

Международная научная конференция по механике

ШЕСТЫЕ ПОЛЯХОВСКИЕ ЧТЕНИЯ

*Конференция посвящается
95-летию со дня рождения С.В. Валландера*

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

31 января – 3 февраля 2012 г.
Санкт-Петербург, Россия

International Scientific Conference on Mechanics

SIXTH POLYAKHOV'S READING

*Conference is dedicated
to the 95th anniversary of Sergey V. Vallander*

BOOK OF ABSTRACT

January 31 – February 3, 2012.
Saint Petersburg, Russia

УДК 531+532+533+534+539
ББК 22.2
Ш52

Редакционная коллегия:

*академик РАН Н.Ф. Морозов (СПбГУ),
профессор С.М. Бауэр (СПбГУ),
профессор С.А. Зегжда (СПбГУ),
профессор Е.В. Кустова (СПбГУ),
профессор С.К. Матвеев (СПбГУ),
профессор Р.Н. Мирошин (СПбГУ),
профессор Е.А. Нагнибеда (СПбГУ),
доцент Е.Н. Поляхова (СПбГУ),
доцент Л.А. Пузырева (СПбГУ),
профессор М.А. Рыдалевская (СПбГУ),
профессор А.А. Тихонов (СПбГУ),
профессор С.Б. Филиппов (СПбГУ),
профессор М.П. Юшков (СПбГУ).*

Шестые Поляховские чтения: Тезисы докладов Международной научной конференции по механике, Санкт-Петербург, 31 января – 3 февраля 2012 г. – М.: Издатель И.В. Балабанов, 2012. – 304 с.

ISBN 978-5-91563-101-3

В сборник включены тезисы докладов, представленные на Международной научной конференции по механике «Шестые Поляховские чтения», посвященной 95-летию со дня рождения Сергея Васильевича Валландера (1917–1975). Обсуждаются современные проблемы теоретической и прикладной механики, динамики космического полета, механики жидкости и газа, механики деформируемого твердого тела, биомеханики, а также истории механики.

Международная научная конференция по механике «Шестые Поляховские чтения» проводится при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №11–01–06103-г), Санкт-Петербургского государственного университета (проект № 6.41.217.2012) и ООО «Максидом».

ISBN 978-5-91563-101-3

© Коллектив авторов, 2012
© Санкт-Петербургский
государственный университет, 2012

ПРЕДИСЛОВИЕ

Сборник включает тезисы докладов, представленных на Международной научной конференции по механике «Шестые Поляховские чтения», посвященной 95-летию со дня рождения Сергея Васильевича Валландера (1917–1975). Конференция проводится 31 января – 3 февраля 2012 г. в Санкт-Петербурге на базе Санкт-Петербургского государственного университета.

В программу конференции включены пленарные и секционные доклады по следующим направлениям:

- I. Теоретическая и прикладная механика
- II. Динамика космического полета
- III. Гидроаэромеханика
- IV. Механика деформируемого твердого тела
- V. Биомеханика
- VI. История механики

Организаторы конференции

- Министерство образования и науки РФ,
- Российский фонд фундаментальных исследований,
- Санкт-Петербургский государственный университет,
- Санкт-Петербургский Дом ученых РАН,
- Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,
- Институт проблем машиноведения РАН,
- Балтийский государственный технический университет («Военмех»),
- ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова.

Председатель конференции

Морозов Никита Федорович, академик РАН.

Организационный комитет конференции

Сопредседатели: Леонов Г.А. (член-корр. РАН), Матвеев С.К., Юшков М.П. (СПбГУ).
Ученые секретари: Ворошилова Ю.Н., Пузырева Л.А. (СПбГУ).

Члены оргкомитета

Даль Ю.М. (СПбГУ), Кустова Е.В. (СПбГУ), Лашков В.А. (СПбГУ), Мирошин Р.Н. (СПбГУ), Нагнибеда Е.А. (СПбГУ), Никитин Г.В. (Дом Ученых РАН), Поляхова Е.Н. (СПбГУ), Рыдалевская М.А. (СПбГУ), Рябинин А.Н. (СПбГУ), Тихонов А.А. (СПбГУ), Трифоненко Б.В. (СПбГУ), Усков В.Н. (БГТУ «Военмех»), Цибаров В.А. (СПбГУ).

Научный комитет конференции

Белецкий В.В. (Россия)	Маркеев А.П. (Россия)	Рыжов Ю.А. (Россия)
Блехман И.И. (Россия)	Мартыненко Ю.Г. (Россия)	Смирнов Е.М. (Россия)
Вуйичич В. (Сербия)	Михайлов Г.К. (Россия)	Спасич Д. (Сербия)
Егоров И.В. (Россия)	Михасев Г.И. (Беларусь)	Степанов С.Я. (Россия)
Журавлев В.Ф. (Россия)	Мэй Фунсян (Китай)	Товстик П.Е. (Россия)
Иванов М.С. (Россия)	Пальмов В.А. (Россия)	Тхай В.Н. (Россия)
Индейцев Д.А. (Россия)	Папаставридис Дж. (США)	Федоров М.П. (Россия)
Карапетян А.В. (Россия)	Паскаль М. (Франция)	Фомин В.М. (Россия)
Каспер Р. (Германия)	Пашин В.М. (Россия)	Черноузько Ф.Л. (Россия)
Козлов В.В. (Россия)	Петров Ю.В. (Россия)	Эрикссон А. (Швеция)
Кривцов А.М. (Россия)	Радев С. (Болгария)	
Левин В.А. (Россия)	Ребров А.К. (Россия)	

PREFACE

The book includes the abstracts of papers presented at the International Scientific Conference on Mechanics «Sixth Polyakhov's Reading» dedicated to the 95th anniversary of Sergey V. Vallander (1917-1975). The Conference is held at the Department of Mathematics and Mechanics, Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, January 31 – February 3, 2012.

Conference Scientific Areas

- I. Theoretical and Applied Mechanics
- II. Dynamics of Space Flight
- III. Mechanics of Fluids and Gases
- IV. Mechanics of Solids
- V. Biomechanics
- VI. History of Mechanics

Conference Organizers

- Ministry of Education and Science of Russian Federation
- Russian Foundation for Basic Research
- Saint Petersburg State University
- Saint Petersburg House of Scientists, RAS
- Saint Petersburg State Polytechnic University
- Institute of Problems of Mechanical Engineering, RAS
- Baltic State Technical University “Voenmech”
- Central Scientific Research Institute named by A.N. Krylov

Conference Chairman

Nikita F. Morozov, academician of RAS

Organizing Committee

Co-chairs: Leonov G.A., Matveev S.K., Yushkov M.P. (Saint Petersburg University)
Scientific secretaries: Voroshilova Yu.N., Puzyreva L.A. (Saint Petersburg University)

Local Organizing Committee members

Dahl Yu.M., Kustova E.V., Lashkov V.A., Miroshin R.N., Nagnibeda E.A., Nikitin G.V., Polyakhova E.N., Ryabinin A.N., Rydalevskaya M.A., Tikhonov A.A., Trifonenko B.V., Tsibarov V.A., Uskov V.N.

Scientific Organizing Committee

Beletsky V.V. (Russia)	Krivtsov A.M. (Russia)	Radev S. (Bulgaria)
Blekhman I.I. (Russia)	Levin V.A. (Russia)	Rebrov A.K. (Russia)
Chernous'ko F.L. (Russia)	Markeev A.P. (Russia)	Ryzhov Yu.A. (Russia)
Egorov I.V. (Russia)	Martynenko Yu.G. (Russia)	Smirnov E.M. (Russia)
Erickson A. (Sweden)	Mei Funsyan (China)	Spasich D. (Serbia)
Fedorov M.P. (Russia)	Mihasev G.I. (Belarus)	Stepanov S.Ya. (Russia)
Fomin V.M. (Russia)	Mikhailov G.K. (Russia)	Tkhai V.N. (Russia)
Indeitsev D.A. (Russia)	Palmov V.A. (Russia)	Tovstik P.Ye. (Russia)
Ivanov M.S. (Russia)	Papastavridis Dg. (USA)	Vujicic V. (Serbia)
Karapetyan A.V. (Russia),	Pascal M. (France)	Zhuravlev V.F. (Russia)
Kasper R. (Germany)	Pashin V.M. (Russia)	
Kozlov V.V. (Russia)	Petrov Yu.V. (Russia)	

Организации-спонсоры конференции

Международная научная конференция по механике «Шестые Поляховские чтения», посвященная 95-летию со дня рождения Сергея Васильевича Валландера, проводится при финансовой поддержке:



Российского фонда фундаментальных исследований
(проект № 11-01-06103-г)



Санкт-Петербургского государственного университета
(проект № 6.41.217.2012)



ООО «Максидом»

Sponsoring Organizations

The International Scientific Conference on Mechanics «Sixth Polyakhov's Reading» dedicated to the 95th anniversary of Sergey V. Vallander is held under financial support of Russian Foundation for Basic Research (project №11-01-06103-г), Saint Petersburg State University (project № 6.41.217.2012) and Ltd. «Maxidom».

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

PLENARY LECTURES

О ЖИЗНИ И ТВОРЧЕСТВЕ СЕРГЕЯ ВАСИЛЬЕВИЧА ВАЛЛАНДЕРА**Е.А. Нагнибеда, М.А. Рыдалевская***Санкт-Петербургский государственный университет, Россия*

E-mail: e_nagnibeda@mail.ru, Rydalevska@rambler.ru

21 июня 2012 года исполняется 95 лет со дня рождения выдающегося ученого и талантливого педагога чл.-корр. АН СССР, профессора Сергея Васильевича Валландера. В докладе освещаются основные этапы его жизни, научная, педагогическая и научно-организационная деятельность.

В 1934 г. С.В. Валландер поступил на математико-механический факультет Ленинградского университета. После окончания университета в 1939 г. он был оставлен в аспирантуре на кафедре гидроаэромеханики.

В 1941 г. С.В. Валландер ушел из аспирантуры в действующую армию и с первых дней войны служил офицером военно-воздушных сил Балтийского флота: штурманом самолета, штурманом отряда, флагманским штурманом полка. В конце войны он был штурманом отряда, совершавшего трансокеанские перелеты, доставляя в СССР самолеты союзников. За заслуги в годы войны С.В. Валландер был награжден двумя орденами Красного Знамени, орденом Красной Звезды и медалями.

Вернувшись в университет после окончания войны, Сергей Васильевич в 1946 г. защитил кандидатскую диссертацию, а в 1949 г. – докторскую, результаты которой внесли значительный вклад в газовую динамику. В 1950 г. С.В. Валландер стал профессором и возглавил кафедру гидроаэромеханики, которой он заведовал до последнего дня своей жизни 19 июня 1975 г. В течение 25 лет Сергей Васильевич читал лекции по гидроаэромеханике студентам математико-механического факультета.

Научную и педагогическую деятельность С.В. Валландер совмещал с большой административной работой. С 1952 по 1956 г. С.В. Валландер – проректор по научной работе Ленинградского государственного университета, с 1957 по 1963 г. – директор Научно-исследовательского института математики и механики ЛГУ, с 1965 по 1973 г. – декан математико-механического факультета ЛГУ. С.В. Валландер оказал огромное влияние на жизнь кафедры, факультета, университета и внес большой вклад в развитие науки и образования в нашей стране. Талант, широта интересов, обаяние личности С.В. Валландера проявлялись во всех видах его деятельности.

Обладая уникальной научной интуицией, С.В. Валландер обращался к актуальным задачам механики и получал фундаментальные результаты, открывающие пути дальнейшего развития науки в исследуемой им области. Так появился цикл работ Валландера и его учеников по теории турбин и решеток, выполненных по заказу Центрального котлотурбинного института и Ленинградского механического завода в 50-х годах. Его результаты в сверхзвуковой и гиперзвуковой газовой динамике вошли в учебники и используются до настоящего времени. В конце 50-х – начале 60-х годов С.В. Валландер обратился к проблеме кинетического описания течений разреженного газа. Идеи Сергея Васильевича о применении молекулярного подхода к задачам аэродинамики, его новые кинетические уравнения оказали существенное влияние на развитие динамики разреженных газов в нашей стране. Созданная им научная школа в настоящее время включает уже несколько поколений ученых-механиков, ее результаты в области физико-химической аэродинамики имеют высокий рейтинг в нашей стране и за рубежом.

On the Life and Scientific Activity of Sergey V. Vallander**E.A. Nagnibeda, M.A. Rydalevskaya***Saint Petersburg State University, Russia*

A brief curriculum vitae of the famous Russian scientist, Sergey Vallander is presented. A contribution of S.Vallander to the development of the modern kinetic theory and other areas of hydro- and aerodynamics is discussed.

О НЕКОТОРЫХ АКТУАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ ПЛОСКОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Ю.М. Даль

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: ymdahl@yandex.ru

Исследована комплексная форма основных соотношений плоской теории упругости. Показано, что при отсутствии массовых сил условия равновесия имеют следующий вид:

$$\frac{\partial(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})}{\partial z} - \frac{\partial(\sigma_{yy} - \sigma_{xx} + 2i\sigma_{xy})}{\partial \bar{z}} = 0. \quad (1)$$

Здесь $z = x + iy$, $\bar{z} = x - iy$. Решение уравнения (1) может быть представлено либо в форме Г.В. Колосова:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} + \sigma_{yy} &= 2[\Phi(z) + \overline{\Phi(z)}], \\ \sigma_{yy} - \sigma_{xx} + 2i\sigma_{xy} &= 2[\bar{z}\Phi'(z) + \Psi(z)], \end{aligned} \quad (2)$$

либо в формах (3) и (4), указанных Н.Н. Поляховым:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} + \sigma_{yy} &= 2[\Phi(z) + \overline{\Phi(z)}], \\ \sigma_{yy} - \sigma_{xx} + 2i\sigma_{xy} &= 2[-2iy\Phi'(z) + \Psi_3(z)] \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} + \sigma_{yy} &= 2[\Phi(z) + \overline{\Phi(z)}], \\ \sigma_{yy} - \sigma_{xx} + 2i\sigma_{xy} &= 2[2x\Phi'(z) + \Psi_2(z)]. \end{aligned} \quad (4)$$

В формулах (2)–(4) содержится одна и та же регулярная функция $\Phi(z)$ и три различных между собой регулярные функции $\Psi(z)$, $\Psi_2(z)$ и $\Psi_3(z)$. В частности, полагая в (3) и (4) функции $\Psi_3(z) = 0$ и $\Psi_2(z) = 0$, приходим соответственно к зависимостям Вестергарда (в них на линии $y = 0$ должны выполняться условия: $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$, $\sigma_{xy} = 0$) и аналогичным им соотношениям (в которых на прямой $x = 0$ имеют место равенства: $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$, $\sigma_{xy} = 0$).

Формулы (3) использованы при решении задачи об упругой полосе, $(-\infty \leq x \leq +\infty, -b/2 \leq y \leq +b/2)$, нагруженной на противоположных краях двумя самоуравновешенными силами или моментами.

В работе рассматриваются также проблемы решения плоских задач теории упругости для бесконечной полосы, нагруженной во внутренних точках сосредоточенными силами, моментами или диполями, а также метод решения первой основной краевой задачи для прямоугольной полосы конечной длины.

Заключительный раздел посвящён проблеме локальной устойчивости пластин. Отмечается, что в случае конечной пластины, ослабленной трещинами или отверстиями, уравнение устойчивости

$$\Delta \Delta w = \frac{h}{D} \left[\sigma_{xx} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \sigma_{yy} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\sigma_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right],$$

имеет ненулевое решение при *растягивающих нагрузках* на внешнем контуре пластины. Рассматриваются некоторые работы по этой тематике. Библиография насчитывает 26 наименований.

On Topical Problems the Plane Theory of Elasticity

Y.M. Dahl

Saint Petersburg State University, Russia

It was considered general complex correlations the plane theory of elasticity. The exact analytical solution the first basic problem for elastic strip is found. The local stability of plates with cracks and openings is investigated.

НЕГОЛОНОМНАЯ МЕХАНИКА СО СВЯЗЯМИ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА И УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ

С.А. Зегжда¹, Ш.Х. Солтаханов², Д.Т. Спасич³, М.П. Юшков¹

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Россия,

²Чеченский государственный университет, Грозный, Россия,

³Государственный университет, Нови Сад, Сербия

E-mail: yushkovmp@mail.ru, Soltakhanov@yandex.ru, spasic@uns.ac.rs

Доклад основывается на содержании монографий [1, 2], излагаются две теории движения неголономных систем со связями высокого порядка.

В первой теории связи высокого порядка рассматриваются как программа движения, выполнение которой обеспечивается приложением управляющих сил, являющихся реакциями этих связей. Для решения задачи строится совместная система дифференциальных уравнений относительно отыскиваемых обобщенных координат и реакций связей как функций времени. Приводятся два примера из области космонавтики, в которых на движение космического аппарата накладываются линейные связи третьего порядка. Предложенной теории соответствует принцип Манжерона-Делеану.

Вторая теория базируется на применении обобщенного принципа Гаусса [3]. Она применяется для решения задачи из теории управления об отыскании управляющей силы, переводящей за указанный промежуток времени механическую систему из одного заданного фазового состояния в другое. Предлагаемая теория иллюстрируется исследованием горизонтального движения тележки с укрепленными на ней маятниками. Показывается, что решение задачи об отыскании горизонтальной силы, приложенной к тележке и переводящей систему в заданный промежуток времени из одного состояния покоя в новое состояние покоя, полученное классическим путем минимизацией функционала от квадрата искомой управляющей силы с помощью принципа максимума Понтрягина, оказывается эквивалентным некоторой задаче неголономной механики при линейной связи высокого порядка (при наличии двух маятников связь имеет восьмой порядок). Для решения подобной задачи предлагается применить обобщенный принцип Гаусса. При малом времени движения решения, полученные этими двумя методами, практически совпадают, а при длительном промежутке времени решение, полученное с помощью обобщенного принципа Гаусса, оказывается более плавным, чем полученное классическим способом.

Для устранения скачков управляющей силы в начале и в конце движения формулируется обобщенная краевая задача, решение которой может быть получено лишь с помощью обобщенного принципа Гаусса. Для нахождения управляющей силы строится быстро сходящийся итерационный процесс.

Теория развивается на случай гашения колебаний систем с распределенными параметрами [5].

Работа выполнена при поддержке Государственного Контракта ГК.2.740.11.0619 от 29.03.2010.

Л и т е р а т у р а

1. Soltakhanov Sh.Kh., Yushkov M.P., Zegzhda S.A. Mechanics of non-holonomic systems. A New Class of control systems. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. 329 S.
2. Зегжда С.А., Солтаханов Ш.Х., Юшков М.П. Неголономная механика. Теория и приложения. М.: Наука, 2009. 344 с.
3. Поляхов Н.Н., Зегжда С.А., Юшков М.П. Обобщение принципа Гаусса на случай неголономных систем высших порядков // Докл. АН СССР. 1983. Т. 269. № 6. С. 1328-1330.
4. Зегжда С.А., Солтаханов Ш.Х. Применение обобщенного принципа Гаусса к задаче гашения колебаний механических систем // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2010. № 2. С. 20-25 (апрель).
5. Солтаханов Ш.Х. Гашение колебаний консоли // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. № 4. С. 105-112.

Nonholonomic Mechanics with High-Order Constraints and Motion Control

S.A. Zegzhda¹, Sh.Kh. Soltakhanov², D.T. Spasic³, M.P. Yushkov¹

¹Saint-Petersburg State University, Russia

²Chechen State University, Grozny, Russia

³University at Novi Sad, Serbia

The report is based on the monographs [1, 2]. Two theories of motion for nonholonomic systems with high-order constraints are presented. In the first theory the constraints are considered as a motion program, a compatible system of differential equations w.r.t. to unknown generalized coordinates and generalized constraint reaction forces is constructed. The Mangeron-Deleanu principle corresponds to the theory.

In the second theory the generalized Gauss principle [3] is applied to find the control that moves a mechanical system from one phase state to another one during a given time interval. The generalized boundary

problem that makes it possible to find a shockless control is formulated. A rapidly convergent iteration process is built to find a shockless control force.

ФОРМЫ ПОВЕРХНОСТНОЙ И ОБЪЕМНОЙ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ

Н.Ф. Морозов, П.Е. Товстик

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: morozov@nm1016.edu, peter.tovstik@mail.ru

В последние годы в связи с развитием нано-технологий в электронной промышленности возник повышенный интерес к исследованию форм поверхностной потери устойчивости материалов. Этот интерес связан с необходимостью получения на микро-уровне периодических структур на поверхности, которые могут появиться при потере устойчивости. Доклад содержит обзор работ по этому направлению.

Рассматривается трансверсально изотропная линейно упругая сплошная среда, равномерно сжатая в плоскости изотропии. При достаточно высоком уровне сжатия среда теряет устойчивость, ибо нарушается условие Адамара [1] о положительной определенности акустического тензора. Если среда заполняет все пространство и модули упругости постоянны, форма потери устойчивости охватывает всю среду. В случае полупространства форма потери устойчивости локализуется вблизи свободной поверхности. Также локализация может иметь место вблизи некоторой плоскости в случае переменных в вертикальном направлении модулей упругости. Рассматривается также форма потери устойчивости сжатой в своей плоскости пластины, лежащей на упругом основании.

Особенность перечисленных выше задач заключается в том, что критическая нагрузка из системы уравнений бифуркации определяется однозначно в то время, как форма потери устойчивости остается неопределенной. Эта неопределенность заключается в следующем. В плоскости изотропии решение ищется в виде двояко периодической функции вида $\sin(r_1 x_1) \sin(r_2 x_2)$, причем в случаях пространства и полупространства [2, 3] волновые числа r_1 и r_2 остаются неопределенными, а в случае пластины на упругом основании [4–6] удастся найти лишь величину $r = \sqrt{r_1^2 + r_2^2}$. В то же время форма потери устойчивости зависит от соотношения между r_1 и r_2 . Наиболее благоприятным для приложений является "шахматный" характер формы потери устойчивости, получающийся при $r_1 = r_2$.

Для определения волновых чисел оказывается необходимым обратиться к решению геометрически нелинейных задач. В результаты для пластины, лежащей на упругом основании, был установлен "шахматный" характер формы потери устойчивости [4–6]. При анализе форм потери устойчивости трансверсально изотропного пространства [2, 3] в зависимости от упругих модулей возможен один из двух типов форм потери устойчивости – объемный или сдвиговой, причем оказалось, что для объемного типа форма потери устойчивости является шахматной.

Если для пластины на упругом основании форма потери устойчивости определена полностью, то для сжатого пространства величина r остается произвольной. По-видимому, для ее определения следует вводить в рассмотрение дискретную структуру материала [7]. Для сжатого полупространства неопределенными являются как величина r , определяющая размеры вмятин, так и соотношение между волновыми числами r_1 и r_2 , определяющее форму вмятин. Есть основания предполагать, что форма вмятин будет шахматной, однако теоретически это не доказано, хотя экспериментальные результаты [8] говорят в пользу этого предположения.

При финансовой поддержке РФФИ, гранты 10-01-00244-а, 09-01-92002-ННС-а.

Л и т е р а т у р а

1. P.S. Ciarlet. *Mathematical Elasticity*. Amsterdam etc.: North-Holland; 1988.
2. N.F. Morozov, P.E. Tovstik. Volume and surface stability of transversely isotropic material // *Advanced Problems in Mechanics*. 38 summer school. St. Petersburg. 2010. P. 376-390.
3. N.F. Morozov, P.E. Tovstik. Bulk and surface stability loss of materials // *Multi-scaling of synthetic and natural systems with self-adaptive capacity*. Taiwan. 2010. P. 27-30.
4. Н.Ф. Морозов, М.В. Паукшто, П.Е. Товстик. Устойчивость поверхностного слоя при термонагрузении // *Изв. РАН. МТТ*. 1998. № 1. P. 130-139.
5. Н.Ф. Морозов, П.Е. Товстик. О формах потери устойчивости пластины на упругом основании // *Изв. РАН. МТТ*. 2010. N 4. С. 30-42.

6. N.F. Morozov, P.E. Tovstik. Control of surface waviness // *Advanced Dynamics and Model Based Control of Structures and Machines*. (H. Irschik, A.K. Belyaev, M. Krommer (eds.)), Springer. Wien , New York, 2011. P. 57-64.
7. Н.Ф. Морозов, Б.Н. Семенов, П.Е. Товстик. Континуальные и дискретные модели в задаче устойчивости трехслойной нанопластины // *Теоретическая и прикладная механика*. Минск, вып. 19, 2005, с. 37-41.
8. Л.Е. Панин, В.Е. Панин. Эффект "шахматной доски" и процессы массопереноса в интерфейсных средах живой и неживой природы // *Физическая мезомеханика*. 2007. Т. 10, вып. 6. С. 5-20.

Forms of the Surface and the Volume Stability Loss

N.F. Morozov, P.E. Tovstik

Saint Peterburg State University, Russia

The compressed elastic material loses the bulk stability since for the large enough compression the Hadamard condition is not satisfied. The elastic half-space loses the surface stability under large enough compression with the buckling waves localized near a free plane and exponentially decreased away from it. The compressed elastic plate lying on an elastic foundation also may lose stability. For these problems we find the critical compression and the buckling modes for a transversely isotropic linearly elastic material. The critical compression is to be found from the equations of bifurcation and the critical compression is definite. But the corresponding buckling modes are not so definite. This report contains a short issue of these problems.

КРЕСТ – ПРИМЕР ТИПОВОГО, НО НЕГРУБОГО ВЕТВЛЕНИЯ РЕШЕНИЙ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

В.А. Самсонов

НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: samson@imec.msu.ru

Малое возмущение уравнения приводит к «разрушению» креста. В механике, особенно в теории устойчивости, эти обстоятельства положены в основу теории бифуркаций равновесий и стационарных движений. В докладе обсуждаются и другие примеры приложения в механике.

Geometry and Mechanics. Cross as an Informative Geometric Image in Some Mechanical Problems

V.A. Samsonov

Mechanical Institute of MSU, Moscow, Russia

Cross represents an example of typical, but nonrough bifurcation of solutions of algebraic equations. Small disturbance of an equation leads to “destruction” of a cross. In mechanics, especially in the theory of stability, this property became a basis of the theory of bifurcations of equilibrium states and stationary motions. In the report other examples of applications in mechanics are also discussed.

I

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

THEORETICAL AND APPLIED MECHANICS

NONLINEAR VIBRATIONS OF A BEAM WITH TIME-VARYING CROSS-SECTION

A.K. Abramian, S.A. Vakulenko

Institute of Problems in Mechanical Engineering, Russian Academy of Sciences, Saint Petersburg, Russia
E-mail: andabr55@gmail.com, vakulenfr@mail.ru

Many engineering structures, such as traffic-excited bridges, cranes, robotic devices and flexible mechanisms, rotating machinery, variable geometry aerospace structures and so on, exhibit characteristics that vary with time.

These structures are referred to as time-varying (TV). Structures with variability due to changing geometric configuration form an important subclass of TV structures. Smart structures are defined as ensembles whose dynamic can be monitored or modified by distributed sensors and actuators, in accordance with an integrated control law, to accommodate time-varying exogenous inputs or changing environmental conditions. Applications for such systems are abundant and may be found in modern «smart material structures» where one «controls» damping and/or elasticity via piezoceramic patches, electrically active polymers, etc.

A beam model with the rigidity or mass that can be functions depending on time and/or spatial position along the beam are used for describing behavior of such engineering structures as adaptive airfoils and blades of helicopters. Other example of the beam model application is description of the fish tail or fish-like robot motion. Oscillation of the robot arm as a cantilever beam having a time-varying cross-section has been considered in [1]. Authors of [1] solved the problem numerically, velocity of the beam mass variation and the oscillatory stability has not been considered. The case when a pipe cross-section varies periodically in time as a result of periodical change in the pipe inner pressure can be considered as the behavior of the beam with time-varying cross-section.

The present article studies free oscillations of the beam. The function describing the variation of the beam mass and its flexural rigidity has been chosen so that to simulate oscillations of both the cable with artificial smart rivulets and elements of adaptive airfoil or fish-like robots' elements. In this paper the weakly nonlinear transversal vibrations of an Euler-Bernoulli beam with a mass per unit length and a moment of the cross-section inertia varying with time and coordinate has been studied. These vibrations are described by a single weakly-nonlinear beam equation. Kirchhoff's approach has been used to obtain this single governing equation from the original coupled system of partial differential equations which describe the longitudinal and transversal vibrations of the beam following the results obtained in [2].

Due to this, we investigate here only special harmonic perturbations important for mechanical applications. There are possible complicated dynamical oscillation regimes where one can observe an energy transfer between different Fourier modes. Due to a special perturbation form, the main equations for Fourier modes can be decomposed. We obtain a system for modes involved in a resonance. An influence of the rest non-resonance modes can be taken into account via a time constant parameter depending only on initial data. Stability of dynamics regimes in relation to the beam parameters under arbitrary initial conditions has been investigated.

References

1. J.M. Klosner, E. Ghandour. The dynamics of a beam of changing cross section // Polytechnic inst. of brooklyn, ny dept. of aerospace engn and applied mechanics, report: ad0675139 (June 1968).
2. G. Suweken and W.T. van Horssen. On the transversal vibrations of a conveyor belt with a low and time-varying velocity. Part2: the beam-like case, Journal of Sound and Vibration, vol. 267, 5-6, 1007-1027, (2003).

MECHANICAL INTERPRETATION OF NEGATIVE AND IMAGINARY TENSION OF A TETHER IN A LINEAR PARALLEL FORCE FIELD

S. Adlaj

Dorodnitsyn Computing center of RAS, Moscow, Russia
E-mail: semjonadlaj@gmail.com

In 1878, Appell [1] provided a mechanical interpretation of the imaginary time in the simple pendulum problem. He also (in another source) cited Poinso for providing a mechanical interpretation of negative tether tension. Yet, posing [2] a problem for identifying equilibria of a tether in a field of repelling forces whose magnitudes were proportional to the distance from a fixed axis, to which the tether was attached, Appell restricted the scope of solutions, being considered, only to those for which strict positivity of tension held. With this positive tension assumption being enforced, the stated problem provided an example of a problem with a countably infinite family of solutions. Yet, no rigorous proof for absence of other solutions was given. Subsequently, Pojaritsky [3] relied upon the homothety of solutions, of a given infinite family, in order to conclude that only a single solution, out of these, was stable. The issue of whether other stable solutions, corresponding to other countable families of solutions, existed has, thus, persisted.

Our aim is providing two dual mechanical interpretations of negative tension [4] in the Appell-Pojaritsky tether equilibrium problem, one of which is Poinso's interpretation. Furthermore, a mechanical interpretation of imaginary tension (with two opposite signs) will, also, be given, as well as, a justification of the uniqueness of the stable solution of the Appell-Pojaritsky tether equilibrium problem.

References

1. Appell P. Sur une interpretation des valeurs imaginaires du temps en Mecanique // Comptes Rendus Hebdomadaires des Seances de l'Academie des Sciences, Vol. 87, No. 1, (July) 1878.
2. Appell P., Lacour E. Principes de la Theorie des Fonctions Elliptiques et Applications. Paris: Gauthier-Villars, 1922. 503 p.
3. Pojaritsky G. Stability of equilibria of mechanical systems, including flexible nonstretchable tether // Prikladnaya Matematika i Mekhanika, vol. 37, № 4 (1973) 647–658 (in Russian).
4. Adlaj S. Tether equilibria in a linear parallel force field // 4th International Young Researchers Workshop on Geometry, Mechanics and Control, Ghent, Belgium, January 11-13, 2010. <http://www.wgmc.ugent.be/adlaj.pdf> (23 pages).

CHOICE OF MODAL REDUCTION METHOD IN CONTEXT OF MODULAR SIMULATION OF FLEXIBLE MULTIBODY DYNAMICS

V.A. Makhavikou, R. Kasper

Otto von Guericke University, Magdeburg, Germany

E-mail: valery.makhavikou@st.ovgu.de

In recent years, the need for high-speed, lightweight, precision mechanical systems e.g. as components of mechatronic systems has greatly increased. In order to satisfy the current and future applications requirements considerable effort has been devoted to development of mechanical systems with flexible bodies. Due to the high numerical costs of the computer simulation of flexible multibody dynamics, new simulation methods are in the focus of intensive research. At present most of the methods are aimed at improvement of computational speed and model fidelity. However, simulation time is now only one fraction of the total design process time. Much time is spent in formulating the problem, generating and testing the computer model, processing the results.

One of the most promising ways to reduce both the development effort and the computational complexity of models is the module concept. In this approach mechanical systems are considered as a hierarchy of components that usually include bodies, joints, external forces etc. The key advantage of the concept is opportunity to model, test and compile components separately.

The execution time of simulation of large flexible mechanical systems can be greatly reduced by using modal reduction technique. According to this method, physical finite element nodal coordinates can be easily reduced using modal analysis based on the approximation of flexible coordinates by linear combinations of deformation modes. The correct elimination of non-dominant and high frequency modes, firstly, does not affect significantly on the body motion, and secondly, allows to decrease the numbers of equations of motion and to increase appreciably the simulation time step.

The use of component-oriented approach coupled with modal reduction techniques imposes on the latter additional restrictions. In this article we consider various types of classic reduction methods and choose the most suitable for implementation in context of modular simulation. Together with nodes that correspond to positions of actuators and sensors, joints connecting different modules are of special interest for a modular approach. Therefore one of the important requirements for a reduction technique is preservation of coupling conditions for the reduced model. In addition, involvement of a person on reduction process must be minimized. The task of a developer should be limited by identification of frequency range of interest, choice of specific points (e.g. where sensors, actuators etc. are positioned) and maximum values of deformation error in these points. Therefore, possibilities to auto-select a flexible body coordinate system and automatically choose modes of deformation are desirable properties of reduction methods as well.

Based on the model of a slider-crank mechanism with a flexible connecting rod we compare dynamic response of modal reduction techniques, analyze their advantages and disadvantages, and control compliance with the stated above requirements.

The development of methods for simulation of flexible multibody dynamics requires their validation using existing engineering tools. For these purposes, created and simulated in ANSYS slider-crank mechanism is used as a reference model.

It should be pointed out, that reviewed in the article methods of modal reduction offer the most efficient way only for the simulation of flexible multibody systems undergoing small elastic deformations, which is given for typical applications of mechatronic systems.

Described in the article investigation is the intermediate step in the development of the order-reduction technique for modular approach. It allows to couple advantages of both methods and as a result to decrease the total design process time.

References

1. Shabana A.A. "Dynamics of Multibody Systems", 3rd Edition: Cambridge University Press, 2005.
2. Vlasenko D., Kasper R. Comparison of modal reduction methods for the simulation of continuum multibodies // The first Joint International Conference on Multibody System Dynamics. Lappeenranta, 2010.
3. Vlasenko D., Kasper R. Integration Method of CAD Systems // Proceedings of the ASME 2007 International Design Engineering Technical Conferences & Computers. Las Vegas, 2007.
4. Nikravesh P.E. Understanding Mean-Axis Conditions as Floating Reference Frames // Advances in Computational Multibody Systems (J.A.C. Ambrosio, ed.), Springer, 2005. P. 185-203.
5. Wasfy T.M., Noor A.K. Computational strategies for flexible multibody systems // Appl. Mech. Rev. 56, 2003. P. 553- 613.

ABOUT THE POINCARÉ EQUATIONS

R.P. Moshkin

Lomonosov Moscow State University, Russia

E-mail: rmoshkin@yandex.ru

One of the brilliant Poincaré's discoveries is the new form of the mechanics equations [1]. In this article we bring the equations of the Poincaré's form to the canonical form and to the Jacobi equation.

Retaining Poincaré's notations we understand the expression $X_i X_k$ in the sense of $X_i[X_k]$. In this case the Poincaré equations take the following form:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \eta_i} = \sum c_{kis} \eta_k \frac{\partial T}{\partial \eta_s} + \Omega_i.$$

Let us take the following values for the new variables instead of η_i :

$$y_i = \frac{\partial T}{\partial \eta_i}.$$

Regarding the variation of the Hamilton integral:

$$S = \int (\sum y_i \eta_i - H) dt,$$

where $H(y_i, x_i, t)$ is the expression $\sum y_i \eta_i - T + U$ in the new variables system x_i, y_i, t we shall bring the equations of motion to the canonical form

$$\frac{dy_i}{dt} = \sum c_{kis} \frac{\partial H}{\partial y_k} y_s - \Omega_i, \quad \frac{dx_i}{dt} = \sum \frac{\partial H}{\partial y_k} X_k^i.$$

Let us take

$$\varphi(x_i, y_i, t) = a, \quad \psi(x_i, y_i, t) = b$$

as two first integrals of the motion equations; I declare that

$$(\varphi, \psi) = \sum \left[\frac{\partial \varphi}{\partial y_i} X_i(\psi) - \frac{\partial \psi}{\partial y_i} X_i(\varphi) \right] + \sum c_{kis} \frac{\partial \varphi}{\partial y_i} \frac{\partial \psi}{\partial y_k} y_s = const$$

will be the third first integral.

Let the equation in the first-order partial derivatives

$$\frac{\partial V}{\partial t} + H[X_i(V), x_i, t] = 0$$

define V as the function of the explanatory variables x_1, \dots, x_n, t . If the complete integral of this equation

$$V(x_1, \dots, x_n, t, a_1, \dots, a_n)$$

with n arbitrary constants a_i , where of each one is not an additive constant, is known, than the finite motion equations, i.e. the integrals of the canonical equations, will take the form

$$\frac{\partial V}{\partial a_i} = b_i, \quad y_i = X_i(V),$$

where a_i, b_i are the arbitrary constants.

References

1. Poincaré H. Sur une forme nouvelle des equations de la mecanique. Compt. rend. Acad. sci. Paris, 1901, v. 132, p. 369-371.

ANALYTICAL AND NUMERICAL INVESTIGATION OF LIMIT CYCLES WITH DRY FRICTION

M. Pascal¹, S.Ya. Stepanov²

¹*Universite d'Evry Val-d'Essonne, France,*
²*Dorodnitsyn Computing center of RAS, Moscow, Russia*
E-mail: madeleine.pascal3@wanadoo.fr, stepsj@ya.ru

There are many papers and books devoted to the frictional self-excited oscillations, or stick-slip phenomenon [1, 2]. This phenomenon was completely investigated for mechanical systems with one degree of freedom. Nevertheless for two degrees of freedom, many questions remain unanswered till now [3-5]. We suggest an analytical investigation and a numerical algorithm, based on a two-dimensional map, for searching all possible limit cycles and their parametric analysis. We consider a double oscillator, one mass of which is in contact with a moving belt [4]. The equations of motion are

$$m_1 \ddot{x}_1 = -(k_1 + k_2)x_1 + k_2 x_2, \quad m_2 \ddot{x}_2 = k_2(x_1 - x_2) - F_i$$

with the coordinates x_1, x_2 referenced from the equilibrium positions of masses m_1, m_2 without the friction force F_i . The Coulomb dry friction law is accepted with the assumption that the limit of the stick friction force R is greater than the slip friction force S ($R > S$). The second mass can move in one of the three distinct modes:

- 0) sticking $\dot{x}_2 = V, F_0 = k_2(x_1 - x_2), |F_0| < R,$
- 1) slipping with overshooting $\dot{x}_2 > V, F_1 = -S,$
- 2) slipping with a lag $\dot{x}_2 < V, F_2 = S.$

The switching conditions between any two of these modes are consistent and defined by the equalities $\dot{x}_2 = V$ and $k_2|x_2 - x_1| = R$. It is shown, that the system permits limit cycles necessarily including the modes 0) and 2) and perhaps 1). So any limit cycle has to include one or more switching (0-2) from mode 0) to mode 2). This switching is defined by the equalities $\dot{x}_2 = V; k_2(x_2 - x_1) = R$. For short we shall use the word "turn" to indicate any motion between two successive switching (0-2).

For finding the limit cycles, we choose the initial conditions at the moment of switching (0-2), for which the equalities $\dot{x}_2 = V; k_2(x_2 - x_1) = R$ are fulfilled. Then only two independent initial conditions remain at this instant of time. We can write this conditions in the vector form $(x_1(0), \dot{x}_1(0))^T = (x_1^0, \dot{x}_1^0) = z^0$. If the value of vector $z^k = f^k(z^0)$ after k turns coincides with its initial value z^0 , then this initial value defines the limit cycle with k turns, and z^0 is a fixed point of the map f^k . For limit cycles with one turn some symmetry properties of the phase trajectories are demonstrated analytically.

One interesting phenomena is existence of periodic orbits with overshooting slip phase. During this part of the orbit, the second mass moves faster than the belt. Up to now, this phenomena has been observed only for more complex friction characteristics than Coulomb's ones, and for systems with external excitation. These overshooting orbits are not possible in the case of a one degree of freedom system with Coulomb's friction characteristics. In this work, a set of periodic orbits including an overshooting part is obtained for this two-degree-of-freedom system. In the case of fixed belt and harmonic excitation some periodic orbits without any sticking phases are obtained.

A numerical algorithm for global searching for all limit cycles (fixed points of the map $f^k(z)$, and an algorithm for constructing domains of existence and stability (stability of a fixed point of the map $f^k(z)$) of particular types of limit cycles have been developed. A classification of one turn and two turns limit cycles types has been carried out.

References

1. Rayleigh J.W.S. The Theory of Sound. Vol. 1, 2, 2nd Ed., New-York: Dover, 1945.
2. Feeny B., Guran A., Hinrichs N., Popp K. Applied Mechanics Review. 1998. Vol. 51. P. 321-341.
3. Awrejcewicz J., Olejnik P. Journal of Bifurcation and Chaos. 2005. Vol. 15. No. 6. P. 1931-1944.
4. Khizgiyaev S.V. Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2007. Vol. 71. No. 6. P. 905-913.
5. Pascal M. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics. 2008. Vol. 3. P. 1-6.

A NOTE ON THE KANE EQUATIONS FOR A RIGID BODY MOTION

D.T. Spasic

University at Novi Sad, Serbia

E-mail: spasic@uns.ac.rs

First, several possibilities of presenting Kane's equations in the existing literature are discussed. Then, on the basis of the Poisson theorem, as presented in the Markeev book, but applied to inertia forces, the Kane equations of analytical dynamics will be derived from the D'Alembert-Lagrange principle.

References

1. Markeev A.P. Theoretical mechanics, Regular and chaotic dynamics. 1999.
2. Josephs H. and Huston R.L. Dynamics of mechanical systems. CRC Press. 2002.
3. Borri M., Bottasso C., Mantegazza P. Equivalence of Kane's and Maggi's equation // *Meccanica*. 1990. V. 25. № 4. Pp. 272-274.
4. Soltakhanov Sh.Kh., Yushkov M.P., Zegzhda S.A. Mechanics of non-holonomic systems. A New Class of control systems. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. 329 p.

APPLICATIONS OF THE ATANACKOVIC-STANKOVIC EXPANSION FORMULA FOR FRACTIONAL DERIVATIVES IN IMPACT PROBLEMS

D. Spasic¹, C. Dolicanin²

¹*University of Novi Sad, Serbia,*

²*State University of Novi Pazar, Serbia*

E-mail: spasic@uns.ac.rs

We study dynamics of a mass, moving on a straight line, and impacting against the rigid wall through a deformable body, that we model as a straight rod of negligible mass. The chosen constitutive model of the viscoelastic body comprises fractional derivatives of stress and strain and the restrictions on the coefficients that follow from Clausius Duhem inequality. In the ideal case the dynamics of the problem is governed by a single differential equation of real order. Using the Atanackovic-Stankovic expansion formula for fractional derivatives the problem can be transformed into the system of differential equations of integer order which can be solved by standard procedures. In the presence of dry friction the dynamics of the problem belongs to the class of set-valued fractional differential equations (or multivalued differential equations of arbitrary real order) leading to the Cauchy problem for integro-differential inclusion. Once again using the expansion formula the problem with both fractional and dry friction type of dissipation can be transformed to the standard system of the Filippov type.

References

1. Atanackovic T.M., Spasic D.T. On Viscoelastic Compliant Contact-Impact Models // *Transactions of ASME Journal of Applied Mechanics*. 2004. V. 71. Pp. 134-138.
2. Atanackovic T.M., Stankovic B.T.M. An expansion formula for fractional derivatives and its application // *Fractional Calculus and Applied Analysis*. 2004. V. 7. Pp. 365-378.
3. Grahovac N.M., Zigic M.M., Spasic D.T. On Impact Scripts with both Fractional and Dry Friction Type of Dissipation, *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2011 (accepted for publication).
4. Salem H.A.H. Global monotonic solutions of multi term fractional differential equations, *Applied Mathematics and Computation*. 2011. V. 217. Pp.6597-6603.
5. Filippov A.F. *Differential equations with discontinuous right-hand sides*. Dordrecht: Kluwer Academic. 1988.

APPLICATION OF NUMERICAL METHODS IN SOLVING SOME PROBLEMS IN MECHANICS

M. Stefanovic, D. Dolicanin

State University of Novi Pazar, Serbia
E-mail: veranikolic1@gmail.com

Many problems in mechanics are described by means of partial differential equations. These equations provide a connection between the geometric and physical values. Since they describe continuous environment, it means that variables in partial differential equations are point functions. Number of variable values is proportional to the number of points in the considered domain, which means that it should solve the problem with infinitely many unknowns, if we want to determine the value of the function at every point. Because of that the problem has to be reduced to final value and final number of unknowns. This is achieved by using approximate techniques, i.e., the solution of a set equation is often searched numerically. On the other hand, the complexity of initial and boundary conditions, as well as the inability to use analytical methods, have led to development of a series of numerical methods.

One of the basic numerical methods is Finite Difference Method (FDM) based on replacing of differential equations with corresponding difference equations. By using this method, the problem is reduced to solving a system of paired algebraic equations, making the problem more easier for solving.

This paper first presents the basic method of finite differences, and then the same are applied to solving partial differential equations of hyperbolic, parabolic and elliptic type as well as linear and nonlinear ones. Examples of real mechanical problems such as fluid flow, heat conduction, wave motion and determining the deflection of thin plates are given in the paper.

In this paper besides FDM, Finite Element Method (FEM) is also used for consideration of some phenomenon in a flat isotropic field, respectively at thin plates with different boundary conditions and loadings. Special attention is paid to analysis of stress and strain distribution around one aperture with different shape and different positions.

The applying of numerical methods includes the usage of computers and appropriate program packages. During the course of this research, Matlab and 'Ansys' program packages were used. 'Ansys' is a program which satisfies demands of modern computer technology achievements and enables you to carry out a relatively complex and large procedure in a faster and more simple way.

Certain operations in this program package, like in other program packages, are automated, which enables automatic generating of the finite elements network.

In the end, comments and directions for further investigation are given.

ABOUT ONE PROPERTY OF POINCARÉ EQUATIONS

N.N. Suhodolskaya¹, R.P. Moshkin²

¹*Vologda State Technical University, Russia*

²*Lomonosov Moscow State University, Russia*

E-mail: rmoshkin@yandex.ru

Let us assume that the state of some mechanical system, restrained by smooth holonomic constraints, is specified by the real, generally dependent, variables x_1, \dots, x_n .

Let us define the virtual system displacements according to Poincaré with the help of k -termed Lie group of infinitesimal operators X_α ($\alpha = 1, \dots, k$) in such a way that the change of the function $f(t, x_1, \dots, x_n)$ on some virtual displacement of the system is determined by the relationship

$$\delta f = \sum_{\alpha=1}^k \omega_\alpha X_\alpha f.$$

The independent parameters $\omega_1, \dots, \omega_k$ define the virtual displacement. The change of function $f(t, x_1, \dots, x_n)$ on the actual displacement of the system is assumed to be defined by the function

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{\alpha=1}^k \eta_\alpha X_\alpha f \right) dt$$

where the real-valued independent parameters η_α define the actual displacement of the system.

The group of virtual displacements X_α has been defined by its structure constants $c_{\alpha\beta i}$

$$(X_\alpha X_\beta) = \sum c_{\alpha\beta i} X_i.$$

The operator $\partial/\partial t$ is permutable with all X_α . The more complicated cases of displacement groups are similarly examined.

