений указывал С. В. Валландер. Предлагается вывод этих законов из кинетической теории и обсуждается роль процессов самодиффузии и термодиффузии на структуру ударной волны при числе Маха равном единице. Анализируется роль момента количества движения в задачах теории пластичности и теории распространения трещин.

Литература

1. Prozorova E. Effect of Mathematical Models on Experimental Data for the Gas and Liquids // Journal of Mechanics Engineering and Automation. 2016. N 6. P. 313-318
2. Galaev O., Prozorova E. Dispersion Effects in the Falkner-Skan Problem and in the Kinetic Theory. Journal of Applied Mathematics and Physics. 2017. N 5. Vol. 522-537

New Mathematical Model of Continuous Medium

E.V. Prozorova

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

A mathematical model of continuous medium, accounting for self-diffusion, thermodiffusion and non-local effects is developed. It is applied to the problems of shock wave structure, boundary layer problems and problems of plasticity theory.

ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕЧЕНИЙ НАНОЖИДКОСТЕЙ

В.Я. Рудяк^{1,2}, А.В. Минаков²

¹*Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет, Новосибирск, Россия,*

²*Сибирский федеральный университет, Красноярск, Россия*

E-mail: valery.rudyak@mail.ru

Наножидкости новый тип дисперсных флюидов, состоящих из базового флюида (жидкости или газа) и наночастиц. Их систематическое изучение активно развивается более двадцати лет, что мотивировано уже существующими или возможными в перспективе многочисленными приложениями. Большое число возможных наножидкостей делает затрудненным их систематическое экспериментальное изучение. Сложность состоит также и в том, что теплофизические свойства наножидкостей не описываются классическими теориями. По этой причине моделирование течений наножидкостей является часто единственно возможным методом изучения их свойств.

В статье систематически анализируются методы моделирования течений наножидкостей. Рассмотрены как разреженные наногазовые, так и наносuspензии [1]. Детально обсуждаются теплофизические свойства наножидкостей и показано, что они зависят не только от концентрации частиц, но также от их размеров и материала, причем вязкость наножидкостей растет с уменьшением размера наночастиц, а теплопроводность напротив снижается.

В качестве приложений рассмотрены два важных течения: теплообмен и ламинарно-турбулентный переход в течениях Пуазейля и Куэтта и в трубе. Показано, что использование наножидкостей в общем случае существенно увеличивает коэффициент теплообмена, но достигаемый эффект определяется режимом течения: ламинарным или турбулентным. С этой точки зрения ламинарно-турбулентный переход имеет первостепенное значение. Установлено, что во всех случаях ламинарно-турбулентный переход в наножидкости происходит раньше (при меньших критических числах Рейнольдса), чем в базовой. В заключение обсуждается возможность использования при моделировании критериев подобия. Показано, что к их применению следует относиться с большой осторожностью. Например, простое варьирование числа Прандтля не позволяет получить физически разумно интерпретируемых результатов. Полученные так зависимости просто соответствуют в каждой точке различным наножидкостям.

Работа выполнена при частичном финансировании РФФИ (гранты № 17-01-00040, 17-58-45035) и РНФ (проект № 17-79-20218).

Литература

1. Рудяк В.Я., Минаков А.В. Современные проблемы микро- и нанофлюидики. Новосибирск: Наука, 2016. 296 с.

The Features of the Modeling the Nanofluid Flows

V.Ya. Rudyak^{1,2}, A.V. Minakov²

¹*Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering, Novosibirsk, Russia*

²*Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia*

Nanofluid is two-phase systems consisting of a base fluid (liquid or gas) and nanoparticles. The study of the transport properties and flows of nanofluids has started relatively recently. It has been motivated by various applications of nanofluids in many different aeries. Therefore the modeling the nanofluid flows is the fashion direction in modern fluid mechanics. However, the standard approaches are not applicable here. This is due to the fact that the nanofluids have no standard thermophysical properties.

In this paper the features of the nanofluid flows modeling are analyzed. The thermophysical properties of nanofluids are discussed in detailed. It was shown that viscosity and thermal conductivity of nanofluids did not described by the classical theories. The transport coefficients of nanofluids depend not only on the volume concentration of the particles but also on their size and material. The viscosity increases with decreasing the particle size while the thermal conductivity increases with increasing the particle size. The heat transfer of nanofluid in cylindrical channel and laminar turbulent transition in Poiseulle and tube flows are considered. It was shown that the heat transfer coefficient is determined by the flow mode (laminar or turbulent) of the nanofluid. The laminar-turbulent transition begins in all cases earlier (at smaller Reynolds numbers) than for carrier fluid. In conclusion the possibility of the use of traditional similarity criteria are discussed. In particular, it is shown that the variation of the Prandtl number during modeling does not allow obtaining adequate information about the flow under study, since each point of the obtained dependences corresponds to different nanofluids simply.

КЛАСТЕРЫ С КОЛЕБАТЕЛЬНЫМИ СПЕКТРАМИ БОЛЬШОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ РАЗМЕРНОСТИ

К.Б. Терешкина¹, Э.В. Терешкин¹, В.М. Кузнецов²

¹*Институт химической физики им. Н.Н. Семёнова РАН, Москва, Россия*

²*Российский химико-технологический университет им. Д.И. Менделеева, Москва, Россия*

E-mail: ksenia.tereshkina@gmail.com , vadim.kuznetsov.37@mail.ru

Показано, что спектры межмолекулярных колебаний ряда ван-дер-ваальсовых кластеров, в частности, димеров метана, рассчитанных методами *ab initio*, имеют континуальное представление с показателями пространственной размерности $d_f \sim 4:5$, превышающими значение $d_f = 3$ закона Дебая для трёхмерного волнового пространства.

Авторы благодарят МСЦ РАН (проект chph2) за доступ к компьютерным кластерам для проведения расчётов.

Clusters with Vibrational Spectra of a Large Spatial Dimension

K.B. Tereshkina¹, E.V. Tereshkin¹, V.M. Kuznetsov²

¹*Semenov Institute of Chemical Physics of RAS, Moscow, Russia*

²*D. Mendeleev University of Chemical Technology of Russia, Moscow, Russia*

It is shown that the spectra of intermolecular vibrations of a number of van der Waals clusters, in particular methane dimers, calculated by *ab initio* methods, have a continual representation with exponents of spatial dimension $d_f \sim 4: 5$ exceeding the value of $d_f = 3$ of the Debye law for a three-dimensional wave space.

The authors are grateful to Joint Supercomputer Center of the Russian Academy of Sciences for the possibilities of using MVS-100K supercomputer for calculations (project #chph2).

V

МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

MECHANICS OF SOLIDS

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ПОДКРЕПЛЕННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С КОСЫМ КРАЕМ

И.А. Адамович

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: adamovich.ira@gmail.com

Решается задача об устойчивости под действием бокового внешнего давления тонкой круговой цилиндрической оболочки с косым краем, подкрепленной одинаковыми шпангоутами, и гладкой оболочки, имеющей такие же размеры срединной поверхности и изготовленной из того же материала. Шпангоуты равномерно расположены вдоль наибольшей образующей цилиндра и рассматриваются как круговые стержни. Для определения критического давления используется разработанный в монографии [1] асимптотический метод.

Приближенные значения оптимальных параметров, которым соответствует максимальное критическое давление для подкрепленной цилиндрической оболочки с фиксированной массой, были найдены в работах [2] и [3]. В монографии [2] рассматривалась оболочка с прямыми краями, а в статье [3] предполагалось, что один из краев оболочки косо срезан. В обоих случаях решение задачи сведено к нахождению корней кубического уравнения. В работе [4] для оболочки с прямыми краями использована новая постановка задачи оптимизации. В предположении, что подкрепленная и гладкая оболочки теряют устойчивость при одинаковом критическом давлении, получены формулы для параметров, которым соответствует минимальное значение отношения массы подкрепленной оболочки к массе гладкой оболочки. Такая постановка задачи более удобна для практического применения. Кроме того, она позволяет получить явные приближенные формулы для оптимальных параметров. В данной работе приближенные формулы для оптимальных параметров, соответствующих минимальному отношению масс, получены для цилиндрической оболочки с косым краем.

Литература

1. *Товстик П.Е.* Устойчивость тонких оболочек. Асимптотические методы. М.: Наука, 1995. 320 с.
2. *Филиппов С.Б.* Теория сопряженных и подкрепленных оболочек. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 1999. 196 с.
3. *Балашова Т.И., Филиппов С.Б.* Определение оптимальных параметров цилиндрических оболочек с косым краем, подкрепленных шпангоутами. В сб. Прикладная механика. Изд. СПбГУ. 1997. Вып. 10. С. 107-124.
4. *Адамович И.А., Филиппов С.Б.* Оптимизация параметров подкрепленной цилиндрической оболочки // Вестник СПбГУ. Сер. 1. 2015. Вып. 2. С. 228-236.

Optimal Design of Stiffened Cylindrical Shell with Curvilinear Edge

I.A. Adamovich

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Buckling under action of external lateral pressure of a thin cylindrical shell with a curvilinear edge stiffened by identical rings is analyzed. It is assumed that the rings may be considered as circular beams. To get approximate formulas for the critical pressure a combination of asymptotic methods is applied. Using the asymptotic formulas for critical pressure the approximate relations for calculation of optimal stiffened shell parameters corresponding to the minimal value of its weight are obtained.

ВДАВЛИВАНИЕ ПЛОСКОГО ШТАМПА В УПРУГУЮ ПОЛУПЛОСКОСТЬ С НЕОДНОРОДНЫМ ПОКРЫТИЕМ ПРИ НАЛИЧИИ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ НА ПОВЕРХНОСТИ

С.М. Айзикович¹⁻³, С.С. Волков^{1,2}, А.С. Васильев^{1,2}

¹Научно-образовательный центр «Материалы», Ростов-на-Дону, Россия

²Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Россия

³Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

E-mail: saizikovich@gmail.com, fenix_rsu@mail.ru, andre.vasiliev@gmail.com

Изучается вдавливание плоского недеформируемого штампа в упругую полуплоскость с неоднородным по глубине покрытием. Модули упругости в покрытии изменяются с глубиной по произвольным независимым друг от друга законам. Помимо нормальных напряжений на поверхности покрытия действуют касательные напряжения. Касательные напряжения считаются известными и представимы в виде полного ряда Фурье. Задача рассматривается в рамках линейной теории упругости и сведена к решению двух парных интегральных уравнений относительно четной и нечетной части неизвестной функции, описывающей распределение нормальных напряжений под штампом. Решение парного интегрального уравнения для четной функции было получено авторами ранее [1], а для нечетной – получено впервые. Для этой цели был использован двухсторонний асимптотический метод [2]. С его помощью получены приближенные аналитические выражения для нормальных напряжений под штампом. Результаты асимптотически точны для малых и больших значений характерного геометрического параметра задачи.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (госзадание № 9.1481.2017/4.6), РФФИ (грант № 16-07-00958-а) и гранта Президента Российской Федерации МК-5342.2016.1.

Литература

1. Kudish I.I., Volkov S.S., Vasiliev A.S., Aizikovich S.M. Some criteria for coating effectiveness in heavily loaded line EHL contacts. Part 1 Dry contacts // Journal of Tribology. 2016. Vol. 138. Iss. 2, article number 021504.
2. Aizikovich S.M. An asymptotic solution of a class of coupled equations // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 1990. V. 54. Iss. 5, pp. 719–724.

Indentation of an Elastic Half-Plane with an Inhomogeneous Coating by a Flat Punch in the Presence of Tangential Stresses on a Surface

S.M. Aizikovich¹⁻³, S.S. Volkov^{1,2}, A.S. Vasiliev^{1,2}

¹Research and Education Center “Materials”, Rostov-on-Don, Russia

²Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russia

³South Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Indentation of an elastic half-space with functionally graded coating by a rigid flat punch is studied. Elastic moduli of the coating vary with depth according to arbitrary independent functions. The half-plane is additionally subjected to distributed tangential stresses. Tangential stresses are assumed to be known and represented in a form of Fourier series. The problem is considered in terms of linear theory of elasticity and reduced to the solution of two dual integral equations over even and odd functions describing distribution of unknown normal contact stresses. The solution of dual integral equation over odd function was obtained by the authors earlier [1], for the even function is obtained for the first time. For that purpose the bilateral asymptotic method is used [2]. Approximated analytical expressions for the contact normal stresses are provided. The results are asymptotically exact both for small and large values of characteristic geometrical parameter of the problem.

This work was supported by the Ministry of Education and Science of Russia (governmental assignment no. 9.1481.2017/4.6), Russian Foundation for Basic Research (RFBR) (grant number 16-07-00958-a) and the President of the Russian Federation (grant number МК-5342.2016.1).

ИЗГИБ ТОНКОЙ ПЛАСТИНЫ ИЗ МОНОКЛИННОГО МАТЕРИАЛА С СИЛЬНО НЕОДНОРОДНЫМИ ПО ТОЛЩИНЕ УПРУГИМИ СВОЙСТВАМИ

Д.В. Альчибаев, П.Е. Товстик

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: AlchibaevDV@gmail.com, Peter.Tovstik@mail.ru

В работе рассматривается тонкая пластина однородной толщины, выполненная из моноклинного материала, неоднородного по толщине пластины. Задача об изгибе пластины в асимптотическом разложении сведена к эквивалентной задаче об изгибе пластины с однородными упругими свойствами.

Представлен асимптотический вывод двумерных уравнений равновесия до второго порядка точности относительно малого параметра толщины. Использованный подход также приведен в [4-6], в [4, 5] приведен вывод для трансверсально изотропной пластины. Приведены анализ вклада анизотропии и неоднородности по толщине, а также сопоставление с классическими моделями Кирхгофа-Лява и Тимошенко-Рейсснера [1-3]. Преимущество подхода заключается в возможности учета упругих свойств как функций, произвольно меняющихся по толщине без необходимости разбиения материала на слои и последующей склейки решений.

Литература

1. Reddy J., Wang C. An overview of the relationship between the classical and shear deformation plate theories // Composite Science and Technology. 2000. Т. 60, С 2327-2335.
2. Григолюк Э.И., Куликов Г.М. Обобщенная модель механики тонкостенных конструкций из композитных материалов. // Механика композитных материалов. 1988. №4 С. 698-704
3. Родионова В.А., Титаев Б.Ф., Черных К.Ф. Прикладная теория анизотропных пластин и оболочек. Изд. С.Петербург. ун-та. 1996. 280 с.
4. Товстик П.Е., Товстик Т.П. Уравнения изгиба пластины второго порядка точности. // Доклады РАН. 2014. Т. 59. №8. С. 389-392
5. Морозов Н.Ф., Товстик П.Е., Товстик Т.П. Обобщенная модель Тимошенко-Рейсснера сильно неоднородной по толщине пластины // Доклады РАН. 2016. Т 469. №5 С. 28-39
6. Товстик П.Е., Товстик Т.П. Двумерная модель пластины из анизотропного неоднородного материала // Изв. РАН. МТТ. 2017. № 2. С. 32-45

Bending of the Thin Plate Made of Highly Heterogeneous Heightwise Monoclinic Material

D.V. Alchibaev, P.E. Tovstik

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

A thin plate of constant thickness made of monoclinic heterogeneous heightwise material is considered. The bending of a plate problem is asymptotically reduced equivalent bending problem for a plate with homogeneous elastic properties.

An asymptotic approximation of two-dimensional equilibrium equations up to second order for small height parameter is given. The approach used is also shown in [4-6], in [4,5] the derivation is given for a transversally isotropic plate. An impact of anisotropy and heightwise heterogeneity as well as comparison between discussed model and classic Kirchhoff-Love and Timoshenko-Reissner plate models are presented [1-3]. The advantage of the approach is in taking into account elastic properties as arbitrary functions of thickness without the need for splitting the material into layers and subsequent merging solutions.

SOME APPLICATIONS OF GENERALIZED ISO-GEOMETRIC ANALYSIS

**Elena Atroshchenko¹, Satyendra Tomar², Gang Xu³, Javier Videla¹,
Stephane P.A. Bordas²**

¹*Department of Mechanical Engineering, University of Chile, Santiago, Chile*

²*Research Unit in Engineering, Faculte des Sciences, de la Technologie et de la
Communication 6, University of Luxembourg, Luxembourg*

³*Hangzhou Dianzi University, Hangzhou, P.R.China*

E-mail: eatroshch@gmail.com

Isogeometric analysis (IGA) was introduced by T. Hughes in 2005 [1] as a modification of the finite element method (FEM), which instead of standard polynomial shape functions, utilizes B-Splines and Non Uniform Rational B-Splines (NURBS) for both, parameterization of the computational domain and approximation of the unknown field. B-Splines and NURBS are commonly used in the computer-aided design (CAD) software to represent geometries. Therefore, IGA created a tight link between the CAD and analysis and eliminated the need to communicate with the CAD model and re-fit the boundaries every time when the solution is refined. Numerous studies have demonstrated the advantages of IGA over the polynomial based FEM, such as geometry exactness; higher convergence per degree-of-freedom; and higher continuity of the shape functions, which allows the use of IGA for problems described by PDEs of higher orders.

However, IGA possesses a number of drawbacks, which limit its use for certain problems. Particularly, the tensor-product structure of B-Splines and NURBS does not allow local refinement and therefore cannot be efficiently used for problems where solutions exhibit high gradients localized in small areas. This limitation initiated a branch of research in computational mathematics, devoted to the development of locally-refinable splines and a number of such splines have been suggested, among which are THB-Splines, T-Splines, PHT-splines and others. However, use of such splines for simulations, while maintaining the iso-geometric concept, requires re-parameterization of the original NURBS geometry every time when the solution is refined.

In order to benefit from the geometry exactness and maintain the tight connection with the CAD model, but at the same time allow local refinement of the solution field, a new method was proposed in [2]. The new approach, namely Geometry Independent Field approximation (GIFT), uses separate spline bases for the geometry parameterization and field approximation. For example, NURBS geometry can be paired with the PHT-spline solution field. In [2] the performance of the method was demonstrated on some problems of linear elasticity and Laplace equation. It has been shown that the convergence rate is entirely defined by the degree of the field approximation and it can be significantly improved by using adaptive refinement strategy with PHT-splines.

In the present work we demonstrate further applications of GIFT to problems of bending, vibration and buckling of plates and systems weakened by cracks.

References

1. *T. Hughes, J. Cottrell, and Y. Bazilevs.* Isogeometric analysis: Cad, finite elements, nurbs, exact geometry and mesh refinement. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 194(39–41):4135 – 4195, 2005.
2. *E. Atroshchenko, G. Xu, S. Tomar, S. P. A. Bordas,* Weakening the tight coupling between geometry and simulation in isogeometric analysis: from sub- and super-geometric analysis to Geometry Independent Field approximation (GIFT), submitted to IJNME, 2017

АНАЛИЗ КОЛЕБАНИЙ РАСТЯНУТЫХ СТЕРЖНЕЙ И ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛАСТИН ЧИСЛЕННЫМ И АСИМПТОТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

А.К. Бабин

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: babin.85@bk.ru

Рассматривается задача о колебаниях растянутого жестко закреплённого стержня [1]. Для данной задачи при различных числах волн получены численное решение, решение, соответствующее первому приближению метода Вишика и Люстерника, и решение, полученное по методу динамического краевого эффекта, разработанного В.В. Болотиным [2, 3, 4]. На основе полученных данных проводится оценка области применимости первого приближения метода Вишика и Люстерника и метода динамического

краевого эффекта. Показано, что с увеличением числа волн имеет место уменьшение области применимости метода Вишика и Люстерника, и увеличение области применимости метода динамического краевого эффекта.

Алгоритм решения задачи методом Вишика и Люстерника в случае, если масса стержня мала, подробно описан в [5]. Для этой задачи, имеющей известное численное решение, проводится оценка области применимости асимптотических методов 1-го и 2-го приближения метода Вишика и Люстерника и динамического краевого эффекта.

Решена задача о колебаниях растянутой в обоих направлениях прямоугольной пластины при граничных условиях шарнирного опирания по двум противоположным краям и жёсткого закрепления по двум другим. В отличие от задачи о колебаниях стержня рассматривается только 1-е приближение метода Вишика и Люстерника.

Литература

1. Бидерман В. Л. Теория Механических колебаний, М., «Высшая школа», 1980, 408 с.
2. Болотин В.В. Асимптотический метод в теории колебаний упругих пластин и оболочек, Тр. конф. по теории пластин и оболочек 1961, выпуск 1, С. 21-25.
3. Болотин В.В. Динамический краевой эффект при колебаниях пластинок. Инж. сборн., т.31, Изд. АН СССР, 1960.
4. Образцов И.Ф., Нерубайло Б.В., Андрианов И.В. Асимптотические методы в строительной механике тонкостенных конструкций, М. Машиностроение, 1991, 429 с.
5. Бауэр С.М., Смирнов А.Л., Товстик П.Е., Филиппов С.Б. Асимптотические методы в механике твёрдого тела, М.-И.: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований 2007, 360 с.

Analysis of Vibrations of Stretched Beams and Rectangular Plates by Numerical and Asymptotic Methods

A.K. Babin

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Vibrations of stretched beams with clamped ends are analyzed. For wave numbers 1 and 5 the numerical solution, asymptotic solution (in the first and second approximations by the Vishik-Lyusternik method) and solution with the help of dynamic edge effect method are found. The obtained results are used to examine the applicability of approximations of the Vishik-Lyusternik method and dynamic edge effect method. Also vibrations of a rectangular plate stretched in a plane in both directions are considered when a pair of opposite plate edges is simply supported and the other two edges are clamped.

ПОЛНАЯ АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ В ТОНКИХ ОБОЛОЧКАХ ВРАЩЕНИЯ

Г.А. Барегамян, И.В. Кириллова, Л.Ю. Коссович

*Образовательно-научный институт наноструктур и биосистем
Саратовского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия
E-mail: iv@info.sgu.ru*

Представленный доклад дополняет материал, опубликованный в работе [1]. Рассматриваются нестационарные волны в тонких упругих оболочках вращения, вызванные ударными торцевыми и поверхностными воздействиями. Математическое моделирование проводится методом асимптотического интегрирования точных трехмерных уравнений теории упругости и основывается на возможности представления искомого решения различными типами приближенных теорий в различных участках фазовой плоскости. Используется свойство решений иметь различные значения показателей изменчивости по координатам и динамичности в таких участках в зависимости от типов воздействий. При этом используется классификация торцевых условий [2], определяющих три типа нестационарного НДС оболочек вращения: LT (продольное, тангенциального типа), LM (продольное, изгибающего типа) и NW (нормальный тип воздействия). Такая классификация является универсальной и любой нестационарный процесс в оболочках может быть представлен линейной комбинацией решений для каждого из этих трех типов. Результаты работ [3, 4] подтверждают результаты, полученные асимптотическим методом: там проведе-

но сопоставление численных результатов, полученных при исследовании нестационарных волн в пластинах и цилиндрических оболочках методами конечных разностей, перевала и стационарной фазы по уравнениям теории упругости, теории типа Тимошенко и теории Кирхгофа-Лява. В зависимости от типа торцевого воздействия в различных участках фазовой плоскости применяются двумерные составляющие Кирхгофа-Лява (тангенциальная и изгибная), решения для квазиплоской задачи теории упругости и различные типы погранслоев: параболический погранслоем в окрестности квазифронта (фронта волны растяжения-сжатия по теории Кирхгофа-Лява), гиперболический погранслоем в окрестности фронта волны расширения и эллиптический погранслоем в окрестности условного фронта поверхностной волны Рэлея. Уравнения эллиптического погранслоя для оболочек вращения при действии ударных поверхностных нагрузок впервые были получены в [5]. В настоящей работе приведены уравнения эллиптического погранслоя для оболочек вращения при действии ударных торцевых нагрузок. Использован прием сведения задачи для полубесконечной оболочки к задаче для оболочки бесконечной при действии поверхностных воздействий. Таким образом, достигнута полнота описания нестационарных волн в тонких оболочках приближенными асимптотическими теориями в разных участках фазовой плоскости при всех видах торцевых воздействий.

Результаты получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России № 9.8570.2017/8.9.

Литература

1. Коссович Л.Ю., Кириллова И.В. // Сб. трудов: XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. 2015. С. 2008-2010.
2. Nigul U. // Int. J. Solids and Structures. 1969. No 6. P. 607-627.
3. Нигул У.К. // Изв. АН Эст. ССР. Сер. физ.-мат. и техн. науки. 1965. № 3. С. 345-384.
4. Нигул У.К. // ПММ. 1969. Вып. 2. С. 308-322.
5. Кириллова И.В., Коссович Л.Ю. // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1. Математика. Механика. Астрономия. 2017. Т. 4. № 1. С. 113-120.

Full Asymptotic Theory of Transient Waves in Thin-Walled Shells of Revolution

G.A. Barygamyan, I.V. Kirillova, L.Yu. Kossovich

Saratov State University, Saratov, Russia

Mathematical modeling of transient waves in shells of revolution is based on asymptotic approach: solutions are presented as superposition of solutions for the asymptotical approximate theories. There were used two-dimensional Kirchhoff-Love components (tangential and bending) solutions for quasi-plane elasticity theory and different types of boundary layers: the parabolic boundary layer in the vicinity of the quasi-front (the front of membrane wave accordingly to the Kirchhoff-Love theory), the hyperbolic boundary layer in the vicinity of the dilatational wave and the elliptic boundary layer in the vicinity of the Rayleigh theory.

ДЕФОРМАЦИЯ ОРТОТРОПНОЙ ЭЛЛИПСОИДАЛЬНОЙ ОБОЛОЧКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ НОРМАЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ

С.М. Бауэр, Г.Д. Афонин, Е.Б. Воронкова

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: s.bauer@spbu.ru

Рассматривается задача о деформации эллипсоидальной ортотропной оболочки под действием внутреннего нормального давления. Предполагается, что оболочка близка к мягкой, то есть модуль упругости в направлении толщины оболочки существенно меньше тангенциальных модулей, а тангенциальные модули упругости мало отличаются друг от друга. Такая оболочка может описывать корнеосклеральную внешнюю оболочку глаза при близорукости или дальнозоркости. Представляет интерес зависимость «объем-давление», которая может помочь описать изменение внутриглазного давления при введении инъекций в стекловидное тело.

Для сферического ортотропного слоя такая задача рассматривалась в [1]. В данной работе решение проводится в рамках новой итерационной теории оболочек С.А. Амбарцумяна [2] и итерационной теории Родионовой-Титаева-Черныха [3], учитывающей изменение толщины оболочки при деформации.

В случае, если оболочка близка к сферической по неклассическим теориям оболочек [2, 3] получены асимптотические соотношения, которые сравниваются с решением трехмерной задачи для ортотропного сферического слоя [1]. В случае трансверсально - изотропных оболочек решения также сравниваются с полученными ранее [4, 5].

Проводится также сравнение аналитических решений с решением, полученным в конечно-элементном пакете Comsol Multiphysics 5.0.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты 15-01-06311 - а, 16-01-00580 а.

Литература

1. *Bauer S.M., Smirnov A.L.* Axisymmetric deformations of the orthotropic spherical layer under normal pressure // *Vestnik St. Petersburg University: Mathematics.* – 2015. – Vol.48, № 1. – P. 35–40.
2. *Амбарцумян С.А.* Общая теория анизотропных оболочек. М.: Наука, 1974. – 448 с.
3. Родионова В.А., Титаев В.Ф., Черных К.Ф. Прикладная теория анизотропных оболочек и пластин., СПб.СПбГУ, 1996, 280 с.
4. *Бауэр С.М., Воронкова Е.Б.* Неклассические теории анизотропных оболочек в задачах о деформации трансверсально-изотропных сферических и цилиндрических слоев под действием нормального давления. *Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1.* 2011. Вып. 3., с. 85-92.
5. *Bauer S.M., Voronkova E.B.* Nonclassical Shell Theories in Ocular Biomechanics In “Shell and Membrane Theories in Mechanics and Biology From Macro to Nanoscale Structures”, Altenbach H, Mikhasev G (eds), 2015, XI, 321 p, Springer, Hardcover, p.81-98.

Strain-Stress State of Orthotropic Ellipsoidal Shells Under Normal Pressure

S.M. Bauer, G.D. Afonin, E.B. Voronkova

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The deformations of orthotropic ellipsoidal shells under internal normal pressure are considered. This problem models the short term effect of the increasing of intraocular pressure in eyes with myopia after intravitreal injections, those are extensively used to treat retinal diseases nowadays.

Solutions are obtained by means of two approximate theories for orthotropic shells: the S.A. Ambartsyan theory and the refined theory developed by Rodinova-Titaev-Chernykh.

ЗАМКНУТЫЕ РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНЫХ УРАВНЕНИЙ ТЕРМОУПРУГОСТИ КОМПОЗИЦИЙ ИЗ ГЛАДКО СОПРЯЖЕННЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ

Г.Н. Белосточный, О.А. Мыльцина

Саратовский национальный исследовательский государственный университет

имени Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия

E-mail: belostochny@mail.ru, omyltsina@yandex.ru

В различных областях современной техники широко используются составные конструкции из различных по геометрическим свойствам оболочек вращения. Анализ термоупругого поведения составных оболочек, на основе дискретной модели, приближенными методами высшего анализа приводит к непреодолимым математическим трудностям, по причине сложности систем дифференциальных уравнений элементов композиции, связанных в систему условиями сопряжения самих элементов. Использование численных методов малопригодно для инженерной практики, по понятным причинам. В работах [1, 2] впервые предложена математически строгая континуальная модель композиции из гладко сопряженных оболочек вращения. Вводится в рассмотрение обобщенный вектор положения любой точки срединной поверхности композиции и стандартными методами теории поверхностей определяются обобщенные параметры Ламе и главные кривизны составной оболочки. Это позволило стандартным образом

конкретизировать коэффициенты в сингулярных уравнениях термоупругости оболочки в триортогональных криволинейных координатах с учетом геометрии композиции на основе различных по степени точности моделей – типа Лява или Рейсснера.

В данной работе, на основе безмоментной теории, получены многочисленные замкнутые интегралы сингулярных уравнений [3] термоупругости для различных вариантов композиций из элементов в виде сферы, конуса, цилиндра и эллипсоида. Решение в случае композиции «сфера-цилиндр-сфера» полностью согласуется с результатами, приведенным в книге академика Новожилова В.В. [4]. Отмечается возможность устранения разрыва первого рода в одном из тангенциальных усилий на линии искажения с помощью дополнительной кусочно-непрерывной нагрузки заданной интенсивности для композиции «сфера-конус», что немаловажно для инженерной практики.

Результаты получены в рамках выполнения гос. задания Минобрнауки России № 9.8570.2017/8.9.

Литература

1. Белосточный Г.Н., Ульянова О.И. Континуальная модель композиции из оболочек вращения с термочувствительной толщиной // Известия РАН, Механика твёрдого тела, №2, 2011. С. 32-40.
2. Белосточный Г.Н. Основные уравнения термоупругости композиций из оболочек, гладко сопряженных между собой // Вестник Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, № 4, часть 5. С.2013-2016.
3. Белосточный Г.Н. Аналитические методы определения замкнутых интегралов сингулярных дифференциальных уравнений термоупругости геометрически нерегулярных оболочек // Доклады академии военных наук. Поволжское отделение. ОАО «КБ Электроприбор», г. Саратов. 1999. № 1. с.14-26.
4. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. Судпромгиз, 1951. 344 с.

Closed Solutions of Singular Equations of Thermoelasticity of Compositions from Smoothly Connected Shells of Revolution

G.N. Belostochny, O.A. Myltcina

Saratov State University, Saratov, Russia

Closed integrals of singular equation of thermoelasticity for different cases of compositions of the elements in the form a sphere, cone, cylinder and ellipsoid based of the membrane theory of shells are obtained. For case of sphere – cylinder – sphere, the solution coincides with the solution given in the book by V.V. Novozhilov. It is noted that it is possible to eliminate the discontinuities of the first kind in one of the tangential effort on the line distortion using piecewise continuous effort with a given intensity.

NiFeGa – ПЕРСПЕКТИВНЫЙ СПЛАВ С ЭФФЕКТОМ ПАМЯТИ ФОРМЫ

С.П. Беляев¹, Н.Н. Реснина¹, В.И. Николаев², Р.Б. Тимашов², А.В. Сибирев¹,
В.М. Крымов²

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург

²Физико-технический институт имени А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: alekspb@list.ru

Одним из применений сплавов с эффектом памяти формы является использование этих материалов в качестве рабочего тела линейного привода или двигателя, преобразующего тепло в механическую энергию. При этом сплав подвергается воздействию многократных теплосмен в интервале температур мартенситных переходов. Сплав NiFeGa демонстрирует высокую стабильность функциональных свойств при механоциклировании, поэтому можно ожидать, что и при термоциклировании свойства этого сплава будут стабильными. Для того чтобы применять сплав NiFeGa в качестве материала рабочего тела привода необходимо исследовать стабильность его свойств при термоциклировании в режиме производства работы. Поэтому целью работы являлось исследование особенностей реализации эффектов памяти формы в сплаве NiFeGa в рабочем цикле производства работы.

Объектом исследования являлись монокристаллы сплава Ni₅₅Fe₁₈Ga₂₇ с ориентацией [001], выращенные методом Чохральского. Образцы охлаждали под постоянным напряжением 30, 70 или 100 МПа, и нагревали под постоянным напряжением 150 МПа в режиме кручения. Полученные результаты показали, что стабилизация свойств сплава (температуры реализации эффектов памяти формы и их

величина) происходит за первых два термоцикла и при последующем термоциклировании свойства сплава меняются незначительно. В работе показано, что чем выше нагрузка, действующая при охлаждении, тем больше за один термоцикл накапливается необратимая деформация и выше значение эффекта пластичности превращения, на этапе догрузки происходила дополнительная ориентация мартенсита, поэтому величина эффекта памяти формы была больше величины эффекта пластичности превращения в каждом цикле, начиная со второго. Была вычислена полезная работа, совершаемая сплавом в рабочем цикле, её максимальное значение $1,15 \text{ МДж/м}^3$ была достигнута в цикле, когда сплав охлаждали под напряжением 30 МПа и нагревали под напряжением 150 МПа. Таким образом, в работе показано, что сплав $\text{Ni}_{55}\text{Fe}_{18}\text{Ga}_{27}$ выгодно отличается от сплава TiNi и других сплавов с эффектом памяти формы высокой стабильностью функциональных свойств при термоциклировании, однако значения производимой работы значительно меньше.

NiFeGa – New Promising Shape Memory Alloy

**S.P. Belyaev¹, N.N. Resnina¹, V.I. Nikolaev², R.B. Timashov², A.V. Sibirev¹,
V.M. Krymov²**

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

²*Ioffe Physico-Technical Institute, Saint Petersburg, Russia*

Shape memory alloys (SMAs) can be used as material for working element of linear actuator or solid-state martensite engine. In these applications SMAs working elements are subjected to thermal cycles under load. Previous research demonstrated that $\text{Ni}_{55}\text{Fe}_{18}\text{Ga}_{27}$ alloy has stable functional properties on mechanical cycling. Thus it was assumed that $\text{Ni}_{55}\text{Fe}_{18}\text{Ga}_{27}$ alloy could also demonstrate high thermal cycling stability. Thus, the aim of this research was investigation of peculiarities of shape memory effects variation in $\text{Ni}_{55}\text{Fe}_{18}\text{Ga}_{27}$ single crystals during cooling and heating in work output cycle. Samples were subjected to cooling under constant stress of 30, 70, 100 MPa and heated under constant load of 150 MPa. As load on cooling was lesser than load on heating, there was work output. Shape memory effects, residual strain and transformation temperatures values depend on thermal cycle number. Useful work produced by alloy was calculated and its highest value was equal $1,15 \text{ MJ/m}^3$ when sample was cooled under constant stress 30 MPa and heated under constant stress of 150 MPa. Thus $\text{Ni}_{55}\text{Fe}_{18}\text{Ga}_{27}$ alloy demonstrated high stability of functional properties on thermal cycling, but output work was significantly lower than output work measured in TiNi alloy.

МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ СПЛАВА НИКЕЛИДА ТИТАНА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ЦИКЛИЧЕСКИХ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Ф.С. Беляев, А.Е. Волков, М.Е. Евард

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: belyaev_fs@mail.ru

Представлены результаты применения микроструктурной модели сплавов с памятью формы к расчету необратимой деформации и разрушения эквивалентного сплава никелида титана при различных циклических термомеханических воздействиях. Разработанная модель, учитывает энергию взаимодействия вариантов мартенсита и их рост в виде согласованных пар, что позволяет более точно описать обратимую фазовую деформацию. Расчет необратимой микропластической деформации, обусловленной аккомодацией мартенсита, производится совместно с расчетом плотностей ориентированных и рассеянных деформационных дефектов, ответственных за трансляционное и изотропное упрочнение. Для описания разрушения в модели применяется деформационно-силовой критерий разрушения, учитывающий влияние действующего напряжения, плотностей деформационных дефектов и поврежденность материала.

Получены зависимости числа циклов до разрушения от величины приложенного напряжения при термоциклировании под постоянным напряжением. Исследовано влияние температурного интервала термоциклирования на долговечность материала. Для этого проведен ряд расчетов для термоциклирования в полном и неполных температурных интервалах мартенситного превращения, что позволило выявить влияние доли материала, испытывающего мартенситные превращения, на долговечность

образца. При уменьшении доли материала, испытывающего мартенситные превращения при термоциклировании, возрастает число циклов до разрушения, однако при этом падает величина пластичности превращения также, как и величина восстанавливаемой при нагреве деформации.

Проведено моделирование усталостного разрушения рабочего элемента из никелида титана в условиях жесткого (управляемого деформацией) и мягкого (управляемого напряжением) циклов мартенситного двигателя. Получены зависимости числа циклов до разрушения от максимальной деформации в жестком цикле и от максимального напряжения в мягком цикле. Изучено влияние параметров циклов на долговечность рабочего элемента.

Modeling of Fatigue Fracture of Nickel-Titanium Alloy at Various Cyclic Thermomechanical Loadings

F.S. Belyaev, A.E. Volkov, M.E. Evard

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Results of application of a microstructural model of shape memory alloys to the calculation of irreversible deformation and fatigue fracture of the equiatomic nickel-titanium alloy under various cyclic thermomechanical loadings are presented. The fracture is described by the deformation-force fracture criterion, which takes into account the influence of the stress, the densities of deformation defects and the material damage. The dependences of the number of cycles for failure on the value of the applied stress are obtained for thermocycling under a constant stress. The influence of the temperature range of thermocycling on the lifetime of the material was studied. Fatigue fracture of a TiNi working element under the conditions of a rigid (deformation-controlled) and soft (stress-controlled) cycles of a martensitic engine was simulated. The influence of cycle parameters on the lifetime of the working element was studied.

ВЛИЯНИЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ДЕФОРМАЦИИ НА РАЗРУШЕНИЕ ОБРАЗЦА ИЗ СПЛАВА С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ ИЗОТЕРМИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ В ПСЕВДОУПРУГОМ СОСТОЯНИИ

Ф.С. Беляев, А.Е. Волков, М.Е. Евард, А.А. Хворов

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: belyaev_fs@mail.ru, a.volkov@spbu.ru, m.evard@spbu.ru, khvorov.aleksandr@gmail.com

Изготовление эндоваскулярных стентов из сплавов с памятью формы (СПФ) является в настоящее время одним из наиболее перспективных направлений их применения. Благодаря явлению псевдоупругости эти материалы способны восстанавливать при разгрузке значительные деформации. При этом псевдоупругое плато характеризуется низким значением коэффициента упрочнения, что позволяет избежать чрезмерного увеличения давления на стенки сосуда при деформации стента. При проектировании стентов остро стоит проблема их долговечности, в том числе циклической под действием переменного давления в сосудах. Проводятся многочисленные усталостные испытания СПФ [1, 2]. Вместе с тем работ, посвященных теоретическим оценкам циклической долговечности СПФ, немного [3, 4]. Авторами [4] разработана микроструктурная модель, позволяющая описывать накопление фазовой и микропластической, связанной с аккомодацией мартенсита, деформации, эволюцию деформационных дефектов в СПФ, а также предложен деформационно-силовой критерий разрушения. Эта модель была успешно апробирована при моделировании термоциклирования и механоциклирования СПФ в различных режимах, в том числе до разрушения.

В настоящей работе микроструктурный подход [4] используется для моделирования механического поведения и оценки долговечности предварительно продеформированного в псевдоупругом состоянии до определенного значения деформации ε_m образца при циклическом деформировании с заданной амплитудой деформации $\varepsilon_a < \varepsilon_m$. На диаграмме деформирования СПФ ε_m соответствует псевдоупругому плато. Такой режим работы характерен для стентов из СПФ. Разработана процедура подбора констант модели. Показано, что фазовый предел текучести уменьшается при циклировании. Определено значение количества циклов до разрушения для различных значений ε_m и ε_a . Предложены оптимальные с точки

зрения долговечности режимы работы стентов. Результаты расчета находятся в хорошем соответствии с имеющимися экспериментальными данными.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 15-01-07657.

Литература

1. *Bonsignore C., Duerig T., Shamimi A.* Superelastic Nitinol: The Frontiers of Lifetime Prediction // <https://doi.org/10.6084/m9.figshare.3458951.v2> (2016).
2. *Schlun M., Zipse A. et al.* Effects of Cyclic Loading on the Uniaxial Behavior of Nitinol // *Journal of Materials Engineering and Performance*, 2010. V. 20. N 4-5. P. 684-687.
3. *Urbano M., Cadelli A. et al.* Inclusions Size-based Fatigue Life Prediction Model of NiTi Alloy for Biomedical Applications Shape Memory and Superelasticity // *Shape Memory and Superelasticity*, 2015. V. 1, N 2. P. 240–251.
4. *Беляев Ф. С., Волков А. Е., Евард М. Е.* Моделирование Необратимой Деформации и Разрушения Никелида при Термоциклировании // *Деформация и разрушение материалов*, М.: Наука и технологии, 2017. Т. 5. С. 12-17.

Pre-Strain Influence on Fracture of Shape Memory Alloy Specimen at Cyclic Isothermal Deformation at Pseudoelastic State

F.S. Belyaev, A.E. Volkov, M.E. Evard, A.A. Khvorov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

A microstructural model for deformation of shape memory alloys (SMA), taking into account microplastic deformation caused by accommodation of martensite and accumulation of deformation defects, has been used for modelling of cyclic isothermal deformation of SMA specimen at pseudoelastic state after preliminary strain.. Using a strain-stress criterion of fracture numbers of cycles to failure have been calculated for different amplitudes of cyclic strain and different values of pre-strain.

ВЛИЯНИЯ ФОРМЫ ОБЛАСТИ НАЧАЛЬНОГО ЗАГРЯЗНЕНИЯ НА ДИНАМИКУ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ДИФФУНДИРУЮЩЕГО ВЕЩЕСТВА В ТОЛЩЕ ВОДЫ

А.Н. Бестужева¹, А.Л. Смирнов²

¹*Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Санкт-Петербург, Россия*

²*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*
E-mail: bes_alla@inbox.ru, a.l.smirnov@spbu.ru

В работе рассматривается трехмерная задача о распространении диффундирующего вещества в толще воды. Такая модель может быть использована, например, для изучения характеристик (например, времени жизни и значения максимального радиуса) области загрязняющих веществ в толще воды. Для изотропной среды математическая модель представляет собой краевую задачу для уравнения диффузии, аналитическое решение которой может быть получено с помощью метода Фурье и выражено через полиномы Лежандра и сферические функции Бесселя [1]. В работе получено аналитическое решение для произвольной области начального загрязнения в интегральном виде. Для некоторых частных случаев получены приближенные и численные решения, выполнена визуализация решений. Исследовано влияние начальной формы области загрязнения на характеристики области загрязнения. Приводятся асимптотические оценки для времени существования области диффундирующего вещества со значением выше порогового («предельно допустимая» концентрация).

Литература

1. A.N. Bestuzheva and A.L. Smirnov. Propagation dynamics of a diffusing substance on the surface and in the bulk of water// *Vestnik St. Petersburg University: Mathematics*, 2015, Volume 48, Issue 4, pp 262-270.

Effect of the Initial Pollution Domain on Dynamics of Diffusion Matter Propagation in the Bulk of Water

A.N. Bestuzheva¹, A.L. Smirnov²

¹*Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University, Saint Petersburg, Russia*

²*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

The paper deals with the three-dimensional problem of diffusing matter propagation in the water column. Such a model can be used, for example, to study the dynamic and geometric characteristics (lifetime and maximum radius value) of the area of pollutants in the water column. For an isotropic medium, the mathematical model is a boundary value problem for the diffusion equation, whose analytical solution can be obtained with the help of the Fourier method and expressed in terms of Legendre polynomials and spherical Bessel functions [1]. An analytical solution is obtained for an arbitrary boundary of the initial contamination region in the integral form. For some special cases, approximate and numerical solutions are obtained, and the results are visualized. The influence of the initial domain of the contamination region on the dynamic and geometric characteristics of the contamination area is investigated. The asymptotic estimates for the time of existence of the region of the diffusing substance with a value above the threshold ("maximum permissible" concentration) are obtained.

УСТОЙЧИВОСТЬ И КОЛЕБАНИЯ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ НАНОПЛАСТИНЫ

А.О. Бочкарев

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: a.bochkarev@spbu.ru

В связи с быстрым развитием нанотехнологий возникает необходимость в изучении механических свойств и поведения нанообъектов, используемых при изготовлении различных электромеханических устройств, таких как вибрационные сенсоры, акселерометры, резонаторы и т.п. С этой целью широко используются различные двумерные модели упругих нано-пластин и оболочек на основе гипотез Кирхгофа или Мидлина, учитывающие поверхностные напряжения в рамках теории Гертгина-Мердоха [1]. Особенностью таких двумерных моделей является несимметричность осреднённых по толщине напряжений, что обусловлено наличием недеформационных слагаемых в уравнениях состояния поверхностных напряжений. Данное обстоятельство существенно ограничивает практическую применимость такой оценочной теории из-за неклассической структуры ее уравнений. Поэтому в наномеханике стали использовать несколько упрощенную деформационную форму уравнений состояния Гертгина-Мердоха [2, 3]. С одной стороны, это сохраняет физическую сторону модели учета поверхностных напряжений, с другой – классическую структуру системы уравнений теории пластин и оболочек.

Важным элементом в таких моделях является использование эффективных упругих модулей, заключающих в себе осредненные упругие характеристики объемной фазы тонкостенного объекта и поверхностного слоя. Автором наряду с обычно используемыми эффективными тангенциальной и изгибной жесткостью введены еще и эффективные модуль Юнга и коэффициент Пуассона, также тангенциальные и изгибные [4]. Это позволило полностью сохранить структуру уравнений фон Кармана применительно к сложному изгибу нанопластин.

Численные результаты приведены для прямоугольной нанопластины, различным образом опертой по своим краям. Показано, что в отличие от макропластины безразмерные и абсолютные жесткостные и осцилляционные характеристики нанопластины существенно зависят от ее размеров. При этом степень этого влияния в большей или меньшей мере проявляется в зависимости от изгибных граничных условий.

Литература

1. Gurtin M.E., Murdoch A.I. A continuum theory of elastic material surfaces // Arch. Ration. Mech. Anal. 1975. Т. 57. № 4. С. 291-323.
2. Альтенбах Х., Еремеев В.А., Морозов Н.Ф. Об уравнениях линейной теории оболочек при учете поверхностных напряжений // Механика твердого тела. 2010. № 3. С. 30-44.
3. Бочкарев А. О., Греков М. А. Локальная потеря устойчивости пластины с круговым nanoотверстием при одноосном растяжении // Докл. РАН. 2014. Т. 457, № 3. С. 282-285.

4. Бочкарев А.О., Греков М.А. Влияние поверхностных напряжений на жесткостные свойства и устойчивость нанопластины в задаче Кирша // Физическая мезомеханика. (принята к опубликованию).

Sustainability and Vibration of Rectangular Nanoplate

A.O. Bochkarev

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The resolving equations of the large deflection of a plate in the framework of the classical non-linear von Kármán theory with surface stresses taken into account are presented. The Gurtin-Murdoch model does not include any non-strain terms in the surface stress-strain relation. It is shown that the classical form of the von Kármán equations is preserved with the redefined elastic moduli. The new effective elastic moduli (flexural and tangential Young's and Poisson's ratio), which contain the characteristics of a body and a surface, are introduced. It is shown the difference of the buckling and the vibration of a macro- and nanoplate in the homogeneous stress field, and which factors influence on this.

О НЕКОТОРЫХ ПРОБЛЕМАХ РЕКОНСТРУКЦИИ СВОЙСТВ НАЧАЛЬНОГО НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ В ПЬЕЗОЛЕКТРИКАХ

A.O. Ватульян, В.В. Дударев, Р.Д. Недин

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

Южный математический институт Владикавказского научного центра РАН, Владикавказ, Россия

E-mail: vatulyan@math.rsu.ru, dudarev_vv@mail.ru, rdn90@bk.ru

В настоящее время неоднородные пьезоэлектрики активно используются при изготовлении умных устройств, в микро- и макро электромеханических системах [1]. Для адекватного моделирования таких материалов следует учитывать наличие начального напряженно-деформированного состояния. Это связано с тем, что преднапряженные элементы часто намеренно внедряют в пьезоэлектрические устройства для улучшения их рабочих характеристик и выбора оптимальных условий функционирования. С другой стороны, в таких устройствах часто образуется неучтенное поле остаточных напряжений, снижающее эффективность их работы.

В качестве фундаментальных теоретических результатов в работе получена линеаризованная постановка общей задачи о колебаниях электроупругого тела при наличии начальных напряжений и деформаций. На ее основе сформулированы слабая постановка и вариационный принцип для различных вариантов представления энергии. С помощью вариационного принципа выведены постановки частных прямых и обратных задач для преднапряженных неоднородных стержней и дисков.

Решение прямых задач реализовано численно с помощью метода конечных элементов и пристрелки. Проведен анализ влияния факторов, описывающих начальное состояние, и электроупругих свойств объектов на амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) и значения резонансных частот. Сформулированы новые обратные коэффициентные задачи об определении уровня и структуры начального состояния по данным об изменении АЧХ [2-3]. Предложены подходы для их решения на основе метода построения итерационных процессов [4].

Работа выполнена при поддержке Программы фундаментальных исследований по стратегическим направлениям развития науки Президиума РАН №1 «Фундаментальные проблемы математического моделирования» (1140-7287-0112) «Математическое моделирование неоднородных и многофазных структур», гранта Президента Российской Федерации № МК-3179.2017.1, РФФИ №16-01-00354.

Литература

1. Kuang Z.B. Theory of Electroelasticity. Heidelberg, New York: Springer, 2014. 431 pp.
2. Dudarev V.V., Nedin R.D., Vatulyan A.O. Nondestructive identification of inhomogeneous residual stress state in deformable bodies on the basis of the acoustic sounding method // Advanced Materials Research, 2014. Vol. 996, pp. 409–414.
3. Nedin R.D., Vatulyan A.O. Inverse problem of non-homogeneous residual stress identification in thin plates // International Journal of Solids and Structures, 2013. Vol. 50, pp. 2107–2114.
4. Ватульян А.О., Соловьев А.Н. Прямые и обратные задачи для однородных и неоднородных упругих и электроупругих тел. Ростов-н/Д: Изд-во Южного федерального университета, 2008. 176 с.

On Some Issues of Reconstruction of Properties of the Initial Stress-Strain State in Piezoelectrics

A.O. Vatulyan, V.V. Dudarev, R.D. Nedin

*Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia
Southern Mathematical Institute VSC RAS, Vladikavkaz, Russia*

The direct problems are solved numerically by means of the Finite Element Method and the shooting method. The analysis of the effect of the factors describing the initial state and electromechanical properties of the objects under consideration on frequency-response functions (FRF) and resonant frequencies values is performed. The novel inverse coefficient problems on determination of the level and structure of the initial state are set based on the data on a change in FRF. The approaches to their treatment are proposed on the basis of building the iterative processes.

О ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРА

А.О. Ватульян, В.С. Кондратьев

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия
E-mail: vatulyan@math.rsu.ru, kondratev.vs@yandex.ru*

Задачи о колебаниях пьезоэлементов с различной поляризацией требуют как совершенствования методов расчета, так и методов диагностики свойств. На практике широко применяются пьезоэлементы с неоднородной поляризацией, которые изготовлены из композиционных материалов, сочетающих пьезокерамику, металл и полимер. Неоднородность физических свойств таких материалов может возникнуть как на стадии их изготовления, так и на стадии эксплуатации устройств. Для правильного расчета АЧХ необходимо определять функции, описывающие законы изменения характеристик пьезоэлементов. Исследование колебаний неоднородных пьезоэлементов осложнено тем, что их свойства зависят от координат, и характеризуются функциями, которые могут быть кусочно-постоянными для слоистой структуры и непрерывными для функционально-градиентного материала.

В настоящей работе рассмотрена задача о радиальных колебаниях полого кругового пьезокерамического цилиндра с радиальной поляризацией при наличии затухания. Электроды расположены на цилиндрических поверхностях цилиндра. Проанализированы различные режимы - наведения разности потенциалов за счет приложенной радиальной нагрузки и режим короткого замыкания.

Для решения задачи в рамках линейной электровязкоупругости сформулирована неоднородная каноническая система обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с переменными коэффициентами относительно безразмерных переменных - радиального смещения и радиального напряжения. Учет затухания осуществляется путем введения в определяющие соотношения электроупругости комплексных модулей. Материальные характеристики (модули упругости, пьезомодули, коэффициенты диэлектрической проницаемости) являются функциями радиальной координаты. В силу переменности коэффициентов дифференциального оператора анализ резонансных частот может быть осуществлен лишь численными методами. Нахождение решения поставленной краевой задачи выполнено с помощью метода пристрелки. Решено две независимые задачи Коши, каждая из которых представляет собой систему двух дифференциальных уравнений первого порядка при различных начальных условиях. Составлена программа, позволяющая строить амплитудные и фазовые характеристики, в том числе находить резонансные значения.

Выполнена серия расчетов, позволившая проанализировать зависимость резонансных частот от законов изменения физических характеристик цилиндра. Проведен сравнительный анализ АЧХ при наличии и отсутствии затухания. Реализовано сравнение резонансных значений в зависимости от отношения внутреннего и внешнего радиуса цилиндра.

Сформулирована обратная задача по определению некоторых материальных характеристик в разных постановках. Представлена схема реконструкции по заданию смещения и напряжения внутри цилиндра и, в случае задания АЧХ, на одной из цилиндрических поверхностей, проведена серия вычислительных экспериментов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 16-01-00354).

On Direct and Inverse Problem for the Inhomogeneous Piezo-Ceramic Cylinder

A.O. Vatulyan, V.S. Kondratev

Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

The paper presents the results of studying radial vibrations of a piezo-ceramic cylinder with radial polarization in the presence of damping. The physical characteristics were assumed to be functions of the radial coordinate. The canonical system obtained is solved, using the shooting method. Numerical computations for some of the laws of inhomogeneity are conducted. The amplitude-frequency characteristics in the presence and absence of attenuation are determined. Graphics of amplitude-frequency and phase characteristics are constructed. An inverse problem of reconstructing some of the characteristics is solved.

АСИМПТОТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДАЛЬНЕГО ПОЛЯ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ В НАСЛЕДСТВЕННО-УПРУГОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

М.В. Вильде, Н.В. Сергеева

Саратовский национальный исследовательский государственный университет

имени Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия

E-mail: mv_wilde@mail.ru, knickknack@bk.ru

В работе [1] для случая полупространства, находящегося в условиях плоской деформации, впервые была предложена асимптотическая модель, предназначенная непосредственно для описания поля волны Рэлея [2]. Применение этой модели позволяет выделить вклад поверхностной волны и значительно упрощает решение граничных задач. Целью данной работы является обобщение результатов работы [1] на случай наследственно-упругого полупространства.

Рассмотрим плоскую задачу о действии нормальной нагрузки на поверхность полупространства ($-\infty < x < \infty$, $0 \leq z < \infty$). Примем, что наследственно-упругие свойства материала описываются уравнениями состояния в интегральной форме, при этом в качестве ядра интегрального оператора используется дробно-экспоненциальная функция Работнова [3] с параметрами k , β , α ($-1 < \alpha \leq 0$). Получим асимптотическое приближение, применимое в окрестности условного фронта поверхностной волны. Применим к разрешающему уравнению из [2] преобразования Лапласа и Фурье по координате x :

$$\frac{p^2}{c_R^2} \Psi^{LF} + \chi^2 \Psi^{LF} = -i\chi \frac{(1+\nu)B}{Ek_R} Q^{LF},$$

где Ψ – функция, связанная со значением потенциала волны сдвига на границе, c_R – скорость волны Рэлея, $c_R = k_R c_2$, k_R – корень уравнения Рэлея [2], p и χ – параметры преобразований Лапласа и Фурье, E и ν – мгновенные значения модуля Юнга и коэффициента Пуассона, Q – приложенная нагрузка, остальные обозначения см. в [2]. Заменяя постоянную $1/c_R^2$ функцией параметра p , полученной аналогично асимптотике для первой моды при больших значениях частоты в работе [4], и используя свойства интегральных преобразований, получим интегро-дифференциальное уравнение для оригиналов

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{1}{c_R^2} \Psi(x,t) + \sum_{k=1}^N d_{1,k+1} I_\alpha^{*k} \Psi(x,t) \right) - \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} = -\frac{(1+\nu)B}{Ek_R} \frac{\partial Q}{\partial x} \quad (1)$$

где I_α^* – оператор Абеля, $d_{1,k+1}$ – коэффициенты [4], зависящие от параметров материала. Уравнение (1) является разрешающим уравнением асимптотической модели в случае наследственно-упругого полупространства. Краевые задачи для описания затухания потенциалов φ и ψ вглубь полупространства в первом приближении будут выглядеть так же, как и в упругом случае. В докладе представлены результаты сравнения решения модельной задачи по предложенной модели с точным решением.

Литература

1. Каплунов Ю.Д., Коссович Л.Ю. Асимптотическая модель для вычисления дальнего поля волны Рэлея в случае упругой полуплоскости. ДАН. 2004. Т. 395. № 4. С. 482-484.
2. Rayleigh J.W.S. On waves propagated along the plane surface of an elastic solid. Proc. Lond. Math. Soc. 1885/1886. V. 17. №253, P. 4-11.
3. Работнов Ю.Н. Элементы наследственной механики твердых тел. М.: Наука, 1977. 384 с.
4. Вильде М.В., Сергеева Н.В. Развитие асимптотических методов анализа дисперсионных соотношений для наследственно-упругого сплошного цилиндра // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2017. Т. 17, Вып. 2. С. 183-195.

The Asymptotic Model of the Surface Wave Far-Field in a Hereditary-Elastic Half-Space

M.V. Wilde, N.V. Sergeeva

Saratov State University, Saratov, Russia

An explicit asymptotic model for the surface wave far-field in a hereditary-elastic half-space is derived. Fractional exponential Rabotnov's function is used in describing of material properties. The generalization from an elastic to a viscoelastic half-space is done using an asymptotic expansion in wavenumber-frequency domain.

О ВЫБОРЕ ПОТЕНЦИАЛА ГИББСА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ГЦК ↔ ГПУ ПРЕВРАЩЕНИЯ В СПЛАВАХ С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ НА ОСНОВЕ FeMn

А.Е. Волков, М.Е. Евард, А.Д. Игнатова

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: a.volkov@spbu.ru, m.evard@spbu.ru, anya_ignatov@mail.ru

В последнее десятилетие бурное развитие материаловедения, разработка тройных, четверных и более сложно легированных сплавов привели к тому, что интерес к сплавам с памятью формы (СПФ) на основе FeMn резко вырос в связи с возможными применениями в качестве элементов массивных виброзащитных конструкций. Это обусловило необходимость разработки модели, позволяющей адекватно описывать механическое поведение этих материалов.

В работе [1] предложен микроструктурный подход, основанный на ориентационном усреднении деформации по зернам и разбиении деформации зерна на составляющие (упругую, теплового расширения и фазовую). Фазовая деформация в зерне рассчитывается путем усреднения деформаций Бейна, реализующих мартенситное превращение, с учетом объемных долей кристаллографически эквивалентных вариантов мартенсита. Движущие силы мартенситных переходов определяются как производные потенциала Гиббса по соответствующим внутренним переменным.

В настоящей работе обсуждается выбор потенциала Гиббса при микроструктурном моделировании деформации СПФ на основе FeMn с учетом специфики протекающего в этих сплавах мартенситного превращения ГЦК↔ГПУ, которое осуществляется путем сдвига на вектор $\bar{s} = a/6 \langle 11\bar{2} \rangle$ в каждой второй плоскости $\{111\}$. Ввиду тройной симметрии фазы ГПУ все варианты мартенсита разделены на триплеты (зоны). Для определения суммарного количества мартенсита в зоне рассмотрен вектор Φ_p такой, что его компоненты Φ_{pi} – это количество мартенсита в плоскости с номером p и направлениями сдвига $i=1, 2, 3$, а сумма компонент характеризует общее количество мартенсита в зоне: $\Phi_p^{zon} = \sum_{i=1}^3 \Phi_{pi}$. Для двухфазной среды, состоящей из мартенсита и аустенита, термодинамический потенциал Гиббса для одного зерна можно записать в виде суммы собственного потенциала G^{eg} и потенциала смешивания G^{mix} , определяющего энергию взаимодействия фаз. Для потенциала смешивания принято выражение, являющееся частным случаем квадратичной формы переменных Φ_{pi} :

$$G^{mix} = \frac{\mu}{2} \left[\sum_{i,p} \Phi_{pi}^2 + \alpha \sum_{p=1}^4 |\Phi_p|^2 \right] \quad (1)$$

где μ – коэффициент пропорциональности, являющийся характеристикой материала; α – параметр модели, который на данном этапе работы не наделяется физическим смыслом.

Условием термодинамического равновесия обсуждаются в терминах положительной определенности этой квадратичной формы. Показано, что квадратичная форма является положительно определенной при $\alpha \in (-0,5; 1)$. Кроме того, с учетом необходимости возрастания энергии при однонаправленном сдвиге должно выполняться неравенство $\alpha > 0$.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 16-01-00335.

Литература

1. *M.E. Evard, A.E. Volkov, F.S. Belyaev, A.D. Ignatova, N.A. Volkova / Microstructural modelling of plastic deformation and defects accumulation in FeMn based shape memory alloys // Procedia Structural Integrity, 2016. V.2. P.1546-1552.*

About the Choice of Gibbs' Potential for Modelling of FCC \leftrightarrow HCP Transformation in FeMn-Based Shape Memory Alloys

A.E. Volkov, M.E. Evard, A.D. Ignatova

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The choice of Gibbs' potential for microstructural modeling of FCC \leftrightarrow HCP martensitic transformation in FeMn-based shape memory alloys is being discussed. Threefold symmetry of the HCP phase is taken into account at determination of internal parameters characterizing volume fractions of martensite variants. Constraints imposed on model constants by thermodynamic equilibrium conditions have been determined.

О МЕХАНИЗМАХ НЕУПРУГОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОРИСТЫХ ОБРАЗЦОВ ИЗ СПЛАВОВ С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ

А.Е. Волков, М.Е. Евард, Е.Н. Япарова

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: a.volkov@spbu.ru, evard@math.spbu.ru, erunyauve@mail.ru

Формоизменение пористых образцов из сплава с памятью формы (СПФ) определяется как особенностями их неоднородной структуры, так и протекающим в этих материалах фазовым мартенситным превращением. Разделить эти процессы при анализе экспериментальных результатов довольно сложно. В настоящей работе сделана попытка при помощи моделирования ответить на вопрос, какие механизмы деформирования пористого СПФ обусловлены присутствием в материале мартенситного превращения, а какие являются следствием неоднородного строения материала.

Расчеты выполняли для трех типов модельных образцов: сплошного («литого») образца из СПФ, пористого образца из СПФ и пористого образца, не испытывающего мартенситных переходов. Выполнено моделирование изотермического сжатия образцов при различных температурах, а также их охлаждения и нагрева под постоянным напряжением, когда СПФ демонстрирует эффекты пластичности превращения и памяти формы. Специфику строения пористых образцов учитывали с помощью разработанных ранее балочных моделей [1 – 3]. Неупругую деформацию СПФ, связанную с мартенситными переходами, рассчитывали в рамках макроструктурной модели [4].

Показано, что при деформировании в мартенситном состоянии переориентация мартенсита в сплошном образце из СПФ начинается при значительно больших напряжениях, чем в пористом. Сплошные образцы также демонстрируют значительно более высокие значения пределов текучести как в аустенитном, так и в мартенситном состоянии. Сравнение деформации пластичности превращения и памяти формы показало, что значения накапливаемой при охлаждении деформации для пористого и литого СПФ примерно равны, а меньшая величина деформации, возвращаемой при нагреве, обусловлена особенностями пористой структуры.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 16-01-00335.

Литература

1. *Volkov A.E., Evard M.E., Iaparova E.N. Modeling of functional properties of porous shape memory alloy // MATEC Web of Conferences. 2015. Vol. 33. P. 02006.*

2. Волков А.Е., Евард М.Е., Япарова Е.Н. Деформация пористого образца из сплава с памятью формы с поперечной ориентацией пор относительно оси нагружения // Вестник Тамбовского университета. Серия: естественные и технические науки. 2016. Т. 21. №3. С. 913-916.
3. Volkov A.E., Evard M.E., Iaparova E.N. A beam model of porous shape memory alloy deformation // Materials Today: Proceedings. 2017. Vol 4. P. 4631-4636.
4. Volkov A.E., Evard M.E., Red'kina K.V., Vikulenkov A.V., Makarov V.P. Simulation of payload vibration protection by shape memory alloy parts // ЖМЕР. 2014. Vol. 23. P. 2719.

About the Mechanisms of Unelastic Deformation in Porous Shape Memory Alloy Sample

A.E. Volkov, M.E. Evard, E.N. Iaparova

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The presented work is devoted to the answer the questions about the origin of unelastic deformation in porous shape memory alloys (SMA) and influence of heterogeneous porous structure on mechanical behavior of these materials. Calculations were made for the three types of models: bulk SMA sample, porous SMA sample and porous sample without martensitic transformation. Simulation of isothermal compression of samples at different temperatures and at cooling and heating under constant stress was performed. Microstructural model was used for calculation of phase strain in SMA. It was shown that reorientation stress and yield stress in bulk SMA specimen are higher than in porous one. Less value of shape memory effect is due to the features of porous structure.

МАКРОМОДЕЛЬ ФУНКЦИОНАЛЬНО-МЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ СПЛАВА С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ

А.Е. Волков, П.С. Люльчак

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: a.volkov@spbu.ru, plus_xcv@mail.ru

Разработанные к настоящему времени макромодели деформации сплавов с памятью формы (СПФ) различаются между собой выбором внутренних переменных, описывающих в той или иной мере количество и структуру мартенсита. В самых простых моделях имеется только одна такая переменная – объемная доля мартенситной фазы [1-3]. Другие модели учитывают наличие аккомодированного и раздвойникового мартенсита и содержат две внутренние переменные, задающие объемные доли этих двух видов мартенситной фазы [4]. В моделях [5-6] имеется только одна тензорная внутренняя переменная – средняя фазовая деформация. В данной работе предложена модель с набором внутренних переменных как в работе [7]: объемная доля мартенсита и средняя фазовая деформация, при этом предложена другая аппроксимация энергии взаимодействия фаз и другие условия мартенситных переходов.

Рассмотренная макроскопическая модель описывает развитие деформации в СПФ за счет упругости, теплового расширения, мартенситного превращения и переориентации мартенсита. Внутренними переменными являются объемная доля мартенсита и тензор средней фазовой деформации. Найдены движущие силы мартенситных переходов, в терминах которых сформулированы условия реализации этих процессов. Предложена методика определения материальных постоянных.

Модель описывает изотермическое деформирование образцов при температурах, соответствующих аустенитному, мартенситному и двухфазному состояниям, накопление деформации при охлаждении под нагрузкой и ее возврат при нагреве, генерацию напряжения при реализации обратного превращения в стесненных условиях. Расчеты требуют мало компьютерного времени, вследствие чего данная модель является перспективной при решении краевых задач.

Литература

1. Мовчан А.А., Мовчан И.А., Сильченко Л.Г. Микромеханическая модель нелинейного деформирования сплавов с памятью формы при фазовых и структурных превращениях // Известия РАН. МТТ. 2010. №3. С. 118-130.
2. Liang C., Rogers C. A multi-dimensional constitutive model for shape memory alloys // J. Eng. Math. 1992. Vol. 26, P. 429-443.

3. *Lagoudas D.C., Bo Z., Qidwai M.A.* A unified thermodynamic constitutive model for SMA and finite element analysis of active metal matrix composites // *Mech. Composite Mater. Struct.* 1996. Vol. 3. P. 153–179.
4. *Brinson L.C.* One dimensional constitutive behaviour of shape memory alloys: thermomechanical derivation with non-constant material functions // *J. Intell. Mater. Syst. Struct.* 1993. Vol. 4. P. 229–242.
5. *Souza A.C., Mamiya E.N., Zouain N.* Three-dimensional model for solids undergoing stress-induced phase transformations // *European Journal of Mechanics A: Solids* // 1998. Vol. 17. P. 789–806.
6. *Auricchio F., Petrin L.* A three-dimensional model describing stress-temperature induced solid phase transformations: thermomechanical coupling and hybrid composite applications // *Int. J. Numer. Meth. Engng* 2004. Vol. 61/ P. 716–737.
7. *Волков А.Е.* Микроструктурное моделирование деформации сплавов при повторяющихся мартенситных превращениях // *Изв. Академии Наук. Сер. Физическая.* 2002. Т. 66, № 9. С. 1290 – 1297.

Macroscopic Model of Functional-Mechanical Behavior of a Shape Memory Alloy

A.E. Volkov, P.S. Lyul'chak

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

A simple macroscopic model describing the deformation of a shape memory alloy (SMA) due to the elasticity, thermal expansion, martensitic transformation and reorientation of martensite is proposed. The internal variables are the volume fraction of martensite phase and the mean phase strain. From the expression for the Gibbs' potential the thermodynamic driving forces for the transformation and the martensite reorientation are found and conditions of the realization of these phenomena are formulated.

A technique for determining material constants is proposed. The model describes isothermal deformation of SMA specimens at various temperatures. Processes of the strain accumulation at cooling under a stress and strain recovery at consequent heating are simulated. The model also describes the recovery stress generation when the reverse transformation occurs in the deformation constrained conditions.

ВЛИЯНИЕ РАЗМЕРА ЗЕРНА НА ЭФФЕКТЫ ПАМЯТИ ФОРМЫ В СПЛАВЕ TiNi

Д.И. Глазова¹, С.П. Беляев^{1,2}, Н.Н. Реснина^{1,2}, В.П. Пилюгин³

¹*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*

²*Петербургский институт ядерной физики имени Б.П. Константинова*

НИЦ «Курчатовский институт», Гатчина, Россия

³*Институт физики металлов им. М.Н. Михеева УрО РАН, Екатеринбург, Россия*

E-mail: dianka95@gmail.com

Целью работы явилось изучение влияния размера зерна на эффекты памяти формы и обратимой памяти формы в сплаве TiNi с нанокристаллической структурой. Образцы крупнозернистого сплава Ti – 50,2 ат.% Ni аморфизовали в процессе сдвига под давлением 8 ГПа на 3,5 оборота. Из аморфных заготовок толщиной 0,1 мм вырезали образцы размером 2 x 5 мм и нагревали до различных температур, что позволило сформировать в них кристаллическую структуру с размером зерен от 20 до 500 нм. Эффекты памяти формы и обратимой памяти формы изучали в процессе нагревания и охлаждения образцов, подвергнутых предварительной деформации изгибом между двумя плоскопараллельными пластинами при температурах: 25 °С и -196 °С.

Результаты работы показали, что в образцах с размером зерна менее 80 нм деформирование при низких температурах осуществляется за счет переориентации кристаллов мартенсита. В этом случае наблюдается полное восстановление остаточной деформации при нагреве и не наблюдается эффекта обратимой памяти формы при охлаждении. С увеличением температуры деформирования понижается предел текучести сплава, что приводит к появлению пластической деформации. Как следствие, восстановление деформации в процессе нагрева становится несовершенным, а при последующем охлаждении наблюдается эффект обратимой памяти формы.

В образцах с размером зерна более 80 нм при малых значениях остаточной деформации сплав деформируется за счет обратимых механизмов деформирования (переориентации или наведения мартенсита), остаточная деформация полностью восстанавливается в процессе нагрева, а эффект обратимой

памяти формы не проявляется. Если остаточная деформация превышает некоторое критическое значение, которое зависит от размера зерна, то помимо обратимых механизмов деформирования реализуется механизм дислокационного скольжения. Это приводит к тому, что восстановление деформации при нагреве становится несовершенным, а при охлаждении наблюдается эффект обратной памяти формы.

Увеличение температуры деформирования способствует пластическому деформированию сплава. Как следствие, повышается вклад пластической деформации в полную деформацию сплава, что приводит к ухудшению эффекта памяти формы и стимулирует проявление эффекта обратной памяти формы.

Influence of Grain Size on Shape Memory Effects in TiNi Alloy

D.I. Glazova¹, S.P. Belyaev^{1,2}, N.N. Resnina^{1,2}, V.P. Pilugin³

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

²*B.P. Konstantinov Petersburg Nuclear Physics Institute NRC "Kurchatov Institute", Gatchina, Russia*

³*M.N. Miheev Institute of Metal Physics of Ural Branch of RAS, Ekaterinburg, Russia*

The aim of this work was to study the one-way and two-way shape memory effects in nanostructured Ti – 50.2 at.% Ni alloy with different grain size. It was found that if grain size was less than 80 nm, then complete strain recovery occurred on heating and no two-way shape memory effect was observed on cooling if the preliminary deformation was occurred at -196 °C. An increase in deformation temperatures decreased the yield limit for dislocation slip and plastic strain appeared in the sample. As a result, incomplete strain recovery was observed on heating and the two-way shape memory effect was found on cooling. If the grain size was 80 nm or more, then a complete strain recovery was observed on heating and no strain variation was found on cooling if the preliminary strain was less than some threshold strain which value depended on the grain size. If the residual strain exceeded a threshold strain, then incomplete strain recovery was observed on heating and the two-way shape memory effect was found on cooling.