Let $T(t, x_1, \dots, x_n; \eta_1, \dots, \eta_k)$ denote the kinetic energy of the mechanical system under consideration, U – is for the force function of the forces, which have an effect on the system. Instead of the η_α parameters it is possible to introduce the new variables

$$y_\alpha = \frac{\partial T}{\partial \eta_\alpha} \quad (\alpha = 1, \dots, k).$$

If we introduce the following function for the consideration

$$H(t, x_1, \dots, x_n; y_1, \dots, y_k) = \sum \eta_i y_i - T - U$$

than the equations of motion can be written in the canonical form

$$\frac{dy_s}{dt} = \sum c_{\alpha\beta s} \eta_\alpha y_\beta - X_s H, \quad \eta_s = \frac{\partial H}{\partial y_s} \quad (s = 1, \dots, k).$$

The equations in the variations for these canonical equations tolerate the invariants

$$\Omega' \equiv \sum [\delta y_s \omega_s] - \sum_{(\alpha, \beta)_s} c_{\alpha\beta s} y_s [\omega_\alpha \omega_\beta] = C,$$

where C – is the constant, and (α, β) denote the summation in all the combinations from the k indices in two.

For the arbitrary particular solution $\delta y_\alpha, \omega_\alpha$ ($\alpha = 1, \dots, k$) of the equations in the variations there will be always another solution – such one that above mentioned invariant for them will have a nonzero value C . Denoting the characteristic Lyapunov numbers of these particular solutions by means of λ and λ' , we conclude from Ω' invariant that if the characteristic number of the functions y_1, \dots, y_k for the leading motion is no less than zero than $\lambda + \lambda' \leq 0$.

References

1. Clebsch R. Über die Bewegung eines Körpers in einer Flüssigkeit. Math. Ann., Bd. 3, S. 238-262.

**ОПТИМАЛЬНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ ВРАЩЕНИЙ ТВЕРДОГО ТЕЛА
С ПОЛОСТЬЮ, ЗАПОЛНЕННОЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТЬЮ,
В СОПРОТИВЛЯЮЩЕЙСЯ СРЕДЕ**

Л.Д. Акуленко¹, Д.Д. Лешенко², А.Л. Рачинская³

¹*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия,*

²*Одесская государственная академия строительства и архитектуры, Украина,*

³*Одесский национальный университет им. И.И. Мечникова, Украина*

E-mail: gavrikov@ipmnet.ru, leshchenko_d@ukr.net, rachinskaya@onu.edu.ua

Аналитически и численно исследована задача синтеза оптимального по быстродействию торможения вращений несимметричного твердого тела. Предполагается, что тело содержит полость, заполненную жидкостью большой вязкости. Кроме того, на твердое тело действует момент сил линейного сопротивления среды. В рамках асимптотического подхода определены управление, время быстродействия (функция Беллмана), фазовые траектории и эволюции квадрата модуля эллиптических функций, безразмерных кинетической энергии и кинетического момента. Установлены качественные свойства оптимального движения.

**Optimal Rotation Stabilization of a Rigid Body with a Cavity Filled
with Viscous Liquid in a Resistant Medium**

L.D. Akulenko¹, D.D. Leshchenko², A.L. Rachinskaya³

¹*A. Ishlisky Institute for Problems in Mechanics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia,*

²*Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture, Ukraine,*

³*I.I. Mechnikov National University, Odessa, Ukraine*

The problem of synthesis of time-optimal deceleration of rotation of a dynamically asymmetric body in a resistant medium was analytically and numerically studied. An optimal control and minimum time (Bellman function) have been determined. Qualitative properties of the optimal motion were established.

ДИНАМИКА КАЧАЮЩЕЙСЯ ПРУЖИНЫ С ПОДВИЖНЫМ ПОДВЕСОМ

Г.Т. Алдошин, С.П. Яковлев

Балтийский государственный технический университет
«ВОЕНМЕХ» имени Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: kaf_b3@bstu.spb.su

Известно, что в нелинейной колебательной системе маятникового типа (качающейся пружине) с двумя степенями свободы при определённых соотношениях парциальных частот возникает автопараметрический резонанс [1]. Качающаяся пружина с подвижным подвесом (рис. 1) имеет три степени свободы. Такая модель может рассматриваться как механический аналог молекулы углекислого газа CO₂ [2]. Представляет интерес исследование резонансных колебаний в таких системах.

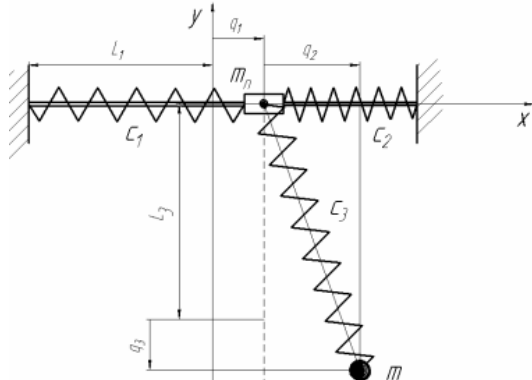


Рис. 1. Расчётная схема.

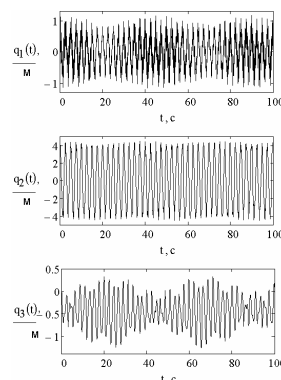


Рис. 2. Зависимость обобщённых координат от времени

Уравнения движения в форме уравнений Лагранжа 2-го рода

$$\ddot{q}_1 + \frac{k_{10}^2 q_1 - \mu k_{20}^2 \left(1 - \frac{l_{30}}{r}\right) q_2}{1 - \mu} = 0, \quad \ddot{q}_2 + \frac{k_{20}^2 \left(1 - \frac{l_{30}}{r}\right) q_2 - k_{10}^2 q_1}{1 - \mu} = 0, \quad \ddot{q}_3 + k_{30}^2 \left(1 - \frac{l_{30}}{r}\right) (q_3 + L_3) = g;$$

$$r = \sqrt{q_2^2 + (q_3 + L_3)^2} \quad (1)$$

моделировались численно. Для значений параметров системы

$$c_1 = c_2 = 25 \text{ Н/м}; \quad c_3 = 10 \text{ Н/м}; \quad m = 1 \text{ кг}; \quad m_n = 0.25 \text{ кг}; \quad l_{30} = 0.981 \text{ м}; \quad L_3 = l_{30} + \frac{mg}{c_3} = 1.962 \text{ м};$$

$$k_{10} = \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{m + m_n}} = 6.325 \text{ рад/с}; \quad k_{20} = k_{30} = \sqrt{\frac{c_3}{m}} = 3.162 \text{ рад/с}; \quad k_{10} = 2k_{20}; \quad k_{20}^2 = 2 \frac{g}{L_3}; \quad \mu = \frac{m}{m + m_n} = 0.8$$

и начальных условий $q_1(0) = 0; q_2(0) = 4,48 \text{ м}; q_3(0) = 0; \dot{q}_1(0) = 0; \dot{q}_2(0) = 0; \dot{q}_3(0) = 0$ обнаружен ярко выраженный эффект перекачки энергии между различными степенями свободы (рис. 2). Условия возбуждения автопараметрического резонанса и влияния начальных условий на глубину перекачки требуют дополнительного исследования.

Л и т е р а т у р а

1. Алдошин Г.Т. Теория колебаний. Ч. 1, 2: учебное пособие. СПб.: БГТУ, 2006 (ч.1) и 2010 (ч.2).
2. Алдошин Г.Т., Яковлев С.П. К вопросу об автопараметрическом резонансе в молекуле углекислого газа // Материалы докладов международной конференции «Седьмые Окуневские чтения». СПб: БГТУ, 2011. С. 26-28.

Dynamics of a Swinging Spring with Moving Support

G.T. Aldoshin, S.P. Iakovlev

Baltic State Technical University, Saint Petersburg, Russia

The non-linear mechanical system with three degrees of freedom in which an autoparametric resonance is investigated.

**ОБ УСЛОВИЯХ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ НЕЛИНЕЙНЫХ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В КРИТИЧЕСКОМ СЛУЧАЕ
ПРИ k НУЛЕВЫХ И q ПАР ЧИСТО МНИМЫХ КОРНЕЙ**

С.Р. Амбарцумян

Государственный Аграрный Университет Армении, Ереван, Республика Армения

E-mail: samvelham@yahoo.com

В настоящее время, не смотря на быстрое развитие в разных областях современной науки и техники, одной из наиболее важных задач является условия об устойчивости систем нелинейных дифференциальных уравнений в критических случаях, когда на систему на конечном промежутке времени действуют интегрально малые возмущающие силы [1, 2].

В работе рассматривается задача устойчивости при интегрально малых возмущениях системы нелинейных дифференциальных уравнений n -го порядка в одном критическом случае, когда характеристическое уравнение соответствующего линейного приближения системы имеет k нулевых и q пар чисто мнимых корней и $(n - k - 2q)$ корней с отрицательными вещественными частями, причем правые части первых m уравнений системы тождественно равны нулю ($1 \leq m \leq k$), а нелинейные члены – аналитические функции в R^n , разложения которых по степеням переменных начинается с членов не ниже второго порядка [3] (стр. 102).

Известно [4] (стр. 74), что в этом случае только с помощью линейного приближения системы невозможно решить задачу устойчивости рассматриваемой системы, то есть имеем критический случай. С математической точки зрения критические случаи можно рассматривать как исключение. Однако с механической точки зрения эти случаи имеют важное значение.

Для системы нелинейных дифференциальных уравнений в критическом случае с помощью введенной вспомогательной функции и на основе построения определенно-положительной функции Ляпунова получены некоторые достаточные условия, накладываемые на нелинейные члены, обеспечивающие устойчивость при интегрально малых возмущениях тривиального решения рассматриваемой системы.

В работе приведен также конкретный пример, подтверждающий достоверность полученных результатов.

Л и т е р а т у р а

1. Габриелян М.С., Шагинян С.Г. О неустойчивости систем дифференциальных уравнений при интегрально-малых возмущениях // Ученые записки ЕГУ. 1989. №1. С. 27-32.
2. Шагинян С.Г. Об одной задаче теории устойчивости. Ученые записки ЕГУ // 1986. №2. С. 39-46.
3. Каменков Г.В. Избранные труды. М.: Наука, 1971. Т. 1. 259 с.
4. Малкин И.Г. Теория устойчивости движения. М.: Наука, 1966. 530 с.

**On the Conditions of Stability of System of Non-linear Differential Equations in the
Critical Case at k Zero and q Pairs of the Imagining Roots**

S.R. Hambardzumyan

Armenian State Agrarian University, Yerevan, Republik of Armenia

The problem of stability of system for n -th order of non-linear differential equations in one critical case is investigated, when the characteristic equation, corresponding to linear approximation of system, has k zero and q pairs imagining roots.

Sufficient conditions have been obtained in case of which the trivial solution of the considered system is either stable by small integral acting force.

The concrete example, which establish the reality of obtained results are given.

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРА КОЛЕБАНИЙ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

П.Р. Андронов, Ю.Д. Селюцкий

НИИ механики МГУ, Москва, Россия
E-mail: seliutski@imec.msu.ru

Рассматривается однозвенный аэродинамический маятник, представляющий собой помещенное в поток среды твердое тело, состоящее из невесомого стержня-державки и крыла с симметричным профилем, которое может вращаться вокруг неподвижной оси. Будем считать, что поток взаимодействует только с крылом, и скорость его на бесконечности постоянна и направлена перпендикулярно оси.

Исследуется устойчивость положения равновесия «по потоку» и колебания аэродинамического маятника в окрестности этого положения в зависимости от параметров системы. Для моделирования нестационарного взаимодействия маятника с потоком привлекаются как феноменологические модели (квазистатическая модель, модель с присоединенным осциллятором [1]), так и модифицированный метод дискретных вихрей (ММДВ).

Показано, что результаты расчетов по ММДВ и по модели присоединенного осциллятора находятся в качественном согласии. Более того, в достаточно широком диапазоне значений параметров имеет место количественное согласие результатов. В то же время данные, полученные с помощью квазистатического подхода, заметно отличаются. Это может свидетельствовать о том, что для описания данного класса движений квазистатический подход в его традиционной форме неприменим.

На базе модели присоединенного осциллятора получены достаточные условия асимптотической устойчивости положения равновесия «по потоку». Установлено, в частности, что при увеличении момента инерции маятника происходит потеря устойчивости, даже если точка крепления маятника находится «перед» центром давления, что согласуется с известными экспериментальными данными.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 11-08-00444.

Л и т е р а т у р а

1. Самсонов В.А., Селюцкий Ю.Д. О колебаниях пластины в потоке сопротивляющейся среды // Изв. РАН, МТТ. 2004. №4. С. 24-31.
2. Poirel D., Harris Y., Benaissa A. Self-sustained aeroelastic oscillations of a NACA0012 airfoil at low-to-moderate Reynolds numbers. Название статьи // Journal of Fluids and Structures . 2008. Vol. 24. P. 700–719.

Study of Oscillations of an Aerodynamic Pendulum

P.A. Andronov, Yu.D. Selyutskiy

Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University, Russia

Behavior of aerodynamic pendulum near its equilibrium “along the flow” is studied using phenomenological approaches (quasi-steady model and attached oscillator model) and modified method of discrete vortices (MMDV). It is shown that results obtained using MMDV and attached oscillator model are in good enough agreement. Basing on the attached oscillator model, sufficient conditions of asymptotic stability of the considered equilibrium are obtained. It is shown, in particular, that this equilibrium becomes unstable for large enough moment of inertia of the pendulum, even if the rotation axis is located upstream with respect to the center of pressure. This result corresponds to the available experimental data.

О СУЩЕСТВОВАНИИ И УСТОЙЧИВОСТИ КОЛЕБАНИЙ В КВАЗИАВТОНОМНОЙ СИСТЕМЕ

И.Н. Барабанов, В.Н. Тхай

*Учреждение Российской академии наук
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия
E-mail: ivbar@ipu.ru; tkhai@yandex.ru*

В настоящей работе результаты, полученные в [1] для систем второго порядка обобщаются на системы произвольного порядка.

Рассматривается 2π -периодическая квазиавтономная система

$$\dot{x} = X(x) + \mu X_1(\mu, x, t), \quad (1)$$

для которой порождающая (при $\mu = 0$) автономная система допускает однопараметрическое семейство $\Sigma(h)$ одночастотных колебаний $x = \varphi(h, t + \gamma)$ с периодом $T(h)$. В исследуемой точке h^* примем (без ограничения общности) $T(h^*) = 2\pi$ и будем считать, что h^* – обыкновенная точка семейства колебаний, т.е. $dT(h^*) \neq 0$. В этом случае уравнения в вариациях для порождающей системы, составленные для периодического решения при $h = h^*$, будут иметь один двойной нулевой показатель Ляпунова в жордановой клетке. Будем предполагать, что других нулевых показателей Ляпунова не имеется.

В окрестности периодического решения при $h = h^*$ положим $x = \varphi(h^*, t + \gamma)$, $\tau = t + \gamma$ и запишем возмущенную систему (1) в виде $dy/d\tau = A(\tau)y + Y(y, \tau) + \mu X_1(\mu, \varphi + y, \tau - \gamma)$, где $Y(y, \tau)$ – нелинейные по y члены разложения функции $X(\varphi + y)$. Для невозмущенной системы уравнений в вариациях $\dot{y} = A(\tau)y$ рассмотрим сопряженную систему $\dot{\psi} + A(\tau)\psi = 0$, которая также будет обладать периодическим решением, обозначим это решение $\psi^0(\tau)$. Введем в рассмотрение функцию

$$I(\gamma) = \int_0^{2\pi} \sum_{s=1}^n \psi_s^0(\tau) X_{1s}(0, \varphi(h^*, \tau), \tau - \gamma) d\tau$$

и составим амплитудное уравнение $I(\gamma) = 0$. Условия существования периодического решения возмущенной системы даются следующей теоремой (доказательство теоремы основано на методе Пуанкаре-Ляпунова, развитом для негрубых случаев в работе [2]).

Теорема. Необходимым и достаточным условием существования периодического решения возмущенной системы (1) является наличие нулей у функции $I(\gamma)$. Каждому простому корню амплитудного уравнения отвечает изолированное периодическое решение системы (1), и таких решений всегда четное число.

В работе проводится построение указанных периодических решений и исследование их устойчивости в малом на основании анализа поведения нулевых показателей Ляпунова. На основе полученных результатов исследуется возможность стабилизации автономной системы в малом периодическими управлениями.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 09-01-00468 и Программы 15 ОЭММПУ РАН (проект 2.3).

Л и т е р а т у р а

1. Тхай В.Н. Колебания и устойчивость в квазиавтономной системе. I. Обыкновенная точка однопараметрического семейства периодических движений // *АиТ*. 2006. № 9. С. 90-98.
2. Тхай В.Н. О методе Ляпунова-Пуанкаре в теории периодических движений // *ПММ*. 1998. Т. 62. Вып. 3. С. 355-371.

Existence and Stability of Oscillations in the Quasi-Autonomous System

I.N. Barabanov, V.N. Tkhai

Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

The paper is concerned with existence and stability of periodic solutions in the quasi-autonomous systems. Conditions for periodic solution to exist are established in the case of ordinary point of the generating system.

УЧЕТ ПЛАВНОГО ИЗМЕНЕНИЯ СИЛЫ ТРЕНИЯ КУЛОНА ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ РАЗГОНА АВТОМОБИЛЯ С ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЕМ

Ю.А. Белоусов¹, А.Б. Бячков², А.А. Нездеров¹

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

²Пермский государственный университет, Россия

E-mail: zozobaka@gmail.com, alexn14@gmail.com, AndreyBya@yandex.ru

В статье [1] и в монографии [2] изучалось продольное движение автомобиля при разгоне с учетом возможности пробуксовки ведущих колес как задача с освобождающей связью. Реакция наложенной на движение связи не должна была превосходить силы трения Кулона. В этом случае в начале пробуксовки колес вследствие неравенства статического и динамического коэффициентов трения наблюдался скачок сцепной силы. В докладе предлагается применять модель плавного перехода от статического коэффициента трения к динамическому. С этой целью закон изменения силы трения описывается гладкой кривой типа кривой “локона Марии Аньези”. За параметры, задающие эту кривую, принимаются коэффициент статического трения, коэффициент динамического трения и значение скорости, соответствующее точке перегиба кривой. Приводятся результаты расчетов. Скачок в начале движения с проскальзыванием исчезает, а в конце проскальзывания сохраняется, так как отражает возобновление связи, наложенной на движение системы.

Работа выполнена при поддержке Государственного Контракта ГК.2.740.11.0619 от 29.03.2010.

Л и т е р а т у р а

1. Бячков А.Б., Зегжда С.А., Каттани К., Юшков М.П. Уточненная модель разгона автомобиля как задача с освобождающей связью // Вестн. С.-Петерб. ун-та. 2008. Сер. 1. Вып. 3. С. 97-105.
2. Зегжда С.А., Солтаханов Ш.Х., Юшков М.П. Неголономная механика. Теория и приложения. М.: Наука. 2009. 344 с.
3. Поляхов Н.Н., Зегжда С.А., Юшков М.П. Теоретическая механика. М.: Высшая школа. 2000. 592 с.

Taking Account of a Smooth Change in the Coulomb Friction Force when Studying Acceleration of a Car with Slipping

Yu.A. Belousov¹, A.B. Byachkov², A.A. Nezderov¹

¹Saint Petersburg State University, Russia

²Perm State University, Russia

A mathematical model of smooth transition from the static friction coefficient to the dynamical one for the beginning of slipping of drive wheels of a car is offered in the report.

ДИНАМИКА РОТОРА С ЭКСЦЕНТРИЧНО НАСАЖЕННЫМ ШАРОВЫМ АВТОБАЛАНСИРОВОЧНЫМ УСТРОЙСТВОМ

В.Г. Быков

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: vgbykov@mail.ru

В настоящее время все более широкое применение в промышленной, транспортной, бытовой и прецизионной технике находят шаровые автобалансирующие устройства (АБУ), предназначенные для полной балансировки высокооборотных роторов с переменным дисбалансом. В большинстве работ, посвященных проблемам автобалансировки, математические модели строятся в предположении, что ось симметрии обоймы шарового АБУ точно совпадает с полярной осью инерции динамически симметричного ротора. С большой точностью таким моделям соответствуют АБУ жестко насаженные на роторы. Однако на практике находят применение и сменные АБУ, которые стыкуются с роторами при помощи резьбового соединения. Для адекватного описания подобных устройств необходимо учитывать наличие возможного эксцентриситета между осями АБУ и ротора.

В работе рассматривается статически неуравновешенный ротор, оснащенный эксцентрично насаженным шаровым АБУ. На основе модели ротора Джеффкотта выведены уравнения движения в неподвижной и во вращающейся системах координат. Получены условия существования и устойчивости сбалансированного стационарного режима. Установлена возможность существования несбалансированных стационарных режимов нового типа. Проведены численные исследования нестационарных режимов движения ротора в случаях вращения с постоянной угловой скоростью, а также в случаях прохождения через резонанс при вращении с постоянным угловым ускорением.

Л и т е р а т у р а

1. Быков В.Г. Стационарные режимы движения неуравновешенного ротора с автобалансирующим механизмом // Вестник СПбГУ, сер.1. 2006. № 2. С. 90-101.
2. Быков В.Г. Нестационарные режимы движения статически неуравновешенного ротора с автобалансирующим механизмом // Вестник СПбГУ, сер.1. 2010. № 3. С. 89-96.
3. Olsson K.O. Limits for the Use of Auto-Balancing // International Journal of Rotating Machinery, 10(3). 2004. p.221-226.

Dynamics of the Rotor with the Excentricly Mounted Ball Autobalancing Device

V.G. Bykov

Saint Petersburg State University, Russia

The statically unbalanced rotor equipped with the excentricly mounted ball autobalancing device (ABD) is considered here. The equations of motion are deduced on the basis of Jeffkott's model. Concluded here are the conditions of existence and stability of the balanced stationary mode. The possibility is established of the existence of unbalanced stationary modes of a new type. Numerous research of the non-stationary modes of rotor movement are conducted both in cases of rotation with constant angular speed and in cases of passage through a resonance at rotation with constant angular acceleration.

МЕТОДЫ РАЗРЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО–АЛГЕБРАИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДИНАМИКИ НЕСВОБОДНОГО ДВИЖЕНИЯ

А.Б. Бячков

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Россия
E-mail: abb@rambler.ru

Решение задачи учета связей в механике приводит к системе дифференциально-алгебраических уравнений относительно расширенного набора переменных состояния: обобщенные координаты и скорости, квазискорости, реакции связей. При этом, в случае идеальных связей, получить замкнутую систему можно используя множители Лагранжа, соответствующим образом выражая реакции связей через них. Множители Лагранжа выступают как координаты реакций в пространстве, ортогональном к касательному пространству многообразия, определяемого связями.

В докладе рассматривается способ замыкания системы уравнений кинематики и динамики, без применения множителей Лагранжа, уравнениями, выражающими принцип идеальности связей. Показано, что такая расширенная система уравнений, записанная в компактной матричной форме, аналитически разрешима относительно производных квазискоростей, обобщенных скоростей и реакций связей. При этом полученные выражения для ускорений и реакций допускают интересную геометрическую интерпретацию.

Methods to Solve the Differential-Algebraic Models of Constrained System Dynamics

A.B. Vyachkov

Perm State National Research University, Russia

Methods to obtaining and solving the equations of the constrained system dynamics are presented in this report. Geometrical interpretation and compact matrix forms of the dynamics equations are used. The presented methods leads to compact schemes for determination of accelerations and constraint reactions without use of Lagrange multipliers. Geometrical interpretation of the received results is presented.

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В СЛУЧАЕ ДВУХ ПАР ЧИСТО МНИМЫХ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ

В.В. Грушковская

Институт прикладной математики и механики НАН Украины, Донецк, Украина
E-mail: v_grushkovskaya@mail.ru

Известно, что для линейных автономных систем дифференциальных уравнений свойства экспоненциальной и асимптотической устойчивости эквивалентны. Для систем, определяемых однородными векторными полями, асимптотические оценки решений по степеням t были получены Н.Н. Красовским [1] и В.И. Зубовым [2].

Данное сообщение посвящено исследованию системы дифференциальных уравнений возмущенного движения вида

$$\dot{x} = Ax + R(x), \quad (1)$$

где x – фазовый вектор системы (1), A – вещественная $[n \times n]$ матрица с постоянными коэффициентами, $R(x)$ – вещественная аналитическая в некоторой окрестности нуля функция, разложение которой в ряд Маклорена начинается членами не ниже второго порядка. Предполагается, что матрица линейного приближения системы имеет две пары чисто мнимых собственных значений $\pm i\omega_1, \pm i\omega_2$.

Целью исследования является построение асимптотических оценок решений нелинейной системы, аналогичных оценкам Н.Н. Красовского и В.И. Зубова с конструктивным нахождением констант. Для получения оценок использован принцип сведения с явным построением функции Ляпунова для укороченной системы вида

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_k &= -\omega_k \eta_k + \sum_{m=2}^{\infty} X_k^m(\xi, \eta), \\ \dot{\eta}_k &= \omega_k \xi_k + \sum_{m=2}^{\infty} Y_k^m(\xi, \eta), \quad k = 1, 2. \end{aligned} \quad (2)$$

Основным результатом является следующая теорема.

Теорема 1. Пусть выполнены условия критерия А.М. Молчанова [3]. Тогда существует $\varepsilon > 0$ такое, что для всех решений системы (1) с начальными условиями $|x_0| < \varepsilon$ выполнена следующая оценка:

$$|x(t)| \leq \left(\alpha(t - t_0) + |x_0|^{-2} \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad t \geq t_0,$$

где α – положительная постоянная.

Теорема 1 может быть применена к исследованию механических систем, для которых вычисляются соответствующие коэффициенты модельной системы и строятся соответствующие оценки решений.

Л и т е р а т у р а

1. Красовский Н.Н. Некоторые задачи теории устойчивости движения. М.: Физматгиз, 1959. 212 с.
2. Зубов В.И. Методы А.М. Ляпунова и их применение. Л.: Издательство ЛГУ, 1957. 263 с.
3. Молчанов А.М. Устойчивость в случае нейтральности линейного приближения // Докл. АН СССР. 1961. Т. 141. №1. С. 24-27.

Asymptotic Behavior of Solutions of Differential Equations in the Case of Two Pairs of Purely Imaginary Eigenvalues

V.V. Gruskovskaya

Institute of Applied Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Ukraine, Donetsk, Ukraine

This report focuses on study of the critical case of the stability theory under the assumption that the matrix of the linear approximation has two pairs of purely imaginary eigenvalues. The main result proved the asymptotic estimate of the solutions in the case of stability to forms of the third order.

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭНЕРГИИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИНАХ ПОСТОЯННОГО ТОКА

В.А. Диевский

Военный инженерно-технический институт, Санкт-Петербург, Россия

Рассматривается моделирование электрических машин постоянного тока как неголономных систем на основе уравнений в форме Маджи. В них в качестве параметров электромеханического преобразования энергии входят коэффициент электромеханической связи и взаимная индуктивность обмоток машины [1].

В работе произведено определение средних значений этих величин при различных вариантах зависимости от угла поворота взаимной индуктивности (для одной секции) и формы коммутации, а также их сравнение с величинами, получаемыми для других видов идеализированных моделей машин.

Л и т е р а т у р а

1. Диевский В.А. Приложение неголономной механики к общей теории электрических машин // Из-во «Лань», СПб, М., Краснодар, 2009.

Determining Energy Transformation Parameters of Direct Current Electrical Machines

V.A. Dievsky

Military Engineering-Technical Institute, Saint Petersburg

This article considers the modelling of direct current electrical machines as nonholonomic systems described by the Maggi equations. The electromechanical energy transformation parameters included in this model are the electromechanical linkage coefficient and the mutual inductance of the windings [1].

The article calculates mean values of these parameters considering different types of the mutual inductance of one section and the commutation form dependency on the angle of rotation, and compares them to the values obtained using other kinds of idealized machine models.

R e f e r e n c e s

1. V.A. Dievsky. The Application of Nonholonomic Mechanics to the General Theory of Electrical Machines // “Lan” publishing, Saint Petersburg, Moscow, Krasnodar, 2009.

ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ, ОПИРАЮЩИХСЯ НА КРУГОВУЮ, ЭЛЛИПТИЧЕСКУЮ, КОЛЬЦЕВУЮ ИЛИ ПРЯМОУГОЛЬНУЮ ОБЛАСТИ, ПО ПЛОСКОСТИ С АНИЗОТРОПНЫМ ТРЕНИЕМ

Н.Н. Дмитриев

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: dn7@rambler.ru

Многочисленные исследования [1-4] показывают, что интерес к движению твердых тел с учетом сил трения все возрастает. Это вызвано появлением новых технологий, практических запросов некоторых отраслей промышленности и необходимостью моделирования некоторых процессов динамики уже существующего оборудования. При этом следует отметить, что трение на нано и макро уровнях обладает во многих случаях ярко выраженными анизотропными свойствами.

Закон анизотропного трения для материальной точки записывается в виде

$$\mathbf{T} = -N \begin{pmatrix} f_x & f \\ -f & f_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \vartheta \\ \sin \vartheta \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где \mathbf{T} – вектор силы трения, N – нормальная реакция поверхности, по которой происходит скольжение, ϑ – угол, определяющий направление скольжения и отсчитываемый от оси Ox , $\begin{pmatrix} f_x & f \\ -f & f_y \end{pmatrix}$ – тензор трения.

Закон трения (1) распространяется на случай, когда опора твердого тела происходит по площадке, имеющей канонический вид (круг, кольцо, эллипс, прямоугольник). При этом давление может быть распределено равномерно или иметь распределение по закону Герца или Буссинеска.

Для указанных случаев опоры твердого тела определены характерные особенности движения, найдены условия начала движения и равновесия [5, 6].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант РФФИ 10-08-90006-Бел_а).

Л и т е р а т у р а

1. Ишлинский А.Ю., Соколов Б.Н., Черноусько Ф.Л. О движении плоских тел при наличии сухого трения // Известия АН СССР. МТТ, (1981) N4, с. 17-28.
2. Розенблат Г.М. Динамические системы с трением. – Москва-Ижевск: «Регулярная и хаотическая динамика», 2005. – 156 с.
3. Журавлев В.Ф. О модели сухого трения в задаче качения твердых тел// ПММ, т.62, вып. 2, 1998. С. 762-767
4. Киреев А.А. О движении однородного вращающегося диска по плоскости в условиях комбинированного трения // Известия РАН, МТТ, №1, 2002. С.60-67
5. Дмитриев Н.Н. Скольжение твердого тела, опирающегося на круговую площадку, по горизонтальной плоскости с ортотропным трением. Часть III. Распределение давления по закону Герца.// Трение и износ, 2010, т.31, №4, С.342-352
6. Дмитриев Н.Н. Движение твердого тела, опирающегося на узкую прямоугольную область, по горизонтальной плоскости с ортотропным трением. Часть I. Движение по инерции. // Трение и износ, 2011, т. 32, №4, С. 362-374.

БИФУРКАЦИИ РОТАЦИОННЫХ РЕЖИМОВ В ЗАДАЧЕ О ДИНАМИКЕ ВЕРТИКАЛЬНО-ОСЕВОЙ ВЕТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ

М.З. Досаев¹, Л.А. Климина¹, Б.Я. Локшин¹, Ю.Д. Селюцкий¹, Ми-Чин Цай²

¹НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия,

²Национальный Университет Чен-Кун, Тайвань, Тайвань

E-mail: dosayev@imec.msu.ru, klimina@imec.msu.ru, mctsai@mail.ncku.edu.tw

В качестве модели ветроэнергетической установки рассмотрим электромеханическую систему, состоящую из турбины и соединенного с ней электрогенератора. Турбина находится под воздействием аэродинамических сил, а электрогенератор подключен к цепи и снабжает энергией внешних потребителей. Используется квазистационарная модель воздействия потока воздуха на турбину и линейная по угловой скорости турбины модель электромеханического момента.

Пусть V – скорость потока, ϑ – угол поворота турбины, отсчитывается от направления скорости потока, n – число лопастей турбины, r – радиус турбины, h – высота лопасти турбины, $2l$ – длина хорды лопасти, J – момент инерции турбины относительно оси вращения, ρ – плотность воздуха, R – внешнее сопротивление в цепи генератора, r_i – внутреннее сопротивление генератора, C – коэффициент электромеханического взаимодействия. В безразмерных переменных уравнения движения турбины имеют вид:

$$\begin{aligned} \vartheta' &= \omega, \\ A\omega' &= \sum_{k=1}^n f(\vartheta + 2\pi(k-1)/n, \omega) - c\omega. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь штрихом обозначена производная по $\tau = Vt/r$, и используются следующие обозначения безразмерных параметров: $\omega = r\dot{\vartheta}/V$, $A = J/(\rho l h r^3)$, $c = C^2/((R+r_i)\rho l h r^2)$. Функция $f(\vartheta, \omega)$ отвечает за величину аэродинамического воздействия потока на лопасть, считается одинаковой для всех лопастей турбины и вычисляется на основе экспериментальных аэродинамических характеристик лопасти, в данной работе для вычисления функции $f(\vartheta, \omega)$ использовались данные по профилю NACA0020.

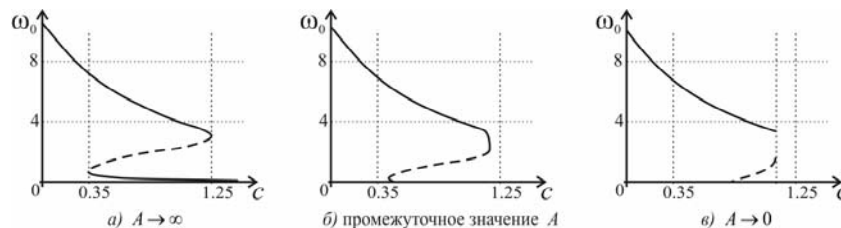


Рис. 1. Диаграммы минимальных значений ω на периодических траекториях системы.

Рабочему режиму ветротурбины соответствует орбитально устойчивая периодическая по переменной ϑ траектория системы (1). При некоторых значениях параметров A и c существует несколько периодических траекторий. При каждом значении параметра A можно исследовать зависимость минимального значения ω_0 безразмерной угловой скорости на каждой периодической траектории от параметра c . В предельных случаях: при $A \rightarrow 0$ и $A \rightarrow \infty$ для исследования периодических траекторий применены не только численные, но и аналитические методы. В результате для турбины с тремя лопастями получены следующие диаграммы периодических траекторий: рис. 1, на рисунке сплошные линии соответствуют семействам устойчивых периодических траекторий, а пунктирные – неустойчивых. На практике предпочтительными являются «высокоскоростные» режимы работы ($\omega > 1$). Однако выход на эти режимы затруднен наличием гистерезиса угловой скорости по направлению изменения величины R , которому на рис. 1 соответствует гистерезис значений ω_0 в зависимости от направления изменения параметра c .

Работа выполнена при поддержке РФФИ: гранты № 11-08-00444, 11-08-92005-ННС.

Bifurcations of Rotation Modes in the Problem of VAWT Dynamics

M.Z. Dosaev¹, L.A. Klimina¹, B.Ya. Lokshin¹, Yu.D. Selyutskiy¹, Mi-Ching Tsai²

¹Institute of Mechanics of Lomonosov MSU, Moscow, Russia,

²National Cheng Kung University, Tainan, Taiwan

The close electro-mechanical model of VAWT is described that includes the quasi-steady model of aerodynamic load and the model of electro-magnetic load. Bifurcations of autorotation modes of VAWT are studied.

ОЦЕНКА СЕЙСМОСТОЙКОСТИ СПЕЦИАЛЬНЫХ ДЕМПФИРОВАННЫХ СИСТЕМ

Н.В. Дурсенева¹, А.М. Уздин¹, М.Ю. Федорова²

¹Санкт-Петербургский государственный университет путей сообщения, Россия

²Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: mgfed@mail.ru

Актуальность темы вызвана необходимостью обеспечить безопасность сложных технических систем, путем снижением амплитуд колебаний за счет применения различного рода демпфирующих устройств, диаграмма деформирования которых описывается уравнением: $F = -b|v|^{\alpha} \text{sign } v$ (1). С высокой степенью точности эти демпферы моделируются двумя вязкими и одним демпфером сухого трения:

$$F \approx F_{appr} = -\left(b_1 + \frac{b_2}{\omega}\right)v - f \text{sign } v \quad (2). \text{ Рассмотрены различные методы построения аппроксимации (2).}$$

А) Минимизация разницы: $\Delta = \int_0^{2\pi/\omega} (F - F_{appr})^2 dt \rightarrow \min$ (3). Для определения $\beta = b_1 + \frac{b_2}{\omega}$ (4)

и f построена система, коэффициенты которой зависят от параметра α , амплитуды скорости v_0 и частоты колебаний ω . С помощью параметров гистерезисного b_1 и вязкого b_2 затухания обеспечено наилучшее приближение по демпфированию и совпадение петли гистерезиса (1) и (2) для двух частот.

В) Асимптотическое приближение (2) к (1). Переходом в (1) и (2) к безразмерной величине $\eta(\theta) = \frac{\omega^2 q}{Ag}$ (5), где Ag – пиковое ускорение возмущения, g – ускорение силы тяжести, ω – собственная частота колебаний системы, $\theta = \omega t$ – безразмерное время и разложением по параметру

$0 < \varepsilon < 1$, где $|\eta'| = 1 - \varepsilon$ в случае $|\eta'| < 1$ или $\frac{1}{|\eta'|} = 1 - \varepsilon$ в случае $|\eta'| > 1$, получены значения коэф-

фициентов эквивалентного уравнения (2) $\beta = \alpha b \left(\frac{Ag}{\omega}\right)^{\alpha-1}$ (6), $f = b \left(\frac{Ag}{\omega}\right)^{\alpha} (1 - \alpha)$ (7).

Колебания в форме (2) описываются системой кусочно-линейных уравнений релейного типа, при интегрировании которой в работе предложен метод автоматизации перехода из одного состояния в другое.

На основе полученных результаты предложены методики для оценки сейсмостойкости мостов, плотин и других сложных инженерных сооружений.

Assessment of Seismic Resistance of Special Damped Systems

M.V. Durseneva¹, A.M. Usdin¹, M.Y. Fedorova²

¹Saint Petersburg State University of Railways, Russia

²Saint Petersburg State University, Russia

The topicality of investigations caused by the necessity to provide complex system safety by decreasing vibrations amplitudes using all kinds types of dampers.

The deformation curves of such dampers are similar for all kinds of dampers and can be described by following equations (1). For all variants of abovementioned dampers one can model them by two viscose dampers and one dry friction danper (2). Different ways can be used to provide the closeness of statements (1) and (2). The values of the coefficients of the equivalent equation obtained.

К ВОПРОСУ О ВЗАИМОСВЯЗИ МЕЖДУ ОБОБЩЕННЫМИ ВАРИАЦИОННЫМИ ПРИНЦИПАМИ МЕХАНИКИ

С.А. Зегжда, М.П. Юшков

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: yushkovmp@mail.ru

В 1974 г. принцип Гаусса был обобщен М.А. Чуевым [1], а затем независимо от него в 1983 г. данное обобщение в другой аналитической форме было сформулировано Н.Н. Поляховым и его учениками С.А. Зегждой и М.П. Юшковым [2]. Принять, что движение свободной механической системы происходит не по обычному принципу Гаусса, а по его обобщению порядка n , означает, что движение совершается по закону, который получим, продифференцировав по времени n раз векторную форму записи уравнений Лагранжа второго рода в касательном пространстве [3]. Случаю, когда n равно нулю, соответствует оптимальный переход механической системы из одного положения в другое за заданный промежуток времени. Если же n равно двум, то оптимальным становится переход механической системы из одного состояния в другое за заданный промежуток времени. Это общее утверждение поясняется на примере свободной механической системы, имеющей различные собственные частоты и формы колебаний. Показывается, что обобщенному принципу Гаусса второго порядка соответствует формулируемый в докладе обобщенный принцип Гамильтона–Остроградского первого порядка. Находится функционал, аналогичный по структуре действию по Гамильтону, при экстремальности которого осуществляется оптимальный переход механической системы из одного состояния в другое за заданный промежуток времени. Результаты обобщаются на случай, соответствующий обобщенному принципу Гаусса порядка $2m$ и, соответственно, обобщенному принципу Гамильтона–Остроградского порядка $2m - 1$. При этом в начальный и конечный моменты времени являются заданными как обобщенные координаты, так и их производные по времени до порядка m .

Работа выполнена при поддержке Государственного Контракта ГК.2.740.11.0619 от 29.03.2010.

Л и т е р а т у р а

1. Чуев М.А. К вопросу аналитического метода синтеза механизма // Изв. вузов. Машиностроение. Изд-во МВТУ им. Н.Э.Баумана. 1974. № 8. С. 165-167.
2. Поляхов Н.Н., Зегжда С.А., Юшков М.П. Обобщение принципа Гаусса на случай неголономных систем высших порядков // Докл. АН СССР. 1983. Т. 269. № 6. С. 1328-1330.
3. Зегжда С.А., Солтаханов Ш.Х., Юшков М.П. Неголономная механика. Теория и приложения. М.: Наука. 2009. 344 с.

On the Relationship between the Generalized Variational Principles in Mechanics

S.A. Zegzhda, M.P. Yushkov

Saint Petersburg State University, Russia

An unconstrained mechanical system that has different natural frequencies and modes of vibration is considered. By the example of this system it is shown that the generalized first-order Hamilton-Ostrogradsky principle implies the generalized second-order Gauss principle. A common Hamilton-Ostrogradsky principle (a zeroth-order principle) corresponds to the optimal transition of the mechanical system from one position to another during a given time interval. As for the first-order Hamilton-Ostrogradsky principle, the transition of the mechanical system from one state to another during a given time interval becomes optimal.

РАЗЛИЧНЫЕ МОДЕЛИ ТРЕНИЯ В ДИНАМИКЕ ДВУСФЕРИЧЕСКОГО КИТАЙСКОГО ВОЛЧКА

А.А. Зобова

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Россия
E-mail: azobova@mail.ru

Проведено численное и аналитическое исследование нестационарных движений двухсферического волчка тип-топ на плоскости с трением Контенсу-Журавлева, а также с другими моделями сухого трения [1-3].

Волчок моделируется двумя шаровыми сегментами с центрами O_1 и O_2 и радиусами r_1 и r_2 , ($r_1 > r_2$), жестко связанными стержнем, направленным вдоль общей оси симметрии этих сегментов (модель впервые рассмотрена в [4]).

Аналитическое исследование [5] выполнено методом обобщенных диаграмм Смейла аналогично работе [6]. Численное исследование нестационарных движений волчка проводилось в рамках регуляризованных динамических уравнений. Использовалась простая вязкоупругая модель Кельвина-Фойгхта, связывающая деформацию опорной плоскости ε (расстояние от наинизшей точки волчка до плоскости) и нормальную реакцию:

$$N = \begin{cases} 0, & \varepsilon \geq 0 \\ -n_1\varepsilon - n_2\dot{\varepsilon}, & \varepsilon < 0 \end{cases}$$

Проведено сравнение эффектов, возникающих в динамике волчка при использовании различных моделей трения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 10-01-00292, 09-08-00925), и Совета по грантам Президента Российской Федерации (грант поддержки молодых российских ученых МК-698.2010.1) и АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы» на 2009-2010 гг. (2.1.1/6194).

Л и т е р а т у р а

1. Contensou P. Couplage entre frottement de glissement et frottement de pivotement dans la theorie de la toupie. // Kreisel-probleme. Gyrodyn. Symp. Berlin: Springer, 1963. = Контенсу П. Связь между трением скольжения и трением вращения и ее учет в теории волчка // Проблемы гироскопии. М.: Мир, 1967. С. 60-67.
2. Журавлев В.Ф. О модели сухого трения в задаче качения твердых тел // ПММ. 1998. Т. 62. Вып. 5. С. 762-767.
3. Карапетян А.В. Двухпараметрическая модель трения // ПММ. 2009. № 4. С. 515-519.
4. Leine R.I., Glocker Ch. A set-valued force law for spatial Coulomb -- Contensou friction // Europ. J. Mech. A/Solids. 2003. V. 22. № 2. P. 193-216.
5. Зобова А.А., Карапетян А.В. Анализ стационарных движений волчка тип-топ // ПММ. 2009. Т. 73. № 6. С. 867-877.
6. Карапетян А.В. Глобальный качественный анализ динамики китайского волчка (тип-топ) //Изв. РАН. МТТ. 2008. № 3. С. 33-41.

Different Models of Friction in Two-Spherical Tuppe-Top Dynamics

A.A. Zobova

Lomonosov Moscow State University, Russia

Non-steady motions of a two-spherical tuppe-top on a horizontal plane with dry friction is considered. The analytical investigation of non-steady motions was provided by the method of generalized Smale bifurcation diagrams. Numerical analysis of such motions was done by integration of regularized dynamic equation (the elasticity of the support plane is assumed).

УПРАВЛЯЕМОСТЬ И СТАБИЛИЗАЦИЯ ПРОГРАММНЫХ ДВИЖЕНИЙ МОБИЛЬНОГО РОБОТА

Ю.К. Зотов

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: zyuko@mail.ru

В работе рассматривается нелинейная математическая модель движения мобильного робота (МР) с приводами на базе двигателей постоянного тока. Такая модель движения МР является неголономной электромеханической системой. Построены не особые нелинейные преобразования координат пространства состояний и управлений, приводящие исходные уравнения движения МР к более простой вспомогательной системе уравнений, удобной для анализа и синтеза систем управления МР. Найдены условия управляемости МР, как объекта управления. Даны алгоритмы построения программных движений (ПД) МР и порождающих их программных управлений. С использованием построенных нелинейных преобразований синтезированы стабилизирующие законы управления с обратной связью по состоянию МР, обеспечивающие асимптотическую устойчивость ПД МР. Даны оценки для переходных процессов в МР, замкнутых стабилизирующими законами управления.

Controllability and Stabilization of the Programmed Motions of a Mobile Robot

Yu.K. Zotov

Saint Petersburg State University, Russia

A non-linear mathematical model for the motion of a mobile robot (MR) is considered. The conditions for the MR to be controllable as a controlled object are found. Stabilizing control laws are synthesized under which the programmed motions of the MR are asymptotically stable are ensured.

**ПОСТРОЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ
СФЕРИЧЕСКОГО МАЯТНИКА, ОСНОВОЙ КОТОРОГО ЯВЛЯЕТСЯ
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ДВИЖЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА,
ПРЯТЯГИВАЮЩЕГОСЯ К ЦЕНТРУ ЗЕМЛИ**

Л.П. Ильина

194295, Санкт-Петербург, ул. Кантемировская, д. 2, оф. 322

E-mail: gloria@home.ru

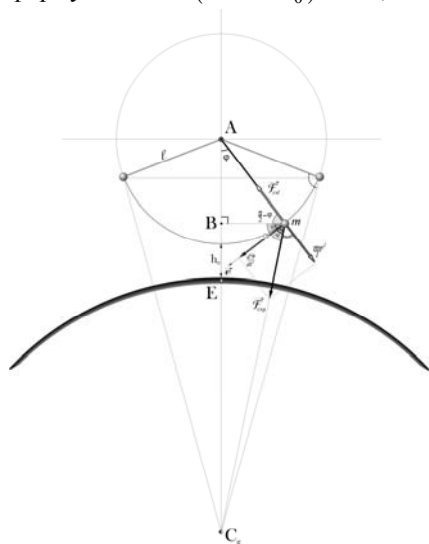
Метод измерения силы тяжести или гравиметрия появился в результате решения задачи о колебании математического маятника, притягивающегося к центру Земли [1], т.е. удовлетворяющего уравнению

$$ml \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{\gamma mM \cos\psi}{r^2} = 0 \quad (1)$$

где l – длина маятника, m – масса маятника, M – масса Земли, γ – гравитационная постоянная, r – расстояние центра тяжести маятника от центра Земли, квадрат которого определен следующим равенством

$$r^2 = l^2 \sin^2 \varphi + (R + h_0 + l(1 - \cos \varphi))^2 = a - b \cos \varphi, \quad (2)$$

в котором $R + h_0 + l$ – расстояние точки подвеса маятника от центра Земли, R – радиус Земли – C_gE , h_0 – высота центра тяжести маятника над поверхностью Земли в положении равновесия, a и b определены формулами $a = (l + R + h_0)^2 + l^2$, $b = 2l(l + R + h_0)$ (3)



Для определения движения через углы $\varphi_1 = \varphi_1(t)$ и $\varphi_2 = \varphi_2(t)$ необходимо решить вариационную задачу [3].

$$S = \int_{t_0}^t E dt = \int_{t_0}^t (T - U) dt \quad (4)$$

где полная энергия системы E есть функция пяти переменных $E = E(t, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_1', \varphi_2')$.

В результате решения двух уравнений Остроградского получаем систему уравнений, описывающих движение сферического маятника, в виде

$$\left. \begin{aligned} -ml^2 \cos \varphi_1 \sin \varphi_1 (\varphi_2')^2 + \frac{(R + h_0 + l)\gamma mM \sin \varphi_1}{\sqrt{(a - b \cos \varphi_1)^3}} - ml^2 \varphi_1'' &= 0 \\ -ml^2 \cos^2 \varphi_1 \varphi_2'' - 2ml^2 \cos \varphi_1 (-\sin \varphi_1) \cdot \varphi_2' \cdot \varphi_1' &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Л и т е р а т у р а

1. Менделеев Д.И. Подготовка к определению абсолютного напряжения тяжести. Сочинения, т. VII. Л.-М., ИАН СССР, 1946. С. 600-620.
2. Лагранж Ж. Аналитическая механика. Том II. М-Л, ГИТТЛ, 1950.
3. Остроградский М.В. Письма Н.Д. Брашману (перевод Д.В. Жаркова) // Полак Л.С. Вариационные принципы механики, 1969, М-Л, ГИТТЛ, стр.770-772.

УСТОЙЧИВОСТЬ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ РАВНОВЕСИЙ КОСМИЧЕСКОЙ СТАНЦИИ С ДЕФОРМИРУЕМЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

А.В. Ильинская, В.М. Морозов

НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия
E-mail: moroz@imec.msu.ru

Увеличение размеров космических аппаратов и уменьшение жесткости их конструкций приводят к необходимости учета влияния упругости на движение аппарата. В последнее время эти вопросы широко обсуждаются [1]. Особый интерес представляют стационарные движения таких систем и исследование их устойчивости.

Рассматриваемая механическая система, которая состоит из двух твердых тел, соединенных массивным гибким стержнем. Центр масс системы движется по круговой орбите

Потенциальная энергия Π системы складывается из потенциальной энергии центробежных сил, потенциальной энергии гравитационных сил и потенциальной энергии упругой деформации стержня:

$$\Pi_c = \frac{\Omega^2}{2}(3\gamma\theta^C \bar{\gamma} - Sp\theta^C), \quad \Pi_u = -\frac{\Omega^2}{2}\bar{\beta}\theta^C \bar{\beta}, \quad \Pi_{упр} = \frac{1}{2} \int_0^l (EI_2 u_1'^2 + EI_1 u_2'^2 + EI_\psi \varphi'^2 + \mu G \varphi'^2) ds,$$

где $\bar{\gamma}, \bar{\beta}$ – орты орбитальной системы координат, Θ^C – тензор инерции системы относительно центра масс, Ω – угловая скорость движения центра масс по орбите, $u(s,t)$ и $\varphi(s,t)$ – вектор упругих перемещений точек стержня и угол поворота сечения стержня.

На основании принципа возможных перемещений уравнения относительного равновесия получаются путем приравнивания нулю первой вариации функционала потенциальной энергии. Достаточные условия устойчивости положений относительного равновесия получаются как условия положительной определенности второй вариации функционала потенциальной энергии, которая может быть представлена в виде:

$$\delta^2 \Pi^* = F_0(u_i, \varphi) + F_1(u_i, \varphi, \gamma, \beta) + F_2(\gamma, \beta), \quad (1)$$

где F_0 – квадратичный функционал, зависящий от упругих перемещений; $F_1(u_i, \varphi, \gamma, \beta)$ – билинейный функционал, F_2 – квадратичная форма компонент векторов $\bar{\gamma}, \bar{\beta}$.

Для установления необходимых и достаточных условий положительной определенности второй вариации выражение (1) можно представить в виде двух независимых частей [2]:

$$\delta^2 \Pi^* = F_0(u_i) + U(u^0, \gamma, \beta),$$

где u^0 – функция, доставляющая минимум функционалу $(F_0 + F_1)$, U – квадратичная форма переменных γ, β .

Таким образом, достаточные условия устойчивости относительного равновесия состоят из условий положительной определенности функционала F_0 и квадратичной формы U .

Работа выполнена при частичной поддержке программы «Университеты России».

Л и т е р а т у р а

1. А.К. Banerjee. Contributions of Multibody Dynamics to Space Flight: A Brief Review, Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2003. V. 26. No.3. P. 385–394.
2. Морозов В.М., Рубановский В.Н., Румянцев В.В., Самсонов В.А. О бифуркации и устойчивости установившихся движений сложных механических систем. Прикл. мат. и мех. 1973, т. 37, №3, с. 387–399.

Stability of Relative Equilibrium States of the Spacecraft with Flexible Elements

A.V. Ilinskaya, V.M. Morozov

Institute of Mechanics of Lomonosov MSU, Moscow, Russia

The sufficient stability conditions of relative equilibrium are obtained from the positive definiteness conditions of the second variation of the functional for the potential energy including the potential energy of the gravitational, centrifugal and elastic forces.

РАЗЛИЧНЫЕ МОДЕЛИ ТРЕНИЯ В ДИНАМИКЕ ШАРА НА ПЛОСКОСТИ

М.В. Ишханян

Московский государственный университет путей сообщения, Россия

E-mail: margarita.ish@gmail.com

Рассматривается динамика однородного шара на плоскости с трением, в предположении, что шар может совершать подскоки над плоскостью. Для описания взаимодействия шара с плоскостью используется динамически совместная взаимосвязанная модель трения, в рамках которой учитываются все виды трения – трение скольжения, трение качения и трение верчения. При этом, для вертикальной реакции опорной плоскости используется модель Кельвина – Фойгхта. Проведено численное исследование в рамках модифицированных двухпараметрической и трехпараметрической моделей трения, предложенных А.В. Карапетяном.

Different Models of Friction in the Ball Dynamics

M.V. Ishkhanyan

Moscow State University of Railway Communications, Russia

Dynamics of the homogeneous ball on a rough horizontal plane is considered. Numerical investigation was done in assumption that the ball can leave the bearing plane. The interaction of the ball and the bearing plane is described by interconnected model of friction taking all types of friction into account (the extension of the two-parameter and three-parameter model of friction proposed by prof. A.V. Karapetyan are considered).

ОБ УПРАВЛЕНИИ ЛИНЕЙНЫМИ НЕСТАЦИОНАРНЫМИ СИСТЕМАМИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

В.И. Каленова, В.М. Морозов

НИИ механики МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: kalen@imec.msu.ru, moroz@imec.msu.ru

Уравнения движения многих механических систем после линеаризации в окрестности некоторого программного движения можно представить в виде системы линейных матричных дифференциальных уравнений второго порядка. Рассматриваются вопросы приводимости таких систем, содержащих управления, к стационарным системам как того же порядка, что и исходная система, так и к системам большего порядка. На основе приведенных стационарных систем построены конструктивные алгоритмы управления исходных нестационарных систем.

Рассмотрим матричную линейную систему второго порядка, нестационарную по управлению

$$\ddot{x} + 2D\dot{x} + Rx = B(t)u \quad (1)$$

где x – n -мерный вектор состояния системы; u – k -мерный вектор управляющих воздействий; D, R –

$(n \times n)$ постоянные матрицы, $B(t)(n \times k)$ – матрица, представляющаяся в виде $B(t) = \sum_{j=1}^r \beta_j(t)B_j$, ($r \leq nk$).

Здесь функции $\beta_j(t)$ ($j = 1, 2, \dots, r$) таковы, что они являются r компонентами вектора $f(t)(m \times 1)$, удовлетворяющего уравнению $\dot{f}(t) = Sf(t)$, $S(m \times m) = \text{const}$. К выделенному таким образом классу функций $\beta_j(t)$, входящих в матрицу $B(t)$, относятся такие функции как полиномы, экспоненты, синусы, косинусы произвольных частот и всевозможные комбинации этих функций [1].

Введем матрицу $F^T(t) = (f^T(t) \otimes E_n)$ и представим матрицу $B(t)$ в виде

$$B(t) = F^T(t)Q, \quad Q^T = \left\| \begin{array}{cccc} B_1^T & \dots & B_r^T & 0 \dots 0 \end{array} \right\|.$$

Тогда при помощи преобразования $x = F^T(t)y$ система (1) приводится к стационарной системе в расширенном пространстве состояний $y(mn \times 1)$

$$\dot{y} + 2G\dot{y} + Ny = Qu, \quad \text{где } G = H + E_m \otimes D, \quad N = (S^T)^2 \otimes E_n + 2(S^T \otimes D) + E_m \otimes R, \quad H = S^T \otimes E_n.$$

Будем считать, что полученная стационарная система управляема. Управление строится в виде $u = -K_1y - K_2\dot{y}$, где матрицы K_j ($k \times mn$) = const выбираются известным способом. Для того, чтобы это управление выразить в исходных переменных вводится вспомогательный вектор $x' = P^T(t)y$

и расширенный вектор $X_{(mn \times 1)} = \left\| \begin{array}{cc} x^T & x'^T \end{array} \right\|^T = T(t)y$, причем матрица $P^T(t)$ выбирается так, чтобы матрица $T(t)$ была невырожденной. Тогда построенное управление принимает вид

$$u = -(K_1 - K_2H)e^{-Ht}X - K_2e^{-Ht}\dot{X}.$$

В докладе рассмотрена в качестве примера задача об управлении движением космического аппарата (КА) в окрестности коллинеарной точки либрации плоской ограниченной круговой задачи трех тел при помощи сил светового давления.

Работа выполнена при частичной поддержке программы «Университеты России».

Л и т е р а т у р а

1. Каленова В.И., Морозов В.М. Линейные нестационарные системы и их приложения к задачам механики. М.: Физматлит, 2010. 208 с.

On Control of Linear Time -Varying Second Order Systems

V.I. Kalenova, V.M. Morozov

Institute of Mechanics of Lomonosov MSU, Moscow, Russia

The reducibility problems of the linear time-varying second order systems are considered. The control algorithms those constructed on the base of reduced time invariant systems are described. The control problem for one cosmic system is considered as an example.

МЕТОДЫ ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ В ДИНАМИКЕ СИСТЕМ С ТРЕНИЕМ

А.В. Карапетян

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Россия

E-mail: avkarapetyan@yandex.ru

Обсуждается проблема глобального качественного анализа динамики систем с сухим трением на конечном отрезке времени, в течение которого рассматриваемые системы переходят в состояние покоя из любого начального состояния. Поведение таких систем существенно зависит от наличия аттракторов и репеллеров соответствующих дифференциальных уравнений движения. С помощью замены времени, переводящей конечный отрезок в полупрямую, поставленная задача решается на основе методов теории устойчивости. Общие положения иллюстрируются примерами из динамики тяжелого твердого тела на плоскости с сухим трением.

Stability Theory Methods in Systems with Friction Dynamics

A.V. Karapetyan

Lomonosov Moscow State University, Russia

The problem of global qualitative analysis of systems with dry friction dynamics on the base of the stability methods is discussed. Examples of the rigid body dynamics on a plane with dry friction are given.

ЗАДАЧА УСТОЙЧИВОСТИ БУРОВОЙ УСТАНОВКИ ПРИ РЕЗКОПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ

М.А. Киселева, Г.А. Леонов

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: maria.kiseleva.87@gmail.com, leonov@math.spbu.ru

Настоящая задача стимулирована работой [1], где была описана математическая модель электромеханической экспериментальной буровой установки, не учитывающая в полной мере динамику двигателя, приводящего в движение систему.

Рассмотрена электромеханическая модель буровой установки, представляющая собой бур, приводимый в движение асинхронным двигателем [2]. Предполагаем, что бур является абсолютно твердым телом, жестко связанным с ротором асинхронного двигателя, который приводится в движение под действием постоянного магнитного поля, создаваемого статором. Степень взаимодействия бура с породой определяется величиной сухого трения, возникающего в процессе сверления. При помощи качественного анализа устойчивости полученной системы решается задача о стабилизации буровой установки в случае смены среды бурения.

Л и т е р а т у р а

1. De Bruin J.C.A., Doris A., van de Wouw N., Heemels W.P.M.H., Nijmeijer H. Control of mechanical motion systems with non-collocation of actuation and friction: A. Popov criterion approach for input-to-state stability and set-valued nonlinearities // J. Automatica. 2009. № 45. С. 405–415.
2. Леонов Г.А., Кондратьева Н.В. Анализ устойчивости электрических машин переменного тока. СПб.: Изд-во С.-Петербургского ун-та, 2009. С. 6-19.

Stability Problem of the Drilling System under the Abruptly Variable Load

M.A. Kiseleva, G.A. Leonov

Saint Petersburg State University, Russia

The new mathematical model of a drilling system activated by the asynchronous motor is suggested. With help of qualitative stability analysis of the obtained system, the problem of the stabilization of the drilling system in case of the medium change is solved.

О ВОССТАНОВИМОСТИ ШАРНИРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПО ВНУТРЕННИМ НАПРЯЖЕНИЯМ

М.Д. Ковалёв

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Россия
E-mail: mdkovalev@mtu-net.ru

Пусть в евклидовом пространстве E^d задана шарнирно-рычажная конструкция \mathbf{p} с m свободными p_1, p_2, \dots, p_m и $n > 0$ закреплёнными шарнирами. Условие равновесия сил, приложенных к i -ому её свободному шарниру со стороны остальных шарниров, имеет вид

$$\sum_j \omega_{ij} (p_i - p_j) = 0,$$

где скаляр $\omega_{ij} = \omega_{ji}$ называется внутренним напряжением рычага $p_i p_j$, а суммирование производится по всем рычагам, исходящим из шарнира p_i . Система из m таких уравнений определяет множество $W(\mathbf{p})$ всех внутренних напряжений $\omega = \{\omega_{ij}\}$ конструкции, являющееся линейным подпространством пространства размерности r равной числу рычагов конструкции. Считая заданными положения закреплённых шарниров и внутренние напряжения конструкции, а неизвестными положения свободных шарниров, эту систему можно записать так

$$\left(\sum_j \omega_{ij} \right) p_i - \sum_1 \omega_{ij} p_j = \sum_2 \omega_{ij} p_j, \quad 1 \leq i \leq m, \quad (1)$$

здесь сумма с индексом 1 взята по смежным шарниру p_i (то есть, соединённым с ним рычагом) свободным шарнирам p_j , с индексом 2 – по смежным закреплённым шарнирам. Может оказаться что при одних ω симметрическая матрица $\Omega(\omega)$ этой системы невырождена, и тогда решая систему мы восстановим саму конструкцию по её внутренним напряжениям (и положениям закреплённых шарниров). В противном случае мы называем конструкцию \mathbf{p} невосстановимой по внутреннему напряжению ω [1, 2]. Примеры конструкций восстанавливаемых и невосстанавливаемых по своим внутренним напряжениям приведены в [1]. Отметим один известный факт: если все $\omega_{ij} > 0$, то $\det \Omega(\omega) \neq 0$ и конструкция восстанавливаема по напряжению ω . Такие конструкции Р. Коннелли назвал паутиными. В случае многомерного пространства $W(\mathbf{p})$ шарнирная конструкция \mathbf{p} восстанавливаема по своему пространству внутренних напряжений $W(\mathbf{p})$, если пересечение линейных многообразий – решений систем (1) для всех $\omega \in W(\mathbf{p})$ состоит лишь из одной точки, отвечающей конструкции \mathbf{p} . Возникает вопрос: в случае восстанавливаемости конструкции по её пространству внутренних напряжений $W(\mathbf{p})$ непременно ли существует восстанавливающее напряжение $\omega \in W(\mathbf{p})$, то есть такое напряжение, что $\det \Omega(\omega) \neq 0$?

Автором доказана теорема, дающая в одномерном случае (шарнирные конструкции на прямой) положительный ответ на поставленный вопрос. В остальных размерностях вопрос пока остаётся открытым. Имеется его связь с геометрическими свойствами образа рычажного отображения [1, 2] многомерных пространств параметров, описывающего шарнирные конструкции с заданной схемой.

Л и т е р а т у р а

1. Ковалёв М.Д. О восстанавливаемости шарнирников по внутренним напряжениям // Известия РАН Серия математическая. 1997. Т.61. № 4. С. 37-66.
2. Ковалёв М.Д. Вопросы геометрии шарнирных устройств и схем // Вестник Московского Государственного Технического Университета им. Н.Э.Баумана. Серия "Машиностроение". 2001. № 4. С. 33-51.

On the Reconstructability of Frameworks from Internal Stresses

M.D. Kovalev

Bauman Moscow State Technical University, Russia

Bar and joint frameworks with some pinned joints in Euclidean spaces are investigated. A new one question concerning the reconstructability of individual framework from its internal stresses and positions of pinned joints is developed. The question is solved by the author only in one dimensional case. This question is connected from one hand with solutions of systems of linear algebraic equations of special type, from the other hand with geometrical properties of the rigidity mapping.

УДАР ТРЕХ ТЕЛ

И.Г. Коляри

МУЗ ОГКБ №1 им. Кабанова А.Н., Омск, Россия

E-mail: Cagliari@list.ru

Предлагается теоретическая модель, которая позволяет решить задачу удара трех тел. Для решения поставленной задачи используется понятие потока энергии, которое позволяет написать дополнительное уравнение к ранее существующим. Решение осуществлялось для различных сочетаний масс трех тел.

При рассмотрении задачи о движении материальных точек в плоскости (после удара) теоретическая модель позволяет рассчитать углы разлета и скорости точек.

Рассмотрим центральный, абсолютно упругий удар. Имеются три материальные точки разной массы m_1, m_2, m_3 . Для упрощения ситуации, примем, что два тела, соприкасаясь, покоятся, а третье движется со скоростью V . Тела после удара двигаются в плоскости.

В литературе описаны решения подобного рода задачи: между телами, расположенными вдоль оси, находящихся в покое, имеется «небольшой» зазор, который позволяет свести данную задачу к удару двух тел; во время удара система представляется набором абсолютно упругих точечных масс, расположенными вдоль оси, и невесомых пружин с достаточно большой жесткостью, причем (потенциальные) силы, возникающие в пружинах, пропорциональны $\sim \zeta^4$ (величине сжатия пружины), что позволяет для каждого тела составить уравнение движения, а затем решить систему дифференциальных уравнений.

Используя понятие плотности потока энергии, запишем уравнения

$$\begin{cases} m_1 \bar{x} + m_2 \bar{y} + m_3 \bar{z} = m_1 \bar{V} \\ m_1 \bar{x}^2 + m_2 \bar{y}^2 + m_3 \bar{z}^2 = m_1 \bar{V}^2 \\ \frac{2}{m_1 \bar{x}^3} + \frac{2}{m_2 \bar{y}^3} + \frac{2}{m_3 \bar{z}^3} = \frac{2}{m_1 \bar{V}^3} \end{cases}$$

где $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ - скорости тел после удара (вектора расположены в плоскости).

Решая данную систему уравнений, находим скорости тел после удара. Для $m_1=3$ (ед.масс), $m_2=5$ (ед.масс), $m_3=1$ (ед.масс), $v=0.2$ (ед.скор.)

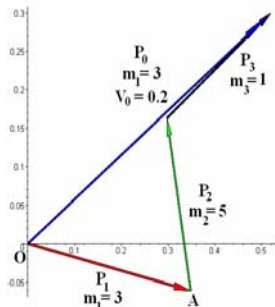


Рис. 1. Распределение импульсов

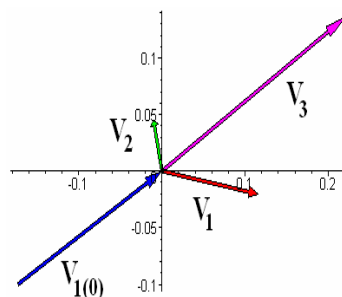


Рис. 2. Распределение скоростей

получаем распределение импульсов (Рис. 1), или распределения скоростей (Рис. 2) (на плоскости) после столкновения.

Уравнения в динамическом виде можно записать:

$$d\left(\frac{m\vec{V}^n}{n!}\right) = \frac{1}{(n-1)!} \vec{F} \cdot \vec{V}^{n-1} dt.$$

Impact of Tree Bodies

I.G. Kolyari

Omsk, Russia

Theoretical model which allows to solve a problem of impact tree bodies is offered. The decision is checked for various combinations of weights three bodies.

ИССЛЕДОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ МОДЕЛЕЙ КОНИЧЕСКОГО ИЗГИБА ТОНКИХ УПРУГИХ МАЛОРАСТЯЖИМЫХ ЛИСТОВ

В.В. Коровкин, А.Г. Усов

Санкт-Петербургский государственный университет технологии и дизайна, Россия
E-mail: ghostduke@yandex.ru, usovusov@gmail.com

При подаче текстильных полотен или обувных картонов на раскрой и разруб, при раскладке тканей срединная поверхность материала, рассматриваемого как тонкая упругая оболочка, остается практически нерастяжимой. Развертывающийся каркас скомканного листа бумаги имеет вершины, в которых материал претерпевает пластическую деформацию, хребты, вблизи которых срединная поверхность изгибается и растягивается, и нерастянутые участки. Растяжения вдоль ребер наиболее значительны вдали от вершин [1]. Вокруг сингулярной зоны вершины образуется почти не растяжимая складчатая коническая поверхность. Канонический случай конического изгиба – изгиб тяжелого изотропного круглого листа, подвешенного в центре – исследован в ряде работ (см., напр. [2]), где установлено, что форма изгиба во многом определяется параметром $\xi = R/l_g$, где R – радиус листа, $l_g = \sqrt[3]{D/\rho g}$, D – жесткость листа при изгибе, ρ – его поверхностная плотность. Наряду с классическими нормальными координатами в рассмотрение вводятся и псевдоглавные координаты. В таких координатах удается получить три независимых дифференциальных уравнения, которые легко записываются в безразмерном виде. От псевдоглавных координат можно перейти к обычным обобщенным координатам. Однако, в псевдоглавных координатах, например, квадратичная форма кинетической энергии системы не представляется в нормальной форме.

Коническое изгибание первоначально плоского листа сопровождается деформацией базовой направляющей – единичной окружности, вдоль которой отсчитывается натуральный параметр α . Равномерному движению изображающей точки по базовой направляющей соответствует сферическое движение сопровождающего трехгранника, образованного радиус-вектором точки \vec{t} , векторами $\vec{\tau} = d\vec{t}/d\alpha$ и $\vec{n} = \vec{t} \times \vec{\tau}$, с угловой скоростью $1 \cdot \vec{n} + b(\alpha)\vec{t}$, где функция $b = \beta + \sum B_j \cos jk_{\text{sec}}\alpha$ определяет симметричную форму поверхности из k_{sec} одинаковых секторов. При аналитическом исследовании конического изгиба желательно в терминах функции формы выразить упругую U_e , гравитационную U_g энергию листа, условия симметрии, неразрывности, нерастяжимости и отсутствия самопересечений (что существенно для податливых текстильных материалов). Компьютерное моделирование срединной поверхности листа как многогранной поверхности, обеспечивающей минимум энергии $U = U_e + U_g$, позволяет удовлетворить упомянутым требованиям и исследовать геометрические и механические параметры модели в поддержку теоретическим предложениям. Приводятся результаты расчетов.

Л и т е р а т у р а

1. Lobkovsky A., Witten T.A. Properties of ridges in elastic membranes // Phys. Rev., 1997, E 55. P. 1577-1589.
2. Cerda E., Mahadevan L., Pasini J. The elements of draping // Proc. of the National Acad. of Sc. of the USA, 2004, 101(7). P. 1806-1810.

Study of Computer Models of Conical Bending Thin Elastic Small-Stretchable Sheets

V.V. Korowkin, A.G. Usov

Saint-Petersburg State University of Technology and Design, Russia

This report presents the theoretical researches about conical bend of the small-stretchable elastic circular sheets and their computer models via polyhedral surfaces.

ОЦЕНКА ЧАСТИЧНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ

В.С. Королев

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: vokorol@bk.ru

Рассматриваются динамические системы, которые описывают нелинейные обыкновенные дифференциальные уравнения при наличии параметров или функций управления. Под динамической системой подразумевается процесс изменения состояния выделенной совокупности параметров. Если часть параметров или дополнительные внешние воздействия, которые определяют правые части уравнений, можно выбирать по своему усмотрению, то имеют управляемую систему. Условия устойчивости различны для разных типов уравнений [1-3] в задачах механики (Лагранжа, Рауса, Гамильтона) или биофизики [3-5]. Предполагается существование интегральных уравнений или ограничений для фазовых переменных. Рассматриваются условия частичной устойчивости решений нелинейных уравнений, для которых в линейном приближении по части переменных существует устойчивость или асимптотическая устойчивость. Системы уравнений исследуются аналитическими и численными методами для оценки поведения решений исходной и усеченной системы в окрестности точек покоя или положений стационарного равновесия.

Математические модели выделяют основные аспекты динамических систем так, чтобы полученные уравнения можно было анализировать, упрощать, дополнять и решать. Условия устойчивости в окрестности особых точек, интегральных многообразий или притягивающих множеств дают ограничения на параметры модели, а при наличии возмущений или управлений определяют дополнительные возможности. В общем случае для системы уравнений в нормальной форме могут выполняться первые интегралы, которые определяют интегральные многообразия. Они определяют особые состояния системы, стационарные движения или равновесные режимы.

Решение является устойчивым, если малые отклонения в начальных данных приводят к малым отклонениям в дальнейшем. Устойчивость по части переменных показывает, что фазовая траектория остается в достаточной близости от опорной траектории (например, орбитальная устойчивость), хотя изображающие точки могут сколько угодно разбежаться со временем. Свойства устойчивости зависят от постановки задачи, выбора обобщенных координат и записи уравнений, которые описывают процесс. Они могут не сохраняться при замене переменных, в том числе при изменении размерности пространства для канонических или симплектических преобразований исходной системы.

Л и т е р а т у р а

1. Воротников В.И. К теории устойчивости по отношению к части переменных // Прикладная математика и механика, Том 59, вып. 4, 1995. С. 553-561.
2. Зубов И.В. Методы анализа динамики управляемых систем. М.: Физматлит, 2003. 224 с.
3. Новоселов В.С. Статистическая динамика. СПб, изд. СПбГУ, 2009. 393 с.
4. Новоселов В.С., Королев В.С. Модель возбуждения мышцы // Труды IV международной конференции «Идентификация систем и задачи управления». М.: ИПУ РАН, 2005. С. 367-374.
5. Королев В.С., Шипилов В.Е. Сравнение математических моделей мышечного сокращения и устойчивость стационарных движений биологических систем // Труды 39 научной конференции ПМ-ПУ «Процессы управления и устойчивость», СПб.: СПбГУ, 2008. С. 266-270.

Estimation of Partial Stability of Decisions Nonlinear Dynamic Operated Systems

V.S. Korolev

Saint Petersburg State University, Russia

Dynamic systems which describe the nonlinear ordinary differential equations in the presence of parameters or management functions are considered. Conditions of partial stability of decisions of the nonlinear equations for which in linear approach as regards variables there is an asymptotic stability are received.

О ДВИЖЕНИИ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С СОУДАРЕНИЯМИ

Е.И. Кугушев, Л.С. Отраднова

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Россия

E-mail: evgenkei@progtech.ru, otradnova.lina@ya.ru

Рассматривается движение шара по инерции: между двумя параллельными плоскостями, внутри сферы и внутри кругового цилиндра. Считается, что в результате удара выполняется условие качения без проскальзывания - касательная скорость контактирующей точки шара равна нулю. Показывается, что во всех случаях движение в пределе выходит на установившийся режим по скорости: угловая скорость шара стремится к постоянному значению, а скорость его центра становится периодической, для плоскостей, и условно периодической, для сферы и цилиндра. В некоторых случаях на установившийся режим выходят и координаты, определяющие положение и ориентацию шара.

Л и т е р а т у р а

1. Березинская С.Н., Кугушев Е.И., Сорокина О.В. О движении механических систем с односторонними связями. // Вестн. Моск. ун-та, сер. 1, мат., мех., 2005, 3, С.18 - 24.
2. Маркеев А.П. Динамика тела, соприкасающегося с твердой поверхностью. М., Наука, 1992, 336 с.
3. Иванов А.П. Динамика систем с механическими соударениями// "Международная программа образования", 1997.

About Mechanical System Motion with Impacts

E.I. Kugushev, L.S. Otradnova

Lomonosov Moscow State University, Russia

Some tasks about movement of a sphere by inertia are considered: between two parallel planes, inside sphere and inside the circular cylinder. It is considered that as a result of impact is satisfied the condition of rolling without slipping - tangent speed of a contacting Sphere point is equal to a zero. It is proved, that in all this cases the movement in a limit comes on the established speed mode: the angular speed of a sphere aspires to constant values, and the speed of its centre becomes periodic for planes and conditionally periodic for sphere and cylinder. In some cases position and orientation coordinates of a sphere comes to the established mode.

О ДВИЖЕНИИ ПО ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ ТЕЛА, СОСТОЯЩЕГО ИЗ ДВУХ ДИСКОВ

А.С. Кулешов, М.О. Ицкович

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Россия
E-mail: kuleshov@mech.math.msu.su, m1shok7@mail.ru

В докладе рассматривается задача о движении по неподвижной горизонтальной плоскости твердого тела, состоящего из двух дисков одинакового радиуса, соединенных перпендикулярно друг другу. Данное тело при движении по горизонтальной плоскости в каждый момент времени касается ее двумя точками (Рис. 1). В предположении, что движение тела происходит без проскальзывания, построены траектории точек касания на плоскости. Отмечены случаи, когда эти траектории можно построить лишь численно, а когда удается указать их уравнения в явном виде. Найдены также положения равновесия на плоскости и получены условия их устойчивости.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (10-01-00292).



Рис. 1. Рассматриваемое тело на плоскости.

Motion of The Rigid Body Consisting of Two Disks on The Horizontal Plane

A.S. Kuleshov, M.O. Itskovich

Lomonosov Moscow State University, Russia

We present a kinematic analysis and dynamic simulation of the rigid body consisting of two equal radius disks whose symmetry planes are at right angle. The no-slip constraints of the body are integrable since the system is essentially holonomic. Trajectories of the ground contact points are found. We point out the cases when the analytic expressions for these trajectories can be found. All equilibrium positions of the body on the plane are found and their stability analysis is performed.

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ДИСКА, НЕСУЩЕГО ГИРОСКОП

Д.А. Лебедев

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, НИИ механики, Россия

E-mail: lebedevda@gmail.com

В данной работе исследуются стационарные движения диска, несущего гироскоп. Рассматриваемая механическая система состоит из диска, который может катиться по горизонтальной плоскости без проскальзывания, и гироскопа, вращающегося относительно оси диска, при этом центр масс системы не совпадает с центром диска. Ранее рассматривалась модель диска со смещённым центром масс без гироскопа [1], а также, модель диска, несущего гироскоп, у которой центр масс системы совпадает с центром диска [2].

Рассматриваемая система имеет четыре степени свободы, которым соответствуют одна позиционная и три циклические координаты. Движение данной системы можно описать при помощи шести обобщённых координат. Уравнения движения анализируемой системы были составлены в форме уравнений Эйлера-Лагранжа в квазикоординатах [3]. Для данной механической системы было определено многообразие стационарных движений. Для некоторых движений, принадлежащих этому многообразию, получены необходимые и достаточные условия устойчивости, при помощи теоремы Ляпунова об устойчивости [4].

Л и т е р а т у р а

1. Т. Леви-Чевита, У. Амальди. Курс теоретической механики, Т. 2, Ч. 2, М.: изд. Иностранной литературы. 1951. 555 с.
2. И.М. Миндлин. Об устойчивости диска, несущего гироскоп // Инж. жур. Т. IV. Вып. 1. 1964. С. 101-104.
3. А.И. Лурье. Аналитическая механика. М.: Физматгиз. 1961. 824 с.
4. Н.Г. Четаев. Устойчивость движения. М.: Гостехиздат. 1955. 207 с.

On the Stability of the Disc, which Carries a Gyroscope

D.A. Lebedev

Institute of Mechanics Lomonosov Moscow State University, Russia

Disk model that carries a gyroscope has been investigated. Variety of the steady-state motions of the disk is determined. The necessary and sufficient conditions for the stability of steady-state motions were obtained.

**АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ КАЧЕНИЯ НЕОДНОРОДНОГО ШАРА
(ТВЕРДОГО ТЕЛА, ОГРАНИЧЕННОГО ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ
ПОВЕРХНОСТЬЮ) ПО ПЛОСКОСТИ
(ПРОИЗВОЛЬНОЙ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ)**

К.В. Мануйлов

194295, Санкт-Петербург, ул. Кантемировская, д. 2, оф. 322.

E-mail: gloria@home.ru

Если для построения точного решения задачи о качении шара по плоскости (якобы неинтегрируемой, с точки зрения, Г. Герца [1, 2] и всех сторонников неголономной механики), не использовать обобщенные координаты q_i вместо декартовых и квазискорости, приравниванием коих к нулю вводятся в рассмотрение уравнения *неголономных* связей

$$\tilde{\omega}_s = \sum_{i=1}^n a_{si} \dot{q}_{si} = 0, \quad (1)$$

но отправляться от теории движения твердого тела (шара) около центра тяжести, а именно, аналитических выражений угловых скоростей вращения шара и направляющих косинусов, а также содержащих их уравнений второго и четвертого порядка, определяющих интегралы движения твердого тела около неподвижного центра тяжести, полученные К.Якоби, Е.И.Жуковским [3] и В.И.Зубовым [4], то радиус-вектор точки соприкосновения шара с плоскостью выражается через сумму эллиптических интегралов I и II рода в форме Вейерштрасса [5].

Отметим, что еще в XIX столетии Л. Пуансо и Дж. Мак-Кулохом было получено в различной форме аналитическое описание качения по плоскости эллипсоида [3].

Тот же самый метод дает возможность найти точное решение задачи о качении по плоскости (известной алгебраической поверхности порядка $n \geq 2$) твердого тела, также ограниченного известной алгебраической поверхностью некоторого порядка $n \geq 2$. Задача о качении диска по сфере была решена геометрическими методами в I книге «Начал» Ньютона [5].

Л и т е р а т у р а

1. Герц Г. Принципы механики, изложенные в новой связи. М. ИАН СССР. 1959.
2. Лурье А.И. Аналитическая механика. М. ГИФМЛ. 1961, стр. 71-93.
3. Жуковский Н.Е. Динамика твердого тела. Полное собр. соч., Лекции, вып. 6, ГИОП, М.-Л., 1939, с. 209-292.
4. Зубов В.И. Аналитическая динамика системы тел. Л. Изд-во Ленинградского университета. 1983.
5. Ньютон И. Математические начала натуральной философии. Кн. I. // Собр. трудов Ак. А.Н. Крылова, Т.VII, ИАН СССР, М.-Л., 1936.

К ДИНАМИКЕ ТЯЖЕЛОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА, НЕСУЩЕГО МАТЕРИАЛЬНУЮ ТОЧКУ

А.П. Маркеев

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия
E-mail: markeev@ipmnet.ru

Рассматривается система, образованная «несущим» твердым телом (оболочкой) и «несомым» телом (материальной точкой), совершающим заданное движение относительно «несущего» тела. Система движется в однородном поле тяжести над неподвижной абсолютно гладкой горизонтальной плоскостью.

В случае, когда оболочка совершает свободный полет над плоскостью, центр масс системы движется по параболе. В докладе представлены дифференциальные уравнения, описывающие движение оболочки относительно ее центра масс. Найден закон относительного движения материальной точки, при котором оболочка может двигаться поступательно. При помощи второго метода Ляпунова исследована устойчивость этого движения оболочки. Когда оболочка динамически симметрична, а точка движется вдоль ее оси симметрии по произвольному закону, найдено общее решение уравнений, описывающих вращательное движение оболочки. В двух случаях, когда относительное движение материальной точки быстрое и когда масса точки мала по сравнению с массой оболочки, методами классической теории возмущений получена приближенная система дифференциальных уравнений, описывающая вращение оболочки; указана точность, с которой решения приближенных уравнений аппроксимируют решения точных уравнений движения; рассмотрен ряд частных решений приближенной системы.

В докладе излагаются также некоторые результаты, полученные при решении задачи о существовании и устойчивости периодических движений оболочки при наличии ее соударений с плоскостью.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 11-01-00322) и программы «Государственная поддержка ведущих научных школ» (НШ-3797.2010.1).

On a Motion of a Heavy Rigid Body Carrying a Material Point

A.P. Markeev

A. Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia

Some problems of dynamics of a system consisting of a rigid body and a material point, which carries out a prescribed motion relative the body, are considered. Motion of the system takes place in the homogeneous field of gravity under the fixed plane.

ПРИМЕНЕНИЕ АППРОКСИМАЦИЙ ЧЕБЫШЕВА В МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В.Г. Мельников

*Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики, Россия*
E-mail: melnikov@mail.ifmo.ru

Рассматриваются нелинейные уравнения динамики системы с несколькими степенями свободы, полиномиальной структуры относительно фазовых координат с постоянными коэффициентами. Выполняется нормализующее полиномиальное преобразование фазовых переменных [1-5], обеспечивающее упрощение математической модели, сокращение количества констант в уравнениях, выделение существенных констант, характеризующих устойчивость и колебательность движения.

Предлагается остаточные члены в преобразованной системе, состоящее из мономов высоких степеней, не отбрасывать, аппроксимировать их полиномами меньших степеней по методу экономизации (телескопического сдвига) Чебышева с их включением в преобразованную модель. Таким образом повышается точность преобразования. Данный метод преобразований распространен на неавтономные полиномиальные системы с периодическими коэффициентами и применен в задаче определения автоколебаний механической системы с одной степенью свободы с нелинейностью в виде однородной кубической формы. Аналогичный прием включен в метод дополнительных переменных Пуанкаре [6, 7]. Метод применен в задаче оценки устойчивости движения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №10-08-01046)

Л и т е р а т у р а

1. Немыцкий В.В., Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений - М.: Эдиториал УРСС, 2004 . - 550 с.
2. Арнольд В.И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений - М.: Наука, 1978 . - 304 с.
3. Бибииков Ю.Н. Локальные проблемы теории многочастотных колебаний - СПб.: Изд. СПбГУ, 2003 . - 169 с. (либо учебник)
4. Брюно А.Д. Нормальная форма дифференциальных уравнений с малым параметром - М.: Математические заметки, 1986 . - № 40 . - С. 385-395.
5. Мельников Г.И. Динамика нелинейных механических и электромеханических систем - Л.: Машиностроение, 1975 . - 200с.
6. Бабаджанянц Л.К. Метод дополнительных переменных // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер.10: Прикладная математика, информатика, процессы управления. - 2010 . - Вып. 1 . - С. 3-11
7. Тартаковский В.А. Явные формулы локальных разложений около точек покоя // Доклады АН СССР. - 1950 . - Т. 72 . - № 5 . - С. 853-856.

Application of Chebyshev Approximations in Mathematical Modelling of Mechanical Systems

V.G. Melnikov

National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optic, Russia

In this paper we consider nonlinear polynomial equations with constant coefficients of systems with several degrees of freedom. We use a normalizing polynomial transformation of the phase variables [1-5] to simplify the mathematical model and to reduce the number of constants in the equations. We propose to use the method of Chebyshev economization (telescopic shift) to increase the accuracy of the transformation. We extended this method of transformation on a case of non-autonomous polynomial systems with periodic coefficients and on a problem of self-oscillations of the mechanical system with one degree of freedom with nonlinearity in the form of a homogeneous cubic form.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСЕВЫХ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ТЕЛА
И ПРИСОЕДИНЕННЫХ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ
ТЕЛ НА СИММЕТРИЧНЫХ ВРАЩЕНИЯХ**

Г.И. Мельников, С.Н. Шаховал, Р.Ю. Кравчук

*Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий,
механики и оптики, Россия*

E-mail: melnikov@mail.yandex.ru, splinterfiddler@gmail.com, ggarotta@gmail.com

Рассматривается проблема идентификации осевых моментов инерции тела со встроенными управляемыми гироскопами, создающими симметричные вращения тела в процессе орбитальных движений в условиях потенциальных и диссипативных сил.

Оценка инерционных параметров выполняется энергетическим методом. А также изучается энергетический метод идентификации присоединенных моментов инерции воды применительно к моделям судов при равномерном движении центра масс, сопровождаемым программным симметричным вращением в угловом интервале.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №10-08-01046)

Л и т е р а т у р а

1. Крементуло В.В. Стабилизация стационарных движений твердого тела при помощи вращающихся масс. Москва: Наука, 1977. 263 с.
2. Белецкий В.В. О структуре диссипации во вращательном движении небесных тел. М.: ИПИМ, 1994. 32 с.
3. Короткин А.И. Присоединенные массы судна: Справочник. Л.: Судостроение, 1986. 311 с.

**Determination of Axial Moment of Inertia and Attached Hydrodynamic Moments of
Inertia of Bodies on Symmetric Spins**

G.I. Melnikov, S.N. Shakhval, R.U. Kravchuk

National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optic, Russia

The problem of identification of the axial moment of inertia of the body with built-in directional gyroscopes, that perform its symmetric rotation in the process of orbital motion under the conditions of existing sufficient potential and dissipative forces is considered. The energy method is used to identify inertial parameters. The energy method is also used to identify the merged moments of inertia of the water applied to the models of ships under the uniform motion of the center of mass, followed by program symmetrical spin in an angle interval.

АНАЛИЗ КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ КАРДАНОВОГО ПОДВЕСА С НЕСИММЕТРИЧНОЙ ВНЕШНЕЙ РАМКОЙ В САЕ СИСТЕМАХ

А.С. Моторин¹, Г.И. Мельников²

¹Санкт-Петербургский государственный университет,

²Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики, Россия

E-mail: warlock777@yandex.ru, melnikov@mail.ifmo.ru

Выполняется расчет двухосного карданова подвеса, методом конечных элементов, в системах инженерного анализа (САЕ). Подвес предназначен для применения в устройстве, имеющем несимметричную внешнюю рамку и симметричную внутреннюю рамку цилиндрической формы.

Целью работы является минимизации осевого момента инерции и определение размеров подвеса при ограничениях на величину осевых моментов инерции звеньев.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №10-08-01046)

Л и т е р а т у р а

1. Е.К. Рыбников, С.В. Володин, Р.Ю. Соболев Инженерные расчеты механических конструкции в системе MSC/Nastran-Patran. Часть 1-2. Учебное пособие. М., 2003. 130 с -174с.
2. Беляков А.О., Блаженнова-Микулич Л.Ю. Идентификация исходной матрицы консервативной колебательной системы // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. 2005. №3. С 25-28.
3. Олферьева М. А., Морозов Е. М., Каплун А. Б. ANSYS в руках инженера. Едиториал УРСС. 2003. 272 с.
4. Сегерлинд Л. Численные методы расчета конструкций. М.: Мир, 1979. 393 с.

Analysis of the Finite Element Model Gimbals with an Asymmetric Outer Frame in CAE

A.S. Motorin¹, G.I. Melnikov²

¹Saint Petersburg State University,

²National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optic, Russia

Analysis of a biaxial gimbals by a method of final elements, in CAE is carried out. The suspension is intended for application in a device having an asymmetrical outer frame and a symmetric internal frame of the cylindrical form.

The purpose is to minimize the axial moment of inertia and to define the suspension size in the condition of constraints on the magnitude of the axial moments of inertia of links.

МОМЕНТ И СИЛА ТРЕНИЯ В СЛУЧАЕ ПЛОСКОГО ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО КОНТАКТА ТЕЛА С ОПОРНОЙ ПЛОСКОСТЬЮ

М.А. Муницына

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Россия
E-mail: munitsyna@gmail.com

Проводится обобщение модели Контенсу-Журавлева [1, 2] на случай плоского эллиптического контакта выпуклого тела с горизонтальной плоскостью. В предположении о том, что нормальное давление распределено по площадке контакта в соответствии с законом Герца, вычисляется сила и момент трения. Строятся аппроксимации Паде полученных выражений. Рассматриваемая модель применяется к численному исследованию движений однородного эллипсоида вращения на горизонтальной вязко-упругой плоскости.

Л и т е р а т у р а

1. П. Контенсу. Связь между трением скольжения и трением вращения в её учет в теории волчка // В сб.: «Проблемы гироскопии». М.: Мир, 1967. С. 60-77.
2. В.Ф. Журавлев. О модели сухого трения в задаче качения твердых тел // ПММ. 1998. Т. 62. В. 5. С. 762-767.

Friction Force and Moment in the Case of Plane Ellipses Contact the Convex Body with Supported Plane

M.A. Munitsyna

Lomonosov Moscow State University, Russia

The generalization of Contessu-Guravlevs model on the case of plane ellipses contact the convex body with horizontal plane is carry out. Pade approximations for the expression of friction force and moment are constructed. Received model is applied to numerical investigation of the homogeneous ellipsoid of rotation motion on the horizontal plane.

СОПОСТАВЛЕНИЕ СВОЙСТВ УСТОЙЧИВОСТИ ТРЕХ РЕЖИМОВ АВТОРОТАЦИИ

Ю.М. Окунев, О.Г. Привалова, В.А. Самсонов

Научно исследовательский институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия
E-mail:privalova@imec.msu.ru, samson@imec.msu.ru

Проводится сопоставление свойств установившегося движения в сопротивляющейся среде авторотирующего тела с тягой, действующей вдоль оси динамической симметрии [1], со свойствами соответствующего перманентного вращения его макета, обдуваемого в аэродинамической трубе [2]. В рассматриваемых задачах на стационарных режимах относительные движения тела и среды совпадают. К этому классу задач также относится задача о торможении авторотирующего тела, когда на него действуют только аэродинамические силы [3]. Малые колебания оси динамической симметрии относительно ее положения на установившемся режиме в данных задачах описываются похожими системами дифференциальных уравнений.

В пространстве комбинаций коэффициентов диссипативных, гироскопических, позиционных потенциальных и непотенциальных сил строится область асимптотической устойчивости установившихся движений. Эта область имеет одинаковый вид для рассматриваемого класса задач и является универсальной, так как не зависит от массовых и геометрических характеристик тела. Однако эти характеристики входят в коэффициенты указанных сил в разных сочетаниях.

Проводится сопоставление траекторий «изображающей» точки в этом пространстве в каждой из рассматриваемых задач для тела с заданными характеристиками при изменении установочного угла лопастей. Выявляются общие свойства в поведении траекторий «изображающей» точки при смещении центра масс тела в свободном движении или точки его крепления в аэродинамической трубе. Исследуется влияние моментов инерции на устойчивость.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 09-01-00340, 11-08-00444).

Л и т е р а т у р а

1. Окунев Ю.М., Привалова О.Г., Самсонов В.А. Об устойчивости движения осесимметричного оперенного тела в сопротивляющейся среде // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. №4. (2). С. 287-289.
2. Привалов В.А., Самсонов В.А. Об устойчивости движения тела, авторотирующего в потоке среды. //Изв. АН СССР. МТТ. 1990. №2. С. 32-38.
3. Окунев Ю.М., Привалова О.Г. Торможение движения динамически симметричного тела в невозмущенной атмосфере //Материалы докладов «Шестых Окуневских Чтений». 2008. Т. 3. С. 9-14.