APPROXIMATE ANALYTICAL SOLUTIONS IN THE ANALYSIS OF THIN ELASTIC PLATES

D.P. Goloskokov¹, A.V. Matrosov²

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

²*Saint Petersburg Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping, Saint Petersburg, Russia*

E-mail: dpg1954@mail.ru, avmatrosov@mail.ru

The problem of bending a rectangular ($0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b$) rigid plate in Cartesian orthogonal coordinate system O_{xy} with various boundary conditions on the contour under any external transverse loads $q(x, y)$ is considered. The different approaches to construct approximate analytical solutions are investigated. Various combinations of boundary conditions of clamping, free hinged support and free edges are considered.

The problem of bending of the thin isotropic plate is reduced to the solution of a partial differential equation for the deflection function $w(x, y)$ with the given boundary conditions on the sides of the plate

$$\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2\lambda^2 \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \lambda^4 \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} = \frac{q(x, y)}{q_0}. \quad (1)$$

In (1) w is a deflection function, $W = Dw / (a^4 q_0)$ is a dimensionless deflection, $\lambda = a/b$, D is cylindrical rigidity, q_0 is a characteristic parameter of the load, $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$.

The first investigated approach is based on the superposition method in which two solutions in the form of trigonometric series obtained by the method of initial functions (MIF) [1, 2] is used to form a general solution for the specified task.

On the second approach the solution $w(x, y) = \frac{1}{q_0} \int_0^1 \int_0^1 G(x, y, x_0, y_0) q(x_0, y_0) dx_0 dy_0$ is built using a Green function in the form of orthogonal series $G(x, y, x_0, y_0) = \sum_n \omega_n(x_0, y_0) \omega_n(x, y)$. Here $\omega_n(x, y)$ are polynomial basis functions that exactly satisfy homogeneous boundary conditions and are orthonormal in energy of the biharmonic operator [3, 4].

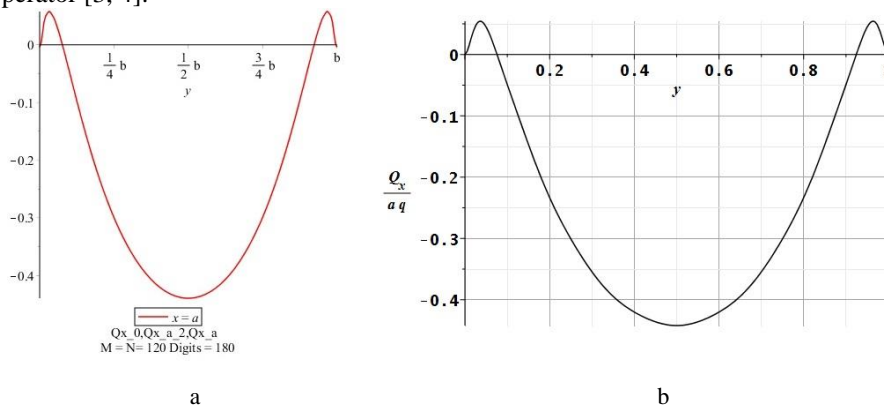


Fig. 1. The shear force along the clamped side calculated by the method of initial functions (a) and using the Green function (b).

Fig. 1 shows the graph of a shear force along the clamped side $x = a$ for a clamped plate.

References

1. *Matrosov A.V., Suratov V.A.* Numerical-analytical solution for a boundary problem of deformation of linearly-elastic anisotropic rectangle // *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Seriya 10.* 2007. №2. P. 55-65. (in Russian)
2. *Goloskokov D.P., Matrosov A.V.* Comparison of two analytical approaches to the analysis of grillages // 2015 International Conference "Stability and Control Processes" in Memory of V.I. Zubov (SCP), 5-9 Oct., Saint-Petersburg. 2015. P. 382-385. DOI: 10.1109/SCP.2015.7342169
3. *Goloskokov D.P.* Analyzing simply supported plates using Maple system // 2014 International Conference on Computer Technologies in Physical and Engineering Applications (ICCTPEA). 2014. P. 55-56.
4. *Goloskokov D.P.* Calculation of the ribbed plate in the mixed form "deflection - function of efforts" // 2015 International Conference "Stability and Control Processes" in Memory of V.I. Zubov (SCP), 5-9 Oct., Saint-Petersburg. 2015. P. 386-388. DOI: 10.1109/SCP.2015.7342170

ЭФФЕКТ МЕЖФАЗНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В УПРУГОМ ТЕЛЕ С НАНОВКЛЮЧЕНИЕМ

М.А. Греков, А.Б. Вакаева

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: m.grekov@spbu.ru, a.vakaeva@spbu.ru

Бурное развитие нанотехнологий привело к созданию приборов, элементы которых имеют нанометровый размер (от одного до нескольких десятков нанометров). Обнаружено, что по мере уменьшения размеров деформируемых тел до нанометрового диапазона начинают проявляться масштабные эффекты их механического поведения. В первую очередь, это связано с тем, что физико-механические свойства приповерхностных слоев существенно отличаются от аналогичных свойств в глубине тела [1]. В случае наноразмерных структур различие свойств приповерхностных слоев проявляется, в частности, в заметном влиянии поверхностных напряжений на физические свойства материала. Кроме того, свойства поверхности являются причиной размерных эффектов, то есть зависимости уникальных механических свойств от параметра размерности длины.

В работах [2, 3] для задачи об упругом теле с почти круговым включением применен метод возмущения границы, позволяющий оценить влияние отклонения границы от окружности на напряженно-деформированное состояние вблизи дефекта и, в том числе, на концентрацию напряжений. Цель данной

работы – разработанный метод распространить на случай нанометровых включений и провести исследование эффекта воздействия межфазного напряжения на напряженное состояние бесконечного упругого тела с круговым нановключением.

Рассматривается бесконечное упругое тело с почти круговым включением нанометрового размера. Считается, что на межфазной границе отсутствуют разрывы перемещений, а скачок напряжений определяется действием межфазного напряжения согласно обобщенному закону Лапласа – Юнга [1]. Теоретические выкладки и исследования основаны на использовании аппарата теории аналитических функций, соотношений объемной и поверхностной теории упругости [4], комплексных потенциалов Гурса – Колосова, метода возмущений, интегралов типа Коши, аналитических методов решения гиперсингулярных интегральных уравнений. В работе приведен алгоритм решения гиперсингулярного интегрального уравнения относительно неизвестного межфазного напряжения в виде степенного ряда. В явном виде получены выражения для напряжений в случае круговой границы включения. Также продемонстрирован размерный эффект в виде зависимости напряженного состояния границы от размера включения.

Литература

1. Duan H.L., Wang J., Karihaloo B.L. Theory of Elasticity at the Nanoscale // *Advances in Appl. Mech.* 2009. Vol. 45. P. 1-68.
2. Grekov M.A., Vakaeva A.B. The perturbation method in the problem on a nearly circular inclusion in an elastic body // *Proceedings of the 7th International Conference on Coupled Problems in Science and Engineering*. 2017. P. 127-138.
3. Башканкова Е.А., Греков М.А. Метод возмущений в задаче об упругом теле с эллиптическим включением // *Процессы управления и устойчивость*. 2014. Т. 1. № 1. С. 105-110.
4. Gurtin M.E., Murdoch A.I. Surface stress in solids // *Int. J. Solids Struct.* 1978. Vol. 14. No 6. P. 431-440.

Effect of Interfacial Stresses in an Elastic Body with a Nano Inclusion

M.A. Grekov, A.B. Vakaeva

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The 2-D problem of an infinite elastic solid with a nano inclusion of a different shape is solved. The interfacial stresses are acting at the interface of the inclusion. Contact of the inclusion with the matrix satisfies the ideal conditions of cohesion. The generalized Laplace – Young law, defines conditions at the interface. To solve the problem, Gurtin – Murdoch surface elasticity model, Goursat – Kolosov complex potentials and the boundary perturbation method are used. The problem is reduced to the solution of two independent Riemann – Hilbert’s boundary problems. For the circular inclusion, hypersingular integral equation in the unknown interfacial stress is derived. The algorithm of solving this equation is constructed. The influence of the interfacial stress and the dimension of the circular inclusion on the stress distribution and stress concentration at the interface are analyzed.

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ ГРИНА ДЛЯ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СРЕДЫ С МЕЖФАЗНЫМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ НА ПЛОСКОЙ ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА

М.А. Греков, Т.С. Сергеева

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: magrekov@mail.ru, tfkp@mail.ru

С интенсивным развитием нанотехнологий возникает потребность исследования упругих полей в различного рода наноструктурах, у которых по крайней мере один линейный размер находится в диапазоне от одного до нескольких десятков нанометров. Особое значение в инженерной практике имеет анализ взаимодействия на наномасштабном уровне характерных неоднородностей наноструктур (включений, пор, трещин) друг с другом и с межфазными границами. Как и на макроуровне, наиболее эффективные методы решения соответствующих краевых задач основаны на построении функций Грина. Построению этих функций для случаев, когда та или иная неоднородность находится на нанометровом расстоянии от границы раздела двух различных сред, и посвящена данная работа.

Рассматривается бесконечная двухкомпонентная упругая среда с плоской межфазной границей под действием периодической системы сосредоточенных сил или краевых дислокаций, расположенных

параллельно границе. На границе действуют межфазные напряжения Гиббса, а на бесконечности приложена внешняя нагрузка. Предполагается, что выполнены условия плоской деформации

Решение подобной краевой задачи без учета межфазных напряжений изложено в работе [1], в которой получены явные выражения для компонент тензора напряжений и вектора перемещений – функций Грина. Найденные в [1] функции неприменимы при нанометровых расстояниях от границы до неоднородности, так как классическая линейная теория упругости становится некорректной.

Цель данной работы – распространить решение, полученное в [1], на случай, когда силы и дислокации находятся в приповерхностной зоне нанометровой толщины. Использование в работе теории поверхностной упругости Гуртина–Мердока [2], учитывающей поверхностные (межфазные) напряжения, приводит к гиперсингулярному интегральному уравнению относительно производной поверхностного напряжения. Решение этого уравнения представлено в виде ряда Фурье, коэффициенты которого получены в квадратурах. Выведены формулы в явном виде для компонент тензора напряжений. В частном случае, когда межфазная граница превращается в границу полупространства (одна из двух сред отсутствует), эти формулы совпадают с формулами, полученными в [3]. Приводится анализ влияния геометрических и физических параметров задачи на напряженное состояние композита в окрестности межфазной поверхности.

Литература

1. Греков М.А. Сингулярная плоская задача теории упругости. Санкт-Петербург: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2001. 192 с.
2. Gurtin M.E., Murdoch A.I. A continuum theory of elastic material surface // Arch. Ration. Mech. Anal. 1975. V. 57, No. 4. P. 291-323.
3. Греков М.А., Сергеева Т.С. Периодическая система дислокаций и внутренних сил в полубесконечном упругом теле при учете поверхностных напряжений // Процессы управления и устойчивость. 2015. Т. 2, №1. С. 137-142.

Periodic Green Functions for Two-Component Medium with Interface Stresses at the Planar Interface

M.A. Grekov, T.S. Sergeeva

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The 2-D problem of elasticity for bi-material with planar interface under the periodic set of point forces or edge dislocations is considered at the nanoscale. Complex variable based technique and Gurtin-Murdoch model of surface elasticity, which leads to the hypersingular integral equation, are used. The solution of this equation and explicit formulas for stress field (Green functions) are obtained in terms of Fourier series. The fundamental solutions obtained in the work can be used for applying the boundary integral equation method to an analysis of defects such as cracks and inhomogeneities, periodically distributed at the nanometer distance from the interface.

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТОНКОЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНЫ

Е.А. Долгова, А.Л. Смирнов

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: levinfo@ gmail.com, a.l.smirnov@spbu.ru

Работа посвящена исследованию свободных колебаниях тонкой эллиптической пластины с малым эксцентриситетом. Аналитическое решение задачи может быть найдено через функции Матье (см.[1]). Нахождение частотного параметра из получаемого характеристического уравнения представляет определенные трудности. В случае малого эксцентриситета метод возмущений позволяет получить выражение для частотного параметра в виде ряда. Проведено сравнение частот круглой и эллиптической пластин равной площади для небольших значений эксцентриситета подобно тому, как это было сделано в работе [2].

Рассмотрены колебания круглой и эллиптической пластин с центральным круглым (эллиптическим) отверстием. В случае, когда эксцентриситеты отверстия и пластины одинаковы, возможно построение решения в функциях Матье. Исследовано влияние величины отверстия на частоты колебаний пластины [3].

Проводится сравнение аналитических решений с решением, полученным в конечно-элементном пакете ANSYS [4].

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты 15-01-06311а, 16-01-00580а.

Литература

1. *Yoshio Shibaoka*. On the transverse vibration of an elliptic plate with clamped edge // Journal of the Physical Society of Japan, 1956, Vol. 11(7), pp. 292-803.
2. *Xistris G.D., Rajalingham C., Bhat Rama B.* A note on elliptical plate vibration modes as a bifurcation from circular plate modes // International Journal of Mechanical Sciences, 1995, Vol. 37(1), pp. 61-75.
3. *Lebedev A.L., Smirnov A.L.* Buckling of Non-isotropic Plates with Cut-Outs // Numerical Analysis and Its Applications Selected Papers, Series: Lecture Notes in Computer Science, 2013, Vol. 8236, pp. 387-394
4. *Lebedev A.L., Smirnov A.L., Zhukova E.A.* Numerical and analytical modeling of elliptic thin plate vibrations// NAA 12 Fifth Conference on Numerical Analysis and applications, Abstracts, University of Rousse, Bulgaria, 2012, p. 36.

Free Vibrations of Thin Elliptical Plate

E.A. Dolgova, A.L. Smirnov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Free vibrations of an elliptic thin plate with an elliptic with or without central cut-out are modeled by means of analytic and numerical methods. The analytic solution for an elliptic plate with co-centric elliptic hole is obtained in Mathieu functions. The obtained characteristic equation is solved numerically and asymptotically for the plate and hole of small eccentricities. The analytical results and the results of FEM analysis are compared.

НЕОДНОРОДНАЯ ПЛОСКОСТЬ С МЕЖФАЗНОЙ ТРЕЩИНОЙ ДЛЯ МОДЕЛИ ПОЛУЛИНЕЙНОГО МАТЕРИАЛА

Т.О. Доманская, В.М. Мальков, Ю.В. Малькова

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: tanyath57@gmail.com, v.malkov@spbu.ru, y.malkova@spbu.ru

Рассматриваются плоские задачи (плоская деформация и плоское напряженное состояние) нелинейной теории упругости для неоднородной плоскости с межфазной трещиной. Плоскость образована из двух полуплоскостей, выполненных из материалов с разными упругими свойствами. Механические свойства полуплоскостей описываются моделью полулинейного материала. Использование этой модели позволило применить теорию комплексных функций и получить точное аналитическое решение рассматриваемых задач. Получены выражения для номинальных напряжений, напряжений Коши и перемещений. Исходя из общего решения построены асимптотические разложения номинальных и истинных напряжений Коши в окрестности конца трещины. Показано, что номинальные напряжения имеют особенность типа $1/\sqrt{r}$ при $r \rightarrow 0$, напряжения Коши не имеют особенности. Найдены коэффициенты интенсивности номинальных напряжений, которые совпали с КИН аналогичной линейной задачи. Исследованы перемещения берегов трещины. Формула раскрытия трещины нелинейной задачи отличается только значением коэффициента от такой же формулы линейной задачи.

Упругий потенциал полулинейного материала имеет вид [1, 2]

$$\Phi = 0,5\lambda tr^2(\Lambda - \mathbf{I}) + \mu tr(\Lambda - \mathbf{I})^2,$$

где λ , μ - параметры Ляме, Λ - тензор кратностей удлинений.

Трещина расположена на промежутке $[-a, a]$ линии сопряжения полуплоскостей. На бесконечности заданы номинальные напряжения $s_{ij} \rightarrow s_{ij}^\infty$ (свои для каждой полуплоскости). Берега трещины свободны от напряжений:

$$(s_{22} - is_{21})^+(t) = 0, (s_{22} - is_{21})^-(t) = 0, |t| < a.$$

Ниже приведены формулы для КИН и раскрытия трещины

$$K^\pm = \sqrt{2\pi} \lim_{\tau \rightarrow \pm 1 \pm 0} [(\pm\tau - 1)^{0,5 \pm i\beta} (s_{22} - is_{21})(\tau) = \pm\sqrt{\pi}(1 \mp 2i\beta)2^{\pm i\beta} (s_{22}^\infty - is_{21}^\infty)]$$

$$\Delta u_2(t) = A\sqrt{a^2 - t^2} \cos \left[\beta \ln \left(\frac{a+t}{a-t} \right) \right] s_{22}^\infty, \quad |t| < a.$$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 16-31-00065.

Литература

1. Мальков В.М., Малькова Ю.В. Плоские задачи упругости для полулинейного материала // Вестник С.-Петерб. ун-та. Сер. 1: Математика, механика, астрономия. 2012. Вып. 3. С. 93-106.
2. Мальков В.М. Введение в нелинейную упругость. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та. 2010. 276 с.

Bi-Material Plane with Interface Crack for the Model of Semi-Linear Material

T.O. Domanskaya, V.M. Malkov, Yu.V. Malkova

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The plane problems of nonlinear elasticity for bi-material plane with interface crack are considered. Mechanical properties of half-planes are described by the model of semi-linear material. Application of model harmonic material has applied to use the methods of complex functions and to obtain exact analytical solutions of problems. The expressions for nominal (Piola) and Cauchy stresses and displacements are obtained. On the base of the global solution the asymptotic expansions are constructed for nominal stresses and Cauchy stresses in vicinity of a crack tips. The stress intensity factors for nominal stresses are obtained. The jump of displacements of crack surfaces is investigated.

TECHNIQUE DEVELOPMENT FOR CONDUCTING MECHANICAL TESTS TO STUDY THE PORE FORMATION PROCESS IN CASE OF MATERIAL FRACTURE

M.A. Efimov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

E-mail: xxxnighxxxx@mail.ru

The main purpose of this work is to study the grain size effect on the pore formation process in an Al-Mg-Si alloy. Tensile tests of samples of various geometries were carried out in coarse-grained and ultrafine-grained states after two types of aging. Quantitative and qualitative analysis of the formed pores was carried out. The finite element method was used to calculate the stresses in pore spaces of samples of different geometries for determining the stresses at which the pores are formed. A comparative analysis of the obtained values was made. It is shown that grain size refinement increases the level of stresses which is necessary to initiate the pore formation process.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТОВ ПОЛЗУЧЕСТИ В РАМКАХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНОЙ ЭНДОХРОННОЙ ТЕОРИИ НЕУПРУГОСТИ

Т.А. Забавникова¹, Ю.И. Кадашевич², С.П. Помыткин³

¹Военная академия связи имени Маршала Советского Союза С.М. Будённого, Санкт-Петербург, Россия

²Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна, Санкт-Петербург, Россия

³Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: tanyairoma@gmail.ru, kadashevich-yulij@yandex.ru, sppom@yandex.ru

Рассматривается геометрически нелинейная эндохронная теория неупругости тензорно-параметрического типа. В рамках варианта теории, учитывающего временные неупругие явления, протекающие в материалах [1], формулируются определяющие соотношения, связывающие компоненты тензоров напряжений и деформаций. На их основе моделируется процесс ползучести материала.

Изучается влияние различных схем приложения напряжений и изменения свойств материала на развитие деформаций ползучести. Замкнутые нелинейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений теории решаются численно методом конечных разностей в среде MATLAB. Указываются некоторые вычислительные особенности при построении ортогонального тензора поворота. Подчёркивается важность выбора формы градиента деформации и входящих в него параметров.

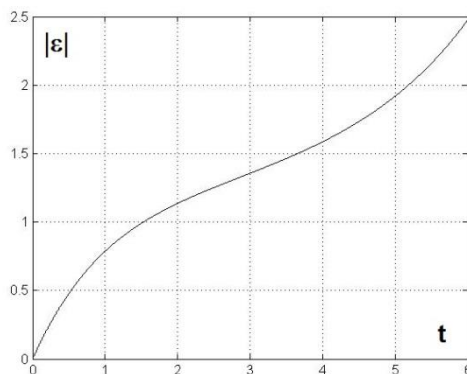


Рис. 1. Развитие интенсивности деформаций ползучести во времени.

В докладе приводятся результаты, показывающие хорошее качественное совпадение расчётов с экспериментальными наблюдениями различных эффектов ползучести [2], включая описание третьей стадии ползучести – стадии разупрочнения и предразрушения материала [2, 3].

Литература

1. Кадашевич Ю.И., Помыткин С.П. Учёт конечных деформаций в эндохронной теории вязкопластичности // Вестник гражданских инженеров. 2005. №2. С. 28-32.
2. Локощенко А.М. Ползучесть и длительная прочность металлов. М.: Физматлит, 2016. 504 с.
3. Betten J. Creep mechanics. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2005. 353 p.

Simulation of Creep Effects in Framework of a Geometrically Nonlinear Endochronic Theory of Inelasticity

T.A. Zabavnikova¹, Yu.I. Kadashevich², S.P. Pomytkin³

¹Military Telecommunication Academy, Saint Petersburg, Russia

²University of Industrial Technologies and Design, Saint Petersburg, Russia

³University of Aerospace Instrumentation, Saint Petersburg, Russia

A geometric non-linear endochronic theory of inelasticity in tensor parametric form is considered. The creep strains are modelled in the framework of this theory. The effect of various schemes of applying stresses and changing of material properties on the development of creep strains is studied.

The constitutive equations of the model are the closed non-linear systems of ordinary differential equations which are solved in MATLAB by implicit difference method.

Presented results of creep simulation demonstrate the good qualitative agreement of theoretical data and experimental observations including the description of the tertiary creep and pre-fracture of materials.

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ НЕКРУГОВОЙ МНОГОСЛОЙНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

А.В. Зелинская

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: anna_zelinskaya@inbox.com

В данной работе рассматриваются свободные колебания тонкой некруговой цилиндрической оболочки средней длины. Оболочка предполагается неоднородной по толщине, в частности, многослойной. Рассматриваются собственные частоты и формы колебаний, локализованные вблизи слабой образующей. Наиболее слабой будет образующая, у которой кривизна минимальна. Для оболочки с сильно различающимися жесткостями слоев необходимо учитывать жесткость на поперечный сдвиг. В связи с этим для вывода уравнений устойчивости используется обобщенная модель Тимошенко–Рейсснера, согласно которой неоднородная по толщине оболочка заменяется однородной оболочкой с эквивалентными жесткостями на изгиб и на поперечный сдвиг.

В книге [1] изложен метод асимптотического интегрирования, позволяющий приближенно определить собственные функции и формы колебаний для некруговых цилиндрических оболочек по модели Кирхгофа–Лява. Для некруговых оболочек форма потери устойчивости вытянута вдоль образующей и локализуется в окрестности образующей, для которой кривизна направляющей минимальна. Здесь этот метод используется для уравнений, учитывающих сдвиг по модели Тимошенко–Рейсснера. В данной работе построено два приближения. Критическая нагрузка по первому приближению равна нагрузке на круговую оболочку, кривизна которой равна минимальной кривизне направляющей некруговой оболочки.

В качестве примера рассматривается трехслойная эллиптическая оболочка с шарнирно опертыми краями с мягким средним слоем. Обсуждается влияние поперечного сдвига на формы колебаний как для эллиптической, так и для круговой оболочки.

Литература

1. Михасев Г.И., Товстик П.Е. Локализованные колебания и волны в тонких оболочках. Асимптотические методы // Физматлит. Москва. 2009.
2. Товстик П.Е. Устойчивость тонких оболочек. Асимптотические методы М.: Наука. Физматлит, 1995.
3. Tovstik P.E., Smirnov A.L. Asymptotic Methods in the Buckling Theory of Thin Shells // Singapore et al.: World scientific. 2002
4. Tovstik P.E., Tovstik T.P. Generalized Timoshenko–Reissner models for beams and plates, strongly heterogeneous in the thickness direction // ZAMM, 2016. DOI. 10.1002/zamm.201600052.
5. Morozov N.F., Tovstik P.E., Tovstik T.P. Generalized Timoshenko–Reissner models for multilayered plate // Mechanics of Solids. Izv. RAS. 2016. №5.

Free Vibrations of a Multilayered Non-Circular Cylindrical Shell

A.V. Zelinskaya

Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg, Russia

The paper deals with the free vibrations of an elastic non-circular cylindrical shell of intermediate length. The shell is assumed heterogeneous in the thickness direction, in its part it may be multilayered. In order to derive the equations of stability, we use the Timoshenko–Reissner model. According to it, a shell that is heterogeneous can be replaced by a homogeneous shell with the equivalent bending and transversal shear stiffness. We obtain the approximate asymptotic formula for a critical load that takes into account an influence of a transversal shear and a variability of a directrix curvature. As an example, a three-layer elliptical shell is analysed, with hinged edges and a soft middle layer.

О ГАМИЛЬТОНОВОМ ПОДХОДЕ В МЕХАНИКЕ ДИССИПАТИВНЫХ СИСТЕМ

Б.А. Зимин¹, И.С. Зорин², В.Е. Свентицкая³

¹*Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, Россия*

²*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*

³*Балтийский государственный технический университет «Военмех» имени Д.Ф. Устинова,
Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: bazimin@mail.ru, i.s.zorin@mail.spbu.ru, vsvent@yandex.ru

Гамильтонова механика (ГМ) широко используется в физике [1], при построении решений нелинейных уравнений [2].

В основе ГМ лежат три основных её составляющих:

- фазовое пространство – чётномерное многообразие M^{2n} ,
- замкнутая невырожденная 2-форма ω^2 на многообразии,
- функция Гамильтона $H(\bar{x}) \equiv H(p, q)$.

Здесь любое изменение вышеперечисленных условий приводит к модификации ГМ [1].

Гамильтонов подход широко используется и в динамике конденсированных сред, причём основную роль в динамике сплошных сред играет определение скобок Пуассона (СП).

Отметим, что СП, полученные в работе [3] позволяют получить известные уравнения динамической теории упругости и гидродинамики.

В настоящей работе, используя СП из [3] и отказ от симплектичности фазового пространства [1], получены различные формы диссипативных уравнений в сплошных средах

Модификация гамильтонова подхода в механике сплошных сред позволяет получить определяющие уравнения для сред сложной структуры, находящихся в неравновесном состоянии.

Литература

1. Прохоров Л.В. Гамильтонова механика и её обобщения // Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2008. Т. 39. №5. С. 1582-1611.
2. Тахтаджян Л.А., Фаддеев Л.Д. Гамильтонов подход в теории солитонов. М.: Наука, 1986. 528 с.
3. Исаев А.А., Ковалевский М.Ю., Пелетминский С.В. О гамильтоновом подходе к динамике сплошных сред // ТМФ. 1995. Т.102. №2. С. 283-296.

On the Hamilton Approach to the Mechanics of the Dissipative Systems

B.A. Zimin¹, I.S. Zorin², V.E. Sventitskaya³

¹*Institute of Problems of Mechanical Engineering of RAS, Saint-Petersburg, Russia*

²*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

³*Baltic State Technical University "Voennmeh" named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, Russia*

The Hamilton approach is used in the dynamics of condensed media (continuous medium). And the fundamental role in the dynamics of continuous media is played by the definition of the Poisson brackets.

The Poisson brackets make it possible to obtain the known equations of the dynamic theory of elasticity and hydrodynamics. In our opinion, the modification of the Hamiltonian approach in the mechanics of continuous media will make it possible to obtain determining equations for media of a complex structure that are in a non-equilibrium state.

РЕЛАКСАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛООБРАЗОВАНИЯ**Б.А. Зимин¹, И.С. Зорин², В.Е. Свентицкая³**¹*Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, Россия*²*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*³*Балтийский государственный технический университет «Военмех» имени Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, Россия*

Email: bazimin@mail.ru, i.s.zorin@mail.spbu.ru, vsvent@yandex.ru

Неупругое деформирование металлов при механических испытаниях сопровождается диссипацией энергии и, следовательно, повышением температуры. В работе представлено полуфеноменологическое описание этого процесса, основанное на динамической теории одномерной кристаллической решётки в гармоническом и ангармоническом приближениях с учётом трения.

В гармоническом приближении уравнения для смещения x при $t > 0$ имеет вид

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \Omega^2 x = 0, \quad (1)$$

где γ - коэффициент трения, Ω - частота колебаний решётки.

Работа силы трения (диссипация энергии) за время t определялась как:

$$\Delta W_{TP} = \int_0^t m2\gamma\dot{x}^2 dt. \quad (2)$$

Энергия диссипации переходит в тепло и изменение температуры можно представить в виде:

$$\Delta T = \frac{\Delta W_{TP}}{c}, \quad (3)$$

где c - теплоёмкость, $c = const$.

Предлагаемая релаксационная модель описывает теплообразование в среде с учётом трения и корректна с точки зрения термодинамики процесса.

Relaxation Model of the Heat Production**B.A. Zimin¹, I.S. Zorin², V.E. Sventitskaya³**¹*Institute of Problems of Mechanical Engineering of RAS, Saint-Petersburg, Russia*²*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*³*Baltic State Technical University "Voennmeh" named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, Russia*

Inelastic deformation of metals during mechanical tests is accompanied by dissipation of energy and, consequently, an increase in temperature. The paper presents a semi-phenomenological description of this process based on the dynamic theory of a one-dimensional crystal lattice in the harmonic and inharmonic approximation with allowance for friction.

УСТОЙЧИВОСТЬ АРОЧНОГО АМОРТИЗАТОРА ИЗ РЕЗИНОПОДОБНОГО МАТЕРИАЛА**С.А. Кабриц, Е.П. Колпак***Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: s.kabrits@spbu.ru, e.kolpak@spbu.ru

В рамках нелинейной теории оболочек из эластомеров с учетом поперечного сдвига [1] рассматривается задача о несимметричной потере устойчивости арочного амортизатора под действием симметричной сжимающей нагрузки, рис. 1. Подобная задача рассматривалась в [2], где в качестве модели использовалась теория оболочек из эластомеров Кирхгофа-Черныха [3].

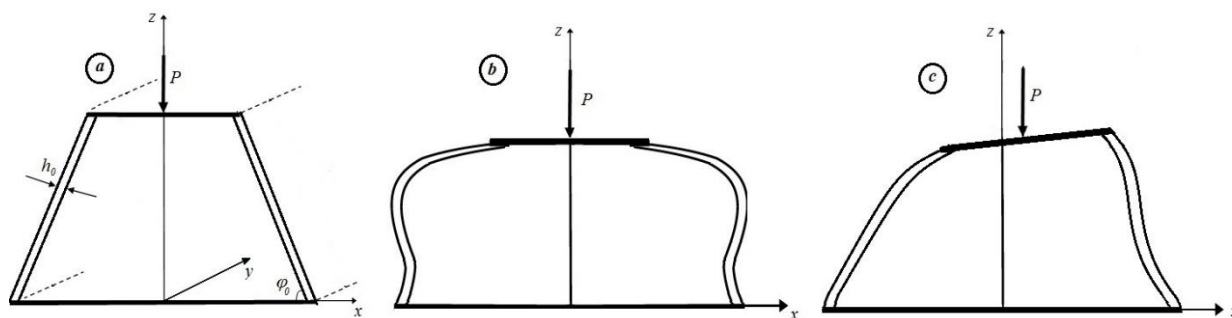


Рис. 1. Недеформированная форма(а), деформированные формы: симметричная(б), несимметричная(с).

Задача сводится к решению нелинейной краевой задачи для системы нелинейных дифференциальных уравнений и ассоциированной с ней системы нелинейных алгебраических уравнений. Для построения численного решения используется сочетание метода стрельбы с методом продолжения по параметру. Нахождение бифуркационных ветвей диаграммы равновесных состояний осуществляется при помощи метода "деидеализации" [4]. Определяется соотношения между толщиной пластин арки h_0 и углом φ_0 , при которых переход к несимметричному состоянию не происходит.

Литература

1. Кабриц С.А., Черных К.Ф. Нелинейная теория изотропно упругих тонких оболочек с учетом поперечного сдвига // Изв РАН. МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА, 1996. № 1. С. 124-136.
2. Бочкарева Н.Л., Колпак Е.П. Об устойчивости арочного амортизатора// ВЕСТНИК САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО УНИВЕРСИТЕТА. СЕРИЯ 1: МАТЕМАТИКА, МЕХАНИКА, АСТРОНОМИЯ, 1993. № 4. С. 49-53.
3. Черных К.Ф. Нелинейная теория изотропно-упругих тонких оболочек // Изв. АН СССР. МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА, 1980. № 2. С. 148-159.
4. Kabrits S. A., Kolpak E. P. Finding bifurcation branches in nonlinear problems of statics of shells numerically // "Stability and Control Processes" in Memory of V.I. Zubov International Conference on (IEEE, 2015), pp. 389-391, DOI: 10.1109/SCP.2015.7342171.

Stability of Arch Type Shock Absorber Made of Rubber-Like Material

S.A. Kabrits, E.P. Kolpak

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The report considers the stability problem of an arch shock absorber made of a rubber-like material. As a model, we use the nonlinear theory of shells of elastomers with allowance for the transverse shear, proposed by K.F. Chernykh and S.A. Kabrits. The case of symmetrical and asymmetrical deformation of an arch shock absorber under symmetrical compression is investigated. The possibility of asymmetric bifurcation is evaluated depending on the geometric parameters of the shock absorber.

ДЕФОРМАЦИИ СЛОЖНЫХ КОНТИНУУМОВ, ПОГРУЖАЕМЫХ В ПЛОСКОЕ ПРОСТРАНСТВО

В.А. Ковалев¹, Е.В. Мурашкин², Ю.Н. Радаев²

¹Московский городской университет управления Правительства Москвы, Москва, Россия

²Институт проблем механики имени А.Ю. Иилинского РАН, Москва, Россия

E-mail: evmurashkin@gmail.com, y.radayev@gmail.com

Рассматриваются континуумы с дополнительными внутренними степенями свободы (например, вращательными или осцилляционными) и сложными связанными термомеханическими свойствами. Сложный континуум определяется как дифференцируемое многообразие сложной аффинно-метрической структуры, допускающее вложение во внешнее плоское пространство, как правило, большей математи-

ческой размерности. Механическое поведение таких континуумов (в частности, их деформация) моделируется методами современной физической теории поля (см. [1, 2]).

Для сложных континуумов определяется функционал действия и плотность действия (лагранжиан). Алгебраически (в рамках теории целых рациональных инвариантов систем векторов в плоском пространстве [3]) сформулирована и решена проблема поиска объективных функциональных аргументов плотности действия, инвариантных относительно собственно ортогональных преобразований внешнего координатного репера. Они перечисляются для сложных континуумов заданной математической размерности вместе со связывающими их сизигиями. Доказывается неприводимость и полнота построенной системы инвариантов. На их основе получена полная система неприводимых тензоров деформации для рассматриваемой модели континуума.

Рассматривается новая, иллюстрирующая теоретико-полевой подход, модель нелинейно упругого микрополярного континуума данной размерности, метрика которого допускает его изометрическое вложение во внешнее плоское пространство той же размерности. В этом случае полная система неприводимых тензоров деформации сконструирована из элементов полярных разложений тензоров, характеризующих деформацию и экстрадеформацию.

Литература

1. Ковалев В.А., Радаев Ю.Н. Элементы теории поля: вариационные симметрии и геометрические инварианты. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 156 с.
2. Ковалев В.А., Радаев Ю.Н. Волновые задачи теории поля и термомеханика. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2010. 328 с.
3. Гуревич Г.Б. Основы теории алгебраических инвариантов. М., Л.: Гостехтеоретиздат, 1948. 408 с.

On Deformation of Complex Continuum Immersed in a Plane Space

V.A. Kovalev¹, E.V. Murashkin², Yu.N. Radayev²

¹Moscow City University of Management of Moscow Government, Moscow, Russia

²Ishlinskii Institute for Problems in Mechanics of RAS, Moscow, Russia

The present paper is devoted to mathematical modelling of complex continua deformations considering from an external viewpoint. The complex continuum is treated as a differential manifold immersed in an external plane space and supplied with differential metric form. A systematic derivation of strain tensors by the notion of isometric immersion of complex continuum in a plane space of higher dimension is proposed. Problem of establishing complete systems of irreducible objective strain and extrastrain tensors for complex continuum immersed in an external plane space is resolved. The solution to the problem is obtained by methods of the field theory and the theory of rational algebraic invariants. Strain tensors of the complex continuum are derived as irreducible algebraic invariants of contravariant vectors of the external space emerging as functional arguments in the complex continuum action density. Present analysis is restricted to rational algebraic invariants. Completeness of the considered systems of rational algebraic invariants is established for micropolar elastic continua. Rational syzygies for non-quadratic invariants are discussed. Objective strain tensors (indifferent to frame rotations in the external plane space) for micropolar continuum are alternatively obtained by properly combining multipliers of polar decompositions of deformation and extradeformation gradients. The latter is realized only for continua immersed in a plane space of the same mathematical dimension.

ГИБКОСТЬ УГЛЕРОДНЫХ НАНОКОМПОЗИТОВ

А.С. Колесникова, И.В. Кириллова, Л.Ю. Коссович

Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия

E-mail: Kolesnikova.88@mail.ru

В последнее время графен и наноматериалы на его основе используются в области биомедицины в качестве материала для биосенсорики. Основными компонентами в биосенсорах являются датчики, которые должны быть гибкими, масштабируемыми, чувствительными и надежными. Углеродно-нанометрические композиты, состоящие из нанотрубок и графена, могут быть перспективным материалом для таких многочисленных умных приложений. Деформация материала изменяет его электрическое

сопротивление, поэтому исследование механических свойств композитов, состоящие из нанотрубок и графена, является важной задачей.

В настоящее время осуществляется активная разработка методик синтеза композитов, состоящих из графена и параллельно ему ориентированных нанотрубок. Однако, работ по исследованию оптических и электронных свойств данного композита мало, а работ по исследованию механических свойств найдено не было. Целью данной работы является теоретическое исследование зависимости изгибающей силы от поперечного смещения атомов в центре композитного материала, состоящего из графена и параллельно ему ориентированных zigzag нанотрубок. Композитный материал удерживается с двух краев опорами при отсутствии подложки. Поиск равновесного состояния структуры определялся методом молекулярной механики с использованием энергетического потенциала Бреннера в рамках метода молекулярной динамики.

Математическое моделирование действия иглы атомно-силового микроскопа осуществлялось при помощи однослойной armchair углеродной нанотрубки. Взаимодействие между armchair нанотрубкой и композитом осуществляется за счет сил Ван-дер-Ваальса. Нанотрубки типа armchair удобны для их использования в качестве иглы атомно-силового микроскопа, потому что их край не имеет острых углов (в отличие от трубок zigzag), т.е. будет наносить минимальные повреждения системе при контакте.

Объектом исследования является структура со следующими геометрическими характеристиками: диаметр нанотрубок 6.15 \AA , длина нанотрубок 28.722 \AA , размер графеновых zigzag листов составил 57.115 \AA в длину и 28.722 \AA в ширину, расстояние между графеновыми листами 14.654 \AA .

При силе 6 мкН был получен прогиб композита 6.64 \AA , при этом длины связей между атомами в среднем увеличились на 0.07 \AA , что очень мало для разрушения структуры. Следовательно, можно предположить, что данный композитный материал будет являться перспективным материалом для наноустройств, где необходима повышенная механическая прочность.

Flexibility of Carbon Nanocomposites

A.S. Kolesnikova, I.V. Kirillova, L.U. Kossovich

Saratov State University, Saratov, Russia

For the first time, a theoretical study of the dependence of the bending force on the transverse displacement of atoms in the center of a composite material was carried out. Composite material consists of graphene and parallel oriented zigzag nanotubes. Mathematical modeling of the bending force acting on the composite was carried out due to the physical interaction between the single-layer carbon nanotube of the armchair and the composite material. The choice of a single-layer carbon nanotube of a chair is determined by convenience for its use as a needle of an atomic force microscope, since their edges do not have sharp angles (unlike zigzag tubes). The choice of an armchair nanotube is due to the fact that it will cause minimal damage to the system upon contact. It is established that in the composite under the action of a force of $6 \text{ }\mu\text{N}$, the chemical bonds vary in the region of application of the force by only 0.07 \AA .

A MODEL OF NANOSIZED THIN FILM COATING WITH SINUSOIDAL INTERFACE

S.A. Kostyrko¹, H. Altenbach², M.A. Grekov¹

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

²*Otto von Guericke University, Magdeburg, Germany*

E-mail: s.kostyrko@spbu.ru, holm.altenbach@ovgu.de, magrekov@mail.ru

The analysis of pattern formation at the bimaterial interfaces of composites and coatings has been an active field of research in the past decades [1, 2]. It has been shown that mismatch strain and mass transport driven by chemical potential gradient contribute to the morphological evolution of the phase boundary. The interface propagates from one phase into another, corrugates and develops the parallel grooves. Depending on the mechanical and geometrical properties of interphase region, these defects may concentrate large stresses and lead to the crack nucleation. Thus, it is important from both the fundamental and technological point of view to understand how an interface roughness and stiffness influence on the stress distribution along contact area of two joined solids.

As an extension of our previous papers [3, 4], theoretical model for analysis of the stress field around interfacial defects of isotropic nanosized thin film coating is established. It is assumed that stressed film is coherently bonded to a substrate under plane strain conditions. We formulate a corresponding two-dimensional boundary value problem in terms of the complex variable. To capture the size dependence of the mechanical properties observed in nanostructured materials, we use Gurtin and Murdoch model in which surface and interphase domains are represented as negligibly thin layers adhering to the bulk phases without slipping [5, 6]. The constitutive equations of the surface linear elasticity are written in a simplified form where only tangential components of the surface and interface displacements are taken into consideration. The conditions of mechanical equilibrium on the planar surface and curved interface are described in terms of generalized Young-Laplace equation with unknown surface and interface stresses. The additional boundary equations are introduced from the inseparability conditions of bulk, surface and interface domains.

Following to the superposition principle [3, 4], the solution of the original boundary value problem for an infinite strip joined along the curvilinear interfacial boundary to a half-plane is presented as a sum of two auxiliary problems. In the first problem, we suppose that the unknown self-balanced load and surface stress are applied to the rectilinear boundary of the homogeneous half-plane with the elastic properties of the film. The second problem describes a deformation of two joint half-planes with elastic properties of the film and substrate caused by the unknown jumps of stresses and displacements along the curvilinear interface. According to Muskhelishvili's technique, the components of stress and strain tensors for each domain are related to the unknown Goursat-Kolosov's complex potentials [3, 4]. We rewrite the boundary equations taking into account these relations. Unfortunately, it is impossible to find complex potentials and express them analytically in terms of the right-hand side of the boundary equation in the case of a curvilinear boundary. However, one can obtain their approximate expressions using boundary perturbation method whereby the unknown functions are sought in the form of a power series in the small parameter (the ratio of the amplitude to the wavelength of the interface perturbation). Based on the solution of Riemann-Hilbert problem, we derive the integral dependencies of complex potentials on the surface and interface stresses for the first-order approximation. In this way, the original boundary value problem is reduced to the integral equations system which is solved analytically employing the properties of Cauchy type integrals.

Acknowledgments. The work is supported by German Academic Exchange Service and St. Petersburg State University under joint grant 9.23.819.2017 and Russian Foundation for Basic Research under grant 14-01-00260.

References

1. Duan H.L., Weissmüller J., Wang Y. Instabilities of core-shell heterostructured cylinders due to diffusions and epitaxy: Spheroidization and blossom of nanowires // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2008. Vol. 56. P. 1831-1851.
2. Angheluta L. et al. Stress-driven phase transformation and the roughening of solid-solid interfaces // *Physical Review Letters*. 2008. Vol. 100. P. 096105.
3. Grekov M.A., Kostyrko S.A. A film coating on a rough surface of elastic body // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2013. Vol. 77, № 1. P. 79-90.
4. Kostyrko S.A., Altenbach H., Grekov M.A. Stress concentration in ultra-thin film coating with undulated surface profile // *Coupled Problems 2017*. Barcelona: CIMNE, 2017. P. 1183-1192.
5. Grekov M.A., Kostyrko S.A. Surface effects in an elastic solid with nanosized surfaceasperities // *International Journal of Solids and Structures*. 2016. Vol. 96. P. 153-161.
6. Nazarenko L., Stolarski H., Altenbach H. Effective properties of short-fiber composites with Gurtin-Murdoch model of interphase // *International Journal of Solids and Structures*. 2016. Vol. 97-98. P. 75-88.

STABILITY ANALYSIS OF NANOSCALE SURFACE PATTERNS IN STRESSED SOLIDS

S.A. Kostyrko, G.M. Shuvalov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia
E-mail: s.kostyrko@spbu.ru, shuvalov.gleb@gmail.com

In recent years, there has been considerable interest in the pattern formation on solid surfaces. Surface nanostructures are used in numerous technological applications determining the optical, electrical, chemical and mechanical properties of novel materials. However, there are some difficulties in fabrication process. The existing

manufacturing techniques can be divided into two broad categories: top-down and bottom-up approaches. The top-down approach involves controlled material removal to form the nanosized objects. In the case of bottom-up approach, the atoms and molecules are rearranged and assembled to nanostructures by so-called configurational forces. These forces arise as a result of free energy minimization under the constraints set by the material balance. Thus, the surface pattern formation can be considered as the mechanism of morphological instability regulated by mass transport. To maintain the stable patterns and have a better control over the size, shape and spacing during the fabrication process, it is important to understand the origins and balance laws of configurational forces as well as kinetics of mass transport mechanisms.

The first theoretical investigation of the morphological instability in solids controlled by surface diffusion dates back to the work of Mullins [1]. He described the development of surface grooves at the grain boundaries of a heated polycrystal. Asaro and Tiller found that the surface of a solid subjected to uniaxial stress is unstable against diffusional perturbations with wavelengths larger than a critical value determined by the ratio of the surface energy to the bulk strain energy evaluated on the surface. The same result was later independently received by Grinfeld [3] and Srolovitz [4] and experimentally confirmed by Torii and Balibar [5]. After that, numerous studies have been conducted extending the developed model for morphological stability analysis of nanowires, nanoparticles, voids, microchannels, inhomogeneous inclusions, multilayered structures, epitaxial and heteroepitaxial thin films. Inclusion of geometrical nonlinearities in the surface evolution equations allowed to observe the formation of crack-like morphology with sharp cusps [6].

It should be noted that in most of the theoretical works which have been aimed to understand the surface-pattern formation in solids, the surface elasticity effect was neglected since it was believed to be relatively small in comparison with the bulk elastic behavior. However, numerous experimental and theoretical results demonstrate that the impact of surface stress become important in mechanics and thermodynamics of nanostructured materials [7]. So, the primary interest of this study is to re-examine the role of surface stress and surface energy on the surface equilibria taking into account the Gurtin-Murdoch theory of surface elasticity. Within its framework, the surface phase is assumed to be a negligibly thin layer with the elastic properties which differ from those of the bulk material. We consider the mass transport mechanism driven by the variation of surface and bulk energy along undulated surface of stressed solid. The linearized surface evolution equation is derived in the case of plane strain conditions and describes the amplitude change of surface perturbations with time. A parametric analysis of this equation leads to the definition of critical conditions which depend on undulation wavelength, residual surface stress, applied loading, surface and bulk elastic constants and predict the surface morphological stability.

Acknowledgments. The work is supported by RFBR under grant 14-01-00260.

References

1. *Mullins W.M.* Theory of thermal grooving // *Journal of Applied Physics*. 1957. Vol. 28. P. 33–339.
2. *Asaro R.J., Tiller W.A.* Interface morphology development during stress-corrosion cracking: Part I. Via surface diffusion // *Metallurgical Transactions*. 1972. Vol. 3. P. 1789–1796.
3. *Grinfeld M.* Instability of the equilibrium of a nonhydrostatically stressed body and melt // *Fluid Dynamics*. 1987. Vol. 22. P. 169–173.
4. *Srolovitz D.J.* On the stability of surfaces of stressed solids // *Acta Metallurgica*. 1989. Vol. 37. P. 621–625.
5. *Torii R.H., Balibar S.* Helium crystals under stress: the Grinfeld instability // *Journal of Low Temperature Physics*. 1992. Vol. 89. P. 391–400.
6. *Spencer B.J., Meiron D.I.* Nonlinear evolution of the stress-driven morphological instability in a two-dimensional semi-infinite solid // *Acta Metallurgica et Materialia*. 1994. Vol. 42. P. 3629–3641.
7. *Grekov M.A., Kostyrko S.A.* Surface effects in an elastic solid with nanosized surface asperities // *International Journal of Solids and Structures*. 2016. Vol. 96. P. 153–161.

TO THE ISSUE OF PLASTIC ANISOTROPY BY THE STRUCTURAL MATERIALS BENDING

D.V. Lachugin, G.V. Pavilaynen

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia
E-mail: g.pavilaynen@spbu.ru

The study of a deformation features of metal alloys with anisotropy of plastic properties under axial stress state and the study of alloys which are sensitive to tension or compression loading is an important technical challenge in the design and creation of a new shipbuilding and aircraft constructions.

We use different mathematical models [1, 2] for the such materials research where anisotropy parameter and SD(strength-different) parameter are taken into account. Their impact is significant during the analysis of the overall picture of the stress deformed structure condition. The problem is solved analytically and numerically. As an example of the material with the SD-effect steel A40X is considered.

Here we consider the bending of vertical cantilever beam with the SD-effect subjected to a concentrated load at the end of the beam. The standard Bernoulli-Euler hypotheses for beams and the Ilyushin's theory for perfect plasticity are used.

Firstly, let us study the case (c) (see Fig. 1). The evolution of plastic zones occurs asymmetrically what is shown in Fig.1 and we have deviation z_0 of the neutral axis from the middle surface. The graphics of stress function $\sigma(z)$ in cross-section x shown in Fig. 2. After evaluation of values z_0, z_1, z_2 , we get the curvature of beam in the given cross-section x . Then we use the classical dependence between the curvature and the deflection of the beam and organize the differential equation. After integrating and using boundary conditions we get the formula for calculating beams deflection. The numerical results are shown in Fig. 3.

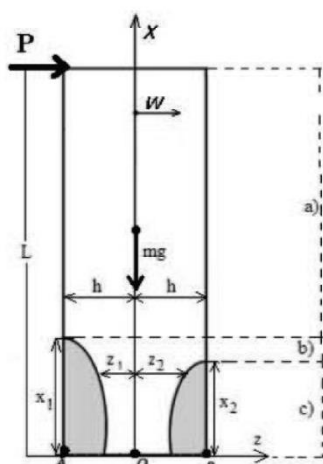


Fig. 1. The bending of SD beam.

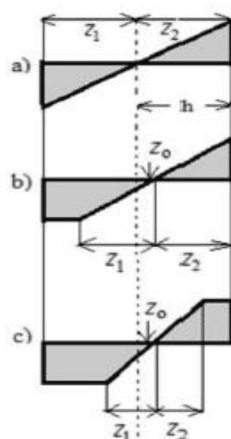


Fig. 2. The evolution of stresses.

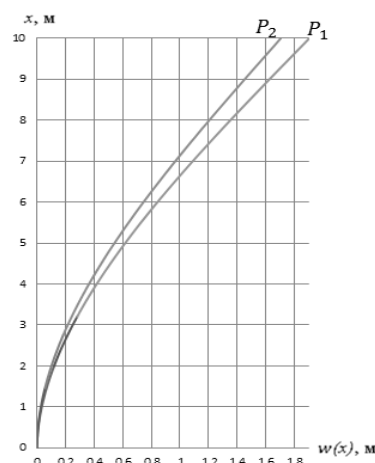


Fig. 3. The deflection $w(x)$ of the beam at $P_1=0,17$ MN and $P_2=0,15$ MN.

The problem considered belongs to a rare class of non-linear problems, the solution of which may be certain analytically in the form of simple formulas. The analytical solution may be used to compare with the numerical solution by means of FEM [3, 4] and to compare with experimental results.

References

1. *Donnell L.H.* Beams, plates and shells, New-York: McGraw-Hill, 1976, P. 560.
2. *Pavilaynen G.V.* Elasto-Plastic Deformations of Ribbed Plates. // Amer. Math. Soc. Providence, 1993, R. I, P. 227-233.
3. *Pavilaynen G.V., Naumova N.V.* Elastic-plastic deformations of SD-beams. // In Proceedings VII Polyachov's Reading, Saint-Petersburg, Book of Abstract I, 2015. P. 239.
4. *Pavilaynen G.V.* Mathematical model for the bending of plastically anisotropic beams. // Vestnik St. Petersburg University: Mathematics, 2015. Volume 48. Issue 4. P. 275–279.

РЕШЕНИЕ ПЛОСКОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ДЛЯ ТРЕЩИНЫ, РАСПОЛОЖЕННОЙ ОКОЛО НЕРОВНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

М.В. Лебедева

Российский государственный социальный университет, Москва, Россия
E-mail: lebedeva.m.v@yandex.ru

Предложен нетрадиционный подход, заключающийся в том, что решение исходной задачи ищется в виде суммы решений двух вспомогательных задач: задачи для плоскости с трещиной, на кромках которой действует неизвестная самоуравновешенная нагрузка $p(x)$, и задачи для полубесконечной области с граничными условиями, равными разности граничных условий исходной задачи и решения первой задачи на границе области [1].

Предполагается, что неизвестную функцию $p(x)$ можно с достаточной степенью точности аппроксимировать полиномом степени N с комплексными коэффициентами.

В данной работе определены величины критических нагрузок, вызывающих самопроизвольный рост трещин. Найдены величины углов страгивания стационарных трещин, находящихся в области с выступом или вырезом. Исследовано влияние длины трещины на несущую способность упругого тела с искривлённой поверхностью. Проанализировано влияние формы концентратора и ориентации трещины на разрушающую нагрузку при различном соотношении усилий, действующих на поверхности трещины и на бесконечности. [2, 3].

Результаты работы могут быть применены, в частности, при расчетах прочности тонкостенных сосудов давления типа химических реакторов в целях обеспечения экологической безопасности.

Литература

1. *Лебедева М.В., Греков М.А.* Задача сопряжения для полубесконечных областей в плоской задаче теории упругости // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1. Математика. Механика. Астрономия. 1992. № 4. С. 103-105.
2. *Греков М.А., Лебедева М.В.* Влияние геометрии свободной границы тела на приповерхностную трещину в плоской задаче теории упругости // Физика и механика длительной прочности материалов и элементов конструкций. Материалы XXVIII Межреспубликанского семинара. Вологда: Вологодский политехнический институт, 1992. С. 45-49.
3. *Лебедева М.В.* О предельной нагрузке и направлении страгивания трещины в области поверхностного концентратора напряжений на кузове автомобиля // Автомобильная промышленность. 2010. № 11. Стр. 35-38.

A Solution for the Plain Elasticity Problem for a Crack near Curved Surface

M.V. Lebedeva

Russian State Social University, Moscow, Russia

A nonconventional approach, which is that the solution of an initial task is looked for in the form of the sum of solutions of two auxiliary tasks, is offered: the task for the plane with a crack on which edges unknown self-balanced load $p(x)$ acts, and the task for semi-infinite area with the boundary conditions equal to the difference of boundary conditions of an initial task and the solution of the first task on area border [1].

It is supposed the unknown $p(x)$ function may be approximated with sufficient degree of accuracy by N degree polynom with complex coefficients.

In this article sizes of the critical loadings causing the spontaneous growth of cracks are determined. Sizes of angles of moving of the stationary cracks which are in area with a ledge or a cut are found. Influence of length of a crack on the bearing ability of an elastic body with the bent surface is investigated. Influence of a form of the concentrator and orientation of a crack to an ultimate load at various ratio of the efforts operating on a surface of a crack and on infinity is analysed [2, 3].

Results of this work can be applied, in particular, for calculating strength of thin-walled vessels of pressure like chemical reactors to ensure ecological safety.

INFLUENCE OF GRAIN SIZE AND SECOND PHASE PARTICLES ON THE PROCESS OF THE VOID INITIATION

D.K. Magomedova

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia
E-mail: magmedva.dasha@mail.ru

Experimental results and analysis of pore formation in 6101 Al alloy in various structural states are presented. Experiments on tensile failure of samples of various geometries and different structural states of the commercial alloy Al-6101 were carried out. The surface of longitudinal section was examined for pore presence.

Conditions for pore formation in metals in the frame of problem solving of materials fracture are of particular interest for modern science. At this moment, there are no studies of pore formation in bulk nanomaterials. This process was previously described both [1, 2] in the experimental and in the theoretical direction, but in coarse-grained metals; the methodology of this study was based on papers [1, 2]. In this paper, analysis and comparison of the experimental data of the coarse and fine-grained Al alloy are presented. A numerical calculation and analysis of this problem will be carried out in subsequent works.

Within the framework of this problem the loading conditions and the ability to observe the pore formation were of special interest. That is, it was necessary to deform the sample in such a way that pores were formed in it without its fracture.

The main purpose of this work was the development of an experimental technique for search and analysis of pore formation in the presented material. The special grips, geometry of the samples, the procedure of experiment and processing the samples for investigation were developed. A numerical analysis and calculation of the pore formation regions will be carried out in the future work.

References

1. Argon A.S., Im J. Separation of Second Phase Particles in Spheroidized 1045Steel Cu-0.6P ct Cr Alloy, and Maraging Steel in Plastic Straining // Met. Trans. A 1975. Vol 6A. pp.839-851.
2. Argon A. S., Im J., Needleman A. Distribution of Plastic Strain and Negative Pressure in Necked Steel and Copper Bars // Met. Trans. A 1975. Vol 6A. pp.815-824
3. Tomson R.D. and Hancock J.W. Ductile failure by void nucleation, growth and coalescence // International Journal of Fracture 1984. Vol 26.pp. 99-112.
4. Thomason P.F. Ductile fracture of Metals Pergamon Press // USA. 1990.

АНАЛИЗ НАПРЯЖЕНИЙ ПЛОСКОСТИ С ЭЛЛИПТИЧЕСКИМ ВКЛЮЧЕНИЕМ ДЛЯ ПОЛУЛИНЕЙНОГО МАТЕРИАЛА

В.М. Мальков, Ю.В. Малькова

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: v.malkov@spbu.ru, jmalkova@list.ru

Получено точное аналитические решение нелинейной задачи теории упругости (плоская деформация и плоское напряженное состояние) для плоскости с эллиптическим включением. Внешней нагрузкой являются постоянные номинальные напряжения на бесконечности. На границе включения выполняются условия непрерывности напряжений и перемещений. Механические свойства плоскости и включения описываются моделью полулинейного материала, который относится к классу гармонических материалов. Для решения нелинейных плоских краевых задач применимы методы теории функций комплексной переменной. Напряжения и перемещения выражены через две аналитические функции комплексного переменного, определяемые из уравнений на контуре включения. Использовано предположение, что напряженное состояние включения является однородным (тензор номинальных напряжений постоянен). Это предположение позволило свести сложную нелинейную задачу сопряжения двух тел из разных материалов к решению двух более простых задач (первой и второй) для плоскости с эллиптическим отверстием, решения которых получены в первой части данной работы. Справедливость указанной гипотезы оправдана тем, что построенное решение точно удовлетворяет всем уравнениям и граничным условиям задачи. Аналогичная гипотеза применялась для решения линейных задач об эллиптическом включении, есть работы, где она использовалась и в нелинейных задачах, в частности для модели гармонического материала Джона [1-3]. Из общего решения получены решения некоторых частных

нелинейных задач: плоскость со свободным эллиптическим отверстием и плоскость с жестким включением. Выполнены расчеты напряжений на контуре включения для разных значений параметров упругости материалов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 16-31-00065.

Литература

1. *Ru C.Q., Schiavone P., Sudak L.J., Mioduchowski A.* Uniformity of stresses inside an elliptic inclusion in finite plane elastostatics // Intern. J. of Non-linear mechanics. 2005. V 38, N 2--3. P. 281-287.
2. *Мальков В.М., Малькова Ю.В.* Деформация пластины с упругим эллиптическим включением // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер.1: Математика, механика, астрономия. Т. 2(60). 2015. Вып. 4. С. 617-632.
3. *Mal'kov V. M., Mal'kova Yu. V.* Modeling Nonlinear Deformation of a Plate with an Elliptic Inclusion by John's Harmonic Material // ISSN 1063-4541, Vestnik St. Petersburg University, Mathematics, 2017, Vol. 50, Issue 1, pp. 74–81. © Allerton Press, Inc., 2017.

Analysis of the Stresses of a Plane with Elliptic Inclusion for Semi-Linear Material

V.M. Malkov, Yu.V. Malkova

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The exact analytical solution of nonlinear problem elasticity is obtained to a plane with an elliptic inclusion. At infinity of plane the nominal constant stresses are given. For the solution of problem the methods of complex function are used. It is supposed, that the state of stress inside of inclusion is homogeneous (tensor of nominal stresses is constant). This assumption has allowed reducing a complicate nonlinear problem of elliptic inclusion to a solution of two more simple problems for a plate with an elliptic hole.

ОСЕСИММЕТРИЧНАЯ ЗАДАЧА ФРЕТТИНГ-ИЗНОСА ОСНОВАНИЯ С НЕОДНОРОДНЫМ ПОКРЫТИЕМ ШЕРОХОВАТЫМ ШТАМПОМ

А.В. Манжиров^{1,4}, К.Е. Казаков^{1,2}

¹*Институт проблем механики имени А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*

²*Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

³*Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, Россия*

⁴*Московский технологический университет, Москва, Россия*

E-mail: manzh@inbox.ru, kazakov-ke@yandex.ru.com

В работе рассматриваются осесимметричная контактная задача о фреттинг-износе жестким штампом с шероховатым основанием упругого основания с поверхностно неоднородным покрытием. Рассматривается случай линейного износа. Неоднородность покрытия и форма штампа описываются различными быстро изменяющимися функциями. Такая сильная неоднородность возникает при нанесении покрытий при помощи современных технологий аддитивного изготовления.

Задача приводится к решению интегрального уравнения с двумя разными интегральными операторами: компактным самосопряженным и положительно определенным оператором по координате и несамосопряженным интегральным оператором Вольтерра по времени. Решение получено в рядах проекционным методом. Показана эффективность предложенного подхода для построения приближенного решения задачи с высокой точностью при удержании небольшого числа членов разложения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 17-19-01257).

Axisymmetric Problem of Fretting Wear for a Foundation with a Nonuniform Coating and Rough Punch

A.V. Manzhairov¹⁻⁴, K.E. Kazakov^{1,2}

¹*Ishlinskii Institute for Problems in Mechanics of RAS, Moscow, Russia*

²*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

³*National Research Nuclear University "MEPhI" (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, Russia*

⁴*Moscow Technological University, Moscow, Russia*

The axisymmetric contact problem with fretting wear for an elastic foundation with a longitudinally nonuniform (surface nonuniform) coating and a rigid punch with a rough foundation has been solved for the first time. The case of linear wear is considered. The nonuniformity of the coating and punch roughness are described by different rapidly changing functions. This strong nonuniformity arises when coatings are deposited using modern additive manufacturing technologies.

The problem is reduced the solution of an integral equation with two different integral operators: a compact self-adjoint positively defined operator with respect to the coordinate and the non-self-adjoint integral Volterra operator with respect to time. The solution is obtained in series using the projection method of the authors. The efficiency of the proposed approach for constructing a high-accuracy approximate solution to the problem (with only a few expansion terms retained) is demonstrated.

This study was supported by the Russian Science Foundation, project no. 17-19-01257.

APPROXIMATE ANALYTICAL SOLUTIONS IN THE ANALYSIS OF ELASTIC STRUCTURES OF COMPLEX GEOMETRY

A.V. Matrosov¹, D.P. Goloskokov²

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

²*Saint Petersburg Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping, Saint Petersburg, Russia*

E-mail: avmatrosov@mail.ru, dpg1954@mail.ru

Approximate analytical solutions for 2D elastic structures of complex geometry based on the general solution for an elastic orthotropic/isotropic rectangle is considered. The general solution for the rectangle area is constructed as a sum of two solutions each of which can satisfy any boundary conditions on two different pairs of opposite sides of the rectangle. As such two solutions built by the method of initial functions (MIF) is used [1, 2]. For a linearly elastic rectangle in Cartesian orthogonal coordinate system Oxy ($0 \leq x \leq h$, $0 \leq y \leq a$) the MIF solutions in the x -direction (the initial functions are determined on the rectangle's side $x=0$) and in the y -direction (the initial functions are determined on the rectangle's side $y=0$) can be obtained in the form of trigonometric series

$$\mathbf{U}^x = \sum_{m=0}^{\infty} \mathbf{U}_m^x, \quad \mathbf{U}^y = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{U}_n^y. \quad (1)$$

In (1) $\mathbf{U}^x = \mathbf{U}^y = \{u, v, \sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\}$ are the vectors of the stress-strain state (SSS) components,

$$\mathbf{U}_m^x = \left\{ \sin \frac{m\pi x}{h} \sum_{k=1}^4 \tilde{\mathbf{L}}_{1,k}^m h_m^k, \cos \frac{m\pi x}{h} \sum_{k=1}^4 \tilde{\mathbf{L}}_{2,k}^{x,m} h_m^k, \sin \frac{m\pi x}{h} \sum_{k=1}^4 \tilde{\mathbf{L}}_{3,k}^{x,m} h_m^k, \sin \frac{m\pi x}{h} \sum_{k=1}^4 \tilde{\mathbf{L}}_{4,k}^{x,m} h_m^k, \cos \frac{m\pi x}{h} \sum_{k=1}^4 \tilde{\mathbf{L}}_{5,k}^{x,m} h_m^k \right\} \text{ and}$$

$$\mathbf{U}_n^y = \left\{ \cos \frac{n\pi y}{a} \sum_{k=1}^4 \tilde{\mathbf{L}}_{1,k}^{y,n} a_n^k, \sin \frac{n\pi y}{a} \sum_{k=1}^4 \tilde{\mathbf{L}}_{2,k}^{y,n} a_n^k, \sin \frac{n\pi y}{a} \sum_{k=1}^4 \tilde{\mathbf{L}}_{3,k}^{y,n} a_n^k, \sin \frac{n\pi y}{a} \sum_{k=1}^4 \tilde{\mathbf{L}}_{4,k}^{y,n} a_n^k, \cos \frac{n\pi y}{a} \sum_{k=1}^4 \tilde{\mathbf{L}}_{5,k}^{y,n} a_n^k \right\} \text{ are vectors in}$$

the components of which $\tilde{\mathbf{L}}_{3,k}^{x,m}$ and $\tilde{\mathbf{L}}_{2,k}^{y,n}$ are the functions of the variable x and y respectively and $h_m^1, h_m^2, h_m^3, h_m^4, a_n^1, a_n^2, a_n^3, a_n^4$ are arbitrary constants. The sum of two solutions (1) $\mathbf{U} = \mathbf{U}^x + \mathbf{U}^y$ is the general solution for the elastic rectangle which can satisfy any boundary conditions on its four sides.

If a structure can be divided into or assembled from a number of contiguous rectangles then a general solution with an unknown coefficients for each of them can be built (see Fig. 1 as an example of decomposition of a

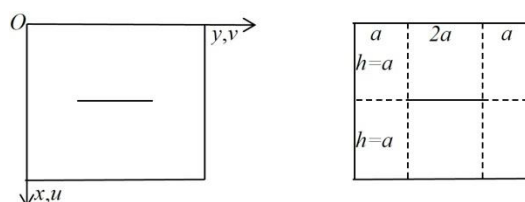


Fig. 1. Decomposition of the rectangle with the crack.

rectangle with a crack). Unknown coefficients can be determined when meeting boundary conditions and conjugation conditions of the rectangles in decomposition [3, 4, 5].

The results of analysis of constructions with cracks and nonhomogeneous ones and also investigation of effectiveness of various techniques to satisfy boundary conditions are presented.

References

1. *Matrosov A.V.* Numerical-analytical solution for a boundary problem of deformation of linearly-elastic anisotropic rectangle // *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Seriya 10.* 2007. №2. P. 55-65. (in Russian)
2. *Matrosov A.V.* Numerical-analytical algorithm for solving problems of plane deformation of linearly-elastic solids with irregular shapes // *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Seriya 10.* 2008. №3. P. 70-84. (in Russian)
3. *Matrosov A.V.* A superposition method in analysis of plane construction // 2015 International Conference "Stability and Control Processes" in Memory of V.I. Zubov (SCP), 5-9 Oct., Saint-Petersburg. 2015. P. 414-416. DOI: 10.1109/SCP.2015.7342156
4. *Matrosov A.V.* A numerical-analytical decomposition method in analyses of complex structures // 2014 International Conference on Computer Technologies in Physical and Engineering Applications (ICCTPEA). 2014. P. 104-105. DOI: 10.1109/ICCTPEA.2014.6893305
5. *Goloskokov D.P., Matrosov A.V.* A superposition method in the analysis of an isotropic rectangle // *Applied Mathematical Sciences.* 2016. Vol. 10. No 54. P. 2647-2660. <http://dx.doi.org/10.12988/ams.2016.67211>.

СВЕРЛЕНИЕ И ШЛИФОВАНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД С УЛЬТРАЗВУКОВЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

Н.В. Михайлова¹, П. Оноуми²

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

²Университет Лафборо, Лафборо, Англия

E-mail: Natasha-mikh@yandex.ru, P.Y.Onawumi@lboro.ac.uk

Горные породы являются трудными материалами для сверления и шлифования (абразивной резки), по причине их высокой хрупкости и твердости. Обработка таких материалов сопровождается значительными повреждениями и скрытыми дефектами, которые не учитываются при проектировании, тем самым снижается прочность конструкций и изделий.

Методика ультразвукового сверления (и шлифования) позволяет снизить разрушающие воздействие на материал и повысить качество его обработки. Впервые использовать ультразвуковые колебания при обработке материалов предложил Кумабе [1]. В настоящее время существует множество исследований, например, [2-4], в которых показаны преимущества ультразвукового сверления над традиционным. Исследуемыми материалами в таких работах в основном являются металлы [2, 3] и композиты [3, 4].

Представленная работа посвящена экспериментальному исследованию преимуществ ультразвукового сверления и шлифования горных пород. По итогам испытаний получено значительное снижение усилий и моментов при ультразвуковом сверлении (и шлифовании) по сравнению с традиционным. Более того, ультразвук позволил уменьшить области поврежденного материала вокруг отверстий в несколько раз. Таким образом, методика сверления с применением ультразвука показала свою высокую эффективность для горных пород.

Работа выполнена в рамках гранта Европейской комиссии по программе «Марии Кюри» по направлению международного обмена исследовательского персонала – Trans-Atlantic Micromechanics

Evolving Research "Materials containing inhomogeneities of diverse physical properties, shapes and orientations"(EC FP7-PEOPLE-2013-IRSES, №610547)

Литература

1. *Кумабэ Д.* Вибрационное резание. М.: Машиностроение, 1985. 424с1.
2. *Thomas P.N.H., Babitsky V.I.* Experiments and simulations on ultrasonically assisted drilling // J. Sound Vib. 2007. Vol. 308, № 3-5. P. 815–830
3. *Sanda A. et al.* Ultrasonically assisted drilling of carbon fibre reinforced plastics and Ti6Al4V // J. Manuf. Process. 2016. Vol. 22. P. 169–176
4. *Phadnis V.A. et al.* Experimental and Numerical Investigations in Conventional and Ultrasonically Assisted Drilling of CFRP Laminate // Procedia CIRP. 2012. Vol. 1. P. 455–459.

Ultrasonically Assisted Drilling and Grinding of Rocks

N.V. Mikhailova¹, P.Y. Onawumi²

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

²*Loughborough University, Loughborough, UK*

Ultrasonically assisted drilling (UAD) is machining techniques, which is based on combination traditional drilling and ultrasonic vibrations. Experimental study of drilling in rocks are presented for conventional and ultrasonically assisted drilling techniques. Conventional drilling (CD) creates high stress in the vicinity of a hole that leads to large damaged area in rocks. The experimental results indicate that ultrasonic vibrations reduce the cutting force and torque when compared to CD. In addition, UAD significantly decrease material splitting off, cracks and other damages induced during drilling process. Therefore, UAD is excess of CD in terms of the hole quality and drilling processes.

ФОРМИРОВАНИЕ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ НАГРЕВЕ АДДИТИВНО ИЗГОТОВЛЕННОГО ШАРА

Е.В. Мурашкин¹⁻³, Е.П. Дац⁴

¹*Институт проблем механики имени А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*

²*Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, Россия*

³*Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

⁴*Владивостокский университет экономики и сервиса, Владивосток, Россия*

E-mail: murashkin@ipmnet.ru, dats@dvo.ru

В представленной работе рассматриваются задачи определения остаточных напряжений и деформаций в слоистых изделиях в условиях сферической симметрии при учете термопластических свойств материала. Исследование напряженно-деформированного состояния многослойных (составных) конструкций обусловлено насущной потребностью в совершенствовании технологий изготовления изделий, обладающих заданными прочностными и функциональными характеристиками. Изучение в таких процессах влияния температурных эффектов естественным образом позволяет учесть особенности формирования остаточных напряжений и деформаций, существенным образом накладывающих определенные ограничения на функционирование и долговечность конструкций. Одним из примеров использования эффектов теплового расширения материала в составных телах, обладающих осевой симметрией являются задачи, посвященные расчету технологической операции горячей посадки. Очевидно, что учет пластических свойств материала в данном случае позволяет более достоверно рассчитать уровень контактного давления, отвечающего за уровень прочности итогового изделия. Учет влияния начального теплового расширения имеет определяющее значение при формировании остаточных напряжений и деформаций, и, как следствие, прочностных характеристик изготавливаемого изделия [1-3].