Comparison of Stability of Three Autorotation Modes

Yu.M. Okunev, O.G. Privalova, V.A. Samsonov

Institute of Mechanics of Lomonosov MSU, Moscow, Russia

Properties of steady autorotation regimes of a rigid body in resisting medium are compared for three different cases: 1) there is traction force applied to the body along its dynamical symmetry axis, 2) the body is located in an aerodynamic tube, 3) the autorotating body inhibits under the influence of aerodynamic forces.

К ЗАДАЧЕ ДИНАМИКИ ПОЛЕТА

Ю.Я. Остов, А.П. Иванов

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail : yuriosstov@mail.ru, tonaki@mail.ru

Управление, найденное как результат решения трудоемкой краевой задачи на основе принципа максимума Л.С. Понтрягина в его классической формулировке, является программным управлением и при наличии всякого рода возмущений оказывается неэффективным, т.е. не обеспечивает оптимум заданного критерия качества. Поэтому целесообразнее построить субоптимальное управление с обратной связью, при котором значение оптимизируемого функционала отличается от его оптимального значения не более, чем на заданную величину ε . Предлагаемая методика складывается из трех этапов решения исходной вариационной задачи. На первом этапе производится упрощение модели, описывающей реальный управляемый процесс и заданной в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Это упрощение возможно за счет рационального выбора фазового пространства, независимой переменной интегрирования, замены исходных связей и функционала эквивалентными и т.п. Однако такое упрощение модели не дает желаемого результата в виде управления с обратной связью. Поэтому осуществляется второй этап упрощения модели на основе принципа расширения (частичного снятия ограничений), приводящий к вырожденной задаче теории оптимального управления. Конструктивность решения задачи на этом этапе достигается за счет двойственности выпуклой функции $c_y = f(c_x)$ (c_y , c_x – коэффициенты подъемной силы и лобового сопротивления соответственно). Третий этап решения задачи (восстановление связи, исключенной на втором этапе) приводит к конечному результату в виде управления с обратной связью. Эта методика применена для решения следующей задачи: оптимизировать траекторию продольного движения ЦМ ЛА, совершающего полет из начальной точки атмосферного пространства в заданную конечную точку на поверхности Земли. Критерием оптимальности управления является максимум кинетической энергии ЛА в конечной точке траектории. Результатом решения задачи является субоптимальное управление в виде угла атаки α , которое находится через сопряженную переменную z . Последняя является корнем полинома 3-ей степени, коэффициенты которого зависят от фазового состояния ЦМ ЛА и констант. Уникальность работы состоит в том, что решение сложной нелинейной краевой задачи (при подобранных константах) получено с помощью конечного числа арифметических операций. Этот эффект достигнут благодаря существованию, по крайней мере, ещё одного полинома 3-ей степени относительно z (линейно независимого от первого), имеющего тот же корень. Поэтому вычисление корня осуществляется по алгоритму Эвклида. Численные результаты подтверждают эффективность данной методологии, которая может быть применена при более сложных моделях ЛА и задачах динамики полёта. В отличие от задачи, рассмотренной в [1], в этой работе движение ЦМ ЛА рассматривается в пространстве $X = \{L, H, V, \Theta\}$, где L , H , V , Θ – горизонтальная дальность, высота, модуль скорости ЦМ ЛА и угол наклона траектории к горизонту соответственно.

Л и т е р а т у р а

1. Иванов А.П., Остов Ю.Я. К задаче динамики полёта // Пятые Поляховские чтения. Международная научная конференция по механике. ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ. Санкт-Петербург, Россия. 3–6 февраля 2009, с.159-164.

About the problem of flight dynamics

Y.J. Ostov, A.P. Ivanov

Saint Petersburg State University, Russia

An analytical method is proposed for solving the problem of suboptimal control of the flying apparatus mass centre motion in the atmosphere. Numeric estimations are presented of the synthesized control quality for various variants characterized by atmosphere parameters and boundary conditions.

КОЛЕБАНИЯ АВТОМОБИЛЯ НА ТОРМОЗНОМ СТЕНДЕ С УЧЕТОМ НЕПРЕРЫВНОГО ИЗМЕНЕНИЯ СИЛЫ ТРЕНИЯ КУЛОНА

С.А. Панова

Северо-Западный заочный политехнический госуниверситет, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: Mikhail.Yushkov@MJ16561.spb.edu

Для проверки состояния тормозной системы автомобиля применяются различные барабанные тормозные стенды. При расчете движения автомобиля на каждом таком стенде существенную роль играет учет силы трения между барабаном стенда и проверяемым колесом. В предлагаемом докладе для тормозного стенда с качающимся коромыслом предлагается применять теорию непрерывного перехода от статического коэффициента трения к динамическому, изложенную в работе [2]. Такой подход позволяет избежать скачка тормозной силы в начале остановки колеса. Приводятся результаты расчетов.

Л и т е р а т у р а

1. Поляхов Н.Н., Зегжда С.А., Юшков М.П. Теоретическая механика. М.: Высшая школа. 2000. 592 с.
2. Бячков А.Б., Нездеров А.А., Панова С.А. О возможности безударного описания сцепной силы при разгоне автомобиля // Междунар. конференция “Седьмые Окуневские чтения”, 20-24 июня 2011 г., С.-Петерб., Россия. Материалы докладов / Балт. гос. техн. ун-т. СПб. 2011. С.39.

Vibration of a Car at the Braking Rig Taking into Account a Continuous Change in the Coulomb Friction Force

S.A. Panova

Northwestern Extramural Polytechnical State University, Saint Petersburg, Russia

When studying vibration of a car at the braking rig we take into account a continuous change in the friction coefficient from the static value to the dynamical one. The calculation results are given.

НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ СИСТЕМЫ РОТОР – КОРПУС

И.А. Пасынкова

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: iapasynkova@gmail.com

Рассматриваются совместные нелинейные колебания гибкого ротора и корпуса, вызванные неуравновешенностью ротора. Ротор представляет собой динамически симметричное твердое тело, насаженное на гибкий безмассовый вал. Корпус также является динамически симметричным твердым телом, укрепленным в упругих нелинейных опорах. Получены дифференциальные уравнения движения системы. Предложен метод определения стационарных режимов этой системы. Выписаны условия существования частных видов симметричных прецессий ротора, построены их амплитудно частотные характеристики и исследована устойчивость.

Л и т е р а т у р а

1. Pasyukova I.A. Whirling motion of a Jeffcott rotor with four degrees of freedom in massive compliant supports// Den 8, Magdeburger Maschinenbau-Tagen 11.-12. Oktober 2007, Tagungsband. 2007. p.196-203.
2. Пасынкова И.А., Степанова П.П. Влияние массы и упругости опор на критические частоты неуравновешенного ротора Джеффкотта // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер.1. 2008. Вып. 2 с. 141-147.
3. Пасынкова И.А., Степанова П.П. Цилиндрическая прецессия неуравновешенного ротора в массивно-податливых опорах// Пятые Поляховские чтения. Избранные труды. 2009. с. 101-106.

Nonlinear Vibration of the Rotor – Housing System

I.A. Pasyukova

Saint Petersburg State University, Russia

Superposed nonlinear vibration of an unbalanced Jeffcott rotor and its housing are studied. The rotor housing is supposed to be a dynamically symmetrical rigid body mounted in nonlinear compliant supports. The system of differential equations is obtained. The system stationary motions are defined. Some special forms of symmetrical precessions and the stability have been studied.

ПОСТРОЕНИЕ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ С ЖЕЛАЕМОМ ОГРАНИЧЕННЫМ ДВИЖЕНИЕМ

В.Н. Пилишкин

Московский государственный технический университет им. Н.Э.Баумана, Россия
E-mail: pilishkin@hotmail.com

Важный класс составляют задачи синтеза систем управления с ограничениями на фазовые координаты. Эффективность их решения определяется тем, насколько учитываются динамические особенности (свойства) системы. В данной работе рассматриваются так называемые характеристические свойства динамической системы [1], на основе которых предлагается формировать желаемое ограниченное движение. Для линейной системы: $\dot{x} = Fx$, — показано, что произвольная ограниченная траектория $x(t)$ должна принадлежать некоторому многограннику G_i^{δ, δ_1} ($\delta > 0, \delta_1 < 0$), показанному на рис. 1 для $n = 3$.

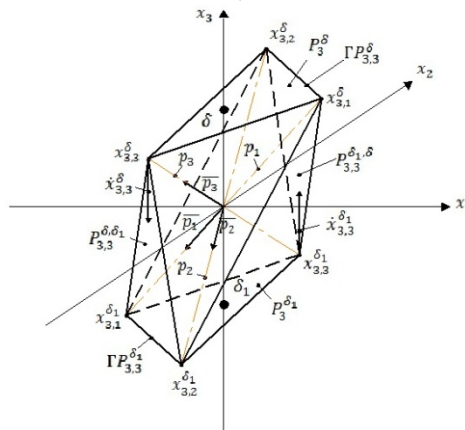


Рис.1. Характеристический многогранник G_i^{δ, δ_1} .

Для этого векторы $\dot{x}_{i^*, i^*}^{\delta}, \dot{x}_{i^*, i^*}^{\delta_1}$ в вершинах $x_{i^*, i^*}^{\delta}, x_{i^*, i^*}^{\delta_1}$ должны быть направлены внутрь многогранника, который строится на основе векторов $p_i, i \in \overline{1, n} : (p_i, f_v) = 0 \forall v \in \overline{1, n} \setminus i, i \in \overline{1, n}$, где $F^T = [f_1, \dots, f_n]$ — $n \times n$ матрица. Поскольку ограниченность движения определяется формой многогранника G_i^{δ, δ_1} , то для обеспечения желаемой ограниченности для управляемых систем формируются соответствующие векторы $f_i, i \in \overline{1, n}$.

Л и т е р а т у р а

1. Пилишкин В.Н. Исследование ограниченности движения по характеристическим точкам на симметричных многогранниках//Межд. н-т конф. по механике. Пятые Поляховские чтения. С.-Пб: С.-Пб. ГУ, 2009.

Building of Controlled Systems with Desired Limited Motion

V.N. Pilishkin

Bauman Moscow State Technical University, Russia

On the basis of characteristic properties of the system, it is demonstrated how to ensure the desired limited motion for controlled systems.

НОВЫЙ ФОРМАЛИЗМ В ЭЛЕКТРОМЕХАНИКЕ, ОСНОВАННЫЙ НА УРАВНЕНИЯХ ЛАГРАНЖА В ФОРМЕ НЬЮТОНА

Ф.Ф. Родюков

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: frodyukov@gmail.com

Формализм классической механики исходит из законов и определений, сформулированных для одного тела. То есть – это механика одного тела. Законы же и определения в электромеханике исходят первоначально из взаимного влияния друг на друга двух тел (катушек, электрических контуров). Но при математическом моделировании движений этих тел берётся формализм уравнений Лагранжа из классической механики, т.е. аппарат для описания движения одного тела. Это противоречие приводит к тому, что при написании уравнений в электромеханике искусственно увеличивается размерность фазового пространства переменных. Естественно, что эти уравнения неадекватно описывают физические процессы в электромеханических системах, что ведёт к наличию парадоксов. Противоречивость принятых математических моделей электрических машин переменного тока рассмотрена в [1]. Парадоксы современной теории однофазного трансформатора приведены в [2, 3].

В [1] для выхода из парадоксального положения новые (корректные по отношению к основным законам механики) уравнения электромеханических систем получались из старых с помощью как физических, так и логических рассуждений. При этом были использованы новые физические переменные с размерностью **кулон**. Автор теперь называет их **магнитонами** – источниками магнитных полей.

Корректные уравнения оказались вполне пригодными для устранения парадоксов существующей теории электромеханических систем. На их основе была получена математическая модель большой электроэнергетической системы. Она качественно правильно описывает динамику и условия устойчивости реальных аналогов таких систем.

Но корректные уравнения из [1] не могут быть выведены непосредственно из известных формализмов классической механики. Поэтому в конце этой монографии поставлен вопрос, ради которого, по существу, она и была написана: **каким должен быть некий новый формализм получения математических моделей в электромеханике и в теории электромагнитного поля.**

Этот формализм был назван уравнениями Лагранжа в форме Ньютона. В нём сделан шаг назад к формулировке самим Ньютоном второго закона механики через **импульс тела (\mathbf{p})**. В электромеханике этому соответствует формулировка Фарадея закона электромагнитной индукции через аналог импульса – **потокосцепление**. В новом формализме и диссипативная функция, и потенциальная энергия тоже используют в качестве обобщённой скорости импульс и потокосцепление. При этом вводится дополнительный **закон электромагнитной индукции для вращающегося трансформатора**.

Введённый новый формализм используется на примере составления математической модели синхронного двигателя, общей как для синхронных двигателей с демпферными контурами так и без них, а также для асинхронных двигателей.

Л и т е р а т у р а

1. Родюков Ф.Ф. Математическая модель большой электроэнергетической системы. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2006. – 153 с.
2. Родюков Ф.Ф. Шаг назад, два шага вперёд в теории электромагнитного поля и в электромеханике// International Conference “Dynamical System Modeling and Stability Investigation”, Kyiv, may 25-27, 2011. – P. 120.
3. Родюков Ф.Ф. Уравнения Лагранжа в форме Ньютона в электромеханике// Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. №4. Часть 2. – Н. Новгород. Изд-во ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2011. С. 299-301.

New Formalism in Electromechanics Based on Equations of Lagrange in Forme of Newton

F.F. Rodyukov

Saint Petersburg State University, Russia

Paradoxes of existing electromechanics are eliminated by introduction of a new formalism – a formalism of mechanics of many bodies instead of mechanics of Newton of one body.

**О ДИНАМИКЕ ОДНОРОДНОГО КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА
НА НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ С ТРЕНИЕМ**

А.М. Русинова

МГУ им. М.В. Ломоносова, Россия
E-mail: annarusinova@mail.ru

Обсуждается задача о движении однородного кругового цилиндра по неподвижной наклонной плоскости с трением. Движение рассматривается в рамках динамически совместной модели контактных напряжений, предложенной А.П. Ивановым. Изучаются предельные движения диска при различных значениях отношения коэффициента трения скольжения к тангенсу угла наклона плоскости.

**On the Dynamics of a Homogeneous Quadric Cylinder
on an Inclined Plane with Friction**

A.M. Rusinova

Lomonosov Moscow State University, Russia

The problem of motion of a homogeneous quadric cylinder on an inclined plane with friction is discussed. Dynamically consistent model of friction suggested by A.P. Ivanov is used. We observe the limiting motions of the cylinder with the different values of relation between the coefficient of friction and the slope ratio of the plane.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕГОЛОНОМНОЙ МОДЕЛИ «РОБОПОЕЗДА» С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЙ ЛАГРАНЖА ВТОРОГО РОДА СО МНОЖИТЕЛЯМИ

Е.С. Савин

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: eugene.mm.rus@gmail.com

Рассматривается задача о движении по абсолютно шероховатой плоскости мобильного колесного робота типа «робопоезд» – змееподобной цепочки двухколесных объектов, соединенных цилиндрическими шарнирами. Для построения математической модели n -звенного «робопоезда» используются векторно-матричные методы неголономной механики в виде уравнений движения Лагранжа второго рода со множителями. Исследован ряд модельных задач о движении мобильного робота с двумя независимо управляемыми соосными колесами под действием приложенных сил и моментов в приводах. Проведено компьютерное моделирование «робопоезда» в пакете «Универсальный механизм».

Цепочка мобильных объектов «робопоезд» – это сложная неголономная система. Задача об управлении движением такой системы имеет важное теоретическое и прикладное значение.

Целью работы является исследование кинематических и динамических характеристик мобильного робота путём создания математической модели такого робота, получения уравнений движения механической системы в форме уравнений Лагранжа, анализ полученных результатов, и моделирование движения на основании полученных систем уравнений в прикладном ПО.

Проблемы построения уравнений движения и изучение динамики мобильного робота типа «робопоезд» потребовали разработки новых подходов, основанных на эффективном использовании компьютерных методов (систем аналитических вычислений, численных экспериментов со сложными математическими моделями, компьютерной анимации, визуального моделирования в прикладных программах). Такие подходы расширили возможности исследования и привели к появлению результатов, которые практически невозможно получить, если использовать только аналитические методы.

Работа выполнена при поддержке Государственного Контракта ГК.2.740.11.0619 от 29.03.2010.

Л и т е р а т у р а

1. Зегжда С.А., Солтаханов Ш.Х., Юшков М.П. Неголономная механика. Теория и приложения, М., 2009. 344 с.
2. Буданов В.М., Девянин Е.А. О движении колесных роботов // Прикладная математика и механика. 2003. Т.67. Вып.2.
3. Мартыненко Ю.Г. Управление движением мобильных колёсных роботов // Фундаментальная и прикладная математика. 2005. Т. 11. № 8. С. 29-80.
4. Мартыненко Ю.Г. О матричной форме уравнений неголономной механики // Сборник научно-методических статей по теоретической механики. Вып. 23 – М.: Изд-во Моск. ун-та, 2000. С. 9-21.
5. Павловский В.Е., Петровская Н.В. Исследование динамики движения цепочки «робопоезд». Уравнения движения, частные решения // Препринт ИПМ им М.В.Келдыша РАН. 2005. №117. 31 с.

Research of Nonholonomic Model of «Robotrain» with the Help by Lagrange Equations of the Second Kind with Multipliers

E.S. Savin

Saint Petersburg State University, Russia

The problem of the movement “robotrain” an absolutely rough plane. “Robotrain” – a non-holonomic mechanical system, which is a chain of identical uniaxial hinged wheel modules. To construct a mathematical model of the n -link “robotrain” uses a vector-matrix methods of nonholonomic mechanics in the form of Lagrange’ equations for finite number of elements. Investigated a number of model problems on the motion of mobile robot with two independently steered wheels under the action of applied forces and moments in the drive. Computer simulation “robotrain” in package “Universal Mechanism”.

ДИНАМИКА ШАРА НА ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ С ТРЕНИЕМ

О.С. Сентемова

Московский государственный университет, Россия

E-mail: sentemovaos@gmail.com

Задача о движении шара на шероховатой плоскости является одной из фундаментальных задач теоретической механики. Основным моментом в постановке этой задачи является выбор модели, адекватно описывающей взаимодействие между телом и шероховатой поверхностью. Есть множество моделей, начиная от простейших, таких как абсолютно шероховатая плоскость и плоскость с трением в рамках глобального закона Кулона, не учитывающих момент трения, заканчивая более сложными моделями, такими как предложенные в [3–13]. В этих работах предполагается, что существует область, а не точка, контакта шара с плоскостью и на основе локального закона Кулона вычисляются силы и моменты трения, причем в работах [3–11] пятно контакта предполагается плоским.

В данной работе предполагается, что пятно контакта представляет собой сферический сегмент [12], причем центр давления не совпадает с центром пятна контакта, а смещен в сторону скольжения шара [13]. При этом сила трения имеет две составляющие (параллельную и ортогональную скорости скольжения), а момент трения – три составляющие (вертикальную и две горизонтальные – параллельную и ортогональную скорости скольжения).

Л и т е р а т у р а

1. Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. Динамика неголономных систем. М.: Наука, 1967 г. 520 с.
2. Болотин С.В., Карапетян А.В., Кугушев Е.И., Трещев Д.В. Теоретическая механика. М.: Академия, 2010 г. 432 с.
3. Контенсу П. Связь между трением скольжения и трением верчения и ее учет в теории волчка // В сб. "Проблемы гироскопии". М.: Мир, 1967 г. с. 60-67.
4. Журавлёв В.Ф., Климов Д.М. Теория явления шимми // Изв. РАН. МТТ. 2010. № 3. С. 22-29.
5. В.Ф. Журавлев. О модели сухого трения в задаче качения твердых тел // ПММ. 1998. Т.62. Вып. 5, с.762-767.
6. Расејка Н.В. Tyre and Vehicle Dynamics. Oxford: Butterworth-Heinemann? 2005. 621 p.
7. J. Svedenius, Tire Models for Use in Braking Application, Lund:Dept. Automatic Control, Lund Institute of Technology. 2003. 95 P
8. Самсонов В.А. О трении при скольжении и верчении тела // Вестник МУ, № 4, 1981 г.
9. Иванов А.П. Динамически совместная модель контактных напряжений при плоском движении твердого тела // ПММ. 2009. Т. 73. Вып. 2. С. 189-203.
10. Андронов В. В., Журавлёв В. Ф. Сухое трение в задачах механики. М. - Ижевск: РХД. 2010 г. 184 с.
11. А.П.Иванов Основы теории систем с трением. М. - Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2011 г. 304 с.
12. Карапетян А.В. Двухпараметрическая модель трения и ее свойства // ПММ. 2009. Т. 73. Вып. 4. С. 515-519.
13. И.Г. Горячева Механика фрикционного взаимодействия, М.: Наука 2001 г. 528 с.
14. Ишханян М.В., Карапетян А.В. Динамика однородного шара на горизонтальной плоскости с учетом трения скольжения, верчения и качения // Изв. РАН. МТТ. 2010. № 2. С. 3-14.

Dynamics of Sphere on Horizontal Plane with Friction

O.S. Sentemova

Moscow State University, Russia

The problem of motion of the sphere on plane with friction is one of the fundamental problems of theoretical mechanics. The key point in the formulation of this problem is to choose a model that adequately describes the interaction between the body and a rough surface. There are many models, ranging from simple to more sophisticated models such as proposed in [3–13]. In this article contact patch was assumed was a spherical segment, and the center of pressure was moved towards the sliding sphere. The force of friction has two components (parallel and orthogonal to the sliding velocity), and the moment of friction – the three components.

СУБОПТИМАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Л.Г. Смышляева

Военная космическая академия им. А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия

E-mail:lgsmysl@rambler.ru

Рассматривается динамическая система, описываемая линейным дифференциальным уравнением

$$\dot{x} = F(t)x(t) + G(t)w(t), \quad x(t_0) = x_0. \quad (1)$$

Из-за наличия помех в измерительных устройствах состояния системы определяются с ошибкой, так что результаты наблюдения (измерение) имеют вид

$$z(\tau) = H(\tau)x(\tau) + v(\tau), \quad \tau > t - T.$$

Предполагается, что $w(t)$ и $v(t)$ представляют собой нестационарные гауссовы случайные процессы типа белого шума с нулевыми математическими ожиданиями. Корреляционные матрицы этих случайных процессов имеют вид

$$M[w(t)w^T(\tau)] = q(t)\delta(t - \tau)$$

$$M[v(t)v^T(\tau)] = r(t)\delta(t - \tau)$$

$$M[w(t)v^T(\tau)] = 0,$$

где $q(t)$, $r(t)$ – непрерывные дифференцируемые матрицы (интенсивности белого шума), причём $q(t)$ – неотрицательно определённая, а $r(t)$ – положительно определённая матрицы. Через $\delta(t)$ обозначена дельта-функция Дирака. Начальное значение x_0 – гауссов случайный вектор с нулевым математическим ожиданием $M(x_0) = 0$ и известной корреляционной матрицей R_0 , причём

$$M[w(t)x_0^T] = M[v(\tau)x_0^T] = 0,$$

т.е. начальное значение x_0 не зависит от помех $w(t)$ и $v(t)$.

Существенным отличием от известных задач (фильтры Калмана) является тот факт, что измерения $z(\tau)$ проводятся на скользящем интервале $(t - T, t)$ постоянной длины. Это позволяет уменьшить ошибку оценивания состояния системы (1), например, в случае, когда модель состояния известна неточно.

Построен алгоритм фильтрации состояния системы (аналог фильтра Калмана) по измерениям на скользящем интервале постоянной длины. Рассмотрена также дискретная модель состояния динамической системы. Использован обобщённый (взвешенный) метод наименьших квадратов (МНК). Выявлены достаточные условия рекуррентности оценок вектора состояния. В непрерывном случае получено дифференциальное уравнение для оценки $\hat{x}(t)$ состояния системы, содержащей измерения $z(t - T)$ и $z(t)$, а также матрица передачи фильтра $K(t)$ и уравнения Риккати для ковариационной матрицы ошибки оценивания. В дискретном случае получен рекуррентный алгоритм оценивания.

В случае однородных уравнений состояния (отсутствует помеха) вариационными методами оптимизации получен рекуррентный алгоритм оценивания в дискретной системе, в случае, когда состояние системы описывается неоднородным уравнением показано, что оценка оптимальна в смысле МНК. Однако оценка не доставляет минимум среднеквадратическому функционалу.

Suboptimal Random System Evaluation

L.G. Smyshlyaeva

Military Space Academy n.a. A.F. Mozhaisky, Saint Petersburg, Russia

The evaluation of the dynamic system state according to measurements over the variable interval of constant length is got.

ПРЕЦЕССИИ НЕУРАВНОВЕШЕННОГО РОТОРА ДЖЕФФКОТТА В МАССИВНО-ПОДАТЛИВЫХ ОПОРАХ С УЧЕТОМ ТРЕНИЯ

П.П. Степанова

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: polinastepanova@ya.ru

Исследуются симметричные прецессии ротора на гибком невесомом валу, который укреплен в массивно-податливых опорах. Статически и динамически неуравновешенный ротор представляет собой динамически симметричное твердое тело. Опоры – точечные массы, совпадающие с концами вала. Упругие свойства опор предполагаются изотропными, а восстанавливающие силы задаются нелинейной функцией смещения. Система ротор-опоры имеет восемь степеней свободы. Учитывается внешнее трение в роторе и опорах, и внутреннее трение в роторе. Получены дифференциальные уравнения движения системы. Определены условия существования симметричных прецессий, представляющих собой стационарные движения, соответствующие состоянию равновесия в системе координат, вращающейся вместе с ротором. Проведено исследование устойчивости прецессионного движения.

Л и т е р а т у р а

1. Пасынкова И.А., Степанова П.П. Влияние массы и упругости опор на критические частоты неуравновешенного ротора Джеффкотта // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер.1. 2008. Вып. 2 с. 141-147.
2. Пасынкова И.А., Степанова П.П. Цилиндрическая прецессия неуравновешенного ротора в массивно-податливых опорах// Пятые Поляховские чтения. Избранные труды. 2009. с. 101-106.

Precessions of an Unbalanced Jeffcott Rotor in Massive Compliant Supports, with Friction

P.P. Stepanova

Saint Petersburg State University, Russia

Symmetrical precessions of a Jeffcott rotor in massive compliant supports are studied. The rotor is a dynamically symmetric rigid body, dynamically and statically unbalanced. The supports are point masses at the shaft ends. Elasticity of the supports is isotropic, restoring forces are non-linear functions of displacement. The rotor-supports system has eight degrees of freedom. External friction in the rotor and the supports and internal friction in the rotor are taken into account. Differential equations of motion are obtained. The conditions for existence of the symmetrical precessions are shown. The stability of the precessions is studied.

ОПТИМАЛЬНАЯ ПЕРЕОРИЕНТАЦИЯ СФЕРИЧЕСКИ СИММЕТРИЧНОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА В СОПРОТИВЛЯЮЩЕЙСЯ СРЕДЕ

Н.А. Стрелкова

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Россия
E-mail: strelkova@psu.ru

Рассматривается задача оптимального управления пространственной переориентацией сферически симметричного твердого тела в сопротивляющейся среде в предположении, что сопротивление линейно по отношению к угловой скорости, а вектор управляющего внешнего момента ограничен по модулю. Оценка эффективности управления угловым движением осуществляется с помощью двух критериев: быстродействия и минимума расхода топлива на заданном интервале времени. Для построения синтеза оптимального управления применяются принцип максимума Л.С. Понтрягина, теория систем с инвариантной нормой и аппарат теории кватернионов. Показана возможность редукции задачи переориентации твердого тела к задаче синтеза оптимального управления системой второго порядка. Получены точные решения рассматриваемых задач: найдены минимальные значения функционалов, построены оптимальные траектории и определены управления в виде функций, зависящих от компонент кватернионов, характеризующих начальное и конечное положения твердого тела. Представлены числовые примеры, иллюстрирующие разработанную теорию.

The Optimal Reorientation of Spherically Symmetric Rigid Body in the Resisting Environment

N.A. Strelkova

Perm State National Research University, Russia

The synthesis task of optimal control by reorientation the spherically symmetric rigid body in the resisting environment on condition that the external moment control vector is limited by modulus is considered.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕОРЕМ МЕХАНИКИ СИСТЕМ ПЕРЕМЕННОГО СОСТАВА В ИНЕРЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЁТА

А.Д. Терентьев

Калининградский государственный технический университет, Россия
E-mail: alexternt@rambler.ru

Рассматривается механическое движение системы переменного состава (СПС) как совокупности точек (центров масс частиц, макротел), перемещающихся в инерциальной системе отсчёта (ИСО) через выделенный в евклидовом пространстве объём τ , ограниченный поверхностью, имеющей прозрачные участки с площадью σ . К точкам приложены внешние и внутренние силы, при этом область действия сил ограничена заданным объёмом τ .

Выполнены расчёты производных по времени от импульса, кинетической энергии и момента импульса такой системы. Получены аналитические выражения трёх основных уравнений динамики и формулировки общих теорем механики СПС.

Теорема. Производная по времени от импульса СПС, движущейся через объём τ с поверхностью σ , имеет две составляющие: локальную и нелокальную (конвективную) и равна главному вектору внешних сил, приложенных к точкам системы внутри объёма.

Теорема. Производная по времени от кинетической энергии СПС, движущейся через объём τ с поверхностью σ , имеет две составляющие: локальную и нелокальную (конвективную) и равна мощности внешних и внутренних сил, приложенных к точкам системы внутри объёма.

Теорема. Производная по времени от момента импульса СПС, движущейся через объём τ с поверхностью σ , имеет две составляющие: локальную и нелокальную (конвективную) и равна главному моменту внешних сил, приложенных к точкам системы внутри объёма.

Установлено, что скорость v_c центра масс превышает скорость u макроскопического движения (течения). Это объясняет наличие двух составляющих формулы тяги ракетного двигателя. В качестве иллюстрации рассмотрен пример СПС, представляющей собой многоствольную артиллерийскую батарею, посылающую пули (снаряды) разных калибров с разными скоростями на интервале времени, позволяющем операцию усреднения. Двумя способами: методом классической динамики и методом динамики СПС вычислены реакция и полезная мощность системы.

Показано, что при $u = 0$ в уравнениях динамики СПС сохраняются части производных по времени от импульса, энергии и момента импульса, то есть $v_c \neq 0$. Этот результат открывает возможность нового подхода к описанию некоторых известных из опыта явлений, например, объясняет причину линейного роста давления в столбе покоящейся жидкости в гравитационном поле Земли, а также даёт новое объяснение закона Больцмана для экспоненциальной зависимости давления в атмосфере планеты.

Сделан вывод, что принятое в учебно-монографической литературе отождествление некоторых членов конвективных производных по времени с силами и мощностями сил влечёт за собой преобразование уравнений динамики в неинерциальную систему отсчёта (НСО). Переходом в НСО объясняется, в частности, появление парадокса Даламбера, а также отсутствие реальных (физических) источников мощности в формулировке закона Фурье.

Investigation of the Mechanics Theorems for the Variable Structure Systems Relatively Inertial Frame of Reference

A.D. Terentiev

State Technical University, Kaliningrad, Russia

The proof, formulation and analysis of the theorems for the impuls, energy and impulsive moment of the moving inside Evclides space variable structure system are being discussed.

ЗАКОН О ЗАВИСИМОСТИ ПЕРИОДА НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ ОТ ОДНОГО ПАРАМЕТРА

В.Н. Тхай

Институт проблем управления РАН, Москва, Россия
E-mail: tkhai@ipu.ru

Рассматриваются одночастотные колебания нелинейной автономной системы. В линейной системе одночастотные колебания изохронны. В нелинейной системе период обычно меняется при переходе из одной точки к другой точке семейства колебаний, т.е. является функцией одной или нескольких переменных. Так, например, период колебаний (и вращений) математического маятника зависит от постоянной интеграла энергии. Однопараметрические семейства периодических орбит находим в ограниченной круговой задаче трех тел; параметром здесь служит постоянная интеграла Якоби. С другой стороны, эллиптические орбиты в задаче двух тел зависят от постоянных площадей и энергии и представляют собой двухпараметрическое семейство, а период движения по этим орбитам задается только большей полуосью эллипса. Эти и другие примеры наводят на мысль о существовании определенного закона: **период нелинейных колебаний зависит только от одного существенного параметра** [1, 2].

Под существенным параметром понимается или единственный параметр, или параметр, который является функцией других параметров, задающих семейство в фазовом пространстве. Другое важное замечание состоит в том, что закон имеет место независимо от размерности семейства колебаний.

В докладе излагаются результаты применения **закона** к механическим задачам.

Работа выполнена при поддержке РФФИ(09-01-00468).

Л и т е р а т у р а

1. Тхай В.Н. Период на семействе нелинейных колебаний и периодические движения возмущенной системы в критической точке семейства// ПММ. 2010. Т.74. Вып.5. С. 812-823.
2. Тхай В.Н. Закон о зависимости периода нелинейных колебаний от одного параметра// ПММ. 2011. Т.75. Вып.3. С. 430-434.

The Law that States the Oscillations Period to Depend on a Single Parameter

V.N. Tkhai

Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Russia

One-frequency oscillations of autonomous systems are considered. The oscillations period turns out to depend on a single parameter. This result holds for both reversible mechanical systems and systems of standard form ordinary differential equations.

СПЕКТРАЛЬНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ ПРИ АНАЛИЗЕ СЕЙСМОСТОЙКОСТИ ДЕМПФИРОВАННЫХ СИСТЕМ

А.М. Уздин¹, М.Ю. Федорова², А.А. Федоров²

¹Санкт-Петербургский государственный университет путей сообщения,

²Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: uzdin@mail.ru

Современные технологии сейсмостойкого строительства предусматривают широкое использование демпфирующих устройств для сейсмозащиты зданий и сооружений. Однако методы расчета демпфированных систем до настоящего времени разработаны недостаточно. Возникают проблемы задания параметров демпфирования, разложения разрешающих уравнений по формам колебаний, оценки сейсмических нагрузок для сильнодемпфированных систем.

Для задания параметров демпфирования неоднородных систем используется обобщенная гипотеза Е.С. Сорокина, в соответствии с которой силы неупругого сопротивления каждого элемента принимаются пропорциональными жесткости этого элемента. Тем самым матрица демпфирования системы формируется на основе матрицы коэффициентов упругости этой системы заменой элемента E на γE .

С использованием построенной матрицы осуществляется переход к эквивалентной матрице вязкого демпфирования.

Для разложения демпфированной системы по формам колебаний предложен эффективный алгоритм решения собственной проблемы, учитывающий структуру матриц жесткости и демпфирования, при этом достаточно просто реализуется задача определения комплексных частот и форм колебаний.

На основе полученного спектрального разложения предложена методика расчета демпфированных систем по акселерограммам землетрясений. Приведены результаты.

Spectral Decomposition in the Analysis of Seismic Resistance of Special Damped Systems

A.M. Usdin¹, M.Y. Fedorova², A.A. Fedorov²

¹Saint Petersburg State University of Railways,

²Saint Petersburg State University, Russia

Modern technologies of aseismic engineering include the widespread use of damping devices for seismic protection of buildings and structures. However, the methods of calculation of damped systems so far not been sufficiently developed. Having trouble setting the parameters of damping, the expansion of resolving equations of the forms of oscillations, evaluation of seismic loads for hight-damped systems.

Specifying parameters of the damping of heterogeneous systems using the generalized hypothesis of Sorokin, according to which the forces of inelastic resistance of each element are taken proportional to the stiffness of the element. Thus the damping system matrix is based on the matrix of coefficients of elasticity of the system by replacing the E element at γE .

With the use of constructed matrix of transition to the equivalent viscous damping matrix.

For the decomposition of damped oscillations system forms an effective algorithm for solving their own problems, taking into account the structure of the matrix stiffness and damping, while simple enough, the goal definition of complex frequencies and mode shapes.

Based on the obtained spectral resolution proposed method of calculating damped systems accelerogram earthquakes. Results achieved.

ЗАДАЧА ДАРБУ О ДВИЖЕНИИ ТВЁРДОГО ТЕЛА

Ю.И. Ханукаев

Московский физико-технический институт (государственный университет), Россия

E-mail: khan.yuri@gmail.com

Получено дифференциальное уравнение для кватерниона поворота.

Задача Дарбу состоит в определении ориентации твёрдого тела с неподвижной точкой по известной его угловой скорости $\omega(t)$.

Определяя ориентацию тела кватернионом поворота, имеем

$$\lambda(t) = \lambda(0) \circ \left(\tau_0 \cos \frac{\varphi}{2} + \bar{\tau}_\lambda \sin \frac{\varphi}{2} \right) = \lambda(0) \circ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\bar{\tau}_\lambda \varphi / 2)^n}{n!},$$

где $\lambda(0)$ – кватернион начального поворота тела, τ_0 – единица, $\bar{\tau}_\lambda$ – единичный вектор, относительно которого второй поворот тела на угол φ даёт его конечное положение.

Кинематические уравнения получают дифференцированием кватерниона поворота по времени:

$$\frac{d\lambda}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\lambda(t + \Delta t) - \lambda(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\lambda(t) \circ \lambda(\Delta t) - \lambda(t)}{\Delta t} = \frac{1}{2} \lambda \circ \bar{\omega},$$

где

$$\lambda(\Delta t) = \cos \left(\frac{\omega \Delta t}{2} \right) + \bar{\tau}_\omega \sin \left(\frac{\omega \Delta t}{2} \right) \approx 1 + \left(\frac{\bar{\omega} \Delta t}{2} \right), \quad \bar{\omega} = \bar{\tau}_\omega \omega.$$

Если вращение происходит вокруг неизменной оси, то $\bar{\tau}_\lambda = \bar{\tau}_\omega = const$ и

$$2\tilde{\lambda} \circ \frac{d\lambda}{dt} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-\bar{\tau}_\lambda \varphi / 2)^m}{m!} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(\bar{\tau}_\lambda \varphi / 2)^{m-1}}{(m-1)!} \bar{\tau}_\lambda \dot{\varphi} = \bar{\tau}_\omega \omega \rightarrow \bar{\tau}_\lambda \varphi = \bar{\tau}_\omega \int_0^t \omega(t) dt.$$

Формальное дифференцирование даёт тот же результат:

$$\varphi \dot{\varphi} = \bar{\varphi} \cdot \dot{\varphi} = \alpha_x \varphi \alpha_p \omega + \alpha_y \varphi \alpha_q \omega + \alpha_z \varphi \alpha_r \omega \rightarrow \dot{\varphi} = \bar{\tau}_\lambda \cdot \bar{\tau}_\omega \omega = -\bar{\tau}_\lambda \circ \bar{\tau}_\omega \omega,$$

$$\frac{d}{dt} \left(\cos \frac{\varphi}{2} + \bar{\tau}_\lambda \sin \frac{\varphi}{2} \right) = -\frac{\dot{\varphi}}{2} \sin \frac{\varphi}{2} + \bar{\tau}_\lambda \frac{\dot{\varphi}}{2} \cos \frac{\varphi}{2} =$$

$$= \bar{\tau}_\lambda \circ \bar{\tau}_\omega \frac{\omega}{2} \sin \frac{\varphi}{2} + \bar{\tau}_\lambda \circ (-\bar{\tau}_\lambda \circ \bar{\tau}_\omega) \frac{\omega}{2} \cos \frac{\varphi}{2} = \left(\cos \frac{\varphi}{2} + \bar{\tau}_\lambda \sin \frac{\varphi}{2} \right) \circ \frac{\bar{\omega}}{2}.$$

Если вращение происходит вокруг точки, то из-за отсутствия коммутативности сомножителей

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\bar{\tau}_\lambda \varphi}{2} \right)^m \neq m \left(\frac{\bar{\tau}_\lambda \varphi}{2} \right)^{m-1} \left(\frac{\bar{\tau}_\lambda \dot{\varphi}}{2} \right), \quad \frac{d\lambda}{dt} \neq \frac{1}{2} \lambda \circ \bar{\omega}.$$

Формально $\varphi \dot{\varphi} = \bar{\varphi} \cdot \dot{\varphi} = \alpha_x \varphi \alpha_p \omega + \alpha_y \varphi \alpha_q \omega + \alpha_z \varphi \alpha_r \omega \rightarrow \dot{\varphi} = \bar{\tau}_\lambda \cdot \bar{\tau}_\omega \omega = (-\bar{\tau}_\lambda \circ \bar{\tau}_\omega + \bar{\tau}_\lambda \times \bar{\tau}_\omega) \omega.$

Вычисления дают

$$\frac{\delta}{\delta t} \left(\cos \frac{\varphi}{2} + \bar{\tau}_\lambda \sin \frac{\varphi}{2} \right) = \left(\cos \frac{\varphi}{2} + \bar{\tau}_\lambda \sin \frac{\varphi}{2} \right) \circ \frac{\bar{\omega}}{2} + \bar{\tau}_\lambda \sin \frac{\varphi}{2} \times \frac{\bar{\omega}}{2},$$

то есть

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{\delta\lambda}{\delta t} + \frac{\bar{\omega}}{2} \times \frac{1}{2} (\lambda - \tilde{\lambda}) = \frac{1}{2} \lambda \circ \bar{\omega}.$$

Принцип перенесения Котельникова-Штуди утверждает справедливость этого уравнения и для винтового (пространственного) движения тела.

Problem Darbu about Movement of a Solid Body

Y.I. Khanukaev

Moscow Institute of Physics and Technology (State University), Russia

The differential equation for quaternion turn is received.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ РАВНОВЕСИЙ И ПЕРИОДИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЙ ТВЕРДОГО ТЕЛА И СИСТЕМЫ ТВЕРДЫХ ТЕЛ С ВИБРИРУЮЩЕЙ ТОЧКОЙ ПОДВЕСА

О.В. Холостова

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Россия
E-mail: kholostova_o@mail.ru

В докладе излагаются результаты исследования устойчивости относительных равновесий и периодических движений твердого тела и системы двух твердых тел, точки подвеса которых совершают заданные гармонические колебания. В первой части доклада рассматривается движение тяжелого твердого тела, одна из точек которого совершает вертикальные гармонические колебания высокой частоты и малой амплитуды. В рамках приближенной автономной системы дифференциальных уравнений движения [1] проведен анализ существования, бифуркации и устойчивости «боковых» относительных равновесий тела, для которых центр масс тела и точка подвеса не лежат на одной вертикали. Рассмотрены общий и частные случаи геометрии масс. Установлено [2], что все боковые относительные равновесия тела в области своего существования неустойчивы.

Во второй части исследованы движения системы, состоящей из двух шарнирно соединенных тонких однородных стержней. Точка подвеса системы совершает вертикальные или горизонтальные гармонические колебания. Проведено исследование устойчивости четырех положений относительного равновесия двойного маятника на вертикали. Показано, что в случае вертикальных вибраций точки подвеса достаточно высокой частоты и малой амплитуды «перевернутый» маятник и оба варианта «сложенных» маятников могут стать устойчивыми [3]. В случае горизонтальных быстрых вибраций точки подвеса устойчивым может быть только нижнее положение. В случае двух одинаковых стержней, вопрос об устойчивости указанных относительных равновесий решен в нелинейной постановке. Рассмотрены случаи быстрых вибраций и (для вертикальных вибраций) случай произвольных значений амплитуды и частоты колебаний точки подвеса. Показано, что в этом последнем случае области устойчивости для обоих вариантов «сложенных» маятников существуют не только при быстрых вибрациях точки подвеса, но и для умеренных значений частоты колебаний, для нижнего положения в плоскости параметров задачи выявлено счетное множество областей устойчивости в линейном приближении [4]. Для той же системы при быстрых вертикальных и горизонтальных вибрациях точки подвеса решен вопрос о существовании, бифуркациях и устойчивости «боковых» высокочастотных периодических движений маятника. Показано, что в случае вертикальных вибраций точки подвеса все существующие «боковые» периодические движения неустойчивы [3]. В случае горизонтальных вибраций имеются как неустойчивые, так и устойчивые периодические движения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 10-01-00381 и 11-01-00322) и программы «Государственная поддержка ведущих научных школ» (НШ-3797.2010.1).

Л и т е р а т у р а

1. Маркеев А.П. Об уравнениях приближенной теории движения твердого тела с вибрирующей точкой подвеса // ПММ. 2011. Т. 75. Вып. 2. С.193-203.
2. Холостова О.В. Об устойчивости относительных равновесий твердого тела с вибрирующей точкой подвеса // Вестник РУДН. Серия Математика. Информатика. Физика. 2011. № 2. С. 111-122.
3. Холостова О.В. Об устойчивости относительных равновесий двойного маятника с вибрирующей точкой подвеса // Изв. РАН. МТТ. 2011. №4. С. 18-30.
4. Холостова О.В. О движениях двойного маятника с вибрирующей точкой подвеса // Изв. РАН. МТТ. 2009. №2. С. 25-40.

Investigation of Relative Equilibriums and Periodic Motions of a Rigid Body and a System of Rigid Bodies with a Vibrating Suspension Point

O.V. Kholostova

Moscow Aviation Institute (National Research University), Russia

Results of investigations of relative equilibriums and periodic motions of a rigid body with an arbitrary mass geometry and of a system of two thin homogeneous rods with suspension points vibrating harmonically along the vertical or the horizontal are discussed.

СЛУЧАИ ИНТЕГРИРУЕМОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИНАМИКЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕГО СО СРЕДОЙ ПРИ СТРУЙНОМ ОБТЕКАНИИ

М.В. Шамолин

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Россия
E-mail: shamolin@imec.msu.ru, shamolin@rambler.ru

Настоящая работа посвящена развитию качественных методов в теории неконсервативных систем, возникающих в динамике твердого тела, взаимодействующего с сопротивляющейся средой. В принципе, данный материал может быть интересен как специалистам по качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений, динамики твердого тела, так и механики жидкости и газа, поскольку в работе используются свойства движения твердого тела в среде в условиях струйного обтекания (см. также [1–3]).

Обнаружен целый спектр случаев полной интегрируемости неконсервативных динамических систем, обладающих нетривиальными симметриями. При этом почти во всех случаях интегрируемости каждый из первых интегралов выражается через конечную комбинацию элементарных функций, являясь одновременно трансцендентной функцией своих переменных. Трансцендентность в данном случае понимается в смысле комплексного анализа, когда после продолжения данных функций в комплексную область у них имеются существенно особые точки. Последний факт обуславливается наличием в системе притягивающих и отталкивающих предельных множеств (как, например, притягивающих и отталкивающих фокусов).

В работе изучается задача о движении тела при условии, что линия действия силы, приложенной к телу, не меняет своей ориентации относительно тела, а лишь может смещаться параллельно самой себе в зависимости от угла атаки и, возможно, от других фазовых переменных.

Получены новые семейства фазовых портретов систем с переменной диссипацией на маломерных и многомерных многообразиях. Обсуждаются вопросы их абсолютной или относительной грубости. В частности, обнаружены новые интегрируемые случаи движения твердого тела, в том числе в классической задаче о движении сферического маятника, помещенного в поток набегающей среды при струйном обтекании при учете дополнительного демпфирующего воздействия со стороны среды.

Первым этапом полного нелинейного исследования движения тела в среде условиях квазистационарности является исследование соответствующих динамических систем, в которых не учитывается дополнительное демпфирующее воздействие со стороны среды. Учет демпфирования является следующим трудоемким этапом исследования проблемы, который в данной работе проведен достаточно подробно.

Л и т е р а т у р а

1. Шамолин М.В. Методы анализа динамических систем с переменной диссипацией в динамике твердого тела. М.: Изд-во «Экзамен», 2007. 352 с.
2. Шамолин М.В. Динамические системы с переменной диссипацией: подходы, методы, приложения // *Фундаментальная и прикладная математика*. 2008. Т. 14. Вып. 3. С. 3-237.
3. Трофимов В.В., Шамолин М.В. Геометрические и динамические инварианты интегрируемых гамильтоновых и диссипативных систем // *Фундаментальная и прикладная математика*. 2010. Т. 16. Вып. 4. С. 3-229.

Cases of Integrability in Spatial Dynamics of a Rigid Body Interacting with a Medium in a Jet Flow

M.V. Shamolin

Lomonosov Moscow State University, Russia

This work is devoted to the development of qualitative methods in the theory of nonconservative systems that arise, e.g., in such fields of science as the dynamics of a rigid body interacting with a resisting medium, oscillation theory, etc. This material can call the interest of specialists in the qualitative theory of ordinary differential equations, in rigid body dynamics, as well as in fluid and gas dynamics since the work uses the properties of motion of a rigid body in a medium under the streamline flow around conditions.

ПРИМЕНЕНИЕ ПСЕВДОГЛАВНЫХ КООРДИНАТ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ГАШЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Е.А. Шатров

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: Mikhail.Yushkov@MJ16561.spb.edu

Рассматривается гашение колебаний тележки с двумя маятниками с помощью одной горизонтальной управляющей силы. Исследование удобно вести в главных координатах.

Наряду с классическими нормальными координатами в рассмотрение вводятся и псевдоглавные координаты. В таких координатах удается получить три независимых дифференциальных уравнения, которые легко записываются в безразмерном виде. От псевдоглавных координат можно перейти к обычным обобщенным координатам. Однако, в псевдоглавных координатах, например, квадратичная форма кинетической энергии системы не представляется в нормальной форме.

Приводятся результаты расчетов.

Работа выполнена при поддержке Государственного Контракта ГК.2.740.11.0619 от 29.03.2010.

Л и т е р а т у р а

1. Поляхов Н.Н., Зегжда С.А., Юшков М.П. Теоретическая механика. М.: Высшая школа, 2000. 592 с.
2. Зегжда С.А., Солтаханов Ш.Х., Юшков М.П. Неголономная механика. Теория и приложения. М.: Наука. 2009. 344 с.
3. Зегжда С.А., Солтаханов Ш.Х. Применение обобщенного принципа Гаусса к задаче гашения колебаний механических систем // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2010. №2. С. 20-25 (апрель).

Application of Pseudoprincipal Coordinates when Studying an Oscillation Suppression of Mechanical Systems

E.A. Shatrov

Saint Petersburg State University, Russia

An oscillation suppression of a trolley with two pendulums by means of one horizontal control force is considered. It is convenient to conduct research in principal coordinates.

Apart from the classical normal coordinates we introduce pseudoprincipal coordinates into consideration. These coordinates make it possible to obtain three independent differential equations. It is convenient to rewrite them in dimensionless form. We can easily go from pseudoprincipal coordinates to common generalized ones. But, for example, a quadratic form of the kinetic energy of the system can't be represented in the normal form by means of pseudoprincipal coordinates. The calculation results are presented.

СИММЕТРИИ ДИНАМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

Г.Н. Яковенко

Московский физико-технический институт, Россия
E-mail: yakovenko_g@mtu-net.ru

Изучаются симметрии уравнений Лагранжа, Гамильтона, Гамильтона–Якоби.

Вычисление первого интеграла *уравнений Лагранжа* по теореме Эмми Нётер [1, 3] (или Бессель-Хагена [2, 3]) требуется, чтобы уравнения допускали однопараметрическую группу вариационных [3] (или дивергентных [3]) симметрий. Первый интеграл порождается функцией Лагранжа и инфинитезималью: коэффициентами при первой степени в разложении уравнений группы по параметру. Обсуждаются два обобщения теорем Эмми Нётер и Бессель-Хагена. Первое обобщение: уравнения Лагранжа допускают однопараметрическое семейство (не обязательно группу) вариационных (или дивергентных) симметрий [4]. Доказывается, что в этом случае имеется однопараметрическое семейство первых интегралов. Семейство интегралов порождается функцией Лагранжа и правыми частями системы обыкновенных дифференциальных уравнений, решением которой является семейство симметрий. В семействе первых интегралов могут содержаться функционально независимые интегралы. Приводится пример (замкнутая консервативная система), когда однопараметрическое семейство содержит десять функционально независимых первых интегралов. Второе обобщение: уравнения Лагранжа допускают однопараметрическую группу блуждающих симметрий, которые не являются вариационными (или дивергентными) [3]. Для вычисления одного первого интеграла требуется несколько таких симметрий. В качестве примера рассмотрено плоское движение заряженной частицы в магнитном поле при наличии вязкого трения.

Для *уравнений Гамильтона* особо изучается преобразования симметрии в случае, когда преобразуется пространство *координаты-импульсы-время*. Приводятся условия, при которых такие симметрии порождают первые интегралы.

Для *уравнения Гамильтона–Якоби* выводятся определяющие соотношения для преобразований симметрии. Приводятся примеры, в которых частное решение при помощи симметрий дополняется до полного интеграла.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-00228) и АВЦП РНПВШ 2009-2011 гг. (проект 2.1.1/3604).

Л и т е р а т у р а

1. Noether E. Invariante Variationsprobleme. Nachr. König. Gesell. Wissen. Göttingen, Math-Phys. Kl. 1918. S. 235–257.
2. Bessel-Hagen E. Über die Erhaltungssätze der Electrodynamik // Math. Ann., 1921. Bd. 84. S. 258–276.
3. Яковенко Г.Н. Симметрии уравнений Гамильтона и Лагранжа — М.: Изд. МЗ пресс, 2006. 186 с.
4. Яковенко Г.Н. Теорема Нётер–Бессель-Хагена — концентрированный вариант // Труды IX Международной Четаевской конференции «Аналитическая механика, устойчивость движения и управление движением» (Иркутск, 12–16 июня 2007 г.), Т. 2 / Иркутск: ИДСТУ РАН СО, 2007. С. 321–326.

Symmetries of Dynamical Equations Theoretical Mechanics and Its Applications

G.N. Yakovenko

Moscow Institute of Physics and Technology, Russia

We study the symmetry of the equations of Lagrange, Hamilton and Hamilton-Jacobi equations. For the equations of Lagrange and Hamilton in the event of non-standard symmetries of first integrals are computed. For the Hamilton-Jacobi transformation symmetries partial solution to the full complement of the complete integral.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРИ СТЫКОВКЕ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

А.В. Яскевич

Ракетно-космическая корпорация «Энергия», г. Королев, Россия
E-mail: Andrey.Yaskevich@rsce.ru

Стыковка космических аппаратов представляет собой механический процесс их соединения, при котором уменьшение объема и числа степеней свободы относительного движения обеспечивается специальными направляющими элементами стыковочных агрегатов. Контактное взаимодействие этих агрегатов моделируется как динамический процесс, происходящий под действием временно налагаемых односторонних неудерживающих связей и описываемый дифференциальными уравнениями движения.

Если для описания контактов используются кинематические уравнения связей, то уравнения движения становятся дифференциально-алгебраическими и для их интегрирования необходимо применять достаточно сложные алгоритмы [1, 2], основанные на замене алгебраических уравнений некоторым виртуальным осциллятором. Кроме того, в этом случае при наличии нескольких контактов может потребоваться исключение линейно зависимых уравнений связей, что также усложняет алгоритм моделирования. Поэтому в используемых моделях стыковки вместо уравнений связей каждый контакт описывается параметрами жесткости и демпфирования, которые определяются расчетным путем и из экспериментальных данных. Вычисляемые с их помощью силы контактных реакций входят в правую часть дифференциальных уравнений динамики. Это не увеличивает размерность уравнений и не требует применения специальных методов их интегрирования.

Геометрия контактирующих элементов описывается в системах координат активного и пассивного стыковочных агрегатов, взаимное положение которых определяется шестью параметрами – линейными и угловыми смещениями. В геометрической контактной модели сложные контактирующие поверхности описываются совокупностью простых геометрических объектов (примитивов) в виде отрезков прямых, линий и поверхностей 2-го порядка с постоянными радиусами. Это позволяет перейти от бесконечного к конечному числу точек контакта. Для задания координат примитивов используются характерные точки на пассивном и активном стыковочных агрегатах.

Параметрами каждой точки контакта являются ее координаты; компоненты единичного вектора, нормального одновременно и к активному, и к пассивному геометрическим элементам; величина «внедрения» активного элемента в пассивный вдоль направления этого вектора; проекции разности скоростей контактирующих элементов на этот вектор и на нормальную к нему плоскость; коэффициенты жесткости и демпфирования.

Контактировать между собой могут только определенные пары геометрических элементов. Они определяются экспертным путем в процессе анализа реального процесса и разработки его модели. Каждой паре элементов соответствует совокупность условий наличия контакта и алгоритм вычисления его параметров. Контактная ситуация в процессе моделирования фиксируется в табличной форме – строки таблицы соответствуют выделенным контактными зонам, а столбцы – типам точек контакта.

Описанная методика успешно используется с 1992 г. для моделирования динамики контактного взаимодействия всех отечественных стыковочных агрегатов, с помощью которых осуществляются стыковки российских кораблей и модулей, американского Space Shuttle и европейского корабля ATV.

Л и т е р а т у р а

1. Baumgarte, J. Stabilization of constraints and integrals of motion in dynamical systems. – Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.1, 1972, pp. 1-16.
2. Petzold, L.R. Computational challenges in mechanical system simulation. – Computer-Aided Analysis of rigid and flexible Mechanical Systems, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 1994, pp. 483-499.

Mathematical Simulation of contact Interaction during Space Vehicles Docking

A.V. Yaskevich

Rocket-space corporation “Energia”, Korolev city, Russia

A method of math simulation of contact interaction is considered. It has successfully been using for dynamic analysis of docking dynamics of Russian, American and European space vehicles since 1992.

II

ДИНАМИКА КОСМИЧЕСКОГО ПОЛЕТА

DYNAMICS OF SPACE FLIGHT

ON SPACE ELEVATORS FOR PRECESSING ASTEROIDS

A.V. Rodnikov

Bauman Moscow State Technical University, Russia

E-mail: avrodnikov@yandex.ru

Thousands and thousands asteroids fly in the Space. These ‘tumbling rocks’ are dangerous and interesting objects of different shapes, orbits and sizes. There are tens and tens papers studying asteroids dynamics theoretically. But for real practical studying it can be useful to place some space station near the chosen small planet. Of course, the station can run away, so it should be tethered to the asteroid surface somehow. However, we cannot directly connect the station with the asteroid surface by a cable off the following reasons. Complex shapes of small planets are a reason of its complex motions about mass centers that, in turn, is a reason for absence of stationary orbits. In other words, space elevators in classical sense are impracticable for the majority of asteroids. Nevertheless, nontraditional approaches can be suggested. Note that some asteroids can be assumed close to dynamically symmetric. Note also that the total Sun influence consisting of gravitational force and the force of moving space is smaller in many times than the asteroid gravitational force for sufficiently small distances from the asteroid mass center. Hence there is a set of asteroids whose motion about mass center is close to a regular precession. As it follows from, for instance, V.V.Beletsky Generalized Restricted Circular Problem of Three Bodies (GRCP3B) [1,2,3], in this case there exist the station equilibria in the frame of reference rotating with the asteroid principal axis about the precession axis. By analogy with the classical problem of three bodies these equilibria are called the libration points (LPs). Obviously, the station placed in one of LPs remains immovable w.r.t. the poles that are the common points of the asteroid surface and the asteroid principal axis. This allows joining the station to both mentioned poles by a cable. Such cable is called a ‘leier’ that means in Dutch and in Russian ‘a rope with fixed ends’. So an original transport system between the station and the asteroid surface can be constructed. This asteroid elevator is shorter in many times of the classical one so it might be constructed easier.

It can be shown that LPs are only a small part of the station equilibria on the cable. Nevertheless, these equilibria are divided into two subsets [4]. First subset belongs to the plane composed by the asteroid principal axis and the precession axis. Second subset belongs to the plane crossing the asteroid mass center orthogonally to the precession axis. In this paper we study the structures of subsets and stability of its elements assuming the asteroid gravitational potential closed to gravitational potential of two particles.

To study possible station motions along the leier we factually formulate new dynamical problem that is ‘to study motion of a particle coasting along on the rope with ends fixed in a dynamically symmetric rigid body with known motion about mass center’. We analyze completely motion of the particle in some integrable cases of the formulated problem.

Having published ‘The Fountains of Paradise’ Arthur Clarke has told that ‘...space elevator might be built... about 50 years after everyone has stopped laughing.’ But what are to tell about elevators for asteroids?

References

1. Beletsky V.V. Generalized Restricted Circular Three-Body Problem as a Model for Dynamics of Binary Asteroids //Cosmic research. 2007. v.45, 1. p. 408-416.
2. Beletsky V.V., Rodnikov A.V. Stability of Triangle Libration Points in Generalized Restricted Circular Three-Body Problem // Cosmic Research. 2008, v.46, 1, p. 40-48.
3. Beletsky V.V., Rodnikov A.V. On evolution of libration points similar to Eulerian in the model problem of the binary-asteroids dynamics.// Journal of Vibroengineering. 2008. v. 10, 4. p. 550-556
4. Rodnikov A.V. On a particle motion along the leier fixed in a precessing rigid body// Nonlinear dynamics. 2011, 2, p. 295-311.

ОБ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ ДВУХОСНОЙ ЗАКРУТКИ ИСЗ В ПЛОСКОСТИ ОРБИТЫ

А.Ю. Александров, А.А. Тихонов

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: alex43102006@yandex.ru, aatikhonov@rambler.ru

Электродинамическое взаимодействие искусственного спутника Земли (ИСЗ) с магнитным полем Земли оказывает существенное влияние на динамику вращательного движения спутника относительно его центра масс и может использоваться при построении систем управления ориентацией ИСЗ. Основанные на указанном взаимодействии магнитные системы управления, их преимущества, особенности и недостатки описаны, например, в [1]. Метод стабилизации ИСЗ, основанный на использовании момента лоренцевых сил, предложен в [2], где показано, что создание управляющего лоренцева момента, значительно превышающего по величине гравитационный и другие возмущающие моменты, не вызывает технических трудностей. Электродинамический метод стабилизации ИСЗ, использующий одновременно возможности магнитного и лоренцева моментов, и снимающий некоторые ограничения (как по постановке задачи, так и по методике решения), содержащиеся в [2], описан в работе [3]. Рассмотрен вопрос о стабилизации ИСЗ в прямом положении равновесия в орбитальной системе координат.

В данном докладе также рассматривается ИСЗ с электродинамической системой управления ориентацией. Решается задача стабилизации программного движения, при котором ось динамической симметрии ИСЗ стабилизируется по местной вертикали, а сам спутник совершает вращение вокруг этой оси. Такой режим движения, называемый согласно [4] режимом двухосной закрутки, имеет важное прикладное значение. Например, он используется для обеспечения более равномерного освещения ИСЗ солнечными лучами и снижения нежелательных эффектов, вызванных градиентом температуры ИСЗ. На основе метода функций Ляпунова получены достаточные условия асимптотической устойчивости стабилизируемого программного движения при наличии возмущающего воздействия гравитационного момента. Эти условия позволяют обеспечить рациональный выбор коэффициентов параметрического управления в зависимости от параметров ИСЗ и его орбиты.

Л и т е р а т у р а

1. Алпатов А.П., Драновский В.И., Салтыков Ю.Д., Хорошилов В.С. Динамика космических аппаратов с магнитными системами управления. М.: Машиностроение, 1978. 200 с.
2. Тихонов А.А. Метод полупассивной стабилизации космического аппарата в геомагнитном поле // Космические исследования. 2003. Т. 41. №1. С. 69-79.
3. Антипов К.А., Тихонов А.А. Параметрическое управление в задаче о стабилизации космического аппарата в магнитном поле Земли // Автоматика и телемеханика. 2007. №8. С. 44-56.
4. Сазонов В.В. Двухосная закрутка спутника в плоскости орбиты // Космические исследования. 2000. Т. 38. №3. С. 296-306.

On the Electrodynamical Stabilization of the Satellite's Two-Axes Rotation in the Orbital Plane

A.Yu. Aleksandrov, A.A. Tikhonov

Saint Petersburg State University, Russia

A satellite with electrodynamic attitude control system is considered. The problem of stabilization of the programmed motion under which the axis of the satellite's dynamic symmetry is stabilized along the local vertical, and the satellite rotates around this axis is solved. On the base of the Lyapunov functions method, the sufficient conditions for asymptotic stability of the stabilized programmed motion in the presence of gravitational disturbing torque are obtained. These conditions permits to provide a rational choice of the coefficients of parametric control depending on the parameters of the satellite and its orbit.

О ПЯТЫХ МЕЖДУНАРОДНЫХ СОРЕВНОВАНИЯХ ПО ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ТРАЕКТОРИЙ

И.С. Григорьев, М.П. Заплетин

МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия
E-mail: iliagri@mail.ru, zapletin_m@mail.ru

В октябре 2010 года состоялись Пятые Соревнования по Глобальной Оптимизации Траекторий (GTOC5). Соревнования были организованы командой механико-математического факультета МГУ, победившей в GTOC4.

К решению на пятых соревнованиях была предложена следующая оптимизационная задача. Требуется построить траекторию экспедиции КА от Земли к наибольшему числу астероидов. Перелет космического аппарата рассматривается в гравитационном поле Солнца. Управление перелетом осуществляется посредством вектора тяги реактивного двигателя. Максимальная величина реактивной тяги составляет 0.3 Н, удельная тяга 3000 с. Космический аппарат стартует от Земли. Момент отлета от Земли выбирается из заданного диапазона с 1 января 2015 года по 31 декабря 2025 года. Отлет рассматривается в рамках методики точечной сферы действия. Величина скорости ухода КА от Земли ограничена величиной 5 км/с. Начальная масса КА в не зависимости от скорости ухода составляет 4000 кг. В процесс экспедиции требуется совершить ряд маневров у целевых астероидов: рандеву и пролетов. Всего в задаче рассматривается 7075 целевых астероидов. Под рандеву понимается прилет КА на астероид с выравниваем скорости и высадка «научного блока» массой 40 кг. Каждое рандеву оценивается в 0.2 призовых балла. После рандеву КА может совершить пролет около астероида, на котором уже высажен научный блок. При этом скорость КА в момент пролета относительно астероида должна быть не меньше 400 м/с. Масса КА в момент пролета уменьшается на 1 кг – осуществляется сброс пенитратора. Пролет около астероида с высаженным научным блоком оценивается 0.8 призовых балла (если научный блок не был высажен или высажен после пролета, то не оценивается). При совпадении призовых баллов траектории ранжировались по быстродействию. Общее время экспедиции ограничено 15 годами, конечная масса КА – минимальной массой 500 кг.

На решение задачи отводилось 4 недели, каких-либо ограничений на число участников, состав команд в целом и на используемую вычислительную технику на соревнованиях традиционно не накладывается. Проверка решений осуществлялась командой-организатором после окончания соревнований и заняла 5 недель.

Для участия в соревнованиях зарегистрировалось 38 команд из 10 стран – Германии, Греции, Испании, Италии, Казахстана, Китая, Колумбии, Португалии, США, Шотландии, 17 команд представило проверяемые решения. Первое место заняла команда JPL NASA с результатом 18, получившая таким образом право проведения GTOC6. Второе место – команда Politecnico di Torino (Италия) с результатом 17, третье место – команда Tsinghua University, Пекин с результатом 17, отставшая от Туринцев по продолжительности экспедиции на 76 суток.

Подробнее о соревнованиях GTOC5: <http://mech.math.msu.su/gtoc5>
и о соревнованиях GTOC: <http://www.esa.int/gsp/ACT/mad/op/GTOC/index.htm>

About the 5th Global Trajectory Optimisation Competition

I.S. Grigoriev, M.P. Zapletin

Lomonosov Moscow State University, Russia

The fifth Global Trajectory Optimisation Competition (GTOC5). Competitions were organized by a team of mechanics and mathematics faculty of Moscow State University, won the GTOC4. To participate in the competition 38 teams have registered from 10 countries - Germany, Greece, Spain, Italy, Kazakhstan, China, Colombia, Portugal, USA, Scotland, 17 teams submitted a verified solution. The Grand Prix was awarded to the team JPL NASA.

**АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ
ТРАЕКТОРИЙ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В ПОЛЕ
ОДНОГО ПРИТЯГИВАЮЩЕГО ЦЕНТРА**

М.П. Заплетин, А.М. Заплетин

МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия
E-mail: zapletin_m@mail.ru, zapletin_m@mail.ru

Предлагается алгоритм численного решения для задачи оптимизации траекторий космического аппарата. На основе этого алгоритма рассматривается метод решения задач оптимизации на примере задачи выведения космического аппарата (КА) с поверхности Луны на круговую орбиту ее искусственного спутника. Движение центра масс КА происходит под действием двух сил: гравитационной ньютоновской силы притяжения Луны и силы тяги реактивного двигателя КА ограниченной мощности. Управление осуществляется вектором тяги. Критерием оптимизации является время перелета, необходимое для осуществления маневра.

Данная задача рассматривается как задача оптимального управления. Её решение на основе принципа максимума сводится к решению краевой задачи. Краевая задача решается численно с использованием модифицированного метода Ньютона. Основная трудность при решении задачи – выбор начального приближения неизвестных параметров, так как в данном случае у метода Ньютона маленькая область сходимости. Предлагается решение данной задачи, основанное на алгоритме последовательных приближений.

Лежащий в основе решения оригинальной задачи метод приближений основан на динамическом построении серии вспомогательных задач, сходящихся к оригинальной. В качестве первой задачи рассматривается задача оптимизации траекторий КА в линейном гравитационном поле. Эта задача решается аналитически и проблемы с выбором начального приближения не возникает. Затем полученная траектория разбивается на несколько участков. На каждом участке рассматривается вторая задача, в которой критерием оптимизации является интеграл от квадрата ускорения КА. Решение первой задачи используется в качестве начального приближения для второй. Затем на каждом участке решается исходная задача, с начальным приближением полученным из решения второй задачи.

Представлено применение метода для пространственного случая задачи при любом возможном диапазоне изменения параметров задачи. Показаны области фактического применения предложенного метода.

**Algorithm for the Numerical Solving Optimization
Problems Spacecraft Trajectories in the Field of a Center of Attraction**

M.P. Zapletin, A.M. Zapletin

Lomonosov Moscow State University, Russia

The algorithm for numerical solutions to the problem of optimizing the trajectories of spacecraft. On the basis of this algorithm, the method for solving optimization problems on the example of elimination of the spacecraft from the lunar surface in a circular orbit of satellite.

КОМПЛАНАРНЫЕ ТОЧКИ ЛИБРАЦИИ В ФОТОГРАВИТАЦИОННОЙ ЗАДАЧЕ ТРЕХ ТЕЛ

А.С. Зимовщиков

Института проблем управления им В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия
E-mail: winter_z@mail.ru

Фотогравитационная задача, введенная в рассмотрение В.В. Радзиевским [1], позволила учесть наряду гравитационным притяжением силу светового давления, исходящего от излучающего тела (звезды). В этой задаче существуют положения относительного равновесия (компланарные точки либрации), расположенные вне плоскости движения основных тел. На существование таких точек при одной излучающей массе указал В.В. Радзиевский [1]. Впоследствии А.Л. Куницын и А.Т. Турешбаев [2] установили существование трехпараметрического семейства таких точек в задаче с двумя излучающими массами. При этом в одной звезды гравитационное притяжения превалирует над силой светового давления, а в другой – ситуация в точности наоборот.

Для каждой звездной системы можно ввести параметр C , равный отношению «удельных» мощностей излучения её компонент и независящий от свойств частицы. Тогда пространство параметров становится двумерным, а рассматриваемые точки либрации ложатся на кривую.

В работе представлены результаты изучения компланарных точек либрации с использованием параметра C , в частности, найдены резонансные значения параметра.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ(09-01-00468).

Л и т е р а т у р а

1. Радзиевский В.В. Ограниченная задача трех тел с учетом светового давления // Астрон. ж. 1950. Т. 30. Вып. 4. С. 249-256.
2. Куницын А.Л., Турешбаев А.Т. О компланарных точках либрации фотогравитационной задачи трех тел // Письма в АЖ. 1985. Т. 11. №12. С. 930-933.

Coplanar Libration Points in the Photogravitational Field of Binary Systems

A.S. Zimovshikov

Institute of Control Sciences V.A. Trapeznikov, Moscow, Russia

Investigated are the coplanar libration points in the field of binary systems at the fixed values of photogravitational parameter C . The equation of the sixth order allowing is received to define coordinate z depending on C, μ, x . and to investigate stability of the libration points. The offered approach in research of coplanar libration points allows to study movement of microparticles in the gravitational field of the binary star which components have parameters close to real-life.

МОДЕЛЬ ПРИЛИВНОЙ ЭВОЛЮЦИИ ЗЕМЛИ И ЛУНЫ В ОДНОМ ЧАСТНОМ СЛУЧАЕ

А.А. Зленко

Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ), Россия
E-mail: zalaf121@mail.ru

Различным моделям приливных явлений посвящено великое множество работ. Один из подходов к изучению этого явления был предложен Вильке В.Г. [1]. В нашей работе мы исследуем финальный этап эволюции движения двух вязкоупругих шаров, когда их барицентр движется по квазикруговой орбите вокруг притягивающего центра, центры масс шаров движутся по квазикруговым орбитам вокруг барицентра, а оси вращения шаров перпендикулярны плоскости их орбиты, в рамках задачи о двойной планете [2]. Это означает, что масса притягивающего центра (Солнце) значительно больше массы одного из шаров (Земля), которая, в свою очередь, значительно больше массы другого шара (Луна). Радиусы шаров предполагаются малыми по сравнению с расстоянием между ними и это расстояние намного меньше расстояния до притягивающего центра. Шары являются однородными и изотропными. Их деформируемое состояние описывается классической теорией упругости малых деформаций с учетом модели вязких сил Кельвина–Фойхта. В результате получена эволюционная система уравнений движения [3], которая была численно проинтегрирована для системы Солнце–Земля–Луна, и были получены следующие выводы:

1. Не подтверждается гипотеза о том, что Луна и Земля образовались из одного газопылевого облака, или что Луна была частью Земли.

2. Приливная эволюция системы Солнце–Земля–Луна происходит таким образом, что Луна удаляется от Земли, затем приближается на близкое расстояние, причем они входят в резонанс (Луна и Земля повернуты друг к другу одной стороной), что может привести к падению Луны на Землю.

3. Этот же процесс происходит с небесными телами в Солнечной системе, во Вселенной. За счет этого приливного механизма происходит укрупнение тел или их разрушение.

Л и т е р а т у р а

1. Вильке В.Г. Аналитическая механика систем с бесконечным числом степеней свободы. М.: Изд-во мех-мата МГУ, 1997.
2. Вильке В.Г., Шатина А.В. Эволюция движения двойной планеты // Космич. исслед. 2001. Т. 39. № 3. С. 316-323. (Cosmic Research. P. 295-305).
3. Зленко А.А. Движение двух вязкоупругих шаров в поле притягивающего центра. // Космич. исслед. 2011. Т. 49. № 6. С. 1-4. (Cosmic Research. P. 1-4).

The Model of Tidal Evolution the Earth and Moon in One Partial Case

A.A. Zlenko

Moscow automobile and road construction state technical university (MADI), Russia

It is considered the final stage of the evolution of two viscoelastic balls in the field of gravitational center from the viewpoint of double planet. The evolution equations of motion are found. These equations are applied for investigation of tidal evolution the Earth and Moon.

ИССЛЕДОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМОГО ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С БОЛЬШИМ ВРАЩАЮЩИМСЯ СОЛНЕЧНЫМ ПАРУСОМ

А.В. Зыков

Московский физико-технический институт (государственный университет),
Ракетно-космическая корпорация «Энергия» имени С.П. Королёва, Россия
E-mail: zyvaldrvich@gmail.com

Рассматривается задача управления угловым движением космической платформы с большим вращающимся бескаркасным солнечным парусом и управляющим силовым гироскопом в подвесе Гука. Прямым методом Ляпунова доказывается устойчивость стационарной формы паруса, возникающей при регулярной прецессии оси его вращения. Приведены результаты математического моделирования углового движения космической платформы, проведенного в Ракетно-космической корпорации «Энергия» с использованием пакета прикладных программ MATLAB.

Целью настоящих исследований является создание нового класса космических платформ различного назначения, не требующих расхода рабочего тела (ракетного топлива) на коррекцию орбиты, угловые маневры, а также на разгрузку накопленного кинетического момента [1, 2].

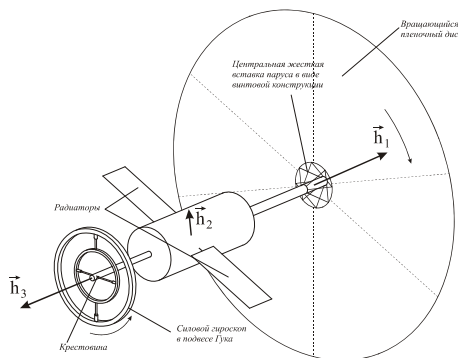


Рис. 1. Базовая конструкция космической платформы с солнечным парусом.

В качестве исполнительного органа для передачи, как импульса, так и момента импульса объекту управления используется бескаркасный вращающийся солнечный парус, растянутый центробежными силами инерции [3]. В работе получена стационарная форма паруса при регулярной прецессии, как частное решение неоднородного уравнения вращающейся мембраны с центральной жесткой вставкой. Устойчивость, найденной формы паруса доказывается прямым методом Ляпунова, примененного к системе с распределенными параметрами. Полученные математические соотношения, описывающие стационарную форму вращающегося паруса при равномерной прецессии, были использованы для оценки отклонения плоскости вращения паруса в режиме программных разворотов космической платформы.

С целью подтверждения правильности выбранной концепции построения космической платформы с вращающимся солнечным парусом и выбора основных параметров базовой конструкции платформы был разработан алгоритм управления угловым движением объекта управления. Для проверки разработанного алгоритма было проведено математическое моделирование динамического поведения объекта управления в режиме гашения начальных угловых скоростей при активном демпфировании упругих колебаний мембранного диска солнечного паруса, а также в режиме программных разворотов. Моделирование реализовано в программных пакетах MATLAB и Simulink. Анализ результатов моделирования подтвердил правильность выбранной концепции конструкции космической платформы, а также законов управления движением.

Л и т е р а т у р а

1. Поляхова Е.Н. Космический полет с солнечным парусом: проблемы и перспективы. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат.лит., 1986.
2. Yamaguchi T., Mimasu Y., Tsuda Y., Takeuchi H., Yoshikawa M. Estimation of solar radiation pressure force for solar sail navigation. 61st International Astronautical Congress. Prague CZ, 2010.
3. Легостаев В.П., Субботин А.В., Тимаков С.Н., Зыков А.В. Об устойчивости стационарной формы вращающейся кольцеобразной мембраны с регулярно прецессирующей центральной жесткой вставкой //Труды МФТИ, Том 3. №2, 2011, С. 52–58.

Controlled Motion Research of Spacecraft with a Big Rotating Solar Sail

A.V. Zykov

*S.P. Korolev Rocket and Space Corporation «Energia»,
Moscow Institute of Physics and Technology (State University), Russia*

The problem of control angular motion of space platform with frameless rotating solar sail and powered gyro with Hook gimble suspension is considered. Stability of the stationary shape of a sail at regular precession is proven by direct Lyapunov method. The results of simulation carried out by using MATLAB Software on the corporation Energia are also presented.

О ВОЗМОЖНОСТИ СОЗДАНИЯ АКТИВНЫХ СИСТЕМ ОЧИСТКИ БЛИЖНЕГО КОСМОСА ОТ МЕЛКОМАСШТАБНОГО КОСМИЧЕСКОГО МУСОРА, ОСНОВАННЫХ НА ИСПОЛЬЗОВАНИИ СТАБИЛИЗИРОВАННЫХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ

Е.К. Колесников, А.С. Мануйлов

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: kolesnikov_evg@mail.ru, man06@mail.ru

Сформулированы условия радиальной стабилизации релятивистского электронного пучка (РЭП), распространяющегося в разреженной газоплазменной среде верхней атмосферы. На основе использования уравнения для среднеквадратичного радиуса РЭП [1, 2] определена связь между радиусом и полным током стабилизированного пучка. В отличие от рассмотренного нами ранее случая “холодного” пучка [3] полученная формула может быть использована для определения равновесных токов РЭП с ненулевым эмиттансом (в конкретных расчетах нормализованный эмиттанс пучка задавался с использованием известной эмпирической формулы Лоусона-Пэннера). Проведены предварительные оценки необходимых параметров стабилизированных РЭП, при которых они могут быть использованы в качестве средства удаления мелкомасштабных пассивных орбитальных объектов из околоземного космического пространства.

Л и т е р а т у р а

1. Колесников Е.К., Мануйлов А.С. Уравнение для среднеквадратичного радиуса релятивистского электронного пучка, распространяющегося в плотных и разреженных газоплазменных средах продольно внешнему магнитному полю // Журнал технической физики. 2007. Т. 77. №8. С. 109-113.
2. Kolesnikov E.K., Manuilov A.S. Moment equations and the dynamics equilibrium condition for a relativistic electron beam propagating along an external magnetic field in dense and rarefied gas-plasma media // Technical Physics. 2005. V. 50. N 7. P. 937-943.
3. Колесников Е.К., Курышев А.П., Филиппов Б.В. Параметры стабилизированных электронных пучков в верхней атмосфере // Вестник ЛГУ. Серия математика, механика, астрономия. 1979. №3. С. 84-86.

About Possibility of Creation of Active Cleaning Systems for Small-Scale Space Debris in the Near-Earth Space by the Stabilized Relativistic Electron Beams

E.K. Kolesnikov, A.S. Manuilov

Saint Petersburg State University, Russia

The conditions of radial stabilization for relativistic electron beams (REB's) are formulated in case of the beam propagation in a rarefied gas-plasma medium of upper atmosphere. Preliminary estimations of stabilized REB's necessary parameters are considered for creation of active cleaning systems for a small-scale space debris in the Near-Earth Space.

ОЧИСТКА ОКОЛОЗЕМНОГО КОСМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА С ПОМОЩЬЮ ЗАРЯДКИ МЕЛКОДИСПЕРСНЫХ ЧАСТИЦ КОСМИЧЕСКОГО МУСОРА ПУЧКАМИ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧНЫХ АТОМОВ ВОДОРОДА

Е.К. Колесников, А.С. Мануйлов

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: kolesnikov_evg@mail.ru, man06@mail.ru

В настоящее время значительное внимание исследователей привлекает проблема интенсивного антропогенного загрязнения ближнего космоса мелкомасштабными пассивными орбитальными объектами [1-3], а также исследование принципов построения систем очистки околоземного пространства от указанных объектов [4,5]. В данной работе рассмотрена возможность удаления из ближнего космоса мелкодисперсных частиц (МДЧ) космического мусора с помощью электростатической зарядки указанных частиц пучками высокоэнергетичных атомов водорода. При этом происходит изменение импульса МДЧ в результате электродинамического взаимодействия с магнитным полем Земли и переход МДЧ на орбиту, при движении по которой она быстро поглощается плотными слоями атмосферы. Проведенные оценки показывают на принципиальную возможность использования пучков атомов водорода с технически реальными параметрами для создания систем очистки низких околоземных орбит от мелкомасштабных частиц космического мусора микронных и субмикронных размеров.

Л и т е р а т у р а

1. Kolesnikov E.K., Chernov S.V. On the possibility of long time existence of man-made microparticles injected on oblong elliptic orbits with low perigee altitude in Near Earth Space // Proceeding of 5th European Conference on Space Debris. ESOC. Darmstadt. Germany. 29 March-2 April 2009.
2. Колесников Е.К., Чернов С.В. О возможности длительного орбитального существования наночастиц, инжектируемых в околоземное пространство в плазмосфере Земли // Избранные доклады на Международной научной конференции «Пятое Поляховские чтения». СПб. 3-6 февраля 2009. С.275-278.
3. Колесников Е.К., Чернов С.В. О размерах микрочастиц, захватываемых магнитным полем Земли при различных уровнях геомагнитной активности // Космические исследования. 2003. Т.41. №5. С.558-560.
4. Метигер Д.Д., Леклер-мл. Р., Хоуп С.Д. Аппарат для удаления космического мусора на базе ядерного источника энергии // Аэрокосмическая техника. 1990. №4. С. 50-52.
5. Защита космических аппаратов от пассивных орбитальных объектов // Зарубежные космические комплексы и системы. 1991. № 4. С. 70-77.

Cleaning of Near-Earth Space by Means of Charging of the Fine-Dispersed Particles of Space Debris by High-Energy Hydrogen Beams

E.K. Kolesnikov, A.S. Manuilov

Saint Petersburg State University, Russia

The possibility of removing of fine-dispersed cosmic debris particles (CDP) from Near-Earth Space by using electrostatic charging of these particles by high-energy hydrogen beams is considered. The particle impulse change and the particle transition to another orbit in result of the electrodynamic interaction of CDP with geomagnetic field are demonstrated.

О РАЗМЕРАХ ДОЛГОЖИВУЩИХ ЧАСТИЦ ТЕХНОГЕННОГО АСТРОЗОЛЯ В ВЕРХНЕЙ АТМОСФЕРЕ И БЛИЖНЕМ КОСМОСЕ

Е.К. Колесников, С.В. Чернов

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: kolesnikov_evg@mail.ru

Целью настоящей работы является определение на основе результатов численного моделирования, размеров техногенных микрочастиц (МЧ) с большими временами жизни в околоземном космическом пространстве (ОКП), инжектируемых в верхнюю атмосферу и ближний космос на различных высотах над поверхностью Земли.

Расчеты движения МЧ в ОКП проводились с использованием динамической модели, учитывающей воздействия на орбитальное движение микрочастицы: центрального гравитационного поля Земли и его возмущения, обусловленного полярным сжатием Земли; силы солнечного давления; силы сопротивления нейтральной компоненты фонового газа, а также электродинамических сил, действующих на наводимый на МЧ заряд со стороны электрического и магнитного полей околоземного пространства.

Для учета эффекта изменения электрического заряда МЧ в процессе ее орбитального движения в ОКП уравнения движения микрочастицы решались совместно с уравнением зарядки. В качестве возможных механизмов зарядки учитывались: собираемые поверхностью МЧ токи электронов и ионов из фоновой космической плазмы, токи фотоэлектронной, автоэлектронной, вторичных электрон-электронной и ион-электронной эмиссий, а также ток обратно рассеянных электронов.

Была проведена серия численных экспериментов, направленных на определение времен орбитального существования сферических микрочастиц из оксида алюминия с радиусами от 0.01 до 20 мкм, характерными для мелкодисперсной компоненты выброса ТТРД. Предполагалось, что начальными (“материнскими”) орбитами МЧ являются круговые орбиты проходящие на высотах от 500 до 23000 км с углом наклона к плоскости экватора равным 30° и долготой восходящего узла 270° . Расчеты движения МЧ в ОКП производились для условий низкого уровня солнечной и геомагнитной активности.

На основе результатов численных экспериментов определены размеры долгоживущих микрочастиц оксида алюминия, инжектируемых в ОКП на низких и высоких орбитах. Показано, что при инжекции на низких орбитах с высотами от 700 до 1500 км большие времена орбитального существования имеют МЧ с радиусами более нескольких микрон. В случае же инжекции на высоких орбитах большие времена жизни в ОКП имеют как крупные МЧ с радиусами более нескольких микрон, так и сверхмелкие МЧ с радиусами менее 0.1 мкм.

Показано, что эффект длительного орбитального существования сверхмелких частиц оксида алюминия, инжектируемых в ОКП на высоких орбитах обусловлен существенным уменьшением диссипативного воздействия на МЧ силы солнечного давления, вызываемым прецессией орбиты МЧ в результате возмущающего воздействия силы Лоренца.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-00526-а).

About Sizes of Long Term Life Particles of Anthropogenic Astrosole in High Atmosphere and near Space

E.K. Kolesnikov, S.V. Chernov

Saint Petersburg State University, Russia

On basis of numerical experiments results principal possibility of long term orbital existence of aluminum oxide microparticles of radii from 0.01 to 20 microns (these sizes are typical for fine-dispersed component of SRM exhaust) injected in high atmosphere and near space on orbits that are situated on altitudes from 700 to 20000 km is obtained.

ОБ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОМ МЕХАНИЗМЕ ФОРМИРОВАНИЯ В ВЕРХНЕЙ АТМОСФЕРЕ И БЛИЖНЕМ КОСМОСЕ АСТРОЗОЛЬНЫХ ОБЛАКОВ ИЗ ТЕХНОГЕННЫХ ЧАСТИЦ СУБМИКРОННЫХ РАЗМЕРОВ

Е.К. Колесников, С.В. Чернов

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: kolesnikov_evlg@mail.ru

Целью настоящей работы являлось проведение численных экспериментов, направленных на определение принципиальной возможности и физических механизмов образования в околоземном космическом пространстве (ОКП) астрозольных облаков из субмикронных техногенных частиц, мгновенно инжектируемых в околоземное пространство точечным источником, движущимся по вытянутой эллиптической орбите с низким перигеем.

Проведены численные эксперименты по моделированию эволюции ансамбля из заданного числа не взаимодействующих между собой сферических частиц определенного радиуса, мгновенно инжектируемых в ОКП точечным источником, совершающим орбитальное движение по заданной траектории. Начальные скорости частиц определялись в результате случайной выборки в соответствии с заданным начальным распределением инжектируемых частиц по скоростям, которое в системе отсчета инжектора предполагалось изотропным и равномерным по величине скорости в заданном интервале. Текущее состояние ансамбля определялось на основе расчета положений образующих его частиц, которые находились посредством численного решения уравнений движения одиночных частиц ансамбля в динамической модели, учитывающей воздействие на МЧ: центрального гравитационного поля Земли и его возмущения, обусловленного полярным сжатием Земли, силы солнечного давления, силы сопротивления верхней атмосферы, а также электродинамических сил.

Получены расчетные данные об особенностях эволюции в ОКП облаков субмикронных частиц из оксида алюминия заданного радиуса, изотропно инжектируемых в ОКП точечным источником, движущимся в околоземном пространстве по орбите с орбитальными параметрами спутника “Молния” (высота перигея 460 км, высота апогея 40860 км, угол наклона орбиты 62.8°, аргумент перигея 270°) с фиксированной пространственной ориентацией, характеризующейся значением долготы восходящего узла равным 0°. Расчеты проведены для условий низкого уровня солнечной и геомагнитной активности.

На основе численных экспериментов показана принципиальная возможность эффекта “кластеризации” ансамбля субмикронных частиц с радиусами менее 0.1 мкм, инжектируемых в околоземное пространство на вытянутой эллиптической орбите типа орбиты спутника “Молния”. Указанный эффект, реализующийся для определенных значений радиуса МЧ и определенных положений инжектора на материнской орбите, приводит к образованию в окрестности Земли компактного облака техногенных частиц с временем жизни порядка нескольких суток. Установлено, что эффект “кластеризации” обусловлен воздействием на движение частиц облака электродинамических сил. Результаты работы подтверждают сделанные ранее предположения о том, что возможным механизмом формирования наблюдающихся в ближнем космосе облаков техногенных микрочастиц является возмущающее воздействие на орбитальное движение МЧ электродинамических сил.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-00526-а)

About Electrodynamic Mechanism for a Formation of Astrosol Clouds of Man-Made Submicron Particles in High Atmosphere and near Space

E.K. Kolesnikov, S.V. Chernov
Saint Petersburg State University, Russia

Basing on numerical experiments results a principal possibility of a formation of astrosol clouds from submicron man-made particles instantly injected in the near earth space by point source which moves on oblong elliptic orbit with low altitude perigee is shown. It is obtained that main physical mechanism for the formation of ensembles mentioned above is a disturbing influence of electrodynamic forces on particles orbital motion.

ДИНАМИКА ЧАСТИЦ ЛУННОГО РЕГОЛИТА В СЛУЧАЕ НЕМОНОТОННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА У ПОВЕРХНОСТИ ПЛАНЕТЫ

Е.К. Колесников, А.Б. Яковлев

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: kolesnikov_evg@mail.ru, andy_yakovlev@rambler.ru

Существующее у поверхности Луны электрическое поле служит причиной подъёма мелких частиц грунта на высоты до 100 км [1]. Как показано в [2] электрический потенциал в общем случае может быть устойчивым, только если он является немонотонным. Однако все предшествующие работы, посвященные динамике частиц лунного реголита, рассматривали движение в электрическом поле с монотонным потенциалом [3].

В случае немонотонного потенциала существенно усложняется процедура определения электрического заряда, наводимого на частице лунного реголита, вследствие возникающих дополнительных ограничений в выражениях для потоков тепловых и фотоэлектронов, поглощаемых частицей [2]. В связи с этим в данной работе для расчета заряда частицы используется метод Монте-Карло. Полученные значения заряда частицы аппроксимировались полиномом и использовались при решении уравнений движения.

В работе рассмотрена возможность аналитического решения задачи о вертикальном движении пылевых частиц и анализируется зависимость характера движения от размера гранулы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 10-01-00526-а).

Л и т е р а т у р а

1. Stubbs T.J., Vandrak K.R., Farrell W.M. A dynamic fountain model for lunar dust // *Advanced in Space Research*. 2006. V.37. P. 59-66.
2. Колесников Е.К., Яковлев А.Б. Определение условий электростатической левитации микрочастиц в фотоэлектронном слое у поверхности безатмосферного небесного тела // *Физическая механика*. Вып. 7. Модели механики сплошной среды. СПб: Изд-во С-Петербур. ун-та. 1998. С. 70-79.
3. Яковлев А.Б. Применение обобщенных зарядово-полевых потенциалов в задаче о вертикальном движении пылевых частиц у поверхности Луны // *Пятое Поляховские чтения: Избранные труды Международной научной конференции по механике*. С-Петербур., 3-6 февраля 2009 г. СПб. 2009. С. 211-216.

Lunar Regolith Particles Dynamics in Case of Nonmonotonic Electric Potential by a Planet Surface

E.K. Kolesnikov, A.B. Yakovlev

Saint Petersburg State University, Russia

In the report the opportunity of the analytical solution of a problem about vertical movement of dust particles is examined, and dependence of character of movement on the granule size is analyzed.

Work is executed at support of the Russian Federal Property Fund (the project 10-01-00526-a).

ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО ИНСПЕКТИРОВАНИЯ АСТЕРОИДОВ КОСМИЧЕСКИМ АППАРАТОМ

В.С. Королев

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: vokorol@bk.ru

Рассматриваются задачи нахождения оптимальных траекторий инспектирования выбранного множества астероидов космическим аппаратом. Учитывается движение по заданным орбитам в центральном гравитационном поле Солнца для планет, астероидов и космического аппарата, которые считаются материальными точками. Под инспектированием понимается близость координат и небольшое отклонение скоростей астероида и космического аппарата в некоторый момент времени. Управление в процессе маневрирования осуществляется направлением вектора тяги реактивного двигателя. В задаче присутствуют ограничения на времена старта, продолжительность полета и расход топлива, необходимого для перелета. Старт происходит в некоторый, нефиксированный заранее, момент времени с начальной орбиты при запасе топлива (характеристической скорости) не превосходящем заданную величину.

Особенности постановки задачи оптимального инспектирования астероидов в том, что

- необходимо выбрать маршрут, то есть порядок выполнения всей последовательности переходов для инспекции или обслуживания многих космических объектов, которые совершают движение по своим орбитам при заданных начальных данных;
- при выборе основного критерия оптимальности по расходу топлива необходимо дополнительно учитывать ограничения;
- рассматривается в начальном приближении импульсная постановка реализации отдельных переходов, которые могут уточняться.

Энергетически оптимальные решения задач маневрирования [1-4] со свободным временем дают глобально оптимальные решения, однако они требуют очень больших промежутков времени ожидания наступления моментов, благоприятных для старта и выхода на оптимальные орбиты перехода для встречи с другим объектом. Энергетически оптимальные переходы с учетом ограничений [5, 6] времени движения по орбитам дают лишь локально оптимальные (относительно времени старта) решения. Как правило, чем больше возможная отсрочка старта, тем более оптимальное решение мы можем получить и в пределе при свободном выборе времени ожидания реализуется абсолютно оптимальное решение соответствующей задачи. Отметим, что задачи с учетом времени движения по орбитам и действующих возмущений [7] являются существенно более сложными для исследования. Ограничения в задачах оптимизации часто играют решающую роль, а значения параметров находятся на границе допустимой области.