Процесс присоединения новых частей материала может рассматриваться как процесс дискретного наращивания материала, используемый в технологии аддитивного изготовления изделий произвольной формы. В качестве теоретической основы для решения подобного рода задач должна выступать механика роста деформируемых тел [4-6].

Литература

1. E. Dats, S. Mokrin, E. Murashkin. Calculation of the Residual Stress Field of the Thin Circular Plate under Unsteady Thermal Action // KEM. 2016. V. 685. P. 37–41.
2. E. Dats, E. Murashkin, N. Stadnik. On Heating of Thin Circular Elastic-plastic Plate with the Yield Stress Depending on Temperature // Procedia Engineering. 2017. V. 173. P. 891-896.
3. E. Dats, E. Murashkin, N. Stadnik. On a Multi-Physics Modelling Framework for Thermo-elastic-plastic Materials Processing // Procedia Manufacturing. 2017. V. 7 P. 427-434.
4. A.V. Manzhurov. Mechanical Design of Viscoelastic Parts Fabricated Using Additive Manufacturing Technologies // Lecture Notes in Engineering and Computer Science. 2015. V. 2218(1.1). P. 710-714.
5. A.V. Manzhurov. Advances in the Theory of Surface Growth with Applications to Additive Manufacturing Technologies // Procedia Engineering. 2017. V. 173. P. 11-16.
6. A.V. Manzhurov. Mechanical Design of AM Fabricated Prismatic Rods under Torsion // MATEC Web of Conferences. EDP Sciences. 2017. V. 95. P. 12002.

Residual Stresses in AM Fabricated Ball during Heating

E.V. Murashkin¹⁻³, E.P. Dats⁴

¹*Ishlinskii Institute for Problems in Mechanics of RAS, Moscow, Russia*

²*National Research Nuclear University "MEPhI" (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, Russia*

³*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

⁴*Vladivostok State University of Economics and Service, Vladivostok, Russia*

The present study is devoted to the problem of residual stresses calculation in AM fabricated ball during heating. Strains of the ball is assumed to be small, which allows to use the apparatus of the theory of thermoelastoplastic akin to Prandtl and Raice. The problem of the evolution of the field of residual stresses in the ball at a given heat on its external border is solved. The heat conduction equation and the equilibrium equations may be independently integrated when the hypothesis of the insignificance of the effects of coupling of thermal and mechanical processes is adopted. The fields of residual stresses and displacements are computed.

ДИВЕРГЕНТНЫЕ ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МОДЕЛЯХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ ТЕРМОУПРУГОСТИ

Е.В. Мурашкин¹⁻³, Ю.Н. Радаев¹

¹*Институт проблем механики имени А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*

²*Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, Россия*

³*Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

E-mail: murashkin@ipmnet.ru, radayev@ipmnet.ru

Современные конструкционные и функциональные материалы часто проявляют физические свойства, которые невозможно описать в рамках теорий классической механики сплошных сред. Это относится к поведению нематических жидких кристаллов, аномальному пьезоэффекту в кварце, дисперсии упругих волн, волновым эффектам «второго звука» [1, 2], а также ряду других экспериментально наблюдаемых аномальных физических свойств твердых тел. Поэтому развитие фундаментальных основ математического моделирования процессов синтеза и эксплуатации материалов с микроструктурными особенностями и прогнозирование их термомеханических свойств является актуальной задачей современной механики континуума [3-5].

Моделирование подобного поведения материалов может быть выполнено с привлечением аппарата физической теории поля [6]. Последовательное применение теоретико-полевого подхода в механике континуума приводит к физически приемлемым дифференциальным уравнениям и естественным формулировкам определяющих уравнений и законов сохранения. Дивергентные законы сохранения являются по существу первыми интегралами дифференциальных уравнений поля и выполняются в силу уравнений поля (см., например, [7]). Теория вариационных симметрий Нетер в настоящее время выступает как уникальный инструмент для вывода законов сохранения. В представляемой работе теория вариационных симметрий применяется к теоретико-полевым моделям гиперболической микрополярной

термоупругости. Получен ряд новых законов сохранения для связанного термоупругого поля, корректно указаны плотности энергии, потоки энергии, псевдоимпульс поля и тензор напряжений Эшелби.

Литература

1. Green A.E., Naghdi P.M. On undamped heat waves in an elastic solid // J. Therm. Stress. 1992. Vol. 15. Pp. 253–264.
2. Green A.E., Naghdi P.M. Thermoelasticity without energy dissipation // J. Elasticity. 1993. Vol. 31. Pp. 189–208.
3. Murashkin E.V., Radayev Y.N. On Thermodynamics of Wave Processes of Heat Transport / Mechanics for Materials and Technologies. Eds. Altenbach, Holm, Goldstein, Robert V., Murashkin, Evgenii. Advanced Structured Materials. Vol. 46. Springer International Publishing. 2017. Pp. 363-376. DOI 10.1007/978-3-319-56050-2_21
4. Murashkin E.V., Radayev Y.N. A Thermomechanical Constitutive Law in Virtue of Thermodynamic Orthogonality/ 6th International Conference “Problems of Mathematical Physics and Mathematical Modelling” (Moscow, National Research Nuclear University MEPHI, May 25-27): Books of Abstracts. Moscow, 2017. Pp. 153-155.
5. Murashkin E.V., Radayev Y.N. Thermodynamic Orthogonality in Non-linear Thermoelasticity/ Trans. X Russian Conference on Solid Mechanics (September 18-22, 2017, Samara, Russia). Vol. 2. Samara, Samara State Technical University, 2017. Pp. 300-303.
6. Ковалев В.А., Радаев Ю.Н. Волновые задачи теории поля и термомеханика. Саратов: Изд-во Саратов, ун-та, 2010. 328 с.
7. Ковалев В.А., Радаев Ю.Н. Элементы теории поля: вариационные симметрии и геометрические инварианты. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 156 с.

Divergent Conservation Laws in Models of Hyperbolic Thermoelasticity

E.V. Murashkin¹⁻³, Yu.N. Radayev¹

¹*Ishlinskii Institute for Problems in Mechanics of RAS, Moscow, Russia*

²*National Research Nuclear University “MEPhI” (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, Russia*

³*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

The present study is devoted to systematic derivations of divergent conservation laws for hyperbolic micropolar thermoelastic continua by the aid of the Noether theory of variational symmetries. The field formalism and variational action integral are employed in order to formulate field differential equations determining coupled thermoelastic field in micropolar continuum. The conservation laws are obtained and formulated by using the correct canonical field Hamiltonian, pseudomomentum and Poynting vectors, and the Eshelby stress tensor.

ДЕФОРМАЦИЯ ПЛАСТИНЫ С ПЕРИОДИЧЕСКИ ИЗМЕНЯЮЩИМИСЯ ПАРАМЕТРАМИ

Н.В. Наумова, Д.Н. Иванов, Т.В. Волошинова, Б.А. Ершов

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: n.v.naumova@spbu.ru, denisiv3@rambler.ru, tvv_1932@yandex.ru

В современной промышленности все чаще применяют сложные композитные материалы. Так, например, при армировании строительных материалов используют полипропиленовую фибру, которая представляет собой тонкие синтетические волокна разного размера и диаметра. В электротехнике получили распространение пластмассовые пластины, армированные углеродным волокном, с непрерывными токопроводящими каналами. Это изобретение представляет собой биполярную пластину, которая обладает исключительной прочностью и долговечностью, даже, когда она выполнена относительно тонкой, что позволяет обеспечить установку большего количества пластин в устройстве. Большинство кровельных материалов также являются ярким примером пластин переменной толщины.

В данной работе рассмотрена прямоугольная пластина, армированная параллельно расположенными волокнистыми полосками. Получено осредненное дифференциальное уравнение в частных производных четвертого порядка относительно прогиба пластины w . Вычислены значения максимальных прогибов армированных пластин, находящихся под действием внешнего давления.

Разработанные алгоритмы и программы аналитических формул позволяют рассчитывать различные виды армированных пластин. Анализ всех экспериментов по исследованию деформации пластин с

переменными параметрами под действием внешнего давления показывает достоверность приведенных формул. Исследование было основано на сравнении аналитических и численных результатов, полученных методом конечных элементов, при использовании программного комплекса ANSYS. Относительная погрешность расчетов не превышает 3%.

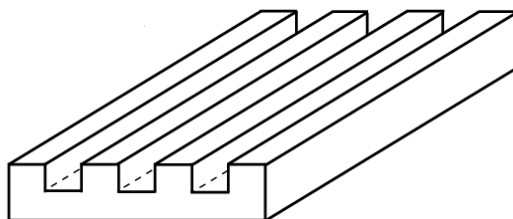


Рис. 1. Вариант пластины переменной толщины.

Литература

1. *Argatov I., Mishuris G.* Contact Mechanics of Articular Cartilage Layers. Asymptotic Models. Springer. 2015. 335 p.
2. *Bakhvalov N.S., Panasenko G.* Homogenisation: Averaging Processes in Periodic Media: Mathematical Problems in the Mechanics of Composite Materials. Springer, 2013, 366 p.
3. *Наумова Н.В., Иванов Д.Н.* Решение задач теории упругости и гидродинамики в пакете ANSYS: Учебное пособие. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2012. 99 с.
4. *Наумова Н.В., Иванов Д.Н.* Исследование статических деформаций, колебаний и устойчивости конструкций в пакете ANSYS. Учебное пособие. СПб., 2007.

Deformation of a Plate with Periodically Changing Parameters

N.V. Naumova, D.N. Ivanov, T.V. Voloshinova, B.A. Ershov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Deformation of reinforced square plate under external pressure is considered. The averaged fourth-order partial differential equation for the plate deflection w is obtained. The new mathematical model of the plate is offered. Asymptotic averaging and Finite Elements Method (ANSYS) are used to get the values of normal deflections of the plate surface. The comparison of numerical and asymptotic results is performed.

КОЛЕБАНИЯ ТОНКОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ, ПОДКРЕПЛЕННОЙ ШПАНГОУТАМИ РАЗНОЙ ЖЕСТКОСТИ

Г.А. Нестерчук

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: grigory_ne@mail.ru

Исследована задача о колебаниях тонкостенной упругой цилиндрической оболочки, подкрепленной шпангоутами разной жесткости [1]. Решение для случая жесткой заделки краев оболочки получено методом конечных элементов. Рассматриваются шпангоуты с нулевым эксцентриситетом и изменяющейся вдоль образующей цилиндра оболочки жесткостью.

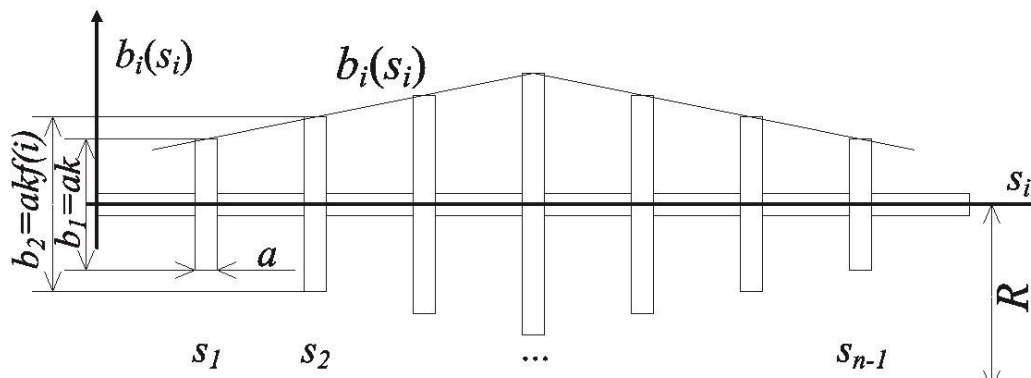


Рис. 1. Пример распределение жесткостей шпангоутов.

Варьирование оптимальных [2] коэффициентов функций распределения жесткостей шпангоутов и нахождение более точных параметров позволяет найти поправочные коэффициенты для аналитических формул приближенного расчета.

Литература

1. Филиппов. С.Б. Теория подкрепленных и сопряженных оболочек. Изд. СПбГУ, 1999, 196 с.
2. Нестерчук Г.А. Колебания и устойчивость цилиндрической оболочки, подкрепленной шпангоутами с разной жесткостью // Труды семинара «Компьютерные методы в механике сплошной среды». 2012-2013 ГГ С. 53-64.

Vibrations of a Thin Cylindrical Shell Stiffened by Rings with Various Stiffness

G.A. Nesterchuk

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The problem of vibrations of a thin-walled elastic cylindrical shell reinforced by frames of different rigidity is investigated. The solution for the case of hard sealing of the edges of the shell is obtained by the finite element method. Rings with zero eccentricity and stiffness varying along the generatrix of the shell cylinder are considered.

Varying the optimal coefficients of the distribution functions of the rigidity of the frames and finding more precise parameters makes it possible to find correction factors for analytical formulas of approximate calculation.

INFLUENCE OF THERMAL TREATMENT CONDITIONS ON PHYSICAL AND MECHANICAL PROPERTIES OF CU - 2BE ALLOY PROCESSED BY HIGH-PRESSURE TORSION

A.Ya. Nigmatullina, I.V. Lomakin

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia
E-mail: nigmatullina.alfiia@gmail.com, ivan.v.lomakin@gmail.com

An influence of thermal treatment and high pressure torsion (HPT) processing on secondary phase particles formation and mechanical properties of Cu-2Be alloy was studied. A homogenized solid solution treated alloy was subjected to three main thermomechanical treatment regimes: a coarse-grained alloy HPT with subsequent aging, coarse-grained alloy aging with subsequent HPT and aging during HPT at the temperature range from 150°C to 250°C. The results of X-Ray diffraction (XRD) over obtained materials showed that thermomechanical treatment regime affect on grain size, internal stress values and secondary phase CuBe particles location in the parent matrix material. According to XRD, the secondary phase particle in HPT processed alloy can locate both at the grains boundaries and in grains interiors. Mechanical properties investigations provided through uniaxial tensile tests showed that good combination of strength and plasticity was achieved in the alloy subjected to aging

at the temperature 325°C for 10 hours with subsequent HPT processing. Fractography analysis via scanning electron microscopy (SEM) reveals a ductile-brittle fracture behavior of nanostructured Cu-2Be alloy. Results of this work shows that selection of thermomechanical treatment regime can be used as a driving factor for desirable phase formation kinetics with following mechanical properties.

КРИТЕРИЙ ОЦЕНКИ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРУЕМОГО СОСТОЯНИЯ SD-МАТЕРИАЛОВ

А.В. Орехов

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: A_V_Orehov@mail.ru

Многие современные строительные конструкции создаются из анизотропных сплавов, обладающих различными пределами текучести при растяжении и сжатии, в этом случае говорят, что материал обладает эффектом SD (strength-differential) [1].

Критическим для материала можно считать необратимый переход последнего в пластическое состояние, когда его последующие разрушение становится неизбежным. При математическом моделировании напряженно-деформируемого состояния (НДС) для SD-материалов могут анализироваться различные показатели процесса. Например, зависимости: радиуса пластической области от её глубины, радиуса пластической области от приведенной нагрузки, приведенной стрелы прогиба от приведенной нагрузки [2], стрелы прогиба в центре балки от изгибающего момента [3] и тому подобное. При приближении процесса к «критической точке» все перечисленные выше зависимости меняют свою природу с линейной на степенную или показательную. Отыскание той нагрузки, когда линейное возрастание какого-либо показателя НДС переходит, например, к параболическому виду, возможно если эта величина выражена через решетчатую функцию $F(x_i)$ с постоянным шагом $\Delta = x_i - x_{i-1}$.

При построении критерия оценки НДС можно использовать следующие три приёма. Во-первых, переход от линейной зависимости к нелинейной не зависит от масштаба, поэтому за счёт преобразования подобия равномерный шаг аргумента решетчатой функции можно свести к единичному $\Delta \equiv 1$. Во-вторых, указанный выше переход можно отследить аппроксимируя $F(x_i)$ не по всем значениям аргумента x_i , а только по 4 точкам. В-третьих, при помощи линейного преобразования значения функции $F(x_i)$ можно рассматривать в точках $\{0,1,2,3\}$ полагая что $F(0) = 0$. В этом случае критерием перехода от линейной зависимости к параболической будет условие, при котором квадратичная аппроксимация в классе функций вида $ax^2 + b$ имеет меньшую погрешность чем линейная аппроксимация в классе функций $ax + b$. Это будет выполнено если квадратичная форма $19y_1^2 - 11y_2^2 + 41y_3^2 + 12y_1y_2 - 64y_1y_3 - 46y_2y_3 > 0$, где y_1, y_2, y_3 значения функции $F(x_i)$ в точках 1, 2, 3 соответственно.

Литература

1. *Бэкофен В.* Процессы деформации. пер. с англ. М. Металлургия, 1977. С. 288.
2. *Павилайнен Г.В., Юшин Р.Ю.* Анализ учета упругой трансверсальной изотропии и пластической анизотропии при изгибе круглых пластин // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1. Математика, Механика, Астрономия. 2011. №1. С. 122-131.
3. *Павилайнен Г.В.* Математическое моделирование упруго-пластического изгиба балки, материал которой обладает эффектом SD. // В сборнике: Труды семинара "Компьютерные методы в механике сплошной среды". 2014-2015 гг. Санкт-Петербург, Издательство СПбГУ, 2015. С. 49-62.

Criterion for Estimation of the Stress-Deformed Condition of SD-Materials

A.V. Orekhov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Critical to the material can be considered irreversible transition of the latter into a plastic condition, when its subsequent destruction becomes inevitable. In mathematical modeling of the stress-deformed condition for SD-materials, various process indices can be analyzed. For example, the dependence of the radius of the plastic region from its depth, the radius of the plastic region from the reduced load, the reduced deflection from the

reduced load, the deflection arrow at the center of the beam from the bending moment. When the process approaches the "critical state", all the above-mentioned dependencies change their character from linear to parabolic or exponential. The criterion for the transition from linear to non-linear dependence is the condition under which an approximation in the class for functions of the form $ax^2 + b$ has a smaller error than an approximation in the class of functions $ax + b$.

ВЛИЯНИЕ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО СЖАТИЯ НА ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ЭКВИАТОМНОГО СПЛАВА TiNi

Е.С. Остропико, А.И. Разов

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: es-ostropiko@mail.ru, a.razov@spbu.ru

Материалы с эффектом памяти формы обладают рядом уникальных функциональных свойств, благодаря чему потенциал возможных применений их на практике растет. Сейчас вызывает интерес использование подобных материалов в быстродействующих или подверженных динамическим нагрузкам устройствах, например, для сейсмозащиты. Кроме того, привлекает внимание возможность улучшения функциональных свойств сплавов с эффектом памяти формы после высокоскоростного деформирования и при изготовлении элементов из них [1]. Это исследование является продолжением работ [2, 3] и посвящено изучению влияния динамического сжатия на эффекты памяти формы в сравнении с квазистатическим.

В качестве образцов использовали цилиндры высотой 4 мм и диаметром 8 мм из сплава TiNi экваторного состава. Характеристические температуры мартенситных превращений: $M_s=74^\circ\text{C}$, $M_f=32^\circ\text{C}$, $A_s=74^\circ\text{C}$, $A_f=98^\circ\text{C}$. Высокоскоростное сжатие проводили на установке, реализующей метод Кольского для разрезного стержня Гопкинсона, скорость деформации составляла около 10^3c^{-1} . Квазистатическое сжатие выполняли на испытательной машине Instron со скоростью деформации около 10^{-3}c^{-1} . Деформирование проводили при различных температурах от 20 до 300°C . Остаточные деформации составляли 18-20%. После деформирования образцы термоциклировали со скоростью 2 К/мин, таким образом были получены зависимости величин эффектов однократной и обратимой памяти формы от температур, при которых производили высокоскоростное и квазистатическое сжатие.

Показано, что после деформирования в интервале температур от 20 до 90°C величина эффекта памяти формы после высокоскоростного сжатия больше, чем после квазистатического. Установлено, что после деформирования в интервале температур от 20 до 60°C обратимая память формы мартенситного типа в динамическом случае больше, чем в квазистатическом. Величина обратимой памяти формы аустенитного типа после высокоскоростного сжатия больше чем после квазистатического сжатия при всех температурах предварительного деформирования.

В целом обнаружено, что высокоскоростное сжатие в определенных интервалах температур улучшает функциональные свойства никелида титана, по сравнению с квазистатическим сжатием. Также приведено сравнение с испытаниями на растяжение [3], где ранее было показано, что высокоскоростное растяжение не улучшает функциональные свойства по сравнению с квазистатическим растяжением.

Литература

1. Belyaev S., Rubanik V., Resnina N., Rubanik Jr V., Rubanik O., Borisov V. Martensitic transformation and physical properties of 'steel-TiNi' bimetal composite, produced by explosion welding // Phase Transitions. 2010. P. 276-283.
2. Bragov A., Galieva A., Grigorieva V., Danilov A., Konstantinov A., Lomunov A., Motorin A., Ostropiko E., Razov A. Functional properties of TiNi shape memory alloy after high strain rate loading // Materials Science Forum, 2013. Vol. 738-739, P. 326-331.
3. Галиева А.Х., Григорьева В.И., Данилов А.Н., Моторин А.С., Остропико Е.С., Разов А.И. Влияние высокой скорости растяжения на однократный и обратимый эффекты памяти формы в сплаве TiNi // Материалы международной конференции «Сплавы с эффектом памяти формы: свойства, технологии, перспективы», 26-30 мая 2014 г., г. Витебск, Беларусь, 2014. С. 128-130.

Influence of High-Strain Rate Compression on the Functional Properties of Equiatomic TiNi-alloy

E.S. Ostropiko, A.I. Razov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Cylindrical samples made of equiatomic TiNi alloy were deformed by high-strain rate and quasistatic compression at various temperatures in the range from 20 to 300°C. Dependences of the values of shape memory and two-way shape memory effects on the test temperatures were obtained. It is shown that high-strain rate compression in certain temperature ranges improves the shape memory and martensitic-type two-way shape memory effects of equiatomic TiNi alloy. Austenitic-type two-way shape memory after high-strain rate compression was always greater, than after quasi-static compression. Comparison with tensile tests is given.

ВЛИЯНИЕ СКОРОСТИ ПРОТЕКАНИЯ АДДИТИВНОГО ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ ТЯЖЕЛОЙ КОНСТРУКЦИИ, ДЕФОРМИРУЮЩЕЙСЯ В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ, НА РАЗВИТИЕ В НЕЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ

Д.А. Паршин

*Институт проблем механики имени А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, Москва, Россия
E-mail: parshin@ipmnet.ru*

Моделируется аддитивный процесс формирования полуциркулярной арочной конструкции за счет послойного добавления материала к ее внутренней поверхности. Исследуется вопрос о влиянии режима протекания этого процесса на развитие полей технологических напряжений в формируемой конструкции в условиях действия сил тяжести при наличии у материала свойств ползучести и старения. В расчетах используются определяющие соотношения, предложенные Н.Х. Арутюняном. Принимаемые аппроксимации входящих в них функций описывают, в том числе, экспериментальные кривые ползучести бетона.

Предлагается математическая модель исследуемого процесса, построенная в рамках линейной механики наращиваемых тел и позволяющая проследить эволюцию НДС изготавливаемой конструкции на всех этапах процесса ее формирования и по его завершении, с учетом пауз между отдельными стадиями непрерывного наращивания. На основании численных экспериментов, выполненных с помощью предложенной модели, показано, что НДС аддитивно формируемых тяжелых объектов определяющим образом зависит от режима их формирования. При этом характеристики их напряженного состояния могут достигать в процессе формирования величин, значительно превышающих устанавливающиеся по окончании этого процесса, причем в других по отношению к последним зонах. При достаточно быстром изготовлении конструкции в конечном итоге благодаря большому ресурсу ползучести происходит сильное разгружение ее исходной части (заготовки) за счет загрузки дополнительно сформированной. Однако важной особенностью такого рода процессов является то, что на начальной стадии формирования конструкция испытывает напряжения, превышающие первоначальные напряжения в заготовке, и в случае тонкостенной заготовки это превышение весьма значительно. Если же реализуется достаточно медленный процесс формирования конструкции, то присоединенный на завершающей его стадии материал остается практически ненапряженным. Предельным вариантом процессов последнего рода является изготовление конструкции из упругого материала, когда явление ползучести отсутствует. В этом случае уровень напряжений в исходной части конструкции в процессе ее аддитивного формирования только возрастает.

Чрезвычайно важно отметить, что в достаточно тонкостенной арочной заготовке под действием сил тяжести сразу возникают весьма высокие напряжения, и это предопределяет появление в готовой конструкции, при любом темпе ее аддитивного формирования, областей с уровнем напряжений, заметно превышающим предсказываемый традиционным расчетом этой конструкции по конечной конфигурации.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 18-01-00920-а, 18-01-00770-а, 17-51-45054-ИНД_а, а также Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления Российской академии наук (Программа № 12 ОЭ).

Impact of the Rate of the Additive Process of Forming a Heavy Structure Deforming in Creep on the Development of its Technological Stresses

D.A. Parshin

*Ishlinskii Institute for Problems in Mechanics of RAS, Moscow, Russia
Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

The additive process of forming a semicircular arched structure by means of layer-by-layer addition of material to its inner surface is simulated. The impact of this process running mode on the development of the technological stresses fields in the structure being formed under the action of gravity under properties of the material creep and aging is examined. In the framework of the linear mechanics of accreted solids a mathematical model of the process under study is offered and numerical experiments are conducted. It is shown that the stress-strain state of the additively formed heavy objects decisively depends on their formation mode. Various practically important trends and features of this dependence are studied.

ВЛИЯНИЕ ИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ВЫДЕРЖКИ НА ЭФФЕКТ ОБРАТИМОЙ ПАМЯТИ ФОРМЫ

И.В. Поникарова, С.П. Беляев, Н.Н. Реснина

*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: ivp2001@yandex.ru*

Целью работы явилось изучение релаксации ориентированных внутренних напряжений, ответственных за проявление эффекта обратимой памяти формы в сплаве TiNi. Цилиндрические образцы сплава Ti-50at.%Ni с диаметром рабочей части 4 мм и длиной 30 мм деформировали при комнатной температуре в мартенситном состоянии в режиме кручения до 12% и разгружали для того, чтобы сформировать в материале внутренние ориентированные напряжения, ответственные за реализацию эффекта обратимой памяти формы. Затем образцы выдерживали при постоянных температурах 520, 590, 640 и 700 К в течение некоторого времени, величину которого варьировали от 0 до 60 минут, и охлаждали до комнатной температуры. После этого образцы термоциклировали через температурный интервал мартенситных переходов без нагрузки чтобы исследовать эффект обратимой памяти формы и установить влияние выдержки при высоких температурах на релаксацию внутренних ориентированных напряжений и параметры эффекта обратимой памяти формы.

Полученные результаты показали, что увеличение температуры и длительности изотермической выдержки приводит к уменьшению величины эффекта обратимой памяти формы. Установлено, что зависимость величины эффекта обратимой памяти формы от времени выдержки хорошо аппроксимируются кинетическим уравнением второго порядка, параметры которого зависят от температуры выдержки. Это позволило оценить энергию активации процесса релаксации ориентированных внутренних напряжений. Показано, что она составляет 0,3 эВ, если образец выдерживали при температурах 520 - 590 К, и 0,7 эВ, если выдержку осуществляли при температурах 640 - 700 К. Сравнение значений энергии активации с известными данными показало, что релаксация внутренних напряжений при температурах меньше 700 К происходит в сплаве TiNi вследствие развития процессов возврата по механизму перестройки дислокационной структуры и аннигиляции дислокаций.

Influence of the Isothermal Holding on the Two Way Shape Memory Effect

I.V. Ponikarova, S.P. Belyaev, N.N. Resnina

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The aim of the work was to study the relaxation processes of the internal oriented stresses responsible for the observation of the two way shape memory effect in TiNi alloy. The Ti-50.0 at. %Ni alloy cylindrical samples with a diameter of 4 mm and a length of 30 mm were deformed by torsion at room temperature in martensitic state to a strain of 12 % and unloaded. Then the samples were isothermally held at temperatures of 520, 590, 640

and 700 K for duration that was varied from 0 to 60 min and cooled to room temperature. After that the samples were cooled and heated under zero stress within a temperature range of the martensitic transformation to determine the parameters of the two-way shape memory effect.

The results obtained showed that an increase in holding temperature or time led to a decrease in the value of the two-way shape memory effect. It was shown that the dependences of the two-way shape memory effect value of the holding duration might be simulated by the second order kinetic equation. It allowed one to estimate the activation energy of the internal oriented stresses relaxation processes. It was found that the activation energy was equal to 0.3 eV if the samples were held at temperatures of 520 and 590 K and this value was equal to 0.7 eV if the samples were held at temperatures of 640 to 700 K. The comparison of the activation energies estimated in the present work to the well-known data showed that the relaxation of the internal stresses in TiNi alloy at temperatures of 700 K or less was caused by recovery processes due to dislocation structure rearrangement and dislocation annihilation.

ПОСТРОЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УПРУГИХ SANDWICH-КОМПОЗИТОВ С УЧЁТОМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ДИСПЕРСИИ

М.Ю. Рязанцева

НИИ механики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия
E-mail: m-rznt@yandex.ru

В связи с широким промышленным применением композиционных материалов возникла необходимость изучать статическое и динамическое поведение неоднородных структур, механическое поведение которых описывается уравнениями с разрывными коэффициентами. В изделиях современной техники широкое распространение получили трёхслойные sandwich-композиты, состоящие из жёстких несущих слоёв и податливого, лёгкого заполнителя. Как следует из опубликованных обзоров (см., например [1]), недостаток надёжных методов расчёта и несовершенство моделей являются препятствием для оптимального использования слоистых композитов и изделий из них. Поэтому создание физически обоснованных и удобных для расчёта моделей является актуальной и практически важной задачей.

Динамическое поведение слоистых композитов во многом определяет наличие двух факторов. Во-первых, в динамике существенным образом проявляются “толщинные” эффекты, такие как эффект поперечного сдвига и обжатие поперечного волокна, что требует применять для прочностных расчётов модели, позволяющие исследовать распределение характеристик напряженно-деформированного состояния по поперечному сечению и, в частности, определять значения напряжений на границе слоёв, поскольку расслоение является частым и опасным дефектом. Во-вторых, как известно ещё из работ Рэлея и Лэмба, при распространении волн в упругих пластинах имеет место геометрическая дисперсия. Наличие внутренних границ в многослойных композитах приводит к усложнению дисперсионной картины. Следует отметить, что современный подход к построению осреднённых динамических моделей композитов различной структуры предполагает учёт этого явления (см., например, [2] и [3]).

Предлагается исследовать динамическое поведение трёхслойных упругих пластин симметричной структуры по толщине с идеальным контактом на границе слоёв на основе двумерных динамических уравнений, учитывающих взаимодействие классических форм колебаний с тремя первыми высокочастотными формами [4]. Осреднённая динамическая модель, выведенная из трёхмерной динамической теории упругости вариационно-асимптотическим методом [5], является теорией главного приближения и описывает эффект поперечного сдвига, поперечного обжатия и геометрическую дисперсию волн асимптотически точно на длинных волнах и качественно правильно в диапазоне достаточно коротких волн.

Литература

1. *Hang Hu, Salim Belouettar, Michel Poiter-Ferry, El Mostafa Daya.* Review and assessment of various theories for modeling sandwich composites // ELSEVIER, COMPOSITE STRUCTURE 84, 2008, P. 282-292.
2. *Куликовский А.Г., Чугайнова А.П.* Классические и неклассические разрывы и их структуры в нелинейно-упругих средах с дисперсией и диссипацией // Современные проблемы математики, выпуск 7, 2007, Москва, 148 с.
3. *Бахвалов Н.С., Эглит М.Э.* Исследование эффективных уравнений с дисперсией, описывающих распространение волн в стратифицированных средах и тонких пластинах. // Докл. РАН, 20002, Т. 383, № 6, с. 742-745.
4. *Ryazantseva M.Yu., Antonov F.K.* Harmonic running waves in sandwich plates // ELSEVIER, International Journal of Engineering Science. 2012. V. 59. P. 184-192.

5. *Berdichevsky V.L.* An asymptotic Theory of Sandwich Plates // ELSEVIER, International Journal of Engineering Science. 2010. V. 48. P. 383-404.

Dynamic Theory with Dispersion for Elastic Sandwich Composites

M.Yu. Ryazantseva

Lomonosov Moscow State University, Institute of Mechanics, Moscow, Russia

The dynamic behavior of elastic sandwich plates of symmetric structure on thickness (hard-skin composite) is proposed to study on the basis of refined averaged theory considering the high-frequency vibration modes. The governing hyperbolic equations allow describing such effects as transverse shear, transverse compressions and geometric dispersion of waves.

ВЛИЯНИЕ РАЗМЕРА ЗЕРНА НА ЭФФЕКТЫ ПЛАСТИЧНОСТИ ПРЕВРАЩЕНИЯ И ПАМЯТИ ФОРМЫ В СПЛАВЕ TiNi

А.Ю. Савельева¹, Д.И. Глазова¹, С.П. Беляев¹, Н.Н. Реснина¹, В.П. Пилюгин²

¹*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*

²*Институт физики металлов им. М.Н. Михеева УрО РАН, Екатеринбург, Россия*

E-mail: nasta927@mail.ru

Функциональные свойства сплавов с памятью формы зависят от многих параметров, таких как химический состав, фазовый состав, тип мартенситного перехода, термообработка, режимы предварительного деформирования. В последнее время появились работы, которые показывают, что параметры эффектов памяти формы зависят и от размера зерна. Поэтому одной из актуальных задач является установление взаимосвязи между средним размером зерна и функциональными свойствами сплавов с памятью формы. Целью данной работы явилось изучение влияния размера зерна на параметры эффектов пластичности превращения и памяти формы в сплаве TiNi.

Для того, чтобы получить образцы сплава TiNi с различным размером зерна, диски диаметром 6 мм подвергали сдвигу под давлением 8 ГПа (3,5 оборота) чтобы перевести сплав в аморфное состояние, а затем нагревали до разных температур. Образцы со средним размером зерна от 20 нм до 500 нм охлаждали и нагревали под постоянным напряжением, величину которого варьировали от 100 до 600 МПа. Полученные результаты показали, что в образцах с размером зерна 80 нм и более эффекты пластичности превращения и памяти формы проявляются при охлаждении и нагревании под любым напряжением. В образцах с размером зерна менее 80 нм изменение деформации наблюдается только в том случае, если образцы охлаждали и нагревании под напряжением, величина которого выше некоторого критического значения, зависящего от размера зерна. Чем меньше размер зерна, тем выше критическое напряжение. Увеличение напряжения приводит к возрастанию величин эффектов пластичности превращения и памяти формы и температуры мартенситных переходов вне зависимости от размера зерна. Чем меньше размер зерна, тем меньшее изменение величины эффекта пластичности превращения и больший коэффициент в соотношении Клаузиуса-Клапейрона для температур M_n и A_k при увеличении напряжения. Уменьшение размера зерна понижает величины эффекта пластичности превращения и температуры мартенситных переходов. Величина эффекта памяти формы меняется немонотонно: увеличивается при уменьшении размера зерна от 500 до 130 нм и падает при уменьшении размера зерна от 130 нм до 20 нм. Обнаружено, что максимальная обратимая деформация наблюдается в сплаве TiNi с размером зерна 130 нм.

Influence of Grain Size on the Transformation Plasticity and Shape Memory Effects in TiNi Alloy

A.Yu. Savelieva¹, D.I. Glazova¹, S.P. Belyaev¹, N.N. Resnina¹, V.P. Pilyugin²

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

²*M.N. Miheev Institute of Metal Physics of Ural Branch of RAS, Ekaterinburg, Russia*

The paper is devoted to a study of the grain size influence on the parameters of the transformation plasticity and shape memory effects in TiNi alloy. To produce the samples with different grain size, the discs with a diameter of 6 mm were subjected to high-pressure torsion under 8 GPa (3.5 turns) for amorphysation and subsequent heating to various temperatures. The samples with a different grain size of 20 to 500 nm were cooled and heated under a constant stress that was varied from 100 to 600 MPa. The results obtained showed that if the grain size was 80 nm or more the transformation plasticity and shape memory effects were observed despite a value of stress acting on cooling and heating. If the grain size was less than 80 nm then the strain variation was found if the stress was larger than some critical value. The smaller the grain size the larger the critical stress. An increase in stress, acting on cooling and heating led to an increase in the values and temperatures of the transformation plasticity and shape memory effects. The smaller the grain size, the smaller the variation in values of temperatures of these effect that was observed on an increase in stress and the larger the Clausius-Clapeyron ratio coefficient measured for M_s and A_f temperatures. A decrease in the grain size resulted in a decrease in the transformation plasticity effect value and the temperatures of the martensitic transformations whereas, the value of the shape memory effect varied in non-monotonic way. The maximum recoverable strain was found in the TiNi alloy with a grain size of 130 nm.

МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ НАНОКОМПОЗИТА «МЕТАЛЛ-ГРАФЕН»

Б.Н. Семенов

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: b.semenov@spbu.ru

Идея о повышении прочностных и упругих свойств металлических материалов посредством их упрочнения нановключениями второй фазы хорошо известна и находит широкое применение. Например, в рамках данного подхода в качестве упрочняющих нановключений используются керамические наночастицы и наностержни. Несмотря на то, что имеются впечатляющие результаты в этой области, получение высокопрочных, долговечных и достаточно дешевых композитов с металлическими матрицами для настоящих и будущих технологий все еще представляет собой нерешенную проблему и поиск новых материалов для использования в качестве упрочняющих элементов в композитах с металлическими матрицами представляет большой интерес как для фундаментальной науки, так и для прикладных исследований. Нановключения, используемые для повышения механических свойств нанокompозитов с металлическими матрицами, должны иметь высокие механические характеристики, большую площадь свободной поверхности, иметь сильные химические связи между атомами нановключений и металлической матрицей и должны быть распределены в композите максимально однородно.

Благодаря своим уникальным механическим свойствам, таким как высокий модуль Юнга (1 ТПа), предел прочности (130 ГПа), высокая степень деформируемости (более 20%) и высокой удельной площади поверхности графен очень перспективен для использования в качестве армирующего элемента в различных композиционных материалах. Наряду с монослойным графеном графеновые листы, состоящие из нескольких слоев графена, обладают сходными свойствами. Однако использование графеновых листов в качестве наполнителя в металломатричных композитах до недавнего времени было сопряжено с серьезными технологическими проблемами. В последние годы удалось найти решение этих проблем и получить металломатричные нанокompозиты, упрочненные графеновыми включениями, расположенными преимущественно на границах зерен металлической матрицы [1].

Целью настоящей работы является моделирование в деформирования и разрушения композита "металл-графен", определение его эффективных механических параметров и объяснение повышения прочности с позиций механики деформируемого твердого тела. Рассмотрены механизмы улучшения механических свойств композита "металл-графен". Для оценки влияния графеновых включений на

деформационные характеристики нанокompозита «металл-графен» проведен конечно-элементный анализ деформирования представительного объема с последующей гомогенизацией механических свойств и исследована зависимость эффективных модулей и пластического течения от концентрации графеновых включений. Проведено сравнение результатов моделирования механических свойств с экспериментальными.

Литература

1. Hu Z., Tong G., Lin D., Chen C., Guo H., Xu J., Zhou L. Graphene-reinforced metal matrix nanocomposites – a review // Materials Science and Technology. 2016. Vol. 32, No 9, pp. 930-953.

Simulation of Mechanical Properties of Graphene/Metal Nanocomposites

B.N. Semenov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

A model of deformation and fracture of the metal-graphene composite is proposed. Its effective mechanical parameters are determined and the increase in strength from the positions of the mechanics of solids is explained. Mechanisms for improving the mechanical properties of the metal-graphene composite are considered.

To evaluate the effect of graphene inclusions on deformation characteristics of nanocomposite "metal-graphene" the finite element analysis of representative volume deformation followed by homogenization of the mechanical properties deformation is performed and the dependence of effective modules and plastic flow on the concentration of graphene inclusions is studied.

ВЛИЯНИЕ ОБРАБОТКИ ИНТЕНСИВНОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИЕЙ НА ПРОЧНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЧИСТЫХ ТИТАНА И МЕДИ

И.В. Смирнов, Ю.В. Судьенков

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: i.v.smirnov@spbu.ru

Обработка металлических материалов методами интенсивной пластической деформации (ИПД) позволяет уменьшать средний размер зерна до нано- (НЗ) и ультрамелкозернистого (УМЗ) состояния [1]. УМЗ структура может приводить к повышению прочности материала, но при этом, как правило, происходит уменьшение его пластичности [2].

Большинство работ по данной тематике рассматривают деформационные параметры НЗ и УМЗ материалов только для случая испытаний на квазистатическое растяжение. Параметры трещиностойкости, динамической прочности, а также процессы разрушения УМЗ материалов остаются малоизученными. Однако уменьшение пластичности может приводить к низким значениям важных характеристик конструкционной прочности. Это снижает привлекательность НК и УМЗ материалов для промышленного применения.

В данной работе рассматриваются результаты исследования влияния ИПД на прочностные параметры и характер разрушения коммерчески чистых титана Grade 4 и меди М1. УМЗ структура материалов была получена с помощью равноканального углового прессования по схеме Конформ (РКУП-Конформ) [3] для титана и меди, а также с помощью ИПД кручением [4] для случая меди. Эксперименты проводились на квазистатическое растяжение, ударную вязкость образцов с U-образным вырезом, динамическое сжатие, а также трещиностойкость K_{Ic} для случая трехточечного изгиба.

Результаты испытаний УМЗ материалов показали увеличение прочности на растяжение и предела текучести до 50%, увеличение ударной вязкости до 15% и существенное уменьшение трещиностойкости по сравнению крупнозернистыми аналогами. Более того, предел текучести УМЗ материалов при динамической нагрузке со скоростью деформации до 10^3 1/с оставался на уровне значения при квазистатической нагрузке, в то время как крупнозернистые материалы продемонстрировали хорошо известное возрастание предела текучести с увеличением скорости сжатия.

Работа выполнялась при поддержке гранта Президента РФ МК-2587.2017.1.

Литература

1. *Gleiter H.* Nanocrystalline Materials // Progress Materials Science. 1989. V. 33. P. 223–315
2. *Valiev R.Z., Islamgaliev R.K., Alexandrov I.V.* Bulk nanostructured materials from severe plastic deformation // Prog. Mat. Sci. 2000. V. 45. P. 103-189.
3. *Valiev R.Z., Langdon T.G.* Principles of equal-channel angular pressing as a processing tool for grain refinement // Progress in Materials Science. 2006. V. 51. P. 881-981.
4. *Edalati K., Horita Z.* A review on high-pressure torsion (HPT) from 1935 to 1988 // Materials Science and Engineering: A. 2016. V. 652. P. 325-352.

Influence of Severe Plastic Deformation Treatment on Strength Characteristics of Pure Titanium and Copper

I.V. Smirnov, Yu.V. Sudenkov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

This work presents the study an influence of severe plastic deformation on strength parameters and fracture character of commercially pure titanium Grade 4 and copper M1. The ultrafine-grained (UFG) structure of the materials was obtained by means of equal-channel angular pressing according to the Conform scheme (ECAP-Conform) for titanium and copper, as well as high-pressure torsion for the case of copper. Quasi-static tensile tests, impact toughness tests of samples with U-shaped notch, dynamic compression and fracture toughness test for the case of three-point bending were carried out. The test results the UFG materials showed an increase in the tensile strength and the yield strength by 50%, an increase in the impact toughness by 15% and a significant reduction in the fracture toughness compared to the coarse-grained analogues. The yield stress of the UFG materials under dynamic load at a strain rate of up to 10^3 1/s remained at the level of a value under a quasi-static load, while the coarse-grained materials demonstrated a well-known increase in a yield point with an increase of a compression strain rate.

THE INFLUENCE OF THE INITIAL THICKNESS DEVIATIONS OF A STEEL TUBE SUBJECTED TO GENERAL CORROSION UNDER ITS OWN WEIGHT ON ITS DURABILITY

I.A. Stareva, Y.G. Pronina

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

E-mail: i.stareva@spbu.ru, y.pronina@spbu.ru

Corrosion causes irreparable damages of industrial and building structures and leads to reduction of their service life. General corrosion enhanced by mechanical stresses is known as mechanochemical corrosion [1]. The problems of corrosion under stress have received a wide response among scientists. Articles [2-6] provide solutions for the problems of mechanochemical corrosion of a tube under a constant longitudinal force. The present paper concerns a case of a variable (in space and time) longitudinal force, namely, of own weight of the tube. Theoretical analysis of the behavior of a steel tube subjected to mechanochemical corrosion under its own weight revealed that the own weight does not have much effect on the rate of corrosion process, especially for relatively short tubes. The purpose of this paper is to investigate the effect of the standardized initial thickness deviations of a long steel tube subjected to general corrosion under its own weight on its durability.

A linearly elastic vertically standing or hanging long steel tube loaded with its own weight is considered. The tube is subjected to inside and outside general corrosion with the rates v_r and v_R respectively, so the inner radius $r = r(t)$ of the tube increases with time t , the outer radius $R = R(t)$ decreases with time t , and its thickness $h(t) = R(t) - r(t)$ decreases as well. The virgin tube is assumed to have an imperfection, such as an initial thickness deviation up to 12.5% (according to standards). It is also assumed that the initial narrowing of the tube wall is gradual and does not cause a stress concentration.

According to [2, 7], corrosion rates inside and outside are assumed to be linearly dependent on mechanical stress:

$$v_r = dr/dt = a_r + m_r \sigma(r),$$

$$v_R = -dR/dt = a_R + m_R \sigma(R).$$

Here a_r , a_R , m_r , m_R are empirically determined constants; $\sigma(r)$, $\sigma(R)$ are the maximum principal stresses on the corresponding surfaces of the tube. Constants m_r and m_R are different for tension and compression and have the same signs as the corresponding stresses.

It is required to find the longitudinal stress and the thickness along the tube for $t > 0$, and to assess the lifetime of the tube taking into account initial thickness deviations. Loss of stability of vertically standing tubes is not taken into consideration.

In this paper a numerical solution to the problem is proposed. The time and spatial step sizes are estimated.

It is obvious that the maximum in absolute value normal stress, which is the longitudinal stress, is at the upper cross-section for a hanging tube, and at the lower end for the standing tube. Therefore the stress and the thickness at this very cross-section determine the service life of the tube.

Acknowledgment. This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project N 16-08-00890).

References

1. Gutman E. M. Mechanochemistry of solid surfaces. New Jersey-London- Singapore: World Scientific, 1994.
2. Dolinskii V. M. Calculations on loaded tubes exposed to corrosion // Chemical and Petroleum Engineering. 1967. Vol. 3. №2. P. 96–97.
3. Bergman R.M., Levitsky S.P., Haddad J., Gutman E.M. Stability loss of thin-walled cylindrical tubes subjected to longitudinal compressive forces and external corrosion // Thin-Walled Structures. 2006. Vol. 44. №7. P. 726–729.
4. Pronina Yu.G. Estimation of the life of an elastic tube under the action of a longitudinal force and pressure under uniform surface corrosion conditions. // Russian Metallurgy (Metally). 2010. Vol. 2010. №4. P. 361–364.
5. Elishakoff I., Ghyselinck G., Miglis Y. Durability of an elastic bar under tension with linear or nonlinear relationship between corrosion rate and stress // Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME. 2012. Vol. 79. 021013.
6. Fridman M.M. Optimal design of compressed columns with corrosion taken into account // Journal of Theoretical and Applied Mechanics. 2014. Vol. 52. №1. P. 129–137.
7. Pavlov P.A., Kadyrbekov B.A., Kolesnikov V.A. Strength of steels in corrosive media. Alma Ata: Nauka, 1987. 272 p. (in Russian).

ТЕРМОДИНАМИКА ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЯ ПРИ КВАЗИСТАТИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ МЕТАЛЛОВ

Ю.В. Судьенков¹, Б.А. Зимин², В.Е. Свентицкая³, И.В. Смирнов¹

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

²Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, Россия

³Балтийский государственный технический университет «Военмех» имени Д.Ф. Устинова,
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: y.sudenkov@yandex.ru, bazimin@mail.ru, vsvent@yandex.ru, i.v.smirnov@spbu.ru

В работе представлены результаты экспериментальных исследований процессов диссипации в ходе деформирования металлических образцов из меди М1, стали 12Х18Н10Т, титана ВТ1, алюминиевого сплава D16АМ, магниевое сплава AZ31В при различных скоростях деформирования.

Результаты экспериментов продемонстрировали зависимость интенсивности тепловыделения от скорости деформации, при отсутствии таковой для зависимостей $\sigma(\varepsilon)$. Механические испытания проводились на стандартных плоских образца с размерами рабочей части $50 \times 5 \times 2$ мм на универсальной испытательной машине SHIMADZU AG-X50 при комнатной температуре. при скоростях движения захватов 5/10/20 мм/мин. Исследование поля температур на поверхности образцов осуществлялось тепловизионной камерой ThermoCAM®.

Для процесса однородного деформирования при оценке доли работы сил пластической деформации перешедшей в тепло используется коэффициент β :

$$\beta = \frac{\psi}{\sigma \dot{\varepsilon}^P}, \quad (1)$$

где ψ - мощность диссипации, σ - напряжение и $\dot{\varepsilon}^P$ - скорость пластической деформации.

Используя (1), получим соотношение для оценки доли латентной энергии [1]:

$$1 - \beta = \frac{\rho \left(s \frac{dT}{dt} + \frac{df}{dt} \right)}{\sigma \dot{\varepsilon}^p}, \quad (2)$$

где T - абсолютная температура, t - время, ρ, f, s - плотность соответственно вещества, свободной энергии и энтропии. Для полного описания зависимости β от $\dot{\varepsilon}^p$ требуется детализация процесса для двух скалярных функций S и T , а так же для термодинамической функции состояния f .

Литература

1. Де Грот С., Мазур П. Неравновесная термодинамика. М.: Мир, 1964. 456 с.

Thermodynamics Problem of Heat Dissipated during to Quasistatic Deformation of Metals

Yu.V. Sudenkov¹, B.A. Zimin², V.E. Sventitskaya³, I.V. Smirnov¹

¹Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

²Institute of Problems of Mechanical Engineering of RAS, Saint-Petersburg, Russia

³Baltic State Technical University "Voenmeh" named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, Russia

The paper presents the results of experimental studies of dissipation processes during deformation of metal samples from copper M1, steel 12X18H10T, titanium BT1, aluminum alloy D16AM, magnesium alloy AZ31B at various deformation rates. The experimental results demonstrated the dependence of the heat dissipation rate on the rate of deformation, and the absence of such dependence at the $\sigma(\varepsilon)$ diagram. The authors used the ratio for estimating the fraction of latent energy during the quasistatic deformation.

ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОПЕРЕНОСА НА ТЕРМОУПРУГИЙ ОТКЛИК МЕТАЛЛОВ ПРИ РАЗОГРЕВЕ ЛАЗЕРНЫМ ИМПУЛЬСОМ

Ю.В. Судьенков¹, В.Е. Свентицкая², Б.А. Зимин³

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

²Балтийский государственный технический университет «Военмех» имени Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, Россия

³Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: y.sudenkov@yandex.ru, vsvent@yandex.ru, bazimin@mail.ru

В работе представлен анализ влияния теплопереноса в металлах на параметры термонапряжений при импульсном лазерном воздействии.

Динамическая задача термоупругости рассматривается как двухстадийный процесс. Первая стадия определяется временем действия импульса излучения, вторая – динамикой процесса теплопереноса после окончания действия лазерного импульса.

Этот процесс может быть ассоциирован с задачей о движении «теплового поршня» [1], формирующего фазу растяжения материала.

Показано, что анализ формирования напряжений на стадии теплопереноса на основе традиционной системы уравнений динамической термоупругости позволяет адекватно описать экспериментальные результаты [2-3].

Литература

1. Sudenkov Y.V., Zimin B.A. Effect of "the thermal piston" in a dynamic thermoelastic problem // Interational Journal of Heat and Mass Transfer. 2015. №85. С. 781-786.

2. Zimin B.A., Sud'enkov Yu.V. The Movement of a Metal Disc toward Pulse Laser Radiation the Effect of Thermoplastic Stresses // Tech. Phys. Lett. 2013. №39 (1) С.23.
3. Vovnenko N.V., Zimin B.A., Sud'enkov Y.V. Experimental study of thermoplastic stresses in heat-conducting and non heat-conducting solids under submicrosecond laser-heating // Tech. Phys. 2011. №39 56 (6). С.968.

Impact of Heat Transfer Processes to Thermoelastic Responses in Metals under Pulsed Laser Action

Yu.V. Sudenkov¹, V.E. Sventitskaya², B.A. Zimin³

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

²*Baltic State Technical University "Voenmeh" named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, Russia*

³*Institute of Problems of Mechanical Engineering of RAS, Saint-Petersburg, Russia*

This paper presents an analysis of the heat transfer effect to thermal stresses parameters in metals due to a pulsed laser impact. The dynamic problem of thermoelasticity is regarded as a two-stage process.

The first stage of the process is determined by the duration of pulsed radiation action time. In this stage, the thermoelastic response is described by the traditional solution of the dynamic thermoelasticity problem, where the heat transfer process has an insignificant effect on the changes in thermoelasticity stresses. The second stage depends on the dynamics of the heat transfer process after the end of the pulsed laser impact.

This process can be associated with the problem of the thermal piston that forms the phase of the stretching of the material.

It is shown that the analysis of stress which is formed at the heat transfer stage allows to adequately describe the experimental results (which are obtained by the authors in previous works) on the basis of the traditional system of dynamic thermoelasticity equations.

НЕОДНОРОДНЫЕ КОМПОЗИТНЫЕ ДИССИПАТИВНЫЕ СТРУКТУРЫ

Л.В. Паршина¹, В.М. Рябов², Б.А. Ярцев¹

¹*ФГУП «Крыловский государственный научный центр», Санкт-Петербург, Россия*

²*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: ludaparshina@mail.ru, victor.ryabov@mail.ru, boris_yar@mail.ru

Предложены математические модели затухающих колебаний слоистых анизотропных пластин и ортотропных стержней, основанные на использовании вариационного принципа Гамильтона, уточнённой теории пластин и стержней Тимошенко-Рейсснера-Миндлина и принципа упруго-вязкоупругого соответствия в линейной теории вязкоупругости. При описании физических соотношений материалов слоёв жёстких ПКМ влияние частоты колебаний и температуры окружающей среды считается пренебрежимо малым, в то время как для слоя вязкоупругого полимера учёт температурно-частотной зависимости упруго-диссипативных характеристик выполняется на основе экспериментально определённых обобщённых кривых. Минимизация функционала Гамильтона позволяет свести задачу о затухающих колебаниях анизотропных конструкций к алгебраической проблеме комплексных собственных значений. Для формирования системы алгебраических уравнений применяется метод Рунге с использованием многочленов Лежандра в качестве координатных функций. Сначала находятся вещественные решения. Для нахождения комплексных собственных частот системы в качестве их начальных значений используются найденные вещественные собственные частоты, а затем, применяя метод итераций третьего порядка, вычисляются комплексные собственные частоты. Приводятся оценки сходимости численных процедур. Достоверность получаемых результатов подтверждена хорошим согласованием расчётных и экспериментальных значений собственных частот и коэффициентов механических потерь низших тонов колебаний двух серий безопорных ортотропных стержней, образованных жёсткими слоями из стеклопластика и углепластика и слоем вязкоупругого полимера.

Анализ результатов численного эксперимента позволил установить существенную зависимость диссипативно-жёсткостных характеристик неоднородных композитных пластин и стержней от относительной толщины слоя вязкоупругого полимера, ориентации слоёв жестких ПКМ, частоты колебаний и температуры окружающей среды.

Heterogeneous Dissipative Composite Structures

L.V. Parshina¹, V.M. Ryabov², B.A. Yartsev¹

¹*Krylov State Research Centre, Saint Petersburg, Russia*

²*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

The paper suggests mathematical models of decaying vibrations in layered anisotropic plates and orthotropic rods based on Hamilton variation principle, updated Timoshenko-Reissner-Mindlin theory of plates and rods, as well as on the viscous-elastic correspondence principle of the linear viscoelasticity theory. In the description of the physical relationships between the materials of the layers forming stiff polymeric composites, the effect of vibration frequency and ambient temperature is assumed as negligible, whereas for the viscous-elastic polymer layer, temperature-frequency relationship of elastic dissipation and stiffness properties is considered by means of the experimentally determined generalized curves. Mitigation of Hamilton functional makes it possible to describe decaying vibration of anisotropic structures by an algebraic problem of complex eigenvalues. The system of algebraic equation is generated through Ritz method using Legendre polynomials as coordinate functions. First, real solutions are found. To find complex natural frequencies of the system, the obtained real natural frequencies are taken as input values, and then, by means of the 3rd order iteration method, complex natural frequencies are calculated. The paper provides convergence estimates for the numerical procedures. Reliability of the obtained results is confirmed by a good correlation between analytical and experimental values of natural frequencies and mechanical loss coefficients in the lower vibration tones for the two series of unsupported orthotropic rods formed by stiff GRP and CRP layers and a viscoelastic-polymer layer.

Analysis of the numerical test data has shown the dissipation & stiffness properties of heterogeneous composite plates and rods to considerably depend on relative thickness of the viscoelastic-polymer layer, orientation of stiff composite layers, vibration frequency and ambient temperature.

EXTERNAL CORROSION OF A THIN-WALLED SPHERE UNDER NONUNIFORM HEATING AND PRESSURE

Yu.G. Pronina, O.S. Sedova

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

E-mail: y.pronina@spbu.ru, o.s.sedova@spbu.ru

Thin-walled elastic spherical shells are widely used in engineering, for example, as a part of high-pressure vessels. Since pressure vessels are often exploited in conditions of both mechanical loads, heating and chemical attack, they may undergo mechanochemical corrosion, i.e. general corrosion accelerated by mechanical stresses [1]. In the process of mechanochemical dissolution the thickness of the vessel decreases, wall thinning causes the mechanical stress increase, which, in turn, accelerates the corrosion process.

In this paper, the problem of the external mechanochemical corrosion of a thin-walled elastic sphere subjected to internal and external pressures of media with different temperatures is considered. Mechanochemical corrosion of pressurized thin-wall spherical and cylindrical shells was investigated in [2, 3]. Being based on Laplace's law, mentioned solutions [2, 3] do not reflect the effect of internal and external pressure values themselves, but only their difference. However, as it was shown in [4, 5], the hydrostatic pressure applied both inside and outside may significantly affect the lifetime of a vessel under corrosion conditions. Unlike the previous solutions of other authors based on Laplace's law, we present a solution, taking into account the effect of hydrostatic pressure.

A linearly elastic thin-walled closed spherical shell under internal p_r and external p_R pressures is considered. It is assumed that the temperature on the inner surface is T_r , and on the outer surface is T_R . The inner radius is constant through time and denoted by r_0 . The shell is subjected to outside uniform corrosion with the rate v_R , so the outer radius $R = R(t)$ of the sphere decreases with time t . The outer radius of the sphere at the initial time $t_0 = 0$ is denoted by $R(0) = R_0$.

Experimental data shows that for some steels, the rate of corrosion is often exponentially dependent on temperature and linearly dependent on mechanical stress [6, 7]:

$$v_R = -\frac{dR}{dt} = [a_R + m_R \sigma(R)] \exp(b_R [T_R - T_R^{th}])$$

Here, a_R, m_R and b_R, T_R^{th} are empirically determined constants; $\sigma(R)$ is the maximum principal stress on the outer surface, which is the sum of the elastic stress caused by the mechanical load and the thermal stress caused by the steady-state heat flow (defined in [8]).

The purpose of the present paper is to find an analytical solution to this problem, that will reflect the effect of the hydrostatic pressure $p = \min \{p_r, p_R\}$, but retain a simple form, like the solutions based on Laplace's law. It is also required to compare the effect of thermal and elastic stresses on the durability of the vessel.

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project N 16-08-00890).

References

1. Gutman, E. M. Mechanochemistry of solid surfaces. Singapore: World Scientific, 1994. 322 p.
2. Gutman, E. M., Bergman, R. M. and Levitsky, S. P. Influence of internal uniform corrosion on stability loss of a thin-walled spherical shell subjected to external pressure // Corrosion Science. 2016. Vol. 111. Pp. 212–215.
3. Kornishin, M. S. and Karpunin, V. G. Stability of plates and shells with general corrosion taken into account // Proceedings of a Seminar on Shell Theory. Kazan: Physical-Technical Institute Academy of Sciences of the USSR, 1975, Vol. 6. Pp. 58–66. (in Russian).
4. Pronina, Y. G., Sedova, O. S. and Kabritz, S. A. On the Applicability of Thin Spherical Shell Model for the Problems of Mechanochemical Corrosion // AIP Conference Proceedings. 2015. Vol. 1648, P. 300008.
5. Sedova, O. and Pronina, Y. A new model for the mechanochemical corrosion of a thin spherical shell // EPJ Web of Conferences. EDP Sciences, 2016. Vol. 108. P. 02040.
6. Dolinskii, V. M. Calculations on loaded tubes exposed to corrosion // Chemical and Petroleum Engineering. 1967. Vol. 3 (2). Pp. 96–97. (in Russian).
7. Pavlov, P. A., Kadyrbekov, B. A. and V. A. Kolesnikov, Strength of Steels in Corrosive Media. Alma Ata: Nauka, 1987. 272 p. (in Russian).
8. Hetmarski, R. B. Encyclopedia of Thermal Stresses. Springer Reference, 2014. 6643 p.

УПРАВЛЕНИЕ СВЯЗАННОСТЬЮ ИЗГИБНО-КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ АНИЗОТРОПНОГО КОМПОЗИТНОГО КРЫЛА

В.М. Рябов¹, Б.А. Ярцев²

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург,

²ФГУП «Крыловский государственный научный центр», Санкт-Петербург, Россия

E-mail: victor.ryabov@mail.ru, boris_yar@mail.ru

Обсуждается возможность управления связанностью затухающих изгибно-крутильных колебаний анизотропного композитного крыла за счет использования моноклинных структур армирования обшивки. Декомпозиция потенциальной энергии деформации и кинетической энергии собственных форм на взаимодействующие и не взаимодействующие части позволила в качестве мер связанности мод колебаний ввести два коэффициента, интегрально учитывающие влияние геометрии и структуры армирования на параметры динамического отклика конструкции. Первый из этих коэффициентов характеризует упругую, а второй – инерционную связанности мод собственных колебаний.

Выполнены численные исследования влияния ориентации образующих обшивку слоев существенно анизотропного углепластика на величины собственных частот, коэффициентов механических потерь, коэффициентов упругой и инерционной связанности для нескольких низших тонов собственных изгибно-крутильных колебаний крыла. Кроме того, для каждой моды колебаний определены парциальные значения перечисленных параметров динамического отклика по соотношениям для ортотропных структур путем замены «свободного» модуля сдвига в плоскости армирования на «чистый» модуль сдвига.

Совместный анализ полученных результатов позволил установить, что для каждой пары изгибно-крутильных мод колебаний существуют диапазоны изменения углов ориентации слоев армирующего материала, в которых инерционная связанность, обусловленная несимметрией профиля поперечного сечения относительно главных осей инерции, уменьшается (вплоть до полного подавления) за счет возникновения упругой связанности в материале обшивки. Указанные диапазоны характеризуются двумя

основными признаками: 1) минимальным различием величин собственных частот рассматриваемой пары изгибно-крутильных мод колебаний и 2) принадлежностью собственных частот изгибно-крутильных колебаний отрезку, ограничиваемому соответствующими парциальными собственными частотами рассматриваемой пары мод колебаний.

Controlling Coupled Bend-Twist Vibrations of Anisotropic Composite Foil

V.M. Ryabov¹, B.A. Yartsev²

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

²*Krylov State Research Centre, Saint Petersburg, Russia*

The paper discusses the possibility to control bend-twist coupling of anisotropic composite foil by means of the monoclinic structures in the reinforcement of the plating. Decomposing the potential straining energy and kinetic energy of eigen-shapes into interacting and non-interacting parts, it became possible to introduce the two coefficients that integrally consider the effect of geometry and reinforcement structure upon the dynamic response parameters of the foil. The first of these coefficients describes the elastic coupling of the natural vibration modes, the second coefficient describes the inertial one.

The paper describes the numerical studies showing how the orientation of considerably anisotropic CRP layers in the plating affects natural frequencies, mechanical loss coefficients, coefficients of elastic and inertial coupling for several lower tones of natural bend-twist vibrations of the foil. Besides, for each vibration mode, partial values of the above mentioned dynamic response parameters were determined by means of the relationships for orthotropic structures where instead of “free” shearing modulus in the reinforcement plant, “net” shearing modulus is used.

Joint analysis of the obtained results has shown that each pair of bend-twist vibration modes has its orientation angle ranges of the reinforcing layers where the inertial coupling caused by asymmetry of the cross-section profile with respect to the main axes of inertia decreases, down to the complete extinction, due to the generation of the elastic coupling in the plating material. These ranges are characterized by the two main features: 1) the difference in the natural frequencies of the investigated pair of bend-twist vibration modes is the minimum and 2) natural frequencies of bend-twist vibrations belong to a stretch restricted by corresponding partial natural frequencies of the investigated pair of vibration modes.

ВЛИЯНИЕ РАЗМЕРА ЗЕРНА НА ЭФФЕКТЫ ПЛАСТИЧНОСТИ ПЕРЕВРАЩЕНИЯ И ПАМЯТИ ФОРМЫ В СПЛАВЕ TiNi

А.Ю. Савельева¹, Д.И. Глазова¹, С.П. Беляев¹, Н.Н. Реснина¹, В.П. Пилюгин²

¹*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*

²*Институт физики металлов им. М.Н. Михеева УрО РАН, Екатеринбург, Россия*

E-mail: nasta927@mail.ru

Функциональные свойства сплавов с памятью формы зависят от многих параметров, таких как химический состав, фазовый состав, тип мартенситного перехода, термообработка, режимы предварительного деформирования. В последнее время появились работы, которые показывают, что параметры эффектов памяти формы зависят и от размера зерна. Поэтому одной из актуальных задач является установление взаимосвязи между средним размером зерна и функциональными свойствами сплавов с памятью формы. Целью данной работы явилось изучение влияния размера зерна на параметры эффектов пластичности превращения и памяти формы в сплаве TiNi.

Для того, чтобы получить образцы сплава TiNi с различным размером зерна, диски диаметром 6 мм подвергали сдвигу под давлением 8 ГПа (3,5 оборота) чтобы перевести сплав в аморфное состояние, а затем нагревали до разных температур. Образцы со средним размером зерна от 20 нм до 500 нм охлаждали и нагревали под постоянным напряжением, величину которого варьировали от 100 до 600 МПа. Полученные результаты показали, что в образцах с размером зерна 80 нм и более эффекты пластичности превращения и памяти формы проявляются при охлаждении и нагревании под любым напряжением. В образцах с размером зерна менее 80 нм изменение деформации наблюдается только в том случае, если образцы охлаждали и нагревали под напряжением, величина которого выше некоторого критического значения, зависящего от размера зерна. Чем меньше размер зерна, тем выше критическое напряжение. Увеличение напряжения приводит к возрастанию величин эффектов пластичности превращения и

памяти формы и температуры мартенситных переходов вне зависимости от размера зерна. Чем меньше размер зерна, тем меньшее изменение величины эффекта пластичности превращения и больший коэффициент в соотношении Клаузиуса-Клапейрона для температур M_n и A_k при увеличении напряжения. Уменьшение размера зерна понижает величины эффекта пластичности превращения и температуры мартенситных переходов. Величина эффекта памяти формы меняется немонотонно: увеличивается при уменьшении размера зерна от 500 до 130 нм и падает при уменьшении размера зерна от 130 нм до 20 нм. Обнаружено, что максимальная обратимая деформация наблюдается в сплаве TiNi с размером зерна 130 нм.

Influence of Grain Size on the Transformation Plasticity and Shape Memory Effects in TiNi Alloy

A.Yu. Savelieva¹, D.I. Glazova¹, S.P. Belyaev¹, N.N. Resnina¹, V.P. Pilyugin²

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

²*M.N. Miheev Institute of Metal Physics of Ural Branch of RAS, Ekaterinburg, Russia*

The paper is devoted to a study of the grain size influence on the parameters of the transformation plasticity and shape memory effects in TiNi alloy. To produce the samples with different grain size, the discs with a diameter of 6 mm were subjected to high-pressure torsion under 8 GPa (3.5 turns) for amorphysation and subsequent heating to various temperatures. The samples with a different grain size of 20 to 500 nm were cooled and heated under a constant stress that was varied from 100 to 600 MPa. The results obtained showed that if the grain size was 80 nm or more the transformation plasticity and shape memory effects were observed despite a value of stress acting on cooling and heating. If the grain size was less than 80 nm then the strain variation was found if the stress was larger than some critical value. The smaller the grain size the larger the critical stress. An increase in stress, acting on cooling and heating led to an increase in the values and temperatures of the transformation plasticity and shape memory effects. The smaller the grain size, the smaller the variation in values of temperatures of these effect that was observed on an increase in stress and the larger the Clausius-Clapeyron ratio coefficient measured for M_s and A_f temperatures. A decrease in the grain size resulted in a decrease in the transformation plasticity effect value and the temperatures of the martensitic transformations whereas, the value of the shape memory effect varied in non-monotonic way. The maximum recoverable strain was found in the TiNi alloy with a grain size of 130 nm.

О ПОЛЯРИЗАЦИОННО-ОПТИЧЕСКОМ МЕТОДЕ ИЗМЕРЕНИЯ ВРЕМЕНИ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ПОПЕРЕЧНОГО РАЗРЫВА ОБРАЗЦА-СТЕРЖНЯ ПРИ КВАЗИСТАТИЧЕСКОМ РАСТЯЖЕНИИ

Г.Д. Федоровский

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: g.fedorovsky@spbu.ru

При испытании образца-стержня при растяжении в разрывной машине в нём происходят процессы квазистатического деформирования с накоплением повреждений, стремительного динамического поперечного разрыва с волновыми процессами и квазистатического вязкоупругого восстановления длины образца, при различии времени момента разрыва и длительности динамического процесса на несколько порядков [1, 2]. При разрушении происходит разгрузка материала, локальное напряжение в месте возникновения разрыва быстро, но не мгновенно, а во времени, падает до нуля. Волны разгрузки распространяются по разделенным частям образца и могут быть зарегистрированы различными методами. Корректное измерение всех процессов, особенно времени динамического поперечного разрыва образца, является нетривиальной, но принципиально важной задачей.

Для исследования описанных процессов на образцах из прозрачных материалов был разработан наиболее оптимальный поляризационно-оптический метод [1-3]. Изготовлен поляриметр сквозного просвечивания, с автоматической регистрацией, смонтированный на разрывной машине, в которой производилось растяжение образцов – стержней (двойных плоских лопаток из ПММА) при различных постоянных скоростях перемещения подвижной траверсы машины, с записью диаграммы изменения усилия. В поляриметр входил гелий-неоновый лазер, луч последнего проникал через образец, поляризу-

ющие элементы и попадал в фотодиод. Сигнал с фотодиода передавался параллельно в два запоминающих осциллографа, один из которых производил «медленную» регистрацию всего процесса (до разрушения образца и после) за секунды и минуты, а второй, запуск регистрации которого происходил по резкому изменению сигнала фотодиода после разрушения, регистрировал движение волны разгрузки за микросекунды. Расшифровка осциллограмм позволяла оценить амплитудно-временные характеристики деформирования образцов в процессе нагружения и после разрушения, определять медленный квазистатический, быстрый динамический (время динамического разрыва) и вязкоупругий отклик образца на разрушение. В настоящей работе рассмотрены схемы для повышения корректности определения времени динамического разрыва. Реализация разработанного метода для непрозрачных, традиционных и с наноструктурой материалов (металлов и др.), может быть осуществлена по схеме отражательного поляриметра, путем нанесения на поверхность образца оптически чувствительного покрытия.

Работа выполнена при частичной поддержке грантов РФФИ: 13-01-00598 и 14-01-00823, а также по гранту Правительства РФ 2013 г., Постановлению 220, договору 14.B25.31.0017.

Литература

1. *Petrov Ju.V., Fedorovsky G.D., Miroshnikov I.V., Krivosheev S.I.* Application of the polarised-optical method for the establishment of incubatory time of destruction in conditions of quasi-static disruption of materials// Proceeding of XXI international conference mathematical modeling in solid mechanics. Bondary and finite elements methods: Saint-Petersburg, 2005. Vol. 1. P. 146-148.
2. *Kazarinov N.A., Bratov V.A., Petrov Yu.V., Fedorovsky G.D.* Evaluation of Brittle Fracture Incubation Time from Simple Quasistatic Experiment // Materials Physics and Mechanics. 2014. V. 19. № 1. P. 16-24.
3. *Александров А.Я., Ахметзянов М.Х.* Поляризационно-оптические методы механики деформируемого тела. Москва – Новосибирск: Гл. ред. физ.-мат. лит. изд-ва «Наука», 1973. 576 с.

On the Polarization-Optical Method of Time Measurement of the Dynamic Process of the Cross Rupture of a Sample-Rod in the Quasistatic Stretching

G.D. Fedorovsky

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The use of the polarization-optical method for investigating the process of quasistatic deformation, dynamic transverse rupture, and quasi-static viscoelastic regeneration of the sample length is considered when testing a sample-rod under tensile conditions in a tensile machine.