Л и т е р а т у р а

1. Ильин В.А., Кузмак Г.Е. Оптимальные перелеты космических аппаратов. М.: Наука, 1976, 744 с.
2. Лоуден Д.Ф. Оптимальные траектории для космической навигации. М.: Мир, 1966. 152 с.
3. Новоселов В.С. Аналитическая теория оптимизации в гравитационных полях. Л.: Изд. ЛГУ, 1972.
4. Охоцимский В.Е., Сихарулидзе Ю.Г. Основы механики космического полета. М.: Наука, 1990.
5. Коваленко А.Н., Королев В.С., Олехова Е.Ф. Оптимальные траектории перехода для отклонения опасных астероидов. // Международная конференция «Астероидная опасность -95». Тез. докладов. Том 2. Изд. ИТА РАН, СПб, 1995.
6. Королев В.С., Пахомов А.А. Моделирование движения и взаимного расположения системы космических тел. // Труды 35 научной конференции ПМ-ПУ «Процессы управления и устойчивость», СПб, СПбГУ, 2004. С. 205-210.
7. Королев В.С. Определение движения навигационных спутников с учетом возмущений. Вестник С-Петербур. Ун-та, сер.10, вып.3, 2004. С. 39-46.

Problems of Optimum Inspection of Asteroids by the Space Vehicle

V.S. Korolev

Saint Petersburg State University, Russia

Problems of a finding of optimum trajectories of inspection of the chosen set of asteroids are considered by the space vehicle. Inspection is understood as affinity of coordinates and a small deviation of speeds of an asteroid and the space vehicle during some moment of time.

ОПТИМИЗАЦИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ФУНКЦИЯМИ КРАВЧЕНКО-РВАЧЕВА

М.А. Крячко

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Россия

E-mail: mike_kr@mail.ru

Создание новых математических теорий и разработка на их основе методов решения задач исследований, расчет и оптимизация физических полей требует больших ресурсов ПЭВМ. Интерес к проблеме физических полей объясняется тем, что ими охвачен широкий круг направлений, таких как электродинамика, цифровая обработка сигналов, теория фильтрации, синтез спектрально-эффективных сигналов и т.д. Математическими моделями физических полей являются краевые задачи для уравнений с частными производными при определенных краевых и начальных условиях.

Решения краевых задач для уравнений в частных производных математической физики можно построить на основе атомарных функций Кравченко-Рвачева [1]. Атомарные функции можно рассматривать как сплайны бесконечной гладкости. Использование конечномерных линейных пространств линейных комбинаций сдвигов сжатий атомарных функций, при решении краевых задач для уравнений в частных производных математической физики вариационными и проекционными методами, способствовало исследованию аппроксимационных свойств этих пространств. Установлено, что линейные комбинации сдвигов атомарной функции, как аппарат приближения функций, сочетает достоинство многочленов и финитных сплайнов – универсальность и локальность.

Использование аппроксимирующих пространств, порожденных сжатиями и сдвигами на одной единственной финитной функции с хорошо локализованным преобразованием Фурье, характерно для приложений атомарных функций в численных методах и теории приближений функций [2].

Анализ любого упорядоченного набора численно зафиксированной информации, о каком либо процессе, объекте, функции и т.п. (т.е. сигнала, представленного функцией каких-либо переменных: временных, пространственных координат или других величин), предусматривает его чисто математическое преобразование и получение на основе этого преобразования выводов о специфике соответствующего процесса или объекта.

Построение численных алгоритмов решения краевых задач для функциональных, дифференциальных и интегральных уравнений, моделирующие различные физические процессы, непосредственно связано с рассмотрением различных способов дискретизации исходной задачи и установления оптимального из них. Анализ процедуры дискретизации в своих основах существенно опирается на теорию приближения функций. Краевые задачи должны обладать свойством корректности, т.е. их решение должно изменяться незначительно при малых изменениях входных данных. Некорректные задачи также должны обладать этим свойством, если правильно указать классы пространств и компактов в них, в которых следует отыскивать их решения.

Чтобы получить эффективные алгоритмы численного решения необходимо использовать всю априорную информацию о свойствах решения. Существенным здесь является использование такого представления приближенного решения, которое было бы наилучшим для рассматриваемого класса бесконечно дифференцируемых функций.

Следовательно, использование достижений теории приближений атомарными функциями в численных алгоритмах решения краевых задач, с одной стороны обогащают саму теорию приближений, а с другой стороны, позволяют конструировать оптимальные алгоритмы, конкурентоспособные по сравнению с известными процедурами численного анализа.

Методы оптимизации физических полей целесообразно строить, в ряде случаев, на основе метода Ньютона, теории неявных функций и эрмитовой интерполяции с помощью атомарных функций, что позволяет получить ряд преимуществ, а именно удобство вычислений, локальность и оптимальные аппроксимационные свойства.

Л и т е р а т у р а

1. Кравченко В.Ф., Лабунько О.С., Лерер А.М., Синяевский Г.П. Вычислительные методы в современной радиотехнике. М.: Физматлит, 2009. – 464 с.
2. Рвачев В.А. Финитные решения функционально-дифференциальных уравнений и их применения // Успехи математических наук. – 1990. – Т.45, вып.1 (271) . – С. 77-103.

Optimization of Physical Fields by Functions of Kravchenko-Rvachev

M.A. Kryachko

Saint Petersburg State Polytechnical University, Russia

The solution of boundary value problems for mathematical physics partial differential equations on the basis of atomic functions of Kravchenko-Rvachev.

ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ЦИЛИНДРЕ ПРОИЗВОЛЬНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

А.Ф. Крячко, В.М. Лихачев

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,

Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, Россия

E-mail: alex_k34.ru@mail.ru

Исследование вопросов дифракции электромагнитных волн на цилиндрических телах сложного поперечного сечения вызывает значительный интерес и остается, по-прежнему, актуальным. Это обусловлено тем, что полное и эффективное решение данной задачи в случае произвольной конфигурации рассеивающего тела не получено. Известны различные методы ее решения, применимые в том или ином диапазоне изменения волновых размеров объекта исследования: низкочастотном, резонансном и высокочастотном [1].

Рассмотрим два основных подхода решения указанной проблемы. В первом подходе граница цилиндрического тела с ребрами рассматривается как единый, сложный контур с изломами поверхности. Основной идеей второго подхода является представление цилиндрического тела как некоторого составного объекта, образованного «сшиванием» некоторых ключевых элементов. При этом каждый из этих элементов является отдельной гранью тела. Такими элементами могут выступать те рассеиватели, для которых известно строгое решение задачи дифракции. При таком подходе построение рассеянного поля на телах с ребрами тесно связано с задачей дифракции на N телах. Как следствие, результирующее поле, рассеянное таким телом представлено в виде суперпозиции полей, рассеянных каждой гранью тела.

Построим коротковолновую асимптотику для задач дифракции в случаях, когда лучевой метод [1] неприменим. Это могут быть задачи рассеяния на всевозможных негладких телах, таких как тела с ребрами и линиями разрыва кривизны, например, цилиндры сложного поперечного сечения. Будем считать, что на рассеивающее тело падает плоская волна.

Тогда предварительно найдем решение задачи дифракции для случаев, когда участок контура представляет собой отрезок прямой и участок дуги выпуклой либо вогнутой кривой. Для контура, являющегося отрезком прямой, используем результаты решения задачи дифракции плоской волны на полуплоскости [2]. Асимптотику поверхностной плотности тока на криволинейном участке контура найдем как скачок нормальной производной на границе асимптотики поля, являющегося решением задачи дифракции на искривленной полуплоскости в окрестности ее ребра. Выражение для дифракционного тока представим в виде суммы конечного числа слагаемых, обусловленных геометрическими, нормальными волнами и некоторого остатка. Для вычисления остатка используем асимптотическое разложение по параметру, связанному с приведенным расстоянием.

Далее получено асимптотическое разложение в задаче дифракции на клине с искривленными гранями. Решение вначале строится в окрестности ребра, а затем асимптотически продолжается вне окрестности ребра и основывается на интеграле Зоммерфельда для клина с плоскими гранями. Метод построения асимптотики рассматриваемой задачи состоит в вычислении рассеянного поля в виде суммы дифракционного и геометрического полей. Геометрическое поле найдено лучевым методом, а дифракционное поле построено в малой окрестности ребра, а затем продолжено вдоль ребра. Про этом дифракционное поле представлено в виде ряда, слагаемые которого представляют собой волны соскальзывания (для выпуклой грани) либо волны шепчущей галереи (для вогнутой грани). При этом, вычисляя дифракционный интеграл по вычетам в корнях функций Эйри, получим коэффициенты возбуждения соответствующих типов волн.

Л и т е р а т у р а

1. Бабич В.М., Булдырев В.С. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. – М.: Наука, 1972. – 456 с.

2. Филиппов В.Б. Дифракция на искривленной полуплоскости. // Записки научных семинаров ЛОМИ, 1974, т. 42, Математические вопросы теории распространения волн, № 6, с. 244-249.
3. Крячко А.Ф. Нелучевая асимптотика в задачах дифракции электромагнитных волн на цилиндрах произвольного поперечного сечения. // Физика волновых процессов и радиотехнические системы.- 2003.- т. 6, № 4, с. 29-33.

Diffraction of Electromagnetic Waves on the Cylinder of Any Cross-Section Section

A.F. Kryachko, V.M. Lihachyov

Saint Petersburg State Polytechnical University,

Military Academy of Space Engineering named after A.F. Mozhaisky, Russia

The high-frequency asymptotic decision of a problem of dispersion of a flat wave on the cylinder of any cross-section section is constructed.

ОБ ОДНОМ ЭФФЕКТЕ СВЕТОВОГО ДАВЛЕНИЯ В СИСТЕМЕ ЗЕМЛЯ–ЛУНА–ЧАСТИЦА

А.А. Пережогин

Московский государственный открытый университет, Россия

Email: peana@mail.ru

В 1961 г. появилось сообщение об открытии польским астрономом К. Кордылевским скоплений космической пылевой материи вблизи так называемых треугольных точек либрации системы Земля-Луна-частица. Позднее, при наблюдении с американского аппарата «Пионер», их существование подтвердилось. Интересно, почему модель ограниченной задачи трёх тел, которая даёт наличие таких устойчивых положений относительного равновесия, является приемлемой для объяснения существования обнаруженных скоплений при наличии четвёртого – самого крупного небесного объекта, каким является Солнце.

Большое число работ было посвящено исследованию гравитационного влияния Солнца на движение объекта вблизи треугольных точек либрации системы Земля-Луна. Результатом большинства исследований было построение орбит (в том числе и численным путем) значительно удаленных от классических точек либрации – до половины расстояния между Луной и Землей. Однако, как показали наблюдения (1975), размеры природных скоплений не превышают 0.1 указанного расстояния.

Расхождение теории и практики объясняется, на наш взгляд, тем, что модель ограниченной задачи трех тел неприменима к системе Земля – Луна при изучении движения объекта в окрестности треугольных точек либрации системы, если учитывается только гравитационное воздействие на объект со стороны Солнца. В самом деле, сила притяжения к Солнцу на расстоянии 1 а.е. почти в 177 раз превышает силу притяжения, воздействующую на аналогичный объект со стороны Луны на расстоянии, равном расстоянию между Землей Луной. И, как показало исследование Л. Сехнала (1960), Солнце нарушает устойчивость треугольных точек либрации системы Земля – Луна-частица.

Однако облака Кордылевского реально существуют именно в близкой окрестности классических треугольных точек либрации указанной системы и состоят, главным образом, из частиц космической пылевой материи. Именно такой состав облакоподобных образований и позволяет, на наш взгляд, в определенной степени объяснить наличие указанных скоплений в классических положениях относительного равновесия.

Как известно, результат действия силы светового давления Солнца на тело сводится к уменьшению эффективной массы последнего, что существенно зависит от его парусности – отношения «сечение/масса». Как показал анализ О. Струве (1941), космическая пыль в значительной своей доле представлена частицами с поперечником порядка 10^{-5} см, при котором фактор светового давления на частицу становится соизмеримым с фактором гравитационного притяжения.

Таким образом, можно предположить, что в окрестности классических треугольных точек либрации системы Земля-Луна-частица находятся материальные частицы таких размеров и плотностей, которые позволяют силе светового отталкивания, действующей на частицы, в значительной степени компенсировать силу гравитационного притяжения их к Солнцу. В таком случае Солнце само себя выводит из игры.

Можно далее допустить, что если в облаках Кордылевского и присутствуют более крупные тела, то они согласно проведенным ранее исследованиям находятся там лишь временно: часть тел постепенно уходит из окрестностей точек либрации, а на место ушедших приходят другие из окружающего пространства. Кроме того, вероятно, что их взаимные столкновения могут служить дополнительным источником пылевых частиц. Конечно, в природных скоплениях имеют место и другие явления кроме указанных, однако эффект светового давления, на наш взгляд, является существенным.

Сказанное относится и к космическим аппаратам, которые целесообразно запускать в указанные точки либрации. Для того, чтобы исключить влияние на них притяжения Солнца без значительных энергозатрат, необходимо, чтобы они обладали значительной парусностью. Сообщение об этом впервые появилось в работе Дж. Коломбо (1961).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№09-01-00468а).

On the One Effect of Solar Pressure in the Earth-Moon-Particle System

A.A. Perezhugin

Moscow State Open University, Russia

In this paper is considered the reasons of the existence of the dust moons of the Earth discovered in the triangular libration points of Earth-Moon-Particle system. The main reason of applying of the classic restricted circular three-body problem in this case is the existence of the radiation repulsion force acting upon a particle (in the indicated relative equilibrium positions in a rotating Cartesian system) on the part of the Sun.

ОБЛАСТЬ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ И ЕЕ ИССЛЕДОВАНИЕ В ОКРЕСТНОСТИ РЕЗОНАНСА 3:2 С ЮПИТЕРОМ В ОГРАНИЧЕННОЙ ПЛОСКОЙ КРУГОВОЙ ЗАДАЧЕ ТРЕХ ТЕЛ

Н.А. Петров

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: petrov@astro.spbu.ru

Границы области устойчивости движения вычислены с помощью комплекса программ в рамках модели ограниченной плоской круговой задачи трех тел Солнце-Юпитер-астероид в окрестности резонанса 3:2 аналогично работе [1], в которой изучался резонанс 2:1 с Юпитером. Масса Юпитера полагалась .000955 массы Солнца. Уравнения движения численно интегрировались методом Эверхарта на интервале времени 60000 лет.

Исследование области устойчивости движения астероида проводилось методом сечений двумерной поверхности в плоскости начальных кеплеровских элементов орбиты третьего тела - большой полуоси и эксцентриситета. Для функций двумерной поверхности выбирались различные геометрические параметры - изменения большой полуоси и эксцентриситета (min, max, разность), и динамические параметры - собственный период вращения, либрационный период и период векового движения линии апсид.

В результате исследований получено семейство периодических орбит, определены границы области устойчивости движения третьего тела. Большой численный материал представлен в виде графиков и двумерных рисунков. Сравнимые резонансные зоны 2:1 и 3:2 имеют как общие черты, так и некоторые отличия.

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам президента РФ для поддержки ведущих научных школ (грант НШ-3290.2010.2).

Л и т е р а т у р а

1. Петров Н.А., Зубарева О.В. Границы области устойчивости движения в ограниченной плоской круговой задаче трех тел в резонансной зоне 2:1 с Юпитером. //Астрономия 2006: традиции, настоящее и будущее. Рабочие материалы Научной конференции к 125-летию АО СПбГУ, Санкт-Петербург, 26-29 июня 2006 г.- СПб: Изд. НИИХ СПбГУ, 2006.- 32с., с. 17.

Stability Region Investigation for Asteroid Motion in the Restricted Planar Circular Three-Body Problem at 3:2 Resonance with Jupiter

N.A. Petrov

Saint Petersburg State University, Russia

Stability region investigation for asteroid motion are calculated at the interval of 60000 years. As the result of numerical integration the family of periodic orbits of an asteroid are obtained, stability region boundaries at 3:2 resonance are found. The large numerical results massive is presented by means of graphs and two-dimensional simulation figures. The comparison with the recently considered 2:1 resonance case shows both similarities and differences.

О ХАРАКТЕРИСТИКАХ ВОЗМОЖНЫХ СОУДАРЕНИЙ АСТЕРОИДОВ С ЗЕМЛЕЙ

Л.Л. Соколов, Г.А. Кутеева

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: lsok@astro.spbu.ru, gkut@rambler.ru

Астероид Апофис – один из опасных АСЗ с возможными резонансными возвратами к Земле. Благодаря резонансным возвратам движение становится практически недетерминированным и возникает множество возможных соударений. В Астрономическом Институте им. В.В. Соболева СПбГУ найдено около сотни возможных соударений Апофиса с Землей. Важные характеристики - минимальное геоцентрическое расстояние, относительные положения и размеры щелей, ведущих к соударениям – очень мало зависят от используемой модели движения планет (использовались модели DE405, DE423). Обсуждаются причины этой устойчивости характеристик соударений. Рассматриваемые результаты находятся в хорошем согласии с аналогичными результатами, полученными в НАСА.

Работа выполнена при финансовой поддержке Ведущей Научной Школы (грант НШ-3290.2010.2), гранта РФФИ 11-02-00232а, Программы проведения фундаментальных исследований СПбГУ по приоритетным направлениям (грант 6.37.110.2011).

On Characteristics of Possible Collisions of Asteroids with the Earth

L.L. Sokolov, G.A. Kuteeva

Saint Petersburg State University, Russia

Asteroid Apophis is one of dangerous NEO with possible resonant returns to Earth. Due to resonant returns the motion is practically undeterminable and many possible collisions arise. In the Sobolev Astronomical Institute SPbSU about one hundred possible collisions have been found. Important characteristics – minimum geocentric distances, relative positions and size of holes, leads to collisions – depend on the model of motion of planets (DE405, DE423 used) very small. We discuss the reasons for the stability of collisions characteristics. The results under discussion are in good agreement with similar results, derived NASA.

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ОРБИТАЛЬНЫМ ДВИЖЕНИЕМ В ОКРЕСТНОСТИ КОЛЛИНЕАРНОЙ ТОЧКИ ЛИБРАЦИИ

А.С. Шмыров, В.А. Шмыров

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: ashmyrov@yandex.ru, vasilyshmyrov@yandex.ru

В работе предлагается метод построения синтезирующей функции для управления орбитальным движением в рамках специально поставленной проблемы линейно-квадратичной оптимизации [1], [2]. Уравнения неуправляемого движения имеют вид [3], [4]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= y_1 + x_2, & \dot{y}_1 &= -\frac{3x_1}{\|x\|^3} + 2x_1 + y_2; \\ \dot{x}_2 &= y_2 - x_1, & \dot{y}_2 &= -\frac{3x_2}{\|x\|^3} - x_2 - y_1; \\ \dot{x}_3 &= y_3, & \dot{y}_3 &= -\frac{3x_3}{\|x\|^3} - x_3. \end{aligned} \quad (1)$$

где x_1 – ось направленная на Солнце, (x_1, x_2) – плоскость эклиптики, (y_1, y_2, y_3) – импульсы, $\|x\| = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{1/2}$. Уравнения (1) гамильтоновы с гамильтонианом

$$H(x, y) = \frac{1}{2}(y_1^2 + y_2^2 + y_3^2) - \frac{3}{\|x\|} - \frac{3}{2}x_1^2 + \frac{\|x\|^2}{2} + x_2y_1 - x_1y_2.$$

Свойства построенного управления исследуются для нелинейной динамической модели движения в окрестности коллинеарной точки либрации L_1 . Решение уравнений орбитального управляемого движения графически иллюстрируется, приводятся числовые характеристики управляющих воздействий и соответствующих траекторий.

Л и т е р а т у р а

1. Зубов В.И. Лекции по теории управления. М.: Наука, 1975. 495 с.
2. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. М.: Высшая школа, 2003. 615 с.
3. Шмыров В.А. Стабилизация управляемого орбитального движения космического аппарата в окрестности коллинеарной точки либрации L_1 // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10: Прикладная математика, информатика, процессы управления. 2005. Вып. 2. С. 193-199.
4. Шмыров А.С., Шмыров В.А. Об асимптотической устойчивости по отношению к части переменных орбитального движения космического аппарата в окрестности коллинеарной точки либрации // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10: Прикладная математика, информатика, процессы управления. 2009. Вып. 4. С. 250-257.

The Synthesis of Optimal Control of Orbital Movement in a Neighborhood of Collinear Libration Point

A.S. Shmyrov, V.A. Shmyrov

Saint Petersburg State University, Russia

The synthesis control function of orbital movement in a neighborhood of collinear libration point L_1 is constructed. The numerical characteristics of movement trajectories and controllable influences are presented.

III

ГИДРОАЭРОМЕХАНИКА

MECHANICS OF FLUIDS AND GASES

SOLVABILITY THEOREM TO A UNIMOLECULAR HETEROGENEOUS REACTION MODEL

A. Ambrazevičius

Vilnius University, Lithuania

E-mail: algirdas.ambrazevicius@mif.vu.lt

A mathematical model of a unimolecular heterogeneous catalytic reaction is considered in the case when the adsorbate can diffuse along the surface of a catalyst and the desorption of the reaction product from the surface of the adsorbent is instantaneous. The model is described by the coupled system of parabolic equations. The existence and uniqueness theorem of the classic solution is proved.

References

1. Ambrazevičius A. Solvability of a Coupled System of Parabolic and Ordinary Differential Equations // *Centr. Eur. J. Math.*, 2010, 8(3), 537-547.
2. Ambrazevičius A. Existence and Uniqueness Theorem to a Unimolecular Heterogeneous Catalytic Reaction Model // *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, 2010, Vol. 15, No. 4, 405-421.

CALCULATION OF RAREFIED GAS FLOW AROUND ROUGH BODIES

M.V. Anolik

Saint Petersburg State University, Russia

E-mail: galina_a0@mail.ru

Surface roughness is one of essential factors which bring influence on aerodynamical characteristics of bodies in rarefied gas flow [1–4]. A rough surface is simulated by homogeneous isotropic differentiable Gaussian random field with given statistical characteristics. The problem of rarefied gas reflection from a rough surface is reduced to evaluation of some continual integrals [5–7]. The approximation of these path integrals by multiple ones allows us to obtain their upper bounds. Arising multiple integrals are evaluated by the Monte Carlo method using dependent samples and also some other technique for reducing the storage size and run time. The results are compared with lower bounds obtained by means of the Rice series [4–7]. In case of single and both single and twofold reflections the calculation is carried out for specular and diffuse scattering function in a small area. The exchange and aerodynamical resistance coefficients for rough bodies of the simplest shape (sphere, cylinder, cone) are calculated in a free molecular flow under different normalization of numerically found scattering function on a rough surface [8–9].

In present time two methods are used for the calculation of aerodynamical characteristics of bodies of complicated shape in transitional flow regime: the local method [10–12] and Direct Simulation Monte Carlo (DSMC) [13]. The local method is applied on the stage of preliminary designing of flying vehicles, DSMC is applied on detailed investigation. The local method allows us to determine the aerodynamical characteristics for any convex axisymmetrical rough bodies in transitional flow regime [14]. In case of DSMC it is recommended to use the scattering function on a rough surface, numerically founded in [9].

References

1. Barantsev R.G. *Rarefied Gas Aerodynamics*, 1, (1963), pp. 107–151 (Russian).
2. Barantsev R.G. *Progress in Aerospace Science*, 13, (1972), pp. 1–80.
3. Barantsev R.G. *Rarefied Gas-Surface Interaction*, Nauka, Moscow, 1975 (Russian).
4. Aksenova O.A., Khalidov I.A. *Surface Roughness in Rarefied Gas Dynamics: Fractal and Statistical Models*, VVM, St.Petersburg, 2004 (Russian).
5. Anolik M.V., Miroshin R.N. *Leningrad University Vestnik*, 7, (1971), pp. 52–55 (Russian).
6. Anolik M.V., Miroshin R.N. *Calculation Methods*, 7, (1971), pp. 76–96 (Russian).
7. Anolik M.V. *Proc. of the International Conference on Mathematical Methods in Science and Technology*, Vienna, 1995, pp. 138–150.
8. Anolik M.V., Khabalov V.D., Khalidov I.A. *Proc. of the XX International Symposium on Rarefied Gas Dynamics*, Peking University Press, Peking, 1997, pp. 422–427.
9. Anolik M.V. *Proc. of the XXV International Symposium on Rarefied Gas Dynamics*, Novosibirsk, 2007, pp. 709–714.

10. Alekseeva E.V., Barantsev R.G. The Local Method of Aerodynamical Calculation in Rarefied Gas, Leningrad University Press, Leningrad, 1976 (Russian).
11. Khalidov I.A., Miroshin R.N. The Local Interaction Theory, Leningrad University Press, Leningrad, 1991 (Russian).
12. Khalidov I.A., Miroshin R.N. The Local Methods in Continuum Mechanics, St. Petersburg University Press, St. Petersburg, 2002 (Russian).
13. Bird, G.A. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows, Oxford, Clarendon Press, 1994.
14. Anolik M.V. Proc. of the XIX International Symposium on Rarefied Gas Dynamics, Oxford University Press, Oxford, 1995, pp. 864–870.

MATHEMATICAL MODEL OF COMPRESSIBLE NON-ISOTHERMAL FLOW OF MULTI-COMPONENT NATURAL GAS MIXTURE IN A PIPE

E. Burlutskiy

Institute of High Performance Computing, Singapore

E-mail: burlutskiye@ihpc.a-star.edu.sg, e.burlutskiy@petrosoft-dc.com

Numerical analysis based on mathematical modeling of multiphase flow in a pipe significantly speeds-up the process of pipeline designing and makes it more safe and efficient. It helps researchers to design pipelines with maximum efficiency especially in the case of extreme ambient conditions (i.e. very low temperature, very high pressure, high seismic activity etc.).

The paper presents a one-dimensional transient mathematical model of compressible non-isothermal multi-component gas mixture flow in a pipe. The set of the mass, momentum and enthalpy conservation equations for gas phase is solved in the model. Thermo-physical properties of multi-component gas mixture are calculated by solving the Equation of State (EOS) model. The Soave-Redlich-Kwong (SRK-EOS) model is chosen. Gas mixture viscosity is calculated on the basis of the Lee-Gonzales-Eakin (LGE) correlation. The mathematical model is implemented into the FORTRAN computer code. The algorithm of solving of the set of one-dimensional transient governing equations of gas mixture phase flow in a pipe is based on the Tri-Diagonal Matrix Algorithm (TDMA), also known as the Thomas algorithm [1].

Numerical analysis of rapid gas decompression process in rich and base natural gases is made on the basis of the proposed mathematical model. The model is successfully validated on the experimental data of Botros [2]. The proposed mathematical model shows a very good agreement with the experimental data [2] in a wide range of pressure values (10.41 MPa, 13.8 MPa and 20.67 MPa) and predicts the decompression in rich and base gas mixtures much better than the analytical model (GASDECOM code). The proposed model shows a good agreement with 3D CFD (ANSYS/FLUENT code) calculations of rapid gas decompression in pure nitrogen case as well.

The presented model is highly necessary and useful in the pipeline designing and in the flow assurance investigation. The minimum of fracture arrest toughness of the pipe wall material may be determined on the basis of the Battelle two-curve method with taking into account of the proposed model together with fracture propagation speed model. The influence of temperature, pressure, fluid composition, and pipeline diameter is quickly examined by using of the presented mathematical model.

References

1. Patankar S. Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere Publishing, New York, 1980.
2. Botros K.K., Studzinski W., Geerligs J., Glover A. Measurement of decompression wave speed in rich gas mixtures using a decompression tube. American Gas Association Proceedings, AGA-2003.

MATHEMATICAL MODELING OF COMPRESSIBLE TWO-PHASE FLOW OF GAS-LIQUID MIXTURE IN PIPES

E. Burlutskiy

Institute of High Performance Computing, Singapore

E-mail: burlutskiye@ihpc.a-star.edu.sg, e.burlutskiy@petrosoft-dc.com

A mathematical modeling of multiphase flow in pipes under real transport operating conditions is very helpful and very important direction in oil and gas engineering. Usage of engineering software increases the efficiency and safety of oil and gas transport for less money and time.

The paper presents a one-dimensional transient mathematical model of compressible multi-phase flow of non-isothermal multi-component gas mixture and liquid in pipes. The set of the mass, momentum and enthalpy conservation equations for gas and liquid phases is solved in the model. Thermo-physical properties of multi-component gas mixture and liquid are calculated by solving the Equation of State (EOS) model. The Soave-Redlich-Kwong (SRK-EOS) model is chosen for both phases. Gas mixture viscosity is calculated on the basis of the Lee-Gonzales-Eakin (LGE) correlation. Liquid viscosity is calculated by using the modified LGE correlation [1], which accounts for the influence of heavy components in the fluid composition. The mathematical model is implemented into the FORTRAN computer code and is named the Transient Multiphase Program for pipe flows (TMP-pipe code). The algorithm of solving of the set of one-dimensional transient governing equations of gas and liquid phases flow in pipes is based on the Tri-Diagonal Matrix Algorithm (TDMA), also known as the Thomas algorithm [2]. The model is validated on the experimental data of Botros [3], where the decompression wave speed in natural gases is measured, by assuming a zero liquid fraction in the flow. The proposed mathematical model shows a very good agreement with the experimental data [3]. Numerous simulations of two-phase flows in a pipe are performed using the presented model.

The proposed model is very useful in numerous oil and gas multiphase flow assurance investigations, where both gaseous and liquefied phases are non-isothermal compressible multi-component fluids. Dry and base natural gas usually contains a relatively high volume fraction of liquefied fluid, when it is transported in pipelines from sources to refineries. Presence of liquid phase significantly affects on the flow behavior in general and on the decompression wave speed when rupturing particularly. The influence of temperature, pressure, fluid composition, pipeline diameter, and water/oil presence on the flow behavior is quickly examined by using of the presented mathematical model. Moreover, simulations, which are made by using the presented mathematical model, are quick in time and allow simulating of large-scale pipes and shock tubes having a few meters or even kilometers in length.

References

1. Elsharkawy A.M. Efficient methods for calculations of compressibility, density and viscosity of natural gases, Fluid Phase Equilibria, 218, pp. 1-13, 2004.
2. Patankar S. Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere Publishing, New York, 1980.
3. Botros K.K., Studzinski W., Geerligs J., Glover A. Measurement of decompression wave speed in rich gas mixtures using a decompression tube. American Gas Association Proceedings, AGA-2003.

ON THE KINETICS OF UNIMOLECULAR HETEROGENEOUS REACTIONS ONTO PLANAR SURFACES

P. Katauskis, V. Skakauskas

Vilnius University, Lithuania
E-mail: pranas.katauskis@mif.vu.lt

We investigate two-dimensional in space mathematical models of the kinetics of unimolecular heterogeneous reactions proceeding onto planar surfaces. The models are based on Langmuir-type kinetics of the adsorption, desorption, and reaction including the surface diffusion of the adsorbate, surface diffusion of the product before its desorption, and slow desorption of the product from the adsorbent. It is also assumed that the reactant diffuses towards an adsorbent from a bounded vessel and the product diffuses from the adsorbent into the same vessel. Diffusivity of all species and kinetic coefficients are assumed to be constants.

The numerical simulation was carried out using the finite difference technique for four models: one model neglects the surface diffusion of the adsorbate and product, the second one includes the surface diffusion of the adsorbate and product, the third of them includes the surface diffusion of the adsorbate and neglects diffusion of the product along the surface, and the last one neglects the surface diffusion of the adsorbate and includes diffusion of the product along the adsorbent. By changing input parameters effects of the surface diffusion of the adsorbate and product and the slow desorption of the product are studied numerically.

References

1. V. Skakauskas, P. Katauskis. Numerical study of the kinetics of unimolecular heterogeneous reactions onto planar surfaces // *Journal of Mathematical Chemistry*, 2011, DOI: 10.1007/s10910-011-9901-9, in press.

THE H-THEOREM FOR THE DISCRETE QUANTUM KINETIC EQUATIONS AND FOR ITS GENERALIZATIONS

V.V. Vedenyapin¹, S.Z. Adzhiev²

¹*Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow,*
²*Lomonosov Moscow State University, Russia*
E-mail: vicveden@yahoo.com, adzhiev@nm.ru

The *H*-theorem for generalization of equations of chemical kinetics is proved. Important physical examples of such generalization: the discrete velocity models of the quantum kinetic equations and the quantum Markov process, are considered. The coincidence of time means with the Boltzmann extremals for Liouville equation's type is proved. It is shown, that «the Boltzmann procedure» of variation of entropy, leads to «the Boltzmann formula», [1] is applicable to both the Boltzmann equation and its discrete velocity models, as well as to the equation of continuity and to the Markov processes and its non-linear generalizations of chemical kinetics' type.

Let consider the system of equations:

$$df_i/dt = \sum_{(\alpha, \beta) \in \mathfrak{S}} (\beta_i - \alpha_i) \sigma_{\beta}^{\alpha}(\mathbf{f}) K_{\beta}^{\alpha} e^{(\alpha, \nabla G(\mathbf{f}))}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

where $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ and $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ – vectors with integer-valued nonnegative components, and summation leads on certain finite set \mathfrak{S} of multiindexes (α, β) , symmetric under permutations α and β ; $\sigma_{\beta}^{\alpha}(\mathbf{f})$, $G(\mathbf{f})$ – given functions from $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)$, $\sigma_{\beta}^{\alpha}(\mathbf{f}) = \sigma_{\alpha}^{\beta}(\mathbf{f}) > 0$; $K_{\beta}^{\alpha} \geq 0$.

If in (1) $\sigma_{\beta}^{\alpha}(\mathbf{f})$ is independent on \mathbf{f} and $\partial G(\mathbf{f})/\partial f_i = \ln f_i$, then we have chemical kinetics' system of equations. The principle of detailed balance and the condition of dynamic equilibrium (the principle of unitarity, the Stuckelberg–Batishcheva–Pirogov condition) are considered in chemical kinetics [2–5].

We formulate the generalization of the principle of detailed balance for systems (1) and the generalization of the Stuckelberg–Batishcheva–Pirogov principle on the case of systems (1) with independent on \mathbf{f} $\sigma_{\beta}^{\alpha}(\mathbf{f})$. We prove the *H*-theorem in these cases, and it turns out that the *H*-function (a functional of type of entropy, decreasing on non-stationary solutions) is defined by the equation: $H(\mathbf{f}) = G(\mathbf{f}) - (\nabla G(\xi), \mathbf{f})$. The *H*-theorem for the symmetrical case: $\sigma_{\beta}^{\alpha}(\mathbf{f}) K_{\beta}^{\alpha} = \sigma_{\alpha}^{\beta}(\mathbf{f}) K_{\alpha}^{\beta}$, was considered [5].

It is considered a new form of the H -theorem in researches of H. Poincare [6], V.V. Kozlov [7] and D.V. Treshchev [8]: the entropy of the time average is not less than the entropy of the initial distribution for the Liouville equation. The concept of the Boltzmann extremal works there also: we prove that time (Cesaro) averages coincide with the Boltzmann extremals [9, 10]. And that makes the concept of the Boltzmann extremal generally mathematical and fundamental both as search method of stationary solutions of wide class of equations both linear of Liouville equation's type and nonlinear, and as broad generalization of the concept of entropy.

The work was financially supported by the grant of the Russian Foundation for Basic Research (grant 11-01-00012) and by Program of the mathematical sciences' Department of RAS 3.5.

References

1. Boltzmann L. Weitere Studien über das Wärmegleichgewicht unter Gasmolekülen. Wien: Akad. Sitzungsber, 1872. Bd. 66. S. 275–370.
2. Lifschitz E.M., Pitaevskii L.P. The physical kinetics. Series: The theoretical physics. V. X. M.: Nauka, 1979 (in Russian).
3. Batishcheva Ya.G., Vedenyapin V.V. The 2-nd law of thermodynamics for chemical kinetics // Matem. Mod. 2005. 17:8, pp. 106–110 (in Russian).
4. Malyshev V.A., Pirogov S.A. Reversibility and irreversibility in stochastic chemical kinetics // Russian Math. Surveys. 2008. 63:1, pp. 1–34.
5. Vedenyapin V.V. The kinetic theory by Maxwell, Boltzmann and Vlasov. Moscow: publishing house of the Moscow state regional university, 2005 (in Russian).
6. Poincare H. Remarks on kinetic theory of gases. // Poincare H. Selected works. V. 3. Moscow, 1974 (in Russian).
7. Kozlov V.V. Thermal equilibrium in the sense of Gibbs and Poincare. Moscow–Izhevsk: Institute of Computer Science, 2002 (in Russian).
8. Kozlov V.V., Treshchev D.V. Weak convergence of solutions of the Liouville equation for nonlinear Hamiltonian systems // Theoret. and Math. Phys. 2003. 134:3. pp. 339–350.
9. Vedenyapin V.V. Time Averages and Boltzmann Extremals // Doklady Mathematics. 2008. V. 78. № 2. pp. 686–688.
10. Adzhiev S.Z., Vedenyapin V.V. Time Averages and Boltzmann Extremals for Markov Chains, Discrete Liouville Equations, and the Kac Circular Model // Computational Math. and Math. Physics. 2011. V. 51. № 11. pp. 2063–2074.

ЭФФЕКТЫ ПЕРЕМЕНЫ ЗНАКА И НЕМОНОТОННОСТИ ПОТОКА ЭНЕРГИИ В ЗАДАЧЕ КУЭТТА

А.А. Абрамов, А.В. Бутковский

Центральный Аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, г. Жуковский, Россия

E-mail: abramova@progtch.ru, albutkov@mail.ru

Известно, что зависимость потока энергии между пластинами, разделенными покоящимся газом, от отношения их температур t в свободномолекулярном режиме имеет максимум при $t = 0.25$ [1]. Обобщая этот результат на случай течения Куэтта находим

$$Q = -2\pi^{-1/2} t^{1/2} (t^{1/2} + 1)^{-1/2} (t - 1 - \kappa M^2 / 4) \text{ и}$$

$$t_{\max} = 0.25 \left\{ \left[1 + 0.5\kappa M^2 \left(1 + \sqrt{1 + 4\kappa^{-1} M^2} \right) \right]^{1/3} + \left[1 + 0.5\kappa M^2 \left(1 + \sqrt{1 + 4\kappa^{-1} M^2} \right) \right]^{-1/3} - 1 \right\}^2.$$

Здесь $Q = E(kT_2 c n_{cp})^{-1/2}$, $M = U_2 (\kappa R T_2)^{-1/2}$, $c = (2kT)^{1/2} m^{-1/2}$, $t = T_1 T_2^{-1/2}$, где E – поток энергии, передаваемый нижней пластине; T_1 и T_2 – температуры нижней и верхней пластин соответственно U_2 – скорость движения верхней пластины; R – газовая постоянная; k – постоянная Больцмана; m – масса молекулы; κ – показатель адиабаты; n_{cp} – средняя плотность газа между пластинами.

Результаты расчетов $Q(t)$, проведенные методом прямого статистического моделирования для псевдомаксвелловских молекул при различных числах Kn показывают, что при малых Kn зависимость $Q(t)$ становится монотонной. Это является следствием того, что при $Kn \rightarrow 0$ течение газа стремится к навье-стоксовскому, в котором $Q(t)$ монотонна.

Зависимости $Q(Kn)$, полученные при малых t имеют локальный максимум, исчезающий с увеличением t . Анализ полученных результатов показывает, что эффект немонотонности связан с наличием в течении двух групп молекул с сильно различающимися средними скоростями.

На рисунке представлены зависимости $Q(Kn)$ при $M = 1$ и различных значениях t : 1-4 – $t=1.3$; 1.38; 1.46; 1.54. В рассматриваемых случаях модуль потока энергии вначале с увеличением Kn возрастает, как и следовало ожидать, в соответствии с элементарной кинетической теорией для режимов течения близких к сплошносредному. Затем, достигнув максимума в переходной области, он начинает уменьшаться.

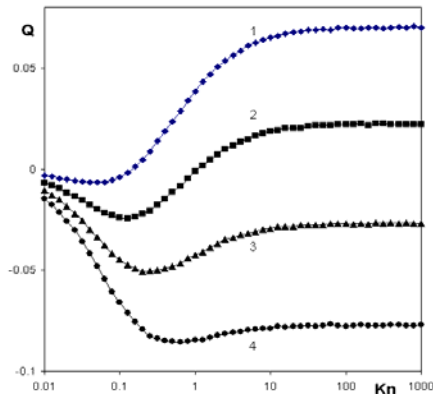


Рис.1. Зависимость потока энергии от числа Кнудсена.

Дальнейшее увеличение числа Кнудсена приводит к тому, что поток энергии меняет знак, приближаясь к своему свободномолекулярному значению при $Kn \gg 1$. Это связано с тем, что в навье-стоксовском и в свободномолекулярном пределах тепловой поток меняет знак при различных значениях t . Таким образом, изменение знака потока энергии, передаваемой нижней пластине в течении Куэтта может происходить не только вследствие нагрева пластин или изменения их относительной скорости, но и за счет изменения расстояния между пластинами или средней плотности газа между ними. Причем зависимость модуля потока тепла от числа Kn , в указанном температурном диапазоне немонотонна.

Л и т е р а т у р а

1. Фридлиндер О.Г. Теплопередача в сильно разреженном газе// Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. №1. С.195-198.

Effects of Sign and Nonmonotonic Energy Flow at Couette Flow Problem

A.A. Abramov., A.V. Butkovsky
Central Aerohydrodynamic Institute, Zhukovsky, Russia

We study influence of relative speed of upper plate on value and location of maximum of energy flux to lower plate in free molecular mode at Couette flow problem. We consider dependence of energy flux on Knudsen number. It is shown, that this dependence also has a local extremum if a ratio of surfaces temperatures is small. Nonmonotonic effect is closely connected to the presence of two groups of molecules with very different average speed. It is shown, that in certain interval of ratios of plates temperatures energy flux reaches a local extremum and then changes its sign, if Knudsen number increases. Therefore it is found that energy flux changes its sign, if Knudsen number changes.

О ДОПУСТИМЫХ ГРАНИЦАХ В ЗАДАНИИ КРАЕВОГО ЭФФЕКТА ЗА СКАЧКОМ УПЛОТНЕНИЯ

А.Л. Адрианов

*Институт космической техники Сибирского государственного аэрокосмического
университета им. академика М.Ф. Решетнева,
Институт математики Сибирского федерального университета, Красноярск, Россия
E-mail: adrian_al@mail333.com*

В настоящем докладе основное внимание уделяется изучению влияния *краевого эффекта* (КЭ) за скачком уплотнения (СУ) на эволюцию самого скачка. Выявляются *допустимые границы* в задании КЭ, как в идеальном, так и в вязком случае, в рамках математической модели [1] на основе *обобщенных дифференциальных соотношений* (ОДСС) на СУ, учитывающих фактор *вязкости-теплопроводности* (ВТ) асимптотически [2]; вводятся понятия *инварианта* [3] и *угла Ускова*. Необходимость в использовании термина КЭ вызвана нестандартной постановкой задачи для исследуемого ударного течения и лишь частичным смысловым совпадением с термином *краевое (граничное) условие*, используемым, как правило, при решении краевых задач. КЭ имеет смысл дифференциального источникового члена в каждой точке задней поверхности СУ, схематизированного поверхностью *сильного газодинамического разрыва*, и имеет отношение к продолженной системе соответствующих законов сохранения. КЭ может совпадать с реальным *краевым условием* за СУ, например, когда он присоединен к границе области (известна кривизна стенки или закон изменения давления вдоль нее), а может и не совпадать. В последнем случае можно говорить лишь о *модельной кривизне* такого СУ [4]. Как гладкий источник рассматривается и невозмущенный сдвиговый слой, куда проникает, а затем там эволюционирует СУ. При этом также отключен механизм ВТ вдоль линии тока и за СУ. Эти допущения и соответствующая постановка задачи позволяет рассматривать фронт СУ, проникающий в слой вязкого теплопроводного или идеального газа, как траекторию условной «частицы» в *подходе Лагранжа* и произвести редукцию исходной начально-краевой задачи для уравнений *Навье-Стокса* к задаче *Коши* для системы ОДУ [1]. Существенно, что в процессе ее интегрирования удается обходиться без поточечной постановки *обобщенных* или *обычных условий на скачке*: они с высокой точностью выполняются уже автоматически: постановка их требуется только в начальной точке СУ, откуда начинается его эволюция.

Влияние КЭ на эволюцию СУ изучается в рамках универсального способа замыкания ОДСС – с помощью *дифференциальной связи*, параметры которой могут принимать, казалось бы, произвольные значения [5]. Однако имеются ограничения (*допустимые границы*), обсуждаемые в настоящем докладе.

Л и т е р а т у р а

1. Адрианов А.Л. Математическое моделирование ударных течений вязкого теплопроводного газа на основе асимптотической модели // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2010. Вып. 4. С. 10–26.
2. Адрианов А.Л. Обобщенные дифференциальные соотношения на скачке уплотнения // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2009. Вып. 4. С. 22–30.
3. Адрианов А.Л., Старых А.Л., Усков В.Н. Интерференция стационарных газодинамических разрывов. Новосибирск: ВО «Наука». Сибирская издательская фирма, 1995. 180 с.
4. Адрианов А. Л. О модельной кривизне скачка уплотнения в неравномерном потоке // Вычислительные технологии. 2000. Т. 5, № 6. С. 3–14.
5. Адрианов А.Л. О взаимовлиянии краевого эффекта и фактора вязкости-теплопроводности в задаче проникновения скачка уплотнения в сдвиговый слой // Труды XII международного семинара «Супервычисления и математическое моделирование» /Под ред. Р.М. Шагалиева. Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2011. 418 с., С. 9–17.

About Admissible Borders at the Assigning of Boundary Effect behind of Shock Wave

A.L. Adrianov

ICT of SibSAU named after Academician M.F. Reshetnev, IM of SFU, Krasnoyarsk, Russia

In the present report, the basic attention is given studying of influence of *boundary effect* (BE) behind shock wave (SW) on evolution of the shock. *Admissible borders* at the assigning of BE, both in ideal, and in a viscous case in frame of original mathematical model constructed on the basis of *extended differential relations* on SW, asymptotically considering the factor of *viscosity-heat conductivity* come to light; concepts of *Uskov's invariant* and *angle* are introduced.

ВЛИЯНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ШЕРОХАТОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ТЕЧЕНИЕ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА В КАНАЛЕ

О.А. Аксенова, И.А. Халидов, В.И. Свиридович

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: olga.a.aksenova@gmail.com, iskander.khalidov@gmail.com

Анализ зависимости макропараметров потока газа от шероховатости поверхности и от геометрической формы области произведен на основе статистического подхода к численному моделированию отражения атомов газа от шероховатых стенок в областях микроскопических размеров (щелях, зазорах, капиллярах и т.п.), разработанного в [1] – [4]. Траектории атомов газа рассчитываются методом Монте-Карло на базе усовершенствованного алгоритма моделирования скоростей отраженных атомов газа [3] – [4]. Вид взаимодействия атомов газа с поверхностью считается определенным известными функциями углов падения и вылета атомов газа аналогично теории локального взаимодействия [1], [2]. Гауссовское случайное поле, моделирующее шероховатость, характеризуется основным параметром σ_1 , представляющим собой среднее квадратичное отклонение тангенса угла наклона шероховатой поверхности относительно ее среднего уровня [5]. Сужение канала в середине и расширения к концам задают его геометрическую форму с параметром b , определяющим степень сужения.

Рассмотрены зеркально-диффузное рассеяние и лучевое отражение – наиболее употребительные модели рассеяния атомов газа на поверхности [2]. Параметры, включающие зависимость от статистических характеристик шероховатости, представлены в виде континуальных интегралов по множеству реализаций моделирующей шероховатость случайного поля. Это позволяет вводить поправки на шероховатость, минимально используя зависимость от физических параметров течения. Полученные континуальные интегралы определены при расчете на основе предложенного ранее разложения оператора шероховатости [3] и найдены численно аналогично интегралам, вычисленным ранее в задачах внешнего обтекания [1].

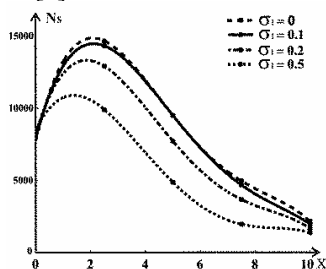


Рис. 1.

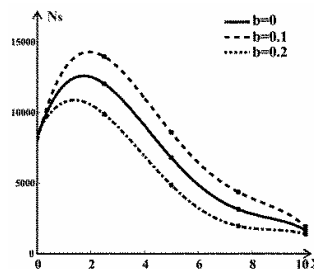


Рис. 2.

На рис. 1–2 представлены наиболее характерные полученные результаты – зависимости численной плотности N_s потока атомов газа от параметра шероховатости σ_1 и от величины b .

Преимущество в скорости расчета в реализуемом подходе заметно как по сравнению с результатами наших прежних расчетов на базе фрактальной модели [1], так и по сравнению с расчетами других авторов на основе более простых моделей шероховатости (например, [6]). Это преимущество достигается за счет предварительного вычисления континуальных интегралов, характеризующих влияние шероховатости. Поэтому отпадает необходимость моделирования формы шероховатой поверхности в процессе расчета, что и дает значительную экономию расчетного времени.

Л и т е р а т у р а

1. Аксенова О.А., Халидов И.А. Шероховатость поверхности в аэродинамике разреженного газа: фрактальные и статистические модели. Издательство ВВМ С.-Петербургского университета. 2004. 120 с.
2. Мирошин Р.Н., Халидов И.А. Локальные методы в механике сплошных сред. Изд-во С.-Петербургского ун-та, 2002. 304 с.
3. Аксенова О.А., Халидов И.А. Использование ряда Райса в численных расчетах аэродинамики шероховатых тел в разреженном газе // Аэродинамика / Под ред. Р.Н. Мирошина / СПб., 2003. С. 148–166.
4. Aksenova O.A., Khalidov I.A. Influence of Surface Roughness on Micro-Scale Rarefied Gas Flows // Proc. of XXVI Int. Symposium on Rarefied Gas Dynamics. Kyoto, 2008. Ed. Takashi Abe. Melville, New York, 2009. P.677-681.
5. Мирошин Р.Н. Пересечения кривых гауссовскими процессами. Л., 1981. 212 с.
6. Gimelshein N.E., Duncan J., Lilly T.C., Gimelshein S.F., Ketsdever A.D., Wysong I.J., in Proc. of XV Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics, Ed. M.S.Ivanov, A.K.Rebrov, Novosibirsk, 2007, 695-702.

Influence of Statistical and Geometrical Parameters of Rough Surface on Rarefied Gas Flow in a Channel

O.A. Aksenova, I.A. Khalidov, V.I. Sviridivich

The dependence of the macro-parameters of rarefied gas molecular flow in a channel on surface roughness of the walls [1-6] and on geometrical shape of the channel is studied numerically.

УСТОЙЧИВОСТЬ ЗАКРУЧЕННОГО ТЕЧЕНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЕ

С.П. Актершев, П.А. Куйбин

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск, Россия

E-mail: sergey-aktershev@mail.ru

Исследуется устойчивость закрученного течения вязкой несжимаемой жидкости в трубе с компонентами вектора скорости $V_r = 0$, $V_z = U(r)$, $V_\phi = W(r)$. Малые возмущения скорости и давления вида $\{\bar{V}_z, \bar{V}_r, \bar{V}_\phi, \bar{p}\} = \{F, iS, H, P\} \exp[i(\alpha z + n\phi - \alpha ct)]$ определяются из системы уравнений [1]:

$$\frac{1}{i\text{Re}} [r(rF')' - n^2 F] = r^2 (\gamma + \alpha^2 / i\text{Re}) F + \alpha r^2 P + r^2 S U', \quad (1)$$

$$\frac{1}{i\text{Re}} [r(rS')' - (n^2 + 1)S - 2nH] = r^2 (\gamma + \alpha^2 / i\text{Re}) S + 2rHW - r^2 P', \quad (2)$$

$$\frac{1}{i\text{Re}} [r(rH')' - (n^2 + 1)H - 2nS] = r^2 (\gamma + \alpha^2 / i\text{Re}) H + r^2 S(W' + W/r) + rnP, \quad (3)$$

$$\alpha r F + (rS)' + nH = 0. \quad (4)$$

Здесь α – волновое число, n – целое число (мода возмущения), c – комплексная скорость распространения возмущения, $F(r)$, $S(r)$, $H(r)$, $P(r)$ – комплексные амплитудные функции, $\gamma = \alpha(U - c) + nW/r$.

Решение уравнений (1)-(4) с соответствующими граничными условиями существует только для определенных, собственных значений c . Уравнения решаются с помощью разложения искомых функций в ряд по степеням r . Коэффициенты ряда вычисляются из рекуррентных соотношений, полученных из дифференциальных уравнений. Таким образом, удается избежать трудностей, связанных с численным интегрированием дифференциальных уравнений с особой точкой $r = 0$. В качестве примера решена задача устойчивости течения Пуазейля во вращающейся трубе [2] с полем скорости $U = 1 - r^2$, $W = qr$. В асимптотике $\alpha = 0$ получена аналитическая формула для собственных значений c .

Л и т е р а т у р а

1. Ахметов В.К., Шкадов В.Я. Численное моделирование вязких вихревых течений для технических приложений. М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2009. 176 с.
2. Mackrodt P.A. Stability of Hagen-Poiseuille with superimposed rigid rotation // J. Fluid Mech. 1974. V. 73. P. 153-164.

Stability of the Swirling Flow in a Pipe

S.P. Aktershev, P.A. Kuibin

S.S. Kutateladze Institute of Thermophysics, Siberian Division, RAS, Novosibirsk, Russia

Stability of the swirled flow of a viscous incompressible fluid in a pipe is explored. The differential equations for small perturbations of velocity and pressure are solved by series development of required functions on extents r . Series coefficients are computed by the recurrent relationships gained from the differential equations. Thus, it is possible to avoid the difficulties connected with a numerical integration of the differential equations with singular point. As an example the problem of stability of Poiseuille flow in a rotating pipe is solved. In asymptotic $\alpha = 0$ the analytical formula for eigenvalues c is gained.

КИНЕТИКА ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ОПТИЧЕСКОМ ЗОНДИРОВАНИИ ОБТЕКАНИЯ ТЕЛ АЭРОДИСПЕРСНЫМ ПОТОКОМ

И.А. Амелюшкин

Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, г. Жуковский, Россия
E-mail: Amelyushkin_Ivan@mail.ru

Кинетика излучения при зондировании «лазерным ножом» аэродисперсных течений [1] определяется сложным взаимодействием света с дисперсной фазой. Сложность решения уравнения переноса излучения в мутной среде связана с тем, что направление переноса энергии постоянно меняется, и диспергированные частицы многократно переизлучают между собой попавшую на них лучистую энергию. Кроме того, при оптическом зондировании обтекания тел, последние могут отразить попавшую на них лучистую энергию, что, в свою очередь, может существенно понизить точность оптических измерений. Прямое численное моделирование динамики физических частиц представляет собой робастный метод численного исследования различных физических процессов [2]. В настоящей работе изложены результаты прямого численного моделирования динамики оптических частиц в аэродисперсном объеме. В объем запускались оптические частицы, которые при попадании на механическую частицу меняли свои траектории в соответствии с индикатрисами рассеяния, которые рассчитывались по известным формуле Релея и теории Ми. Помимо прямой задачи моделирования кинетики излучения в аэродисперсном потоке решалась обратная оптическая задача, связанная с определением концентрации частиц по интенсивности рассеянного ими зондирующего излучения. Регистрируемое фотоприемником излучение, в пренебрежении многократными отражениями излучения между частицами и от обтекаемых тел, описывается нелинейным интегральным уравнением, в подынтегральные функции которого входит концентрация дисперсной фазы. Создан и иллюстративно показан в работе численный метод обработки изображения «лазерного ножа», основанный на алгоритме [3] решения описанной выше обратной задачи. Данная работа представляет собой прикладное исследование в плане теоретического сопровождения визуализации и обработки изображений многофазных потоков при экспериментальных исследованиях [1, 4-5] фундаментальных физических эффектов, сопровождающих поведение дисперсной примеси в аэродисперсном потоке.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований, гранты № 10-01-00745 и № 10-08-00820.

Л и т е р а т у р а

1. Vasilevskii E.B., Ershova T.P., Mikhatulin D.S., Jakovleva L.V. Physical effects arising at interaction of a high-speed dusty flow with the blunted body. // Proceeding 13th International Heat Transfer Conference. Book of Abstract. Sydney: Begell House Inc., 2006. P. 38.
2. Mitsuhiro Matsumoto Nanoscale bubbles and droplets. – Investigation with Molecular Simulations // Disc from the 8th Pacific Symposium on Flow Visualization and Image Processing. M.: Lomonosov Moscow State University. 2011.
3. Амелюшкин И.А., Стасенко А.Л. Решение интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода применительно к оптике многофазных потоков // ТРУДЫ XV МЕЖДУНАРОДНОГО СИМПОЗИУМА «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики». Харьков: Харькiвський національний унiверситет, 2011. С. 35-38.
4. Кулешов П.С., Маношкин Ю.В. Генератор микронного и субмикронного водяного аэрозоля с электрическим управлением // ТВТ. 2009. Т. 47. №6. С. 937-945.
5. Благосклонов В. И., Миллер А.Б., Потапов Ю.Ф., Тенишев Р.Х. Исследования процессов обледенения авиационных датчиков и материалов на стенде искусственного обледенения ЦАГИ. // Труды 53-й научной конференции МФТИ. Т. 6. М.: МФТИ, 2010. С. 142-143.

Kinetics of Radiation in Optical Investigation of Supersonic Aerodispersed Flows over Bodies

I.A. Amelyushkin

Central Aerohydrodynamic Institute, Zhukovsky, Russia

Numerical investigation of kinetics of radiation in an aerodispersed medium via direct light dynamics simulation techniques is presented in application to the optical visualization and determination the mass spectrum evolution of particles in an aerodispersed flow.

ОТРАЖЕНИЕ БЕГУЩИХ ВОЛН ОТ ТВЕРДОЙ СТЕНКИ

Л.П. Архипова

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: arkhilubochka@bk.ru

Задачи об отражении ударной волны и волны разрежения от твердой стенки рассмотрены в рамках исследования процессов, происходящих в ударной трубе [1]. Образовавшаяся в результате разрыва диафрагмы волна разрежения распространяется в камере высокого давления и, дойдя до торца камеры (левого торца ударной трубы), отражается от него. В свою очередь, в случае закрытой камеры низкого давления, ударная волна, бегущая по ней, отразится от торца камеры низкого давления (правого торца ударной трубы).

Данные задачи имеют явные аналитические решения относительно интенсивностей отраженных волн. Их решение строится на условии, равенства нулю скорости за отраженной волной ($\tilde{V}_2 = 0$).

В результате решения задачи отражения волны разрежения, без рассмотрения области взаимодействия падающей и отраженной волн разрежения, получаем явное решение относительно J_2 [2]

$$J_2 = (2 - J_1^{-1/k})^k.$$

Здесь J_1 и J_2 , – интенсивности, соответственно, падающей и отраженной волн разрежения, $k = 2\gamma/(\gamma - 1)$, γ – показатель адиабаты газа.

Рассматривая задачу об отражении ударной волны от твердой стенки, получаем явное универсальное решение задачи

$$J_2 = 1 + \frac{(1 + \varepsilon)(J_1 - 1)}{1 + \varepsilon J_1},$$

которое связывает интенсивности падающей (J_1) и отраженной (J_2) ударных волн, $\varepsilon = (\gamma + 1)/(\gamma - 1)$.

В работе введена новая переменная $\Phi(J)$ – скоростная функция интенсивности волны, которая для волны разрежения имеет вид

$$\Phi_R(J_r, \gamma) = J_r^{1/k} - 1, \quad (1)$$

а для ударной волны

$$\Phi_D(J) = \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 + \varepsilon}} \frac{J - 1}{\sqrt{J + \varepsilon}} \quad (2)$$

В результате решения задач об отражении ударной волны и отражении волны разрежения Римана от твердой стенки в новых переменных получено, что данные задачи имеют один и тот же вид явного решения относительно скоростной функции отраженной волны:

$$\Phi_2 = \frac{a_0}{a_1} \Phi_1,$$

где в случае решения задачи об отражении от твердой стенки ударной волны скоростная функция имеет вид (2), а в случае решения задачи об отражении волны разрежения Римана от твердой стенки – вид (1).

В работе проведен анализ термодинамических переменных за отраженными ударной волной и волной разрежения. Задача об отражении волны разрежения также решена методом характеристик, получены параметры газа в области взаимодействия падающей и отраженной волн разрежения [2].

Л и т е р а т у р а

1. Усков В.Н. Бегущие одномерные волны / В.Н. Усков – С-Пб.: БГТУ «Военмех» 2000.
2. Архипова Л.П. Отражение волны разрежения от твердой стенки // Струйные, отрывные и нестационарные течения: XXII юбилейный семинар с международным участием. 22-25 июня 2010 г. Санкт-Петербург: тезисы докладов / Балт. гос. техн. ун-т, СПбГУ. – СПб., 2010. с.102-103

Reflection of Moving Waves from Solid Wall

L.P. Arkhipova

Saint Petersburg State University, Russia

Problems of reflection of shock waves and rarefaction waves from solid walls were investigated. Using new variables (speed function, which depends on intensity of wave) we have got the same solution for both problems. Thermodynamic parameters after reflected shock and rarefaction waves were analyzed. Problem of reflection of rarefaction wave was also solved using method of characteristics.

РАСЧЕТ КАВИТАЦИОННЫХ ЯВЛЕНИЙ В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Д.В. Багаев, М.П. Лобачев, С.А. Чалов

ФГУП «ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова», Санкт-Петербург, Россия

E-mail: lobachevm@mail.ru

Хотя в настоящее время методы на основе решения уравнений Рейнольдса все чаще используются для расчета кавитационных явлений, однако нередко опыт таких расчетов оказывается неудачным. На примере двух задач в работе показано, что для получения решения необходимо выбирать методы моделирования, учитывающие особенности течений. Рассмотрены кавитация на теле вращения и гребном винте.

Для тела вращения, представляющего собой комбинацию полусферы и цилиндра, расчеты выполнялись применительно к условиям эксперимента [1]. Обтекание тела вращения характерно тем, что каких либо значительных градиентов давления в окружном направлении нет (только сила тяжести). Соответственно большое значение приобретают эффекты, связанные с крупномасштабной турбулентностью. Только учет этих эффектов, моделируемых с использованием метода отсоединенных вихрей (DES), позволяет получить решение, соответствующее экспериментальным данным [1]. Использование полуэмпирических моделей турбулентности (k - ϵ и k - ω SST) вообще не позволяет получить образование каверны.

При использовании DES метода удается получить не только интегральные характеристики течения и циклическое поведение каверны в целом (рост, стабилизация и отрыв каверны с уносом), но и исследовать локальные особенности течения. В расчетах получена так называемая обратная струйка, которая движется вдоль поверхности тела от задней границы каверны к ее носовой части. Разрушение каверны обусловлено не ее заполнением за счет обратной струйки, как это считалось ранее [1], а взаимодействием обратной струйки с поверхностью каверны в носовой ее части. Уменьшение объема каверны происходит уже после отделения каверны от тела в силу переноса ее в область с меньшим разряжением.

Течение вокруг гребного винта в отличие от течения вокруг тела вращения, напротив, является сугубо трехмерным течением со значительными градиентами давления. Наблюдаются весьма значительные зоны разряжения как вблизи передней кромки лопасти (обтекание профиля), так и в концевом вихре, сходящем с вершины лопасти гребного винта. Расчеты, проведенные применительно к условиям эксперимента в кавитационной трубе, выполненного в ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова, показали, что наличие хорошо обусловленных и устойчивых областей разрежения в осредненном течении позволяет использовать для моделирования течения полуэмпирические модели турбулентности из класса двухпараметрических (нелинейная k - ϵ и k - ω SST).

Точность выполняемых расчетов обусловлена соответствием используемой расчетной сетки особенностям течения. Диаметр ядра концевой вихря составляет порядка $1/200$ от диаметра гребного винта, поэтому для его адекватного разрешения требуется значительное дробление расчетной сетки по сравнению с сеткой на самом винте. В противном случае как длина каверны в вихре, так и начало возникновения кавитации прогнозируются недостаточно точно.

Для адекватного прогнозирования кавитации на лопасти гребного винта необходимо использование вблизи ее передней кромки расчетных сеток с малым размером в направлении нормальном к поверхности лопасти. В результате для моделирования турбулентности требуется использование низкорейнольдсовых моделей. При использовании высокорейнольдсовых моделей достаточно точно прогнозируется каверна на основной части лопасти, но при этом не прогнозируется кавитация вблизи ее передней кромки.

Л и т е р а т у р а

1. Кнэпп Р., Дэйли Дж., Хэммит Ф. Кавитация. М.: Мир, 1974. 688 с.

Calculation of the Cavitation Phenomena in a Viscous Liquid

D.V. Bagaev, M.P. Lobachev, S.A. Chalov

Krylov Central Research Institute, Saint Peterburg, Russia

Though now methods on the basis of the decision of the Reynolds equations all to thickets are used for calculation of the cavitation phenomena. However quite often experience such calculations it appears unsuccessful. On an example of two problems in work it is shown that for decision it is necessary to choose modeling methods, considering features of currents. The cavitation on axisymmetric body and on propeller are considered. The conclusion is drawn on necessity uses DES method for a axisymmetric body and about a modeling admissibility on to basis of semiempirical models of type nonlinear k - ϵ or k - ω SST for the propeller.

К ВОПРОСУ О ВОЗМОЖНОСТИ РАСЧЕТА ДВИЖЕНИЯ ИОНОВ В РАМКАХ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ЭЛЕКТРОГАЗОДИНАМИКИ ПРИ БЫСТРОМЕНЯЮЩЕМСЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

А.Н. Баженов¹, С.В. Булович²

¹*Всероссийский научно-исследовательский институт геологии и минеральных ресурсов Мирового Океана им. И.С. Грамберга, Санкт-Петербург,*

²*Санкт-Петербургский политехнический университет, Россия*

E-mail: a_bazhenov@inbox.ru, bulovich@ya.ru

Проведена модификация системы уравнений электрогазодинамики, расширяющая границы ее применимости в условиях воздействия на ионы высокочастотного электрического поля. Исследовано поведение ионов для двух асимптотических случаев.

Математическое описание движение смеси различного сорта заряженных и незаряженных частиц представляется в рамках модели многоскоростного континуума. Для описания движения ионов в плотном газе, когда концентрация ионов много меньше концентрации нейтральных частиц, получила распространение система уравнений электрогазодинамики: фактически, это объединение системы уравнений Навье-Стокса, описывающей состояние нейтральных частиц, и уравнений Максвелла, описывающей поведение заряженных частиц. Движение заряженных ионов описывается следующей системой уравнений

$$\Delta\varphi = -4\pi\varepsilon^{-1}q, \quad \vec{E} = -\nabla\varphi, \quad \frac{\partial q}{\partial t} + \nabla \vec{j} = 0, \quad \vec{j} = q(\vec{v} + \vec{v}_{op}) - D\nabla q, \quad \vec{v}_{op} = b\vec{E}, \quad (1)$$

где φ и \vec{E} – потенциал и напряженность электрического поля; q и \vec{j} – плотность заряда и плотность электрического тока; \vec{v} и \vec{v}_{op} – гидродинамическая скорость несущей среды (значение этой функции получается из решения системы уравнений Навье-Стокса) и дрейфовая скорость движения ионов, обусловленная электрическим полем; D и b – коэффициент диффузии и коэффициент подвижности ионов, ε – диэлектрическая проницаемость среды. Система уравнений (1) имеет границы применимости в возможности описания нестационарных процессов. Причиной является 5-ое уравнение системы уравнений (1), не позволяющее учитывать релаксацию скорости дрейфа ионов при быстрых изменениях электрического поля. Устранить указанный недостаток позволяет замена 5-го уравнения (1) следующим образом

$$\tau \frac{\partial \vec{v}_{op}}{\partial t} = b\vec{E} - \vec{v}_{op}, \quad (2)$$

где τ – время релаксации. В общем случае τ зависит от свойств среды.

При «медленных» изменениях электрического поля, в каждый момент времени дрейфовая скорость соответствует напряженности электрического поля и уравнение (2) совпадает с 5-ым уравнением системы уравнений (1). Высокочастотное электрическое поле находят применение, например, в масс-спектрометрии, для создания т.н. «высокочастотного барьера», обеспечивающего транспорт и фокусировку ионов. Если амплитуда изменения электрического поля может быть представлена в виде $E = E_0 \cos(\omega t)$, то дрейфовая скорость смещения заряда определяется выражением $v = v_0 \cos(\omega t + \alpha)$, где

$$v_0 = \frac{bE_0}{1 + \tau^2\omega^2}, \quad \alpha = -\arctg(\tau\omega), \quad (3)$$

ω – круговая частота изменения электрического поля.

Амплитуда дрейфовой скорости уменьшается с ростом частоты изменения электрического поля и давления газа. При этом возникает запаздывание между амплитудой напряженности электрического поля и модулем дрейфовой скорости, максимальное значение сдвига по фазе $\pi/2$.

On the Possibility of Calculation of Ion Movement in the System of Equations of Electrogas dynamics with Fast Change of Electric Field

A.N. Bazhenov¹, S.V. Bulovich²

¹*All-Russia Scientific Research Institute of the Ocean named by I. Gramberg, Saint Petersburg,*

²*Saint Petersburg Polytechnic University, Russia*

We modify the system of equations of electrogas dynamics to extend the limits of its applicability to the case of the ion movement in high frequency electric field. The behavior of ions has been investigated for the two asymptotic cases.

О КРАЕВЫХ ВОЛНАХ УРСЕЛЛА

А.Н. Бестужева

Петербургский государственный университет путей сообщений, Россия

E-mail: bes_alla@inbox.ru

Рассматривается задача о волновых движениях идеальной жидкости в области переменной глубины, ограниченной плоским наклонным дном. Волновое движение жидкости над наклонным дном характеризуется наличием краевых волн, которые сосредоточены в области границы пересечения наклонного дна с берегом. В рамках линейной дисперсионной теории для получения краевых волн в аналитическом виде для специального вида угла наклона дна известны два метода. Первый – конструктивный метод, начало которому положил Roseau [1], в последствии упрощенный Whitham [2] для систематического определения ограниченных решений. Параллельно Roseau, Ursell [3] было показано существование конечного числа краевых волн, число которых зависит от наклона дна, и приведена формула (без вывода) решения в виде конечной суммы экспоненциальных функций. В докладе на основе восстановленного конструктивного метода в трактовке автора приводится формула для подсчета числа краевых волн, и вычисляется первое критическое значение угла, отличное от рассуждений Ursell, при котором появляется новая мода в семействе краевых волн. Приводится формула для всех таких критических значений углов. В работе [4] излагается модификация конструктивного метода получения краевых волн, приведена формула, совпадающая с результатами Ursell [3]. В докладе по результатам работы [4] приводится уточнение числа собственных значений согласно условию сходимости краевых волн при удалении от береговой черты. Второй метод получения краевых волн – это метод интегральных преобразований [5]. Этот метод позволил получить полный спектр собственных функций задачи, состоящий из собственных функций непрерывного и дискретного спектра. Краевые волны являются собственными функциями дискретного спектра, их число и структура совпадает с результатами работ [3,4] с уточнениями в трактовке автора. Так как собственные функции дискретного спектра (краевые волны), как в конструктивном методе, так и в методе интегральных преобразований, получены с точностью до произвольного множителя, обсуждаются различные способы их нормировки с учетом зависимости их амплитуды от значений угла наклона дна.

Л и т е р а т у р а

1. Roseau M. Short waves parallel to the shore over a sloping beach // Communication on Pure & Applied Mathematics. 1958. №11. Pp. 433-493.
2. Whitham G. B. Lectures on Wave Propagation. New York. Springer. 1979.
3. Ursell F. Edge waves on a sloping beach // Proceedings of the Royal Society. London. A 214. 1952. pp. 79-97.
4. Komech A.L., Merzon A.E., Zhevandrov P.N. On the completeness of Ursell's trapping modes // Russian J. Math. Phys. 1996. №4. Pp. 457-486.
5. Дорфман А.А. Пространственная задача о неустановившихся волновых движениях жидкости в области переменной глубины // МЖГ. 1986. №2. С. 104-112.

On Ursell's Trapping Modes

A.N. Bestuzheva

Petersburg State Transport University, Russia

The problem of wave motions of an ideal fluid is considered for the field of variable depth over the inclined bottom. In the framework of linear dispersion theory two methods for analytical evaluation of trapping modes for a special type of incline angle for a bottom are discussed. Formulas for the number of trapping modes and for the critical angles, for which the new trapping mode appears in the family of trapping modes, are given.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ ПАРАМЕТРАМИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ПУТЕМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЕЁ СО СЛОЕМ ГАЗА НИЗКОЙ ПЛОТНОСТИ

Т.А. Бобарыкина, В.Ф. Чиркашенко

*Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск, Россия
E-mail: tatyana.bobarykina@gmail.com, chirkash@itam.nsc.ru*

На основании численного моделирования процесса взаимодействия плоской ударной волны с неподвижным тепловым слоем, а также аналитического анализа в рамках теории коротких волн в [1] показано, что в зависимости от параметров падающей УВ (интенсивность, длина волны) и теплового слоя (толщина, температура) интенсивность прошедшей тепловой слой УВ может как уменьшаться, так и увеличиваться. В акустическом приближении обеспечивается монотонное уменьшение интенсивности прошедшей тепловой слой слабой УВ при увеличении отношения акустических импедансов газов в тепловом слое и окружающем пространстве. Следуя данной идеологии, в малогабаритной аэродинамической установке проведены экспериментальные исследования по управлению параметрами косой УВ, распространяющейся в сверхзвуковом потоке ($M=2,1$), путем воздействия на неё слоя нагретого газа. Слой газа пониженной плотности создавался истечением из щелевого насадка продуктов сгорания смеси водорода с воздухом. Статическое давление за отраженной головной УВ измерялось с помощью дренированной пластины. Получено незначительное (5%) снижение интенсивности прошедшей тепловой слой УВ. При этом на профиле давления, выше по потоку от головной УВ, формируется область повышенного давления, которая генерируется деформированным под действием возмущений дозвуковым тепловым слоем. В виду ограниченных возможностей в условиях эксперимента повышать температуру теплового слоя исследования были продолжены в расчетном плане.

Исследования проводились в рамках двумерных стационарных уравнений Навье-Стокса с использованием пакета программ Fluent 6.3.23. Начальные и граничные условия задавались приближенными к условиям эксперимента. На основании параметрических исследований показано слабое влияние отношения акустических импедансов и отношения температур в тепловом следе и набегающем потоке на уменьшение интенсивности УВ. Основным фактором, обеспечивающим существенное снижение интенсивности УВ, является дозвуковой режим течения в тепловом слое в области взаимодействия. Характерной особенностью такого взаимодействия является отсутствие прошедшей тепловой слой УВ. При этом выше по потоку (относительно падающей УВ) формируется вторичная УВ, которая генерируется при взаимодействии набегающего потока с нижней поверхностью теплового слоя, деформированного избыточным давлением за падающей УВ. При высоких дозвуковых скоростях в тепловом слое в зависимости от толщины теплового слоя и параметров падающей УВ, по-видимому, могут реализоваться переходные режимы взаимодействия с формированием прошедшей тепловой слой УВ и протяженной области повышенного давления перед ней.

Л и т е р а т у р а

1. Меньшаков С.С., Охитин В.Н. О защитных свойствах слоя горячего воздуха // ПМТФ. 2002. Т. 43. №4. С. 87-97.

Research the Opportunity of Control of Shock Wave Parameters through Its Interaction with the Low Density Gas Layer

T.A. Bobarykina, V.F. Chirkashenko

Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Novosibirsk, Russia

We investigate a method of the active influence on the formation of the disturbed flow near the model, streamlined by a supersonic flow. The impact on the shock wave is produced by means of a layer of hot gas. It is shown, that the ratio of the thermal layer and the basic flow acoustic impedances has little effect to decrease in intensity of the shock wave. The main factor that contributes to a significant reduction in the intensity of the shock wave is subsonic flow regime in the thermal layer in the interaction region.

**ОБ УЧЕТЕ КОНЕЧНОСТИ ЧИСЛА МАХА В ЗАДАЧЕ
О ДВУМЕРНЫХ АВТОМОДЕЛЬНЫХ ТЕЧЕНИЯХ ГАЗА ЗА ФРОНТОМ
ИНТЕНСИВНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ**

В.И. Богатко¹, Г.А. Колтон², Е.А. Потехина¹

¹*Санкт-Петербургский государственный университет,*

²*Санкт-Петербургский государственный горный институт, Россия*

E-mail: eap225@gmail.com

В газовой динамике для решения задач с сильными ударными волнами, широко используется метод "пограничного слоя" [1], основанный на предположении, что величина, равная отношению плотностей газа до скачка и непосредственно за скачком, мала по сравнению с единицей. При этом, как правило, предполагается, что число Маха M распространяющейся сильной ударной волны стремится к бесконечности. Различные варианты учета конечности числа Маха ударной волны предлагались для решения стационарных задач гиперзвукового обтекания плоских и осесимметричных тел при условии, что параметры $\varepsilon = (\gamma - 1)/(\gamma + 1)$ и $\eta = 1/M^2$ независимы (γ — эффективный показатель адиабаты) [см., например, 2]. В то же время известно, что с ростом скорости распространения ударной волны плотность газа за фронтом ударной волны растет. Поэтому естественно считать эти параметры зависимыми. В настоящей работе в рамках метода "пограничного слоя" строится приближенное аналитическое решение задачи о движении газа за фронтом сильной ударной волны с учетом конечности числа Маха и используется предложенная в [3] зависимость параметров ε и η .

Л и т е р а т у р а

1. Черный Г.Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М. Физматгиз, 1959. 220 с.
2. Хейз У.Д., Пробстин Р.Ф. Теория гиперзвуковых течений. М.: ИЛ. 1962. 607 с.
3. Богатко В.И., Потехина Е.А. Об учете конечности чисел Маха при обтекании плоских и осесимметричных тел, движущихся с большой переменной скоростью. // Вестн. Санкт-Петерб. ун-та. Сер. 1. 1995. Вып. 2. № 8. С. 49-53.

**About Registration the Mach Number Finiteness in the Problem of two-dimensional
self-similar Gas Flow behind the intensive Shock Wave Front**

V.I. Bogatko¹, G.A. Kolton², E.A. Potekhina¹

¹*Saint Petersburg State University,*

²*Saint Petersburg State Institute of Mines, Russia*

The "boundary" Layer Method [1] is applied to the strong Shock Wave Problem. It's supposed that the strong Shock Wave Mach Number goes to Infinity. Various Variants of the Registration the Mach Number Finiteness was offered to stationary Problems of hypersonic Flow past plane and axisymmetrical Bodies. The Parameters $\varepsilon = (\gamma - 1)/(\gamma + 1)$ and $\eta = 1/M^2$ was supposed independent (γ — adiabatic effective Indicator) [view, for example, 2]. But Gas Density past Shock Wave Front grows up and these Parameters is considered as dependents. The linear Dependence of two small Parameters is supposed [3]. The approximate analytical Solution of the Problem is constructed.

**ПЛОСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА,
С ПОЛОСТЬЮ СОДЕРЖАЩЕЙ ВЯЗКУЮ ЖИДКОСТЬ**

А.Ю. Боталов, П.Т. Зубков

Тюменский государственный университет, Россия
E-mail: pzubkov@utmn.ru

Рассматривается задача о плоских колебаниях твердого тела с полостью в форме прямоугольного параллелепипеда, содержащую несжимаемую вязкую жидкость. Колебания происходят под действием силы тяжести, предполагая массу самого твердого тела равной нулю(1).

Впервые задачи о движении тел с полостями, заполненными жидкостью были решены: Жуковским Н.Е в случае идеальной жидкости [1] и Черноусько Ф.Л. в случае вязкой жидкости [2],[3]. Причем в работах [2], [3] получены асимптотические по числу Рейнольдса решения в линейной постановке. В данной же работе численно найдены решения двумерных уравнений Навье-Стокса совместно с уравнением моментов. Определено время затухания колебаний для чисел Рейнольдса в диапазоне:

$7 \leq Re \leq 5700$ и для начальных отклонений: $\varphi_0 = \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}$. Получены картины течения жидкости

в полости для различных чисел Рейнольдса и различных отклонений и показано, что в зависимости от числа Рейнольдса возникают различные вихревые структуры.

Для решения данной задачи использовался модифицированный алгоритм SIMPLER[4], особенностью которого является отказ от приближенных уравнений для поправок поля скорости. Для решения уравнения моментов использовался неявный метод BDF второго порядка точности.

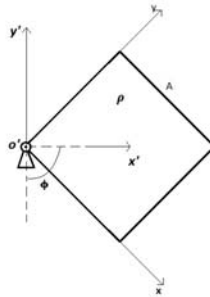


Рис. 1. Схема маятника.

Л и т е р а т у р а

1. Жуковский Н.Е. О движении твердого тела, имеющего полости, наполненные однородной капельной жидкостью // Собр. соч. Т. 2. Гидродинамика. М.: Гостехиз-дат, 1949.
2. Chernous'ko F.L. Motion of a rigid body with cavities filled with viscous fluid at small Reynolds numbers// Zh. vychisl. Mat. mat. Fiz. Vol 5.No 6., 1965, 1049 – 1070p.
3. Chernous'ko F.L. Motion of a body with a cavity filled with a viscous fluid at large Reynolds numbers// PMM Vol. 30, No. 3, 1966, pp. 476494
4. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости – М.: Энергоатомиздат, 1984.

Plane Vibration of the Solid with a Cavity Filled with a Viscous Liquid

A.Y. Botalov, P.T. Zubkov

Tyumen State University, Russia

The numerical investigation of the damping of plane vibration of a rigid body with rectangular cavity filled with viscous fluid is performed. The control volume approach and the modified SIMPLER algorithm for numerical solution of problems in hydrodynamics of incompressible media were used for numerical solution of the present problem. The damping time of oscillations for the Reynolds numbers $7 \leq Re \leq 5700$ and the initial displacement

$\varphi_0 = \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}$ is determined.

О ТОЧНОСТИ КОНТИНУАЛЬНЫХ И КИНЕТИЧЕСКИХ ПОДХОДОВ В ПЕРЕХОДНОМ РЕЖИМЕ ГИПЕРЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ

И.Г. Брыкина¹, М.В. Перунов², Б.В. Рогов³, Г.А. Тирский^{1,2}

¹*Институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова,*

²*Московский физико-технический институт,*

³*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия*

E-mail: brykina@imec.msu.ru, miptperunov@gmail.com, rogov@imamod.ru, tirskiy@imec.msu.ru

Исследования сверх- и гиперзвукового обтекания затупленных тел вязким разреженным газом в переходном от континуального к свободномолекулярному режиму течения, характеризующимся большими числами Кнудсена набегающего потока Kn_∞ , или малыми числами Рейнольдса Re , проводится в рамках различных подходов: с применением континуальных уравнений, с применением метода прямого статистического моделирования Монте-Карло и с применением модельного кинетического уравнения Крука. Континуальный подход основан на использовании асимптотически согласованных моделей вязкого ударного слоя (ВУС) и тонкого вязкого ударного слоя (ТВУС) с корректными граничными условиями, асимптотически согласующимися с этими уравнениями. Для модели ВУС в граничных условиях на теле и на ударной волне учитываются члены, связанные с кривизной, существенные при малых числах Re , а также используются предложенные эффективные условия для скорости скольжения и скачка температуры на поверхности.

Численные решения двумерных уравнений ВУС и ТВУС получены неявным конечно-разностным методом высокой точности аппроксимации, требующим малого числа глобальных итераций по эллиптической составляющей продольного градиента давления. Аналитические решения для коэффициентов теплопередачи, трения и давления в зависимости от параметров набегающего потока и геометрии обтекаемого тела получены при малых числах Re асимптотическим методом. При стремлении числа Re к нулю эти решения приближаются к решениям в свободномолекулярном потоке.

Проведено сравнение решений двумерной задачи обтекания затупленного тела гиперзвуковым потоком разреженного газа в широком диапазоне чисел Kn_∞ , полученных различными методами: континуальных численных и аналитических решений, результатов расчета методом прямого статистического моделирования Монте-Карло, численных решений кинетического уравнения Крука, а также известных решений в свободномолекулярном потоке. Показана важность асимптотической согласованности используемых в переходном режиме обтекания континуальных моделей, важность корректной постановки граничных условий на ударной волне и на поверхности тела, для правильного предсказания теплопередачи и аэродинамических коэффициентов. Оцениваются точность, ограничения применимости, достоинства и недостатки различных подходов.

Работа выполнена при поддержке Роснауки (гос. контракт 02.740.11.0615 и П594) и РФФИ (гранты № 09-01-00728 и 11-01-00504).

About Accuracy of Continuum and Kinetic Approaches in Transitional Regime of Hypersonic Flow over Bodies

I.G. Brykina¹, M.V. Perunov², B.V. Rogov³, G.A. Tirskiy^{1,2}

¹*Institute of Mechanics Lomonosov Moscow State University*

²*Moscow Institute of Physics and Technology*

³*Keldysh Institute of Applied Mathematics Russian Academy of Science, Moscow, Russia*

Two-dimensional super- and hypersonic rarefied gas flow over blunt bodies in transitional regime is investigated by using various approaches. Continuum approach is based on using two asymptotically correct models: thin viscous shock layer and viscous shock layer with taking into account terms due to the curvature in shock and wall boundary conditions which are significant at low Reynolds number. Comparisons are made between continuum numerical and asymptotic solutions, Direct Simulation Monte Carlo solution and solution of Krook kinetic equation over a wide range of free-stream Knudsen number. Accuracy, domain of applicability, advantages and disadvantages of different methods are discussed.

НЕСТАЦИОНАРНАЯ ВНУТРЕННЯЯ ГАЗОДИНАМИКА ЭНЕРГОУСТАНОВОК**Н.А. Брыков***БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: con-dolore@yandex.ru

Процесс, протекающий при зажигании воспламенителя и выходе ракетного двигателя твердого топлива на стационарный режим, представляет совокупность сложных физико-химических, тепловых, газодинамических явлений [1]. Стационарный режим работы нарушается за счет появления самопроизвольных колебаний давления значительной амплитуды. Такие колебания определяют неустойчивость рабочего процесса.

Математическое описание работы двигателя на подробном уровне требует привлечения достаточно сложных математических моделей, поэтому представляет особый интерес разработка более простой модели (модели с сосредоточенными параметрами), которая могла бы отразить основные аспекты данного процесса. В рамках такой модели процессы неустойчивости при отклике топлива на изменение параметров в камере сгорания можно описать на основе введения времен запаздывания, определяемых экспериментально или из некоторых оценочных соображений.

В данной работе предлагается модель внутренней газодинамики двигателя на основе времен запаздывания, в которой учитывается зависимость скорости горения топлива от давления и от скорости изменения давления. Для определения влияния скорости изменения давления на скорость горения топлива применяется теория Я.Б. Зельдовича о нестационарном горении топлива [2, 3].

Модель сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом. Для ее решения построены численные процедуры, обеспечивающие необходимую точность вычислений. Проведено моделирование процессов и показано, что вибрационный режим горения может быть описан в рамках данной модели. Приведены результаты решения и дается анализ результатов.

Л и т е р а т у р а

1. Ерохин Б.Т. Теория внутрикамерных процессов и проектирование РДТТ. М.: Машиностроение, 1991. 560 с.
2. Зельдович Я.Б., Лейпунский О.И., Либрович В.Б. Теория нестационарного горения пороха. М.: Наука, 1975. 131 с.
3. Новожилов Б.В. Нестационарное горение твердых ракетных топлив. М.: Наука, 1973. 176 с.

Unsteady Internal Gas Dynamics Power Installations**N.A. Brykov***BSTU «VOENMEH» of D.F. Ustinov, Saint-Petersburg, Russia*

The transition of missile engine into stationary working regime is under review. Fuel unsteady burning processes are simulated. Mathematical models and calculation results are cited.

ОРГАНИЗАЦИЯ ПАССИВНОГО ОСАЖДЕНИЯ УГЛЕРОДОСОДЕРЖАЩИХ ПРИМЕСЕЙ ДЛЯ ЗАЩИТЫ ОПТИЧЕСКОГО КАНАЛА ITER

И.М. Букреев, С.В. Булович

Санкт-Петербургский политехнический университет, Россия
E-mail: bulovic@ya.ru

Для контроля гидродинамических характеристик плазмы в ITER предполагается использовать оптические методы. Взаимодействие плазмы с углеродным дивертором термоядерного реактора приводит к образованию углеродосодержащих примесей. Защита оптических каналов от загрязнения возможна в активной форме (при помощи подачи дейтерия через канал) или пассивной, когда для осаждения примеси используется система тупиковых каналов, вмонтированных в стенку дивертора.

Будем считать, что концентрация примеси может быть описана в рамках закона Фика

$$J_i = -\rho D_i \nabla c_i, \quad (1)$$

где J_i – удельный поток массы i -ой компоненты, D_i – коэффициент диффузии, ρ – плотность, c_i – массовая концентрация. Уравнение баланса компоненты определяется из решения уравнения Лапласа

$$\Delta c_i = 0, \quad (2)$$

Механизм осаждения углеводородов на твердых поверхностях может быть описан следующей формулой

$$(J_i)_w = -\beta \frac{v_{th}}{4} \rho (c_i)_w, \quad (3)$$

где $v_{th} = (\gamma R T m^{-1})^{0.5}$ – тепловая скорость (скорость звука), R – универсальная газовая постоянная, m – молярная масса, γ – показатель адиабаты Пуассона, T – температура, β – вероятность гибели компоненты на стенке.

Для областей, совпадающих по форме с ортогональными системами координат, уравнения (1-3) имеют аналитическое решение. Для расчетной области произвольной формы решение может быть получено численными методами.

Область исследования представляла собой оптический канал регулярной формы (цилиндрический канал или канал прямоугольной формы), при этом одна или несколько стенок оптического канала были блоком тупиковых каналов. Прямое решение задачи с определением концентрации компоненты примеси в каждом из тупиковых каналов и оптическом канале требует использования значительных вычислительных ресурсов. Для однотипных тупиковых каналов возможна декомпозиция задачи. Можно показать, что диффузионный поток примеси в тупиковый канал, в конечном счете, зависит от концентрации примеси на входе в канал и геометрического масштаба L_τ , интегрально учитывающего «время жизни» примеси в тупиковом канале

$$(J_i)_w = -\rho D_i \frac{(c_i)_w}{L_\tau}. \quad (4)$$

Такой подход позволяет исключить из рассмотрения определения концентрации примеси в тупиковых каналах. Решение задачи будет получено из решения уравнения (2) с граничными условиями (3) и (4).

Проведенные параметрические численные исследования позволили определить оптимальные характеристики «радиаторной» системы осаждения примесей углерода. По результатам исследования задается опытная установка для экспериментальной проверки полученных результатов.

Organization of Passive Impurities Sedimentation Carbon for the Protection of Optical Channel ITER

I.M. Bukreev, S.V. Bulovich

Saint Petersburg Polytechnic University, Russia

Explores the possibility of deposition of substances owing to diffusion, with the help of numerical simulation. The obtained results will be compared with experiment.

УРАВНЕНИЯ ВЛАСОВА-МАКСВЕЛЛА И ВЛАСОВА-ПУАССОНА

В.В. Веденяпин, М.А. Негматов

Институт прикладной математики им М.В.Келдыша РАН, Москва, Россия

E-mail: vicveden@yahoo.com, maliknegmatov@gmail.com

В докладе описывается вывод уравнений Власова-Максвелла и Власова-Пуассона из лагранжиана классической электродинамики. Вывод фактически следует [1] и приведён в [2]. Выводятся уравнения типа МГД в простейших случаях: с температурой равной нулю, как точное следствие уравнений Власова-Максвелла, так и с температурой, не равной нулю, как нулевое приближение метода Максвелла-Чемпена-Энскога. В последнем случае получаются уравнения в дважды дивергентной форме (форме Годунова [3]). Обсуждается тождество Лагранжа, которое связывает эволюцию момента инерции

$$I(t) = \sum_{\alpha} \int x^2 f_{\alpha}(p, x, t) d^3 p d^3 x \text{ с кинетической энергией системы } T(t) = \frac{1}{2} \int v_{\alpha}^2 f_{\alpha}(p, x, t) d^3 p d^3 x.$$

Как известно, тождество Лагранжа связывает между собой вторую производную от момента инерции системы материальных точек через кинетическую энергию и однородную потенциальную энергию:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} = 2(U - 2K), \text{ оно удобно здесь как тест для сравнения различных форм уравнений.}$$

В работе В.В. Козлова [4] тождество доказывается для уравнений типа Власова с двухчастичным взаимодействием, а мы исследуем его форму для различных видов уравнения Власова и МГД, получаем и сравниваем друг с другом тождество Лагранжа и его обобщения в этих случаях.

Обсуждаются точные решения уравнения Власова-Максвелла-Пуассона в присутствии гравитации, где получаются различные типы нелинейных эллиптических уравнений и траекторий частиц в зависимости от соотношений масс и зарядов частиц. Обсуждается редукция стационарного уравнения Власова к системе нелинейных эллиптических уравнений и смена типа уравнения при критической массе $m = (e^2 / G)^{1/2}$, где G – гравитационная постоянная, e – заряд электрона.

Л и т е р а т у р а

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика Т. 2. Теория поля. М.: Наука. 1967.
2. Веденяпин В.В. Кинетические уравнения Больцмана и Власова. М.: Физматлит. 2001.
3. Годунов С.К. Роменский Е.И. Элементы механики сплошных сред и законы сохранения. Н.: Научная книга. 1998.
4. Козлов В.В. Обобщенное кинетическое уравнение Власова // Усп. Мат. Наук. 2008. Т. 63. № 4(382). СС. 93-130.

Vlasov-Maxwell and Vlasov-Poisson Equations

V.V. Vedenyapin, M.A. Negmatov

Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow, Russia

We describe the derivation of Vlasov-Maxwell equation from classical Lagrangian. We derive electromagnetic hydrodynamic equations and present them to the Godunov's double divergence form. For them we get generalized Lagrange identity and compare it. We analyze the steady-state solutions of the Vlasov-Maxwell-Poisson equations: their type's changes at a certain critical mass.

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОРАЗРЯДНЫХ АКТИВАТОРОВ, ИСПОЛЬЗУЮЩИХСЯ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ПОТОКОМ

О.И. Вишняков, П.А. Поливанов, А.А. Сидоренко

Институт теоретической и прикладной механики, Новосибирск, Россия
E-mail: Vis_Ol@mail.ru, polivanov@itam.nsc.ru, sidorenko@itam.ncs.ru

В настоящее время развитие методов активного управления потоком приобретает все большее значение для развития авиационно-космической техники, поскольку ограничения традиционных методов препятствуют увеличению эффективности летательных аппаратов. Один из наиболее перспективных методов управления основан на использовании электрогазодинамических или плазменных активаторов потока. Преимущества этих устройств заключаются в простоте конструкции, надежности, высокой скорости реакции и прямом преобразовании электрической энергии в кинетическую энергию потока. В свою очередь, среди плазменных активаторов наиболее перспективным является диэлектрический барьерный разряд (ДБР). На настоящий момент существует множество экспериментальных работ по исследованию ДБР, которые подтверждают возможность его использования для управления отрывом потока, положением ламинарно-турбулентного перехода и характеристиками аэродинамических профилей. Однако эффективное управление потоком при помощи ДБР возможно только на низких скоростях из-за низкого среднего значения генерируемой скорости. Этот недостаток связан с тем, что разряд в течение периода колебаний напряжения затрачивает мощность не только на разгон, но и на торможение потока. При этом существование среднего течения объясняется асимметрией между положительной и отрицательной фазой работы разряда. В настоящее время не существует достаточно достоверной модели, описывающей процесс разгона газа в ДБР. Поэтому для увеличения эффективности плазменного активатора необходимо доскональное изучение процесса разгона газа в ДБР, а также оптимизация геометрических и электрических параметров разряда.