МАЛЫЕ СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ НА РОЛИКАХ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

С.Б. Филиппов

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: s_b_filippov@mail.ru

Основной частью центробежного концентратора с плавающей постелью (ЦКПП), используемого для обогащения руд, является быстро вращающаяся усеченная коническая оболочка [1]. Оболочка находится в контакте с внешними коническими роликами. Ввиду того, что угол при вершине конуса является малым, в качестве простейшей модели оболочки ЦКПП используется вращающаяся вокруг своей оси цилиндрическая оболочка, находящаяся в контакте с абсолютно жесткими цилиндрическими роликами. На рис. 1 изображена цилиндрическая оболочка, подкрепленная тремя роликами.

В статье [2] были исследованы свободные колебания вращающейся на роликах бесконечной цилиндрической оболочки. В статье [3] изучались колебания находящейся в контакте с роликами цилиндрической оболочки конечной длины. В работах [2] и [3] решения уравнений динамики были представлены в виде отрезков рядов Фурье по окружной координате φ , причем предполагалось, что число слагаемых N в этих отрезках совпадает с числом роликов n . Привлекательность случая $N = n$ состоит в том, что для него частоты и формы колебаний находятся в явном виде.

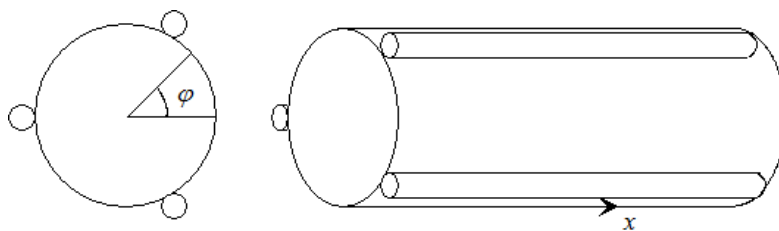


Рис. 1. Оболочка, подкреплённая тремя роликами.

В данной работе разработан алгоритм определения частот колебаний в случае $N > n$. С увеличением N увеличивается число найденных частот и происходит уточнение частот, полученных для меньших значений N . Однако при $N > n$ частоты колебаний не удастся найти в явном виде, так как они являются корнями алгебраических уравнений третьей и более высоких степеней.

Литература

1. Краснов А.А. Динамика центробежного обогатительного конуса с принудительно деформируемой эластичной стенкой // Обогащение руд. 2001. № 3. С. 34-38.
2. Боярская М.Л., Филиппов С.Б. Малые свободные колебания вращающейся на роликах бесконечной цилиндрической оболочки // Вестник СПбГУ. Сер. 1. 2011, № 1. С. 31-37.
3. Забиякин М.В. Колебания вращающейся на роликах цилиндрической оболочки // Вестник СПбГУ. Сер. 1. 2014. Т. 1(59). № 1. С. 237-244.

Small Free Vibrations of a Cylindrical Shell Rotating on Rollers

S.B. Filippov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Small free vibrations of a rotating cylindrical shell which is in a contact with rigid cylindrical rollers are considered. By means of the expansion of solutions in Fourier series on circumference coordinate the system of the algebraic equations for the approximate definition of the vibration frequencies and the mode shapes is obtained. Results of the paper can be used at calculation and designing of the centrifugal concentrators intended for the enrichment of ores.

VI

УСТОЙЧИВОСТЬ И СТАБИЛИЗАЦИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ И
ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

**STABILITY AND STABILIZATION OF MECHANICAL
AND ELECTROMECHANICAL SYSTEMS**

ОБ ОДНООСНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА ПРИ ЭВОЛЮЦИИ ВОССТАНАВЛИВАЮЩЕГО МОМЕНТА, ПРИВОДЯЩЕЙ К ЕГО ИСЧЕЗНОВЕНИЮ

А.Ю. Александров, Е.Б. Александрова, А.А. Тихонов

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: a.u.alexandrov@spbu.ru, e.b.alexandrova@spbu.ru, a.tikhonov@spbu.ru

Одноосная стабилизация твердого тела является одной из важных проблем динамики космических аппаратов. Обычно эта проблема решается путем создания моментов восстанавливающих и диссипативных сил. Совместное действие этих моментов позволяет обеспечить асимптотическую устойчивость стабилизируемого положения оси тела. При этом создание диссипации в космическом пространстве – не менее сложная задача, чем создание восстанавливающего момента. Известные методы решения этой проблемы основаны на использовании различных физических принципов и позволяют создавать диссипативные моменты различной природы, как правило, линейные относительно угловой скорости тела [1]. Поэтому такую зависимость обычно рассматривают как модельную. Восстанавливающие моменты также различаются по разнообразию средств реализации. Кроме того, они характеризуются зависимостью не только от переменных, которые определяют ориентацию тела, но и от времени. В частности, временная зависимость, стремящаяся к нулю, может быть следствием построения управления с учетом ограниченности ресурсов на борту космического аппарата. Именно этот вариант реализации восстанавливающего момента рассматривается в данном докладе. На основе метода декомпозиции [2] получены достаточные условия асимптотической устойчивости стабилизируемого равновесного положения оси тела в условиях, когда восстанавливающий момент стремится к нулю. Приведены результаты численного моделирования процесса стабилизации.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 16-01-00587-а, 16-08-00997-а и 17-01-00672-а).

Литература

1. Александров А.Ю., Тихонов А.А. Одноосная электродинамическая стабилизация искусственного спутника Земли в орбитальной системе координат // Автоматика и телемеханика. 2013. Т. 74. № 8. С. 22-31.
2. Siljak D.D. Decentralized Control of Complex Systems. New York.: Academic Press, 1991. 540 p.

On the Monoaxial Stabilization of a Rigid Body under Evolution of Restoring Torque Resulting in its Vanishing

A.Yu. Aleksandrov, E.B. Aleksandrova, A.A. Tikhonov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The problem of monoaxial stabilization of a rigid body is studied. It is assumed that a linear time-invariant dissipative torque and a time-varying restoring torque vanishing as time increases act on the body. Both the case of linear restoring torque and that of essentially nonlinear one are considered. With the aid of the decomposition method, conditions are obtained under which we can guarantee the asymptotic stability of an equilibrium position of the body despite the vanishing of the restoring torque.

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ГИРОСКОПИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ НА ОСНОВЕ ДЕКОМПОЗИЦИИ

А.Ю. Александров¹, А.П. Жабко¹, Я. Чэнь²

¹*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*

²*Пекинский технологический университет, Пекин, Китай*

E-mail: a.u.alexandrov@spbu.ru, a.zhabko@spbu.ru, yzchen@bjut.edu.cn

Одним из эффективных подходов к анализу устойчивости движений механических систем является метод декомпозиции [1]. Он основан на разбиении сложной системы на несколько более простых подсистем, изучении их по отдельности и обоснованном перенесении полученных выводов на исходную

систему. В работе [2] с помощью этого метода были получены условия устойчивости линейных гироскопических систем с положительным параметром при скоростных силах. Было показано, что при достаточно больших значениях параметра из асимптотической устойчивости двух вспомогательных изолированных подсистем следует асимптотическая устойчивость изучаемой системы. В статьях [3-5] результаты В.И. Зубова были распространены на случай, когда имеется запаздывание в позиционных силах. Однако условия на значения большого параметра, полученные в [3-5], зависят от величины запаздывания. В то же время, во многих задачах требуется, чтобы устойчивость сохранялась при любом запаздывании. Заметим, что для обоснования декомпозиции в работах [2] и [3] применялся первый метод Ляпунова, а в [4] и [5] — функции Ляпунова и подход Разумихина.

В настоящей работе исследуется механическая система, описываемая линейными дифференциальными уравнениями второго порядка с большим параметром при скоростных силах и постоянным запаздыванием в позиционных силах. С использованием прямого метода Ляпунова и функционалов Ляпунова—Красовского найдено ограничение на величину параметра, при выполнении которого задача устойчивости исходной системы может быть сведена к аналогичной задаче для двух изолированных подсистем первого порядка. Установлены условия, гарантирующие асимптотическую устойчивость изучаемой системы при любом неотрицательном запаздывании. Кроме того, показано, что разработанный подход может применяться в случае, когда позиционные силы переключаются в процессе функционирования системы. Получены условия, при выполнении которых асимптотическая устойчивость будет иметь место при произвольном законе переключения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 16-01-00587-а и 17-01-00672-а) и Государственного фонда естественных наук Китая (проект № 61573030).

Литература

1. *Матросов В.М.* Метод векторных функций Ляпунова: анализ динамических свойств нелинейных систем. М.: Физматлит, 2001. 384 с.
2. *Зубов В.И.* Аналитическая динамика гироскопических систем. Л.: Судостроение, 1970. 320 с.
3. *Купцов С.Ю.* Об одном методе исследования на устойчивость семейств линейных систем дифференциальных уравнений // Труды Средневолжского математического общества. 2006. Т. 8. № 1. С. 224—235.
4. *Александров А.Ю., Александрова Е.Б., Жабко А.П.* Анализ устойчивости гироскопических систем с запаздыванием на основе прямого метода Ляпунова // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 5. С. 3—7.
5. *Aleksandrov A.Yu., Aleksandrova E.B., Zhabko A.P.* Asymptotic stability conditions for certain classes of mechanical systems with time delay // WSEAS Transactions on Systems and Control. 2014. Vol. 9. pp. 388–397.

Stability Analysis of Gyroscopic Systems with Delay via Decomposition

A.Yu. Aleksandrov¹, A.P. Zhabko¹, Y. Chen²

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

²*Beijing University of Technology, Beijing, China*

A mechanical system describing by the second order linear differential equations with a positive parameter at the velocity forces and with time delay in the positional forces is studied. Using the decomposition method and Lyapunov—Krasovskii functionals, conditions are obtained under which from the asymptotic stability of two auxiliary first order subsystems it follows that, for sufficiently large values of the parameter, the original system is also asymptotically stable. Moreover, it is shown that the proposed approach can be applied to the stability investigation of linear gyroscopic systems with switched force fields.

CONTROL OF MECHANICAL SYSTEMS BY THE MIXED "TIME AND EXPENDITURE" CRITERION

I.M. Alesova, L.K. Babadzanjanz, I.Yu. Pototskaya, Yu.Yu. Pupysheva, A.T. Saakyan

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

E-mail: levon-lkb@yandex.ru

The controlled motion of an mechanical system that is represented by the linear ODE system with constant coefficients is considered. The control is supposed to belong to the class of piecewise-constant functions of t along the interval $[0, T]$. The admissible controls satisfy the condition that all the terms of the ODE system's

solution, corresponding to some selected eigenvalues of this system's matrix, should be equal to zero at the moment $t=T$. The problem under consideration is to construct an admissible control, which minimizes mixed "Time and Expenditure" criterion. To solve this problem the method is proposed that leads to explicit formulas. These results can be applied to the problems of the quenching of part of oscillations in different mechanical systems, particularly in the cosmic robotic systems.

HIGH-PRECISION NUMERICAL INTEGRATION OF EQUATIONS IN DYNAMICS

I.M. Alesova, L.K. Babadzanjanz, I.Yu. Pototskaya, Yu.Yu. Pupysheva, A.T. Saakyan

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia
E-mail: levon-lkb@yandex.ru

An important requirement for the process of solving differential equations in Dynamics, such as the equation of the orbital and rotational motion of celestial bodies and, in particular, the motion of cosmic robotic systems is high accuracy at large time intervals. One of an effective tools for obtaining such solutions is the Taylor series method. In this connection, we note that it is very advantageous to reduce the given equations of dynamics to systems with polynomial right-hand sides that are polynomial in unknowns. This allows us to obtain effective algorithms for finding the Taylor coefficients, a priori error estimates at each step of integration, and an optimal choice of the order of the approximation used. In the present paper, all these questions are discussed extensively and appropriate algorithms are considered.

OPTIMAL CONTROL OF PARAMETRIC OSCILLATIONS OF COMPRESSED FLEXIBLE BARS

I.M. Alesova, L.K. Babadzanjanz, I.Yu. Pototskaya, Yu.Yu. Pupysheva, A.T. Saakyan

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia
E-mail: levon-lkb@yandex.ru

In this paper the problem of the optimal control of transverse oscillations of bar systems, used as bearing and actuating elements of robotic systems, is considered. The analyzed dynamic systems take into account the different connections and the different types of the longitudinal periodic action. The problem of damping of the linear system's parametric oscillations with one-sided piecewise constant control is solved. The construction's motion reduces to the form described by Hill's differential equation by the Bubnov-Galerkin method.

To find the control's switching instants the method of sequential linear programming is used. The elements of the fundamental matrix of the Hill's equation are represented as trigonometric expansions. In the paper examples of the optimal control of the systems for different initial conditions and different number of control stages has been calculated. The corresponding phase trajectories are demonstrated.

ЕСТЕСТВЕННАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ КОЛЕБАНИЯ СВЯЗАННОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

И.Н. Барабанов, В.Н. Тхай

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия
E-mail: ivbar@ipu.ru, tkhai@ipu.ru

Естественная стабилизации колебания модели, содержащей связанные подсистемы (МССП) заключается в одновременном решении задач существования колебания и его стабилизации выбором надлежащих

связующих управлений. Идея подхода предложена в [1] и реализована в [2] для орбитальной стабилизации цикла в МССП, содержащей идентичные подсистемы. Конструктивное решение задачи естественной стабилизации для изолированного колебания связанной периодической системы, содержащей две подсистемы второго порядка, дано в [3]. В настоящей работе результат, полученный в [3], распространяется на периодическую МССП, содержащей произвольное число подсистем, каждая из которых имеет произвольную размерность.

Литература

1. *Тхай В.Н.* Стабилизация колебаний автономной системы // Автоматика и телемеханика. 2016. № 6. С. 38-46.
2. *Барабанов И.Н., Тхай В.Н.* Конструирование устойчивого цикла в слабосвязанных идентичных системах // Автоматика и телемеханика. 2017. № 2. С. 27-35.
3. *Тхай В.Н.* Стабилизация колебания в связанной периодической системе // Автоматика и телемеханика. 2017. № 11. В печати.

Natural Stabilization of the Oscillation in the Coupled Periodic System

I.N. Barabanov, V.N. Tkhai

V.A. Trapeznokov Institute of Control Science of Russian Academy of Science, Moscow, Russia

Natural stabilization in the model containing coupled subsystems (MCCS) consists in simultaneous solution to the problem of oscillation existence and to the problem of its stabilization. Both problems are solved by using appropriate coupling controls. This approach was proposed in [1], it was applied for orbital stabilization of a cycle in the MCCS with identical subsystems [2]. A constructive solution to the problem of natural stabilization of an isolated oscillation in the system containing two subsystems of the second order is presented in [3]. This work extends the result of [3] to periodical MCCS containing arbitrary number of subsystems, each of them being of arbitrary order.

СИНТЕЗ СТАБИЛИЗИРУЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ЗАДАНЫХ ДВИЖЕНИЙ НЕАВТОНОМНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

С.П. Безгласный

*Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева,
Самара, Россия*

E-mail: bezglasnsp@rambler.ru

Задачи о построении заданных (программных) движений с необходимыми свойствами различных управляемых объектов являются актуальными и востребованными для развития теоретических положений науки и технических приложений. При этом необходимым с точки зрения практических применений является наличие асимптотической устойчивости реализуемых движений исследуемого объекта. Основу одного из способов построения таких стабилизирующих управлений составляет метод теории математического управления – метод обратной связи [1]. Основные результаты этого метода основаны на построении линейного по отклонениям управления с различными видами дальнейшей адаптации.

В данной работе рассматривается проблема о реализации активными силами программных движений широкого класса объектов, движение которых описываются системой неавтономных дифференциальных уравнений. В качестве исходной модели берутся уравнения Лагранжа второго рода. Под программными движениями понимается пара непрерывных n -мерных функций, описывающих положение и скорость заданных движений объекта [2].

Строятся программное и стабилизирующее управления, обеспечивающие реализацию многообразия программных движений, обладающих свойством асимптотической устойчивости. Управления представляют собой внешние обобщенные силы, прикладываемые к механической системе. Синтез стабилизирующего управления выполняется методом обратной связи в виде нелинейных по отклонениям функций. Асимптотическая устойчивость полученных решений обосновывается подбором соответствующей функции Ляпунова с помощью метода предельных функций и предельных систем [3], позволяющего использовать функции со знакопостоянными производными.

Полученные управления представлены в замкнутой аналитической форме и могут использоваться при построении систем управления различными механическими системами и объектами.

Литература

1. *Летов А.М.* Динамика полета и управление. М.: Наука, 1969. 400 с.
2. *Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р.* Математическая теория конструирования систем управления. М.: Высш. шк., 2003. 614 с.
3. *Андреев А.С.* Об асимптотической устойчивости и неустойчивости нулевого решения неавтономной системы // ПММ. 1984. Т. 48. №2. С. 225-232.

Stabilizing Control Synthesis for Given Motions of Nonautonomous Mechanical Systems

S.P. Bezglasnyi

Samara National Research University, Samara, Russia

Stabilizing program motions problem of the nonautonomous mechanical systems is solved. The second type Lagrange equations as mathematical model are used. The program and stabilizing controls are constructed. The task is solved by the stability theory Lyapunov method and the limiting systems method.

ОГРАНИЧЕННОЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПЛОСКИМИ ДВИЖЕНИЯМИ КОСМИЧЕСКОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ

С.П. Безгласный, А.А. Мухаметзянова

*Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева,
Самара, Россия*

E-mail: bezglasnsp@rambler.ru, alain.20@mail.ru

В работе изучаются возможности параметрического управления плоскими движениями относительно центра масс космической тросовой системы (КТС). КТС моделируется однородным тяжелым стержнем с закрепленными на его концах двумя точечными массами. Считается, что вдоль стержня может перемещаться третья подвижная масса под действием внутренних сил.

Предполагается, что движение КТС происходит на круговой орбите. При этом принимается общепринятое предположение о том, что движение центра масс системы не влияет на ее относительные движения вокруг центра масс, происходящие под действием гравитационного момента [1]. Рассматриваются только плоские движения КТС, лежащие в плоскости орбиты. В работе ставятся и решаются две задачи. Первая – о стабилизации с помощью ограниченного параметрического управления радиального относительного положения равновесия КТС на орбите. Вторая – о диаметральной переориентации КТС, то есть о развороте ее на угол 180° и дальнейшей стабилизации в окрестности противоположного положения относительного равновесия. Управлением считается расстояние от подвижной массы до общего центра масс тросовой системы.

В работе предложены законы управления подвижной массы по принципу качелей, решающие поставленные задачи. Раскачивание, диаметральный разворот и асимптотические затухания колебаний в окрестности рассматриваемых относительных положений равновесия происходят под действием гравитационного момента. Подобраны соответствующие функции Ляпунова, обосновывающие асимптотическую устойчивость полученных решений. Аналогичные задачи решались в работе [2], но полученные управления не обладали свойством ограниченности, поэтому считалось, что подвижная масса совершает достаточно большие перемещения вдоль троса, что неудобно для практической реализации. Новые законы ограничивают перемещения подвижной массы любой наперед заданной величиной.

Графики численного интегрирования движения системы иллюстрируют и подтверждают полученные аналитические результаты.

Литература

1. *Белецкий В.В., Левин Е.М.* Динамика космических тросовых систем. М.: Наука, 1990. 336 с.

2. Безгласный С.П., Пиякина Е.С. Параметрическое управление маневрированием космической тросовой системы // Космические исследования. 2015. Т. 53. №1. №4. С. 353-359.

Bounded Parametric Control of the Planar Motions of the Space Tether System

S.P. Bezglasnyi, A.A. Mukhametzhanova

Samara National Research University, Samara, Russia

The planar motions stabilizing problem of a space tether system (STS) on the circle orbit is considered in this paper. The tether system is modeled by weight rod with two fixed point masses. A third mass point can move along the rod. The STS move in a central gravitational field. The control is the distance from movable mass to the mass centre of the STS. New bounded control laws processes of excitation and damping, diametrically reorientation and gravitational stabilization to the local vertical of the system are constructed. The task is solved by the stability theory Lyapunov method.

СИНХРОННЫЕ И АСИНХРОННЫЕ САМОВОЗБУЖДАЮЩИЕСЯ КОЛЕБАНИЯ УРАВНОВЕШЕННОГО РОТОРА

В.Г. Быков

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: v.bykov@spbu.ru

Производительность роторной машины существенно зависит от угловой скорости ротора, при этом с ростом рабочих частот могут возникать вибрации, негативно влияющие на надежность и долговечность машин. Основной причиной появления вибраций является неуравновешенность ротора, порождающая вынужденные синхронные колебания вала с частотой равной его угловой скорости. Однако даже у полностью уравновешенного ротора могут возникать самовозбуждающиеся вибрации, связанные с потерей устойчивости основного режима вращения ротора. Причиной самовозбуждающейся вибрации является влияние сил ротационного демпфирования, обусловленных такими факторами, как конструкционное трение между отдельными элементами роторной системы, внутреннее (гистерезисное) трение в вале, а также несимметричность упругих характеристик вала и опорных подшипников. Эти явления описаны в многочисленной литературе по роторной динамике [1-7] и отражены в монографиях [8-12].

В большинстве работ, посвященных вибрациям роторных систем, вынужденные, параметрические и автоколебания рассматриваются, как правило, для роторов, вращающихся с постоянной или заданной угловой скоростью. Такая постановка задачи существенно упрощает математическую модель ротора, но в ряде случаев не в состоянии адекватно описать реально наблюдаемые процессы. В настоящей работе исследуется модель жесткого, полностью уравновешенного ротора, симметрично закрепленного на невесомом, ортотропно упругом вале и вращающегося под действием приложенного заданного внешнего момента. Установлено, что при достаточно сильной анизотропии вала критическая частота ротора «расщепляется» и появляется «интервал критических моментов», которым соответствуют установившиеся регулярные синхронные прецессии с частотой равной первой критической скорости ротора. В случае же, когда внешний вращающий момент превышает некоторое пороговое значение, в системе устанавливается режим асинхронных автоколебаний. Исследованы условия существования и асимптотической устойчивости установившихся режимов синхронных прецессий и асинхронных автоколебаний.

Литература

1. Kimball A.L. Internal Friction Theory of Shaft Whirling // Gen. Electric Rev. 1924. Vol. 27. N 4. pp. 244-251.
2. Newkirk B.L. Shaft whipping // Gen. Electric Rev. 1924. Vol. 27. N 4. pp. 169-178.
3. Smith D.M. The Motion of a Rotor carried by a Flexible Shaft in Flexible Bearings // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1933. Vol. 142. pp. 92-118.
4. Ehrich F.F. Shaft Whirl Induced by Rotor Internal Damping // ASME J. Appl. Mech. 1964. Vol. 31. pp. 279-282.
5. Gunter E.J. The Influence of Internal Friction on the Stability of High Speed Rotors // J. Eng. Ind. 1967. Vol. 8. pp. 683-688.

6. *Ding Q., Chen Y.S.* Bifurcation of a shaft with hysteretic-type internal friction force of material // *Appl. Math. & Mech.* 2003. Vol. 24. N. 6. pp. 638-645.
7. *Sorge F.* Nonlinear analysis of cylindrical and conical hysteretic whirl motions in rotor-dynamics // *J. Sound & Vibration.* 2014. Vol. 333. N 20. pp. 5042-5056.
8. *Диментберг Ф.М.* Изгибные колебания вращающихся валов. М.: Изд-во АН СССР. 1959. 348 с.
9. *Ден-Гартог Дж. П.* Механические колебания. М.: Гос. изд-во физ.-мат. литературы. 1960. 580 с.
10. *Tondl A.* Some Problems of Rotor Dynamics. London: Chapman & Hall. 1966. 434 p.
11. *Genta G.* Dynamics of Rotating Systems. Springer. 2005. 658 p.
12. *Yamamoto T., Ishida Y.* Linear and Nonlinear Rotordynamics: A Modern Treatment with Applications (2nd Edition). WILEY-VCH. 2012. 434 p.

Synchronous and Asynchronous Self-Excited Vibrations of a Balanced rotor

V.G. Bykov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

We study a model of a rigid, fully balanced rotor fixed symmetrically on a weightless, orthotropic shaft and excited by the external torque. The conditions for the existence and stability of steady synchronous whirling due to orthotropic of the shaft and asynchronous self-excited vibration caused by the rotational damping forces are obtained.

БАЛАНСИРОВКА ЖЕСТКОГО РОТОРА В ВЯЗКО-УПРУГИХ ОРТОТРОПНЫХ ОПорах С УЧЕТОМ ЭКСЦЕНТРИСИТЕТА ШАРОВОГО АВТОБАЛАНСИРОВОЧНОГО УСТРОЙСТВА

В.Г. Быков, А.С. Ковачев

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: vgbykov@mail.ru, alex0303@mail.ru

Проблемы автобалансировки неуравновешенных роторов, закрепленных в анизотропных опорах, рассматривались ранее в работах [1-3], где было установлено раздвоение критической частоты и появление двух зон устойчивости сбалансированного стационарного режима.

В данной работе рассматривается статически неуравновешенный жесткий ротор, закрепленный в вязко-упругих ортотропных опорах и оснащенный шаровым автобалансировочным устройством (АБУ), ось симметрии которого сдвинута относительно оси динамической симметрии ротора. На основе анализа уравнений, описывающих стационарные режимы движения системы, показана принципиальная невозможность полной балансировки ротора, что согласуется с результатом, полученным в [4]. Установлена возможность существования двух типов стационарных режимов, один из которых имеет постоянную среднюю амплитуду остаточной вибрации равную эксцентриситету АБУ. Решение, отвечающее данному почти сбалансированному режиму, построено аналитически. Проведено исследование его асимптотической устойчивости.

Литература

1. *Ryzhik B., Sperling L., Duckstein H.* Auto-balancing of anisotropically supported rigid rotors // *Technische Mechanik.* 2004. N24. pp. 37-50.
2. *Rodrigues D.J., Champneys A.R., Friswell M.I., Wilson R.E.* Two-plane automatic balancing: A symmetry breaking analysis // *International Journal of Non-Linear Mechanics.* 2011. Vol. 46. pp. 1139-1154.
3. *Быков В.Г.* Автобалансировка жесткого ротора в вязко-упругих ортотропных опорах // *Вестник Санкт-Петербургского университета.* Сер. 1. 2013. Вып. 2. С. 82-91.
4. *Быков В.Г., Ковачев А.С.* Динамика ротора с эксцентрическим шаровым автобалансировочным устройством // *Вестник Санкт-Петербургского университета.* Сер. 1. 2014. Вып. 4. С. 579-588.

Balancing of a Rigid Rotor in Viscoelastic Orthotropic Supports Considering Eccentricity of the Automatic Ball Balancer

V.G. Bykov, A.S. Kovachev

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

A statically unbalanced rotor in viscoelastic orthotropic supports equipped with an automatic ball balancer (ABB), the axis of symmetry of which does not coincide with the symmetry axis of the rotor, is considered. Based on an analysis of the equations describing the stationary modes of motion of the system, the principal impossibility of complete balancing of the rotor is shown. The possibility of the existence of two types of stationary modes is established, one of which has a constant average amplitude of residual vibration equal to the eccentricity of the ABB. The solution corresponding to this almost balanced mode is constructed analytically. A study is made of its asymptotic stability.

БАЛАНСИРОВКА РОТОРА ДЖЕФФКОТТА МНОГОШАРОВЫМ АВТОБАЛАНСИРОВОЧНЫМ УСТРОЙСТВОМ С УЧЕТОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ШАРОВ ДРУГ С ДРУГОМ

В.Г. Быков, А.С. Максимов

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: v.bykov@spbu.ru, st032386@student.spbu.ru

Наибольшее значение величины дисбаланса ротора, которое способно устранить автобалансирующее устройство (АБУ) определяет его балансирующую емкость [1]. В случае однополостного шарового АБУ емкость зависит от радиуса круговой полости, количества используемых шаров и их полной массы. Если размер АБУ фиксирован, то увеличить его потенциальную емкость можно путем увеличения числа полостей и использования оптимального числа шаров в каждой полости.

Исследованиям динамики и устойчивости роторных систем с многошаровыми АБУ, посвящены работы [2-6], в которых авторы пренебрегают возможными соударениями балансируемых шаров друг с другом и влиянием этих соударений на процесс автобалансировки. В настоящей работе построена математическая модель ротора Джеффкотта, оснащенного многополостным АБУ, и разработан алгоритм ее численного интегрирования с учетом упругого столкновения балансируемых шаров. Проведенная серия численных экспериментов позволяет сделать заключение об оптимальном количестве балансируемых шаров в обойме.

Литература

1. Гусаров А.А. Автобалансирующие устройства прямого действия. М. Наука. 2002. 120 с.
2. Быков В.Г. Стационарные режимы движения неуравновешенного ротора с автобалансирующим механизмом // Вестник Санкт-Петербургского университета. 2006. Сер. 1. Вып. 2. С. 90–101.
3. Lu C.J., Hung C.H. Stability analysis of a three-ball automatic balancer // Journal of Vibration and Acoustics 2008. Vol. 130.
4. Green K., Champneys A.R., Friswell M.I., Muñoz A.M. Investigation of a multi-ball automatic dynamic balancing mechanism for eccentric rotors // Phil. Trans. R. Soc. A. 2008. Vol. 366. pp. 705-728.
5. Ehyaei J., Majid M. Moghaddam Dynamic response and stability analysis of an unbalanced flexible rotating shaft equipped with n automatic ball-balancers // Journal of Sound and Vibration. 2009. Vol. 321 pp. 554–571.
6. Bykov V.G., Kovachev A.S. Dynamics of a Rotor with an Eccentric Ball Auto Balancing Device // Vestnik St. Petersburg University. Mathematics. 2014. Vol. 47. № 4. pp. 173–180.

Balancing of Jeffcott Rotor by a Multi-Ball Autobalancer with Considering the Interaction between the Balls

V.G. Bykov, A.S. Maksimov

Saint Petersburg University, Saint Petersburg, Russia

Series of numerical experiments allows to make a conclusion about the optimal number of balls for balancing rotors.

АВТОКОЛЕБАНИЯ СИММЕТРИЧНОГО РОТОРА С НЕЛИНЕЙНЫМ ВНУТРЕННИМ ТРЕНИЕМ

В.Г. Быков, В.А. Шелковина

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: v.bykov@spbu.ru, v.shelkovina@spbu.ru

В начале прошлого века было обнаружено, что даже у вполне уравновешенных роторов при высоких оборотах могут возникать сильные вибрации. В середине двадцатых годов было осознано [1, 2], что причины появления самовозбуждающихся колебаний роторов обусловлены влиянием сил внутреннего трения в материале вала, или сил трения между отдельными вращающимися элементами роторной системы. С тех пор интерес к данной проблеме не снижается, что связано с широким применением высокооборотных роторных машин на практике (буровые установки, станки, электродвигатели, дрели и т.д.).

В литературе, посвященной самовозбуждающимся колебаниям роторов [3-9], рассматриваются различные модели внутреннего трения и конструкционного (ротационного) демпфирования. В некоторых случаях авторы отмечали существенное расхождение результатов расчетов с экспериментальными данными, что связывалось с несовершенством моделей трения. Следует отметить, что в большинстве таких работ исследования проводились на основе моделей роторов, вращающихся с постоянной угловой скоростью. Такое допущение в ряде случаев вполне оправдано, но при этом подходе невозможно описать наблюдаемые экспериментально колебания угловой скорости ротора. В настоящей работе исследуются автоколебательные режимы движения жесткого ротора, симметрично закрепленного на упругом вале, вращающемся под действием внешнего заданного момента. Результаты расчетов, проведенные для двух моделей внутреннего трения, сравниваются с полученными ранее экспериментальными результатами.

Литература

1. *Newkirk B.L.* Shaft whipping // *General Electric Review*. 1924. Vol. 27. pp.169-178.
2. *Kimball A. L.* Internal friction as a cause of shaft whirling // *Philos. Mag.* 1925. Vol. 49. pp. 724-727.
3. *Кушуль М. Я.* Поперечные колебания вращающихся валов при наличии внутреннего и внешнего трения // *Известия АН СССР, ОТН*, 1954. № 10.
4. *Ehrich F.F.* Shaft Whirl Induced by Rotor Internal Damping // *ASME J. Appl. Mech.* 1964. Vol. 31. pp. 279-282.
5. *Тондл А.* Автоколебания механических систем. М.: Мир, 1979. 430 с.
6. *Walton J., Artiles A., Lund J., et al.* Internal rotor friction instability // *NASA Report MTI 88TR39*. 1990.
7. *Wenjing Ding.* Self-Excited Vibration. Theory, Paradigms, and Research Methods // *Berlin Heidelberg: Springer-Verlag*. 2010. 414 p.
8. *Yamamoto T., Ishida Y.* Linear and Nonlinear Rotordynamics: A Modern Treatment with Applications (2nd Edition) *WILEY-VCH*. 2012. 434 p.
9. *Sorge F.* Nonlinear analysis of cylindrical and conical hysteretic whirl motions in rotor-dynamics // *Journal of Sound and Vibration*. 2014. Vol. 333. № 20. pp. 5042-5056.

Self-Excited Vibrations of a Symmetric Rotor with Nonlinear Internal Friction

V.G. Bykov, V.A. Shelkova

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The self-oscillatory modes of motion of a rigid rotor symmetrically fixed on the elastic shaft rotating under the action of external given moment are investigated. The results of calculations for two models of internal friction are compared with the experimental results.

MOTION OF A PENDULUM WITH DAMPING AND VIBRATING AXIS OF SUSPENSION AT UNCONVENTIONAL VALUES OF PARAMETERS

I.V. Demidov¹, V.S. Sorokin²

¹*Research & Engineering Corporation "Mechanobr-Tekhnika", Saint-Petersburg, Russia*

²*The University of Auckland, Auckland, New Zealand*

E-mail: dvsmallville@gmail.com, v.sorokin@auckland.ac.nz

Consider a classical problem concerned with the analysis of the stability of a pendulum with vibrating axis of suspension [1-2] in the case of small deviations from its upper position and with damping being taken into account. In this case, motion of the pendulum is described by the well-known damped Mathieu equation:

$$I\ddot{\phi} + h\dot{\phi} - ml(g + G\Omega^2 \cos\Omega t)\phi = 0, \quad (1)$$

here ϕ is small angle of the pendulum deviation from its upper position. Introducing the non-dimensional parameters $\gamma = h/I\Omega$, $\delta = mgl/(I\Omega^2)$, $\chi = G\Omega^2/g$, and the dimensionless time $t_0 = \Omega t$, we rewrite (1) as:

$$\frac{d^2\phi}{dt_0^2} + \gamma \frac{d\phi}{dt_0} - \delta(1 + \chi \cos t_0)\phi = 0. \quad (2)$$

The well-known phenomenon of pendulum stabilization under action of vibration is usually considered for $\delta \ll 1$, i.e. when the excitation frequency Ω is much higher than the pendulum natural frequency. Also, amplitude of the vibrational acceleration of the pendulum axis, $G\Omega^2$, is assumed to be much larger than the gravity acceleration, g . In the present paper, we abandon these simplifications and consider a more general case when $O(\delta) = O(\chi) = 1$. In paper [3], this case has been studied without damping being taken into account; however, damping can considerably affect the pendulum stabilization conditions and at certain conditions even destabilize its motion. The present paper addresses these issues.

Specific difficulty of the analysis of equation (2) is concerned with the fact that it doesn't involve an explicit small parameter. This makes application of the conventional asymptotic methods for the present problem not possible. Thus, in the present paper, a new modification [3-6] of method of direct separation of motions (MDSM) [7] is used. This method has a broader applicability range than the conventional asymptotic methods and can be employed for problems without an explicit small parameter. A solution is sought in the form

$$\phi = \alpha(t_1) + \psi(t_1, t_0), \quad (3)$$

here $t_1 = \varepsilon t_0$, $\varepsilon \ll 1$ is an artificial small parameter, implied in the method, α is "slow" and ψ is "fast" 2π -periodic with dimensionless time t_0 variable. As is seen, application of the modified MDSM implies a restriction on the sought solutions, namely only solutions describing oscillations with slowly varying amplitudes can be determined. Importantly, the method allows also determining ranges of the system parameters in which such solutions can occur.

As a result of the method application, we obtain the following equation of slow motions, which is of the main interest:

$$F_2(\delta, \chi, \gamma) \frac{d^2\alpha}{dt_1^2} + F_1(\delta, \chi, \gamma) \frac{d\alpha}{dt_1} - F_0(\delta, \chi, \gamma)\alpha = 0, \quad (4)$$

here F_2, F_1, F_0 are functions that non-trivially depend on the parameters of the system. Basing on this equation, explicit conditions for stabilization of the pendulum upper position are determined. It is shown, in particular, that damping can destabilize pendulum's motion. The results are validated by a series of numerical experiments.

The work is carried out with financial support from the Russian Science Foundation, Grant 17-79-30056.

References

1. Stephenson A. On induced stability // *Philos. Mag.* 1908. V. 15. P. 233–236.
2. Kapitsa P.L. Pendulum with vibrating axis of suspension // *Usp. Fizi. Nauk.* 1954. V. 44 (1). P. 7–20 (in Russian).
3. Sorokin V.S. Analysis of motion of inverted pendulum with vibrating suspension axis at low-frequency excitation as an illustration of a new approach for solving equations without explicit small parameter // *Int. J. Non Linear Mech.* 2014. V. 63. P. 1–9.
4. Sorokin V.S. On the unlimited gain of a nonlinear parametric amplifier // *Mech. Res. Commun.* 2014. V. 62, P. 111–116.
5. Blekhnman I.I., Sorokin V.S. Effects produced by oscillations applied to nonlinear dynamic systems: a general approach and examples // *Nonlinear Dyn.* 2015. V. 83 (4). P. 2125-2141
6. Blekhnman I.I., Sorokin V.S. Extension of the method of direct separation of motions for problems of oscillating action on dynamical systems // *Proc. IUTAM.* 2016. V. 19. P. 75–82.
7. Blekhnman I.I. *Vibrational Mechanics.* Singapore: World Scientific, 2000. 509 p.

О СТАБИЛИЗАЦИИ ОДНОГО КЛАССА СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫМ ВРЕМЕНИ

А.П. Жабко, О.Н. Чижова

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: a.zhabko@spbu.ru, o.chizhova@spbu.ru

Системы, содержащие линейное временное запаздывание, встречаются в различных математических моделях [1-3], которые при определённых условиях допускают исследование на устойчивость по линейному приближению. Достаточные условия асимптотической устойчивости систем с линейным запаздыванием даны в работах [4, 5]. Наличие неограниченных временных запаздываний часто нарушает устойчивость системы. Некоторые методы стабилизации таких систем с постоянными коэффициентами предложены в работе [6]. Построение стабилизирующего управления часто требует информации о векторе состояний системы, которая может быть получена с помощью вектора наблюдений. Тогда для построения стабилизирующего управления используется система асимптотической оценки. Достаточные условия существования такой системы для случая одного линейного запаздывания получены в [7].

В данной работе исследуется возможность стабилизации наблюдаемой системы уравнений

$$\dot{x}(t) = A_0x(t) + \sum_{s=1}^N A_sx(\alpha_s t) + Bu, \quad (1)$$

$$y(t) = Kx(t). \quad (2)$$

Получены достаточные условия существования системы асимптотической оценки в виде

$$\dot{\hat{x}}(t) = A_0\hat{x}(t) + \sum_{s=1}^N A_s\hat{x}(\alpha_s t) + Bu + L_0(y(t) - K\hat{x}(t)) + \sum_{s=1}^N L_s(y(\alpha_s t) - K\hat{x}(\alpha_s t)). \quad (3)$$

После того, как система (3) найдена, указаны дополнительные условия, при выполнении которых управление, стабилизирующее систему (1) по наблюдениям (2), может быть построено в виде

$$u = C_0\hat{x}(t) + \sum_{s=1}^N C_s\hat{x}(\alpha_s t),$$

где $\hat{x}(t)$ - решение системы (3).

Литература

1. Беллман Р., Кук К. Дифференциально-разностные уравнения. М.: Мир, 1967. 548 с.
2. Жабко А. П., Чижова О. Н. Анализ устойчивости однородного дифференциально-разностного уравнения с линейным запаздыванием // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета. Серия 10: Прикладная математика, информатика, процессы управления. 2015. №3. С. 105-115.
3. Жабко А. П., Чижова О. Н. Гибридный метод анализа устойчивости линейных дифференциально-разностных систем с линейно возрастающим запаздыванием // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. 2015. Т. 20. №4. С. 843-850.
4. Laktionov A. A., Zhabko A. P., Method of Difference Transformations for Differential Systems with Linear Time-Delay. // In Proc. Of the First IFAC Conference LTDS-98, France, pp. 201-205.
5. Гребенщиков Б. Г. Методы исследования устойчивости систем с линейным запаздыванием // Сибирский математический журнал. 2001. Т. 42. №1. С. 41-51.
6. Гребенщиков Б. Г., Ложников А. Б. О стабилизации одной системы с последствием // Автоматика и телемеханика. 2011. Вып. 1. С. 13-26.
7. Zhabko A. P., Chizhova O. N. On Stabilization of Systems of Linear Equations with Linear Increasing Time Delay by Observation. // Proceedings of RuPAC2016, St. Petersburg, Russia, pp. 261-263. <http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/rupac2016/papers/tupsa024.pdf>

Stabilization of the Class of Systems with Time-Proportional Delay

A.P. Zhabko, O.N. Chizhova

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

In this paper, we investigate a possibility of the linear difference-differential system stabilization with time proportional delay by the linear observation. Using the sufficient conditions of asymptotic stability for the linear systems with linearly increasing delay, we obtain some conditions of the asymptotic evaluation system existence for the original system. Then we use the asymptotic evaluation system for the construction of the stabilizing control and derive the sufficient conditions for the existence of such control.

PERSISTENCE BORDER COLLISIONS IN A VIBRATING SYSTEM EXCITED BY AN UNBALANCED MOTOR WITH A RELAY CONTROL

Zh.T. Zhusubaliyev¹, V. Avrutin², V.G. Rubanov³,
D.A. Bushuev³, D.V. Titov¹, O.O. Yanochkina¹

¹*Southwest State University, Kursk, Russia*

²*University of Stuttgart, Stuttgart, Germany*

³*Belgorod State Technological University, Belgorod, Russia*

E-mail: zhanybai@gmail.com, Viktor.Avrutin@ist.uni-stuttgart.de, vgrubanov@gmail.com,
untame@list.ru, umsswsu@gmail.com, yanoolga@gmail.com

In the present paper we report some complex phenomena that arise in a vibrating system excited by an unbalanced DC motor controlled by a relay system with hysteresis. Fig. 1 shows a schematic diagram of the considered mechanical system. The behavior of this system is described by the following autonomous differential equations

$$m\ddot{x} + \mu\dot{x} + c_1x = m_1r(\ddot{\varphi} \cdot \sin\varphi + \dot{\varphi}^2 \cdot \cos\varphi), \quad J\ddot{\varphi} - m_1r(\ddot{x} \cdot \sin\varphi - g \cos\varphi) = M(I_d),$$

$$L_a\dot{I}_a + R_aI_a + C_\omega\dot{\varphi} = 0.5V_0[1 + K_F(\xi)], \quad M(I_d) = C_EI_a, \quad J = J_0 + J_U, \quad m = m_1 + m_2, \quad \xi = V_{ref} - \beta I_a.$$

Here x describes the linear motion; φ is the angle of the rotor; m_2 is the rest of the vibrating mass; m_1 is the unbalanced mass with the eccentricity r ; J_0 , $J_U = m_1r^2$ are the rotor and unbalance inertia, respectively; μ is the damping coefficient and c_1 is the coefficient of the spring; g is the gravitational acceleration. The function $M(I_d)$ is the driving torque produced by the DC motor. C_E and C_ω are the torque and speed

constants, respectively; L_a , R_a and I_a are the inductance, the resistance and the current of the motor. V_0 is the supply voltage and ξ , $K_F(\xi)$ are the input and output signals of the relay element DA which implements the feedback control.

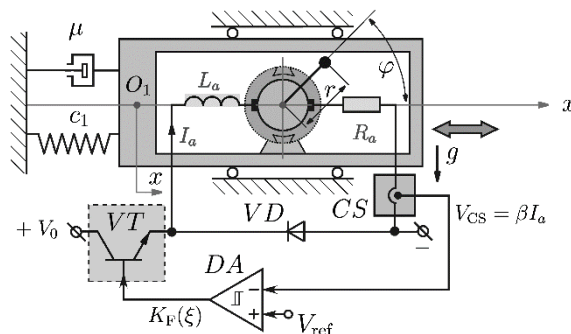


Fig. 1. Schematic diagram of the vibrating system.

With the considered control technique, the output voltage V_{CS} of the current sensor is compared with the reference voltage V_{ref} setting the motor current (i.e., the motor torque is $M(I_a) = C_E I_a$). The error signal $\xi = V_{ref} - \beta I_a$ is applied to the relay element, which forms the square pulses controlling the switching element VT .

Due to the switching control, the considered model is piecewise-smooth. In such models the phase space is divided into several regions in which the behavior is governed by different smooth functions. These regions are separated from each other by so-called switching manifolds. Hence, in addition to the bifurcations known for smooth systems, piecewise-smooth systems display a variety of border-collision related phenomena occurring when an invariant set (such as, for example, a cycle) collides with a switching manifold [1]. In [2-3] we described a transition from a stable period-1 mode to chaotic dynamics via an irregular sequence of border collisions events, some of which can be classified as border collision bifurcations, while the others are not associated with topological changes of the phase space structure. Following Feigin [1], in the later case the event is referred to as a persistence border collision. In the cited works, this route to complex dynamics has been observed in piecewise smooth maps with an extremely high number of switching manifolds modelling the dynamics of DC/AC power converters. In the present study we demonstrate that a similar effect occurs in a mechanical system with relay control.

References

1. di Bernardo M., Feigin M.I., Hogan S.J., Homer M.E. Local analysis of C-bifurcations in n-dimensional piecewise smooth dynamical systems// Chaos, Solitons and Fractals. 1999. Vol. 10. pp. 1881–1908.
2. Avrutin V., Mosekilde E., Zhusubaliyev Zh. T., Gardini L. Onset of chaos in a single-phase power electronic inverter// Chaos. 2015. Vol. 25. pp. 043114-1–043114-14.
3. Avrutin V., Zhusubaliyev Zh. T., Mosekilde E. Border collisions inside the stability domain of a fixed point// Physica D. 2016. Vol. 321–322. pp. 1–15.

КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ПОВЕДЕНИЯ ОДНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

**А.В. Зубов, А.Ю. Мурашко, Л.Г. Коляда, В.Б. Орлов, Л.А. Бондаренко,
В.А. Петрова, Н.С. Ужегов, Г.И. Пупышева, А.В. Никитин**

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: a_v_zubov@mail.ru, mufa95@mail.ru, leonidkolyada2012@gmail.com, vborlov@rambler.ru,
lidia-bond@yandex.ru, mtmpsu@yandex.ru, avnike@gmail.com

Анализ техногенных аварий и катастроф последних лет реальных динамических систем приводит к одному из выводов, что они функционируют в пограничных, может быть даже и в запредельных режимах эксплуатации. Запас устойчивости, заложенный при проектировании, может быть исчерпан, и

колебания, неизбежные в процессе работы таких динамических систем, могут приводить к указанным негативным последствиям. Необходимо на этапе математического моделирования проектируемых динамических систем выявлять те их параметры, малые изменения которых, неизбежные в процессе эксплуатации или определенные недостаточно точно, приводят к потере устойчивости. Такие математические модели, решения которых изменяются на конечные величины при сколь угодно малых вариациях коэффициентов и параметров в научной литературе часто называют некорректными системами (ill-posed systems) [1]. Одним из способов дополнительного исследования некорректных систем является анализ системы уравнений, получаемой из исходной путем равносильных (эквивалентных) преобразований [2].

Рассмотрим механическую систему, математическая модель которой описывается следующей системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} [mD^3 + (2 + 2m)D^2 + (4 + m)D + 2]x_1 = (D + 1)^2 x_2 \\ (D^2 + 4D + 5)x_1 = (D + 1)x_2 \end{cases}, \text{ где } D = \frac{d}{dt}, m \text{ – параметр.}$$

Построим ее характеристический полином и исследуем его корни при изменении параметра m на малую величину около значения $m = 1$. Эта система при $m = 1$ не имеет непрерывной зависимости решений от m . Система уравнений, полученная из исходной равносильными преобразованиями с введением новых переменных, записанная в нормальной форме, уже будет иметь решения, зависящие от m непрерывно. Необходимость дополнительного исследования математической модели проектируемой механической системы на то, что является ли она такой некорректной системой или нет, становится очевидной.

Литература

1. Danilevich Y.B., Petrov Y.P. On the necessity of widening the conception of equivalence in mathematical models // Doklady Akademii Nauk. 2000. Vol. 371(4). pp. 473-475.
2. Zubov A.V., Murashko A.Y., Kolyada L.G., Volkova E.A., Zubova O.A. Fidelity issue of engineering analysis and computer aided calculations in sign models of dynamic systems // Global Journal of Pure and Applied Mathematics 2016. Vol. 12(5). pp. 4203-4217.

Qualitative Analysis of the Behavior of One Mechanical System

**A.V. Zubov, A.Yu. Murashko, L.G. Kolyada, V.B. Orlov, L.A. Bondarenko,
V.A. Petrova, N.S. Ugegov, G.I. Pupysheva, A.V. Nikitin**

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

This work analyzes application of a technique of calculations and computations in models of dynamic systems considering for possible alterations of properties of their solutions in the case of equivalent transformations. Models of actual dynamic systems are presented in the form of various mathematical expressions (sets of equations), interrelating physical variables, which describe quantitatively the state of these systems. The investigation is based on consideration of models of actual dynamic systems in various notations of their equations and determination of parameters, which upon minor variations can lead to variation of behavior quality of dynamic system. The main research results include detection of parameters, which upon minor variations lead to stability loss or overcontrol of dynamic systems upon their operation. The obtained conclusions of this study include the necessity to verify all types of models of dynamic system already at the stage of its mathematical simulation.

ОЦЕНКА ЧИСЛА ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ОДУ ПЕРВОГО ПОРЯДКА В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ ПОДВИЖНЫМИ ОБЪЕКТАМИ

Г.Г. Иванов, Г.В. Алферов, А.С. Шарлай

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: guennadi.ivanov@gmail.com, alferovgv@gmail.com, a.sharlay@spbu.ru

В данной работе исследуется дифференциальное уравнение первого порядка

$$\dot{x} = f(t, x) \quad (1)$$

в предположении, что его правая часть ω -периодическая по t и непрерывная по совокупности аргументов функция [1, 2]. Одной из ключевых проблем развития космических манипуляционных роботов является обеспечение их автономного функционирования в неопределённых средах с препятствиями [3, 4] или в сборочных операциях, которые востребованы в космосе [5, 6].

Для решения указанных задач используют режимы с переключениями, используя, в том числе, дифференциальное уравнение (1).

Формулируются и доказываются ряд утверждений, позволяющих получить информацию о числе ω -периодических решений уравнений (1). Использование аппарата производных чисел позволило ослабить ограничения, налагаемые на правые части дифференциальных уравнений, и тем самым увеличить степень общности полученных результатов.

Литература

1. *Иванов Г.Г.* О числе периодических режимов в моделях с полиномиальным управлением // Седьмая всесоюзная конференция "Управление в механических системах". Тезисы докладов, 12-14 июня, 1990. Свердловск, 1990. С. 45
2. *Иванов Г.Г.* О числе периодических и почти периодических решений обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка // Вестник ЛГУ. 1991. Серия 1. Выпуск 2. С. 28-31.
3. *Felix Kulakov, Boris Sokolov, Anatoly Shalyto, Gennady Alferov.* Robot master slave and supervisory control with large time delays of control signals and feedback // Applied Mathematical Sciences. 2016. Vol. 10. №. 36. pp. 1783-1796.
4. *F. Kulakov, G. V. Alferov, P. Efimova, S. Chernakova and D. Shymanchuk,* Modeling and control of robot manipulators with the constraints at the moving objects // 2015 International Conference "Stability and Control Processes" in Memory of V.I. Zubov (SCP), St. Petersburg. 2015. pp. 102-105.
5. *Pichugin, Y., Alferov, G., Malafeyev, O.* Parameters estimation in mechanism design // Contemporary Engineering Sciences. 2016. Vol. 9 (1-4). pp. 175-185. DOI: 10.12988/ces.2016.512319.
6. *Alferov, G.V., Malafeyev, O.A.* The robot control strategy in a domain with dynamical obstacles // Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics). 1996. Vol. 1093. pp. 211-217. DOI: 10.1007/BFb0013961.

An Estimate of a Number of Periodic Solutions of First-order ODEs in Control Problems of Moving Objects

G.G. Ivanov, G.V. Alferov, A.S. Sharlay

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The authors propose an approach to weaken the constraints imposed on the right-hand sides of differential equations, which makes it possible to increase the generality degree of the results obtained.

MOVEMENT OF THE SPACE ROBOT MANIPULATOR IN ENVIRONMENT WITH OBSTACLES

A.A. Kozlov, D.V. Shymanchuk

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

E-mail: aakozlovmsu@gmail.com, d.shymanchuk@spbu.ru

The paper considers a flat model of a space manipulation robot that serves a space station and represented as a carrier body with a manipulator attached to it. It is believed that the movement of the robot is carried out in an environment with obstacles in the absence of dissipation forces, and a sufficiently high orbit of the space station allows you to disregard gravity. For planning the trajectory of the robot, which ensures circumvention of obstacles, the algorithm of rapidly exploring random RRT trees is used. As a result, the mathematical model of the space manipulation robot is presented and the algorithm considered for constructing the possible trajectories of the motion of its carrier body is realized. The constructed trajectory and the presence of the equations of motion provide the definition of the control actions necessary for transferring the robot from the initial state to the final one.

References

1. *S. LaValle, J. Kuffner* Randomized Kinodynamic Planning // The International Journal of Robotics Research 20(5), 2001. pp. 378-400.
2. *F. Kulakov, G. Alferov and P. Efimova*, Methods of remote control over space robots // Mechanics - Seventh Polyakhov's Reading, 2015 International Conference on, Saint Petersburg, 2015. pp. 1-6.
3. *F. Kulakov, G. V. Alferov, P. Efimova, S. Chernakova and D. Shymanchuk*, Modeling and control of robot manipulators with the constraints at the moving objects // 2015 International Conference "Stability and Control Processes" in Memory of V.I. Zubov (SCP), St. Petersburg, 2015. pp. 102-105.
4. *Alferov, G.V., Malafeyev, O.A.* The robot control strategy in a domain with dynamical obstacles // Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics). 1996. 1093, pp. 211-217. DOI: 10.1007/BFb0013961.

ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СИСТЕМЫ ДИСТАНЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИМ РОБОТОМ

Ф.М. Кулаков¹⁻³, Г.В. Алферов³, В.И. Горбунов³, Б.В. Соколов², А.С. Шарлай³

¹*Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН, Санкт-Петербург, Россия*

²*Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург, Россия*

³*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: oleg-98@list.ru, andreisarsads@gmail.com, nikita03565@gmail.com, gorbunov.v93@gmail.com, kufelix@ya.ru

Работоспособность метода телеуправления космическим роботом, предложенного в [1-3], будет иметь место в случае, если обеспечивается устойчивость процесса управления и хорошая его прозрачность. В настоящем докладе проведен динамический анализ этой системы и найдены требования к законам управления и параметрам конструкции робота, при которых обеспечивается устойчивость и приемлемое качество процесса управления, а также его прозрачность [4-12].

Данное исследование поддержано фондом РФФИ (грант РФФИ №16-19-00199).

Литература

1. *Kulakov F.M.* Active force-torque robot control without using wrist force-torque sensors // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2012. Т. 51. № 1. С. 147-168.
2. *Kulakov F.M.* Robust motion control for robots with flexible elements // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2000. Т. 39. № 4. С. 656-665.
3. *F. Kulakov, G. Alferov and P. Efimova*, "Methods of remote control over space robots," Mechanics - Seventh Polyakhov's Reading, 2015 International Conference on, Saint Petersburg, 2015, pp. 1-6.
4. *Ivanov G., Alferov G., Efimova P., Sharlay A.* Conditions of asymptotic stability for linear homogeneous switched systems. 2017 AIP Conference Proceedings. DOI: 10.1063/1.4992263
5. *Alferov G., Ivanov G., Sharlay A., Efimova P.* Study on the structure of limit invariant sets of stationary control systems with nonlinearity of hysteresis type. 2017 AIP Conference Proceedings. DOI: 10.1063/1.4992264
6. *Ivanov, G.G., Sharlay, A.S.* On stability of linear homogeneous switched systems (2015) 2015 International Conference on "Stability and Control Processes" in Memory of V.I. Zubov, SCP 2015 - Proceedings, pp. 13-15. DOI: 10.1109/SCP.2015.7342039
7. *Kulakov F.M.* Control systems of haptic man-machine interfaces // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2010. Т. 49. № 4. С. 643-671.
8. *Алферов Г.В.* Генерация стратегии робота в условиях неполной информации о среде. // Проблемы механики и управления. Нелинейные динамические системы: межвуз. сб. науч. тр./ Перм. гос. ун-т. Пермь, 2009. вып. 35. С. 4-24
9. *Alferov, G.V., Malafeyev, O.A.* The robot control strategy in a domain with dynamical obstacles (1996) Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), 1093, pp. 211-217. DOI: 10.1007/BFb0013961
10. *Ivanov, G., Alferov, G., Efimova, P.* Integrability of nonsmooth one-variable functions (2017) 2017 Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics (Dedicated to the Memory of V.F. Demyanov), CNSA 2017 - Proceedings, DOI: 10.1109/CNSA.2017.7973965
11. *Felix Kulakov, Boris Sokolov, Anatoly Shalyto, Gennady Alferov.* "Robot master slave and supervisory control with large time delays of control signals and feedback". Applied Mathematical Sciences, Vol. 10, 2016, no. 36, 1783-1796.

12. *Kulakov F., Alferov G., Efimova P., Chernakova S., Shymanchuk D.* Modeling and control of robot manipulators with the constraints at the moving objects. 2015 International Conference on "Stability and Control Processes" in Memory of V.I.Zubov, SCP 2015 - Proceedings.

Dynamic analysis of the process space robot control

F.M. Kulakov¹⁻³, G.V. Alferov³, V.I. Gorbunov³, B.V. Sokolov², A.S. Sharlay³

¹*Saint Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Science,
Saint Petersburg, Russia*

²*ITMO University, Saint Petersburg, Russia*

³*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

The efficiency of the method of remote control of a space robot, proposed in [1-3], will take place if the control process is stable and its transparency is good. In this report, a dynamic analysis of this system is carried out and requirements are found for control laws and robot design parameters that ensure the stability and acceptable quality of the management process, as well as its transparency [4-12].

ДВУХУРОВНЕВОЕ ТЕЛЕУПРАВЛЕНИЕ КОСМИЧЕСКИМ РОБОТОМ

Ф.М. Кулаков¹⁻³, Г.В. Алферов³, В.И. Горбунов³, Б.В. Соколов², А.С. Шарлай³

¹*Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН, Санкт-Петербург, Россия*

²*Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий,
механики и оптики, Санкт-Петербург, Россия*

³*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: kufelix@yandex.ru, alferovgv@gmail.com, sokol@iias.spb.su, a.sharlay@spbu.ru

Для организации дистанционного управления космическими роботами при больших запаздываниях в передаче роботам управляющих сигналов из центра управления и получения от него сигналов обратной связи, предлагается двухуровневый способ реализации управления [1-5]. Этот способ снимает ограничения по времени запаздывания сигналов и обеспечивает работоспособность управления при вариации времени запаздывания, а также допускает вариативность внешней среды. Процесс управления реализуется на двух уровнях. Первый уровень, осуществляемый на наземном центре управления, является уровнем обучения, требуемым действиям. Второй уровень – уровень выполнения этих действий реальным роботом. Показана работоспособность предложенного подхода, которая имеет место при хорошей транспарентности процесса обучения и его устойчивости, а также устойчивости процесса выполнения реальным роботом действий, которым он был обучен [6-12].

Данное исследование поддержано фондом РФФИ (грант РФФИ №16-19-00199).

Литература

1. *Felix Kulakov, Boris Sokolov, Anatoly Shalyto, Gennady Alferov.* "Robot master slave and supervisory control with large time delays of control signals and feedback". Applied Mathematical Sciences, Vol. 10, 2016, no. 36, 1783-1796.
2. *F. Kulakov, G. Alferov and P. Efimova,* "Methods of remote control over space robots," Mechanics - Seventh Polyakhov's Reading, 2015 International Conference on, Saint Petersburg, 2015, pp. 1-6.
3. *Alferov, G., Ivanov, G., Efimova, P., Sharlay, A.* Study on the structure of limit invariant sets of stationary control systems with nonlinearity of hysteresis type (2017) AIP Conference Proceedings, 1863, статья № 080003. DOI: 10.1063/1.4992264.
4. *F. Kulakov, G. V. Alferov, P. Efimova, S. Chernakova and D. Shymanchuk,* "Modeling and control of robot manipulators with the constraints at the moving objects," 2015 International Conference "Stability and Control Processes" in Memory of V.I. Zubov (SCP), St. Petersburg, 2015, pp. 102-105.
5. *Pichugin, Y., Alferov, G., Malafeyev, O.* "Parameters estimation in mechanism design" (2016) Contemporary Engineering Sciences, 9 (1-4), pp. 175-185. DOI: 10.12988/ces.2016.512319.
6. *Ivanov, G.G., Sharlay, A.S.* On stability of linear homogeneous switched systems (2015) 2015 International Conference on "Stability and Control Processes" in Memory of V.I. Zubov, SCP 2015 - Proceedings, pp. 13-15. DOI: 10.1109/SCP.2015.7342039.
7. *Kulakov F.M.* Active force-torque robot control without using wrist force-torque sensors // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2012. T. 51. № 1. С. 147-168.

8. *Ivanov G., Alferov G., Efimova P., Sharlay A.* Conditions of asymptotic stability for linear homogeneous switched systems. 2017 AIP Conference Proceedings. DOI: 10.1063/1.4992263.
9. *Ivanov G., Alferov G., Efimova P.* Integrability of nonsmooth one-variable functions. 2017 Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics (Dedicated to the Memory of V.F.Demyanov), CNSA 2017 - Proceedings
10. *Kulakov F.M.* Control systems of haptic man-machine interfaces // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2010. Т. 49. № 4. С. 643-671.
11. *Kulakov, F., Alferov, G.V., Efimova, P., Chernakova, S., Shymanchuk, D.* Modeling and control of robot manipulators with the constraints at the moving objects (2015) 2015 International Conference on "Stability and Control Processes" in Memory of V.I. Zubov, SCP 2015 - Proceedings, pp. 102-105. DOI: 10.1109/SCP.2015.7342075.
12. *Alferov G.V., Malafeyev O.A.* The robot control strategy in a domain with dynamical obstacles. 1996 Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics).

Two-Level Remote Control of Space Robot

F.M. Kulakov¹⁻³, G.V. Alferov³, V.I. Gorbunov³, B.V. Sokolov², A.S. Sharlay³

¹*Saint Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Science,
Saint Petersburg, Russia*

²*ITMO University, Saint Petersburg, Russia*

³*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

In the paper the authors propose the method of so-called bilateral remote control over space robots. The efficiency of this method in case of stability and good transparency of the training process is proved.

КОСМИЧЕСКИЕ РОБОТЫ ДВУСТОРОННЕГО ТЕЛЕУПРАВЛЕНИЯ

Ф.М. Кулаков¹⁻³, Г.В. Алферов³, Б.В. Соколов², А.С. Шарлай³

¹*Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН, Санкт-Петербург, Россия*

²*Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий,
механики и оптики, Санкт-Петербург, Россия*

³*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*
E-mail: kufelix@yandex.ru, alferovgv@gmail.com, sokol@iias.spb.su, a.sharlay@spbu.ru

Предложен метод построения билатерального телеуправления космическими роботами при запаздываниях в передаче управляющих сигналов с Земли к локальной системе управления робота [1-3]. Предлагаемый подход снимает ограничения по времени запаздывания, обеспечивает работоспособность при вариации времени запаздывания, а также допускает вариативность внешней среды [4-6]. Процесс управления разделяется на два этапа.

Первый этап осуществляется на наземном центре управления и является этапом обучения робота требуемому действию.

Второй этап – этап исполнения этого действия реальным космическим роботом. Показана работоспособность предложенного подхода телеуправления космическим роботом, которая будет иметь место при устойчивости и хорошей транспарентности процесса обучения.

Литература

1. *Felix Kulakov, Boris Sokolov, Anatoly Shalyto, Gennady Alferov.* Robot master slave and supervisory control with large time delays of control signals and feedback. // Applied Mathematical Sciences, 2016. Vol. 10. №. 36. pp. 1783-1796.
2. *F. Kulakov, G. Alferov and P. Efimova,* Methods of remote control over space robots // Mechanics - Seventh Polyakhov's Reading, 2015 International Conference on, Saint Petersburg, 2015, pp. 1-6.
3. *Alferov, G., Ivanov, G., Efimova, P., Sharlay, A.* Study on the structure of limit invariant sets of stationary control systems with nonlinearity of hysteresis type // AIP Conference Proceedings. 2017. 1863, статья № 080003. DOI: 10.1063/1.4992264
4. *F. Kulakov, G. V. Alferov, P. Efimova, S. Chernakova and D. Shymanchuk,* Modeling and control of robot manipulators with the constraints at the moving objects // International Conference Stability and Control Processes in Memory of V.I. Zubov (SCP), St. Petersburg, 2015. pp. 102-105.
5. *Pichugin, Y., Alferov, G., Malafeyev, O.* Parameters estimation in mechanism design // Contemporary Engineering Sciences, 2016. Vol. 9 (1-4). pp. 175-185. DOI: 10.12988/ces.2016.512319

6. Alferov, G.V., Malafeyev, O.A. The robot control strategy in a domain with dynamical obstacles // Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), 1996. Vol. 1093. pp. 211-217. DOI: 10.1007/BFb0013961

Bilateral Space Robot Telecontrol

F.M. Kulakov¹⁻³, G.V. Alferov³, B.V. Sokolov², A.S. Sharlay³

¹*Saint Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Science,
Saint Petersburg, Russia*

²*ITMO University, Saint Petersburg, Russia*

³*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

In the paper the authors propose the method of so-called bilateral remote control over space robots. The efficiency of this method in case of stability and good transparency of the training process is proved.

ОЧУВСТВЛЕННЫЙ ИНТЕРФЕЙС ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ И ОБУЧЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО РОБОТА

**Ф.М. Кулаков¹⁻³, О.С. Моисеев³, А.С. Сарсадских³,
Н.Д. Поваляев³, В.И. Горбунов³, Г.В. Алферов³**

¹*Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН, Санкт-Петербург, Россия*

²*Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий,
механики и оптики, Санкт-Петербург, Россия*

³*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: oleg-98@list.ru, andreisarsads@gmail.com, nikita03565@gmail.com, gorbunov.v93@gmail.com, kufelix@ya.ru

Предлагаемый в [1-3] подход к телеуправлению космическими роботами предусматривает разделение процесса управления на 2 этапа. На первом этапе в процессе обучения человек должен выполнить в билатеральном режиме управления или с помощью так называемого «очувствленного интерфейса» требуемую операцию. Это позволяет сформировать позиционную траекторию перемещения рабочего инструмента модели или интерфейса, а также траекторию силы и взаимодействия с объектами внешней среды. Эти данные должны быть переданы в локальную систему управления реальным космическим роботом и «отработаны» ею. На втором этапе эти действия выполняются реальным космическим роботом [4-7]. Очевидно, при такой организации дистанционного управления, влияние запаздывания в передаче сигналов обратной связи по силам взаимодействия с объектами внешней среды полностью исключается, так как эти системы формируются в наземном центре управления с помощью очувствленного интерфейса, устройству и принципам работы которого посвящена данная статья.

Данное исследование поддержано фондом РФФИ (грант РФФИ №16-19-00199).

Литература

1. *Kulakov F.M.* Control systems of haptic man-machine interfaces // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2010. Т. 49. № 4. С. 643-671.
2. *Kulakov, F., Alferov, G.V., Efimova, P., Chernakova, S., Shymanchuk, D.* Modeling and control of robot manipulators with the constraints at the moving objects (2015) 2015 International Conference on "Stability and Control Processes" in Memory of V.I. Zubov, SCP 2015 - Proceedings, pp. 102-105. DOI: 10.1109/SCP.2015.7342075
3. *Felix Kulakov, Boris Sokolov, Anatoly Shalyto, Gennady Alferov.* "Robot master slave and supervisory control with large time delays of control signals and feedback". Applied Mathematical Sciences, Vol. 10, 2016, no. 36, 1783-1796.
4. *Ivanov G., Alferov G., Efimova P., Sharlay A.* Conditions of asymptotic stability for linear homogeneous switched systems. 2017 AIP Conference Proceedings. DOI: 10.1063/1.4992263
5. *Alferov G., Ivanov G., Sharlay A., Efimova P.* Study on the structure of limit invariant sets of stationary control systems with nonlinearity of hysteresis type. 2017 AIP Conference Proceedings. DOI: 10.1063/1.4992264
6. *Ivanov, G.G., Sharlay, A.S.* On stability of linear homogeneous switched systems (2015) 2015 International Conference on "Stability and Control Processes" in Memory of V.I. Zubov, SCP 2015 - Proceedings, pp. 13-15. DOI: 10.1109/SCP.2015.7342039

7. *Ivanov, G., Alferov, G., Efimova, P.* Integrability of nonsmooth one-variable functions (2017) 2017 Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics (Dedicated to the Memory of V.F. Demyanov), CNSA 2017 – Proceedings. DOI: 10.1109/CNSA.2017.7973965

Sensed Interface for Space Robot Control and Training

**F.M. Kulakov¹⁻³, O.S. Moiseev³, A.S. Sarsadskikh³,
N.D. Povalyaev³, V.I. Gorbunov³, G.V. Alferov³**

¹*Saint Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Science,
Saint Petersburg, Russia*

²*ITMO University, Saint Petersburg, Russia*

³*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

The approach proposed in [1-7] for remote control by space robots provides for the division of the control process into 2 stages. The first - carried out in the ground control center, is the stage of training the robot to the required action by bilateral control or with the so-called "sensed interface". The second is the stage of execution of this action by a real space robot. With such an organization of remote control, the influence of delay in the transmission of feedback signals on the forces of interaction with objects of the external environment is completely excluded, since these systems are formed in the ground control center with the help of a sensed interface. This article is devoted to the device and principles of operation.

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ПОКОЯ В СИСТЕМАХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ЗАПАЗДЫВАЮЩИМ АРГУМЕНТОМ

С.Е. Купцова, С.Ю. Купцов, У.П. Зараник

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: sekuptsova@yandex.ru , srgkuptsov@yandex.ru , zaranik_u@list.ru

В работе изучается существование асимптотических положений покоя в системах дифференциально-разностных уравнений. Понятие асимптотического положения покоя для систем дифференциальных уравнений было введено В.И. Зубовым [1] в связи с необходимостью изучения движений, которые имеют предельное поведение при неограниченном возрастании времени, в то время как эти предельные множества не являются инвариантными множествами исходных дифференциальных уравнений. Основные результаты по этой теме изложены в работах [2-4]. В статье это понятие распространяется на системы дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом.

Исследуется система

$$\dot{x} = f(t, x(t), x(t-h(t))),$$

где $x(t)$ — n -мерный вектор, $h(t) = (h_1(t), \dots, h_m(t))^T$, $0 < h_1(t) \leq h_*$ — вектор запаздываний, f — n -мерная вектор-функция, определенная и непрерывная на множестве $t \geq -h_*$, $x \in \mathbb{R}^n$, удовлетворяющая условию Липшица по всем аргументам, начиная со второго, и является функцией равномерно ограниченной относительно $t \geq -h_*$, на множестве $\|x\| \leq H$. Через $x(t, \varphi)$ обозначим решение исходной системы, удовлетворяющее начальным условиям: $x(t, \varphi) \equiv \varphi(t)$, при $t \in [t_0 - h_*, t_0]$, $\varphi(t) \in PC[t_0 - h_*, t_0]$.

На основе метода функционалов Ляпунова-Красовского определяются достаточные условия наличия асимптотического положения покоя в целом для решений системы, то есть, когда $x(t, \varphi) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow +\infty$ для любой начальной функции $\varphi(t)$. В случае наличия у рассматриваемой системы нулевого решения получены условия его асимптотической устойчивости.

Литература

1. *Зубов В.И.*, Колебания и волны. Л.: Изд-во ЛГУ, 1989. 222 с.

2. *Купцова С.Е.* О предельном поведении решений систем нелинейных разностных уравнений // Системы управления и информационные технологии. 2012. Т. 50. №4. С. 87-91.
3. *Купцова С.Е.* Асимптотические положения покоя в системах разностных уравнений // Системы управления и информационные технологии. 2014. Т. 56. №2. С. 67-71.
4. *Купцова С.Е.* Асимптотически инвариантные множества // Процессы управления и устойчивость: Труды XXXVII научной конф. СПб: Изд-во СПбУ, 2006. С. 50-56.

On Asymptotic Quiescent Position of Nonlinear Time Delay System

S.E. Kuptsova, S.Yu. Kuptsov, U.P. Zaranik

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

This work is devoted to studying qualitative properties of solutions of nonlinear of time delay systems. In particular, we study motions that have limiting behavior with unbounded increase in time, but these limit sets might not be invariant with respect to source systems. Using method of Lyapunov-Krasovskii functionals, we present conditions guaranteeing that the considered system has an asymptotic quiescent position.

УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ПЛОСКОГО ДВУХЗВЕННОГО МАНИПУЛЯТОРА

В.Ю. Курочкин, Д.В. Шиманчук

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: vladislav0504@yandex.ru

В работе исследуется возможность сведения задачи о возвращении схвата манипулятора на базовую траекторию наискорейшим способом к задаче предельного быстрогодействия по приведению фазового вектора линеаризованной модели манипулятора в начало координат. Возмущение траектории схвата, которое возникает вследствие малых отклонений начального положения схвата от его базового положения, является малым. Это позволяет применить методы теории оптимального управления линейными динамическими системами к решению задачи наискорейшего возвращения схвата на базовую траекторию. В частности, определение оптимального времени перехода сводится к решению трансцендентного уравнения, а построение оптимального управления – к решению задачи математического программирования специального вида.

Литература

1. *Алферов Г.В., Кулаков Ф.М., Неокесарийский В.Н.* Кинематические и динамические модели исполнительской системы робота. -Л.: ЛГУ. 1983.
2. *Кулаков Ф.М., Алферов Г.В., Шарлай А.С.* Кинематические модели манипуляционных роботов // Потенциал современной науки, 2014. №2. С.37-41
3. *Кулаков Ф.М., Алферов Г.В., Малафеев О.А.* Динамический анализ исполнительской системы манипуляционных роботов // Проблема механики и управления: Нелинейные динамические системы. 2014. № 46. С. 39-46.
4. *Кулаков Ф.М., Алферов Г.В., Малафеев О.А.* Кинематический анализ исполнительской системы манипуляционных роботов // Проблема механики и управления: Нелинейные динамические системы. 2014, N46. С.31-38
5. *Ефимова П.А., Шиманчук Д.В.* Моделирование движения космического манипуляционного робота // Проблемы механики и управления: Нелинейные динамические системы. 2014. № 46. С. 20–30.
6. *Efimova P., Shymanchuk D.* Dynamic Model of Space Robot Manipulator // Applied Mathematical Sciences. 2015. Vol. 9. № 96. pp. 4653–4659.
7. *Кулаков Ф.М., Шмыров А.С., Шиманчук Д.В.* Управление космическим роботом с использованием неустойчивой точки либрации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 7. С. 23–28.
8. *Kulakov F., Alferov, G., Efimova, P., Chernakova, S., Shymanchuk, D.* Modeling and control of robot manipulators with the constraints at the moving objects. 2015 International Conference on “Stability and Control Processes” in Memory of V.I.Zubov, SCP 2015 - Proceedings.
9. *Ivanov, G, Alferov, G., Efimova, P., Sharlay, A.* Conditions of asymptotic stability for linear homogeneous switched systems. 2017 AIP Conference Proceedings.
10. *Felix Kulakov, Boris Sokolov, Anatoly Shalyto, Gennady Alferov.* Robot master slave and supervisory control with large time delays of control signals and feedback // Applied Mathematical Sciences, 2016. Vol. 10. № 36. pp. 1783-1796.

11. F. Kulakov, G. Alferov and P. Efimova, Methods of remote control over space robots // Mechanics - Seventh Polyakhov's Reading. International Conference on, Saint Petersburg, 2015, pp. 1-6.

Motion Control of a Flat Two-Link Manipulator

V.U. Kurochkin, D.V. Shymanchuk

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

In this paper, we investigate the possibility of reducing the problem of returning the grip of a manipulator to a basic trajectory in the fastest way to the problem of limiting the speed with which the phase vector of the linearized manipulator model is brought to the origin.

УСТОЙЧИВОСТЬ СТАЦИОНАРНЫХ ДВИЖЕНИЙ ДИСКА, НЕСУЩЕГО ГИРОСКОП

Д.А. Лебедев

НИИ механики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия
Российский государственный университет нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина, Москва, Россия
E-mail: lebedevda@gmail.com

В данной работе рассматривается механическая система, состоящая из диска радиуса a , который может катиться по горизонтальной плоскости без проскальзывания и ротора – твердого тела, ось динамической симметрии которого является осью диска, а центр масс находится вне плоскости диска. Система описывается шестью обобщенными координатами: x, y – координаты проекции центра диска на горизонтальную плоскость, ψ, θ, φ – углы Эйлера, определяющие положение диска относительно горизонтальной плоскости, α – угол поворота ротора относительно диска. Уравнения движения были выписаны в форме уравнений Эйлера-Лагранжа в квазикоординатах [1]. Поскольку диск катится без проскальзывания, то имеют место две неголономные связи [2], в соответствии с которыми скорость точки контакта между диском и плоскостью равна нулю:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a(\dot{\theta} \sin(\theta) \sin(\psi) - (\dot{\varphi} + \dot{\psi} \cos(\theta)) \cos(\psi)), \\ \dot{y} &= -a(\dot{\theta} \sin(\theta) \cos(\psi) + (\dot{\varphi} + \dot{\psi} \cos(\theta)) \sin(\psi)).\end{aligned}$$

Анализ уравнений движения показал, что в системе имеются одна позиционная и три циклические квазикоординаты. Было определено многообразие стационарных движений, когда позиционные квазикоординаты и циклические квазискорости остаются постоянными.

Положив скорость вращения системы относительно вертикальной оси равной нулю, получили условие качения диска по прямолинейной траектории. При выполнении этого условия проекция центра масс системы на горизонтальную плоскость совпадает с точкой контакта диска и плоскости. Показано, что в системе имеется три линейных интеграла, при помощи которых из уравнения для позиционной квазикоординаты можно исключить возмущения циклических квазискоростей. Характеристическое уравнение для приведенной системы имеет вид

$$W\lambda^2 + \tilde{K} = 0.$$

Для устойчивости прямолинейного качения необходимо [3], чтобы корни характеристического уравнения были чисто мнимыми. Это условие выполняется при $\tilde{K} > 0$. Показано, что \tilde{K} – является квадратным трехчленом относительно угловой скорости ротора, выбором которой всегда можно обеспечить условие $\tilde{K} > 0$.

Положив скорость вращения диска относительно собственной оси равной нулю, мы получим стационарное движение, при котором линия наибольшего ската диска описывает коническую поверхность с вершиной в точке касания диска и плоскости. Характеристическое уравнение для данного стационарного движения имеет вид, аналогичный приведенному выше, но коэффициент \tilde{K} представляет собой биквадратное уравнение относительно угловой скорости вращения системы вокруг вертикальной оси. Показано, что существуют такие значения параметров, определяющих данное стационарное движение, при которых выполнены необходимые условия устойчивости [3].

Литература

1. Лурье А. В., Аналитическая механика. М.: Физматгиз., 1961. 824 с.
2. Маркеев А.П. Динамика тела, соприкасающегося с твердой поверхностью. – М.: Наука. 1992. 336 с.
3. Малкин И.Г. Теория устойчивости движения. М.: Наука, 1966. 530с.

Stability of Stationary Motions of a Disk Carrying a Gyroscope

D.A. Lebedev

*Lomonosov Moscow State University, Institute of Mechanics, Moscow, Russia
Gubkin Russian State University of Oil and Gas (National Research University), Moscow, Russia*

In the paper a gyrostat is considered. The equations of motions of the system are written in the form of Euler-Lagrange equations in quasicordinates. The stability of some stationary motions is investigated.

УСТОЙЧИВОСТЬ СТАЦИОНАРНЫХ ДВИЖЕНИЙ МОНОЦИКЛА НА ЛЕДЯНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Д.А. Лебедев

*НИИ механики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия
Российский государственный университет нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина, Москва, Россия
E-mail: lebedevda@gmail.com*

В данной работе рассматривается модель моноцикла, представляющая собой совокупность четырех твердых тел: диска с острым краем радиуса a , который катится по горизонтальной ледяной плоскости; твердого тела (маятника), соединенного с центром диска цилиндрическим шарниром; кольца твердого тела, вращающегося относительно оси, лежащей в плоскости диска; ротора симметричного твердого тела, вращающегося относительно оси, закрепленной в кольце. Центр масс кольца находится в плоскости диска и принадлежит прямой, которая содержит центры масс диска и маятника. Ось вращения ротора находится в плоскости, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр, а центр масс ротора не совпадает с центром кольца. Система описывается восемью обобщенными координатами: x, y – горизонтальные координаты центра диска, ψ, θ, φ – углы Эйлера, определяющие положение диска относительно горизонтальной плоскости, χ – угол отклонения маятника от линии наибольшего ската диска, γ – угол отклонения оси ротора от плоскости диска, α – угол поворота ротора относительно собственной оси. Данная модель моноцикла, катящегося по горизонтальной плоскости без проскальзывания рассматривалась в [1]. Уравнения движения данной системы были составлены в форме уравнений Эйлера-Лагранжа в квазикоординатах [2]. Поскольку диск с острым краем катится по льду, то скорость точки контакта всегда направлена по линии узлов, то есть имеет место неголономная связь [3]:

$$-\dot{X} \sin(\psi) + \dot{Y} \cos(\psi) + \rho \dot{\theta} \sin(\theta) = 0.$$

Показано, что уравнения движения допускают частные решения, при которых позиционные координаты θ, χ, γ и циклические квазискорости остаются постоянными. Необходимым условием существования многообразия стационарных движений является выполнение равенства $\sin(\chi_0) = 0$, которое означает, что центр масс системы должен принадлежать прямой, содержащей диаметр диска, проходящего через точку касания диска и плоскости. При выполнении этого условия размерность многообразия стационарных движений равна четырем и совпадает с числом циклических координат.

В работе рассмотрены представляющие наибольший интерес стационарные движения из всего многообразия стационарных движений, а именно, прямолинейное движение моноцикла в вертикальной плоскости со скольжением и без проскальзывания. Исследована устойчивость этих стационарных движений, а также сопоставлены полученные результаты с условиями устойчивости аналогичных движений при отсутствии проскальзывания [1].

Литература

1. Лебедев Д.А. Об устойчивости и стабилизации движения одноколесного робота // Вестн. Моск. Университета. Сер. 1. Математика. Механика. 2008. №3. С. 67-70.
2. Лурье А. В., Аналитическая механика. М.: Физматгиз., 1961. 824 с.
3. Маркеев А.П. Динамика тела, соприкасающегося с твердой поверхностью. – М.: Наука. 1992. 336 с.

Stability of Stationary Motions Monocycle on the Ice Surface

D.A. Lebedev

*Lomonosov Moscow State University, Institute of Mechanics, Moscow, Russia
Gubkin Russian State University of Oil and Gas (National Research University), Moscow, Russia*

In the paper model of monocycle is considered. The monocycle motion equations are obtained from Euler--Lagrange equations in quasicordinates. The variety of stationary motions of the monocycle is defined. The conditions of the stability stationary motions are derived.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ: ОТ ОЦЕНОК АНДРОНОВА, ФЕЛЬДБАУМА И ТРИКОМИ К БИФУРКАЦИОННЫМ КРИВЫМ

Г.А. Леонов, К.Д. Александров

*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: g.leonov@spbu.ru, k.d.aleksandrov@spbu.ru*

В докладе рассматриваются два типа потери устойчивости: бифуркация потери устойчивости двумерной динамической системы с цилиндрическим фазовым пространством через гомоклиническую траекторию седла и бифуркация потери устойчивости двумерной динамической системы с гистерезисными операторами через рождение полуустойчивого цикла. В пространстве параметров получены бифуркационные кривые, которые сравниваются с аналитическими оценками, полученными разными авторами. Обсуждается точность и эффективность этих оценок.

Numerical Simulation of Two-Dimensional Dynamical Systems: From Andronov, Feldbaum, and Tricomi to Bifurcation Curves

G.A. Leonov, K.D. Aleksandrov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

In the present thesis two types of stability loss are considered: the bifurcation of stability loss for two-dimensional dynamic system with the cylindrical phase space due to homoclinic trajectory of saddle equilibrium, and the bifurcation of stability loss for two-dimensional dynamic system with hysteresis operators due to the birth of semistable limit cycle.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ЛОРЕНЦЕВСКОГО ТИПА: АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ РЕШЕНИЙ, ХАОС И ГОМОКЛИНИЧЕСКИЕ БИФУРКАЦИИ

Г.А. Леонов^{1,2}, Р.Н. Мокаев¹

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

²Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: g.leonov@spbu.ru, r.mokaev@spbu.com

В докладе рассматривается система лоренцевского типа со сжатием объемов, обобщающая классические трехмерные хаотические системы Лоренца, Чена, Лу и Тигана. Для этой системы получены аналитические критерии глобальной устойчивости и неустойчивости ее стационарных множеств. Описаны компьютерные эксперименты для исследования качественного поведения траекторий, интерпретация которых без дополнительной проверки, ориентированной на аналитические результаты, может приводить к неверным заключениям.

На основе принципа рыбака для аналитического доказательства существования в системе гомоклинической бифуркации и численного моделирования поведения отображения Пуанкаре описана новая гомоклиническая бифуркация слияния двух странных аттракторов в один странный аттрактор.

Литература

1. Леонов, Г.А., Андриевский, Б.Р., Мокаев, Р.Н., Асимптотическое поведение решений систем лоренцевского типа. Аналитические результаты и структуры компьютерных ошибок // Вестник СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. 2017. Т. 4(62). № 1. С. 25-37.
2. Leonov, G.A., Fishing principle for homoclinic and heteroclinic trajectories // Nonlinear Dynamics. 2014. Vol. 78. №4. pp. 2751-2758.

Numerical Simulations of the Lorenz-like System: Asymptotic Behavior of Solutions, Chaos and Homoclinic Bifurcations

G.A. Leonov^{1,2}, R.N. Mokaev¹

¹Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

²Institute of Problems of Mechanical Engineering of RAS, Saint-Petersburg, Russia

This report considers the Lorenz-like system with volume contraction, which generalizes the classical three-dimensional chaotic systems of Lorentz, Chen, Lu and Tigan. For this system, analytical criteria of global stability and instability of its stationary sets are obtained. Computer experiments are described to investigate the qualitative behavior of trajectories, the interpretation of which without further verification, related to analytical results, can lead to incorrect conclusions.

Using the Fishing principle for analytical proving the existence of a homoclinic bifurcation in the system and the numerical simulations of behavior of the Poincaré map, a new homoclinic bifurcation of two strange attractors merging into one strange attractor is described.

КОМПРОМИССНОЕ РЕШЕНИЕ В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ИЗМЕНЕНИЕМ СОСТОЯНИЯ МАТЕРИАЛЬНОГО ТЕЛА ВОЗДЕЙСТВИЕМ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ

О.А. Малафеев, Н.Д. Рединских

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: malafeyeva@mail.ru, redinskich@yandex.ru

В работе формализуется и решается задача нахождения оптимального управления состоянием материального тела посредством воздействия внешней среды. Задачи такого типа часто возникают на практике. Близкого типа задачи, в частности, рассматривались в [1-9].

Рассматривается материальное тело A , которое для определенности примем имеющим прямоугольную форму размера $[l_1 \times l_2]$, изменяющее свои физические свойства под воздействием переменных во

времени параметров состояния внешней среды. Пусть t – время, $t \in [0, T]$, T – длительность рассматриваемого процесса воздействия внешней среды на материальное тело A . Обозначим через $U = \{u_i(x_i, t)\}$, $i = 1, \dots, n$ – распределение температуры, давления, влажности а также иных показателей, характеризующих состояние материала тела A , $x = (x_1, x_2) \in \Omega = [0, l_1] \times [0, l_2]$ в момент времени $t, t \in [0, T]$. Предполагается заданным первоначальное распределение температуры материала в теле $u_1(x_1, x_2, 0) = u_0^1(x_1, x_2)$, давления внутри материала $u_2(x_1, x_2, 0) = u_0^2(x_1, x_2)$, влажности $u_3(x_1, x_2, 0) = u_0^3(x_1, x_2)$ и прочих характеризующих состояние материала тела A показателей. Управление режимом изменения давления, температуры влажности и прочих показателей материала тела A может быть осуществлено воздействием управляющих параметров внешней среды $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$. Соответствующий оператор перехода, преобразующий воздействие внешней среды $V(t) = (v_1, v_2, \dots, v_n)(t)$, $t \in [0, T]$ в функцию $U(t) = \{u_i(x_i, t)\}$, $i = 1, \dots, n$ изменяющихся во времени показателей, характеризующих состояние материала тела A на интервале времени $[0, T]$, обозначим через F_T . Обозначим через G_T оператор, ставящий в соответствие функции $U(t) = \{u_i(x_i, t)\}$, $i = 1, \dots, n$ изменяющихся во времени показателей, характеризующих состояние материала тела A на интервале времени $[0, T]$, набор устойчивых во времени конечных эксплуатационных физических характеристик материала тела A (например, для бетона это может быть хрупкость, устойчивость к перепадам температуры, прочностная устойчивость к вибрационным нагрузкам, к давлению, ударопрочность и т. д.). Композицию операторов F и G обозначим через $H = GF$.

Формализуется и решается задача нахождения оптимальной функции воздействия внешних факторов (управляющих параметров внешней среды) доставляющего на конечный момент оптимальный набор эксплуатационных физических характеристик материала тела A . В качестве принципа оптимальности выбирается компромиссное решение. Решен иллюстративный численный пример.

Литература

1. Дроздова И.В., Малафеев О.А., Дроздов Г.Д., Моделирование процессов реконструкции жилищно-коммунального хозяйства мегаполиса в условиях конкурентной среды. Санкт-Петербург: СПбГУСЭ, 2008, 147 с.
2. Малафеев О.А., Легалов И.Н., Бадьин Г.М. и др. Строительство и эксплуатация энергоэффективных зданий (теория и практика с учетом коррупционного фактора) (Passivehouse). Боровичи: НИ "НТО стройиндустрии Санкт-Петербурга", 2015. 170 с.
3. Малафеев О.А., Дроздов Г.Д., Моделирование процессов в системем управления городским строительством. Том 1. Санкт-Петербург: СПбГАСУ. 2001. 401 с.
4. Малафеев О.А., Дроздов Г.Д., Моделирование процессов в системем управления городским строительством. Том 2. Санкт-Петербург: СПбГАСУ. 2001. 417 с.
5. Malafeyev O.A., Kolokoltsov V.N. Understanding game theory. New Jersey: World Scientific Publishing Co., 2010, 286 p.
6. M.S. Troeva, O.A. Malafeyev, A weak equilibrium solution for multicriteria optimization problem // Control Applications of optimization 2000, Vols 1 and 2, St. Petersburg, IFAC. 2000. pp. 363-368
7. Морозов Н.Ф., Бабешико О.М., Горшкова Е.М., Федоренко А.Г., Гладской И.Б., Плужник А.В., Мухин А.С., Лозовой В.В., Математическое моделирование структуры материала при наличии химических процессов // Наука Кубани. 2013. № 2. С. 10-15.
8. Гольдштейн Р.В., Морозов Н.Ф. Фундаментальные проблемы механики деформируемого твердого тела в наукоемких технологиях // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 4. С. 1445-1447.
9. Полякова Е.В., Филиппов С.Б., Деформация мягкой торообразной оболочки под действием внутреннего давления // Труды Крыловского государственного научного центра. 2010. № 53. С. 109-116.

Compromise Solution of the Problem of Controlling the Change in State of a Body by External Influence

O.A. Malafeev, N.A. Redinskich

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

E-mail: malafeyeva@mail.ru, redinskich@yandex.ru

The problem of optimal control of a body by external influence is formalized and studied, and numerical solutions are obtained.

ИТЕРАТИВНЫЙ МЕТОД ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ НЕРАВЕНСТВ ДЛЯ ФУНКЦИЙ ЛЯПУНОВА

Г.И. Мельников, В.Г. Мельников, Н.А. Дударенко, Л.Н. Иванова

*Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий,
механики и оптики, Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: gimelnikov@corp.ifmo.ru, vgmelnikov@corp.ifmo.ru, dudarenko@mail.ifmo.ru, ln2305@yandex.ru

Исследуется нелинейная автономная управляемая механическая система с несколькими степенями свободы описываемая системой дифференциальных уравнений многочленной структуры с однородными линейными формами и несколько однородных форм относительно фазовых переменных последующих порядков с малыми коэффициентами. Основным методом исследования таких систем является метод разложения по малому параметру. Решение соответствующей линейной системы принимается за порождающее решение, которое затем уточняется. Вместе с тем в особых случаях за порождающие решения принимаются решения нелинейной системы с включением в нее некоторых нелинейных слагаемых, что определено в работах [1-4]. Согласно этому методу наряду с исходной математической моделью, отражающей все особенности движения системы, строится одно или несколько дифференциальных неравенств для знакоопределенных функций от обобщенных координат, обеспечивающих получение оценок практической устойчивости движения – затухания переходных процессов, но без конкретизации прочих характеристик переходных процессов. Такие качественные и количественные достоверные и сравнительно простые оценки находят широкое практическое применение [5-7], но они носят достаточный характер – их можно уточнять посредством формирования и интегрирования более точных дифференциальных неравенств. Приемам формирования уточненных неравенств и посвящена данная работа.

Работа поддержана грантами РФФИ 16-08-00997, 17-01-00672.

Литература

1. Васильев С.Н. К 80-летию со дня рождения академика В.М. Матросова // Автомат. и телемех. 2013. Вып. 2. С. 139–151.
2. Vassilyev S.N., Kosov A.A. Common and multiple Lyapunov functions in stability analysis of nonlinear switched systems // AIP Conference Proc. 2012. №1493. P. 1066–1073.
3. Мельников Г.И. Некоторые вопросы прямого метода Ляпунова // Докл. ак. наук. 1956. Т.110(3). С. 326–329.
4. Martynuk A.A. On the theory of Lyapunov's direct method // Doklady Mathematics, 2006. №73. P. 376–379.
5. Матросов В.М., Анапольский Л.Ю., Васильев С.Н. Метод сравнения в математической теории систем. Новосибирск: Наука, 1980. 480 с.
6. Martynuk A.A., Martynuk-Chernienko Y.A. Analysis of the set of trajectories of nonlinear dynamics: Stability and boundedness of motions // Differential Equations. 2013. 49. P. 20–31.
7. Tikhonov A., Kosjakov E., Murzinov I., On analytical investigation and computer modeling of spacecraft nonlinear resonance oscillations // ICCTPEA 2014 - Proceedings. 2014. PP.74.

An Iterative Method of Differential Inequalities for Lyapunov Functions

G.I. Melnikov, V.G. Melnikov, N.A. Dudarenko, L.N. Ivanova

ITMO University, Saint Petersburg, Russia

We consider a nonlinear autonomous controlled mechanical system with several degrees of freedom described by a system of differential equations of a polynomial structure with homogeneous linear forms and several homogeneous forms with respect to the phase variables of successive orders with small coefficients [1, 2]. The main method of studying such systems is the method of expansion with respect to a small parameter. The solution of the corresponding linear system is taken as the generating solution, which is then refined. At the same time, in special cases, solutions of the non-linear system with the inclusion of certain nonlinear terms in it are determined for generating solutions, as determined in [3-6]. According to this method, along with the initial mathematical model, reflecting all the features of the system's motion, one or several differential inequalities are constructed for sign-definite functions from generalized coordinates that provide estimates of the practical stability of motion-the damping of transient processes, but without specifying other characteristics of the transient processes. Such qualitative and quantitative reliable and comparatively simple estimates find wide practical application [7,8], but they are of sufficient character - they can be refined by forming and integrating more precise differential inequalities. The present work is devoted to the methods for the formation of the denser inequalities.

The work is supported by RFBR grants 16-08-00997, 17-01-00672.

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯМИ

А.В. Платонов

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: a.platonov@spbu.ru

В последние десятилетия в научной литературе большое внимание было уделено моделированию и анализу систем, поведение которых может переключаться с одного режима функционирования на другой. Эти переключения могут быть как результатом воздействия внешних факторов, случайных или нет, так и результатом управления заданным объектом для обеспечения желаемого поведения. Механические системы с переключениями обладают рядом особенностей, позволяющих выделить такие системы в отдельный класс гибридных систем (см., например, [1, 2]).

В настоящей работе рассматриваются механические системы, находящиеся под воздействием диссипативных и потенциальных сил с переключениями. Исследуется случай, когда либо диссипативные силы, либо потенциальные, являются существенно нелинейными. Предполагается, что хотя бы для одного режима функционирования системы нулевое положение равновесия асимптотически устойчиво. Целью работы является установление достаточных условий, гарантирующих сохранение асимптотической устойчивости рассматриваемого положения равновесия при переключении режимов. Для решения поставленной задачи используется прямой метод Ляпунова. Строится функция Ляпунова, удовлетворяющая на решениях исследуемой системы при каждом режиме функционирования дифференциальному неравенству определенного вида. Для выбранного режима с асимптотически устойчивым положением равновесия данное дифференциальное неравенство оказывается нелинейным, а для остальных режимов – линейным. Определяются соотношения между промежутками активности указанного устойчивого режима и промежутками активности остальных режимов, обеспечивающие требуемую асимптотическую устойчивость.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-01-00587).

Литература

1. Александров А.Ю., Косов А.А., Чень Я. Об устойчивости и стабилизации механических систем с переключениями // Автоматика и телемеханика. 2011. № 6. С. 5-17.
2. Aleksandrov A.Yu., Aleksandrova E.B., Lakrisenko P.A., Platonov A.V., Chen Y. Asymptotic Stability Conditions for Some Classes of Mechanical Systems with Switched Nonlinear Force Fields // Nonlinear Dynamics and Systems Theory. 2015. Vol. 15. № 2. pp. 127-140.

On the Asymptotic Stability of Nonlinear Mechanical Switched Systems

A.V. Platonov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Some classes of switched mechanical systems with dissipative and potential forces are considered. The case, where either dissipative or potential forces are essentially nonlinear, is studied. It is assumed that the zero equilibrium position of the system is asymptotically stable at least for one operating mode. We will look for sufficient conditions which guarantee the preservation of asymptotic stability of the equilibrium position under the switching of modes. The Lyapunov direct method is used. A Lyapunov function for considered system is constructed, which satisfies the differential inequality of special form for every operating mode. This inequality is nonlinear for the chosen mode with asymptotically stable equilibrium position, and it is linear for the rest modes. The correlations between the intervals of activity of the pointed mode and the intervals of activity of the rest modes are obtained which guarantee the required properties.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ МАЯТНИК В БЫСТРОПЕРЕМЕННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ ПОСТОЯННОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

Ф.Ф. Родюков, А.И. Шепелявый

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: frodyukov@gmail.com, as@as1020spb.edu

Рассматриваются уравнения Лагранжа-Максвелла для маятника в виде замкнутого проводящего контура, находящегося в быстропеременном магнитном поле постоянной интенсивности (см. Рис. 1.).

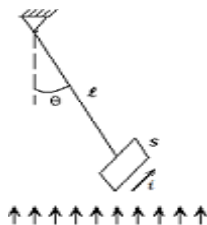


Рис. 1. Схема маятника.

Полные уравнения Лагранжа-Максвелла такого маятника в безразмерной форме имеют вид

$$\theta'' + 2n\theta' - 2\beta i \sin\tau \cos\theta + k \sin\theta = 0,$$
$$i' + \epsilon i + \theta' \sin\tau \cos\theta + \cos\tau \sin\theta = 0, \quad (1)$$

где безразмерные параметры: n - механическое сопротивление, β - параметр электромагнитного поля, ϵ - электрическое сопротивление, k - механический параметр маятника.

Традиционный метод разделения медленных и быстрых переменных дает уравнение [1, с. 52]

$$\theta'' + (2n - \epsilon\beta \cos^2\theta)\theta' + (\beta \cos\theta + k)\sin\theta = 0. \quad (2)$$

Здесь “рассеяние энергии”, связанное с электрическим сопротивлением ϵ имеет смысл, противоположный существующим физическим представлениям.

Для получения более адекватной упрощенной модели предлагается при разделении движений использовать малость параметра ϵ и представить ток в виде

$$i = -\sin\theta \sin\tau - \epsilon f(\theta, \tau). \quad (3)$$

Подстановка (3) в систему (1) и разделение переменных приводит к уравнению

$$\theta'' + (2n + \epsilon\beta \cos^2\theta)\theta' + (\beta \cos\theta + k)\sin\theta = 0. \quad (4)$$

В этом случае рассеяние энергии на электрическом сопротивлении имеет естественный характер. При таком подходе сохраняются и другие важнейшие свойства исходной математической модели.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 17-08-00715).

Литература

1. Скубов Д.Ю., Ходжаев К.Ш. Нелинейная электромеханика. М.: Физматлит, 2003. 360 с.

Electromagnetic Pendulum in Quickly Changing Magnetic Field of Constant Intensity

F.F. Rodyukov, A.I. Shepeljavyi

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Describes the new method of motions separation in the derivation of more appropriate Lagrange-Maxwell equations for considered electromagnetic pendulum.

УСТОЙЧИВОСТЬ КОЛЛИНЕАРНЫХ ТОЧЕК ЛИБРАЦИИ И РЕЗОНАНСЫ В ФОТОГРАВИТАЦИОННОЙ ЗАДАЧЕ ТРЕХ ТЕЛ

А.Т. Турешбаев¹, В.Н. Тхай², У.Ш. Омарова¹

¹Кызылординский государственный университет имени Коркыт Ата, Кызылорда, Казахстан

²Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

E-mail: aturesh@mail.ru, tkhaivn@yandex.ru, ylbosin_kz@mail.ru

Рассматривается фотогравитационная ограниченная круговая задача трех тел, в которой оба основных гравитирующих тела являются и источниками излучения световой энергии. Исследуется коллинеарные точки либрации, расположенные на прямой, проходящей через основные тела. Получены необходимые условия устойчивости, зависящие от безразмерной массы и двух произвольных параметров, называемых коэффициентами редукции масс основных тел. Впервые устойчивость в первом приближении коллинеарных точек либрации фотогравитационной задачи трех тел с двумя излучающими массами исследована в работе [1]. Нелинейное исследование коллинеарных точек рассматриваются в работах [2, 3], где с помощью метода инвариантной нормализации и теорем А.П.Маркеева [4] доказана неустойчивость при резонансе третьего порядка, а при резонансе четвертого порядка - устойчивость по Ляпунову. В настоящей работе более подробно исследуется устойчивость коллинеарных точек в круговой задаче. Построены области устойчивости указанных точек в пространстве параметров системы. Показано, что при равных массах основных тел устойчивыми могут быть частицы лишь при положительных коэффициентах редукции. При уменьшении массового параметра область устойчивости слегка расширяется. Существенное ее расширение происходит при очень малых значениях массы. При этом устойчивыми могут быть и частицы, когда одна из основных масс притягивает, а другая – отталкивает. Разработана программа, позволяющая для произвольного значения массового параметра построить резонансные кривые третьего и четвертого порядков. Проведя нелинейную нормализацию функции Гамильтона с помощью классического метода Биркгофа, и используя результаты А.П.Маркеева [4] доказана неустойчивость коллинеарных точек при внутреннем резонансе третьего порядка. При резонансе четвертого порядка показана устойчивость по Ляпунову в плоской задаче. Заметим, что эти результаты подтверждают полученные ранее в [2, 3] с помощью метода инвариантной нормализации теоретические утверждения об устойчивости указанных точек. В настоящей работе доказано, что в области устойчивости линейной системы для коллинеарных точек либрации фотогравитационной ограниченной круговой задачи трех тел всюду имеет место устойчивость по Ляпунову в плоской задаче, за исключением резонансного множества точек третьего порядка.

Литература

1. Kunitsin A.L., Tiresbbaev A.T. On the libration points in the photo-gravitational three-body problem. //Celest. Mesh., 1985. v.35 p.105-112.
2. В. Н. Тхай, Устойчивость коллинеарных точек либрации при внутреннем резонансе третьего порядка // Автоматика и телемеханика. 2011. Вып. 9. С. 121–126.
3. Н. В. Тхай, Устойчивость коллинеарных точек либрации при внутреннем резонансе третьего порядка, // Автоматика и телемеханика 2011. Вып. 9. С. 121–126.
4. Маркеев А.П. Точки либрации в небесной механике и космодинамике. М.: Наука, 1978. 312 с.

Stability of Collinear Libration Points and Resonances in the Photogravitational Three-Body Problem

A.T. Tureshbaev¹, V.N. Tkhai², U.Sh. Omarova¹

¹Korkyt Ata Kyzylorda State University, Kyzylorda, Kazakhstan

²V.A. Trapeznokov Institute of Control Science of Russian Academy of Science, Moscow, Russia

The stability of collinear libration points third and fourth-order resonances in the photogravitational restricted circular three-body problem.

ALGEBRAIC AND RADICAL POTENTIAL FIELDS: STABILITY DOMAINS IN COORDINATE AND PARAMETRIC SPACE

A.Yu. Uteshev

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia
E-mail: alexeiuteshev@gmail.com

We treat a dynamical system

$$\frac{dX}{dt} = DF/DX \quad (1)$$

generated by a function $F(X; A)$ polynomially dependent on the state variables $X \in \mathbf{R}^n$ and parameters $A \in \mathbf{R}^m$. We are looking for the *stability domains* in both spaces, i.e., the maximal

- domain $\mathbf{P} \subset \mathbf{R}^m$ such that for any parameter vector specialization $A \in \mathbf{P}$, there exists a stable equilibrium for (1), and
- domain $\mathbf{S} \subset \mathbf{R}^n$ such that any point $X_0 \in \mathbf{S}$ could be made stable equilibrium for (1) by a suitable selection of the parameter vector A .

Both domains are constructed using the purely analytical (symbolical) procedures of elimination of variables or parameters from the system $DF/DX = O_n$. For the case $m = n$, this yields representation of the boundaries of \mathbf{P} and \mathbf{S} in the form of certain algebraic equations.

We also deal with a non-polynomial function F such as

$$F(X; \{m_j\}_{j=1}^n) = \sum_{j=1}^n m_j |X - X_j|^L, \quad \{X_j\}_{j=1}^n \subset \mathbf{R}^n, \{m_j\}_{j=1}^n \subset \mathbf{R}^m$$

for some values of exponent L [2]. The problem of extension of the obtained results to arbitrary dynamical system are also discussed.

References

- Uteshev A.Yu., Goncharova M.V. On Maxwell's conjecture for Coulomb potential generated by point charges // Lecture Notes Comput. Sc. 2016. Vol. 9570. pp. 68-80
- Uteshev A.Yu., Yashina M.V. Stationary Points for the Family of Fermat-Torricelli-Coulomb-like potential function// Lecture Notes Comput. Sc. 2013. Vol. 8136, pp. 412-426

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ БПЛА

А.Ф. Хакимов, Д.В. Шиманчук

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: hafworld@gmail.com, d.shimanchuk@spbu.ru

В работе рассматривается нелинейная модель оптимального управления беспилотным летательным аппаратом (БПЛА). Описана математическая модель движения БПЛА самолетного типа. Цель управления – следование по заранее рассчитанной допустимой/оптимальной траектории. Задача, преследующая такую цель, преобразуется в проблему регулирования ошибки расхождения рассчитанной и полученной траектории. Для обеспечения устойчивости рассматриваемой модели используется принцип обратных связей. Построена имитационная компьютерная модель, на основании которой проведена серия численных экспериментов.

Литература

- Канатников А.Н., Шмагина Е.А. Задача терминального управления движением летательного аппарата // Нелинейная динамика и управление. Вып. 7. С. 79-94.
- Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем. Нелинейные модели. М.: Наука, 1988. С. 9-18.
- Канатников А.Н., Крищенко А.П., Ткачев С.Б. Допустимые пространственные траектории беспилотного летательного аппарата в вертикальной плоскости // Наука и образование, 2012.
- Андрющенко Т.А. Разработка системы управления беспилотным летательным аппаратом в режиме «зависание» // НГУ, 2013.

Study of UAV Optimal Control Problem

A.F. Khakimov, D.V. Shymanchuk

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

In this paper, a nonlinear model optimal control is used to design a stable controller for unmanned aerial vehicle (UAV). Given the mathematical model of the UAV dynamics, which is used as a airplane motion representation. The control objective is determined to track optimal trajectory. This aim is transformed into a problem of regulating the error between optimal and real trajectory. Model's stability is provided by using corrective feedback. The series of numeric simulation verified performance of created model.

К ВОПРОСУ О ПОСТРОЕНИИ МАТРИЦЫ ЛЯПУНОВА ДЛЯ КЛАССА ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

М.В. Чашников

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: mchashnikov@mail.ru

Метод функционалов Ляпунова-Красовского как обобщение классического метода функций Ляпунова является одним из распространённых подходов к исследованию систем дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. В случае линейных стационарных систем задача сводится к построению квадратичных положительно-определённых функционалов с отрицательно-определённой вдоль решения системы производной, которая, в свою очередь, является функционалом, зависящим от предыстории состояния системы [1].

При построении таких функционалов ключевую роль играет так называемая матрица Ляпунова. В работе [2] применительно к системе вида

$$\dot{x}(t) = A_0 x(t) + A_1 x(t-h) + \int_{-h}^0 G(\theta) x(t+\theta) d\theta, \quad t \geq 0. \quad (1)$$

был продемонстрирован подход, позволяющий свести задачу нахождения матрицы Ляпунова $U(\tau)$ к решению системы матричных линейных дифференциальных уравнений с запаздыванием с двумя дополнительными условиями:

$$U'(\tau) = U(\tau)A_0 + U(\tau-h)A_1 + \int_{-h}^0 U(\tau+\theta)G(\theta)d\theta, \quad \tau > 0. \quad (2)$$

$$U(\tau) = U^T(-\tau), \quad \tau \in [0, h], \quad (3)$$

$$U'(+0) - U'(-0) = -W. \quad (4)$$

Там же было показано, что матрица Ляпунова удовлетворяет системе дифференциальных уравнений без запаздываний. В [3] для частного случая постоянной «весовой» матрицы $G(\theta)$ были предложены граничные условия для этой системы без запаздываний, позволяющие однозначно получить решение задачи (2)-(4), а также доказать критерий единственности матрицы Ляпунова.

В настоящей работе развиваются результаты работы [3] для более широкого класса систем вида (1).

Литература

1. Kharitonov V.L., Zhabko A.P. Lyapunov-Krasovskii approach to the robust stability analysis of time delay systems // Automatica. 2003. Vol. 39. pp. 15-20.
2. Kharitonov V.L. Lyapunov matrices for a class of time-delay systems // Systems & Control Letters. 2006. pp. 610-617.
3. Chashnikov M.V. On the uniqueness problem of Lyapunov matrices: A system with distributed delay // Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications. 2009. pp. 1214-1217.

On the Issue of Finding of the Lyapunov Matrix for a Class of Linear System with Delay

M.V. Chashnikov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The construction of Lyapunov-Krasovskii functionals for linear time-delay system depends on so-called Lyapunov matrix. We study the problem of finding this matrix by solving the delay-free equations with specific boundary conditions.

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ НЕКОТОРЫХ НЕСИММЕТРИЧНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВРАЩЕНИЙ МЕРКУРИАНСКОГО ТИПА

Т.Е. Чуркина¹, С.Я. Степанов²

¹*Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), Москва, Россия*

²*Вычислительный центр им. А.А. Дородницына Федерального исследовательского центра*

«Информатика и управление» РАН, Москва, Россия

E-mail :tatiana802@mail.ru, stepanj@ya.ru

Множества плоских симметричных резонансных периодических вращений меркурианского типа для спутника на эллиптической орбите исследовались в [1, 2]. Устойчивость таких вращений в случае достаточно малого параметра инерции исследована в [2]. Обширный обзор результатов по этой проблеме дан в [3].

Здесь мы исследуем нелинейную устойчивость некоторых несимметричных периодических вращений меркурианского типа. Используется метод [4], основанный на построении нормальной формы для отображения фазового пространства за период исследуемого вращения. Исследование проведено для значения эксцентриситета орбиты, соответствующего орбите Меркурия. Приведены зависимости начальных условий периодических вращений от параметра инерции спутника и типичные фазовые портреты периодических вращений.

Внутри областей устойчивости в линейном приближении выделены точки (начальные условия), для которых вопрос об устойчивости решается резонансными членами третьего порядка и о неустойчивости – членами четвертого порядка нормальной формы производящей функции отображения. Указаны точки, вопрос об устойчивости для которых решается членами более высокого порядка.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-21-00068).

Литература

1. *Белецкий В.В., Лавровский Э.К.* К теории резонансного вращения Меркурия // *Астрономический журнал.* 1975. Т. 52. Вып. 6. С. 1299-1308.
2. *Маркеев А.П.* Линейные гамильтоновы системы и некоторые задачи об устойчивости движения спутника относительно центра масс. Москва; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2009. 394 с.
3. *Брюно А.Д.* Семейства периодических решений уравнения Белецкого // *Космические исследования.* 2002. Т. 40. №. 3. С. 295-316.
4. *Маркеев А.П.* Об одном способе исследования устойчивости положений равновесия гамильтоновых систем // *Изв. РАН. МТТ.* 2004. № 6. С. 3-12.

On Stability of Some Asymmetric Periodic Mercury-type Rotations

Т.Е. Чуркина¹, С.Я. Степанов²

¹*Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia*

²*Dorodnicyn Computing Center, Federal Research Center "Computer Science and Control" of RAS, Moscow, Russia*

Manifolds of planar symmetrical periodic Mercury-type rotations of a satellite on elliptical orbit were investigated in [1, 2]. Their nonlinear stability for rather small parameter of inertia was investigated in [2]. A large survey

of the results on this problem was given in [3]. Here we investigate nonlinear stability of some asymmetrical periodic Mercury-type rotations by the method [4].

References

1. *Beletskii V.V., Lavrovskii E.K.* On the theory of Mercury resonance rotation [in Russian] // *Astronomy Journal*. 1975. Vol. 52. Iss. 6. pp. 1299-1308.
2. *Markeev A.P.* Linear Hamiltonian systems and particular problems on stability of satellite motion about its center of mass [in Russian] // NITs «Regular and chaotic Dynamic», Izhevsk, 2009.
3. *Bruno A.D.* Families of periodic solutions to the Beletsky equation // *Cosmic Research*. 2002. Vol. 40. Iss. 3. pp. 274-295.
4. *Markeev A.P.* Stability of equilibrium states of Hamiltonian systems: a method of investigation // *Mechanics of Solids*. 2004. Vol. 39. № 6. pp. 1-8.

VII

БИОМЕХАНИКА

BIOMECHANICS

АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ГЛАЗА ПОСЛЕ КОРЕКЦИИ ГИПЕРМЕТРОПИИ МЕТОДОМ ЭЛАСТОТОНОМЕТРИИ

С.М. Бауэр, Л.А. Венатовская

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: s.bauer@spbu.ru, l.venatovskaya@spbu.ru

Задача определения внутриглазного давления (ВГД) важна для исследования и диагностики ряда глазных болезней. В клинической практике существует много способов измерения ВГД, при которых давление оценивается по деформации глазного яблока в результате механического воздействия на роговицу. Практически всегда оценки ВГД, полученные тонометрами, предполагают, что роговица имеет средние стандартные радиус кривизны и толщину. Известно, что современные тонометры очень чувствительны к толщине роговицы, а самым точным до сих пор остается тонометр Маклакова, который был предложен еще в 1884 году. В связи с этим после кераторефракционных операций по коррекции зрения, меняющих кривизну и толщину роговицы, применяют аппланационный тонометр Маклакова.

Для оценки биомеханических свойств оболочки глаза в последнее время стали также использовать эластотонометрию [1]. В результате последовательного измерения внутриглазного давления тонометрами Маклакова – грузиками весом 5; 7,5; 10 и 15 г строится кривая, которая позволяет оценить состояние корнеосклеральной оболочки глаза. Данная методика была предложена Филатовым-Кальфе и изначально использовалась только при диагностике глаукомы. Известно, что отклонения эластокривой от норм встречается при таких патологиях роговицы как краевая эктатическая дистрофия, когда неоднородная роговица становится особенно слабой в окрестности склеры. Операции по коррекции гиперметропии (дальнозоркости) также приводят к ослаблению роговицы на периферии, при этом поведение эластокривых изучено мало.

В работе представлена математическая модель измерения внутриглазного давления тонометрами Маклакова и исследуется зависимость тонометрического давления от массы груза до и после операций по коррекции гиперметропии выполняемых методами LASIK и IntraLASIK. Решается задача о напряженно-деформированном состоянии сопряженных трансверсально-изотропных сферических сегментов, находящихся под действием внутреннего нормального давления и груза с плоским основанием. Измерение внутриглазного давления моделируется контактными поверхностями в программном пакете ANSYS. На первом шаге нагружения прикладывается внутриглазное давление, затем прикладывается сила, соответствующая весу тонометра. После приложения тонометра, внутриглазное давление увеличивается так, чтобы объем внутри составной оболочки соответствовал значению до нагружения и фиксируется площадка контакта груза и оболочки. По размерам площадки контакта определяется тонометрическое давление и строится эластокривая. Результаты расчетов сравниваются с клиническими данными.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 15-01-06311.

Литература

1. Шевченко М.В., Братко О.В. Оценка биомеханических особенностей фиброзной оболочки глаза при миопии и глаукоме // РМЖ «Клиническая Офтальмология». 2011. Т. 12. № 4. с. 124.

Strain-stress State Analysis of the Eye after Hypermetropic Correction by the Elastotometry Method

S.M. Bauer, L.A. Venatovskaya

Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg, Saint Perersburg, Russia

The mathematical model of measuring of the intraocular pressure (IOP) by Maklakov tonometer in the software package ANSYS is presented. The dependence of the tonometric pressure on the weight of the tonometer before and after LASIK and IntraLASIK hypermetropic correction is analyzed. Cornea-scleral eye shell is modeled as two thin transversely-isotropic conjectured spherical shells with different radii of curvature and biomechanical properties. To estimate the state of the corneoscleral membrane of the eye after the surgery the elastotometry method is used. Firstly sequential measurements of intraocular pressure by Maklakov tonometers weighting 5; 7.5; 10 and 15 g is carried out, then the curve tonometer weight vs. tonometric IOP is plotted. The results of the calculations are compared with the clinical data.

ЗАМКНУТЫЕ РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНЫХ УРАВНЕНИЙ ТЕРМОУПРУГОСТИ КОМПОЗИЦИЙ ИЗ ГЛАДКО СОПРЯЖЕННЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ

Г.Н. Белосточный, О.А. Мыльцина

*Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия
E-mail: belostochny@mail.ru, omyltcina@yandex.ru*

В различных областях современной техники широко используются составные конструкции из различных по геометрическим свойствам оболочек вращения. Анализ термоупругого поведения составных оболочек, на основе дискретной модели, приближенными методами высшего анализа приводит к непреодолимым математическим трудностям, по причине сложности систем дифференциальных уравнений элементов композиции, связанных в систему условиями сопряжения самих элементов. Использование численных методов малопривлекательно для инженерной практики, по понятным причинам. В работах [1, 2] впервые предложена математически строгая континуальная модель композиции из гладко сопряженных оболочек вращения. Вводится в рассмотрение обобщенный вектор положения любой точки срединной поверхности композиции и стандартными методами теории поверхностей определяются обобщенные параметры Ламе и главные кривизны составной оболочки. Это позволило стандартным образом конкретизировать коэффициенты в сингулярных уравнениях термоупругости оболочки в триортогональных криволинейных координатах с учетом геометрии композиции на основе различных по степени точности моделей – типа Лява или Рейсснера.

В данной работе, на основе безмоментной теории, получены многочисленные замкнутые интегралы сингулярных уравнений [3] термоупругости для различных вариантов композиций из элементов в виде сферы, конуса, цилиндра и эллипсоида. Решение в случае композиции «сфера-цилиндр-сфера» полностью согласуется с результатами, приведенным в книге академика Новожилова В.В. [4]. Отмечается возможность устранения разрыва первого рода в одном из тангенциальных усилий на линии искажения с помощью дополнительной кусочно-непрерывной нагрузки заданной интенсивности для композиции «сфера-конус», что немаловажно для инженерной практики.

Результаты получены в рамках выполнения гос. задания Минобрнауки России № 9.8570.2017/8.9.

Литература

1. Белосточный Г.Н., Ульянова О.И. Континуальная модель композиции из оболочек вращения с термочувствительной толщиной // Известия РАН, Механика твёрдого тела, №2, 2011. С. 32-40.
2. Белосточный Г.Н. Основные уравнения термоупругости композиций из оболочек, гладко сопряженных между собой // Вестник Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, № 4, часть 5. С.2013-2016.
3. Белосточный Г.Н. Аналитические методы определения замкнутых интегралов сингулярных дифференциальных уравнений термоупругости геометрически нерегулярных оболочек // Доклады академии военных наук. Поволжское отделение. ОАО «КБ Электроприбор», г. Саратов. 1999. № 1. с.14-26.
4. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. Судпромгиз, 1951. 344 с.

Closed Solutions of Singular Equations of Thermoelasticity of Compositions from Smoothly Connected Shells of Revolution

G.N. Belostochny, O.A. Myltcina

Saratov State University, Saratov, Russia

Closed integrals of singular equation of thermoelasticity for different cases of compositions of the elements in the form a sphere, cone, cylinder and ellipsoid based of the membrane theory of shells are received. For case of sphere – cylinder – sphere, the solution coincides with the solution given in the book by V.V. Novozhilov. It is noted that it is possible to eliminate the discontinuities of the first kind in one of the tangential effort on the line distortion using piecewise continuous effort with a given intensity.

БИОМЕХАНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ КРОВЕНОСНОГО ПОТОКА И СОСУДОВ, ПИТАЮЩИХ МОЗГ

П.И. Бегун, Г.Т. Башарова

*Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»
имени В.И. Ульянова, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: begun@fromru.com, gulnara.basharova1@gmail.com*

Разработан алгоритм и проведены исследования характера потока крови в кровеносных сосудах головного мозга в норме и при атеросклеротических отложениях. Проведен анализ влияния атеросклеротических поражений в узле бифуркации сонной артерии на поток крови в вертебробазилярном бассейне.

Исследование характера потока крови в кровеносных сосудах головного мозга в норме и при наличии атеросклеротических отложений.

На основе данных ангиографии и магнитно-резонансной томографии конкретного пациента построена трехмерная геометрическая модель брахиоцефальной артерии в системе SolidWorks (рис. 1).

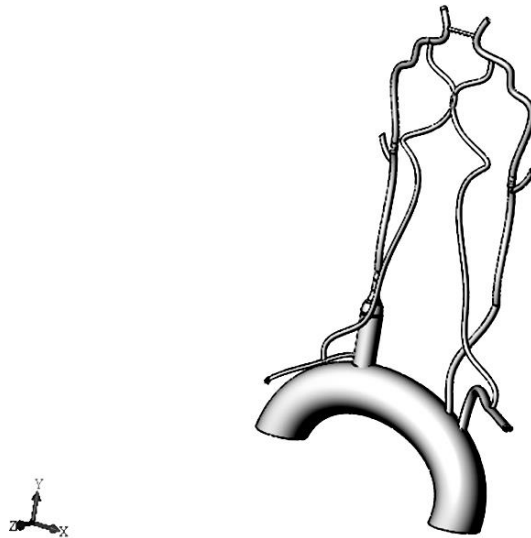


Рис. 1. Трехмерная модель брахиоцефальной артерии.

Трехмерная модель экспортировалась в систему Ansys Workbench, где создавалась вычислительная сетка и проводилось численное моделирование.

Для расчета течения крови был выбран модуль Ansys Fluid flow (CFX), а для расчета напряженно-деформированного состояния стенок применялся модуль Mechanical.

При вычислениях введены следующие допущения: кровь – несжимаемая однородная вязкая ньютоновская жидкость, течение которой описывается системой уравнений Навье-Стокса. Динамическая вязкость крови при расчетах считалась равной $0,004 \text{ Па}\cdot\text{с}$, плотность – 1050 кг/м^3 . Модуль нормальной упругими стенки кровеносных сосудов $0,55 \text{ МПа}$, коэффициент Пуассона $0,49$ с плотностью 1400 кг/м^3 .

Biomechanical Analysis of the Blood Flow and Cerebral Vessels Condition

P.I. Begun, G.T. Basharova

Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI", Saint Petersburg, Russia

An algorithm for numerical simulation of blood streams in the brain vessels with and without atherosclerotic deposits is discussed. The effect of atherosclerotic lesions in the carotid bifurcation node on the blood flow in the vertebrobasilar region is studied.

БИОМЕХАНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ СТРУКТУР МОЗГА ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ

П.И. Бегун, П.А. Дубровина

*Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»
имени В.И. Ульянова, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: begun@fromru.com, polinadubrovina@mail.ru*

Разработан поэтапный алгоритм преобразования медицинских снимков в геометрическую модель головы. Построена содержательная модель головы человека с местами закрепления и приложения нагрузок. Модель включает череп, мозг, мягкую мозговую оболочку, твердую мозговую оболочку, спинномозговую жидкость.

Черепно-мозговая травма относится к наиболее распространенным видам травм. Доступные научные публикации, касающиеся моделирования и исследования механики черепно-мозговых травм, используют единственную существующую модель головы, представленную Королевским Технологическим институтом в 2002 году [1]. Анализировать состояние структур мозга при различных внешних воздействиях позволяет интегральный компьютерный метод, представляющий симбиоз биомеханического компьютерного моделирования и анализа биологических структур по данным клинических томографических исследований.

Целью работы является разработка параметрических моделей головы человека, построенных по клиническим данным (компьютерные и магниторезонансные томограммы) и позволяющих проводить анализ состояния структур головы конкретного человека при различных статических и динамических нагрузках.

Алгоритм построения геометрической модели состоит из следующих этапов: 1. Просмотр серии снимков КТ и МРТ пациента в программе DICOMViewer; 2. Объемное моделирование по срезам; 3. Выделение тканей путем выбора параметров фильтра; 4. Удаление неиспользуемых структур; 5. Экспорт поверхности в формате .stl, выбор числа полигонов; 6. Проверка полученной поверхности в программе MeshLab; 7. Импорт в программу SolidWorks, создание твердотельной модели. Сборка элементов модели. Введены допущения: материал каждого элемента однородный и изотропный, начальные напряжения отсутствуют. Механические свойства биологических объектов: модуль нормальной упругости в МПа, и (плотность в $\text{кг}/\text{м}^3$) заданы соответственно: кортикальной кости 15000 (2000), губчатой кости 1000 (1300), твердой мозговой оболочки 31.5 (1130), мягкой мозговой оболочки 11,5 (1130), спинномозговой жидкости 15000 (1000). Модули упругости при сдвиге в кПа заданы соответственно: у серого вещества 10, у белого вещества 12,5, у ствола мозга 22,5, у мозжечка 10. Плотность у последних четырех объектов $1060 \text{ кг}/\text{м}^3$. При разных характерах нагрузки возникают разные движения и, соответственно, различные реакции в разных областях мозга. Серое вещество менее чувствительно к направлению внешнего воздействия. Белое вещество более чувствительно. Введение в модель кровеносных сосудов приводит к снижению напряжений и деформаций.

Литература

1. Kleiven S. Finite Element Modeling of the Human Head. Stockholm: Department of Aeronautics Royal Institute of Technology, 2002. 63 с.

Biomechanical Analysis of the Conditions of Brain Structures under Dynamic Loads

P.I. Begun, P.A. Dubrovina

Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI", Saint Petersburg, Russia

The step-by-step transformation algorithm of the medical image into the geometrical model of the head was developed. The model of the human head with places of fixing or loading was constructed. The model includes a skull, a brain, a pia mater, a dura mater, a cerebrospinal fluid.

БИОМЕХАНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЛЕВОГО ЖЕЛУДОЧКА СЕРДЦА И КРОВЕНОСНОГО ПОТОКА ПОСЛЕ МИЭКТОМИИ И СЕПТАЛЬНОЙ АБЛЯЦИИ.

П.И. Бегун¹, Е. Иевлева¹, В.К. Сухов², Э. Мбазумутима¹

¹Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»
имени В.И. Ульянова, Санкт-Петербург, Россия

²Городская многопрофильная больница №2, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: begun@fromru.com, iyeveleva94@gmail.com, eliachim2013@yandex.ru

В работе отражены результаты биомеханического анализа состояния структур левого желудочка (ЛЖ) и характеристик потока после применения миэктомии и септальной абляции, а также результаты исследования кровотока в септальной артерии во время сердечного цикла. Результаты показывают, что снижение толщины межжелудочковой перегородки позволяет снизить градиент давления в ЛЖ, увеличить фракцию выброса и нормализовать распределение давления в стенках ЛЖ. При исследовании потока крови в септальной артерии во время сердечного цикла было сделано заключение о необходимости вводить спиртовые растворы медленно и с одинаковой скоростью во время сердечного цикла.

Сердце играет функцию насоса, развивая градиент давления, необходимый для поддержания кровотока. Многие патологические нарушения в системе кровообращения, такие как обструкция выходного тракта ЛЖ, пороки клапанов сердца, артериальная гипертензия и другие могут привести к гипертрофии ЛЖ [1, 2]. Часто при обструкции выходного тракта ЛЖ возникает асимметрическая гипертрофия межжелудочковой перегородки [3]. В качестве хирургического вмешательства пациенту назначают либо септальную миэктомию или спиртовую септальную абляцию.

Цель данной работы заключается в биомеханическом исследовании напряженно-деформированного состояния (НДС) ЛЖ, его внутреннего кровеносного потока при гипертрофии межжелудочковой перегородки и после септальной миэктомии или септальной абляции, и также оценке потока крови в септальной артерии во время сердечного цикла.

Компьютерные модели ЛЖ и септальной артерии были построены на основе данных клинических исследований пациента (компьютерных томограмм, эхокардиограмм, ангиограмм). Анализ НДС был проведен в программе SolidWorks Simulation. При исследовании кровотока была использована программа SolidWorks Flow Simulation. При проведении биомеханического исследования материал ЛЖ предполагали упругим и изотропным, а поток – мало турбулентным. Учтены изменения модуля нормальной упругости миокарда и давления в ЛЖ в течении всего сердечного цикла.

Иссечение участка гипертрофированной межжелудочковой перегородки толщиной 10,3 мм значительно снижает в систоле градиент давления на выходе из ЛЖ и обеспечит равномерное распределение напряжений между стенками ЛЖ. Скорость потока крови в септальной артерии во время сердечного цикла достаточно большая, поэтому для недопустимости проникновения этанола в нижележащие артерии при проведении септальной абляции, этанол нужно вводить медленно и с одинаковой скоростью во время сердечного цикла.

Литература

1. R. Wolk Arrhythmogenic mechanisms in left ventricular hypertrophy// Europace, Vol. 2, July 2000.
2. Beverly H. Lorell, MD; Blase A. Carabello, MD Left Ventricular Hypertrophy Pathogenesis, Detection, and Prognosis // Circulation. 2000; 102:470-479.
3. WALTER L. HENRY, M.D. Asymmetric Septal Hypertrophy. Echocardiographic Identification of the Pathognomonic Anatomic Abnormality of IHSS // Circulation, Volume XLVII, February 1973.

Biomechanical Analysis of the Left Ventricle of the Heart and Blood Flow after Myectomy and Septal Ablation

P.I. Begun¹, Y. Iyevleva¹, V.K. Sukhov², E. Mbazumutima¹

¹Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI", Saint Petersburg, Russia

²City multi-field hospital №2, Saint Petersburg, Russia

In this work we report the results of a biomechanical analysis of the state structures of the left ventricle (LV) and flow characteristics after performing myectomy and septal ablation, the results of the study of blood flow in septal arterial during the cardiac cycle. The results show that the reduction in the thickness of the interventricular septum allows reducing the pressure gradient in the left ventricle, increased ejection fraction and normalized

pressure distribution in the LV walls. In the study of blood flow in the septal artery during the cardiac cycle was made conclusion about necessity to enter the alcohol solution slowly and with the same speed during the cardiac.

АНАЛИЗ ИЗМЕНЕНИЯ РАСПОЛОЖЕНИЯ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ В СПОРТИВНОЙ БОРЬБЕ

Н.В. Ваганова¹, А.Г. Левицкий², Д.А. Матвеев¹, О.В. Ошина¹, А.А. Поципун¹

¹*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*

²*Национальный государственный университет физической культуры, спорта и здоровья имени П.Ф. Лесгафта, Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: dmitrijmatveev@yandex.ru

Вопрос о правильной технике выполнения приемов всегда будет интересовать специалистов и любителей спортивной борьбы. Однако, мнения по поводу правильности техники расходятся. В связи с этим представляется целесообразным оценить изменения расположения центра тяжести человеческого тела в различных положениях. Это позволит оценить объективные параметры, такие как импульс, сила или энергия. С их помощью можно будет охарактеризовать ту или иную технику выполнения приема. В процессе работы были проанализированы шесть положений тела, которые встречаются в спортивной борьбе.

Расположение центра тяжести определялось по хорошо известным из курса механики формулам:

$$\xi = \sum_{i=1}^n \frac{m_n x_n}{M},$$

где ξ – координата абсциссы центра тяжести системы из n тел, m_n – масса n -го сегмента этой системы, x_n – координата абсциссы n -го сегмента этой системы;

$$\eta = \sum_{i=1}^n \frac{m_n y_n}{M},$$

где η – координата по оси ординат центра тяжести системы из n тел, y_n – координата по оси ординат n -го сегмента этой системы.

В результате проведенной работы оказалось возможным определить детали выполнения техники ряда приемов, а также природу выведения из положения равновесия.

The Analysis of Change of the Center of Mass Position in Wrestling

N.V. Vaganova¹, A.G. Levitskiy², D.A. Matveev¹, O.V. Oshina¹, A.A. Potsipun¹

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

²*Lesgaft National State University of Physical Education, Sport and Health, Saint Petersburg, Russia*

The question of a right technique of holds performance is always interesting for specialists and amateurs of wrestling. However, the opinions vary on the point which technique is right. In this connection it is reasonable to estimate the change of the center of mass location of a human body in different positions. This makes it possible to evaluate such objective parameters as impulse, force, or energy. With the help of them one can characterize any technique of holds performance. Six positions of a human body which one can come across in wrestling are analyzed. As a result, the details of performance of a number of holds and the nature of loss the state of equilibrium are determined.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ГЕОМЕТРИИ РОГОВИЦЫ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЯ ВНУТРИГЛАЗНОГО ДАВЛЕНИЯ

Е.Б. Воронкова, Д.И. Журавлева, Т.М. Тюганова

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: e.voronkova@spbu.ru

В настоящей работе исследуется влияние геометрических параметров роговицы на показатели результаты измерения внутриглазного давления (ВГД), полученные с помощью аппланационных тонометров Маклакова и Гольдмана.

В первой части работы проведен глобальный анализ чувствительности параметров модели [1], в которой глаз рассматривается как тонкая оболочка вращения, состоящая из двух сферических сегментов, моделирующих роговицу и склеру. Были рассчитаны показатели чувствительности, позволяющие оценить влияние исходных параметров модели на результат моделирования, а также выявить наиболее влияющие параметры или группу параметров.

Во второй части работы для оценки напряженно-деформированного состояния сопряженных оболочек при изменении внутриглазного давления построена конечно-элементная модель в прикладном пакете Comsol Multiphysics.

Роговая оболочка глаза, обычно, моделируется сферическим сегментом, как в [1], или сегментом эллипсоида вращения. Однако, при астигматизме или после операций по коррекции зрения профиль роговицы становится асимметричным, и внутренняя и внешняя поверхности роговица точнее описываются биконическими поверхностями

$$z(\rho, \varphi, R_x, R_y, Q_x, Q_y, z_0) = z_0 - \frac{\rho^2 A}{1 + \sqrt{1 - \rho^2 B}},$$

$$A = \frac{\cos^2(\varphi - \varphi_x)}{R_x} + \frac{\sin^2(\varphi - \varphi_y)}{R_y}, \quad B = \frac{\cos^2(\varphi - \varphi_x)}{R_x^2} + \frac{\sin^2(\varphi - \varphi_y)}{R_y^2},$$

где (ρ, φ, z) – цилиндрическая система координат, R_x, R_y – радиусы кривизны роговицы в центре в направлении главных меридианов, φ_x – направление наиболее крутого меридиана, Q_x, Q_y – параметры, показывающие отклонение формы роговицы от сферической в направлениях φ_x и $\varphi_x + \pi/2$, соответственно. Склеральная оболочка моделируется сферическим сегментом постоянной толщины. Материал роговицы предполагается ортотропным неоднородным.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 15-01-06311-а с использованием оборудования ресурсного центра Научного парка СПбГУ «Обсерватория экологической безопасности».

Литература

1. Bauer S.M., Lyubimov G.A., Tovstik P.E. On the mathematical simulation of the measuring of the intraocular pressure by Maklakoff method // Technische Mechanik. 2004. vol. 24(3), pp. 231–235.

Effect of Corneal Geometrical Parameters on Intraocular Pressure Readings

E.B. Voronkova, D.I. Zhuravleva, T.M. Tyuganova

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Impact of the corneal geometrical parameters on the intraocular pressure (IOP) readings obtained by the Maklakoff and Goldman tonometers is discussed. To take into account asphericity and asymmetrical, the anterior and posterior surfaces of the cornea are modelled as biconical surfaces. The sclera is modelled by a spherical segment of constant thickness. The material of the cornea is assumed to be orthotropic. Sensitivity analysis is performed to quantify the relative importance of material and geometrical parameters of the eyeball on the IOP readings.

DESIGN OF MEMRISTIVE INTERFACE BETWEEN ELECTRONIC NEURONS**S.A. Gerasimova¹, A.N. Mikhaylov², A.I. Belov², D.S. Korolev², O.N. Gorshkov²,
V.B. Kazantsev¹**¹*Institute of Biology and Biomedicine, Lobachevsky State University, Nizhny Novgorod, Russia*²*Research Institute of Physics and Technology, Lobachevsky State University, Nizhny Novgorod, Russia*

E-mail: gerasimova@neuro.nnov.ru, mian@nifti.unn.ru

The interface between electronic neurons realized by memristive device has been designed. The dynamics of two electronic neuron oscillators coupled via memristive device has been investigated. Such model mimics the interaction between synaptically coupled brain neurons with the memristive device imitating neuron axon. The synaptic connection is provided by the adaptive behaviour of memristive device that changes its resistance under the action of spike-like activity. It is shown experimentally that such connection gives rise to forced synchronization with 1:1 and 1:2 locking ratios. Mathematical model of such a memristive interface also has been proposed to describe and predict the observed regularities.

The design of compact neuromorphic systems (including micro- and nanochips) capable of reproducing the information and computing functions of brain cells is a great challenge of the modern science and technology. This is primarily connected with promising medical applications and the development of artificial neurochip implants for affecting electroexcitable cells (neuron cells or, for example, cardiomyocytes), controlling their activity, and replacing damaged nerve tissue. Another topical direction is the application of these devices to develop the neuromorphic systems of automatic control and synchronization, recognition systems and systems for information coding and decoding.

In this work, two electronic neurons are coupled via memristive device. Each neuron is implemented as a pulse signal generator based on the modified FitzHugh-Nagumo equations. This model provides a qualitative description of the main neuron characteristics including excitable and self-oscillatory dynamics. The change in resistance under the action of electric field (current) is a fundamental property of memristive device as a model of memristor and is equivalent to the change in coupling strength of pulse generators. Thin metal-oxide-metal film nanostructures based on different oxide dielectrics, namely, Au/SiO₂/TiN/Ti and Au/ZrO₂(Y)/TiN/Ti have been used as memristive devices. The devices were fabricated by magnetron sputtering on oxidized silicon substrates. The thickness of the dielectric layers (SiO₂ or ZrO₂(Y)) was 40 nm, the thickness of the top Au electrode was 40 nm, and the thickness of the bottom TiN/Ti electrode was 25/25 nm. By applying complex periodic signal from the electronic neuron to the memristive devices, the adaptive behavior has been shown for both kinds of memristive nanostructures. The response to pulse neuron-like activity is shown to depend on the kind of oxide used in the memristive nanostructure.

After testing and tuning the neuron-like generators, their interaction mediated by the memristive device as a synaptic connection was studied. The output signal from the first pulse generator was applied to the input (top electrode) of memristive device. The output signal from memristive device (from bottom electrode) was sent to the input of the second pulse generator. Such unidirectional signal transmission implements the functionality of the excitatory synaptic coupling. By increasing the amplitude of signal from the first electronic neuron, it is found that such memristive coupling can provide forced synchronization of the second electronic neuron. Synchronization regimes with frequency locking ratios 1:1, 1:2 are observed by varying the amplitude of the first neuron signal.

The observed coupling regularities were simulated by using the FitzHugh-Nagumo equations for neuron-like generators and simple mathematical model that allows appropriate fitting the experimentally observed current-voltage switching curves of memristive devices. The simulation makes it possible to predict the synchronization regimes depending on the range of resistance change for memristive interface.

In conclusion, the synaptic connection of neuron-like generators using the memristive interface is experimentally implemented and theoretically described; the characteristics of this connection are found. Different signal modulation mode synchronizations of 1:1 and 2:2 are demonstrated for the Au/ZrO₂(Y)/TiN/Ti memristive device with a wider range of sensitivity to the impact of input signal. The study contains a key data for constructing neuromorphic models that simulates the learning rules for neural networks of brain, as well as for developing and implementing hybrid neural systems that consist of a control device, memristive structure, and live neural network.

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ПЛАНИРОВАНИЯ ПЕРСОНИФИЦИРОВАННОГО ХИРУРГИЧЕСКОГО РЕКОНСТРУКТИВНОГО ЛЕЧЕНИЯ ДУГИ АОРТЫ

А.А. Голядкина, И.В. Кириллова, Л.Ю. Коссович, А.В. Полиенко

*Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия
E-mail: aagramakova@mail.ru*

Исследование направлено на развитие персонафицированной медицины. Разработан алгоритм планирования персонафицированного хирургического реконструктивного лечения патологий аорты.

Построение геометрии исследуемого биологического объекта, определение начальных и граничных условий осуществляется на основе данных медицинского диагностического оборудования (компьютерный и магнитно-резонансный томограф, ультразвуковые приборы) для конкретного пациента. Механические и топогистоморфометрические параметры материалов определены в ходе натуральных экспериментов. На основе полученных данных проведено биомеханическое моделирование, реализованное методом конечных элементов, по результатам которого проведена оценка физиологических процессов в изучаемом объекте в норме, при патологии и после проведения различных вариантов хирургического реконструктивного лечения.

Внедрение в практическую хирургию методов биомеханического моделирования, несомненно, позволит снизить процент развития осложнений оперативных вмешательств. Поскольку хирург, на дооперационном этапе, будет проводить выбор метода хирургического реконструктивного лечения на основе данных биомеханического моделирования, имеющегося современного высокотехнологического медицинского оборудования и профессионального мастерства.

Development of Scheduling Algorithm Personalized Reconstructive Surgical Treatment of the Aortic Arch

A.A. Golyadkina, I.V. Kirillova, L.Yu. Kossovich, A.V. Polienko

Saratov State University, Saratov, Russia

Object of the study is improving the quality of medical surgical care for patients with pathologies of the aorta. To achieve the objective developed scheduling algorithm personalized reconstructive surgical treatment.

ПРОГРАММА ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССА ПОСТРОЕНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ СОСУДОВ ВИЛЛИЗИЕВОГО КРУГА

А.В. Доль, Д.В. Иванов

*Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия
E-mail: nerevishl@gmail.com, ivanovdv@gmail.com*

Построение точных пациент-ориентированных моделей кровеносных сосудов является неотъемлемой частью биомеханического моделирования, направленного на исследование гемодинамики и прогнозирование возможных патологических процессов. Получить модель сосудов виллизиевого круга возможно на основе данных магнитно-резонансной или компьютерной томографии, однако стандартными средствами программ-просмотрщиков таких изображений возможно построение лишь поверхностных трехмерных моделей, непригодных для численного моделирования.

При конечно-элементном моделировании гемодинамики сосудов виллизиевого круга необходимо строить твердотельные модели, что требует, как правило, обработки томограмм в ручном режиме [1]. Для оптимизации процесса обработки серии изображений была разработана программа, позволяющая автоматически определять контуры интересующего сосуда на срезе и строить кривую в формате, совместимом с системой автоматизированного проектирования (САПР) SolidWorks. Импортируя набор таких автоматически полученных кривых в САПР, можно встроенными инструментами восстанавливать твердотельную геометрию сосуда, не затрачивая сил и времени на обработку каждого среза вручную.

В работе представлены результаты построения твердотельной модели участка виллизиевого круга человека, построенной с использованием разработанного программного продукта.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №17-71-10191).

Литература

1. Иванов Д.В., Доль А.В., Павлова О.Е., Аристамбекова А.В. Моделирование виллизиевого круга человека в норме и при патологии // Российский журнал биомеханики. 2013. Т. 17. № 3 (61). С. 49-63.

Software for Optimization of the Construction Process of Three-Dimensional Willis Circle Solid State Models

A.V. Dol, D.V. Ivanov

Saratov State University, Saratov, Russia

The paper presents the results of constructing a solid model of a willis circle section, constructed using the developed software product. The software allows to optimize the modeling process by automatically constructing the vascular contours at each slice and to import the resulting curves into SolidWorks CAD.

АНАЛИЗ КЛИНИЧЕСКИХ ДАННЫХ О РАЗОРВАВШИХСЯ И НЕРАЗОРВАВШИХСЯ АНЕВРИЗМАХ СОСУДОВ ГОЛОВНОГО МОЗГА ЧЕЛОВЕКА

А.В. Доль, Д.В. Иванов

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия
E-mail: nerevishl@gmail.com, ivanovdv@gmail.com

Данное исследование нацелено на повышение качества медицинского обслуживания и, в частности, на повышение качества хирургического лечения аневризм сосудов головного мозга. Биомеханические критерии успешности лечения позволят применять методы биомеханического и численного моделирования на этапе предоперационного планирования хирургических операций на аневризмах головного мозга.

Выполнен обзор научных статей, выпущенных с 2012 по 2017, посвященных клиническим данным о разорвавшихся и неразорвавшихся аневризмах сосудов головного мозга человека. Особое внимание уделено аневризмам передней мозговой артерии и задних мозговых артерий, так как именно они наиболее часто подвержены появлению данной патологии.

Собрана статистика из опубликованных научных статей по клиническим данным аневризм сосудов головного мозга. Статистика собрана с целью выявления морфологических и других факторов, определяющих разрыв аневризм. Исследована связь между параметрами аневризм (абсолютные и относительные размеры, локализация, пол пациента, возраст пациента и возраст аневризмы, наличие сопутствующих заболеваний сердечнососудистой системы и другие) и их разрывом (то есть, разорвалась – не разорвалась). Сформулированы различия между разорвавшимися и неразорвавшимися аневризмами сосудов головного мозга по их локализации, форме, размерам (абсолютными и относительными) и других характеристикам.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №17-71-10191).

Analysis of Clinical Data on Ruptured and Unruptured Aneurysms of Human Cerebral Vessels

A.V. Dol, D.V. Ivanov

Saratov State University, Saratov, Russia

This study aims to improve the quality of medical care and, in particular, to improve the quality of surgical treatment of aneurysms of cerebral vessels. Biomechanical criteria of the success of treatment will allow using

methods of biomechanical and numerical modeling at the stage of preoperative planning of surgical operations on cerebral aneurysms.

БИОМЕХАНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕКОНСТРУКТИВНОГО ВМЕШАТЕЛЬСТВА НА ПЕРЕХОДНОМ ГРУДОПОЯСНИЧНОМ ОТДЕЛЕ ПОЗВОНОЧНИКА

**А.М. Донник, В.В. Зарецков, И.В. Кириллова, Л.Ю. Коссович, С.В. Лихачев,
И.А. Норкин**

*Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия*

Саратовский государственный медицинский университет имени В.И. Разумовского, Саратов, Россия
E-mail: donnikam@info.sgu.ru, likha4@mail.ru

Проблема повреждений позвоночника актуальна в связи с ее огромным медико-социальным и экономическим значением для современного общества. Частота травм позвоночного столба постоянно растет и на сегодняшний день в России составляет до 35 человек на 100 000 населения [1]. Наиболее часто встречающаяся локализация травм — груднопоясничный переходный отдел, который включает в себя 4 позвонка Th11, Th12, L1, L2. Переход минимально подвижного, укрепленного реберным каркасом, грудного отдела в подвижный поясничный и полиморфность строения Th11-L2 позвонков делает данные сегменты наиболее уязвимыми. Повреждения на уровне перехода зачастую сопровождаются деформацией позвоночника и сдавлением содержимого позвоночного канала костными фрагментами. С целью достижения нормального сагиттального баланса и профиля переходного груднопоясничного отдела позвоночника в случаях неэффективности или нецелесообразности применения консервативного лечения прибегают к оперативному вмешательству – металлоспондилосинтезу [2, 3]. В качестве объекта исследования выбран переходный груднопоясничный отдел позвоночника (Th11-L2). Выполнено биомеханическое моделирование реконструктивной операции на данном отделе. Твердотельная модель объекта исследования построена в пакете Mimics на основе результатов КТ и откорректирована в соответствии с результатами X-гау для здорового человека и для пациента с наличием повреждения в переходном отделе. Элементы позвоночника рассматривались как изотропный, однородный, линейно-упругий материал. Задачу о напряженно-деформированном состоянии (НДС) элементов переходного отдела решали в статической постановке. При моделировании НДС учитывали конечные деформации его элементов. Для проведения конечно-элементного моделирования использован пакет ANSYS. Анализировали перемещения и эквивалентные напряжения по Мизесу.

Литература

1. Травматизм. Ортопедическая заболеваемость. Состояние травматолого-ортопедической помощи населению России в 2015 году. Сборник под редакцией ак. РАН С.П. Миронова. Москва, 2016. 145с.
2. Зарецков В.В., Арсениевич В.Б., Лихачев С.В., Шульга А.Е., Титова Ю.И. Использование транспедикулярной фиксации при оскольчатых переломах тел грудных и поясничных позвонков // Саратовский научно-медицинский журнал. 2014. Т.10. №3. С.441-446.
3. Шаповалов В.М., Надулич К.А., Термионок А.В., Нагорный Е.Б., Кудяшев А.Л. Тактика хирургического лечения больных с истинным (спондилолизным) спондилолистезом // Гений ортопедии. 2013. №2. С.78-82.

Biomechanical Modeling of Reconstructive Intervention on the Thoracolumbar Transition

**A.M. Donnik, V.V. Zaretskov, I.V. Kirillova, L.Yu. Kossovich, S.V. Lykhachev,
I.A. Norkin**

Saratov State University, Saratov, Russia

Saratov Scientific Research Institute of Traumatology and Orthopedic, Saratov, Russia

A finite-element model is presented for a healthy person and for a person with an injury in this section of the spine. The mechanical parameters of the bone tissue of the vertebrae, intervertebral discs, arcuate joints, and ligaments, are modeled on the basis of data from literature sources. Elements of the transitional thoracolumbar

spine are considered as isotropic, homogeneous and linearly elastic material. The obtained models allow a comparative analysis of the spine of a healthy person and the presence of injure in the transitional thoracolumbar spine.

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВЗАИМОСВЯЗИ ТОНОМЕТРИЧЕСКОГО ВГД И РАЗЛИЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ГЛАЗА

В.В. Корников, Е.Б. Воронкова, Ю.Е. Балыкина

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: v.kornikov@spbu.ru, e.voronkova@spbu.ru, j.balykina@spbu.ru

В данной работе исследуются показатели ВГД, полученные двумя различными тонометрами - тонометром Маклакова и бесконтактным пневмотонометром. Экспериментальные данные для работы получены в МНТК «Микрохирургия глаза» им. академика С.Н. Федорова. Эти данные содержат информацию о 385 глазах со значением различных параметров (длина переднезадней оси глаза (ПЗО), центральная толщина роговицы (ЦТР), внутриглазное давление (ВГД), радиус кривизны (РК)) до и после операции Lasic.

Первым этапом исследования является статистическое исследование зависимости тонометрического ВГД, измеренного различными методами, от характеристик глаза. Особый интерес для офтальмологов представляет влияние центральной толщины роговицы (ЦТР) на тонометрическое ВГД, поскольку изменение механических свойств роговицы в результате операций не должно сказываться на интерпретации результатов измерения ВГД. Результаты корреляционного анализа показали, что имеется статистически значимая прямая зависимость между тонометрическим ВГД и ЦТР, которая сильнее для ВГД, измеренного пневмотонометром.

Проанализированы коэффициенты корреляции между показателями ВГД, полученными с помощью двух тонометров, и другими параметрами глаза. На этом этапе обнаружена обратная взаимосвязь между радиусом кривизны роговицы и ВГД-М, а также между длиной переднезадней оси глаза и ВГД-М. Необходимо более подробно изучить влияние данных параметров глаза на уровень тонометрического ВГД. Проведенное исследование показало, что между ВГД-М и ПЗО существует статистически значимая обратная зависимость ($p < 0,01$), а для ВГД-П и ПЗО зависимости при уровне значимости 0,05 выявлено не было.

Исследование связи между кривизной роговицы и ВГД показало, что коэффициент корреляции между РК и ВГД-М равен -0,306 и обратная зависимость между ними статистически значима ($P < 0,001$). Коэффициент корреляции между РК и ВГД-П равен -0,07, что свидетельствует об отсутствии статистически значимой зависимости ($P > 0,1$).

Также была построена модель множественной регрессии, отражающая зависимость ВГД-М от группы факторов: РК, ЦТР и ПЗО:

$$\text{ВГД-М} = 26,77750 - 1,24074 \cdot \text{РК} - 0,19008 \cdot \text{ПЗО} + 0,01338 \cdot \text{ЦТР} + \epsilon.$$

Полученная модель статистически значима ($P < 0,05$), коэффициент детерминации равен 0.53, значение F-статистики 50.25. К тому же все независимые переменные вносят значимый вклад в модель. Аналогичный подход был реализован для ВГД-П с такими же независимыми переменными. Анализ этой модели показал, что в нее не вносят значимого влияния РК и ПЗО.

Результаты статистических исследований показали, что на тонометрическое ВГД, измеренное пневмотонометром, сильное влияние оказывает центральная толщина роговицы. Результаты измерений, полученные тонометром Маклакова, не в такой степени зависят от толщины роговицы, но они подвержены влиянию радиуса кривизны роговицы и длины переднезадней оси глаза.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 15-01-06311.

Литература

1. Иомдина Е.Н., Бауэр С.М., Котляр К.Е. Биомеханика глаза: теоретические аспекты и клинические приложения. М.: Реал Тайм, 2015. 208 с.

Statistical Analysis of the Relationship Between Intraocular Pressure Readings and Different Ocular Parameters

V.V. Kornikov, E.B. Voronkova, Yu.E. Balykina

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Intraocular pressure (IOP) readings obtained by two different types of tonometers – the Maklakoff tonometer and a non-contact pneumotonometer – are discussed. Statistical analysis of the relationship between the IOP measurements using both tonometers, as well as different ocular parameters is conducted. Calculations show that the central corneal thickness (CCT) significantly affects the pneumotonometer IOP readings and to a lesser extent the Maklakoff IOP readings. In addition, the corneal radius of curvature and the anterior-posterior axis of the eye have effect on the IOP readings by the Maklakoff tonometry.

РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ЗАКРУЧЕННОГО ТЕЧЕНИЯ В МОДЕЛИ БИФУРКАЦИИ СОННОЙ АРТЕРИИ

А.А. Котмакова, Я.А. Гагаулин, А.Д. Юхнев

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: www.anechka_kotmakova@mail.ru, yakov_gataulin@mail.ru, a.yukhnev@mail.ru

До сих пор остается не до конца выясненной роль закрутки кровотока в физиологии сонной артерии, зарегистрированной ультразвуковым доплеровским [1] и фазово-контрастным магнито-резонансным методами.

Целью данной работы является исследование пульсирующего закрученного течения в модели бифуркации сонной артерии при различных соотношениях расходов на ветвях ультразвуковым доплеровским методом и численным моделированием трехмерного течения.

Для экспериментального исследования течения в модели бифуркации сонной артерии собрана установка с пульсирующим течением кровеемитирующей жидкости. Форма кривой расхода моделирует нормальную физиологию. Модель сонной артерии изготовлена из фотополимера по среднестатистическим физиологическим размерам [2]. На входе модели расположена скрученная лента, которая закручивает поток. Причем интенсивность закрутки, характеризуемая отношением максимальной окружной к максимальной осевой скорости, близка к физиологическому значению 0.3 [1]. Исследованы соотношения расходов на ветвях $Q_1/Q_2 = 1/1$ и $1/2$.

Геометрия модели сосуда, свойства жидкости и граничные условия для расчета взяты из эксперимента. Характерное число Рейнольдса составляет 450. Течение ламинарное. Решались трехмерные нестационарные уравнения Навье-Стокса в программе ANSYS CFX.

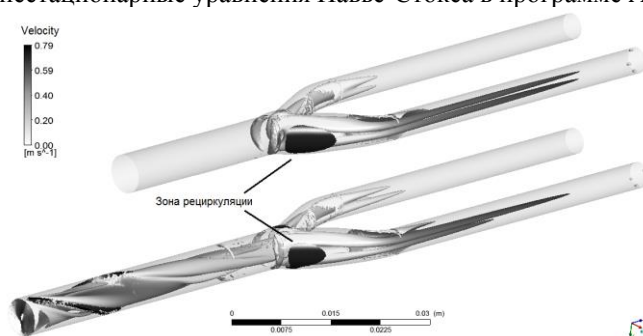


Рис. 1. Визуализация вихревого течения в отсутствии и при наличии входной закрутки ($Q_1/Q_2 = 1/2$). Исоповерхность Q -критерия, раскрашена по величине скорости, зона рециркуляции показана черным цветом.

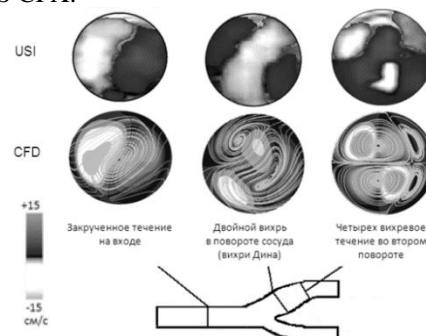


Рис. 2. Поля поперечной скорости и линии тока в поперечных сечениях модели бифуркации сонной артерии при наличии входной закрутки ($Q_1/Q_2 = 1/2$): измеренные (USI) и расчетные (CFD).

Эксперимент показал, а расчет подтвердил, что закрученное течение уменьшает примерно в 1,5 раза опасную с точки зрения развития атеросклероза зону рециркуляции у стенки внутренней сонной

артерии (рис. 1). При наличии входной закрутки потока в поперечных сечениях бифуркации сосуда зарегистрированы течения с одним, двумя и четырьмя вихрями (рис. 2).

Литература

1. Куликов В.П., Курсанов Р.И., Засорин С.В. Доплерографическая регистрация феномена винтового движения крови в общих сонных артериях у людей // Ультразвуковая и функциональная диагностика. 2006. 2. С.96-100.
2. Ding Z., Wang K., Li J., Cong X. Flow field and oscillatory shear stress in a turning-fork-shaped model of the average human carotid bifurcation // Journal of Biomechanics, 2001. Vol. 34, No. 12, pp.1555–1562.

Numerical and Experimental Study of the Structure of Swirling Flow in a Model of Carotid Artery Bifurcation

A.A. Kotmakova, Ya.A. Gataulin, A.D. Yukhnev

Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia

A pulsing swirling flow in a bifurcated carotid artery model is studied experimentally and numerically.

STOMATAL MOVEMENTS IN LAUROPHYLLOUS PLANTS

A.A. Pautov, S.M. Bauer, O.V. Ivanova, Y.O. Sapach, E.G. Krylova

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

E-mail: a.pautov@spbu.ru

Stomata are structural elements of epidermis. Each of them consists of two guard cells, which are capable of reversible deformations (Fig. 1). When their turgor pressure increases, guard cells expand to create an open aperture (stomatal pore) between them. Unnecessary water loss takes place through these pores during gas exchange [1, 2].

Guard cells geometry was studied in woody plants whose origin was connected with subhumid Tertiary laurophyllous forests which disappeared as a result of climate aridization [3]. The geometric data were used as parameters for the construction of finite element models. Modelling was carried out using the ANSYS software complex. In accordance with the traditional approach to studying of stomatal mechanics [4, 5], we assumed that the cell material is isotropic, homogenous, and obeys the Hook's law. The turgor pressure was simulated by creating the load distributed on the inner surface of guard cells. The models were constructed to estimate effect of the cell wall geometry on the deformation of guard cells during opening of the stoma.

Guard cell walls are thickened unevenly. The inner tangential wall adjacent to stomatal pore is very thick. There are a large cuticular outgrowth (outer ledge) on the outer tangential wall, and often a cuticular rim around the stoma (Fig. 1). The modelling has shown that stomatal movements depend on cell wall geometry and rigidity of cuticular ledges and rims. The guard cell structure of studied species prevent wide opening of stomatal pore and its lifting above the surface of leaf epidermis. Such movements of guard cells reduce water loss through stomatal pores.

The guard cells of all studied plants are located on subsidiary cells. The guard and subsidiary cells together compose stomatal apparatus or stomatal complex [6]. Considerable volume of subsidiary cells can be filled not with water solution but with swelling lipid droplets and biochemical products of their breakdown (fatty acids). The density of these products is comparable with water density. Such contents of subsidiary cells decrease the probability of hydropassive stomatal opening which can

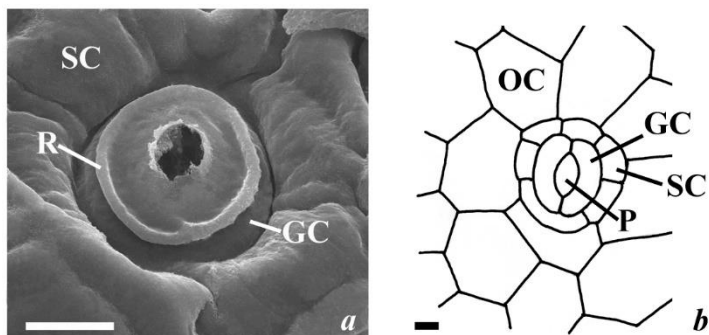


Fig. 1. Stomatal complex. a - General view of stomatal complex (scanning electron microscopy), b - stomatal complex structure. GC – guard cell, SC – subsidiary cell, OC – ordinary epidermal cell, P – stomatal pore, R – stomatal rim.

be caused in flowering plants by lowering of subsidiary cells turgor due to water loss.

The discovered features of stomatal complexes were crucial to the survival of some laurophyllous plants in conditions of aridization.

This study was supported by the Russian Foundation for Basic Research (grant #17-04-01213 A).

References

1. *Kramer P.J., Kozlowski T.T.* Physiology of woody plants. New York: Academic Press, 1979. 812 p.
2. *Niklas K.J., Spatz H-Ch.* Plant physics. Chicago: The University of Chicago Press, 2012. 425 p.
3. *Axelrod D.I.* Evolution and biogeography of madrean-tethyan sclerophyll vegetation // Missouri Botanical Garden Press. 1975. V. 62. №2. P. 280–334.
4. *DeMichele D.W., Sharpe P.J.H.* An analysis of the mechanics of guard cell motion // Journal of Theoretical Biology. 1973. V. 41. №1. P. 77–96.
5. *Sharpe P.J.H., Wu H., Spence R.D.* Stomatal mechanics // Stomatal Function. Stanford, California: Stanford Univ. Press, 1987. P. 91–114.
6. *Evert R.F.* Esau's Plant anatomy, meristems, cells, and tissues of the plant body: their structure, function, and development. 3rd edn. Madison: John Wiley & Sons, 2006. 601 p.

ВЛИЯНИЕ ТОЛЩИНЫ РОГОВИЦЫ НА ПОКАЗАТЕЛИ ВНУТРИГЛАЗНОГО ДАВЛЕНИЯ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ РАЗЛИЧНЫХ ТОНОМЕТРОВ

Д.В. Франус

*Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия*

E-mail: franus@mavis.ru

Проводится исследование изменения напряжённо-деформированного состояния многослойной роговой оболочки глаза при нагружении плоскими штампами различных весов. Представлено трёхмерное конечно-элементное моделирование контактной задачи нагружения корнеосклеральной оболочки в математическом программном пакете ANSYS. Корнеосклеральная оболочка моделируется двумя сопряжёнными оболочками: многослойной роговицей и склерой, которые моделируются как трансверсально-изотропные сферические оболочки переменной толщины.

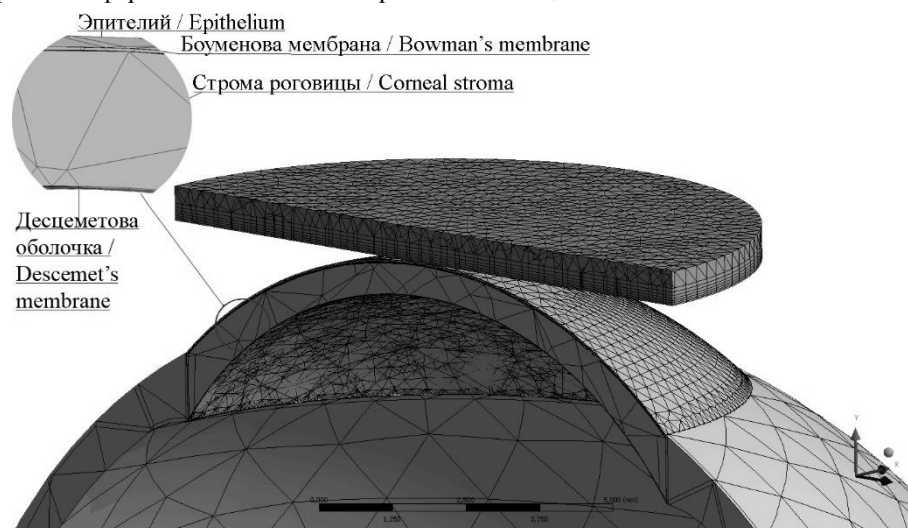


Рис. 1. Сечение КЭ модели оболочки плоскостью YZ с нанесённой сеткой КЭ.

Все слои роговицы и склеры имеют свои упругие характеристики, которые существенно отличаются в тангенциальном направлении и в направлении толщины. Проводится расчёт диаметра зоны контакта эпителия роговицы и поверхности плоского штампа для различных значений толщины роговой оболочки в её центре и для различных значений веса прилагаемого штампа. Рассчитываются значения поправочных коэффициентов внутриглазного давления в зависимости от толщины роговой оболочки в центре для

каждого веса плоского штампа. Полученные коэффициенты позволяют точнее оценить влияние веса плоского штампа на показатели внутриглазного давления, т.е. оценить истинное внутриглазное давление.

Литература

1. Бауэр С.М., Воронкова Е.Б. Математическое моделирование в офтальмологии // Труды семинара «Компьютерные методы в механике сплошной среды», 2013-2014. Изд-во СПбГУ, 2014. С. 5-48
2. Бауэр С.М., Воронкова Е.Б. Модели теории оболочек и пластин в задачах офтальмологии // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета. Сер. 1. Т.1(59). 2014. Вып.3, С. 438-458
3. Иомдина Е.Н., Бауэр С.М., Котляр К.Е. Биомеханика глаза: теоретические аспекты и клинические приложения. М.: Реал Тайм, 2015. ISBN 978-5-903025-57-2. 208 с.

Influence of Corneal Thickness on the IOP Readings for Different Tonometers

D.V. Franus

Saratov State University, Saratov, Russia

Transversally isotropic four-layer spherical shell of the cornea with variable thickness connected to sclera loaded with a flat base stamp with variable weight is simulated in FE software ANSYS. Values of IOP correction coefficients depending on corneal thickness in its center for each weight of flat stamp are obtained.

РАСЧЕТНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ЧЕРЕЗ ДВУСТВОРЧАТЫЙ КЛАПАН СЕРДЦА

С.В. Хоробров¹, Я.А. Гатаулин², А.Д. Юхнев²

¹*Научно-производственное объединение по исследованию и проектированию энергетического оборудования им. И.И. Ползунова, Санкт-Петербург, Россия*

²*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия*
E-mail: slovar_horobrov@mail.ru, yakov_gataulin@mail.ru, a.yukhnev@mail.ru

Численное моделирование является мощным инструментом в совершенствовании искусственных клапанов сердца. Они направлены на изучение гемолиза и кавитации - самых распространенных проблем механических клапанов сердца [1]. Ряд работы посвящен оптимизации формы створок двустворчатого клапана, за счет чего течение становится более физиологическим [2]. Расчеты выполняются без учета закрученного потока крови на выходе из сердца. Данная работа направлена на изучение влияния закрутки на течение за двустворчатым клапаном сердца.

Проведен сопряженный трехмерный нестационарный расчет течения жидкости через двустворчатый клапан сердца с помощью технологии fluid-structure interaction (FSI), которая реализована в виде совместного решения уравнений жидкости и твердого тела (створок клапана) с помощью лагранжево-эйлеровского подхода при динамическом перестроении расчетной сетки в программе ANSYS Fluent. Данные геометрии клапана и корня аорты взяты из работы [1] и соответствуют модели широко используемого клапана St. Jude Medical. Данные о закрученном профиле скорости на входе в расчетную область взяты из статьи [3]. Вязкость и плотность жидкости соответствуют параметрам крови. На выходе ставится условие на постоянство избыточного давления. Для моделирования турбулентности за клапаном использована k- ω SST модель турбулентности, чаще всего применяемая для расчета кровотока в сердце и аорте.

Расчеты показали, что за клапаном образуются три струи - одна центральная (между створок) и две боковые. Под влиянием закрутки интенсивность центральной струи становится заметно меньше по сравнению со случаем незакрученного потока на входе (рис. 1). Вторичное течение за клапаном также изменяется под влиянием закрутки: в ядре потока вместо четырех наблюдаются три вихря.

Таким образом, учет входной физиологической закрутки в расчетах течений за двустворчатым клапаном сердца уточняет качественный и количественный анализ течения.

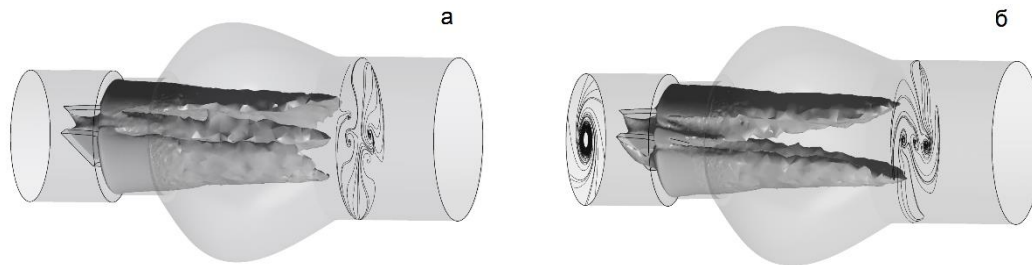


Рис. 1. Изоповерхность величины скорости и линии тока поперечного течения на входе в корень аорты и за клапаном в момент максимального расхода без (а) и с учетом закрутки (б) на входе.

Литература

1. *Hong T.-H. et al.* Characteristics of Hemodynamics in a Bileaflet Mechanical Heart Valve using an Implicit FSI Method // International Journal of Medical, Health, Biomedical, Bioengineering and Pharmaceutical Engineering Vol:3, No:1, 2009.
2. *Nobili M. et al.* Numerical simulation of the dynamics of a bileaflet prosthetic heart valve using a fluid–structure interaction approach // Journal of Biomechanics. vol. 41. 2008. pp. 2539–2550.
3. *Талыгин Е.А. и др.* Количественная оценка состояния внутрисердечного потока крови по динамической анатомии левого желудочка сердца на основании точных решений нестационарных уравнений гидродинамики для класса смерчеобразных потоков вязкой жидкости // Успехи физиологических наук. 2016. 47. 1. стр.48-68.

Numerical Simulation of the Fluid-Structure Interaction for Bileaflet Mechanical Heart Valve

S.V. Khorobrov¹, Ya.A. Gataulin², A.D. Yukhnev²

¹Scientific and Development Association on Research and Design of Power Equipment named by I.I. Polzunov, Saint Petersburg, Russia

²Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia

A three-dimensional non-stationary turbulent flow through a bileaflet mechanical heart valve is studied numerically.

ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ РОГОВИЦЫ НА МЕХАНИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ ГЛАЗА

А.А. Штейн, И.Н. Моисеева

НИИ механики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия
E-mail: stein.msu@bk.ru, moiseeva.ir@yandex.ru

На основе двухкомпонентной модели глазного яблока [1], в которой роговица представляется безмоментной деформируемой линейно-упругой поверхностью, а склеральная область – упругим элементом, откликающимся изменением объема на изменения внутриглазного давления, исследуется влияние пространственной неоднородности эффективной жесткости роговицы на интегральные механические свойства глаза. Эффективная жесткость роговицы в рамках модели характеризует как упругие свойства роговицы, так и ее толщину. Развиваемый подход позволяет исследовать единым образом как влияние естественной неоднородности, так и механические последствия ее локального ослабления при хирургических операциях.

Получены зависимости от изменений внутриглазного давления параметров, характеризующих деформационные свойства как роговицы (смещение апекса), так и глазного яблока в целом (изменение внутриглазного объема). При умеренной неоднородности они незначительно отличаются от тех же зависимостей для однородной роговицы с эффективной жесткостью, равной среднему значению для соответствующего неоднородного распределения, и лишь когда амплитуда эффективной жесткости

существенно превышает ее среднее значение, неоднородность роговицы заметно влияет на деформационный отклик роговицы и глазного яблока в целом на изменения давления.

Изучено влияние неоднородности на результаты тонометрических измерений по Маклакову и Шютцу. Для обоих названных методов разность между тонометрическим (после нагружения) и истинным (до нагружения) давлениями (тонометрическая разность) зависит от сильно различающихся для разных индивидуумов упругих свойств роговицы и склеральной области. Показано, что тонометрическая разность зависит от неоднородности роговицы, в основном, через ее среднюю эффективную жесткость, сколько-нибудь заметно возрастающая лишь при ее очень больших амплитудах. Использование, как это принято в практической офтальмологии, данных, соответствующих «среднему» глазу без учета реальной индивидуальной жесткости обследуемого глаза приводит к более значительным ошибкам.

Апикальное ослабление роговицы приводит к увеличению тонометрической разности по сравнению с ее значением до операции, более значительному для тонометрии по Шютцу, чем по Маклакову.

Работа поддержана РФФИ (проект № 17-01-00380).

Литература

1. Моисеева И.Н., Штейн А.А. Анализ зависимости давление – объем для глазного яблока, нагруженного плоским штампом, на основе двухсегментной упругой модели // Изв. РАН. Мех. жидк. и газа. 2011. №5. С. 3-15.

Effect of Corneal Inhomogeneity on the Mechanical Behavior of the Eye

A.A. Stein, I.N. Moiseeva

Lomonosov Moscow State University, Institute of Mechanics, Moscow, Russia

The effect of spatial inhomogeneity of the effective cornea stiffness distribution on the mechanical properties of the eye is investigated basing on the two-component model of the eyeball, in which the cornea is represented by a momentless deformable, linearly elastic surface and the scleral region by an elastic element that responds to changes in intraocular pressure by changes in volume. The approach used makes it possible to consider within the same model both the natural corneal inhomogeneity and mechanical consequences of local cornea weakening owing to surgical procedures. The dependences on changes in intraocular pressure of parameters that characterize deformation properties of both the cornea (apex displacement) and the eyeball as a whole (change in intraocular volume) are obtained. For moderate inhomogeneity they differ from the same dependences for the homogenous cornea with effective stiffness equal to the average value for the corresponding inhomogeneous distribution only slightly. However, if the effective stiffness amplitude is very high, corneal inhomogeneity discernibly affects the integral response of the cornea and the eyeball as a whole to changes in pressure. The effect of inhomogeneity on the data of Maklakoff and Schiøtz tonometry also mainly depends on the average effective corneal stiffness. The difference between the tonometric and true pressures increases with surgical cornea weakening in the apical region, which is more pronounced for the Schiøtz than for Maklakoff tonometer.

VIII

ФИЗИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

PHYSICAL MECHANICS

**СТРУКТУРА ЭКРАНИРУЮЩЕГО СЛОЯ ВБЛИЗИ ПЛОСКОГО
ИЗОЛИРОВАННОГО ТЕЛА В ГЛУБОКОМ ВАКУУМЕ.
ЧАСТЬ 1. МОНОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ОДНОРОДНЫЙ ПОТОК**

Ю.Ф. Гунько¹, Н.А. Гунько²

¹*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*
²*Физико-технический институт имени А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия*
E-mail: yurigunko@mail.ru, nataliagunko@gmail.com

В данной работе изучается вопрос о структуре электрического поля вблизи изолированных тел эмиттирующих заряженные частицы в условиях глубокого вакуума. В частности, эмиттируемыми частицами могут быть электроны, а сам процесс эмиссии – процессом фотоэмиссии. Изучению потенциала и напряженности электрического поля вблизи поверхности небесных тел при наличии фотоэмиссии посвящено значительное число работ. Но в большинстве из них вопрос о структуре электрического поля исследуется не в «чистом» виде, а с учетом ряда других факторов, например, с учетом солнечного ветра, или загрязнения поверхности монослоем водородистых соединений (см., например, [1-2]).

В ходе решения поставленной задачи использовался ряд упрощающих предположений. Во-первых, эмиссия считалась стационарной; во-вторых, частицы, вылетающие с поверхности, считались обладающими одинаковыми по величине и направлению скоростями; и, в-третьих, потенциал электрического поля – непрерывной функцией расстояния от поверхности, имеющей непрерывную производную первого порядка. Кроме того, потенциал окружающего пространства (вне зоны экранирования) полагался равным нулю.

Уравнение для потенциала было записано в безразмерном виде, не содержащим безразмерных параметров. Безразмерный параметр (он в данном случае один) входит только в граничные условия задачи. На основе анализа решения задачи Коши (частично проведенном в работе [3]) для всех возможных значений этого параметра R_E находится решение (единственное), удовлетворяющее условию равенства потенциала и напряженности электрического поля нулю вне зоны экранирования.

Найденное решение позволило найти выражение для толщины экранирующего слоя d :

$$d = \frac{1}{3\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{i}} \left(\frac{1}{2me^2} \right)^{1/4} W_k^{3/4},$$

где i – плотность эмиссионного тока, W_k – энергия частиц, вылетающих с поверхности.

Литература

1. *Singer S.F. and Walker E.H.* Photoelectric Screening of Bodies in Interplanetary Space, ICARUS 1, 1962, p. 7-12.
2. *Walbridge Edv.* Lunar Photoelectron Layer, J. of Geophysical Res. Vol.78, No.19, 1973, p. 3668-3687.
3. *Гунько Ю.Ф., Колесникова Э.Н.* Структура течения вблизи плоской поверхности в сильно разреженной плазме // Модели неоднородных сред. Физическая механика. Вып.8. СПб: С-Петербург. гос. ун-т, 2004. С. 63-95.

**Structure of Screening Layer Near a Plain Isolated Body
in the Deep Vacuum. Part 1. Monoenergetic Homogeneous Flow**

Yu.F. Gunko¹, N.A. Gunko²

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg Russia*
²*Ioffe Physico-Technical Institute, Saint Petersburg, Russia*

This work is dedicated to research of electrical field structure near isolated bodies emitting charged particles in the condition of deep vacuum. During the research some simplifying assumptions were used.

The equation for the potential was written in non-dimensional form. Based on the analysis of the solution of Cauchy problem for all possible values of parameter R_E the solution was found, which satisfies the condition of equality to zero of the potential and electrical field intensity beyond the zone of the screening effect.

**СТРУКТУРА ЭКРАНИРУЮЩЕГО СЛОЯ ВБЛИЗИ ПЛОСКОГО
ИЗОЛИРОВАННОГО ТЕЛА В ГЛУБОКОМ ВАКУУМЕ.
ЧАСТЬ 2. МОНОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИЗОТРОПНЫЙ ПОТОК**

Ю.Ф. Гунько¹, Н.А. Гунько²

¹*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*
²*Физико-технический институт имени А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия*
E-mail: yurigunko@mail.ru, nataliagunko@gmail.com

В данной работе рассмотрена задача об определении структуры электрического поля вблизи изолированных тел в условиях глубокого вакуума. Предполагалось, что эмиттируемые частицы - электроны, покидающие поверхность под действием излучения. Надо отметить, что исследование этого вопроса (при различных предположениях и допущениях) проводится в большом числе работ, например, [1-3].

В ходе решения поставленной задачи использовался ряд упрощающих предположений. Во-первых, эмиссия считалась стационарной. Во-вторых, частицы, вылетающие с поверхности, считались обладающими одинаковыми по величине и изотропно (по отношению к нормали к поверхности тела) распределенными скоростями; и, в-третьих, потенциал электрического поля - непрерывной функцией расстояния от поверхности, имеющей непрерывную производную первого порядка. Кроме того, предполагалось, что потенциал и напряженность электрического поля вне зоны экранирования равны нулю.

Уравнение для потенциала было записано в безразмерном виде, не содержащим безразмерных параметров. Безразмерный параметр (он в данном случае один) входит только в граничные условия задачи. На основе анализа решения задачи Коши для всех возможных значений этого параметра R_E найдено решение, удовлетворяющее условию равенства потенциала и напряженности электрического поля нулю вне зоны экранирования.

Литература

1. *Singer S.F. and Walker E.H.* Photoelectric Screening of Bodies in Interplanetary Space, ICARUS 1, 1962, p. 7-12.
2. *Walbridge Edv.* Lunar Photoelectron Layer // Journal of Geophysical Res. Vol.78, No.19, 1973, p. 3668-3687.
3. *Кузнецов В.И., Эндер А.Я.* О самосогласованных состояниях плоского вакуумного диода с пучком электронов // Журнал технической физики, 2013, том 83, вып. 12, с.

**Structure of Screening Layer near a Plain Isolated Body
in the Deep Vacuum. Part 2. Monoenergetic Isotropic Flow**

Yu.F. Gunko¹, N.A. Gunko²

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*
²*Ioffe Physico-Technical Institute, Saint Petersburg, Russia*

This work is dedicated to the structure of electrical field near isolated bodies emitting charged particles in the condition of deep vacuum. During the research some simplifying assumptions were used. In particular the emitting particles are supposed to have equal speed and isotropic distribution for all directions of particle escape.

The equation for the potential was written in non-dimensional form. Based on the analysis of the solution of Cauchy problem for all possible values of parameter R_E the solution was found, which satisfies the condition of equality to zero of the potential and electrical field intensity beyond the zone of the screening effect.

ОБЛАСТИ ВЫСЫПАНИЯ НА ЗЕМЛЮ ЭЛЕКТРОНОВ ВЫСОКОЙ ЭНЕРГИИ, ИНЖЕКТИРОВАННЫХ ТОЧЕЧНЫМ ИСТОЧНИКОМ, ДВИЖУЩИМСЯ ПО КРУГОВОЙ ОКОЛОЗЕМНОЙ ОРБИТЕ

Г.Н. Ключников¹, Е.К. Колесников²

¹*Петербургский институт ядерной физики имени Б.П. Константина
НИЦ «Курчатовский институт», Гатчина, Россия*

²*Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: g.klyushnikov@spbu.ru, evgkolesn@yandex.ru*

В работе продолжены исследования областей выпадения заряженных частиц высокой энергии, проводимые авторами с 2002 г. В отличие от [1, 2], где рассматривался неподвижный источник электронов, предполагается, что источник движется по низкой круговой околоземной орбите с постоянной по модулю скоростью. Положение орбиты задаётся углом наклона плоскости орбиты к экваториальной плоскости и долгой восходящего узла. Общее число инжектируемых электронов определяется интенсивностью источника и числом полных оборотов, которые источник совершает по окружности земного радиуса. Построение областей выпадения производится с использованием вычислительного алгоритма, основанного на численном интегрировании системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Отмечаются особенности геометрии областей выпадения для дипольной модели геомагнитного поля и симметричного расположения орбиты относительно экватора. Для представления геомагнитного поля суперпозицией первых гармоник ряда Гаусса исследуется зависимость областей выпадения от пространственного положения орбиты, по которой движется источник, и кинетической энергии электронов.

Литература

1. Колесников Е. К. Структура областей выпадения электронов высокой энергии, инжектируемых в дипольное магнитное поле Земли точечным источником // Геомагнетизм и аэрономия. 2002. Т. 42. №5. С. 624-630.
2. Ключников Г. Н. Структура областей выпадения электронов высокой энергии, инжектируемых точечным источником с поверхности Земли в геомагнитное поле, представленное первыми гармониками ряда Гаусса // Актуальные вопросы естественных и математических наук в современных условиях развития страны: Сборник научных трудов по итогам межд. научно-практ. конф. №4. С.-Петербург, 11 января 2017 г. С.-Петербург, ИЦРОН, 2017. С. 16-19.

Precipitation Regions on the Earth of High Energy Electrons Injected by a Point Source Moving Along a Circular Earth Orbit

G.N. Klyushnikov¹, E.K. Kolesnikov²

¹*B.P. Konstantinov Petersburg Nuclear Physics Institute NRC "Kurchatov Institute", Gatchina, Russia*

²*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

The precipitation regions of high energy charged particles are studied, assuming that the source moves along a low circular near-earth orbit with a constant velocity.

К ВОПРОСУ О ВЛИЯНИИ ПРОЦЕССА ФАЗОВОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ И ТОКОВОЙ НЕЙТРАЛИЗАЦИИ НА ДИНАМИКУ РЕЗИСТИВНОЙ ПЕРЕТЯЖЕЧНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА

Е.К. Колесников¹, А.С. Мануйлов¹, В.С. Петров¹, А.Г. Зеленский²

¹*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*

²*Столичная финансово-гуманитарная академия, Москва, Россия*

E-mail: kolesnikov_evg@mail.ru, man06@mail.ru, fesssin@mail.ru, zel-alex@mail.ru

Рассмотрена азимутально-симметричная резистивная перетяжечная неустойчивость релятивистского электронного пучка в плотной газоплазменной среде в случае генерации равновесного обратного

плазменного тока [1-3]. Для указанной ситуации получено дисперсионное уравнение и показано стабилизирующее влияние процесса фазового перемешивания траекторий электронов пучка в ангармоничной потенциальной яме коллективного электромагнитного поля системы плазма – пучок, и существенная дестабилизирующая роль плазменного тока.

Литература

1. Колесников Е.К., Мануйлов А.С., Филиппов Б.В. Динамика пучков заряженных частиц в газоплазменных средах. СПб., 2002. 98 С.
2. Lee E.P. Sausage mode of a pinched charged particle beam // Livermore Lab. Rep. UCID – 18940. 1981. 10 February. 33 p.
3. Lee E.P., Yu S.S., Barletta W.A. Phase – space distortion of a heavy – ion beam propagating through a vacuum reactor vessel // Nuclear Fusion. 1981. V. 21. N 8. P. 961 – 972.

About Influence of Phase Mixing Process and Current Neutralization on the Resistive Sausage Instability Dynamics of a Relativistic Electron Beam

Е.К. Kolesnikov¹, А.С. Manuilov¹, V.S. Petrov¹, А.Г. Zelenskiy²

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

²*Metropolitan Financial and Humanities Academy, Moscow, Russia*

The resistive sausage instability of a relativistic electron beam in dense gas-plasma medium in the case of the generation of equilibrium return plasma current is investigated. In this situation the eigenvalue equation of this instability is obtained. The stabilizing and destabilizing effects of the phase mixing and generation of the return plasma current respectively was shown.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗМУЩЕНИЯ ОРБИТАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ В ОКОЛОЗЕМНОМ КОСМИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ СФЕРИЧЕСКИХ ТЕХНОГЕННЫХ МИКРОЧАСТИЦ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ПУЧКА НЕЙТРАЛЬНЫХ АТОМОВ

Е.К. Колесников, А.С. Мануйлов, С.В. Чернов

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: kolesnikov_evg@mail.ru, man06@mail.ru, beam2000@mail.ru

Разработана и реализована в расчетной программе математическая модель, описывающая движение в околоземном космическом пространстве (ОКП) сферических техногенных микрочастиц, возмущаемое в результате воздействия на микрочастицы (МЧ) электродинамических сил, обусловленных сильной импульсной зарядкой МЧ при воздействии пучка нейтральных атомов водорода. Модель основана на совместном численном решении уравнений движения и уравнений зарядки МЧ в плазменной среде околоземного космического пространства. Модель учитывает воздействие на микрочастицу: электродинамических сил, гравитационной силы, силы солнечного давления и силы сопротивления нейтральной компоненты фонового газа. Для учета эффекта изменения электрического заряда МЧ в процессе ее орбитального движения в ОКП, уравнения движения микрочастицы решаются совместно с уравнением зарядки МЧ. В качестве возможных механизмов зарядки учитываются: собираемые поверхностью МЧ токи электронов и ионов из фоновой космической плазмы, токи фотоэлектронной и автоэлектронной эмиссии. Кроме того, в рассматриваемом нами случае сильной отрицательной зарядки МЧ учтен ток вторичной ион-электронной эмиссии. Разработанная математическая модель используется для определения необходимых параметров пучка нейтральных атомов водорода в корпускулярно-пучковой системе очистки ближнего космоса от облаков техногенных микрочастиц.

Литература

1. Kolesnikov E.K., Chernov S.V. On the possibility of long time existence of man-made microparticles injected on oblong elliptic orbits with low perigee altitude in Near Earth Space // Proceeding of 5th European Conference on Space Debris. ESOC. Darmstadt. Germany. 29 March-2 April 2009.

2. Колесников Е.К., Чернов С.В. О возможности длительного орбитального существования наночастиц, инжектируемых в околоземное пространство в плазмосфере Земли // Избранные доклады на Международной научной конференции «Пятое Поляховские чтения». СПб. 3-6 февраля 2009. С.275-278.
3. Колесников Е.К., Чернов С.В. О размерах микрочастиц, захватываемых магнитным полем Земли при различных уровнях геомагнитной активности // Космические исследования. 2003. Т.41. №5. С.558-560.
4. Метигер Д.Д., Леклер-мл. Р., Хоуп С.Д. Аппарат для удаления космического мусора на базе ядерного источника энергии // Аэрокосмическая техника. 1990. №4. С. 50-52.
5. Колесников Е.К., Мануйлов А.С. Очистка космического пространства с помощью зарядки мелкодисперсных частиц космического мусора пучками высокоэнергетичных атомов водорода // В сб.: «Избранные труды Международной научной конференции по механике «VI Поляховские чтения». СПб. 2012. С. 112-115.

Mathematical Modeling of the Orbital Moving Disturbance Technogenic Microparticles (MP) in the Case of Pulsed Charging of MP when Exposed the Neutral Hydrogen Atoms Beam

E.K. Kolesnikov, A.S. Manuilov, S.V. Chernov

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Mathematical model of spherical technogenic microparticle (MP) motion in Near-Earth Space in the case of the disturbance as a result of actions of electromagnetical forces caused by strong pulse charging of MP when exposed neutral hydrogen atoms beam is developed and implemented.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА КОЭФФИЦИЕНТОВ a И b В УРАВНЕНИИ СОСТОЯНИЯ ВАН-ДЕР-ВААЛЬСА ДЛЯ СМЕСИ РЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

Ю.Е. Маркачев

Центральный аэрогидродинамический институт им. профессора Н.Е. Жуковского, Жуковский, Россия
E-mail: yuri_markachev@mail.ru

Земная атмосфера, атмосфера других планет, природный газ представляют собой смесь атомарных и молекулярных газов. При низких температурах и повышенных давлениях для описания этих газовых смесей следует использовать уравнения состояния реального газа, учитывающие межмолекулярные взаимодействия между атомами и молекулами газовой смеси. Уравнение состояния реального газа Ван-дер-Ваальса, по-видимому, исторически первый успешный подход в этом направлении [1].

В настоящей работе показано, как эмпирические коэффициенты a и b , входящие в уравнение Ван-дер-Ваальса для смеси газов, могут быть в первом приближении выражены через константы равновесия реакций димеризации атомов и молекул газовой смеси. Для вычисления констант димеризации необходимо знание колебательно-вращательных уровней энергии связанных и метастабильных димеров. Для вычисления энергий уровней численно с использованием алгоритма Нумерова решается соответствующее одномерное радиальное уравнение Шредингера с полуэмпирическим потенциалом. Полученное уравнение состояния тестируется с привлечением доступных экспериментальных данных.

Литература

1. Вукалович М.П., Новиков И.И. Уравнения состояния реальных газов. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1948.

Theoretical Estimation of the Coefficients a and b of Van der Waals Equation of State for Real Gases Mixture

Yu.E. Markachev

Central Aerohydrodynamic Institute named after Prof. N.E. Zhukovsky, Zhukovsky, Russia

The earth's atmosphere, the atmosphere of other planets, natural gas is a mixture of atomic and molecular gases. At low temperatures and high pressures for a description of these gas mixtures it should be necessary to use real

gas equations of state, taking into account the intermolecular interactions between atoms and molecules of the gas mixture. Van der Waals equation of state is historically the first successful approach in this direction.

In this paper it is shown how the empirical coefficients a and b included in van der Waals equation of state for a mixture of real gases may be expressed in first approximation in terms of the equilibrium constants of the reactions of dimerization of the atoms and molecules of the gas mixture. Calculation of the constants of dimerization requires knowledge of the vibrational-rotational energy levels of bound and metastable dimers. One-dimensional radial Schroedinger equation with a semiempirical potential is solved numerically by using Numerov algorithm to calculate the energy levels. The resulting real gases mixture equation of state is tested on available experimental data.

References

1. *Vukalovich, M.P., Novikov, I.I.* Equation of state of real gases. M.-L.: Gosenergoizdat, 1948.

МЕХАНИЗМЫ РАЗРУШЕНИЯ КОЛЕЦ ИЗ ГЦК-МЕТАЛЛОВ ПРИ НАГРУЖЕНИИ МАГНИТНО-ИМПУЛЬСНЫМ МЕТОДОМ

В.А. Морозов¹, В.М. Кац¹, Г.Г. Савенков², А.А. Лукин¹

¹*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*

²*Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: v.morozov@spbu.ru, v.kats@spbu.ru, sav-georgij@yandex.ru, anton_lukin@mail.ru

Представлены результаты исследования деформирования и разрушения кольцевых образцов из меди, алюминия и стали в виде тонких лент в широком диапазоне скоростей нагружения. Для нагружения использовались три разработанные нами схемы реализации магнитно-импульсного метода.

Разработан способ разрушения кольцевых образцов с большим электрическим сопротивлением (сталей).

Проведена оценка скоростей трещин при разрыве образцов. Исследованы поверхности разрушения. Предложены механизмы динамического разрушения образцов.

Mechanisms of Fracture of the Ring Samples Made of FCC Metals on Loading with Magnetic-Pulse Method

V.A. Morozov¹, V.M. Kats¹, G.G. Savenkov², A.A. Lukin¹

¹*Saint Petersburg University, Saint Petersburg, Russia*

²*Saint Petersburg State Technological Institute (technical university), Saint Petersburg, Russia*

Results of study of deformation and fracture of ring-shaped samples made of thin strips of copper, aluminum and steel in wide range of loading velocity are presented. Three developed by us schemes of magnetic-pulse method were used for samples loading.

Method of fracture of samples with the high electrical resistance (e.g. steels) was proposed.

Crack velocity on sample fracture was estimated. Fracture surfaces were inspected. Mechanisms of dynamic fracture of the sample were proposed.

ПРОЧНОСТЬ ФАЗОВЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ НАГРУЖЕНИИ ПРОДУКТАМИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВЗРЫВА ПРОВОДНИКОВ

Г.Г. Савенков¹, В.А. Морозов², А.А. Лукин²

¹Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), Санкт-Петербург, Россия

²Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: sav-georgij@yandex.ru, v.morozov@spbu.ru, anton_lukin@mail.ru

Приведены результаты экспериментов по разрушению фазовых материалов (воска и парафина) с помощью электрического взрыва проводников (ЭВП). Проанализирован процесс взрыва медного проводника, как в чистом парафине, так и с наноразмерными добавками окиси меди. Показано влияние добавок на процесс расширения электроразрядной плазмы при ЭВП и на прочность композитных материалов.

Разработан метод измерения радиального давления при разрушении образцов на основе пьезодатчиков.

Эксперименты осуществлялись на генераторе коротких высоковольтных импульсов, который обеспечивал формирование электрических напряжений с амплитудами (10-24) кВ.

Strength of the Phase Change Materials on Loading with the Products of Electric Explosion of Conductors

G.G. Savenkov¹, V.A. Morozov², A.A. Lukin²

¹Saint Petersburg State Technological Institute (technical university), Saint Petersburg, Russia

²Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Results of experimentation with destruction of phase change materials (beeswax and paraffin) by electric explosion of conductors are presented. Process of explosion of copper conductor in both pure paraffin and the one with nanosized additives of cuprous oxide was analyzed. Influence of additives on process of expansion of the electric discharge plasma during electric explosion of conductors and on strength of composite materials was demonstrated.

Piezoprobe-based method of measurement of radial pressure on samples destruction was developed.

Experiments were performed on the generator of short-term high-voltage pulses capable to shape the electric tension of (10-24) kV.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ В БЕТА-РАСПАДЕ НЕЙТРОНА

А.П. Серебров, О.М. Жеребцов, Г.Н. Ключников

Петербургский институт ядерной физики имени Б.П. Константинова

НИЦ «Курчатовский институт», Гатчина, Россия

E-mail: serebrov_ap@npi.nrcki.ru, omzher@mail.ru, g.klyushnikov@spbu.ru

В $V - A$ модели электрослабых взаимодействий вероятность бета-распада поляризованного нейтрона с испусканием электрона в интервал энергий $E_e, E_e + dE_e$ и углов $\Omega_e, \Omega_e + d\Omega_e$ электронного антинейтрино в интервал углов $\Omega_\nu, \Omega_\nu + d\Omega_\nu$ описывается следующим выражением

$$dW(\mathbf{P}, E_e, \Omega_e, \Omega_\nu) = F(E_e) \left(1 + a \frac{\mathbf{v}\mathbf{n}_\nu}{c} + \mathbf{P} \left[A \frac{\mathbf{v}}{c} + B\mathbf{n}_\nu \right] \right) dE_e d\Omega_e d\Omega_\nu,$$

где $F(E_e)$ - функция фермиевского спектра, \mathbf{v} - вектор скорости электрона, \mathbf{P} - вектор поляризации нейтрона, \mathbf{n}_ν - направление вылета антинейтрино, a, A и B - корреляционные коэффициенты. В настоящее время планируется эксперимент по измерению отношения аксиальной константы связи к

векторной $\lambda = (A - B) / (A + B)$. Основная идея эксперимента состоит в измерении величин A и B на одной установке. Дополнительное измерение поляризации при этом не потребуется. Достигнутая на сегодняшний день точность в измерении величины λ составляет 2×10^{-3} . Ожидается, что в будущем эксперименте точность измерения λ составит порядка 10^{-4} . В настоящей работе рассматриваются некоторые вопросы математического моделирования указанного эксперимента. Для заданного таблично поля магнитной ловушки проводится исследование силовых линий, рассматриваются зависимости коэффициентов продольной и поперечной неоднородности поля от пространственных координат. Показывается, что траектория заряженной частицы в рассматриваемом поле может быть задана аналитически параметрическими уравнениями. Вычисление времени движения заряженных частиц – продуктов бета-распада нейтрона от момента распада до регистрации детектором, а также нахождение суммарного числа электронов, сталкивающихся с поверхностью детектора, сведено к выполнению специального вычислительного алгоритма, основанного на использовании закона движения заряженной частицы вдоль местной силовой магнитной линии. Найдены средние значения косинусов углов при корреляционных коэффициентах a , A и B .

The Mathematical Modeling of the Experiment on the Determination of Correlation Coefficients in Neutron Beta-Decay

A.P. Serebrov, O.M. Zherebtsov, G.N. Klyushnikov

B.P. Konstantinov Petersburg Nuclear Physics Institute NRC "Kurchatov Institute", Gatchina, Russia

An experiment on measurement of the ratio of axial coupling constant to vector one is being under development. The main idea of the experiment is to measure the values of A and B in the same setup. An additional measurement of the polarization is not necessary. The accuracy achieved to date in measuring λ is 2×10^{-3} . It is expected that in the experiment the accuracy will be of the order of 10^{-4} . In this paper, we consider some particular problems of mathematical modeling concerning this experiment. For a given tabular field of a magnetic trap, the force lines are studied, the dependences of the longitudinal and transverse field non-uniformity coefficients on the coordinates are considered. It is shown that the trajectory of a charged particle in the field can be given analytically by parametric equations. The calculation of the electrons and protons motion time, as well as the evaluation of the total number of electrons colliding with the detector surface, is reduced to performing a special computational algorithm based on the charged particle motion law along a local magnetic force line. The average values of the cosines of the angles with the coefficients of a , A and B have been estimated.

THERMODYNAMIC EVOLUTION FAR FROM EQUILIBRIUM

T.A. Khantuleva

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

E-mail: khan47@mail.ru

For many centuries the linear approach relevant under conditions that weakly deviate the system state from thermodynamic equilibrium was ruling in science. Linear mathematical models imply deterministic system reaction uniquely determined by the reason, describe stable processes well reproduced in experiments. However, high-rate processes can decline the system state from equilibrium where the linear approach fell down. It becomes impossible to separate an influence of the individual factor among all the rest effects because of close-loops formed in the system. The occurrence of oscillations and instabilities reduce the control opportunity and obstruct the system study. New, more general approach is needed for processes far from equilibrium.

The most profound results in nonequilibrium statistical mechanics for distributed systems far from thermodynamic equilibrium were obtained by D.N. Zubarev [1]. On the basis of Jaynes's approach, he derived a non-equilibrium distribution function maximizing the information entropy under the most full macroscopic constrains. The imposed constrains on the whole history of hydrodynamic fields result in the nonequilibrium distribution function and new integro-differential hydrodynamic equations valid for high-rate processes outside conventional models of continuum mechanics. The system evolution in the direction to thermodynamic

equilibrium proceeds by means of the correlation functions in the integral thermodynamic relationships between the conjugate macroscopic fluxes and gradients which generalize the linear and local thermodynamic relationships to the processes far from equilibrium. The nonequilibrium spatiotemporal correlation functions introduce nonlinear, nonlocal and memory effects into the system reaction. Nonlocal and memory effects, as shown in [1], lead to fundamentally different behavior of the local entropy production far from equilibrium. Unlike linear thermodynamics of irreversible processes, where the local entropy production $\sigma(r, t) \geq 0$ ceases being always positive, in nonequilibrium processes it can change its sign. The nonlocal and memory effects are a payment for the incompleteness of the macroscopic set of variables far from equilibrium. Despite the obtained equations are the first principally new ones for the last two centuries, the results were not used and have been forgotten for many years.

On this base new interdisciplinary approach [2] at the intersection of statistical mechanics, physics and cybernetics has been developed by one of the authors of the paper. The new approach allows the self-consistent formulation of boundary problems on non-equilibrium processes in open systems and predicts the system evolution and new structure formation. The modern experimental results [3] show that specific features of non-equilibrium processes are self-organization at the intermediate mesoscopic scale level where the new internal structure formation is observed. It is at mesoscale the system evolution proceeds via feedbacks between the structure evolution and macroscopic one. The internal structure is the information carrier and it is by means of the structure interaction the information-control feedback is forming during the system evolution far from equilibrium. So, the inclusion of the self-organization and internal control close-loops are prerequisites for an adequate modeling of non-equilibrium processes.

In the paper, maximization of the full entropy production in the system is chosen as a control goal (goal of the system evolution) and Speed-Gradient algorithm [4] should describe the shortest way to achieve the goal. The rates of the structure scale characteristics are chosen as the control parameters. The Speed-Gradient principle imbedded in the internal control mechanism of the non-equilibrium system is an engine of the system evolution. Transforming its internal structure, the system minimizes its irreversible losses and contains information about the history of the imposed external loading. It is shown that the Speed-Gradient principle can eliminate the contradiction between the seemingly opposite thermodynamic principles and combine the minimal entropy production principle for stationary states, proved by Prigogine within linear theory of irreversible processes, and maximal entropy production in nonlinear non-equilibrium process by Ziegler.

So, the proposed formulation of the internal control problem considers being acceptable at any rate for the non-equilibrium systems which evolution is entirely defined by the internal structure evolution far from equilibrium and lead to the internal closed-loops via feedback between the structural and macroscopic medium properties. So, the self-regulation, operating in accordance with the control theory principles is inherent not only to living systems, but, in a varying degree, to almost all material phenomena.

References

1. *Zubarev D.* Non-equilibrium statistical thermodynamics. Berlin, Germany: Springer, 1974, 356 p.
2. *Khantuleva T.A.* Nonlocal theory of nonequilibrium transport processes. St.-Petersburg State University, 2013. 278 p. (in Russian).
3. *Meshcheryakov Yu.I., Divakov A.K., Zhigacheva N.I., Makarevich I.P., Barakhtin B.K.* Dynamic structures in shock-loaded copper. Phys. Rev. B. 2008. V. 78. P.64301-64316.
4. *Fradkov A.L.* Cybernetical physics: from control of chaos to quantum control. Berlin, Germany: Springer, 2007.

IX

ИСТОРИЯ МЕХАНИКИ

HISTORY OF MECHANICS

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭКСКУРСИЙ, ПОСВЯЩЕННЫХ ЗАДАЧАМ МЕХАНИКИ, ВО ВРЕМЯ ВНЕУРОЧНЫХ ЗАНЯТИЙ СО ШКОЛЬНИКАМИ МЛАДШИХ КЛАССОВ

В.В. Иванова

Средняя общеобразовательная школа № 222 "Петришуле", Санкт-Петербург, Россия
E-mail: vvivs@mail.ru

Доклад посвящен организации внеурочных занятий со школьниками младших классов, предполагающих возможную профориентацию на ранних стадиях обучения. В этом возрасте учащиеся обладают повышенным интересом к простейшему познанию законов природы, окружающих их. Поэтому особенно эффективным оказывается обсуждение ряда интересных механических явлений, с которыми они могут встретиться в повседневной жизни.

Очень удачным с этой точки зрения является экскурсия в интерактивный музей занимательной науки «ЛабиринтУм», обладающий большим количеством демонстраций разнообразных и интересных механических и физических явлений. Пояснения даются квалифицированными экскурсоводами, а сами явления вызывают живой интерес у учащихся. Пожалуй, наибольшее внимание учащихся привлекают «чертовое колесо», задача о брахистохроне, явления удара, различные оптические эффекты. После экскурсии учащиеся не хотят уходить из Центра, подходят еще раз к особенно заинтересовавшим их моделям, приводят их в действие и продолжают активное обсуждение наблюдаемых явлений.

На более высоком научном уровне проводится экскурсия в лабораторию прикладной механики при кафедре теоретической и прикладной механики математико-механического факультета Санкт-Петербургского университета. Здесь наибольший интерес вызывают установки, демонстрирующие динамическое гашение колебаний, различные виды резонансов, критические скорости вращающегося вала, появление флаттера крыла, находящегося в потоке воздуха, маятник Капицы с вибрирующей точкой подвеса. Интерес вызывает и посещение аэродинамической лаборатории с огромной трубой.

Using of Excursions Devoted to the Problems in Mechanics during the Extracurricular Schoolchildren Activities

V.V. Ivanova

Secondary school № 222 "Petrishule", Saint Petersburg, Russia

The report is devoted to the organization of extracurriculum schoolchildren activities assuming occupational guidance on early stages of education. The schoolchildren of this age heighten their interest in elementary learning the laws of nature around them. That is why, the discussion of a number of mechanical phenomena which they can come across in their everyday life turns out to be especially effective.

From this perspective, the excursion to the interactive museum of recreational (engaging) science "LabirintUm" is very successful, this museum possessing a great deal of demonstrations of different interesting mechanical and physical phenomena. The qualified guides explain them, and the very phenomena generate interest among schoolchildren. The observation wheel, the brachistichrone problem, impact phenomena, diferent optical effects would attract the most attention of pupils. After the excursion the pupils don't want to leave the Centre, come again to the models that have attracted their interest most of all, put them in motion and continue to actively discuss the phenomena observed.

The excursions to the Laboratory of Applied Mechanics of the Department of Theoretical and Applied Mechanics of the Mathematics and Mechanics Faculty of Saint Petersburg University are performed at a higher scientific level. Here the most of interest is given to the devices demonstrating the dynamical suppression of oscillation, different kinds of resonances, critical velocities of a rotary shaft, occurance of wing flutter in the air flow, the Kapitsa pendulum with the vibrating suspension point. The visit to the Aerodynamic laboratory with its huge tube also attracts the interest.

МОДЕЛИ ИЗ КАТАЛОГА М. ШИЛЛИНГА В САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Г.А. Кутеева, Г.А. Синильщикова

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: g.kuteeva@spbu.ru

В Санкт-Петербургском государственном университете сохранились некоторые модели из кинематических серий каталога Мартина Шиллинга (последнее издание каталога – 1911 г. [1]). Перечислим модели из серии 24 каталога. № 1. Erzeugung der Epitrochoiden als solche mit freiem Centrum. Построение эпитрохид со свободным центром. № 3. Erzeugung der Hypotrochoiden als solche mit freiem Centrum. Построение гипотрохид со свободным центром. № 6. Erzeugung von Kreisevolventen. Построение эвольвенты круга. №7. Erzeugung von Cycloiden. Построение циклоид. Модели из серии 29 каталога М.Шиллинга. №1. Die epicycloidische Drehung eines kraftfreien starren Körpers. Эпициклоидное вращение свободного твердого тела. № 2. Die pericycloidische Drehung eines kraftfreien starren Körpers. Перициклоидное вращение свободного твердого тела. №3. (Сохранилась только часть модели) Die Uebergangsform zwischen epicycloidischer und pericycloidischer Drehung eines kraftfreien starren Körpers. Промежуточная форма между эпициклоидным и перициклоидным вращением свободного твердого тела.

Весной 2017 г. эти модели были показаны студентам-механикам на лабораторном практикуме 4 курса. Каждому студенту был дан свой механизм и дано задание в следующем виде. 1. Найти в интернете или других источниках информацию, касающуюся 1а). истории создания этого механизма, 1б). применения этого механизма в конкретном приборе или области знания, 1в). любую дополнительную важную информацию, связанную с этим механизмом. 2. Дать математическое описание движения механизма. 3. По известному математическому движению создать компьютерный код для анимационного движения механизма. Выбор компьютерной программы обговаривается отдельно с преподавателем, обычно рассматриваются компьютерные системы MATHEMATICA или MAPLE. 4. Представить отчет, в котором должны содержаться следующие файлы. 4.1. Файл-отчет в формате WORD или ему подобном. В этом отчете должны присутствовать следующие разделы: история создания механизма, фотография, схема механизма, математическое описание движения, описание компьютерного кода, применение механизма, список источников. 4.2. Файл с программой в системе MATHEMATICA или MAPLE (компьютерный код и комментарии). 4.3. Анимационный gif-файл.

В докладе представлены выдержки из работ студентов (Т. Шугайло, А. Максимова, И. Лошманова и других).

Литература

1. *Schilling M.* Catalog mathematischer Modelle für den höheren mathematischen Unterricht. Leipzig: Verlag von Martin Schilling, 1911. 188 S.

Models from the Catalogue by M. Schilling at St. Petersburg University

G.A. Kuteeva, G.A. Sinilshchikova

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

At St. Petersburg State University some models from Martin Schilling's Catalogue [1] have survived. In the spring of 2017 these models were shown to students at the laboratory course. The mechanisms were distributed between the students: one mechanism for a student. The task was as follows: 1. Find the information in the Internet or other sources concerning 1a) a history of the creation of this mechanism, 1b) application of this mechanism in a particular instrument or field of knowledge, 1c) any additional important information related to this mechanism. 2. Give a mathematical description of the motion of the mechanism. 3. Using the known mathematical motion, create a computer code for the animated motion of the mechanism. The choice of the computer program was discussed separately with a teacher, usually computer systems MATHEMATICA or MAPLE are considered. 4. Make a presentation. Our report presents the part of the students' work.

МОДЕЛИ РЕЛО В САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Г.А. Кутеева, Г.А. Синильщикова, Б.В. Трифоненко

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: g.kuteeva@spbu.ru , peterhof@rambler.ru , b.trifonenko@spbu.ru

Франц Рело (также известно произношение: Рёло) (1829 – 1905) является известным ученым, инженером, лектором Берлинской королевской технической академии, теоретиком в области машиностроения, в том числе, в области кинематики механизмов [1]. Он считается создателем «коллекции механизмов Рело», содержащей более 300 моделей простых механизмов. Эти модели использовались в педагогических и исследовательских целях. В конце 19-ого начале 20 веков многие высшие учебные заведения Европы и Америки покупали изготовленные модели этой коллекции. В частности, была создана мануфактура Густава Фойхта (G. Voigt), в которой изготавливались модели. На сайте библиотеки Корнельского университета доступен каталог моделей мануфактуры Г. Фойхта [2]. На сегодняшний день самое большое число моделей коллекции Рело (около 200) находится в Корнельском университете в США [3].

Сейчас (в 21 веке) во многих учебных заведениях ведется работа по оцифровыванию подобных коллекций 19 века, необходимых для преподавания технических или математических дисциплин. Примерами являются сайты уже упомянутой цифровой библиотеки Корнельского университета в США (<http://kmoddl.library.cornell.edu/>), коллекции математических моделей высших учебных заведений Германии (например, Геттингенского университета [4]), сайты секции геометрии Харьковского национального университета [5, 6]. В Санкт-Петербургском университете также сохранилось около 40 моделей «по Рёло», купленных кабинетом практической механики в мастерской Фойхта в конце 19-ого начале 20 веков. В докладе представлено описание сохранившихся моделей Рело в Санкт-Петербургском университете, а также описание работы по созданию современного электронного ресурса, в котором эти модели представлены.

Литература

1. Боголюбов А.Н., Чиненова В.Н. Франц Рело. 1829-1905. М.: Наука. 2014. Серия: Научно-биографическая литература.
2. Voigt, G. Kinematische Modelle nach Prof Reuleaux. A Catalog of the Kinematic Models of Prof. Releaux (in 2 sections). Berlin: Gustav Voigt Mechanische Werkstatt, 1907. <http://kmoddl.library.cornell.edu/bib.php?m=54>
3. Releaux Collection of Kinematic Mechanisms, Cornell University. <http://kmoddl.library.cornell.edu/model.php>
4. Göttinger Sammlung mathematischer Modelle und Instrumente. <http://modellsammlung.uni-goettingen.de/>
5. Проект: Прикоснись к геометрии. <http://touch-geometry.karazin.ua>
6. Коллекция геометрических моделей. Харьковский национальный университет имени В.Н.Каразина. <http://geometry.karazin.ua/ru/geometric-models-collection.html>

Releaux Models at Saint-Petersburg State University

G.A. Kuteeva, G.A. Sinilshchikova, B.V. Trifonenko

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Franz Releaux (1829 – 1905) is a famous mechanical engineer, a professor of the Berlin Royal Technical Academy. He became widely known as an engineer-scientist — a professor and industrial consultant, education reformer and leader of the technical elite of Germany. He directed the design and manufacture of over 300 models of simple mechanisms [2]. These were sold to many famous universities for pedagogical and scientific purposes. Today, the most complete set are at Cornell University, College of Engineering [3].

We will show the models by Releaux that survived at Saint-Petersburg University. We present description of certain models and our electronic resource with these models. We find such digital resource with the models of 19th century at different websites of many universities in the world [3-6].

УЧЕНИКИ И.П. ГИНЗБУРГА, ВЫПУСКНИКИ МАТЕМАТИКО-МЕХАНИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА ЛГУ

С.К. Матвеев¹, Л.А. Архангельская¹, Г.А. Акимов²

¹*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*

²*Балтийский государственный технический университет «Военмех» имени Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: ala@oarkh.spb.ru

Профессор кафедры гидроаэромеханики ЛГУ И.П. Гинзбург был блестящим педагогом, воспитавшим не одно поколение учеников, которые продолжили дело своего учителя на научном и педагогическом поприще. Его ученики стали известными учеными и организаторами науки, активно работая в области аэрогидромеханики, газодинамики, теплообмена, теории волн, баллистики ракет и снарядов, моделирования физических процессов, динамики ударных волн, теории двухфазных течений, численных методов в гидрогазодинамике, теории управления. В статье подробно рассказывается об 11 ученых, выпускниках математико-механического факультета ЛГУ, учениках И.П. Гинзбурга, которые возглавляли кафедры ведущих вузов и крупные научно-исследовательские институты страны. Среди них В.Г. Дулов - чл.-корр. АН СССР и РАН, Г.Т. Алдошин – чл.-корр. Петровской академии наук и искусств, А.М. Воробьев - действительный член Рос. академии космонавтики им. Циолковского, чл.-корр. Рос. академии ракетно-артиллерийских наук. Некоторые ученики И.П. Гинзбурга приобрели большой опыт руководства институтами. Так, В.Г. Дулов много лет был директором двух крупнейших сибирских институтов: Красноярского вычислительного центра СО АН СССР и ИТПМ СО АН СССР; Ю.З. Алешков возглавлял НИИ вычислительной математики-процессов управления Ленинградского (СПб) университета; Б.А. Райзберг руководил Горьковским филиалом ОКБ-1; Ю.М. Рудов был и остается ректором Севастопольского морского института. Ученики И.П. Гинзбурга, продолжая дело своего учителя, стали организаторами и руководителями международных научных конференций. Так, под руководством Г.Т. Алдошина с 1997 г. регулярно через 2-3 года проводятся Окуневские чтения; Ю.М. Рудов в начале 90-х годов стал организатором ежегодных научно-технических конференций ученых России, Белоруссии, Украины “Прикладные проблемы механики жидкости и газа”. Отметим, что после кончины И.П. Гинзбурга его ученики, выпускники ЛГУ, В.Г. Дулов и С.К. Матвеев руководили известным семинаром, организованным их учителем в 1957 г. Каждый из учеников И.П. Гинзбурга воспитал в свою очередь большое количество учеников. В качестве примера отметим, что А.Т. Барабанов, заведующий кафедрой технической кибернетики Севастопольского гос. технического университета в рамках созданной им научной школы подготовил 40 кандидатов и 12 докторов технических наук. Все ученики профессора Гинзбурга внесли большой вклад в развитие механики жидкости, газа и плазмы, в развитие космонавтики, авиации и судостроения, за что были удостоены звания заслуженного деятеля науки и техники (Г.Т. Алдошин, А.М. Воробьев, М.Е. Подольский), лауреата Государственной премии (В.Г. Дулов, А.М. Воробьев) и других правительственных и научных наград.

The Famous Progeny of I.P. Ginzburg, the Leavers of Mathematics and Mechanics Faculty (LSU)

S.K. Matveev¹, L.A. Arkhangelskaya¹, G.A. Akimov²

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

²*Baltic State Technical University “Voenmeh” named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, Russia*

In the paper it is told about progeny of I.P. Ginzburg, the leavers of mathematics and mechanics faculty (LSU), which have become the well-known scholars in the field of fluid and gas mechanics.

О ПРЕПОДАВАНИИ ИСТОРИИ МЕХАНИКИ И ФИЗИКИ В СПБГУ

Г.В. Павилайнен, Т.В. Рудакова

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: G_V_Pavilaynen@mail.ru , t.rudakova@spbu.ru

В соответствии с требованиями Государственного стандарта в высших учебных заведениях ведется преподавание дисциплин, связанных с историей и философией науки. В Санкт-Петербургском государственном университете на математико-механическом и физическом факультетах, а также на факультете Прикладной математики - процессов управления в учебные планы подготовки бакалавров, специалистов, магистров и аспирантов внесены дисциплины «История механики и прикладной математики», «История физики», «История и философия науки».

Для реализации Государственного стандарта в 2016 году группой авторов было подготовлено и издано учебное пособие «Очерки по истории механики и физики» для студентов и аспирантов, составленное на основе подробных конспектов лекций, которые авторы пособия читают с 2008 года.

Учебное пособие состоит из трех разделов.

РАЗДЕЛ 1: Натурфилософия и точные науки Древнего мира – содержит обзор основных понятий, терминов, положений и обзор исторических фактов и философских учений древнего мира.

РАЗДЕЛ 2: Физика и математика Средневековья, Возрождения и нового времени – включает в себя сведения о великих открытиях и достижениях ученых Азии, Востока и Европы.

РАЗДЕЛ 3: Развитие механики и физики в России – обсуждается развитие механики, физики и естествознания в России XVIII и XIX веков.

Учебное пособие содержит авторский указатель, список вопросов для самоконтроля и перечень обязательных для ознакомления научных источников, дополнительная литература указана в сносках по тексту пособия.

Реализация создания учебного пособия инициирована преподавателями и сотрудниками кафедры теоретической и прикладной механики СПбГУ в связи с безвременной кончиной преподавателя этой кафедры Лопатухиной Ирины Евгеньевны (1945 – 2016), которая создавала курс истории механики и прикладной математики, преподавала его студентам отделения математики и студентам отделения механики математико-механического факультета. Часть неопубликованных при жизни рукописей И.Е. Лопатухиной, посвященных анализу научной деятельности И.В. Мещерского, А.М. Ляпунова, Н.Г. Четаева, публикуются в соответствующих разделах учебного пособия.

При подготовке учебного пособия были использованы научные труды авторов и известные научные монографии историков науки [1-4].

Литература

1. Григорьян А.Т., Погребысский И.Б. История механики. В двух томах. М.: Наука, 1972.
2. Дорфман Я.Г. Всемирная история физики. М.: Наука. Т. 1, 2. 1974-1979.
3. Смольников Б.А. Механика в истории науки и общества. Москва–Ижевск, 2013. 612 с.
4. Тюлина И.А., Чиненова В.Н. История механики сквозь призму развития идей, принципов и гипотез. Классический учебник МГУ. М.: Книжный дом Либрокон, 2013. 256 с.

About Teaching the History of Mechanics and Physics in SPBU

G.V. Pavilaynen, T.V. Rudakova

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

To implement the State Standard in 2016, a group of authors prepared and published a textbook "Essays on the History of Mechanics and Physics" for students and graduate students, compiled on the basis of detailed notes of lectures that the authors of the manual have been reading since 2008. In preparing the training manual, the scientific works of the authors and well-known scientific monographs of historians of science was used.

ОСОБЕННОСТИ ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ: ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ

С.В. Петрова

Средняя общеобразовательная школа № 204, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: gornicy@mail.ru

В последнее время особенно актуально развитие практической направленности обучения школьников, в том числе математике. Прикладные задачи включены в контрольно-измерительные материалы (КИМ) единого государственного экзамена по математике.

Несмотря на многолетний опыт проведения ЕГЭ, практика показывает, что прикладные задачи, в частности, так называемые «задачи на движение», вызывают затруднения у учащихся. В докладе объясняются причины этого явления. Рассмотрены основные виды задач на движение, представленных в ЕГЭ по математике (задание 11 из КИМ ЕГЭ по математике профильного уровня): задачи на движение по прямой и по окружности, задачи движения по воде. Подробно излагаются три принципа единого алгоритма решения вышеназванных задач.

Следует отметить, что для понимания и успешного решения задач на движение на уроках математики важно эффективное изучение на уроках физики темы «Законы взаимодействия и движения тел» из раздела «Механика». Такое сочетание двух наук дает самые высокие результаты обучения школьников.

Литература

1. Яценко И.В. Математика ЕГЭ Тематическая рабочая тетрадь // И.В.Яценко, С.А.Шестаков, П.И.Захаров. М.: Экзамен.2010.
2. Лысенко Ф.Ф. Математика. Подготовка к ЕГЭ-2011. Ростов-на-Дону: ООО «Легион-М». 2010.
3. Шестаков С.А. ЕГЭ 2017. Математика. Задачи на составление уравнений. Задача 11. Рабочая тетрадь. 2017. Изд-во «МЦНМО».
4. <https://www.tutoronline.ru/blog/reshenie-tekstovyyh-zadach-na-dvizhenie-pri-podgotovke-k-egje>

On Particularities of the Preparation for the Unified State Math Exam: Motion Tasks

S.V. Petrova

Secondary school № 204, Saint Petersburg, Russia

The preparation for the Unified State Math Exam is considered. In order to understand and successfully solve the problems of movement in mathematics lessons, it is important to effectively study the theme “Laws of interaction and motion of bodies” from the “Mechanics” section at physics classes. This combination of the two sciences gives the highest results of schoolchildren’s education.

Н.Е. ЖУКОВСКИЙ (1847-1921) – ИСТОРИК МЕХАНИКИ (К 170-ЛЕТИЮ УЧЕНОГО)

Е.Н. Поляхова¹, Н.Н. Поляхов²

¹*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*

²*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия*
E-mail: pol@astro.spbu.ru

Среди многочисленных аспектов научного творчества Н.Е.Жуковского немалое место занимают его доклады и статьи по истории науки, которые он делал в Московском Математическом Обществе, в Московском университете, на Собраниях Отделения Физических Наук Общества Любителей Естествознания, в Московском Обществе испытателей природы, а также на различных мемориальных заседаниях памяти ученых, его учителей, друзей и коллег по Москве и Петербургу, или на юбилейных торжествах по поводу знаменательных дат. Можно перечислить доклады памяти И.С. Громеки (1889), А.Ю. Давидова (1890), Ф.Е. Орлова (1892), В.Г. Имшенецкого (1896), А.Г. Столетова (1896), Ф.А. Слудского (1897), В.Я. Цингера (1908), Н.Д. Брашмана (1914), Н.А. Умова (1915) и др. Как историк

науки Н.Е. Жуковский выступает в 1887 г. с блестящим докладом по механике Ньютона на заседании по поводу 200-летия выхода *Principia Naturalis* (1687), а в 1891 г. делает доклад памяти Гельмгольца. На праздновании 40-летия его собственной научной и педагогической деятельности Н.Е. Жуковский в 1911 году делает подробный доклад о состоянии механики в Московском университете и в России в целом [1].

Н.Е. Жуковский специально изучал творчество двух выдающихся деятелей российской науки. Это Михаил Васильевич Остроградский (1801-1861) и Софья Васильевна Ковалевская (1850-1891). Его интерес был связан с желанием проникнуть в суть аналитической механики Лагранжа-Остроградского и динамики гироскопа Эйлера-Лагранжа-Ковалевской-Жуковского, т. е. с собственным интересом ученого к этим задачам [2]. В 1958 году в книге [3] были опубликованы три доклада Н.Е. Жуковского, содержащие анализ деятельности и трудов М.В. Остроградского. Там же помещена статья Н.Н. Поляхова, существенно раскрывшая научное значение механики М.В. Остроградского.

Что касается С.В. Ковалевской, то первое обращение к ее творчеству Н.Е. Жуковский делает 11 марта 1889 г. сразу после присуждения С.В. Ковалевской в декабре 1888 г. в Париже премии Бордена Парижской Академии наук за третий (и последний) интегрируемый случай вращения твердого тела около неподвижной точки. Этот случай оказался более общим, нежели регулярная прецессия по Эйлеру (1765) и нерегулярная прецессия тяжелого гироскопа по Лагранжу (1890). После внезапной кончины выдающейся женщины-математика в январе 1891 г. он пишет совместно с П.А. Некрасовым и А.Г. Столетовым некролог и выступает 19 февраля 1891 г. в Московском Математическом Обществе с подробным докладом "Труды С.В. Ковалевской по прикладной математике". Впоследствии изучением трудов С.В. Ковалевской успешно занимался ученик Н.Е. Жуковского, выдающийся математик, механик и историк науки Владимир Васильевич Голубев (1884-1954). Он создал обширный научно-биографический очерк о Софье Ковалевской, который был опубликован его дочерью, О.В. Голубевой [4].

Литература

1. Поляхова Е.Н. Классическая небесная механика в работах петербургской школы математики и механики в XIX в. Очерк истории научного наследия. Изд. 2-е, стер., СПб: Нестор-история. 2013. 140 с.
2. Очерки по истории механики и физики. Уч. пособие под ред. Г.В. Павилайнен. СПб: ВВМ, 2016. 196с.
3. Остроградский М.В. Избранные труды. Под ред. акад. В. И. Смирнова. М.: Изд-во АН, 1958. 584 с.
4. Голубев В.В. Талант без почвы. М.-Ижевск: РХД, 1999. 117 с.

N.E. Zhukovsky (1847-1921) — the historian of Mechanics (to the 170th anniversary of the scientist)

E.N. Polyakhova¹, N.N. Polyakhov²

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

²*Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia*

The outstanding Russian mathematician and mechanic N.E. Zhukovsky studied the works of M.V. Ostrogradsky and S.V. Kovalevsky. His interest was connected with the desire to peek into the essence of the analytical mechanics of Lagrange-Ostrogradsky and the dynamics of the Euler-Lagrange-Kovalevskaya-Zhukovsky gyroscope, that is, with the scientist's own interest in these problems. Subsequently, the study of the works of S.V. Kovalevskaya was successfully studied by a student of N.E. Zhukovsky, the mathematician, mechanic and historian of science V.V. Golubev.

К 300-ЛЕТИЮ ДАЛАМБЕРА: ЕГО РАБОТЫ ПО НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКЕ

Е.Н. Поляхова, К.В. Холшевников, В.С. Королев

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: pol@astro.spbu.ru , kvk@astro.spbu.ru , vokorol@bk.ru

Обсуждаются работы Даламбера по небесной механике, которые вместе с трудами его современников Клеро и Эйлера заложили фундамент науки о движении небесных тел под действием сил тяготения. Он сделал первые шаги в разработке теории возмущенного движения планет. В 1747 г. Даламбер занялся теорией движения Луны, составив ее таблицы. В 1749 г. он дал первую высокоточную теорию прецессии и нутации земной оси под действием притяжения Луны.

Занятия механикой Даламбер начал после знакомства с работами Эйлера, который спорил с Мопертюи по поводу определения двух мер движения. В результате этого спора создался принцип наименьшего действия Мопертюи-Эйлера. Спор о двух мерах движения был разрешен именно Даламбером за год до выхода трактата Эйлера. Трактат самого Даламбера, излагавшего эти вопросы, вышел в 1743 г. как «Traité de Dynamique» [1], где фигурировало то же уравнение движения, что и в «Механике» Эйлера. Наиболее известный труд Даламбера [2], в котором впервые сформулировал общие правила составления и решения дифференциальных уравнений движения [4, 5] любых материальных систем опираясь на предложенный им важнейший принцип механики – «принцип Даламбера».

В работе Даламбера по теории Луны одна из трудностей, которую должна была преодолеть механика Ньютона, состояла в определении фигуры Земли. Другие трудности возникали при изучении движения тел Солнечной системы и самой Луны. Основанные на законе тяготения расчеты Клеро и Даламбера, произведенные ими в 1745 г., дали для движения перигея лунной орбиты период обращения в 18 лет, что вдвое превосходит данные астрономических наблюдений. Это ставило под удар все систему Ньютона. Многие склонялись к тому, что необходимо внести поправки в сам закон тяготения. В 1747 г. в один и тот же день Клеро и Даламбер представляют на конкурс Парижской Академии наук свои работы по теории Луны. Каждый из них пытается справиться с трудностями объяснения движения лунного перигея. В результате Клеро, Даламбер и Эйлер [2, 3] доказали справедливость закона Ньютона.

Огромный вклад внес Даламбер в теорию прецессии и нутации земной оси. Прецессия земной оси как физическое явление состоит в том, что полярная ось Земли описывает в пространстве конус. Его ось проходит через полюса эклиптики, а полураствор равен углу наклона эклиптики к земному экватору. Здесь впервые дана теория прецессии и нутации, основанная на динамике твердого тела (Земли), вращение которого определяется притяжением Луны и Солнца. Эта работа наряду с работами Эйлера заложила основы современной динамики вращающегося твердого тела и теории малых колебаний твердого тела вокруг его центра масс.

Имя Даламбера увековечено Международным астрономическим союзом в названии астероида 5956 главного пояса и огромного (234 км в диаметре) кратера на обратной стороне Луны.

Литература

1. Даламбер Ж.Л. Динамика. М.-Л.: 1950. 319 с.
2. Добровольский В.А. Даламбер. М.: Наука. 1968. 215 с.
3. Поляхова Е.Н., Королев В.С., Холшевников К.В. Достижения петербургской научной школы по астрономии и небесной механике // Естественные и математические науки в современном мире. 2015, № 36, С. 96-111.
4. Холшевников К.В. Некоторые свойства даламберовских функций небесной механики // Прикл. мат. мех. 1977. Т. 41, № 5, С. 870-875.
5. Kholshchevnikov K.V. D'Alembertian Functions in Celestial Mechanics // Astronomy Reports, 1997, vol. 41, №1, 135-142.

The 300th anniversary of D'Alembert: his work on celestial mechanics

E.N. Polyakhova, K.V. Kholshchevnikov, V.S. Korolev

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

The works of D'Alembert on celestial mechanics, together with the works of his contemporaries Clairaut and Euler, laid the foundation for the science of the motion of celestial bodies under the influence of gravitational forces. He took the first steps in developing the theory of the disturbed motion of the planets. In 1747-56 years he tackled the theory of the motion of the Moon, compiling its tables. In 1749 he gave the first high-precision theory of precession and nutation of the Earth's axis under the influence of the Moon's attraction.

О ЗНАЧИМОСТИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ПРИНЦИПА ПОЛЯХОВА-ЗЕГЖДЫ-ЮШКОВА В НЕГОЛОНОМНОЙ МЕХАНИКЕ

Ш.Х. Солтаханов

Чеченский государственный университет, Академия наук Чеченской Республики, Грозный, Россия
E-mail: Soltakhanov@yandex.ru

В настоящее время основным математическим аппаратом при исследовании механических систем со связями высокого порядка является дифференциальный принцип Поляхова-Зегжды-Юшкова [1].

Дифференциальный принцип Поляхова-Зегжды-Юшкова при стеснении механической системы, имевшей s степеней свободы, идеальными неголономными связями $(n+2)$ -го порядка вида

$$a_{n+2,\sigma}^{l+\kappa} \left(t, q, \dot{q}, \dots, q^{(n+1)} \right) q^\sigma + a_{n+2,0}^{l+\kappa} \left(t, q, \dot{q}, \dots, q^{(n+1)} \right) = 0, \quad \kappa = \overline{1, k}, \quad l = s - k, \quad (1)$$

Записывается следующим образом:

$$\delta^{(n+2)} \left(\overline{W} - \overline{Y} / M \right)^2 = 0, \quad n \geq 1. \quad (2)$$

Здесь индекс (n) означает порядок производной по времени от вектора, а $\delta^{(n+2)}$ – это частный дифференциал, вычисляемый при фиксированных $t, q^\sigma, \dot{q}^\sigma, \dots, q^{(n+1)\sigma}$. Отметим, что при использовании принципа Поляхова-Зегжды-Юшкова в начальный момент времени заданными считаются все координаты q^σ и все их производные до порядка $(n+1)$ включительно, а следовательно, и вектор \overline{R} , и его производные до порядка $(n-1)$.

Принцип (2) при связях (1) был выдвинут М.А. Чувевым [2], позже этот принцип был сформулирован и аналитически развит Н.Н. Поляховым, С.А. Зегждой и М.П. Юшковым в статье [1], опубликованной в «Докладах Академии наук СССР», и назван ими обобщенным принципом Гаусса.

Введение в рассмотрение принципа Поляхова-Зегжды-Юшкова (2) позволяет решить одну из центральных задач теории управления – задачу об оптимальном переходе механической системы при наличии одной управляющей силы за фиксированное время из одного фазового состояния, в котором заданы обобщенные координаты и скорости, в другое фазовое состояние, в котором система должна иметь требуемые обобщенные координаты и скорости [3].

Отметим, что дифференциальный принцип Поляхова-Зегжды-Юшкова (2) сыграл важную роль в установлении связи между неголономной механикой и теорией управления.

Литература

1. Поляхов Н.Н., Зегжда С.А., Юшков М.П. Обобщение принципа Гаусса на случай неголономных систем высших порядков // ДАН СССР. Т.269. №6. С. 1328-1330.
2. Чувев М.А. К вопросу аналитического метода синтеза механизма // Изв. Вузов. Машиностроение. Изд-во МВТУ им.Н.Э.Баумана. 1974. №8. С. 165-167.
3. Черноусько Ф.Л., Акуленко Л.Д., Соколов Б.Н. Управление колебаниями. М.: Наука. 1980. 384 с.

On the Significance of the Differential Principle Polyakhov-Zegzhda-Yushkov in Non-holonomic Mechanics

Sh.Kh. Soltakhanov

Chechen State University, Grozny, Russia

The article shows the possibility of the application of the principle Polyakhov-Zegzhda-Yushkov in non-holonomic mechanics and control theory.

**ABOUT PUBLICATION PREPARING OF THE FOURTH TEXTBOOK EDITION
“THE THEORETICAL AND APPLIED MECHANICS”
BY N.N. POLYAKHOV, P.E. TOVSTIK, S.A. ZEGZHDA, M.P. YUSHKOV**

Sh.Kh. Soltakhanov¹, M.P. Yushkov²

¹*Chechen State University, Grozny, Russia*

²*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

E-mail: soltakhanov@ya.ru, yushkovmp@mail.ru

The first edition of the textbook of N.N.Polyakhov, S.A.Zegzhda, M.P.Yushkov "Theoretical Mechanics" was published in 1985 and was awarded the First Prize of the Leningrad State University. Later were published the second (2000) and third (2012) editions of this textbook for classical universities.

During the last ten years the department of Theoretical and Applied Mechanics of the Saint Petersburg State University has been working hard to prepare the fourth edition. It was decided to change the title of the textbook to "Theoretical and Applied Mechanics", which is more closely corresponds to the extensive preparing material. Two tomes of the textbook are being prepared.

The first volume (N.N. Polyakhov, S.A. Zegzda, M.P. Yushkov) contains the expanded material of the main course "Theoretical Mechanics" for students of mathematical and mechanical faculties of universities, and the second volume (N.N. Polyakhov, P.E. Tovstik, S.A. Zegzhda, M.P. Yushkov) includes an additional material that has practical importance. The author's surnames of the chapters are indicated after the title.

References

1. *Polyakhov N.N., Zegzhda S.A., Yushkov M.P.* Theoretical Mechanics. M.: Visschya schkola, 2000. 592 p. (in Russian)
2. *Zegzhda S.A., Soltakhanov Sh.Kh., Yushkov M.P.* Nonholonomic mechanic. Theory and applications. M.: Nauka, 2009. 344 p.

**ЗНАЧЕНИЕ ОТКРЫТИЙ ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА В ОБЛАСТИ
КОРАБЛЕСТРОЕНИЯ ДЛЯ НАУЧНОГО СТАНОВЛЕНИЯ
АКАДЕМИКА А.Н. КРЫЛОВА**

Н.А. Шарков¹, О.А. Шаркова²

¹*ФГУП «Крыловский государственный научный центр», Санкт-Петербург, Россия*

²*ГБОУ СОШ № 27 с углубленным изучением литературы, истории и иностранных языков
имени И.А. Бунина Василеостровского района Санкт-Петербурга, Россия*

E-mail: nicolaysharkov@yandex.ru

Обеспечение живучести и безопасности – комплексный раздел кораблестроения, включающий в себя широкую спектр знаний о корабле. Современная прикладная наука о живучести и безопасности кораблей основана на имитационном моделировании и ситуационном анализе, математическое описание которых совершенствуется и реализуется с помощью информационно-телекоммуникационных технологий. Эта область знаний в значительной мере опирается на идеи и расчеты, выполненные академиком А.Н. Крыловым, которому принадлежит одна из ключевых фраз современного кораблестроения: «Всякое рациональное творчество должно быть основано на числе и мере» [1].

На научное творчество А.Н. Крылова повлияли работы Леонарда Эйлера, поражавшие его ясностью и простотой изложения сложных расчетов. А.Н. Крылов писал: «Эйлер своими руководствами учил для дела, а не для экзаменов» [2].

В 1934 году А.Н. Крылов выполнил перевод работы Эйлера «Новая теория движения Луны», впервые изданной в 1772 году, и так о ней отзывался: «Это сочинение Эйлера представляется настолько замечательным, что первую общую его часть Академии Наук следовало бы издать в переводе на русский язык, ибо вид дифференциальных уравнений, рассмотренных Эйлером, настолько общий, что подобного рода уравнения, но гораздо более простые, встречаются во множестве прикладных и технических вопросов и сделать методы Эйлера доступными техникам и инженерам...» [2].

В 1983 году на торжественном симпозиуме «Развитие идей Эйлера в современную эпоху» президент Академии наук СССР академик А.П. Александров сказал: «...следует подчеркнуть, что современная теория устойчивости корабля, которую так блестяще разработал покойный академик Алексей Николае-

вич Крылов, в немалой мере восходит к эйлеровским работам по «Морской науке» [3]. Сам А.Н. Крылов называл труд Леонарда Эйлера «Морская наука», изданный в 1749 году, «капитальным» [2].

Таким образом, цель статьи – выявить, в чем заключалось значение открытий Леонарда Эйлера в области живучести и безопасности кораблей для научного становления академика А.Н. Крылова и для современной области этих знаний. Для этого необходимо прежде всего проанализировать работы Леонарда Эйлера «Морская наука» и «Новая теория движения Луны».

Литература

1. *А.Н. Крылов* Мои воспоминания. СПб.: Политехника, 2014. 511 с.
2. *А.Н. Крылов* Леонард Эйлер. Доклад академика А.Н. Крылова, прочитанный на торжественном заседании Академии наук СССР 5 октября 1933 г. Л.: Издательство Академии наук, 1933. 40 с.
3. Развитие идей Леонарда Эйлера и современная наука. Сборник статей. Под редакцией Н.Н. Боголюбова, Г.К. Михайлова, А.П. Юшкевича. М.: Наука, 1988. 520 с.

The Value of the Discoveries of Leonhard Euler in the Field of Shipbuilding for the Scientific Development of Academician A.N. Krylov

N.A. Sharkov¹, O.A. Sharkova²

¹*Krylov State Research Centre, Saint-Petersburg, Russia*

²*Secondary school № 27 with depth study of literature, history and foreign language, Saint-Petersburg, Russia*

The purpose of this article is to identify what was the value of the discoveries of Leonhard Euler in the field of survivability and safety of warships for the scientific development of academician A.N. Krylov and for modern knowledge in this area. For this it is necessary to considered the printed work of Leonard Euler “Marine science” and “A New theory of the motion of the moon”.

AUTHORS INDEX

- Abbasov M.E., 49
Adamovich I.A., 176
Afonin G.D., 182
Aizikovich S.M., 177
Akimov G.A., 307
Alchibaev D.V., 178
Aldoshin G.T., 21, 22, 122
Aleksandrov A.Yu., 240, 241
Aleksandrov K.D., 263
Aleksandrova E.B., 240
Alekseev I.V., 152
Alekseeva M.M., 90
Alesova I.M., 241, 242
Alferov G.V., 70, 254, 256, 257, 258, 259
Altenbach H., 207
Alyshev A.S., 23, 58
Amelyushkin I.A., 91
Arkhangelskaya L.A., 307
Atroshchenko E., 179
Avdushkin A.N., 59
Avrutin V., 251
- Babadzanjanj L.K., 241, 242
Babarykin K.V., 92
Babin A.K., 180
Bagaev D.V., 93
Bakaleinikov L.A., 159
Bakulev V.L., 94
Balykina Yu.E., 287
Barabanov I.N., 243
Bardin B.S., 24, 59, 60
Baregamyán G.A., 181
Barinova O.V., 95
Basharova G.T., 277
Bauer S.M., 182, 275, 288
Begun P.I., 277, 278, 279
Bekov A.A., 61
Belostochny G.N., 183, 276
Belov A.I., 282
Belyaev A.K., 11
Belyaev F.S., 185, 186
Belyaev S.P., 184, 195, 224, 227, 236
Bestuzheva A.N., 187
Bezglasnyi S.P., 244, 245
Bilchenko G.G., 25, 153, 155
Bilchenko N.G., 153, 155
Blishchik A.E., 96
Bobyliiev D., 97
Bochkarev A.O., 188
Bogatko V.I., 98
Bogdanova N.V., 155
Bogomolov R.V., 99
Bondarenko L.A., 253
Bordas S.P.A., 179
Bratchikov S.A., 148
Braun O.V., 100
Brykina I.G., 62
- Bulovich S.V., 101
Burian S.N., 26
Burov A.A., 62
Bushuev D.A., 251
Bykov N.Yu., 156
Bykov V.G., 246, 247, 248, 249
- Campoli L., 164
Chashnikov M.V., 272
Chekina E.A., 60
Chen Y., 241
Chernov S.V., 67, 298
Chernyshev S.L., 8
Chistov A.L., 135
Chistyakov V.V., 53, 148
Chivilikhin S.A., 147
Chizhova O.N., 251
Chumakov A.A., 49
Chumakov Yu.S., 149
Churkina T.E., 272
- Dats E.P., 217
Demenkov M.N., 109
Demidov I.V., 249
Dievsky V.A., 27
Dmitriev N.N., 28
Dobrov Yu.V., 110
Dodonov V.V., 29
Dol A.V., 284
Dolgova E.A., 199
Domanskaya T.O., 200
Donnik A.M., 285
Dosaev M.Z., 30
Druzhinin V., 31
Dubrovina P.A., 278
Dudarenko N.A., 266
Dudarev V.V., 189
- Efimov M.A., 200
Egorov S.V., 93
Egorova L.A., 64
Eliseeva V.O., 143
Emelyanov V.N., 102
Ender I.A., 159
Eremin A.S., 36
Ermakov A.M., 110
Ermolaeva N.N., 123, 124
Ermolin V.S., 32
Ershov B.A., 219
Esipov P.A., 65
Evard M.E., 185, 186, 192, 193
- Farvazov K.M., 127
Fazlyeva K.M., 52
Fedorov S.A., 156
Fedorov V.M., 53
Fedorova M.Yu., 41

Fedorovsky G.D., 237
 Filippov S.B., 238
 Flaxman Ja.Sh., 118
 Flegontova E.Yu., 159
 Franus D.V., 290

 Gabdylkhakova V.G., 105
 Gadzhiev D.A., 17
 Gaifullin A.M., 17
 Galaev S.A., 106
 Galunova K.V., 26
 Gang Xu, 179
 Gataulin Ya.A., 288, 291
 Gerasimenko A.B., 159
 Gerasimova S.A., 282
 Glazova D.I., 195, 227, 236
 Goloskokov D.P., 195, 214
 Golubev Yu.F., 15
 Golyadkina A.A., 283
 Gorbachev Yu.E., 156, 159
 Gorbunov V.I., 70, 256, 257, 259
 Gorbunova I.V., 84
 Gorshkov O.N., 282
 Grekov M.A., 19, 197, 198, 207
 Grinats E.S., 107
 Grushevskii A.V., 7
 Gubskiy V.V., 108
 Gunko N.A., 294, 295
 Gunko Yu.F., 294, 295
 Gusev D.A., 70

 Iaparova E.N., 193
 Ignatova A.D., 192
 Ishkhanyan M.V., 33
 Istomin V.A., 163, 164
 Ivanov D.N., 219
 Ivanov D.V., 284
 Ivanov G.G., 254
 Ivanov N.G., 115
 Ivanova L.N., 266
 Ivanova O.V., 288
 Ivanova V.V., 304
 Ivanyukhin A.V., 66
 Iyevleva Y., 279

 Jaychibekov N.Zh., 129

 Kabrits S.A., 205
 Kadashevich Yu.I., 201
 Kalenova V.I., 18
 Kalnitsky V.S., 26
 Karpenko A.G., 102
 Karyakin O.M., 118
 Kashevarov A.V., 107, 161
 Kasper R., 43
 Kats V.M., 299
 Kaun Yu.V., 120
 Kazakov K.E., 214
 Kazakov S.V., 56
 Kazantsev V.B., 282

 Kazunin D.V., 117, 128
 Khakimov A.F., 271
 Khantuleva T.A., 301
 Kholodova S.E., 136, 137, 138
 Kholoshevnikov K.V., 311
 Khorobrov S.V., 291
 Khoronzhuk R.S., 110, 117, 133
 Khvorov A.A., 186
 Kirillova I.V., 181, 207, 283, 285
 Kiselev N.A., 121
 Klimina L.A., 33, 34
 Klyushnikov G.N., 296, 301
 Kolesnikov E.K., 67, 296, 297, 298
 Kolesnikova A.S., 207
 Kolpak E.P., 205
 Kolyada L.G., 253
 Kolyari I.G., 37
 Kondratev V.S., 190
 Kornikov V.V., 287
 Korolev D.S., 282
 Korolev V.S., 78, 311
 Korytnikov D.G., 67
 Kosareva A.A., 152, 166
 Kosenko I.I., 62
 Kossovich L.U., 207
 Kossovich L.Yu., 181, 283, 285
 Kostyrko S.A., 207, 208
 Kotmakova A.A., 288
 Kovachev A.S., 247
 Koval K.A., 122
 Kovalenko L.A., 70
 Kovalev A.O., 29
 Kovalev M.D., 35
 Kovalev V.A., 206
 Kovriznykh N.A., 36
 Kozlov A.A., 254
 Krasilnikov P.S., 69
 Krylova E.G., 288
 Krymov V.M., 184
 Kuibin P.A., 123
 Kulakov F.M., 70, 256, 257, 258, 259
 Kuleshov A.S., 38
 Kuleshova Yu.D., 167, 168
 Kunova O.V., 164
 Kuptsov S.Yu., 260
 Kuptsova S.E., 39, 260
 Kurbatova G.I., 123, 124
 Kurochkin V.U., 261
 Kustova E.V., 152, 164, 169, 170
 Kuteeva G.A., 82, 305, 306
 Kuzmin A.G., 141
 Kuznetsov M.M., 167, 168
 Kuznetsov N.V., 9
 Kuznetsov V.M., 174

 Lachugin D.V., 210
 Laptinskiy A.I., 125
 Lashkov V.A., 110, 117, 133
 Lebedev D.A., 262, 263
 Lebedeva M.V., 211

Leonov G.A., 9, 263, 264
 Levchenya A.M., 112, 149
 Levitskiy A.G., 280
 Lobachev M.P., 93
 Lokhin V.V., 64
 Lomakin I.V., 220
 Lukasheva A.A., 170
 Lukin A.A., 299, 300
 Lykhachev S.V., 285
 Lyul'chak P.S., 194

Ma C.-C., 11
 Magomedova D.K., 212
 Makhnov A.V., 130
 Makhnov V.Yu., 106
 Maksimov A.S., 248
 Malafeev O.A., 265
 Malafeyev O.A., 127
 Malah H., 149
 Malamanov S.Yu., 125
 Maliavkin G.P., 71
 Malkov V.M., 200, 213
 Malkova Yu.V., 124, 200, 213
 Malyugin A.A., 128
 Manuilov A.S., 297, 298
 Manzhurov A.V., 214
 Markachev Yu.E., 298
 Mashek I.Ch., 110, 117, 133
 Mashtakov A.P., 94
 Matrosov A.V., 195, 214
 Matveev D.A., 280
 Matveev S.K., 129, 307
 Matveev S.V., 167
 Mbazumutima E., 279
 Mekhonoshina M.A., 164
 Melkumova E.V., 15
 Melnikov G.I., 266
 Melnikov V.G., 23, 58, 266
 Mikhailova N.V., 216
 Mikhasev G.I., 13
 Mikhaylov A.N., 282
 Miller A.B., 161
 Minakov A.V., 174
 Miroshin R.N., 95
 Moiseev A.A., 131
 Moiseev O.S., 259
 Moiseeva I.N., 292
 Mokaev R.N., 264
 Molleson G.V., 171
 Molostvin E.V., 167
 Momynov S.B., 61
 Morozov N.F., 11
 Morozov V.A., 299, 300
 Morozov V.M., 18
 Moshkin R.P., 40
 Mukhametzhanova A.A., 245
 Murashkin E.V., 206, 217, 218
 Murashko A.Yu., 253
 Myltcina O.A., 183, 276

Nagnibeda E.A., 152, 172
 Nalivaiko A.G., 118
 Naumova N.V., 219
 Nazmutdinov A.F., 132
 Nazmutdinova L.R., 132
 Nedin R.D., 189
 Nesterchuk G.A., 220
 Nesterova O.P., 41
 Nigmatullina A.Ya., 220
 Nikiforov G.V., 133
 Nikitin A.V., 253
 Nikitin D.Y., 72
 Nikolaev V.I., 184
 Norkin I.A., 285

Oblapenko G.P., 164
 Omarova U.Sh., 269
 Onawumi P.Y., 216
 Orekhov A.V., 39, 221
 Orlov V.B., 253
 Oshina O.V., 280
 Oskina K.I., 73
 Ostropiko E.S., 223
 Ovchinnikov M.Yu., 78

Panev A.S., 24
 Papina K.V., 172
 Papkov E.V., 148
 Parshin D.A., 224
 Parshina L.V., 233
 Pascal M., 41, 42
 Pasyukova I.A., 43
 Pautov A.A., 288
 Pavilaynen G.V., 210, 308
 Pavlenko O.V., 108, 134
 Pavlovsky V.A., 135
 Peregudin S.I., 136, 137, 138
 Peregudina E.S., 136, 137, 138
 Perekopskiy S., 43
 Petrov A.V., 108
 Petrov N.A., 73, 82
 Petrov V.S., 297
 Petrova S.V., 309
 Petrova V.A., 253
 Petrova V.I., 44
 Petrukhin R.R., 124
 Petukhov V.G., 74
 Pigusov E.A., 134
 Pilugin V.P., 195
 Pilyugin V.P., 227, 236
 Platonov A.V., 267
 Platonov V.G., 96
 Platovskikh M.Yu., 46
 Podvigina O.M., 69
 Polienko A.V., 283
 Polyakhov N.N., 14, 310
 Polyakhova E.N., 14, 73, 75, 77, 78, 310, 311
 Pomytkin S.P., 201
 Ponikarova I.V., 224
 Potapov Yu.F., 161

Potekhina E.A., 98
 Pototskaya I.Yu., 241, 242
 Potsipun A.A., 280
 Povalyaev N.D., 259
 Pozhilov A.A., 114
 Privalova O.G., 33
 Pronina Y.G., 229
 Pronina Yu.G., 233
 Proshkin V.A., 81
 Prosolupov E.V., 49
 Prozorova E.V., 173
 Pupyshva G.I., 253
 Pupyshva Yu.Yu., 241, 242

 Radayev Yu.N., 206, 218
 Rakitskaya M.V., 116
 Razov A.I., 223
 Redinskikh N.A., 265
 Reshetnikova Yu.G., 168
 Resnina N.N., 184, 195, 224, 227, 236
 Ris V.V., 106
 Rodnikov A.V., 81
 Rodyukov F.F., 47, 268
 Rozhkov M.A., 84
 Rubanov V.G., 251
 Rudakova T.V., 308
 Rudnichenko A.A., 93
 Rudyak V.Ya., 174
 Ryabinin A.N., 99, 100, 121, 139, 150
 Ryabov V.M., 233, 235
 Ryazantseva M.Yu., 226
 Rydalevskaya M.A., 155, 158, 162

 Saakyan A.T., 241, 242
 Sabaneev V.S., 14
 Salimov T.A., 70
 Salnikova T.V., 16
 Sapach Y.O., 288
 Sarsadskikh A.S., 259
 Savelev A.S., 164, 169, 170
 Savelieva A.Yu., 227, 236
 Savenkov G.G., 299, 300
 Savin A.V., 131, 140, 142
 Sedova O.S., 233
 Selyutskiy Yu.D., 47
 Semenov B.N., 228
 Serebrov A.P., 301
 Sergeeva N.V., 191
 Sergeeva T.S., 198
 Shalabayeva B.S., 129
 Shamolin M.V., 55
 Sharkov N.A., 314
 Sharkova O.A., 314
 Sharlay A.S., 254, 256, 257, 258
 Shchepanyuk B.A., 105
 Shelkovina V.A., 249
 Shepeljavyi A.I., 268
 Shishkin E.V., 56
 Shmigirilov R.V., 150
 Shmyrov A.S., 71, 77

 Shmyrov V.A., 71, 77, 84
 Shugaylo T.S., 56
 Shurpatov A.O., 11
 Shuvalov G.M., 208
 Shymanchuk D.V., 50, 87, 254, 261, 271
 Sibirev A.V., 184
 Silantyeva O.A., 28
 Simonenko M.M., 141
 Sinilshchikov B.E., 116
 Sinilshchikov V.B., 116
 Sinilshchikova G.A., 305, 306
 Skrobach A.V., 127
 Smirnov A.L., 187, 199
 Smirnov E.M., 101, 106, 112, 114
 Smirnov I.V., 229, 231
 Smirnov P.G., 142
 Smirnovsky A.A., 114, 143
 Smotrova L.V., 168
 Sokolov B.V., 256, 257, 258
 Sokolov E.I., 140
 Sokolov L.L., 73, 82
 Soltakhanov Sh.Kh., 29, 312, 313
 Sorokin V.S., 249
 Stareva I.A., 229
 Starinova O.L., 84
 Starkov V.N., 75
 Stasenko A.L., 91, 107, 161, 171
 Stein A.A., 292
 Stepanov S.Ya., 16, 41, 42, 272
 Stepanov Yu.G., 144
 Stepanova P.P., 43
 Stepanyants Y.A., 110
 Stepenko N.A., 39, 75
 Strekopytov S.A., 48
 Strekopytova A.S., 48
 Strekopytova M.V., 48
 Strekopytova O.S., 48
 Sudenkov Yu.V., 229, 231, 232
 Sukhorukov A.L., 122
 Sukhov E.A., 85
 Sukhov V.K., 279
 Surkova V.A., 84
 Sventitskaya V.E., 203, 204, 231, 232

 Tamasyan G.Sh., 49
 Taranov A.E., 93, 96
 Terekhova N.M., 145
 Tereshkin E.V., 174
 Tereshkina K.B., 174
 Tikhonov A.A., 67, 72, 78, 87, 240
 Timashov R.B., 184
 Timchenko B.P., 50
 Titov D.V., 251
 Titov V.B., 86
 Tkhai V.N., 51, 243, 269
 Tomar S., 179
 Toshchev K.A., 146
 Tovstik P.E., 11, 178
 Tovstik T.P., 11
 Trifonenko B.V., 306

Tsvetkov A.I., 105
Tureshbaev A.T., 269
Tyuganova T.M., 281

Ugegov N.S., 253
Ustinov M.V., 118
Uteshev A.Yu., 270
Uzdin A.M., 41

Vaganova N.V., 280
Vakaeva A.B., 197
Valov A., 31
Vasiliev A.A., 82
Vasiliev A.S., 177
Vatulyan A.O., 189, 190
Venatovskaya L.A., 275
Videla J., 179
Vlasova T.V., 32
Volkov A.E., 185, 186, 192, 193, 194
Volkov D.Yu., 26
Volkov K.N., 102
Volkov V.V., 177
Voloshinova T.V., 219
Voronkova E.B., 182, 281, 287
Voroshilova Yu.N., 158
Vysotina V.G., 104

Wilde M.V., 191

Yakovchuk M.S., 120

Yakovlev A.B., 88
Yakovlev S.P., 22
Yanochkina O.O., 251
Yartsev B.A., 233, 235
Yukhnev A.D., 288, 291
Yushkov M.P., 14, 29, 56, 313

Zabavnikova T.A., 201
Zabelina N.I., 162
Zaitsev D.K., 114
Zaranik U.P., 260
Zaretskov V.V., 285
Zasimova M.A., 115
Zavyalov O.G., 113
Zelenskiy A.G., 297
Zelinskaya A.V., 202
Zhabko A.P., 241, 251
Zhbanov V.A., 161
Zherebtsov O.M., 301
Zhukovskaya V.D., 112
Zhuravleva D.I., 281
Zhusubaliyev Zh.T., 251
Zhvik V.V., 17
Zimin B.A., 203, 204, 231, 232
Zorin I.S., 203, 204
Zubkov A.F., 141
Zubov A.V., 253
Zubtsov A.V., 17
Zyuzlikov V.P., 116

ПЕРЕЧЕНЬ АВТОРОВ

- Авдюшкин А.Н., 59
Адамович И.А., 176
Айзикович С.М., 177
Акимов Г.А., 307
Алдошин Г.Т., 21, 121
Александров А.Ю., 240
Александров К.Д., 263
Александрова Е.Б., 240
Алексеев И.В., 152
Алексеева М.М., 90
Алферов Г.В., 70, 253, 255, 256, 257, 258
Алышев А.С., 22, 58
Альчибаев Д.В., 178
Амелюшкин И.А., 91
Архангельская Л.А., 307
Афонин Г.Д., 181
- Бабарыкин К.В., 92
Бабин А.К., 179
Багаев Д.В., 92
Бакалейников Л.А., 158
Бакулев В.Л., 93
Балыкина Ю.Е., 286
Барабанов И.Н., 242
Бардин Б.С., 23, 59, 60
Барегамян Г.А., 180
Баринова О.В., 94
Бауэр С.М., 181, 275
Башарова Г.Т., 277
Бегун П.И., 277, 278, 279
Безгласный С.П., 243, 244
Беков А.А., 60
Белосточный Г.Н., 182, 276
Беляев А.К., 11
Беляев С.П., 183, 194, 224, 226, 235
Беляев Ф.С., 184, 185
Бестужева А.Н., 186
Бильченко Г.Г., 24, 153, 154
Бильченко Н.Г., 153, 154
Блищик А.Э., 95
Бобылев Д.Е., 96
Богатко В.И., 97
Богданова Н.В., 155
Богомоллов Р.В., 98
Бондаренко Л.А., 252
Бочкарев А.О., 187
Братчиков С.А., 147
Браун О.В., 99
Брыкина И.Г., 61
Булович С.В., 100
Бурьян С.Н., 25
Быков В.Г., 245, 246, 247, 248
Быков Н.Ю., 156
- Ваганова Н.В., 280
Вакаева А.Б., 196
Валов А.В., 30
- Васильев А.А., 82
Васильев А.С., 177
Вагульян А.О., 188, 189
Венатовская Л.А., 275
Вильде М.В., 190
Власова Т.В., 31
Волков А.Е., 184, 185, 191, 192, 193
Волков Д.Ю., 26
Волков К.Н., 101
Волков С.С., 177
Волошинова Т.В., 218
Воронкова Е.Б., 181, 281, 286
Ворошилова Ю.Н., 157
Высотина В.Г., 103
- Габдылхакова В.Г., 104
Гаджиев Д.А., 17
Гайфуллин А.М., 17
Галаев С.А., 105
Галунова К.В., 26
Гатаулин Я.А., 287, 290
Герасименко А.Б., 158
Глазова Д.И., 194, 226, 235
Голядкина А.А., 283
Горбачев Ю.Е., 156, 160
Горбунов В.И., 70, 255, 256, 258
Горбунова В.В., 83
Греков М.А., 19, 196, 197
Гринац Э.С., 106
Грушевский А.В., 6
Губский В.В., 107
Гунько Н.А., 294, 295
Гунько Ю.Ф., 294, 295
Гусев Д.А., 70
- Дац Е.П., 216
Деменков М.Н., 108
Джайчибеков Н.Ж., 128
Диевский В.А., 27
Дмитриев Н.Н., 28
Добров Ю.В., 109
Додонов В.В., 29
Долгова Е.А., 198
Доль А.В., 283, 284
Доманская Т.О., 199
Донник А.М., 285
Досаев М.З., 30
Дружинин В.Г., 30
Дубровина П.А., 278
Дударев В.В., 188
Дударенко Н.А., 266
- Евард М.Е., 184, 185, 191, 192
Егоров С.В., 92
Егорова Л.А., 64
Елисеева В.О., 143
Емельянов В.Н., 101

Еремин А.С., 35
 Ермолаева Н.Н., 123
 Ермолин В.С., 31
 Ершов Б.А., 218
 Есипов П.А., 64

Жабко А.П., 240, 250
 Жбанов В.А., 160
 Жвик В.В., 17
 Жеребцов О.М., 300
 Жуковская В.Д., 111
 Журавлева Д.И., 281

Забавникова Т.А., 201
 Забелина Н.И., 161
 Завьялов О.Г., 112
 Зайцев Д.К., 113
 Зараник У.П., 259
 Зарецков В.В., 285
 Засимова М.А., 114
 Зеленский А.Г., 296
 Зелинская А.В., 202
 Зимин Б.А., 203, 204, 230, 231
 Зорин И.С., 203, 204
 Зубков А.Ф., 141
 Зубов А.В., 252
 Зубцов А.В., 17
 Зюзликов В.П., 115

Иванов Г.Г., 253
 Иванов Д.В., 283, 284
 Иванов Д.Н., 218
 Иванов Н.Г., 114
 Иванова В.В., 304
 Иванова Л.Н., 266
 Иванюхин А.В., 65
 Игнатова А.Д., 191
 Иевлева Е., 279
 Истомин В.А., 162, 163
 Ишханян М.В., 32

Кабриц С.А., 204
 Кадашевич Ю.И., 201
 Казаков К.Е., 213
 Казаков С.В., 55
 Казунин Д.В., 116, 127
 Калёнова В.И., 18
 Кальницкий В.С., 25
 Карпенко А.Г., 101
 Карякин О.М., 117
 Каун Ю.В., 119
 Кац В.М., 299
 Кашеваров А.В., 106, 160
 Кириллова И.В., 180, 206, 283, 285
 Киселев Н.А., 120
 Климина Л.А., 32, 33
 Клюшников Г.Н., 296, 300
 Ковалев А.О., 29
 Ковалев В.А., 205
 Ковалёв М.Д., 34

Коваленко Л.А., 70
 Коваль К.А., 121
 Ковачев А.С., 246
 Коврижных Н.А., 35
 Колесников Е.К., 66, 296, 297
 Колесникова А.С., 206
 Колпак Е.П., 204
 Коляда Л.Г., 252
 Коляри И.Г., 36
 Кондратьев В.С., 189
 Корников В.В., 286
 Королев В.С., 77, 310
 Корытников Д.Г., 67
 Косарева А.А., 152, 165
 Коссович Л.Ю., 180, 206, 283, 285
 Котмакова А.А., 287
 Красильников П.С., 68
 Крымов В.М., 183
 Кузнецов В.М., 174
 Кузнецов М.М., 166, 167
 Кузнецов Н.В., 9
 Кузьмин А.Г., 141
 Куйбин П.А., 122
 Кулаков Ф.М., 70, 255, 256, 257, 258
 Кулешов А.С., 37
 Кулешова Ю.Д., 166, 167
 Купцов С.Ю., 259
 Купцова С.Е., 38, 259
 Курбатова Г.И., 123
 Курочкин В.Ю., 260
 Кустова Е.В., 152, 163, 168, 169
 Кутеева Г.А., 82, 305, 306

Лаптинский А.И., 124
 Лашков В.А., 109, 116, 132
 Лебедев Д.А., 261, 262
 Лебедева М.В., 211
 Левицкий А.Г., 280
 Левченя А.М., 111, 149
 Леонов Г.А., 9, 263, 264
 Лихачев С.В., 285
 Лобачев М.П., 92
 Лохин В.В., 64
 Лукашева А.А., 169
 Лукин А.А., 299, 300
 Люльчак П.С., 193

Ма Ч.-Ч., 11
 Максимов А.С., 247
 Маламанов С.Ю., 125
 Малафеев О.А., 126, 264
 Малах Х., 149
 Мальков В.М., 199, 212
 Малькова Ю.В., 123, 199, 212
 Малюгин А.А., 127
 Малявкин Г.П., 71
 Манжиров А.В., 213
 Мануйлов А.С., 296, 297
 Маркачев Ю.Е., 298
 Матвеев Д.А., 280

Матвеев С.В., 166
 Матвеев С.К., 128, 307
 Махнов А.В., 129
 Махнов В.Ю., 105
 Машек И.Ч., 109, 116, 132
 Маштаков А.П., 93
 Мбазумутима Э., 279
 Мельников В.Г., 22, 58, 266
 Мельников Г.И., 266
 Миллер А.Б., 160
 Минаков А.В., 173
 Мирошин Р.Н., 94
 Михайлова Н.В., 215
 Михасев Г.И., 13
 Моисеев А.А., 130
 Моисеев О.С., 258
 Моисеева И.Н., 291
 Мокаев Р.Н., 264
 Моллесон Г.В., 170
 Молоствин Е.В., 166
 Момынов С.Б., 60
 Морозов В.А., 299, 300
 Морозов В.М., 18
 Морозов Н.Ф., 11
 Мошкин Р.П., 39
 Мурашкин Е.В., 205, 216, 217
 Мурашко А.Ю., 252
 Мухаметзянова А.А., 244
 Мыльцина О.А., 182, 276

Нагнибеда Е.А., 152, 171
 Назмутдинов А.Ф., 131
 Назмутдинова Л.Р., 131
 Наливайко А.Г., 117
 Наумова Н.В., 218
 Недин Р.Д., 188
 Нестерова О.П., 40
 Нестерчук Г.А., 219
 Никитин А.В., 252
 Никитин Д.Ю., 72
 Никифоров Г.В., 132
 Николаев В.И., 183
 Норкин И.А., 285

Омарова У.Ш., 269
 Оноуми П., 215
 Орехов А.В., 38, 221
 Орлов В.Б., 252
 Остропико Е.С., 222
 Оськина К.И., 73
 Ошина О.В., 280

Павилайнен Г.В., 308
 Павленко О.В., 107, 133
 Павловский В.А., 134
 Панёв А.С., 23
 Папина К.В., 171
 Папков Е.В., 147
 Паршин Д.А., 223
 Паршина Л.В., 232

Паскаль М., 42
 Пасынкова И.А., 43
 Перегудин С.И., 135, 137, 138
 Перегудина Э.С., 135, 137, 138
 Петров А.В., 107
 Петров В.С., 296
 Петров Н.А., 73, 82
 Петрова В.А., 252
 Петрова С.В., 309
 Петрухин Р.Р., 123
 Петухов В.Г., 74
 Пигусов Е.А., 133
 Пилюгин В.П., 194, 226, 235
 Платовских М.Ю., 45
 Платонов А.В., 267
 Платонов В.Г., 95
 Поваляев Н.Д., 258
 Подвигина О.М., 68
 Пожилов А.А., 113
 Полиенко А.В., 283
 Поляхов Н.Н., 14, 309
 Поляхова Е.Н., 14, 73, 75, 76, 77, 309, 310
 Помыткин С.П., 201
 Поникарова И.В., 224
 Потапов Ю.Ф., 160
 Потехина Е.А., 97
 Поципун А.А., 280
 Привалова О.Г., 32
 Прозорова Э.В., 172
 Прошкин В.А., 80
 Пупышева Г.И., 252

Радаев Ю.Н., 205, 217
 Разов А.И., 222
 Ракитская М.В., 115
 Рединских Н.Д., 264
 Реснина Н.Н., 183, 194, 224, 226, 235
 Решетникова Ю.Г., 167
 Рис В.В., 105
 Родюков Ф.Ф., 46, 268
 Рожков М.А., 83
 Рудакова Т.В., 308
 Рудниченко А.А., 92
 Рудяк В.Я., 173
 Рыдалевская М.А., 155, 157, 161
 Рябинин А.Н., 98, 99, 120, 138, 150
 Рябов В.М., 232, 234
 Рязанцева М.Ю., 225

Сабанеев В.С., 14
 Савельев А.С., 168, 169
 Савельева А.Ю., 226, 235
 Савенков Г.Г., 299, 300
 Савин А.В., 130, 139, 142
 Салимов Т.А., 70
 Сальникова Т.В., 16
 Сарсадских А.С., 258
 Свентицкая В.Е., 203, 204, 230, 231
 Селюцкий Ю.Д., 47
 Семенов Б.Н., 227

Сергеева Н.В., 190
Сергеева Т.С., 197
Серебров А.П., 300
Сибирев А.В., 183
Силантьева О.А., 28
Симоненко М.М., 141
Синильщиков Б.Е., 115
Синильщиков В.Б., 115
Синильщикова Г.А., 305, 306
Скробач А.В., 126
Смирнов А.Л., 186, 198
Смирнов Е.М., 100, 105, 111, 113
Смирнов И.В., 228, 230
Смирнов П.Г., 142
Смирновский А.А., 113, 143
Смотрова Л.В., 167
Соколов Б.В., 255, 256, 257
Соколов Е.И., 139
Соколов Л.Л., 73, 82
Солтаханов Ш.Х., 312
Старинова О.Л., 83
Старков В.Н., 75
Стасенко А.Л., 91, 106, 160, 170
Степанов С.Я., 16, 42, 272
Степанов Ю.Г., 144
Степанова П.П., 43
Степенко Н.А., 38, 75
Стрекопытов С.А., 48
Стрекопытова А.С., 48
Стрекопытова М.В., 48
Стрекопытова О.С., 48
Судьенков Ю.В., 228, 230, 231
Суркова В.А., 84
Сухов В.К., 279
Сухов Е.А., 85
Сухоруков А.Л., 121

Таранов А.Е., 92, 95
Терехова Н.М., 145
Терешкин Э.В., 174
Терешкина К.Б., 174
Тимашов Р.Б., 183
Тимченко Б.П., 50
Титов В.Б., 86
Тихонов А.А., 67, 72, 86, 240
Товстик П.Е., 11, 178
Товстик Т.П., 11
Тоцев К.А., 146
Трифоненко Б.В., 306
Турешбаев А.Т., 269
Тхай В.Н., 51, 242, 269
Тюганова Т.М., 281

Ужегов Н.С., 252
Уздин А.М., 40
Устинов М.В., 117

Фазлыева К.М., 51

Фарвазов К.М., 126
Федоров В.М., 52
Фёдоров С.А., 156
Федорова М.Ю., 40
Федоровский Г.Д., 236
Филиппов С.Б., 237
Флакман Я.Ш., 117
Флегонтова Е.Ю., 158
Франус Д.В., 289

Хакимов А.Ф., 270
Хворов А.А., 185
Холодова С.Е., 135, 137, 138
Холшевников К.В., 310
Хоробров С.В., 290
Хоронжук Р.С., 109, 116, 132

Цветков А.И., 104

Чашников М.В., 271
Чекина Е.А., 60
Чернов С.В., 66, 297
Чернышев С.Л., 8
Чивилихин С.А., 146
Чиждова О.Н., 250
Чистов А.Л., 134
Чистяков В.В., 147
Чумаков Ю.С., 149
Чуркина Т.Е., 272
Чэнь Я., 240

Шалабаева Б.С., 128
Шамолин М.В., 54
Шарков Н.А., 313
Шаркова О.А., 313
Шарлай А.С., 253, 255, 256, 257
Шелковина В.А., 248
Шепелявый А.И., 268
Шиманчук Д.В., 50, 260, 270
Шишкин Е.В., 55
Шмигирилов Р.В., 150
Шмыров А.С., 71, 76
Шмыров В.А., 71, 76, 84
Штейн А.А., 291
Шурпатов А.О., 11

Щепанюк Б.А., 104

Эндер И.А., 158

Юхнев А.Д., 287, 290
Юшков М.П., 14

Яковлев А.Б., 88
Яковлев С.П., 21
Яковчук М.С., 119
Япарова Е.Н., 192
Ярцев Б.А., 232, 234

CONTENTS

PREFACE	4
PLENARY LECTURES	5
A.V. Grushevskii. Vladimir Vasilievich Beletsky, the Ballet Master of Waltzed Orbits, Non-Reducing Classic of the Russian and the World Science	7
S.L. Chernyshev. The Modern Problems of Aircraft Engineering in Application-Oriented Tasks of Aerohydrodynamics	8
G.A. Leonov, N.V. Kuznetsov. On the Suppression of Flutter in the Keldysh Model	9
A.K. Belyaev, C.-C. Ma, N.F. Morozov, P.E. Tovstik, T.P. Tovstik, A.O. Shurpatov. Dynamics of a Thin Rod under Longitudinal Impact.....	11
G.I. Mikhasev. Models of Surgically Reconstructed Oscillatory System of the Human Middle Ear	13
E.N. Polyakhova, N.N. Polyakhov (jun.), V.S. Sabaneev, M.P. Yushkov. Scientist-Encyclopedist N.N. Polyakhov.....	14
Yu.F. Golubev, E.V. Melkumova. Two-Legged Walking Robot Prescribed Motion on a Rough Cylinder.....	15
T.V. Salnikova, S.Ya. Stepanov. Effect of Photogravitational and Electromagnetic Forces on the Kordylewski Clouds Formation	16
A.M. Gaifullin, D.A. Gadzhiev, V.V. Zhvik, A.V. Zubtsov. On Vortex Formation Near Elongated Bodies.....	17
V.M. Morozov, V.I. Kalenova. Linear Non-Stationary Systems and Their Application to Problems of Space Dynamics.....	18
M.A. Grekov. The Models of Macro- and Nanodefects of a Solid	19
THEORETICAL AND APPLIED MECHANICS	20
G.T. Aldoshin. On Inertia Forces	21
G.T. Aldoshin, S.P. Yakovlev. On the Swinging Spring Chaotic Oscillations	22
A.S. Alyshev, V.G. Melnikov. Adaptive Robust Identification of Added Moments of Inertia of Vessels based on Program Motions	23
B.S. Bardin, A.S. Panev. On the Motion of a Rigid Body with an Internal Moving Point Mass on a Horizontal Plane.....	24
G.G. Bilchenko. On the Carrier with Mobile Load Motions on the Inclined Plane with Friction	25
S.N. Burian, V.S. Kalnitsky. On the Motion of a One-dimensional Double Pendulum.....	26
D.Yu. Volkov, K.V. Galunova. On Bifurcation in Dynamics of a Resonator of the Wave Solid–State Gyro.....	26
V.A. Dievsky. Mechanical Interpretation of Tractrix	27
N.N. Dmitriev, O.A. Silantyeva. Motion of Rigid Bodies on a Plane Surface with Orthotropic Asymmetric Friction.....	28
V.V. Dodonov, A.O. Kovalev. The Change in Motion of an Earth satellite in Case of Fixing the Value of Its Acceleration	29
V.V. Dodonov, Sh.Kh. Soltakhanov, M.P. Yushkov. Movement of the Earth's Satellite after Using Non- Holonomic Constraint of the Third Order.....	29
M.Z. Dosaev. Steady Motion of a Rowing Boat.....	30
V. Druzhinin, A. Valov. Damping the Fluctuations for Portal Crane	31
V.S. Ermolin, T.V. Vlasova. The Generalized Formula for Angular Velocity Vector of the Moving Coordinate System.....	32
M.V. Ishkhanyan, L.A. Klimina, O.G. Privalova. Autorotation Motions of a Turbine Coursed by the Magnus Effect.....	33
L.A. Klimina. Iterative method of construction of a bifurcation diagram of autorotation motions for a system with one degree of freedom.....	34
M.D. Kovalev. Bar and Joint Linkages with a Complete Self Stress.....	35
N.A. Kovriznykh, A.S. Eremin. On Two Families of Efficient Fifth-Order Schemes for Solving ODE Systems	36
I.G. Kolyari. The Use of the Energy Flow Change Theorem in Solving the Problem of Perfectly Elastic Collision of Three Mass Points	37

A.S. Kuleshov. Existence of Liouvillian Solutions in the Problem of Motion of a Rotationally Symmetric Body on a Sphere.....	38
S.E. Kuptsova, A.V. Orekhov, N.A. Stepenko. Formalized Approach to the Description of the Adaptive Manipulator.....	39
R.P. Moshkin. The Equivalence of the Equations of Poincare.....	40
O.P. Nesterova, A.M. Uzdin, M.Yu. Fedorova. Features of Tuned Mass Damper Behavior under Strong Earthquakes.....	41
M. Pascal, S.Ya. Stepanov. Limit cycles of a double oscillator colliding with a rigid obstacle	41
M. Pascal, S.Ya. Stepanov. On the Influence of External Periodic Perturbation on the Friction Oscillations of a Double Oscillator	42
I.A. Pasyukova, P.P. Stepanova. On the Stability of an Unbalanced Rotor in Massive Non-Linear Compliant Supports.....	43
S. Perekopskiy, R. Kasper. Development and Validation of a New Kind Coupling Element for Wheel-Hub Motors	43
V.I. Petrova. Interconnection between Coordinate Systems Describing the Dynamics of the Loaded Stewart Platform	44
M.Yu. Platovskikh. Self-Excited Frictional Oscillations in a Two-Mass System.....	46
F.F. Rodyukov. Lagrange-Newton's Equations in Theoretical Mechanics.....	47
Yu.D. Selyutskiy. On Oscillations of an Elastically Mounted Plate in the Flow	47
S.A. Strekopytov, A.S. Strekopytova, O.S. Strekopytova, M.V. Strekopytova. Quasiperiodic Dynamical Systems: Necessary and Sufficient Conditions of Convergence.....	48
G.Sh. Tamasyan, E.V. Prosolupov, A.A. Chumakov. One Modification of the Method of Hypodifferential Descent in the Problem for Finding a Point of an Ellipsoid Nearest to the Origin	49
G.Sh. Tamasyan, M.E. Abbasov, E.V. Prosolupov, A.A. Chumakov. Comparative Study of Algorithms for Projecting a Point onto an Ellipsoid.....	49
B.P. Timchenko, D.V. Shymanchuk. Research of the Task of Unmanned Aerial Vehicle Landing on a Ship.....	50
V.N. Tkhai. Dissipation in the Vicinity of Oscillation of a Mechanical System.....	51
K.M. Fazlyeva. Transition of a Two-Mass System from a State of Rest to the Motion with Constant Velocity..	52
V.M. Fedorov. Autonomous Motion of a Mobile Robot in Environment with Obstacles	53
V.V. Chistyakov. On Kinetics of a Dynamically Unbalanced Rigid Rotator under Action of Dry and Combined Friction.....	53
M.V. Shamolin. Non-smooth First Integrals in Dynamics of a Rigid Body Interacting with a Medium.....	55
E.V. Shishkin, S.V. Kazakov. Research of a Vibrational Dynamic System in the Regime Close to a Resonance	56
T.S. Shugaylo, M.P. Yushkov. Motion Control of Gantry Crane with Container.....	56
DYNAMICS OF NATURAL AND ARTIFICIAL CELESTIAL BODIES.....	57
A.S. Alyshev, V.G. Melnikov. Identification of Inertial Parameters of Satellites	58
B.S. Bardin, A.N. Avdushkin. Stability Analysis of an Equilibrium Position in the Photogravitational Sitnikov Problem	59
B.S. Bardin, E.A. Chekina. Orbital Stability of Planar Oscillations of a Satellite in a Circular Orbit at the Boundary of the Parametric Resonance Regions	60
A.A. Bekov, S.B. Momynov. On the Orbital Evolution of the Radiating Binary Systems.....	61
I.G. Brykina. Modelling of Interaction of the Large Disrupted Meteoroid with the Earth Atmosphere	62
A.A. Burov, I.I. Kosenko. Planar Attitude Motion of a Satellite with a Variable Mass Distribution in Field of Gravity of Attracting Center.....	62
L.A. Egorova, V.V. Lokhin. Energy Release Estimation for Fragmenting Meteoroid	64
P.A. Esipov. Lyapunov Stability Analysis of a Limited Four Body Problem.....	65
A.V. Ivanyukhin. Optimization of Flights to the Neighborhood of Libration Points with the Use of Stable Invariant.....	66
E.K. Kolesnikov, S.V. Chernov. About the Possibility of Magnetic and Gravitational Capture of the Technogenic Nanoparticles Injected in the Near-Earth Space in High Circular Orbits	67

D.G. Korytnikov, A.A. Tikhonov. Algorithm of Tensor Modeling of the Geomagnetic Field for Implementation in Computer Algebra System.....	67
P.S. Krasilnikov, O.M. Podvigina. On Evolution of the Planet's Obliquity in the Planetary System: a Non-Resonance Case	69
F.M. Kulakov, T.A. Salimov, L.A. Kovalenko, D.A. Gusev, V.I. Gorbunov, G.V. Alferov. Computer Vision System for a Remote-Controlled Space Robot.....	70
G.P. Maliavkin, A.S. Shmyrov, V.A. Shmyrov. Design of the Stabilizing Control of the Orbital Motion in the Vicinity of the Collinear Libration Point L1 Using the Analytical Representation of the Invariant Manifold	71
D.Y. Nikitin, A.A. Tikhonov. About the Stabilization of a Satellite Equipped with Electrostatic Protection Screens	72
N.A. Petrov, L.L. Sokolov, E.N. Polyakhova, K.I. Oskina. Predictions of Asteroid of Hazard to the Earth for the 21st Century	73
V.G. Petukhov. Optimal Heliocentric Trajectories for Solar Sail with Minimum Area	74
E.N. Polyakhova, V.N. Starkov, N.A. Stepenko. Flights of a Spacecraft with a Solar Sail out of Ecliptic Plane	75
E.N. Polyakhova, A.S. Shmyrov, V.A. Shmyrov. Solar Radiation Pressure Application for Orbital Motion Stabilization near the Sun-Earth Collinear Libration Point.....	77
E.N. Polyakhova, V.S. Korolev. Solar Sail: Current State of the Problem	78
E.N. Polyakhova, M.Yu. Ovchinnikov, A.A. Tikhonov. To 130-th Birthday Anniversary of Friedrich A. Tsander (1887-1933): Ten New Russian Books in Astrodynamics as the Honorable Contribution to his Memory	78
V.A. Proshkin. On the Motion of Angular Momentum Vector of Fast Rotating Asymmetric Satellite of the Planet	81
A.V. Rodnikov. On Safe Configurations of a Natural-Artificial Space Tether System	81
L.L. Sokolov, N.A. Petrov, G.A. Kuteeva, A.A. Vasiliev. Scattering of Trajectories of Hazardous Asteroids....	82
O.L. Starinova, M.A. Rozhkov, I.V. Gorbunova. Applying the Spacecraft with a Solar Sail to Illuminate the Mars Surface	84
V.A. Surkova, V.A. Shmyrov. Flights Between a Neighborhoods of Unstable Libration Points of Sun-Earth System.....	84
V.B. Titov. On Some Solutions of the Three Body Problem in the Form Space	86
A.A. Tikhonov. On Equilibrium Positions and Stabilization of Electrodynamics Tether System in the Orbital Frame	87
D.V. Shymanchuk. On a Celestial Body Stabilization in the Collinear Libration Point	87
A.B. Yakovlev. The Analysis of Influence of Field of Co-rotation on Motion of Submicronic Particles in the Earth's Plasmasphere.....	88
DYNAMICS OF FLUIDS AND GASES	89
M.M. Alekseeva. The Impact of Changes in the Geometric Parameters of the Guided Missiles on the Aerodynamic Characteristics	90
I.A. Amelyushkin, A.L. Stasenko. Simulation of Aerosol Flow Interaction with a Solid Body on Molecular Level	91
K.V. Babarykin. Numerical Investigation of Self-Sustained Oscillations in the Flow over the Spike-Tipped Body	92
D.V. Bagaev, S.V. Egorov, M.P. Lobachev, A.A. Rudnichenko, A.E. Taranov. Numerical Simulation of the Cavitating Flows in Shipbuilding Applications	93
V.L. Bakulev, A.P. Mashtakov. Modeling Supersonic Jets with Fuel Afterburning	94
O.V. Barinova, R.N. Miroshin. The Kolmogorov Equations for Some Particular Solutions to the Equations of Kolmogorov-Chapman.....	95
A.E. Blishchik, A.E. Taranov, V.G. Platonov. Numerical Simulation of Vessel Dynamics in Manoeuvrability and Seakeeping Problems	96
D. Bobyliev. A Boundary Element Method for Porous Media	97
V.I. Bogatko, E.A. Potekhina. Generalized Self-Similar Unsteady Gas Flows behind the Strong Shock Wave Front.....	98

R.V. Bogomolov, A.N. Ryabinin. Rotational Oscillation Study of the Cylinders with End Plates in Airflow.....	99
O.V. Braun, A.N. Ryabinin. Experimental Study of Rotational Oscillation of H-Shaped Bodies in the Flow...	100
S.V. Bulovich, E.M. Smirnov. Experience in Using an Artificial-Viscosity Numerical Scheme for Solving the Riemann Problem as Formulated for a Multi-Fluid Model of Multiphase Flow	101
K.N. Volkov, V.N. Emelyanov, A.G. Karpenko. Numerical Simulation of Hypersonic Air Flows with Equilibrium Reactions.....	102
V.G. Vysotina. The Numerical Investigation of Structures of Vortex Breakdown in the Long Pipe	104
V.G. Gabdylkhakova, A.I. Tsvetkov, B.A. Shchepanyuk. Simulation of Wind Streams in the Industrial Open Circuit Wind Tunnels.....	105
S.A. Galaev, V.Yu. Makhnov, V.V. Ris, E.M. Smirnov. Numerical Study of Aero-Excitation of Steam-Turbine Rotor Blade Self-Oscillations.....	106
E.S. Grinats, A.V. Kashevarov, A.L. Stasenko. Physicomathematical Models of a Liquid Film and Droplets Moving upon a Surface during Icing of a Flyer	107
V.V. Gubskiy, O.V. Pavlenko, A.V. Petrov. High-Lift Adaptive Wing System	108
M.N. Demenkov. FlexyFlutter: Studying Aeroelastic Limit-Cycle Oscillations with Arduino.....	109
Yu.V. Dobrov, V.A. Lashkov, I.Ch. Mashek, R.S. Khoronzhuk. Investigation of Heat Flux on Aerodynamic Body in Supersonic Gas Flow with Local Energy Deposition.....	110
A.M. Ermakov, Y.A. Stepanyants. Application of the Concept of a Quasi-Potential to the Fluid Flows in Curvilinear Coordinates	110
V.D. Zhukovskaya, A.M. Levchenya, E.M. Smirnov. Numerical Study of 3D Flow Structure near a Cylinder Piercing Turbulent Free-Convection Boundary Layer on a Vertical Plate.....	112
O.G. Zavyalov. Effect of the Gear Unit on the Deformed Surface Taking into Consideration the Lube Layer .	113
D.K. Zaitsev, A.A. Pozhilov, E.M. Smirnov, A.A. Smirnovsky. Numerical Simulation of Water Coning in Porous Medium with Strongly Non-Uniform Properties	114
M.A. Zasimova, N.G. Ivanov. Numerical Simulation of Air Distribution in a Room with a Sidewall Jet Under Benchmark Test Conditions.....	115
V.P. Zyuzlikov, B.E. Sinilshchikov, V.B. Sinilshchikov, M.V. Rakitskaya. Non-Stationary Flows at the Initial Stages of the Work of a Supersonic Nozzle in the Flow-through Tube	116
D.V. Kazunin, V.A. Lashkov, I.Ch. Mashek, R.S. Khoronzhuk. Experimental Setup for Investigation of Two-Phase (Water-Air) Flows in a Tube	117
O.M. Karyakin, A.G. Nalivaiko, M.V. Ustinov, Ja.Sh. Flaxman. Separation Control on the Wing by Jet Actuators.....	118
Yu.V. Kaun, M.S. Yakovchuk. The Force Effect of the Supersonic Jet the Obstacles of Various Forms.....	120
N.A. Kiselev, A.N. Ryabinin. The Study of Shielding Influence of the Disks placed coaxially on Rotational Oscillations of the Cylinder in the Airflow	121
K.A. Koval, A.L. Sukhorukov, G.T. Aldoshin. About Usage CFD-Methods in Analysis of Elastic Bar's Vibration in Fluid Flow.....	122
P.A. Kuibin. A Model for Description of the Pressure Pulses Caused by the Vortex Ring at Its Passing Near a Wall.....	123
G.I. Kurbatova, N.N. Ermolaeva. Calculation of Sea Ice Growth in Shallow Water Conditions	123
G.I. Kurbatova, N.N. Ermolaeva, Yu.V. Malkova, R.R. Petrukhin. Analysis of Durability of Gas Pipelines of Positive Buoyancy Caused by Ice Accretion	124
A.I. Laptinskiy. Aircraft's Aerodynamics in View of Controls.....	125
S.Yu. Malamanov. Strengthening of a Homogeneous Magnetic Field with a Conducting Liquid Along the Surface	125
O.A. Malafeyev, A.V. Skrobach, K.M. Farvazov. Optimization Problem of Gas Transport Through a Circular Cross-Section Pipeline	127
A.A. Malyugin, D.V. Kazunin. Hydraulics Calculation in Drilling Simulator	128
S.K. Matveev, N.Zh. Jaychibekov, B.S. Shalabayeva. On the Computation of the Turbulent Flow Near Surface Roughness.....	129
A.V. Makhnov. Numerical Study of Cavitation Flows Accounting for Outgassing	130
A.A. Moiseev, A.V. Savin. High Peclet Number Turbulence and Combustion Modeling in Porous Media, with Heat and Mass Exchange	131

A.F. Nazmutdinov, L.R. Nazmutdinova. Some Opportunities of Machine Learning in Flow/Filtration of Fluids	132
G.V. Nikiforov, V.A. Lashkov, I.Ch. Mashek, R.S. Khoronzhuk. Influence of Heterogeneity of Oncoming Supersonic Flow on Aerodynamic Characteristics of Blunt Cylinder	133
O.V. Pavlenko, E.A. Pigusov. Numerical Investigation of the Aerodynamic Loads and Hinge Moments of the Flap with Boundary Layer Control	134
V.A. Pavlovsky, A.L. Chistov. Stationary Liquid Flow with Constant Physical Properties at the Inlet of Circular Pipe at the Different Reynolds Numbers.....	135
S.I. Peregudin, E.S. Peregudina, S.E. Kholodova. Analysis of Evolution Solutions of the Nonlinear Problem of Propagation of MHD Waves in a Spherical Layer	136
S.I. Peregudin, E.S. Peregudina, S.E. Kholodova. Influence of the Magnetic Field Dynamics on Nonlinear Wave Regime Rotating Liquid Environment.....	137
S.I. Peregudin, E.S. Peregudina, S.E. Kholodova. Stability of Wave Processes in a Rotating Electric Conductive Liquid.....	138
A.N. Ryabinin. Numerical Simulation of the Transonic Flow past the Blunted Wedge in the Diverging Channel	139
A.V. Savin, E.I. Sokolov. Conditions of an Appearance of Free-flowing Circulation Zones inside Supersonic Axisymmetric Accelerated Flow.....	140
M.M. Simonenko, A.F. Zubkov, A.G. Kuzmin. On the Supersonic Three-Dimensional Flow over Axisymmetric Body with a Forward-Facing Annular Step.....	141
P.G. Smirnov, A.V. Savin. The Non-Conservativeness of the Verlet Scheme in the Simulation of the Collisional Dynamics of an Ensemble of Spherical Particles and the Method of Its Compensation	142
A.A. Smirnovsky, V.O. Eliseeva. A Model Problem for Estimation of Moving-Film Time Relaxation at Sudden Change of Boundary Conditions	143
Yu.G. Stepanov. New Possibilities in Theoretical Hydrodynamics - taking into account of Couple-Stresses, Arising at Dynamically Induced Deformation of Shift of Continua	144
N.M. Terekhova. Self-Oscillations in a Supersonic Boundary Layer	145
K.A. Toshchev. Investigation of the Influence of a Local Energy Deposition in Supersonic Flow on the Wedge Flow	146
S.A. Chivilikhin. Two-Dimensional Stokes Flows with Free Boundary. Strict Results	147
V.V. Chistyakov, E.V. Papkov, S.A. Bratchikov. Interpolation Formulas for the Dependence of Air Drag Force on Velocity and Angle of Attack for Basic Ballistic Profiles	148
Yu.S. Chumakov, A.M. Levchenya, H. Malah. A Study on Horseshoe Structures around Circular Cylinder, Located on Vertical Heated Plate.....	149
R.V. Shmigirilov, A.N. Ryabinin. Influence of End Plates on Aerodynamic Characteristics of Bluff Bodies...	150
PHYSICAL AND CHEMICAL AEROMECHANICS	151
I.V. Alekseev, A.A. Kosareva, E.V. Kustova, E.A. Nagnibeda. Various Approaches in Simulation of a Shock Wave in Carbon Dioxide.....	152
G.G. Bilchenko, N.G. Bilchenko. On the Hypersonic Aerodynamics Functionals Values Domain Dependence on Controls	153
G.G. Bilchenko, N.G. Bilchenko. On a Special Case of Hypersonic Aerodynamics Functionals Extreme Values Domain Obtaining.....	155
N.V. Bogdanova, M.A. Rydalevskaya. Speed of Sound in Five-Component Air Mixtures of Different Density	155
N.Yu. Bykov, Yu.E. Gorbachev, S.A. Fedorov. On Condensation Process Modeling in Rarefied Vapor Flows.....	156
Yu.N. Voroshilova, M.A. Rydalevskaya. Transport Processes and Velocity of Propagation of Small Perturbations in Vibrationally Non-Equilibrium Gas of Anharmonic Oscillators	158
A.B. Gerasimenko, [A. Ender], L.A. Bakaleinikov, E.Yu. Flegontova. Investigation of the Influence of the External Electronic Field on the Function of the Distribution of Ions in the Low-Ionized Gas for Different Scattering Schemes	159
Yu.E. Gorbachev. Non-Equilibrium Reaction Rates in Chemical Kinetics Equations	159

V.A. Zhbanov, A.V. Kashevarov, A.B. Miller, Yu.F. Potapov, A.L. Stasenکو. Experimental Investigations of Interaction of an Air-Droplet-Crystal Flow with a Solid Body in the Problem of a Flyer Icing.....	161
N.I. Zabelina, M.A. Rydalevskaya. Hydrostatic Ratio and Energy Absorption in the Earth's Atmosphere.....	162
V.A. Istomin. PAINEt: the Software Package for Calculation of Thermal-Physical Properties and Transport Coefficients in Non-Equilibrium Gas Mixture Flows.....	163
V.A. Istomin, E.V. Kustova. Transport Processes of Ionized Atomic Gases with Electronic Excitation in State-to-State Approach.....	164
L. Campoli, O.V. Kunova, E.V. Kustova, M.A. Mekhonoshina, G.P. Oblapenko, A.S. Savelev. On the Implementation of the Software Library Kappa and its Interface with COOLFluid.....	164
A.A. Kosareva. Non-equilibrium Vibrational and Chemical Kinetics in Shock-Wave Flows Containing CO ₂ Molecules.....	166
M.M. Kuznetsov, Yu.D. Kuleshova, S.V. Matveev, E.V. Molostvin. Nonlinear Rheology and Relaxation of Gases in Analytical Models of Shock Wave.....	167
M.M. Kuznetsov, Yu.D. Kuleshova, Yu.G. Reshetnikova, L.V. Smotrova. Analytical Models of Highvelocity Translational Nonequilibrium of Polyatomic Gas Mixtures.....	168
E.V. Kustova, A.S. Savelev. Rate Coefficients of Exchange Reactions Accounting for Vibrational Excitation of Reagents and Products.....	169
E.V. Kustova, A.S. Savelev, A.A. Lukasheva. On the Choice of Parameters for the Treanor-Marrone Model of State-Resolved Dissociation Rate Coefficients.....	170
G.V. Molleson, A.L. Stasenکو. Flow-around of a Solid Body by a Gas Jet Carrying Crystals.....	171
E.A. Nagnibeda, K.V. Papina. Air Nozzle Flows Simulation with State-to-State Vibrational and Chemical Kinetics.....	172
E.V. Prozorova. New Mathematical Model of Continuous Medium.....	173
V.Ya. Rudyak, A.V. Minakov. The Features of the Modeling the Nanofluid Flows.....	174
K.B. Tereshkina, E.V. Tereshkin, V.M. Kuznetsov. Clusters with Vibrational Spectra of a Large Spatial Dimension.....	174
MECHANICS OF SOLIDS.....	175
I.A. Adamovich. Optimal Design of Stiffened Cylindrical Shell with Curvilinear Edge.....	176
S.M. Aizikovich, S.S. Volkov, A.S. Vasiliev. Indentation of an Elastic Half-Plane with an Inhomogeneous Coating by a Flat Punch in the Presence of Tangential Stresses on a Surface.....	177
D.V. Alchibaev, P.E. Tovstik. Bending of the Thin Plate Made of Highly Heterogeneous Heightwise Monoclinic Material.....	178
Elena Atroshchenko, Satyendra Tomar, Gang Xu, Javier Videla, Stephane P.A. Bordas. Some Applications of Generalized Iso-Geometric Analysis.....	179
A.K. Babin. Analysis of Vibrations of Stretched Beams and Rectangular Plates by Numerical and Asymptotic Methods.....	180
G.A. Baregamyan, I.V. Kirillova, L.Yu. Kossovich. Full Asymptotic Theory of Transient Waves in Thin-Walled Shells of Revolution.....	181
S.M. Bauer, G.D. Afonin, E.B. Voronkova. Strain-Stress State of Orthotropic Ellipsoidal Shells Under Normal Pressure.....	182
G.N. Belostochny, O.A. Myltcina. Closed Solutions of Singular Equations of Thermoelasticity of Compositions from Smoothly Connected Shells of Revolution.....	183
S.P. Belyaev, N.N. Resnina, V.I. Nikolaev, R.B. Timashov, A.V. Sibirev, V.M. Krymov. NiFeGa – New Promising Shape Memory Alloy.....	184
F.S. Belyaev, A.E. Volkov, M.E. Evard. Modeling of Fatigue Fracture of Nickel-Titanium Alloy at Various Cyclic Thermomechanical Loadings.....	185
F.S. Belyaev, A.E. Volkov, M.E. Evard, A.A. Khvorov. Pre-Strain Influence on Fracture of Shape Memory Alloy Specimen at Cyclic Isothermal Deformation at Pseudoelastic State.....	186
A.N. Bestuzheva, A.L. Smirnov. Effect of the Initial Pollution Domain on Dynamics of Diffusion Matter Propagation in the Bulk of Water.....	187
A.O. Bochkarev. Sustainability and Vibration of Rectangular Nanoplate.....	188

A.O. Vatulyan, V.V. Dudarev, R.D. Nedin. On Some Issues of Reconstruction of Properties of the Initial Stress-Strain State in Piezoelectrics	189
A.O. Vatulyan, V.S. Kondratev. On Direct and Inverse Problem for the Inhomogeneous Piezo-Ceramic Cylinder	190
M.V. Wilde, N.V. Sergeeva. The Asymptotic Model of the Surface Wave Far-Field in a Hereditary-Elastic Half-Space.....	191
A.E. Volkov, M.E. Evard, A.D. Ignatova. About the Choice of Gibbs' Potential for Modelling of FCC \leftrightarrow HCP Transformation in FeMn-Based Shape Memory Alloys	192
A.E. Volkov, M.E. Evard, E.N. Iaparova. About the Mechanisms of Unelastic Deformation in Porous Shape Memory Alloy Sample.....	193
A.E. Volkov, P.S. Lyul'chak. Macroscopic Model of Functional-Mechanical Behavior of a Shape Memory Alloy	194
D.I. Glazova, S.P. Belyaev, N.N. Resnina, V.P. Pilugin. Influence of Grain Size on Shape Memory Effects in TiNi Alloy	195
D.P. Goloskokov, A.V. Matrosov. Approximate Analytical Solutions in the Analysis of Thin Elastic Plates...	195
M.A. Grekov, A.B. Vakaeva. Effect of Interfacial Stresses in an Elastic Body with a Nanoinclusion.....	197
M.A. Grekov, T.S. Sergeeva. Periodic Green Functions for Two-Component Medium with Interface Stresses at the Planar Interface.....	198
E.A. Dolgova, A.L. Smirnov. Free Vibrations of Thin Elliptical Plate	199
T.O. Domanskaya, V.M. Malkov, Yu.V. Malkova. Bi-Material Plane with Interface Crack for the Model of Semi-Linear Material	200
M.A. Efimov. Technique Development for Conducting Mechanical Tests to Study the Pore Formation Process in Case of Material Fracture.....	200
T.A. Zabavnikova, Yu.I. Kadashevich, S.P. Pomytkin. Simulation of Creep Effects in Framework of a Geometrically Nonlinear Endochronic Theory of Inelasticity	201
A.V. Zelinskaya. Free Vibrations of a Multilayered Non-Circular Cylindrical Shell.....	202
B.A. Zimin, I.S. Zorin, V.E. Sventitskaya. On the Hamilton Approach to the Mechanics of the Dissipative Systems	203
B.A. Zimin, I.S. Zorin, V.E. Sventitskaya. Relaxation Model of the Heat Production.....	204
S.A. Kabrits, E.P. Kolpak. Stability of Arch Type Shock Absorber Made of Rubber-Like Material	205
V.A. Kovalev, E.V. Murashkin, Yu.N. Radayev. On Deformation of Complex Continuum Immersed in a Plane Space	206
A.S. Kolesnikova, I.V. Kirillova, L.U. Kossovich. Flexibility of Carbon Nanocomposites.....	207
S.A. Kostyrko, H. Altenbach, M.A. Grekov. A Model of Nanosized Thin Film Coating with Sinusoidal Interface.....	207
S.A. Kostyrko, G.M. Shuvalov. Stability Analysis of Nanoscale Surface Patterns in Stressed Solids	208
D.V. Lachugin, G.V. Pavilaynen. To the Issue of Plastic Anisotropy by the Structural Materials Bending	210
M.V. Lebedeva. A Solution for the Plain Elasticity Problem for a Crack near Curved Surface.....	211
D.K. Magomedova. Influence of Grain Size and Second Phase Particles on the Process of the Void Initiation	212
V.M. Malkov, Yu.V. Malkova. Analysis of the Stresses of a Plane with Elliptic Inclusion for Semi-Linear Material	213
A.V. Manzhurov, K.E. Kazakov. Axisymmetric Problem of Fretting Wear for a Foundation with a Nonuniform Coating and Rough Punch.....	214
A.V. Matrosov, D.P. Goloskokov. Approximate Analytical Solutions in the Analysis of Elastic Structures of Complex Geometry	214
N.V. Mikhailova, P.Y. Onawumi. Ultrasonically Assisted Drilling and Grinding of Rocks	216
E.V. Murashkin, E.P. Dats. Residual Stresses in AM Fabricated Ball during Heating.....	217
E.V. Murashkin, Yu.N. Radayev. Divergent Conservation Laws in Models of Hyperbolic Thermoelasticity...	218
N.V. Naumova, D.N. Ivanov, T.V. Voloshinova, B.A. Ershov. Deformation of a Plate with Periodically Changing Parameters	219
G.A. Nesterchuk. Vibrations of a Thin Cylindrical Shell Stiffened by Rings with Various Stiffness	220
A.Ya. Nigmatullina, I.V. Lomakin. Influence of Thermal Treatment Conditions on Physical and Mechanical Properties of Cu – 2Be Alloy Processed by High-Pressure Torsion	220

A.V. Orekhov. Criterion for Estimation of the Stress-Deformed Condition of SD-Materials	221
E.S. Ostropiko, A.I. Razov. Influence of High-Strain Rate Compression on the Functional Properties of Equiatomic TiNi-alloy	223
D.A. Parshin. Impact of the Rate of the Additive Process of Forming a Heavy Structure Deforming in Creep on the Development of its Technological Stresses.....	224
I.V. Ponikarova, S.P. Belyaev, N.N. Resnina. Influence of the Isothermal Holding on the Two Way Shape Memory Effect.....	224
M.Yu. Ryazantseva. Dynamic Theory with Dispersion for Elastic Sandwich Composites	226
A.Yu. Savelieva, D.I. Glazova, S.P. Belyaev, N.N. Resnina, V.P. Pilyugin. Influence of Grain Size on the Transformation Plasticity and Shape Memory Effects in TiNi Alloy	227
B.N. Semenov. Simulation of Mechanical Properties of Graphene/Metal Nanocomposites	228
I.V. Smirnov, Yu.V. Sudenkov. Influence of Severe Plastic Deformation Treatment on Strength Characteristics of Pure Titanium and Copper	229
I.A. Stareva, Y.G. Pronina. The Influence of the Initial Thickness Deviations of a Steel Tube Subjected to General Corrosion under its Own Weight on its Durability.....	229
Yu.V. Sudenkov, B.A. Zimin, V.E. Sventitskaya, I.V. Smirnov. Thermodynamics Problem of Heat Dissipated during to Quasistatic Deformation of Metals	231
Yu.V. Sudenkov, V.E. Sventitskaya, B.A. Zimin. Impact of Heat Transfer Processes to Thermoelastic Responses in Metals under Pulsed Laser Action.....	232
L.V. Parshina, V.M. Ryabov, B.A. Yartsev. Heterogeneous Dissipative Composite Structures	233
Yu.G. Pronina, O.S. Sedova. External Corrosion of a Thin-Walled Sphere under Nonuniform Heating and Pressure	233
V.M. Ryabov, B.A. Yartsev. Controlling Coupled Bend-Twist Vibrations of Anisotropic Composite Foil	235
A.Yu. Savelieva, D.I. Glazova, S.P. Belyaev, N.N. Resnina, V.P. Pilyugin. Influence of Grain Size on the Transformation Plasticity and Shape Memory Effects in TiNi Alloy	236
G.D. Fedorovsky. On the Polarization-Optical Method of Time Measurement of the Dynamic Process of the Cross Rupture of a Sample-Rod in the Quasistatic Stretching	237
S.B. Filippov. Small Free Vibrations of a Cylindrical Shell Rotating on Rollers.....	238
STABILITY AND STABILIZATION OF MECHANICAL AND ELECTROMECHANICAL SYSTEMS.....	239
A.Yu. Aleksandrov, E.B. Aleksandrova, A.A. Tikhonov. On the Monoaxial Stabilization of a Rigid Body under Evolution of Restoring Torque Resulting in its Vanishing	240
A.Yu. Aleksandrov, A.P. Zhabko, Y. Chen. Stability Analysis of Gyroscopic Systems with Delay via Decomposition	241
I.M. Alesova, L.K. Babadzanjanz, I.Yu. Pototskaya, Yu.Yu. Pupysheva, A.T. Saakyan. Control of Mechanical Systems by the Mixed “Time And Expenditure” Criterion	241
I.M. Alesova, L.K. Babadzanjanz, I.Yu. Pototskaya, Yu.Yu. Pupysheva, A.T. Saakyan. High-Precision Numerical Integration of Equations in Dynamics	242
I.M. Alesova, L.K. Babadzanjanz, I.Yu. Pototskaya, Yu.Yu. Pupysheva, A.T. Saakyan. Optimal Control of Parametric Oscillations of Compressed Flexible Bars	242
I.N. Barabanov, V.N. Tkhai. Natural Stabilization of the Oscillation in the Coupled Periodic System	243
S.P. Bezglasnyi. Stabilizing Control Synthesis for Given Motions of Nonautonomous Mechanical Systems ...	244
S.P. Bezglasnyi, A.A. Mukhametzyanova. Bounded Parametric Control of the Planar Motions of the Space Tether System	245
V.G. Bykov. Synchronous and Asynchronous Self-Excited Vibrations of a Balanced rotor.....	246
V.G. Bykov, A.S. Kovachev. Balancing of a Rigid Rotor in Viscoelastic Orthotropic Supports Considering Eccentricity of the Automatic Ball Balancer.....	247
V.G. Bykov, A.S. Maksimov. Balancing of Jeffcott Rotor by a Multi-Ball Autobalancer with Considering the Interaction between the Balls.....	248
V.G. Bykov, V.A. Shelkovina. Self-Excited Vibrations of a Symmetric Rotor with Nonlinear Internal Friction.....	249

I.V. Demidov, V.S. Sorokin. Motion of a Pendulum with Damping and Vibrating Axis of Suspension at Unconventional Values of Parameters	249
A.P. Zhabko, O.N. Chizhova. Stabilization of the Class of Systems with Time-Proportional Delay	251
Zh.T. Zhusubaliyev, V. Avrutin, V.G. Rubanov, D.A. Bushuev, D.V. Titov, O.O. Yanochkina. Persistence Border Collisions in a Vibrating System Excited by an Unbalanced Motor with a Relay Control.....	251
A.V. Zubov, A.Yu. Murashko, L.G. Kolyada, V.B. Orlov, L.A. Bondarenko, V.A. Petrova, N.S. Ugegov, G.I. Pupyshva, A.V. Nikitin. Qualitative Analysis of the Behavior of One Mechanical System.....	253
G.G. Ivanov, G.V. Alferov, A.S. Sharlay. An Estimate of a Number of Periodic Solutions of First-order ODEs in Control Problems of Moving Objects.....	254
A.A. Kozlov, D.V. Shymanchuk. Movement of the Space Robot Manipulator in Environment with Obstacles	254
F.M. Kulakov, G.V. Alferov, V.I. Gorbunov, B.V. Sokolov, A.S. Sharlay. Dynamic analysis of the process space robot control	256
F.M. Kulakov, G.V. Alferov, V.I. Gorbunov, B.V. Sokolov, A.S. Sharlay. Two-Level Remote Control of Space Robot	257
F.M. Kulakov, G.V. Alferov, B.V. Sokolov, A.S. Sharlay. Bilateral Space Robot Telecontrol	258
F.M. Kulakov, O.S. Moiseev, A.S. Sarsadskikh, N.D. Povalyaev, V.I. Gorbunov, G.V. Alferov. Sensed Interface for Space Robot Control and Training	259
S.E. Kuptsova, S.Yu. Kuptsov, U.P. Zaranik. On Asymptotic Quiescent Position of Nonlinear Time Delay System.....	260
V.U. Kurochkin, D.V. Shymanchuk. Motion Control of a Flat Two-Link Manipulator.....	261
D.A. Lebedev. Stability of Stationary Motions of a Disk Carrying a Gyroscope	262
D.A. Lebedev. Stability of Stationary Motions Monocycle on the Ice Surface	263
G.A. Leonov, K.D. Aleksandrov. Numerical Simulation of Two-Dimesional Dynamical Systems: From Andronov, Feldbaum, and Tricomi to Bifurcation Curves.....	263
G.A. Leonov, R.N. Mokaev. Numerical Simulations of the Lorenz-like System: Asymptotic Behavior of Solutions, Chaos and Homoclinic Bifurcations	264
O.A. Malafeev, N.A. Redinskich. Compromise Solution of the Problem of Controlling the Change in State of a Body by External Influence	265
G.I. Melnikov, V.G. Melnikov, N.A. Dudarenko, L.N. Ivanova. An Iterative Method of Differential Inequalities for Lyapunov Functions.....	266
A.V. Platonov. On the Asymptotic Stability of Nonlinear Mechanical Switched Systems	267
F.F. Rodyukov, A.I. Shepeljavyi. Electromagnetic Pendulum in Quickly Changing Magnetic Field of Constant Intensity	268
A.T. Tureshbaev, V.N. Tkhai, U.Sh. Omarova. Stability of Collinear Libration Points and Resonances in the Photogravitational Three-Body Problem	269
A.Yu. Uteshev. Algebraic and Radical Potential Fields: Stability Domains in Coordinate and Parametric Space.....	270
A.F. Khakimov, D.V. Shymanchuk. Study of UAV Optimal Control Problem	271
M.V. Chashnikov. On the Issue of Finding of the Lyapunov Matrix for a Class of Linear System with Delay	272
T.E. Churkina, S.Ya. Stepanov. On Stability of Some Asymmetric Periodic Mercury-type Rotations.....	272
BIOMECHANICS	274
S.M. Bauer, L.A. Venatovskaya. Strain-stress State Analysis of the Eye after Hypermetropic Correction by the Elastotometry Method	275
G.N. Belostochny, O.A. Myltcina. Closed Solutions of Singular Equations of Hermoelasticity of Compositions from Smoothly Connected Shells of Revolution.....	276
P.I. Begun, G.T. Basharova. Biomechanical Analysis of the Blood Flow and Cerebral Vessels Condition	277
P.I. Begun, P.A. Dubrovina. Biomechanical Analysis of the Conditions of Brain Structures under Dynamic Loads.....	278
P.I. Begun, Y. Iyevleva, V.K. Sukhov, E. Mbazumutima. Biomechanical Analysis of the Left Ventricle of the Heart and Blood Flow after Myectomy and Septal Ablation	279

N.V. Vaganova, A.G. Levitskiy, D.A. Matveev, O.V. Oshina, A.A. Potsipun. The Analysis of Change of the Center of Mass Position in Wrestling	280
E.B. Voronkova, D.I. Zhuravleva, T.M. Tyuganova. Effect of Corneal Geometrical Parameters on Intraocular Pressure Readings	281
S.A. Gerasimova, A.N. Mikhaylov, A.I. Belov, D.S. Korolev, O.N. Gorshkov, V.B. Kazantsev. Design of Memristive Interface between Electronic Neurons	282
A.A. Golyadkina, I.V. Kirillova, L.Yu. Kossovich, A.V. Polienko. Development of Scheduling Algorithm Personalized Reconstructive Surgical Treatment of the Aortic Arch.....	283
A.V. Dol, D.V. Ivanov. Software for Optimization of the Construction Process of Three-Dimensional Willis Circle Solid State Models	284
A.V. Dol, D.V. Ivanov. Analysis of Clinical Data on Ruptured and Unruptured Aneurysms of Human Cerebral Vessels.....	284
A.M. Donnik, V.V. Zaretskov, I.V. Kirillova, L.Yu. Kossovich, S.V. Lykhachev, I.A. Norkin. Biomechanical Modeling of Reconstructive Intervention on the Thoracolumbar Tranzition.....	285
V.V. Kornikov, E.B. Voronkova, Yu.E. Balykina. Statistical Analysis of the Relationship Between Intraocular Pressure Readings and Different Ocular Parameters	287
A.A. Kotmakova, Ya.A. Gataulin, A.D. Yukhnev. Numerical and Experimental Study of the Structure of Swirling Flow in a Model of Carotid Artery Bifurcation.....	288
A.A. Pautov, S.M. Bauer, O.V. Ivanova, Y.O. Sapach, E.G. Krylova. Stomatal Movements in Laurophyllous Plants.....	288
D.V. Franus. Influence of Corneal Thickness on the IOP Readings for Different Tonometers.....	290
S.V. Khorobrov, Ya.A. Gataulin, A.D. Yukhnev. Numerical Simulation of the Fluid-Structure Interaction for Bileaflet Mechanical Heart Valve.....	291
A.A. Stein, I.N. Moiseeva. Effect of Corneal Inhomogeneity on the Mechanical Behavior of the Eye	292
PHYSICAL MECHANICS	293
Yu.F. Gunko, N.A. Gunko. Structure of Screening Layer Near a Plain Isolated Body in the Deep Vacuum. Part 1. Monoenergetic Homogeneous Flow	294
Yu.F. Gunko, N.A. Gunko. Structure of Screening Layer near a Plain Isolated Body in the Deep Vacuum. Part 2. Monoenergetic Isotropic Flow.....	295
G.N. Klyushnikov, E.K. Kolesnikov. Precipitation Regions on the Earth of High Energy Electrons Injected by a Point Source Moving Along a Circular Earth Orbit	296
E.K. Kolesnikov, A.S. Manuilov, V.S. Petrov, A.G. Zelenskiy. About Influence of Phase Mixing Process and Current Neutralization on the Resistive Sausage Instability Dynamics of a Relativistic Electron Beam	297
E.K. Kolesnikov, A.S. Manuilov, S.V. Chernov. Mathematical Modeling of the Orbital Moving Disturbance Technogenic Microparticles (MP) in the Case of Pulsed Charging of MP when Exposed the Neutral Hydrogen Atoms Beam.....	298
Yu.E. Markachev. Theoretical Estimation of the Coefficients a and b of Van der Waals Equation of State for Real Gases Mixture.....	298
V.A. Morozov, V.M. Kats, G.G. Savenkov, A.A. Lukin. Mechanisms of Fracture of the Ring Samples Made of FCC Metals on Loading with Magnetic-Pulse Method	299
G.G. Savenkov, V.A. Morozov, A.A. Lukin. Strength of the Phase Change Materials on Loading with the Products of Electric Explosion of Conductors	300
A.P. Serebrov, O.M. Zherebtsov, G.N. Klyushnikov. The Mathematical Modeling of the Experiment on the Determination of Correlation Coefficients in Neutron Beta-Decay	301
T.A. Khantuleva. Thermodynamic Evolution far from Equilibrium.....	301
HISTORY OF MECHANICS	303
V.V. Ivanova. Using of Excursions Devoted to the Problems in Mechanics during the Extracurricular Schoolchildren Activities.....	304
G.A. Kuteeva, G.A. Sinilshchikova. Models from the Catalogue by M. Schilling at St. Petersburg University.....	305

G.A. Kuteeva, G.A. Sinilshchikova, B.V. Trifonenko. Releaux Models at Saint-Petersburg State University.....	306
S.K. Matveev, L.A. Arkhangelskaya, G.A. Akimov. The Famous Progeny of I.P. Ginzburg, the Leavers of Mathematics and Mechanics Faculty (LSU).....	307
G.V. Pavilaynen, T.V. Rudakova. About Teaching the History of Mechanics and Physics in SPBU.....	308
S.V. Petrova. On Particularities of the Preparation for the Unified State Math Exam: Motion Tasks.....	309
E.N. Polyakhova, N.N. Polyakhov. N.E. Zhukovsky (1847-1921) — the historian of Mechanics (to the 170th anniversary of the scientist)	310
E.N. Polyakhova, K.V. Kholshevnikov, V.S. Korolev. The 300th anniversary of D'Alembert: his work on celestial mechanics.....	311
Sh.Kh. Soltakhanov. On the Significance of the Differential Principle Polyakhov-Zegzhda-Yushkov in Non-holonomic Mechanics	312
Sh.Kh. Soltakhanov, M.P. Yushkov. About Publication Preparing of the Fourth Textbook Edition “The Theoretical and Applied Mechanics” by N.N. Polyakhov, P.E. Tovstik, S.A. Zegzhda, M.P. Yushkov.....	313
N.A. Sharkov, O.A. Sharkova. The Value of the Discoveries of Leonhard Euler in the Field of Shipbuilding for the Scientific Development of Academician A.N. Krylov	314
AUTHORS INDEX.....	315
CONTENTS.....	324

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ	5
А.В. Грушевский. Владимир Васильевич Белецкий, балетмейстер вальсирующих орбит, непреходящий классик российской и всемирной науки	6
С.Л. Чернышев. Современные проблемы авиастроения в прикладных задачах аэрогидродинамики	8
Г.А. Леонов, Н.В. Кузнецов. О подавлении флаттера в модели Келдыша	9
А.К. Беляев, Ч.-Ч. Ма, Н.Ф. Морозов, П.Е. Товстик, Т.П. Товстик, А.О. Шурпатов. Динамика тонкого стержня при продольном ударе	11
Г.И. Михасев. Модели хирургически реконструированной колебательной системы среднего уха человека.....	13
Е.Н. Поляхова, Н.Н. Поляхов мл., В.С. Сабанеев, М.П. Юшков. Н.Н. Поляхов – ученый энциклопедист	14
Yu.F Golubev, E.V Melkumova. Two-Legged Walking Robot Prescribed Motion on a Rough Cylinder	15
Т.В. Сальникова, С.Я. Степанов. Влияние фотогравитационных и электромагнитных сил на формирование облаков Кордылевского	16
А.М. Гайфуллин, Д.А. Гаджиев, В.В. Жвик, А.В. Зубцов. О порождении вихрей около удлинённых тел	17
В.М. Морозов, В.И. Калёнова. Линейные нестационарные системы и их приложения к задачам космической динамики.....	18
М.А. Греков. Модели макро и нанодфектов деформируемого тела.....	19
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА	20
Г.Т. Алдошин. К вопросу о силах инерции	21
Г.Т. Алдошин, С.П. Яковлев. К вопросу о хаотических колебаниях качающейся пружины	21
А.С. Альшев, В.Г. Мельников. Идентификация присоединённых моментов инерции моделей судов адаптивными и робастными алгоритмами на основе программных движений	22
Б.С. Бардин, А.С. Панёв. О движении тела, несущего подвижную массу, по горизонтальной плоскости	23
Г.Г. Бильченко. О движениях носителя с подвижным грузом по негладкой наклонной плоскости.....	24
С.Н. Бурьян, В.С. Кальницкий. К вопросу о движении одномерного двойного маятника	25
Д.Ю. Волков, К.В. Галунова. Бифуркации в динамике резонатора волнового твердотельного гироскопа	26
В.А. Диевский. О механической интерпретации трактрисы.....	27
Н.Н. Дмитриев, О.А. Силантьева. Движение твердых тел по плоскости с ортотропным асимметричным трением	28
В.В. Додонов, А.О. Ковалев. Изменение движения спутника земли в случае закрепления величины его ускорения	29
V.V. Dodonov, Sh.Kh. Soltakhanov, M.P. Yushkov. Movement of the Earth's Satellite after Using Non-Holonomic Constraint of the Third Order.....	29
М.З. Досаев. Стационарные движения гребной лодки	30
В.Г. Дружинин, А.В. Валов. О гашении колебаний груза, переносимого порталным краном	30
В.С. Ермолин, Т.В. Власова. Обобщенная формула вектора угловой скорости подвижной системы координат.....	31
М.В. Ишханян, Л.А. Климина, О.Г. Привалова. Режимы авторотации вертушки, использующей эффект Магнуса.....	32
Л.А. Климина. Итерационный метод построения бифуркационной диаграммы авторотационных режимов системы с одной степенью свободы.....	33
М.Д. Ковалёв. Шарнирные механизмы с полным внутренним напряжением	34
Н.А. Коврижных, А.С. Еремин. О двух семействах экономичных схем пятого порядка решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений.....	35
И.Г. Коляри. Использование теоремы об изменении потока энергии в решении задачи абсолютно-упругого удара трех точечных масс	36

А.С. Кулешов. О существовании лиувиллевых решений в задаче о качении тела вращения по сфере	37
С.Е. Купцова, А.В. Орехов, Н.А. Степенко. Формализованный подход к описанию адаптивного манипулятора	38
Р.П. Мошкин. Эквивалентность уравнений Пуанкаре	39
О.П. Нестерова, А.М. Уздин, М.Ю. Федорова. Особенности работы ДГК при сильных землетрясениях.....	40
M. Pascal, S.Ya. Stepanov. Limit cycles of a double oscillator colliding with a rigid obstacle	41
М. Паскаль, С.Я. Степанов. О влиянии внешнего периодического возмущения на фрикционные колебания двойного осциллятора.....	42
И.А. Пасынкова, П.П. Степанова. Устойчивость прецессий неуравновешенного ротора в массивных нелинейно-упругих опорах	43
S. Perekopskiy, R. Kasper. Development and validation of a new kind coupling element for wheel-hub motors	43
V.I. Petrova. Interconnection between Coordinate Systems Describing the Dynamics of the Loaded Stewart Platform	44
М.Ю. Платовских. Фрикционные автоколебания в двухмассовой системе.....	45
Ф.Ф. Родюков. Уравнения Лагранжа-Ньютона в теоретической механике	46
Ю.Д. Селюцкий. О колебаниях упруго закрепленной пластины в потоке среды.....	47
С.А. Стрекопытов, А.С. Стрекопытова, О.С. Стрекопытова, М.В. Стрекопытова. Динамические квазипериодические системы: необходимые и достаточные условия конвергенции.....	48
G.Sh. Tamasyan, E.V. Prosolupov, A.A. Chumakov. One Modification of the Method of Hypodifferential Descent in the Problem for Finding a Point of an Ellipsoid Nearest to the Origin	49
G.Sh. Tamasyan, M.E. Abbasov, E.V. Prosolupov, A.A. Chumakov. Comparative Study of Algorithms for Projecting a Point onto an Ellipsoid.....	49
Б.П. Тимченко, Д.В. Шиманчук. Исследование задачи посадки БПЛА на судно-носитель.....	50
В.Н. Тхай. Диссипация в окрестности колебания механической системы.....	51
К.М. Фазлыева. Перевод двухмассовой системы из состояния покоя в движение с постоянной скоростью	51
В.М. Федоров. Система автономного движения мобильного робота в среде с препятствиями	52
V.V. Chistyakov. On Kinetics of a Dynamically Unbalanced Rigid Rotator under Action of Dry and Combined Friction	53
М.В. Шамолин. Негладкие первые интегралы в динамике твердого тела, взаимодействующего со средой.....	54
Е.В. Шишкин, С.В. Казаков. Исследование вибрационной динамической системы в режиме околорезонансных колебаний.....	55
T.S. Shugaylo, M.P. Yushkov. Motion Control of Gantry Crane with Container.....	56
ДИНАМИКА ЕСТЕСТВЕННЫХ И ИСКУССТВЕННЫХ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ	57
А.С. Алышев, В.Г. Мельников. Определение инерционных параметров искусственного спутника Земли.....	58
Б.С. Бардин, А.Н. Авдюшкин. Анализ устойчивости тривиального положения равновесия в фотогравитационной задаче Ситникова.....	59
Б.С. Бардин, Е.А. Чекина. Об орбитальной устойчивости плоских колебаний спутника на круговой орбите на границах областей параметрического резонанса.....	60
А.А. Беков, С.Б. Момынов. Об эволюции орбит двойных систем с излучением.....	60
И.Г. Брыкина. Моделирование взаимодействия крупного разрушающегося метеороида с атмосферой Земли.....	61
A.A. Burov, I.I. Kosenko. Planar Attitude Motion of a Satellite with a Variable Mass Distribution in Field of Gravity of Attracting Center	62
Л.А. Егорова, В.В. Лохин. Оценка энерговыделения дробящегося метеороида.....	64
П.А. Есипов. Исследование устойчивости по Ляпунову центральной конфигурации в ограниченной задаче четырёх тел.....	64

А.В. Иванюхин. Оптимизация перелётов в окрестность точек либрации с использованием устойчивых инвариантных многообразий	65
Е.К. Колесников, С.В. Чернов. О возможности магнитно-гравитационного захвата техногенных наночастиц, инжектируемых в околоземное космическое пространство на высоких круговых орбитах ..	66
Д.Г. Корытников, А.А. Тихонов. Алгоритм тензорного моделирования магнитного поля Земли для реализации в системе компьютерной алгебры	67
П.С. Красильников, О.М. Подвигина. Об эволюции угла наклона оси вращения планеты в планетной системе в нерезонансном случае	68
Ф.М. Кулаков, Т.А. Салимов, Л.А. Коваленко, Д.А. Гусев, В.И. Горбунов, Г.В. Алферов. Система технического зрения для телеуправляемого космического робота	70
Г.П. Малявкин, А.С. Шмыров, В.А. Шмыров. Построение синтеза стабилизирующего управления орбитальным движением в окрестности коллинеарной точки либрации $L1$ с использованием аналитического представления инвариантного многообразия	71
Д.Ю. Никитин, А.А. Тихонов. О стабилизации спутника, оснащенного экранами электростатической защиты	72
Н.А. Петров, Л.Л. Соколов, Е.Н. Поляхова, К.И. Оськина. Прогнозы астероидной опасности для Земли на 21-й век	73
В.Г. Петухов. Оптимальные гелиоцентрические траектории космических аппаратов с солнечным парусом минимальной площади	74
Е.Н. Поляхова, В.Н. Старков, Н.А. Степенко. Полеты космического аппарата с солнечным парусом вне плоскости эклиптики	75
Е.Н. Поляхова, А.С. Шмыров, В.А. Шмыров. Использование сил светового давления для стабилизации орбитального движения в окрестности коллинеарной точки либрации системы Солнце-Земля	76
Е.Н. Поляхова, В.С. Королев. Солнечный парус: современное состояние проблемы.....	77
E.N. Polyakhova, M.Yu. Ovchinnikov, A.A. Tikhonov. To 130-th Birthday Anniversary of Friedrich A. Tsander (1887-1933): Ten New Russian Books in Astrodynamics as the Honorable Contribution to his Memory	78
В.А. Прошкин. О движении вектора кинетического момента быстро вращающегося несимметричного спутника планеты.....	80
A.V. Rodnikov. On Safe Configurations of a Natural-Artificial Space Tether System	81
Л.Л. Соколов, Н.А. Петров, Г.А. Кутеева, А.А. Васильев. Рассеяние траекторий опасных астероидов	82
О.Л. Старинова, М.А. Рожков, В.В. Горбунова. Применение космического аппарата с солнечным парусом для освещения марсианской поверхности	83
В.А. Суркова, В.А. Шмыров. Перелеты между окрестностями неустойчивых точек либрации системы Солнце-Земля	84
Е.А. Сухов. Исследование устойчивости и бифуркации долгопериодических движений, рождающихся из гиперболоидальной прецессии симметричного спутника.....	85
В.Б. Титов. Некоторые решения общей задачи трех тел в пространстве форм	86
А.А. Тихонов. О положениях равновесия электродинамической тросовой системы и возможности ее стабилизации в орбитальной системе координат.....	86
D.V. Shymanchuk. On a Celestial Body Stabilization in the Collinear Libration Point	87
А.Б. Яковлев. Анализ влияния поля коротации на движение субмикронных частиц в плазмосфере Земли	88
ГИДРОГАЗОДИНАМИКА.....	89
М.М. Алексеева. Влияние изменения геометрических параметров управляемых снарядов на аэродинамические характеристики	90
И.А. Амелюшкин, А.Л. Стасенко. Моделирование взаимодействия аэрозольного потока с твердым телом на молекулярном уровне	91
К.В. Бабарыкин. Численное исследование автоколебаний при обтекании тела с выступающей иглой.....	92
Д.В. Багаев, С.В. Егоров, М.П. Лобачев, А.А. Рудниченко, А.Е. Таранов. Численное моделирование кавитационных течений в задачах судостроения.....	92
В.Л. Бакулев, А.П. Маштаков. Моделирование догорания топлива в сверхзвуковых струях.....	93

О.В. Барина, Р.Н. Мирошин. Уравнения Колмогорова для некоторых частных решений уравнения Колмогорова-Чепмена	94
А.Э. Блищик, А.Е. Таранов, В.Г. Платонов. Численное моделирование динамики судна в задачах управляемости и качки	95
Д.Е. Бобылев. Метод граничных элементов для пористых сред	96
В.И. Богатко, Е.А. Потехина. Обобщенные автомодельные нестационарные течения газа за фронтом сильной ударной волны	97
Р.В. Богомолов, А.Н. Рябинин. Изучение вращательных колебаний цилиндров с торцевыми пластинами в воздушном потоке	98
О.В. Браун, А.Н. Рябинин. Экспериментальное изучение вращательных колебаний Н-образных тел в потоке	99
С.В. Булович, Е.М. Смирнов. Опыт использования численной схемы с искусственной вязкостью для решения задачи о распаде разрыва, сформулированной для многожидкостной модели среды	100
К.Н. Волков, В.Н. Емельянов, А.Г. Карпенко. Численное моделирование гиперзвуковых течений воздуха с учетом равновесных химических реакций	101
В.Г. Высотина. Численное исследование структур распада вихря в длинной трубе	103
В.Г. Габдылхакова, А.И. Цветков, Б.А. Щепанюк. Моделирование ветровых потоков в открытой рабочей части промышленных аэродинамических труб	104
С.А. Галаев, В.Ю. Махнов, В.В. Рис, Е.М. Смирнов. Исследование аэровозбуждения автоколебаний рабочих лопаток паровых турбин методом численного моделирования	105
Э.С. Гринац, А.В. Кашеваров, А.Л. Стасенко. Физико-математические модели пленки жидкости и капель, движущихся по поверхности профиля в условиях обледенения летательного аппарата	106
В.В. Губский, О.В. Павленко, А.В. Петров. Адаптивная механизация крыла	107
М.Н. Деменков. Экспериментальная установка для изучения флаттера на основе тензорезистора и микроконтроллера Ардуино	108
Ю.В. Добров, В.А. Лашков, И.Ч. Машек, Р.С. Хоронжук. Исследование тепловых нагрузок на аэродинамическом теле в сверхзвуковом потоке газа с локальным энерговыделением	109
А.М. Ermakov, Y.A. Stepanyants. Application of the Concept of a Quasi-Potential to the Fluid Flows in Curvilinear Coordinates	110
В.Д. Жуковская, А.М. Левченя, Е.М. Смирнов. Численное исследование трехмерной структуры потока в окрестности цилиндра, пронизывающего турбулентный свободно-конвективный пограничный слой на вертикальной пластине	111
О.Г. Завьялов. Воздействие зубчатого звена на деформируемую поверхность с учетом смазочного слоя	112
Д.К. Зайцев, А.А. Пожилов, Е.М. Смирнов, А.А. Смирновский. Численное моделирование конусообразования в пористых средах с сильно неоднородными свойствами	113
М.А. Засимова, Н.Г. Иванов. Численное моделирование циркуляции воздуха в помещении при боковой струйной подаче: сопоставление с данными тестового эксперимента	114
В.П. Зюзликов, Б.Е. Синильщиков, В.Б. Синильщиков, М.В. Ракитская. Нестационарные течения на начальных этапах работы сверхзвукового сопла в проточной трубе	115
Д.В. Казунин, В.А. Лашков, И.Ч. Машек, Р.С. Хоронжук. Экспериментальный стенд для исследования двухфазных (вода-воздух) трубных течений	116
О.М. Карякин, А.Г. Наливайко, М.В. Устинов, Я.Ш. Флакман. Управление отрывом на крыле с помощью струйных актуаторов	117
Ю.В. Каун, М.С. Яковчук. Силовое воздействие сверхзвуковой струи на преграды различной формы	119
Н.А. Киселев, А.Н. Рябинин. Изучение экранирующего влияния дисков, расположенных соосно, на вращательные колебания цилиндра в воздушном потоке	120
К.А. Коваль, А.Л. Сухоруков, Г.Т. Алдошин. Об использовании методов вычислительной гидродинамики в задаче о колебаниях упругого стержня в потоке жидкости	121
П.А. Куйбин. Модель для описания импульсов давления, вызываемых вихревым кольцом при его прохождении вблизи стенки	122
Г.И. Курбатова, Н.Н. Ермолаева. Расчет нарастания морского льда в условиях мелководья	123

Г.И. Курбатова, Н.Н. Ермолаева, Ю.В. Малькова, Р.Р. Петрухин. Анализ прочности морских газопроводов положительной плавучести, обусловленной оледенением.....	123
А.И. Лаптинский. Аэродинамика ЛА с учётом работы органов управления	124
С.Ю. Маламанов. Усиление однородного магнитного поля при течении проводящей жидкости вдоль поверхности	125
О.А. Малафеев, А.В. Скробач, К.М. Фарвазов. Оптимизационная задача транспортировки газа по трубопроводу круглого сечения	126
А.А. Малюгин, Д.В. Казунин. Расчет гидравлики в тренажере-имитаторе бурения.....	127
С.К. Матвеев, Н.Ж. Джайчибеков, Б.С. Шалабаева. О расчете турбулентных течений вблизи шероховатых поверхностей	128
А.В. Махнов. Численное исследование кавитационных течений с учетом дегазации жидкости	129
А.А. Моисеев, А.В. Савин. Моделирование турбулентности и фильтрационного горения при больших числах Пекле, сопряженного с энергопоглощающими процессами в твердой фазе	130
А.Ф. Назмутдинов, Л.Р. Назмутдинова. Пример возможностей машинного обучения (нейронных сетей) на задачи течения-фильтрации жидкости и газа.....	131
Г.В. Никифоров, В.А. Лашков, И.Ч. Машек, Р.С. Хоронжук. Влияние неоднородности набегающего сверхзвукового потока на аэродинамические характеристики затупленного цилиндра.....	132
О.В. Павленко, Е.А. Пигусов. Численное исследование аэродинамических нагрузок и шарнирных моментов на закрылке с выдувом струи	133
В.А. Павловский, А.Л. Чистов. Стационарное течение жидкости с постоянными физическими свойствами на входе в круглую цилиндрическую трубу при различных числах Рейнольдса.....	134
С.И. Перегудин, Э.С. Перегудина, С.Е. Холодова. Анализ эволюционных решений нелинейной задачи распространения МГД волн в сферическом слое	135
С.И. Перегудин, Э.С. Перегудина, С.Е. Холодова. Влияние динамики магнитного поля на нелинейный волновой режим вращающейся жидкой среды.....	137
С.И. Перегудин, Э.С. Перегудина, С.Е. Холодова. Устойчивость волновых процессов во вращающейся электропроводной жидкости.....	138
А.Н. Рябинин. Численное моделирование трансзвукового обтекания затупленного клина в расширяющемся канале	138
А.В. Савин, Е.И. Соколов. Условия возникновения свободновисящих циркуляционных зон в сверхзвуковых осесимметричных ускоряющихся потоках.....	139
М.М. Симоненко, А.Ф. Зубков, А.Г. Кузьмин. О сверхзвуковом трехмерном обтекании осесимметричного тела с кольцевым выступом	141
П.Г. Смирнов, А.В. Савин. Неконсервативность схемы Верле при моделировании столкновительной динамики ансамбля сферических частиц и метод ее компенсации.....	142
А.А. Смирновский, В.О. Елисеева. Модельная задача для оценки времени релаксации движущейся плёнки при внезапном изменении граничных условий.....	143
Ю.Г. Степанов. Новые возможности в теоретической гидродинамике – учет моментных напряжений, возникающих при динамической деформации сдвига сплошной среды	144
Н.М. Терехова. Автоколебания в сверхзвуковом пограничном слое.....	145
К.А. Тошев. Исследование влияния локального энергоподвода на обтекание клина сверхзвуковым потоком	146
С.А. Чивилихин. Двумерные стоксовы течения со свободной границей. строгие результаты	146
В.В. Чистяков, Е.В. Папков, С.А. Братчиков. Интерполяционные формулы для силы лобового сопротивления у основных баллистических профилей.....	147
Ю.С. Чумаков, А.М. Левченя, Х. Малах. Подковообразная структура вокруг круглого цилиндра, расположена на вертикальной нагретой поверхности	149
Р.В. Шмигирилов, А.Н. Рябинин. Влияние концевых шайб на аэродинамические характеристики плохо обтекаемых тел.....	150
ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКАЯ АЭРОМЕХАНИКА	151
И.В. Алексеев, А.А. Косарева, Е.В. Кустова, Е.А. Нагнибеда. Различные подходы при моделировании ударной волны в углекислом газе.....	152

Г.Г. Бильченко, Н.Г. Бильченко. О зависимости области значений функционалов гиперзвуковой аэродинамики от управляющих воздействий.....	153
Г.Г. Бильченко, Н.Г. Бильченко. О специальном случае построения области экстремальных значений функционалов гиперзвуковой аэродинамики.....	154
Н.В. Богданова, М.А. Рыдалевская. Скорость звука в пятикомпонентных воздушных смесях разной плотности.....	155
Н.Ю. Быков, Ю.Е. Горбачев, С.А. Фёдоров. О моделировании процессов конденсации в разреженных течениях пара.....	156
Ю.Н. Ворошилова, М.А. Рыдалевская. Процессы переноса и скорость распространения малых возмущений в колебательно неравновесном газе из ангармонических осцилляторов.....	157
А.Б. Герасименко, И.А. Эндер, Л.А. Бакалейников, Е.Ю. Флегонтова. Исследование влияния внешнего электрического поля на функцию распределения ионов в слабоионизованном газе для различных сечений рассеяния.....	158
Ю.Е. Горбачев. Неравновесные скорости реакций в уравнениях химической кинетики.....	160
В.А. Жбанов, А.В. Кашеваров, А.Б. Миллер, Ю.Ф. Потапов, А.Л. Стасенко. Экспериментальные исследования взаимодействия воздушно-капельно-кристаллического потока с твердым телом в приложении к проблеме обледенения летательного аппарата.....	160
Н.И. Забелина, М.А. Рыдалевская. Гидростатические соотношения и поглощение солнечной энергии земной атмосферой.....	161
В.А. Истомин. PAINEГ: программный комплекс для расчета свойств и коэффициентов переноса в различных задачах неравновесной газодинамики.....	162
В.А. Истомин, Е.В. Кустова. Исследование процессов переноса в ионизованных атомарных газах с электронным возбуждением в поуровневом приближения.....	163
L. Campoli, O.V. Kunova, E.V. Kustova, M.A. Mekhonoshina, G.P. Oblapenko, A.S. Savelev. On the Implementation of the Software Library Kappa and its Interface with COOLFluid.....	164
А.А. Косарева. Неравновесная колебательная и химическая кинетика за ударными волнами в смесях, содержащих молекулы CO ₂	165
М.М. Кузнецов, Ю.Д. Кулешова, С.В. Матвеев, Е.В. Молостин. Нелинейная реология и релаксация газов в аналитических моделях ударной волны.....	166
М.М. Кузнецов, Ю.Д. Кулешова, Ю.Г. Решетникова, Л.В. Смотрова. Аналитические модели высокоскоростной поступательной неравновесности смесей многоатомных газов.....	167
Е.В. Кустова, А.С. Савельев. Коэффициенты скорости обменных реакций с учетом колебательного возбуждения реагентов и продуктов.....	168
Е.В. Кустова, А.С. Савельев, А.А. Лукашева. Выбор параметров модели Тринора-Маррона для поуровневых коэффициентов скорости диссоциации.....	169
Г.В. Моллесон, А.Л. Стасенко. Обтекание тела газо-кристаллической струей.....	170
Е.А. Нагнибеда, К.В. Папина. Моделирование течений воздуха в соплах с учетом поуровневой колебательной и химической кинетики.....	171
Э.В. Прозорова. Новая математическая модель сплошной среды.....	172
В.Я. Рудяк, А.В. Минаков. Особенности моделирования течений наножидкостей.....	173
К.Б. Терешкина, Э.В. Терешкин, В.М. Кузнецов. Кластеры с колебательными спектрами большой пространственной размерности.....	174
МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА.....	175
И.А. Адамович. Оптимизация параметров подкрепленной цилиндрической оболочки с косым краем ..	176
С.М. Айзикович, С.С. Волков, А.С. Васильев. Вдавливание плоского штампа в упругую полуплоскость с неоднородным покрытием при наличии касательных напряжений на поверхности.....	177
Д.В. Альчибаев, П.Е. Товстик. Изгиб тонкой пластины из моноклинного материала с сильно неоднородными по толщине упругими свойствами.....	178
Elena Atroshchenko, Satyendra Tomar, Gang Xu, Javier Videla, Stephane P.A. Bordas. Some Applications of Generalized Iso-Geometric Analysis.....	179
А.К. Бабин. Анализ колебаний растянутых стержней и прямоугольных пластин численным и асимптотическими методами.....	179

Г.А. Барегамян, И.В. Кириллова, Л.Ю. Коссович. Полная асимптотическая теория нестационарных процессов в тонких оболочках вращения	180
С.М. Бауэр, Г.Д. Афонин, Е.Б. Воронкова. Деформация ортотропной эллипсоидальной оболочки под действием нормального давления	181
Г.Н. Белосточный, О.А. Мыльцина. Замкнутые решения сингулярных уравнений термоупругости композиций из гладко сопряженных оболочек вращения.....	182
С.П. Беляев, Н.Н. Реснина, В.И. Николаев, Р.Б. Тимашов, А.В. Сибирев, В.М. Крымов. NiFeGa – перспективный сплав с эффектом памяти формы.....	183
Ф.С. Беляев, А.Е. Волков, М.Е. Евард. Моделирование усталостного разрушения сплава никелида титана при различных циклических термомеханических воздействиях.....	184
Ф.С. Беляев, А.Е. Волков, М.Е. Евард, А.А. Хворов. Влияние предварительной деформации на разрушение образца из сплава с памятью формы при циклическом изотермическом деформировании в псевдоупругом состоянии	185
А.Н. Бестужева, А.Л. Смирнов. Влияния формы области начального загрязнения на динамику распространения диффундирующего вещества в толще воды	186
А.О. Бочкарев. Устойчивость и колебания прямоугольной нанопластины.....	187
А.О. Ватульян, В.В. Дударев, Р.Д. Недин. О некоторых проблемах реконструкции свойств начального напряженно-деформированного состояния в пьезоэлектриках.....	188
А.О. Ватульян, В.С. Кондратьев. О прямой и обратной задаче для неоднородного пьезокерамического цилиндра	189
М.В. Вильде, Н.В. Сергеева. Асимптотическая модель дальнего поля поверхностной волны в наследственно-упругом полупространстве	190
А.Е. Волков, М.Е. Евард, А.Д. Игнатова. О выборе потенциала Гиббса при моделировании ГЦК ↔ ГПУ превращения в сплавах с памятью формы на основе FeMn	191
А.Е. Волков, М.Е. Евард, Е.Н. Япарова. О механизмах неупругого деформирования пористых образцов из сплавов с памятью формы.....	192
А.Е. Волков, П.С. Люльчак. Макромодель функционально-механического поведения сплава с памятью формы.....	193
Д.И. Глазова, С.П. Беляев, Н.Н. Реснина, В.П. Пилюгин. Влияние размера зерна на эффекты памяти формы в сплаве TiNi	194
D.P. Goloskokov, A.V. Matrosov. Approximate Analytical Solutions in the Analysis of Thin Elastic Plates... ..	195
М.А. Греков, А.Б. Вакаева. Эффект межфазных напряжений в упругом теле с нановключением	196
М.А. Греков, Т.С. Сергеева. Периодические функции грин для двухкомпонентной среды с межфазными напряжениями на плоской границе раздела	197
Е.А. Долгова, А.Л. Смирнов. Свободные колебания тонкой эллиптической пластины	198
Т.О. Доманская, В.М. Мальков, Ю.В. Малькова. Неоднородная плоскость с межфазной трещиной для модели полулинейного материала.....	199
M.A. Efimov. Technique Development for Conducting Mechanical Tests to Study the Pore Formation Process in Case of Material Fracture.....	200
Т.А. Забавникова, Ю.И. Кадашевич, С.П. Помыткин. Моделирование эффектов ползучести в рамках геометрически нелинейной эндохронной теории неупругости	201
А.В. Зелинская. Свободные колебания некруговой многослойной цилиндрической оболочки	202
Б.А. Зимин, И.С. Зорин, В.Е. Свентицкая. О гамильтоновом подходе в механике диссипативных систем.....	203
Б.А. Зимин, И.С. Зорин, В.Е. Свентицкая. Релаксационная модель теплообразования	204
С.А. Кабриц, Е.П. Колпак. Устойчивость арочного амортизатора из резиноподобного материала	204
В.А. Ковалев, Е.В. Мурашкин, Ю.Н. Радаев. Деформации сложных континуумов, погружаемых в плоское пространство	205
А.С. Колесникова, И.В. Кириллова, Л.Ю. Коссович. Гибкость углеродных нанокomпозитов.....	206
S.A. Kostyrko, H. Altenbach, M.A. Grekov. A Model of Nanosized Thin Film Coating with Sinusoidal Interface	207
S.A. Kostyrko, G.M. Shuvalov. Stability Analysis of Nanoscale Surface Patterns in Stressed Solids	208
D.V. Lachugin, G.V. Pavilaynen. To the Issue of Plastic Anisotropy by the Structural Materials Bending	210

М.В. Лебедева. Решение плоской задачи теории упругости для трещины, расположенной около неровной поверхности	211
D.K. Magomedova. Influence of Grain Size and Second Phase Particles on the Process of the Void Initiation	212
В.М. Мальков, Ю.В. Малькова. Анализ напряжений плоскости с эллиптическим включением для полулинейного материала	212
А.В. Манжиров, К.Е. Казаков. Осесимметричная задача фреттинг-износа основания с неоднородным покрытием шероховатым штампом.....	213
A.V. Matrosov, D.P. Goloskokov. Approximate Analytical Solutions in the Analysis of Elastic Structures of Complex Geometry	214
Н.В. Михайлова, П. Оноуми. Сверление и шлифование горных пород с ультразвуковым воздействием	215
Е.В. Мурашкин, Е.П. Дац. Формирование остаточных напряжений при нагреве аддитивно изготовленного шара	216
Е.В. Мурашкин, Ю.Н. Радаев. Дивергентные законы сохранения в моделях гиперболической термоупругости	217
Н.В. Наумова, Д.Н. Иванов, Т.В. Волошинова, Б.А. Ершов. Деформация пластины с периодически изменяющимися параметрами	218
Г.А. Нестерчук. Колебания тонкой цилиндрической оболочки, подкрепленной шпангоутами разной жесткости	219
A.Ya. Nigmatullina, I.V. Lomakin. Influence of Thermal Treatment Conditions on Physical and Mechanical Properties of Cu – 2Be Alloy Processed by High-Pressure Torsion	220
А.В. Орехов. Критерий оценки напряженно-деформируемого состояния SD-материалов	221
Е.С. Остропико, А.И. Разов. Влияние высокоскоростного сжатия на функциональные свойства эквиатного сплава TiNi	222
Д.А. Паршин. Влияние скорости протекания аддитивного процесса формирования тяжелой конструкции, деформирующейся в условиях ползучести, на развитие в ней технологических напряжений.....	223
И.В. Поникарова, С.П. Беляев, Н.Н. Реснина. Влияние изотермической выдержки на эффект обратимой памяти формы	224
М.Ю. Рязанцева. Построение динамической модели упругих sandwich-композитов с учётом геометрической дисперсии.....	225
А.Ю. Савельева, Д.И. Глазова, С.П. Беляев, Н.Н. Реснина, В.П. Пилогин. Влияние размера зерна на эффекты пластичности превращения и памяти формы в сплаве TiNi	226
Б.Н. Семенов. Моделирование механических свойств нанокompозита «металл-графен»	227
И.В. Смирнов, Ю.В. Судьенков. Влияние обработки интенсивной пластической деформацией на прочностные характеристики чистых титана и меди	228
I.A. Stareva, Y.G. Pronina. The Influence of the Initial Thickness Deviations of a Steel Tube Subjected to General Corrosion under its Own Weight on its Durability	229
Ю.В. Судьенков, Б.А. Зимин, В.Е. Свентицкая, И.В. Смирнов. Термодинамика тепловыделения при квазистатическом деформировании металлов.....	230
Ю.В. Судьенков, В.Е. Свентицкая, Б.А. Зимин. Влияние теплопереноса на термоупругий отклик металлов при разогреве лазерным импульсом	231
Л.В. Паршина, В.М. Рябов, Б.А. Ярцев. Неоднородные композитные диссипативные структуры	232
Yu.G. Pronina, O.S. Sedova. External Corrosion of a Thin-Walled Sphere under Nonuniform Heating and Pressure	233
В.М. Рябов, Б.А. Ярцев. Управление связанностью изгибно-крутильных колебаний анизотропного композитного крыла	234
А.Ю. Савельева, Д.И. Глазова, С.П. Беляев, Н.Н. Реснина, В.П. Пилогин. Влияние размера зерна на эффекты пластичности превращения и памяти формы в сплаве TiNi	235
Г.Д. Федоровский. О поляризационно-оптическом методе измерения времени динамического процесса поперечного разрыва образца-стержня при квазистатическом растяжении	236
С.Б. Филиппов. Малые свободные колебания вращающейся на роликах цилиндрической оболочки	237

УСТОЙЧИВОСТЬ И СТАБИЛИЗАЦИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ	239
А.Ю. Александров, Е.Б. Александрова, А.А. Тихонов. Об одноосной стабилизации твердого тела при эволюции восстанавливающего момента, приводящей к его исчезновению	240
А.Ю. Александров, А.П. Жабко, Я. Чэнь. Анализ устойчивости гироскопических систем с запаздыванием на основе декомпозиции	240
I.M. Alesova, L.K. Babadzanjanj, I.Yu. Pototskaya, Yu.Yu. Pupysheva, A.T. Saakyan. Control of Mechanical Systems by the Mixed “Time and Expenditure” Criterion	241
I.M. Alesova, L.K. Babadzanjanj, I.Yu. Pototskaya, Yu.Yu. Pupysheva, A.T. Saakyan. High-Precision Numerical Integration of Equations in Dynamics	242
I.M. Alesova, L.K. Babadzanjanj, I.Yu. Pototskaya, Yu.Yu. Pupysheva, A.T. Saakyan. Optimal Control of Parametric Oscillations of Compressed Flexible Bars	242
И.Н. Барабанов, В.Н. Тхай. Естественная стабилизация колебания связанной периодической системы	242
С.П. Безгласный. Синтез стабилизирующего управления для заданных движений неавтономных механических систем	243
С.П. Безгласный, А.А. Мухаметзянова. Ограниченное параметрическое управление плоскими движениями космической тросовой системы.....	244
В.Г. Быков. Синхронные и асинхронные самовозбуждающиеся колебания уравновешенного ротора ...	245
В.Г. Быков, А.С. Ковачев. Балансировка жесткого ротора в вязко-упругих ортотропных опорах с учетом эксцентриситета шарового автобалансирующего устройства	246
В.Г. Быков, А.С. Максимов. Балансировка ротора Джеффкотта мног шаровым автобалансирующим устройством с учетом взаимодействия шаров друг с другом	247
В.Г. Быков, В.А. Шелковина. Автоколебания симметричного ротора с нелинейным внутренним трением	248
I.V. Demidov, V.S. Sorokin. Motion of a Pendulum with Damping and Vibrating Axis of Suspension at Unconventional Values of Parameters	249
А.П. Жабко, О.Н. Чижова. О стабилизации одного класса систем с запаздыванием пропорциональным времени	250
Zh.T. Zhusubaliyev, V. Avrutin, V.G. Rubanov, D.A. Bushuev, D.V. Titov, O.O. Yanochkina. Persistence Border Collisions in a Vibrating System Excited by an Unbalanced Motor with a Relay Control.....	251
А.В. Зубов, А.Ю. Мурашко, Л.Г. Коляда, В.Б. Орлов, Л.А. Бондаренко, В.А. Петрова, Н.С. Ужегов, Г.И. Пупышева, А.В. Никитин. Качественный анализ поведения одной механической системы	252
Г.Г. Иванов, Г.В. Алферов, А.С. Шарлай. Оценка числа периодических решений ОДУ первого порядка в задачах управления подвижными объектами	253
A.A. Kozlov, D.V. Shymanchuk. Movement of the Space Robot Manipulator in Environment with Obstacles	254
Ф.М. Кулаков, Г.В. Алферов, В.И. Горбунов, Б.В. Соколов, А.С. Шарлай. Динамический анализ системы дистанционного управления космическим роботом	255
Ф.М. Кулаков, Г.В. Алферов, В.И. Горбунов, Б.В. Соколов, А.С. Шарлай. Двухуровневое телеуправление космическим роботом	256
Ф.М. Кулаков, Г.В. Алферов, Б.В. Соколов, А.С. Шарлай. Космические роботы двустороннего телеуправления.....	257
Ф.М. Кулаков, О.С. Моисеев, А.С. Сарсадских, Н.Д. Поваляев, В.И. Горбунов, Г.В. Алферов. Очувствленный интерфейс для управления и обучения космического робота.....	258
С.Е. Купцова, С.Ю. Купцов, У.П. Зараник. Асимптотические положения покоя в системах дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом.....	259
В.Ю. Курочкин, Д.В. Шиманчук. Управление движением плоского двухзвенного манипулятора.....	260
Д.А. Лебедев. Устойчивость стационарных движений диска, несущего гироскоп	261
Д.А. Лебедев. Устойчивость стационарных движений моноцикла на ледяной поверхности.....	262
Г.А. Леонов, К.Д. Александров. Численное моделирование двумерных динамических систем: от оценок Андронова, Фельдбаума и Трикоми к бифуркационным кривым	263

Г.А. Леонов, Р.Н. Мокаев. Численное моделирование системы лоренцевского типа: асимптотическое поведение решений, хаос и гомоклинические бифуркации.....	264
О.А. Малафеев, Н.Д. Рединских. Компромиссное решение в задаче управления изменением состояния материального тела воздействием внешней среды.....	264
Г.И. Мельников, В.Г. Мельников, Н.А. Дударенко, Л.Н. Иванова. Итеративный метод дифференциальных неравенств для функций Ляпунова.....	266
А.В. Платонов. Об асимптотической устойчивости нелинейных механических систем с переключениями.....	267
Ф.Ф. Родюков, А.И. Шепелявый. Электромагнитный маятник в быстропеременном магнитном поле постоянной интенсивности.....	268
А.Т. Турешбаев, В.Н. Тхай, У.Ш. Омарова. Устойчивость коллинеарных точек либрации и резонансы в фотогравитационной задаче трех тел.....	269
A. Yu. Uteshev. Algebraic and Radical Potential Fields: Stability Domains in Coordinate and Parametric Space.....	270
А.Ф. Хакимов, Д.В. Шиманчук. Исследование задачи оптимального управления БПЛА.....	270
М.В. Чашников. К вопросу о построении матрицы Ляпунова для класса линейных систем с запаздыванием.....	271
Т.Е. Чуркина, С.Я. Степанов. Об устойчивости некоторых несимметричных периодических вращений меркурианского типа.....	272
БИОМЕХАНИКА.....	274
С.М. Бауэр, Л.А. Венатовская. Анализ напряженно-деформированного состояния глаза после коррекции гиперметропии методом эластотометрии.....	275
Г.Н. Белосточный, О.А. Мыльцина. Замкнутые решения сингулярных уравнений термоупругости композиций из гладко сопряженных оболочек вращения.....	276
П.И. Бегун, Г.Т. Башарова. Биомеханический анализ состояния кровеносного потока и сосудов, питающих мозг.....	277
П.И. Бегун, П.А. Дубровина. Биомеханический анализ состояния структур мозга при динамических нагрузках.....	278
П.И. Бегун, Е. Иевлева, В.К. Сухов, Э. Мбазумутима. Биомеханический анализ левого желудочка сердца и кровеносного потока после микстомии и септальной абляции.....	279
Н.В. Ваганова, А.Г. Левицкий, Д.А. Матвеев, О.В. Ошина, А.А. Поципун. Анализ изменения расположения центра тяжести в спортивной борьбе.....	280
Е.Б. Воронкова, Д.И. Журавлева, Т.М. Тюганова. Анализ влияния геометрии роговицы на результаты измерения внутриглазного давления.....	281
S.A. Gerasimova, A.N. Mikhaylov, A.I. Belov, D.S. Korolev, O.N. Gorshkov, V.B. Kazantsev. Design of Memristive Interface between Electronic Neurons.....	282
А.А. Голядкина, И.В. Кириллова, Л.Ю. Коссович, А.В. Полиенко. Разработка алгоритма планирования персонифицированного хирургического реконструктивного лечения дуги аорты.....	283
А.В. Доль, Д.В. Иванов. Программа для оптимизации процесса построения трехмерных твердотельных моделей сосудов виллизиевого круга.....	283
А.В. Доль, Д.В. Иванов. Анализ клинических данных о разорвавшихся и неразорвавшихся аневризмах сосудов головного мозга человека.....	284
А.М. Донник, В.В. Зарецков, И.В. Кириллова, Л.Ю. Коссович, С.В. Лихачев, И.А. Норкин. Биомеханическое моделирование реконструктивного вмешательства на переходном грудопоясничном отделе позвоночника.....	285
В.В. Корников, Е.Б. Воронкова, Ю.Е. Балькина. Статистический анализ взаимосвязи тонометрического ВГД и различных характеристик глаза.....	286
А.А. Котмакова, Я.А. Гатаулин, А.Д. Юхнев. Расчетно-экспериментальное исследование структуры закрученного течения в модели бифуркации сонной артерии.....	287
A.A. Pautov, S.M. Bauer, O.V. Ivanova, Y.O. Sapach, E.G. Krylova. Stomatal Movements in Laurophyllous Plants.....	288

Д.В. Франус. Влияние толщины роговицы на показатели внутриглазного давления при использовании различных тонометров.....	289
С.В. Хоробров, Я.А. Гатаулин, А.Д. Юхнев. Расчетное исследование течения через двустворчатый клапан сердца	290
А.А. Штейн, И.Н. Моисеева. Влияние неоднородности роговицы на механическое поведение глаза	291
ФИЗИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА.....	293
Ю.Ф. Гунько, Н.А. Гунько. Структура экранирующего слоя вблизи плоского изолированного тела в глубоком вакууме. Часть 1. моноэнергетический однородный поток	294
Ю.Ф. Гунько, Н.А. Гунько. Структура экранирующего слоя вблизи плоского изолированного тела в глубоком вакууме. Часть 2. моноэнергетический изотропный поток.....	295
Г.Н. Ключников, Е.К. Колесников. Области высыпания на землю электронов высокой энергии, инжектированных точечным источником, движущимся по круговой околоземной орбите	296
Е.К. Колесников, А.С. Мануйлов, В.С. Петров, А.Г. Зеленский. К вопросу о влиянии процесса фазового перемешивания и токовой нейтрализации на динамику резистивной перетяжной неустойчивости релятивистского электронного пучка	296
Е.К. Колесников, А.С. Мануйлов, С.В. Чернов. Математическое моделирование возмущения орбитального движения в околоземном космическом пространстве сферических техногенных микрочастиц при воздействии пучка нейтральных атомов.....	297
Ю.Е. Маркачев. Теоретическая оценка коэффициентов a и b в уравнении состояния Ван-дер-Ваальса для смеси реальных газов.....	298
В.А. Морозов, В.М. Кац, Г.Г. Савенков, А.А. Лукин. Механизмы разрушения колец из ГЦК-металлов при нагружении магнитно-импульсным методом	299
Г.Г. Савенков, В.А. Морозов, А.А. Лукин. Прочность фазовых материалов при нагружении продуктами электрического взрыва проводников	300
А.П. Серебров, О.М. Жеребцов, Г.Н. Ключников. Математическое моделирование эксперимента по определению корреляционных коэффициентов в бета-распаде нейтрона	300
Т.А. Khantuleva. Thermodynamic Evolution Far From Equilibrium.....	301
ИСТОРИЯ МЕХАНИКИ	303
В.В. Иванова. Использование экскурсий, посвященных задачам механики, во время внеурочных занятий со школьниками младших классов.....	304
Г.А. Кутеева, Г.А. Синильщикова. Модели из каталога М. Шиллинга в Санкт-Петербургском университете.....	305
Г.А. Кутеева, Г.А. Синильщикова, Б.В. Трифоненко. Модели Рело в Санкт-Петербургском университете	306
С.К. Матвеев, Л.А. Архангельская, Г.А. Акимов. Ученики И.П. Гинзбурга, выпускники математико-механического факультета ЛГУ	307
Г.В. Павилайнен, Т.В. Рудакова. О преподавании истории механики и физики в СПбГУ.....	308
С.В. Петрова. Особенности подготовки к ЕГЭ по математике: задачи на движение	309
Е.Н. Поляхова, Н.Н. Поляхов. Н.Е. Жуковский (1847-1921) — историк механики (к 170-летию ученого).....	309
Е.Н. Поляхова, К.В. Холшевников, В.С. Королев. К 300-летию Даламбера: его работы по небесной механике	310
Ш.Х. Солтаханов. О значимости дифференциального принципа Поляхова-Зегжды-Юшкова в неголономной механике	312
Sh.Kh. Soltakhanov, M.P. Yushkov. About Publication Preparing of the Fourth Textbook Edition “The Theoretical and Applied Mechanics” by N.N. Polyakhov, P.E. Tovstik, S.A. Zegzhda, M.P. Yushkov.....	313
Н.А. Шарков, О.А. Шаркова. Значение открытий Леонарда Эйлера в области кораблестроения для научного становления академика А.Н. Крылова.....	313
ПЕРЕЧЕНЬ АВТОРОВ.....	320
СОДЕРЖАНИЕ	335

Научное издание
Международная научная конференция по механике
ВОСЬМЬЕ ПОЛЯХОВСКИЕ ЧТЕНИЯ
Тезисы докладов
Редактор О.В. Кунова
Подписано в печать 26.01.2018. Формат 60x90/8.
Печать цифровая. Усл. печ л. 13,25. Тираж 150 экз. Заказ №29

Отпечатано с готового оригинал-макета
в типографии Издательства СПбГУ
199034, Санкт-Петербург, Менделеевская л., д. 5