В данной работе проведено исследование зависимости КПД от толщины диэлектрика, а также частоты работы разряда. При помощи метода PIV проведены измерения скорости, генерируемой разрядом в течение периода колебаний напряжения. Рассчитаны массовые силы ускорения течения и произведена оценка КПД активатора.

Parametric Study of Electro-Discharge Actuators Used for Flow Control

O.I. Vishnyakov, P.A. Polivanov, A.A. Sidorenko

Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Novosibirsk, Russia

The study of new methods of the flow control is of great importance for development of airspace vehicles because the capability of traditional control devices is one of the limits of the aircraft efficiency. A promising method of the flow control involves application of electrogasdynamic devices or plasma flow actuators. The advantages of these devices are simple design, high reliability, low response time and direct transformation of the electric energy to the kinetic energy of the flow. Among the other electrogasdynamic actuators the most promising is dielectric barrier discharge (DBD). There are many experimental studies concerning the DBD applications confirming a possibility of DBD to control the flow separation, boundary layer transition and airfoil characteristics. The disadvantage of DBD is limitation of the free flow speed where it may be used. The reason of the restriction is low value of the flow velocity induced by DBD. This problem comes out from the fact that the discharge over a period of voltage spends the power not only to acceleration but also to deceleration of the flow. In this case the average flow occurs due to the asymmetry between positive and negative phase of the discharge. Currently there are no sufficiently accurate models describing the process of acceleration of gas in the discharge. Therefore, to increase the efficiency of plasma activator it is necessary to perform a thorough study of the ionic wind in the discharge, as well as the optimization of geometrical and electrical parameters of DBD.

In this paper the efficiency of DBD was studied depending on the thickness of the dielectric, as well as the frequency of discharge. Using PIV method the measurements of the flow speed generated by the discharge were performed during the period of voltage fluctuations. Volume forces accelerating the gas were calculated and activator efficient was estimated.

ДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В АДСОРБЦИОННОМ СЛОЕ НА ПОВЕРХНОСТИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

А.А. Волков

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: vaa@math.spbu.ru

Рассматривается обтекание многокомпонентным потоком поверхностей, покрытых релаксирующим химически неоднородным адсорбционным слоем. Решение данной задачи существенно для определения обмена импульсом и энергией набегающего потока с поверхностью, что в конечном итоге обуславливает силовые и температурные нагрузки на обтекаемое тело. Получена замкнутая постановка задачи обтекания многокомпонентным потоком поверхности, покрытой релаксирующим химически активным адсорбционным слоем. Предложен метод расчета квазистационарного заполнения многокомпонентного адсорбционного слоя, в котором осуществляются процессы релаксации касательного импульса и энергии падающих частиц, их миграция и десорбция, а также химические реакции. На основе разработанной модели взаимодействия свободномолекулярного потока с поверхностью, покрытой адсорбционным слоем, получены коэффициенты обмена импульсом и энергией. Установлено влияние чисто адсорбционных механизмов на величину коэффициентов каталитичности поверхности.

Л и т е р а т у р а

1. Волков А.А., Манохин С.П. Экспериментальное исследование поверхностных эффектов в сильно неравновесных условиях на межфазных границах: твердое тело газ (вакуум) // Модели механики сплошной среды, СПб. 1998. (Физическая механика. вып.7). С. 125-132.
2. Волков А.А., Манохин С.П. Динамические процессы в адсорбционном слое на поверхностях тел и аэродинамические коэффициенты // Вестн. С.-Петерб., ун-та. Сер.1. 1993. Вып..3 (№15). С 75-80.

Dynamic Processes in the Adsorption Layer on the Surface of a Solid Body

A.A. Volkov

Saint Petersburg State University, Russia

The model of the non-equilibrium and chemistry reacting adsorption layer is suggested for calculation of the exchange coefficients.

ДИФфуЗИОННОЕ ГОРЕНИЕ ПРОПАНА СО СПУТНЫМ ПОТОКОМ ВОЗДУХА В СЛАБОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

О.В. Ганеев

*Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск, Россия
E-mail: ganeev.oleg@gmail.com*

В последнее время в связи с повышением экологических требований к энергетическим установкам, работающим на природном газе и других углеводородах, а также с целью повышения КПД горелочных устройств, становится актуальным поиск новых путей управления горением. Наиболее часто в горелочных устройствах на практике используется диффузионное горение в спутном потоке. Наличие значительного количества заряженных частиц в углеводородовоздушных пламенах (до 10^{12} см⁻³) дает возможность эффективно воздействовать на них слабыми электрическими полями. Однако для практического применения этого метода необходимо знать механизмы взаимодействия пламени и электрического поля. Несмотря на большое количество работ, выполненных в этом направлении, между авторами нет полного согласия в выборе приоритетных механизмов. В данной работе представлены результаты изучения влияния электрического поля на стабилизацию и условия существования диффузионного пламени в спутном потоке. Эксперименты проводились для диффузионного пропановоздушного пламени в условиях истечения в атмосферу при комнатной температуре.

Опыты проведены для различных значений скорости истечения пропана при варьировании скорости спутного потока и напряжения на электродах. Показано, что при наложении электрического поля скорость спутного потока, при которой происходит отрыв диффузионного пламени от кромки сопла, возрастает пропорционально приложенному к электродам напряжению. Данная зависимость позволяет сделать вывод о том, что основным механизмом воздействия электрического поля на пламя в данной конфигурации экспериментального стенда является «ионный ветер». При этом эффект сохраняется даже при подъеме пламени выше области электродов. Также приведены зависимости влияния электрического поля на высоту и ширину оторванного пламени.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ грант № 11-01-00158-а.

Diffusion Propane Combustion with Air Co-Flow in Weak Electric Field

O.V. Ganeev

Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Novosibirsk, Russia

The paper presents results in the study influence of a weak electric field on the diffusional combustion of propane. It is shown that application of an electric field leads to increase in co-flow velocity at which lift-off occurs. This increase is proportional to the applied voltage. This fact indicates that the main mechanism of the electric field action on the combustion processes is the ionic wind. Also shows the influence of an electric field on the height and width of a detached flame.

ЛИНЕЙНАЯ И НЕЛИНЕЙНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ СЖИМАЕМОГО ГАЗА НА ПОРИСТЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ

С.А. Гапонов, Б.В. Смородский, Н.М. Терехова

*Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А.Христиановича СО РАН, Новосибирск, Россия
E-mail: gaponov@itam.nsc.ru*

Практическая необходимость влиять на характер обтекания и проблема получения заданных характеристик течения заставляют использовать разнообразные активные и пассивные методы управления пограничными слоями. Среди них на практике достаточно часто используются пористые покрытия.

В настоящей работе проведено теоретическое исследование закономерностей развития вихревых возмущений на линейной и нелинейной стадиях эволюции в сверхзвуковом пограничном слое на непроницаемой и пористой поверхностях при числе Маха $M = 2$. На линейной стадии рассмотрено изменение характеристик возмущений на пластине при разных степенях пористости.

Установлено, что на твердой поверхности при невысоких начальных уровнях возмущений в потоке реализуется неустойчивость, закономерности которой объясняются трехволновым резонансным взаимодействием волн. Есть основания предполагать, что нелинейность здесь достаточно слабая, так как нет значительного усложнения спектрального состава возмущений. Поэтому возможен теоретический анализ данной ситуации в рамках слабонелинейной теории гидродинамической устойчивости - модели взаимодействия в резонансных триадах.

В основе резонансной модели лежит процесс попарного взаимодействия волн в поле третьей в условиях синхронизации их фаз $\theta_j = \theta_1 + \theta_k$, а продольная динамика возмущений изучается на основе интегрирования системы амплитудных уравнений.

Проведено моделирование взаимосвязей в нескольких триплетах, составленных из двумерных и трехмерных волн, на частотах, связанных условиями фазового синхронизма. Выявлено, что на непроницаемой поверхности их взаимодействия значительно сильнее в несимметричном триплете. Установлено, что на пористой поверхности линейные инкременты вихревых возмущений значительно увеличиваются, расширяется область опасных частот и возрастает пространственная протяженность существования растущих колебаний. Нелинейные взаимодействия, как правило, значительно интенсивнее по сравнению с непроницаемой поверхностью, они осуществляются в широком частотном диапазоне, что приводит к широкополосному нарастанию субгармонических вихревых волн Толлмина-Шлихтинга. Увеличение пористости поверхности приводит к интенсификации нелинейных процессов.

Linear and Nonlinear Stability into a Boundary Layers of the Compressed Gas on a Porous Surfaces

S.A. Gaponov, B.V. Smorodsky, N.M. Terekhova

Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS, Novosibirsk, Russia

In this paper laws of linear and nonlinear evolution stages of a vortical disturbances development a supersonic interface on impenetrable and porous surfaces at Mach number $M = 2$ were carried out theoretically. At a linear stage change of disturbances characteristics on a plate was considered at different levels of porosity.

Simulation of interrelations in the several triplets composed from two-dimensional and three-dimensional of waves was carried out. It was revealed that on impenetrable surfaces their interaction are much stronger in an asymmetrical triplet. It was established that on a porous surface linear increments of vortical disturbances increase considerably, the area of dangerous frequencies extends and spatial extent growing fluctuations increases. Nonlinear interactions, as a rule, much more intensively in comparison with an impenetrable surface, they are realized in a wide frequency range that leads to broadband increase of sub-harmonic vortical Tollmien-Schlichting waves. The surface porosity increase leads to an intensification of nonlinear processes.

НЕЛИНЕЙНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ ВСВЕРХЗВУКОВЫХ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЯХ НА НЕПРОНИЦАЕМЫХ И ПОРИСТЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ С ТЕПЛООБМЕНОМ

С.А. Гапонов, Н.М. Терехова

*Институт теоретической и прикладной механики
им. Христиановича СО РАН, Новосибирск, Россия
E-mail: gaponov@itam.nsc.ru*

Известно, что использование разного рода волнистых и пористых и пористых поверхностей, щелевого отсоса, нагреваемых и охлаждаемых стенок сильно влияет на характер развития возмущений в пограничных слоях. Влияние это двоякое – оно может работать как на подавление возмущений определенного состава или природы, затягивая ламинарные участки течения, так и вызывать интенсификацию обменных процессов и ускоренную турбулилизацию пограничного слоя.

Поэтому для практических вопросов управления режимами течения исследование подобных факторов влияния представляется целесообразным и оправданным. Ранее нами проведено численное моделирование стадий линейного и нелинейного развития возмущений в сверхзвуковом ($M=2$) и гиперзвуковом ($M=6$) пограничных слоях сжимаемого газа на непроницаемой и на пористой теплоизолированных поверхностях.

В настоящей работе в рассмотрение введен еще один фактор – теплообмен на стенке. Известно, что на практике охлаждение обтекаемых поверхностей применяется для затягивания перехода на невысоких сверхзвуковых режимах. В случае течения сжимаемого газа теоретические исследования осложняются необходимостью учета возмущений температуры и плотности. При высоких числах Маха помимо собственных возмущений вихревой природы (первая мода) – появляются неустойчивые возмущения, связанные с возбуждением акустических колебаний второй моды, расширяющие возможности перехода к предтурбулентным и турбулентным режимам по новым сценариям.

Установлено, что на твердой поверхности при невысоких начальных уровнях возмущений в потоке реализуется неустойчивость, закономерности которой объясняются трехволновым резонансным взаимодействием волн. При этом нелинейность достаточно слабая и нет значительного усложнения спектрального состава возмущений. В таких ситуациях возможен теоретический анализ в рамках слабонелинейной теории гидродинамической устойчивости – модели взаимодействия в резонансных триадах.

В работе показано, что теплообмен на стенке приводит к деформации средних параметров пограничных слоев – продольной скорости и плотности. При нагревании толщина и наполненность профилей скорости уменьшаются, а при охлаждении – увеличиваются. Это сказывается на характеристиках линейных волн – при охлаждении инкременты вихревых возмущений первой моды уменьшаются, а акустических второй моды увеличиваются.

На пористых поверхностях направленность процесса обратная, на них происходит поглощение звуковых возмущений и затухание акустических волн. В то же время усиливаются вихревые колебания, что приводит к более быстрому их нарастанию в рассмотренных частотных диапазонах.

Проведенное моделирование показало, что на любых поверхностях нелинейные процессы возможны. Нелинейность в рамках модели связи в резонансных триадах в первую очередь сказывается на динамике акустических возмущений. Из-за разнонаправленности процессов совместного влияния пористости и теплообмена это может приводить как к усилению, так и к деструкции амплитуд разных волн в нелинейных областях развития.

Nonlinear Interactions of the Disturbances in a Supersonic Boundary Layers on a Solid and a Porous Surfaces with a Heat Exchange

S.A. Gaponov, N.M. Terekhova

Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS, Novosibirsk, Russia

The simulation has shown that on any surfaces nonlinear processes are possible. Numerical calculations show, that in resonant triads nonlinearity affects first of all on dynamics of the second mode disturbances. Because of a different orientation of processes joint influence of porosity and heat exchange it can result both to amplification, and to damping amplitudes of different waves in nonlinear development areas. A linear and nonlinear models of interaction of disturbances examines into the boundary layers of compressed gas for $M=2$ and 5.35.

РЕЛАКСАЦИЯ: ВЛИЯНИЕ НА УСТОЙЧИВОСТЬ И ДИССИПАЦИЯ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Ю.Н. Григорьев¹, И.В. Ершов²

¹Иститут вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск,

²Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин), Россия
E-mail: grigor@ict.nsc.ru, i_erшов@ngs.ru

В докладе излагаются результаты систематических исследований влияния диссипативного эффекта, возникающего в релаксирующих молекулярных газах, на устойчивость течений и подавление турбулентности. Для умеренного уровня возбуждения в качестве базовой модели использовались полные уравнения Навье-Стокса сжимаемого теплопроводного газа с учетом объемной вязкости, а для случая сильного возбуждения колебательных мод – уравнения двухтемпературной релаксационной аэродинамики.

Для оценки прямого вклада релаксации в изменение критического числа Рейнольдса ламинарно-турбулентного перехода (ЛТП) энергетическая теория нелинейной устойчивости обобщена на случай сжимаемых и колебательно возбужденных течений молекулярных газов. На ее основе аналитически и численно решена вариационная задача о минимальном числе Рейнольдса ЛТП в течении Куэтта. В длинноволновом приближении получено асимптотическое решение [1]. Во всем диапазоне изменения волновых чисел возмущений спектр чисел Рейнольдса рассчитывался методом коллокаций [2]. Показано, что процесс релаксации может существенно увеличить критическое число Рейнольдса.

Рассмотрено влияние релаксации на линейную устойчивость сдвиговых течений термически неравновесных газов в невязком случае. Получено обобщение известных классических результатов для идеального газа. Вычислены неустойчивые инерционные моды с максимальным инкрементом нарастания [3, 4]. Используя их в качестве начальных возмущений, на основе численного моделирования исследовано влияние релаксации на полный цикл развития неустойчивости Кельвина-Гельмгольца при закритических числах Рейнольдса вплоть до формирования и последующей диссипации структуры “cat’s-eye” в эволюционирующем во времени слое сдвига с точкой перегиба на профиле скорости [5, 6]. Результаты показали, что имеет место существенное подавление возмущений на нелинейной стадии их развития. В частности, скорость диссипации кинетической энергии возмущений может возрасти на 10-15 % по сравнению с равновесным случаем.

Эффект подавления турбулентности релаксационным процессом в закритической области изучался также ранее на основе модельного течения, адекватно воспроизводящего основной элемент современных сценариев нелинейной стадии ЛТП и развитой турбулентности – эволюцию крупной вихревой структуры в сдвиговом потоке [7, 8]. Полученные здесь результаты хорошо согласуются с расчетами на основе более реалистичной постановки [5, 6].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 08-01-00116; 11-01-00064).

Л и т е р а т у р а

1. Григорьев Ю.Н., Ершов И.В. Влияние объемной вязкости на неустойчивость Кельвина-Гельмгольца// ПМТФ. 2008. Т. 49, № 3. С. 73-84.
2. Григорьев Ю.Н., Ершов И.В. Энергетическая оценка критических чисел Рейнольдса в сжимаемом течении Куэтта. Влияние объемной вязкости// ПМТФ. 2010. Т. 51, № 5. С. 59-67.
3. Григорьев Ю.Н., Ершов И.В. Линейная устойчивость невязкого сдвигового течения колебательно возбужденного двухатомного газа// ПММ. 2011. Т. 45, Вып. 4. С. 581-593.
4. Григорьев Ю.Н., Ершов И.В. Устойчивость течений колебательно возбужденных газов. Энергетический подход// Вестник Нижегородского ун-та им. Н.И. Лобачевского. МЖГ. 2011. № 4 (3). С. 735-737.
5. Григорьев Ю.Н., Ершов И.В., Зырянов К.В. Численное моделирование волн Кельвина-Гельмгольца в слабо неравновесном молекулярном газе// Вычисл. технологии. 2008. Т.13, №5, С.25-40.
6. Григорьев Ю.Н., Ершов И.В., Зырянов К.В. Численное моделирование инерционной неустойчивости в колебательно неравновесном двухатомном газе// Вычисл. технологии. 2010. Т. 15, № 6. С. 42-56
7. Григорьев Ю.Н., Ершов И.В. Подавление вихревых возмущений релаксационным процессом в течениях возбужденного молекулярного газа// ПМТФ. 2003. Т. 44, № 4. С. 22-34.
8. Григорьев Ю.Н., Ершов И.В., Ершова Е.Е. Влияние колебательной релаксации на пульсационную активность в течениях возбужденного двухатомного газа// ПМТФ. 2004. Т. 45, № 3. С.15-23.

The Relaxation: Influence on Stability and Dissipation of Turbulence

Yu.N. Grigoryev¹, I.V. Ershov²

¹*Institute of Computational Technologies SB RAS, Novosibirsk*

²*Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering, Russia*

Stability of parallel shear flows of a vibrationally excited diatomic gas was studied within the framework of nonlinear energy theory. The gas flow was described by equations of two-temperature aerodynamics. The integral balance equation for energy of disturbances was carried out for a special energy functional. Using the equation a variational problem of determining the critical Reynolds number of the laminar–turbulent transition is solved both analytically and numerically for the Couette gas flow. In the report the asymptotical estimations of the critical Reynolds number in a long-wave limit are submitted which show its dependence on the Mach number, bulk viscosity and relaxation time. For arbitrary wave numbers the problem is numerically solved by collocation method. It was shown that the minimum critical Reynolds numbers within realistic flow parameters for diatomic gases are reached for streamwise disturbances. They grow with rising the Mach number, bulk viscosity and relaxation time increasing in a limit approximately in two and a half times.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И ГАЗОДИНАМИЧЕСКИЕ ПОЛЯ ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТИ ПРОВОДЯЩИХ ТЕЛ В СИЛЬНО РАЗРЕЖЕННОЙ ПЛАЗМЕ. ВЛИЯНИЕ КРИВИЗНЫ ПОВЕРХНОСТИ

Ю.Ф. Гунько¹, Н.А. Гунько²

¹*Санкт-Петербургский государственный университет,*

²*Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: nataliagunko@gmail.com

Рассматривается задача о течении однокомпонентного заряженного газа свободных электронов в ограниченном пространстве в случае цилиндрической и сферической симметрий.

Для одного частного случая цилиндрической симметрии получено аналитическое решение, аналогичное по форме решению Ленгмюра для плоского одномерного движения. Другие решения задачи Коши построены численным методом, с частичным использованием аналитических методов.

Работа является развитием методов решения аналитических задач [1, 2], перенесенных на новые условия.

Л и т е р а т у р а

1. Гунько Ю.Ф., Сидорова О.В. Структура экранирующего поля вблизи проводящей поверхности в разреженной плазме. Третьи Поляховские чтения. Тезисы докладов. Санкт-Петербург. Изд. «ВВМ» 2003. С. 132-133.
2. Гунько Ю.Ф., Колесникова Э.Н. Структура течения вблизи плоской поверхности в сильно разреженной плазме. // В сб «Модели неоднородных сред». Вып. 8. Санкт-Петербург. Изд. СПбГУ, 2004. С. 63-95.

Electric and Gas-Dynamic Fields in Low-Density Plasma near by Solid Body. Surface Curvature's Influence

Yu.F. Gunko¹, N.A. Gunko²

¹*Saint Petersburg State University,*

²*Physico-Technical A.F. Ioffe Institute, Saint Petersburg, Russia*

The connection between the motion of the charged particles and electric field near by solid body is studied.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ В ПРОТОЧНОМ СЕПАРАТОРЕ

Я.А. Гусев, Ю.М. Циркунов

*Балтийский государственный технический университет
"ВОЕНМЕХ" им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, Россия*
E-mail: tsrknv@bstu.spb.su

Наличие твердой дисперсной примеси в потоке газа часто приводит к абразивной эрозии обтекаемых поверхностей. Так, при течении запыленного газа в трубах и других проточных трактах эрозии подвергаются стенки и различные элементы внутри трубы (задвижки, клапаны и т.п.). Для уменьшения концентрации пыли используются различные фильтры. Наиболее распространенными являются механические и электростатические фильтры. Среди механических фильтров чаще используются сепараторы циклонного типа, в которых поток закручивается и дисперсные частицы примеси, имеющие большую инерционность, смещаются к периферии циклонной камеры и затем удаляются из потока. Однако потери скорости потока в таких сепараторах велики. Недавно был разработан метод отделения примеси от газового потока с помощью проточного сепаратора, в котором поток не закручивается и сохраняет направление своего течения. Сепарация происходит за счет «сжатия» потока примеси с помощью специальных вставок [1]. Целью данной работы является исследование эффективности проточного сепаратора для частиц различных размеров на основе численного моделирования течения запыленного газа.

Концентрация примеси в потоке считается достаточно малой, и пренебрегается ее влиянием на течение несущего газа, а также столкновениями между частицами. Последовательно решаются две задачи: расчет течения газового потока в сепараторе, который представляет собой трубу с профилированными вставками, и расчет движения примеси в этом поле течения. При решении первой из названных задач численно моделируется турбулентный поток на основе уравнений Рейнольдса с использованием SST-модели турбулентности Ментера [2]. В расчетной области строится блочная сетка со сгущением ячеек к поверхностям вставок. Расчеты выполнены в пакете ANSYS CFX. В модели межфазного взаимодействия учитывалась только сила аэродинамического сопротивления частиц, которая является доминирующей в рассматриваемом классе течений. Число Стокса, характеризующее относительную инерционность частиц в потоке, варьировалось от $\sim 0,1$ до нескольких сотен. В результате расчетов получены характеристики проточного сепаратора и найдены диапазоны параметров течения, в которых разделение фаз является наиболее эффективным.

Данное исследование выполнено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 09-08-00888).

Л и т е р а т у р а

1. Хотяков В.Б., Циркунов Ю.М., Капанов И.Е. Способ осуществления проточной сепарации газовых потоков от твердых и жидких примесей // Патент РФ № 2355462.
2. Menter F.R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. // AIAA Journal. 1994. Vol. 32. No. 8. P. 269–289.

Investigation of Two-Phase Flow in a Straight-Channel Separator

Ya.A. Gusev, Yu.M. Tsirkunov

Baltic State Technical University, Saint Petersburg, Russia

Two-phase flow in a straight-channel separator was investigated numerically. The particle concentration was assumed to be very low. The carrier gas flow was simulated by solving the Reynolds equations with the Menter SST-turbulence model. The Stokes number for particles was varied in the range from $\sim 0,1$ to ~ 100 . Configuration of the channel and flow properties which provide the high separation of particles from the carrier gas were found.

АДСОРБЦИЯ МОНОМЕРОВ И ДИМЕРОВ ПАРОВ ВОДЫ НА ПОВЕРХНОСТИ АЛЮМИНИЯ

С.З. До¹, Б.В. Егоров^{1,2}

¹Московский физико-технический институт (государственный университет),

²Центральный аэрогидродинамический институт имени проф. Н.Е. Жуковского (ЦАГИ), Россия

E-mail: do_xuan_doanh_83@yahoo.com, boris.egorov@mail.ru

Рассматривается адсорбцию молекул и димеров паров воды на поверхности алюминия, считая, что справедлива газокинетическая кластерная модель [1]. Количества адсорбированных молекул и димеров воды на единицу площади поверхности алюминия принимают вид [2]:

$$\sigma_1 = \frac{\alpha_1 P}{AkT} \left(\frac{h^2}{2\pi m_1 kT} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{Z_{Al^+-(H_2O)}^{vib}}{Z_{H_2O}^{vib}} \exp\left\{ \frac{E_{dis}}{kT} \right\}, \quad \sigma_2 = \frac{\alpha_2 P}{AkT} \left(\frac{h^2}{2\pi m_2 kT} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{Z_{Al^+-(H_2O)_2}^{vib}}{Z_{(H_2O)_2}^{vib}} \exp\left\{ \frac{E_{dis}}{kT} \right\}$$

Здесь α_1 , α_2 – мольная доля мономеров и димеров воды, P – полное давление газа, T – температура газа, m_1 , m_2 – масса молекулы воды и димера, $Z_{H_2O}^{vib}$, $Z_{Al^+-(H_2O)_2}^{vib}$ – колебательная статистическая сумма молекулы и димера воды без учёта нулевых колебаний, $Z_{Al^+-(H_2O)}^{vib}$, $Z_{Al^+-(H_2O)_2}^{vib}$ – колебательная статистическая сумма кластера $Al^+-(H_2O)$ и $Al^+-(H_2O)_2$ без учёта нулевых колебаний, A – площадь поверхности, $E_{dis} = 0,94$ Эв и $E_{dis} = 1,45$ Эв – энергия диссоциации кластера $Al^+-(H_2O)$ и $Al^+-(H_2O)_2$ соответственно на ион алюминия.

Из кластерной теории вытекает нелинейная зависимость количества адсорбированных частиц газа от давления, в отличие от линейной зависимости в теории Френкеля, а не учёт простейших кластеро-димеров может привести к существенным ошибкам в определении структуры и физических свойств адсорбированных слоёв.

Л и т е р а т у р а :

1. Артюхин А.С., Егоров Б.В., Забабурин Е.А. и др. Кинетика формирования ультралёгкой фракции нейтральных и заряженных кластеров в газодинамических потоках летательного аппарата// ХФ, 2004, т. 24, с. 28-46.
2. В. Д. Ягодовский. Статистическая термодинамика в физической химии. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009. 495 с.

Adsorption of Monomers and Dimers of Water Vapor on the Surface of Aluminum

X.D. Do¹, B.V. Egorov^{1,2}

¹Moscow Institute of Physics and Technology,

²TsAGI-Central Aerohydrodynamics Institute n.a. Prof. N.E. Zhukovsky, Moscow Region, Russia

Quasi-chemical cluster model (QCCM) has been used to describe adsorption of water monomers and dimers on aluminum surface. From cluster theory, it can be deduced that pressure dependence on the number of ad-particles is non-linear.

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА НИЗКОСКОРОСТНЫХ ВОЗДУШНЫХ СТРУЙ В ПОПЕРЕЧНОМ ПОТОКЕ

К.Г. Добросельский

Институт теплофизики СО РАН, Новосибирск, Россия
E-mail: dobroselsky@mail.ru

Экспериментально исследовано действие турбулентного потока на вдуваемую нормально низкоскоростную осесимметричную струю. Получены эмпирические зависимости, описывающие геометрию оси струи в поперечном воздушном потоке. Показано, что линии максимальной температуры и максимальной скорости не совпадают, при этом тепловая ось лежит ниже динамической.

Круглая струя, развивающаяся в сносимом поперечном потоке, представляет интерес не только потому, что это сложная газодинамическая задача, а, прежде всего, из-за широкого ее использования в различных технических устройствах. Основные параметры струи – траектория и дальность, падение скорости и температуры вдоль оси струи.

На рис. 1 представлены основные характеристики струи и потока.

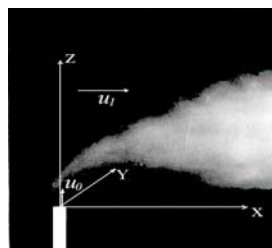


Рис. 1. Постановка задачи.

На рис. 2 показана обобщенная геометрия струи в сносимом воздушном потоке. Сплошная линия – поднятие струи над устьем источника, вычисленное для точек максимальной температуры, штриховая линия – ось струи, вычисленная для точек максимальной скорости ($q = u_0^2/u_1^2$ – относительный скоростной напор струи; $\bar{x} = x/d$, $\bar{z} = z/d$ – безразмерные координаты точек оси струи, соответственно продольная и вертикальная, отсчитываемые от центра среза трубки диаметром d).

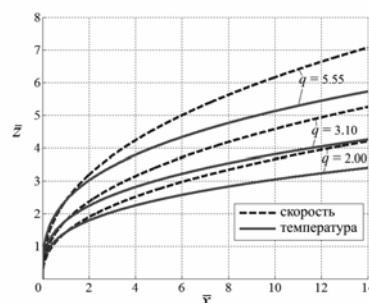


Рис. 2. Геометрия оси струи.

Начальный участок струи условно можно разбить на две части: вертикальную и искривленную. При переходе одной части в другую на оси струи образуется область перегиба, скорость и температура в которой увеличивается по сравнению с величинами в устье источника на величину порядка 7%. Особенности тепло- и массообмена сносимой потоком струи на начальном участке являются, по-видимому, определяющими для ее дальнейшего течения и взаимодействия с окружающей средой.

The Aerodynamic Properties of Low-Speed Air Jet in Cross Flow

K.G. Dobroselsky

The Institute of Thermophysics of the SB RAS, Novosibirsk, Russia

The action of a turbulent flow on an injected normally low-head axisymmetric jet has been investigated experimentally. Empirical dependences describing the geometry of the jet axis in a transverse air flow have been obtained. It has been shown that the maximum temperature and velocity curves do not coincide; the thermal axis lies lower than the dynamic axis.

К ВОПРОСУ ОБ ОБТЕКАНИИ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТЬЮ

Б.А. Ершов, Г.А. Кутеева

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: gkut@rambler.ru

Задача об обтекании твердых тел вязкой несжимаемой жидкостью – одна из классических задач гидромеханики. Результаты об обтекании сферы содержатся во многих монографиях и учебниках, напр. [1-6]. Обтекание эллипсоида вязкой жидкостью обсуждается в монографии Г. Ламба [4] вместе со ссылками на менее известные работы. Уравнения Навье-Стокса линеаризованы по скоростям (малые числа Рейнольдса), обтекание стационарное, граничные условия: нулевые скорости на поверхности эллипсоида и постоянная скорость на бесконечности. В [4] выражения для поля скоростей и давлений получены в квадратурах с использованием функций, в которых участвует потенциал эллипсоида. В настоящей работе формулы, полученные Г. Ламбом, преобразованы к виду, позволяющему графически построить поля скоростей и давлений вблизи эллипсоида вращения. Обсуждаются характеристики поля скоростей вблизи сферы и эллипсоидов вращения с различными полуосями. Приводятся графики.

Л и т е р а т у р а

1. Валландер С.В. Лекции по гидромеханике. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2005. 304-с.
2. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. ч. I. М.-Л.: ОГИЗ, 1948. 535 с.
3. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. ч. II. М.-Л.: ОГИЗ, 1948. 612 с.
4. Ламб Г. Гидродинамика. М.-Л.: ОГИЗ, 1947. 928 с.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 736 с.
6. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с.

Viscous Flow around Body Rotation

B.A. Ershov, G.A. Kuteeva

Saint Petersburg State University, Russia

The flow around ellipsoid in viscous fluid was discussed in the classical monograph by G. Lamb [4]. Using Lamb's method we derived analytical expressions for building graphically velocity field around ellipsoid rotation. The characteristics of velocity field around sphere and ellipsoids with different axis are analyzed. The graphics are shown.

ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ ДЛЯ МЕДЛЕННЫХ ТЕЧЕНИЙ ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ

В.М. Жданов

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, Россия
E-mail: vmzhdanov@mail.ru

Формулируется новая постановка задачи о граничных условиях скольжения для уравнений Навье–Стокса в случае медленных (вязких) течений газовой смеси. В качестве исходных газодинамических уравнений используется система линеаризованных уравнений моментов в приближении 13 моментов метода Грэда [1], включающая уравнение движения для отдельного компонента газовой смеси и соотношение для тензора парциальных вязких напряжений, пропорционального пространственной производной от собственной макроскопической скорости компонента смеси. В систему входят также соотношения для парциальных потоков тепла, пропорциональных градиенту температуры и диффузионным скоростям компонентов. В отличие от обычно принятой постановки задачи для уравнений Навье–Стокса [2], где вязкие напряжения считаются независимыми от диффузионных скоростей компонентов (на основании результатов первого приближения теории Чепмена–Энскога [3]), в настоящей работе граничные условия скольжения определяются не для среднемассовой скорости смеси, а для макроскопических скоростей каждого компонента смеси, выражения для которых следуют из решения принятой исходной системы газодинамических уравнений.

Для получения конкретных выражений для коэффициентов вязкого, диффузионного и теплового скольжения на границе газовой смеси при решении уравнений моментов используется модифицированный метод Максвелла, (приближенный метод Лоялки [2]). Использование приближения 13 моментов позволяет при этом получить результаты, соответствующие по точности полному второму приближению в разложении по полиномам Сонина в методе Чепмена–Энскога [3].

Найденные результаты используются при получении усредненных по сечению канала выражений для среднемольярной и среднемассовой скорости смеси, диффузионных и тепловых потоков компонентов в плоском и цилиндрическом каналах, справедливых при относительно малых числах Кнудсена. Показано, что кинетические коэффициенты в выражениях для потоков образуют матрицу коэффициентов [4], которые удовлетворяют известным соотношениям симметрии Онзагера.

Л и т е р а т у р а

1. Жданов В.М. Процессы переноса в многокомпонентной плазме. М.: Физматлит, 2009. 278 с
2. Ivchenko I.N., Loyalka S.K., Tompson R.V. Analytical methods for problems of molecular transport. Springer-Verlag, 2005, 335 p
3. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. М.: ИЛ, 1960. 650 с
4. Zhdanov V.M. Flow and diffusion of gases in capillaries and porous media // Advances in Colloid and Interface Science, 1996. V.66. P.1-26

Boundary Slip Condition for Slow Flows of Gas Mixture

V.M. Zhdanov

National Research Nuclear University “MEPhI”, Moscow, Russia

The new statement of the problem of boundary slip conditions for the Navier-Stokes equations in the case of slow (viscous) flows of gas mixtures is considered. The original system of gasdynamical equations is the system of linearized moment equations in 13 moments approximation of Grad’s method. The system includes the motion equation for individual components of mixture, the relation for a partial viscous stress tensor proportional to the spatial derivative of the macroscopic species velocities and relations for heat fluxes. The boundary slip conditions are defined in the present work for the species velocities. The expressions for viscous, diffusion and thermal slip coefficients on the boundary of gas mixture are obtained with help of modified Maxwell method (Loyalka approximation method). The results obtained are used to derive the expressions of cross section averaged velocities, diffusion and heat fluxes in plane and cylindrical channels which are true at small Knudsen numbers. It is shown that kinetic coefficients in the expressions of fluxes generate Onsager matrix which satisfy the symmetry relations.

СВЕРХЗВУКОВЫЕ ДВИЖЕНИЯ ГАЗА С КОНДЕНСИРОВАННЫМИ ЧАСТИЦАМИ В ЗОНЕ РЕАКЦИИ СТОЯЧЕЙ ВОЛНЫ ДЕТОНАЦИИ

Г.В. Жижин

Северо-Западный государственный заочный технический университет, С.-Петербург, Россия
E-mail: gv@nwpi.ru

Впервые вопрос о возможности непрерывного перехода от дозвуковых к сверхзвуковым течениям газа в зоне реакции волны детонации был рассмотрен в [1]. Эта работа стала основой модели неидеальной волны детонации Зельдовича – Неймана – Дёринга, в которой волна детонации представляется как совокупность ударной волны и последующей за ней зоной химических реакций горения [2, 3]. В [1] учитывались потери энергии газа при движении на трение и теплообмен со стенками канала, по которому распространяется волна детонации. Было обнаружено, что в точке перехода скорости движения газа через значение местной скорости звука система уравнений имеет особую точку, и утверждалось (без доказательства), что эта особая точка имеет тип седла. В данной работе доказано, что соответствующая система дифференциальных уравнений имеет множество особых точек, в окрестности каждой из которых расположены эллиптические области (особые точки не имеют тип седла), при этом каждое решение, по которому, в принципе, возможен переход от дозвуковых течений к сверхзвуковым течениям, вновь стремится вернуться в область дозвуковых течений. Это приводит к колебаниям в окрестности числа Маха, равному единицы, и невозможности достижения скоростей, существенно превышающих скорость звука. Присутствие в потоке газа конденсированных частиц создаёт естественные условия (см. 4, 5) для перехода к сверхзвуковым скоростям в зоне реакции стоячей волны детонации. В данной работе, продолжая исследования, начатые в [4, 5], построена математическая модель волны газовой детонации с конденсированными частицами с учётом различия скоростей и температур фаз в зоне реакции. Предполагается, что первой по ходу движения газа после ударной волны в зоне химических реакций расположена зона теплового и динамического взаимодействия фаз в отсутствие химических реакций. Длина этой зоны определяется характерным временем неадиабатической индукции, в ней температуры и скорости фаз не равны друг другу, а массовая доля исходного горючего газа постоянна. Последующая часть зоны химических реакций разбиваем на две зоны: газодинамическая зона, в которой происходит быстрое развитие химической реакции и за счёт этого резкое ускорение газа вплоть до звуковой скорости; зона релаксации, расположенная после газодинамической зоны в области сверхзвукового движения газа. Для каждой из зон построены приближённые аналитические решения, связанные друг с другом законами сохранения. Проведены численные исследования аналитических решений при варьировании отношения теплоёмкостей потока частиц и газа. В расчётах задавалось число Маха перед фронтом стоячей волны детонации (6, 12, 18). Численно доказана возможность перехода от дозвуковых скоростей движения газа к сверхзвуковым скоростям движения в зоне реакции волны детонации. Обнаружена существенно нелинейная зависимость (с несколькими экстремумами) числа Маха в конце зоны релаксации стоячей волны детонации (т.е. на выходе из волны детонации) от отношения теплоёмкостей потока газа и частиц.

Представляет интерес расширение в дальнейшем диапазона исследуемых параметров, в частности, определения возможности существования решений с переходом через скорость звука в зоне химических реакций волны детонации для значений параметров, соответствующих реальным ракетным топливам и реальным условиям работы ракетных двигателей.

Л и т е р а т у р а

1. Зельдович Я.Б. К теории распространения детонации в газообразных системах// Журн. exper. и теор. физ. 1940. Т. 10, № 5. С. 542 – 568.
2. Von Neuman J. Progress report on the theory of detonation waves// OSRD Rept. 1942. No. 549.
3. Doring W. Uber den detonationsvorgang in gasen// Ann. Physik. 1943. 43. S. 421.
4. Жижин Г.В. Неравновесные процессы в стоячей волне детонации запылённого горючего газа [Электронный ресурс]// Жижин Г.В. // Авиадвигатели XXI века: материалы конф.- Электрон. дан. – М.: ЦИАМ, 2010. 1 электрон. опт. Диск (CD-ROM).
5. Жижин Г.В. Математическая модель стоячей волны детонации в струе запылённого газа. Струйные, отрывные и нестационарные течения. XXII юбилейный семинар с международным участием (сборник тезисов). С.-Петербург, 2010. С. 161 – 163.

РАСЧЁТ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ С ИЗМЕНЕНИЕМ ФАЗОВОГО СОСТОЯНИЯ В КАНАЛЕ

А.В. Зайцев, Е.В. Логвиненко

Санкт-Петербургский государственный университет
низкотемпературных и пищевых технологий (СГУНПТ), Россия
E-mail: zai_@inbox.ru

Рассматривается нестационарный трёхмерный процесс течения вязкой среды в канале с наличием теплопритоков, действием объёмных сил, учётом внутренней вязкости потока, трения на стенке, зависимости теплофизических свойств в любой точке от состояния потока и других реальных условий, сильно усложняющих поиск решения.

В данной работе проводится численное исследование течения на конечно-разностной модели с целью усовершенствования расчётного алгоритма и фиксации возникновения и развития двухфазного потока, различных гидродинамических режимов течения, изучения поведения полей исследуемых параметров при протяжённости канала десятки и сотни метров.

При такой постановке задача сводится к системе шести дифференциальных уравнений в частных производных: Навье-Стокса для динамики вязкого газа в проекциях, неразрывности, энергии и состояния, относительно неизвестных распределений по каналу проекций скоростей, давления, температуры и плотности – $u(x, y, z, \tau)$, $v(x, y, z, \tau)$, $w(x, y, z, \tau)$, $p(x, y, z, \tau)$, $T(x, y, z, \tau)$, $\rho(x, y, z, \tau)$.

При решении поставленной задачи в параболизированном виде для однофазного потока и с некоторыми дополнительными ограничениями [1] в процессе достижения устойчивости и сходимости были проведены численные эксперименты с различными разностными схемами. В качестве рабочего вещества использована криогенная жидкость – сжиженный природный газ (СПГ) – метан в трубе диаметром 200 мм, что является актуальным при транспортировке сжиженного природного газа по трубам.

Постепенное усложнение вычислительного алгоритма с большим количеством вложенных итерационных циклов требует постоянного поиска условий сходимости и устойчивости, который обычно базируется на исследовании конечно-разностных аппроксимаций дифференциальных уравнений [2]. В рассматриваемой задаче при возникновении паровой фазы в элементе потока происходит скачок плотности в сотни раз, который влияет на все параметры и распространяется по сечению в соседние узлы сетки за несколько итераций. В результате не выполняется уравнение неразрывности, физическая картина потока нарушена и кардинально нарушены условия сходимости и устойчивости. Восстановление этих условий возможно только в результате численных экспериментов.

В дальнейших расчётах вместо локальных плотностей применяются их осреднённые значения, как это обычно делается при расчёте двухфазных потоков [3]. Гидродинамическая картина потока при этом оценивается по локальным значениям плотностей. Для более точного учёта гидродинамической картины потока осреднение производится не по всему сечению канала, а локально по области вокруг рассчитываемого узла. На рис. 1 и 2 приведены некоторые из результатов расчёта.

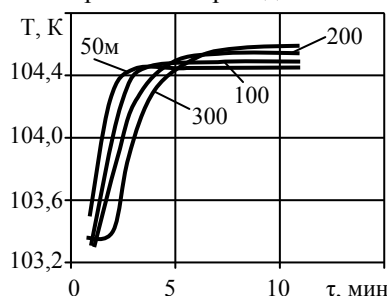


Рис. 1. Динамика изменения температуры потока в различных сечениях

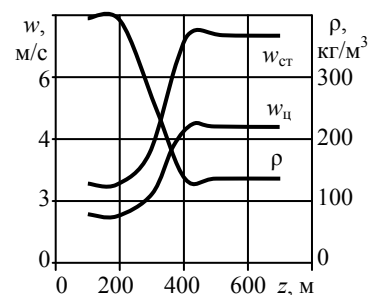


Рис. 2. Изменение параметров потока при возникновении паровой фазы

Основные направления дальнейших исследований на разработанной численной модели: создание алгоритма выбора переменных шагов по времени и координатам в процессе расчёта с целью достижения устойчивости и сходимости; сравнение результатов расчётов с известными теоретическими и экспериментальными данными; учёт поперечных относительно движения (пульсационных) составляющих скорости; выработка рекомендаций для протяжённых трубопроводов транспортирования СПГ и др.

Л и т е р а т у р а

1. Зайцев А.В. Разработка алгоритма решения уравнений Навье-Стокса для течения криогенной жидкости в трубе. / Вестник МАХ – СПб.: МАХ. 2011. № 3. С . 37–42.
2. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен: В 2-х т. Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. 726 с.
3. Мамаев В.А., Одишария Г.Э., Семёнов Н.И., Точигин А.А. Гидродинамика газо-жидкостных смесей в трубах. М.: Недра, 1969. 208 с.

The Calculation of the Fluid Flow in Channel with Phase Change

A.V. Zaitsev, E.V. Logvinenko

Saint Petersburg State University of Refrigeration and Food Engineering, Russia

Here is considered non-stationary viscous flow with phase change availability, heat supply, friction, physical properties dependence from state parameters etc. Some results of the numerical solution of the finite difference analogs system of partial differential equation are demonstrated.

КОРАБЕЛЬНЫЕ ПАЛУБНЫЕ УСТАНОВКИ ИМПУЛЬСНОГО РАСПЫЛЕНИЯ БИОСОРБЕНТОВ ДЛЯ ЛИКВИДАЦИИ РОЗЛИВОВ НЕФТИ НА АКВАТОРИИ

В.Д. Захматов¹, Н.В. Щербак²

¹ИТГИП НАН Украины, ²ЗАТ «Гипрограждан», Киев, Украина
E-mail: z-impulse@rambler.ru

Наиболее убыточны и опасны для экологии России и Украины разливы нефти на акватории рек, Черного и Азовского морей. Потенциально опасны надводные танкеры, перевозящие большие количества нефтепродуктов [1, 2]. Мало развита техника ликвидации и нейтрализации разливов нефти, которая конструктивно одинакова во всех странах и отличается лишь качеством изготовления. Это небольшие корабли или катера, оснащенные бакенами для локализации разливов и установками сбора нефтяной плёнки с поверхности воды [2, 3]. Есть различные пористые адсорбенты, впитывающие нефтяную плёнку и биологические сорбенты, именуемые в дальнейшем биосорбентами одновременно нейтрализующие нефть, но нет установок для быстрого и равномерного распыления лёгких гранул сорбентов по большим площадям, что препятствует их широкому применению [3, 4].

Наиболее перспективными с точки зрения универсального распыления различных составов, являются импульсные распылительные пороховые системы. Однако нет опыта их применения для распыления адсорбентов и легковоспламеняющихся биосорбентов – это как порох распылять порохом. Распыление адсорбентов с кораблей осуществляется лопатами в результате – низкая прицельность, унос ветром до 90% адсорбента и его неравномерное по нефтяному пятну. Разработаны и изготовлены многоствольные установки импульсного распыления, использующие холостые пороховые заряды. Найдено оригинальное решение по исключению сгорания и сохранению качеств легковоспламеняющихся сорбентов путем охлаждения и релаксации волны пороховых газов в канале ствола до контакта с сорбентами. Экспериментально получены оптимальные режимы распыления малоплотных сорбентов, позволяющие достичь дальности распыления до 55 м и площади, распыления при залпе из 5 стволов, до 450 м². Внедрение такой системы импульсной защиты позволит в значительной степени, качественно повысить степень обеспечения экологической безопасности акваторий и прибрежных зон.

Л и т е р а т у р а

1. Мазилин О.М. Оценка небезопасности забруднення важкими нафтопродуктами донної і берегової частини акваторії Кримського півострова в результаті перевезення нафтопродуктів морськими судами: Матеріали 11-й Всеукраїнської наук. –практ. конф. «Организация управления в надзвичайних ситуаціях». Київ: ІДУЦЗ УЦЗУ, 2009. – 385с.
2. Щербак М.В. Оснащення військових частин імпульсною технікою для ліквідації наслідків екологічних катастроф. // Екологія і ресурси.- Віп.19.- Київ-2008.- С.73-79.
3. Щербак М.В., Захматов В.Д., Ковалёв С.О., Гайдей В.В. Новые технологии локализации разливов нефти в море // Нафтова і газова промисловість, №6(242), 2008, С.55-57.
4. Бровченко И.А. Численное моделирование распространения нефтепродуктов в прибрежных зонах морей и внутренних водоёмах, Диссертация, Киев-2005.

Ship, Deck's Unit for Pulse Pulverization of Biology Sorbents, Liquidating the Oil Spred at Water

V.D. Zachmatov¹, N.V. Scherbak²

¹TGIP NASU, ²AT «Giprograjdanpromstroy», Kiev, Ukraine

The possibility of new technology for fast and quality liquidation of oil spreads at water surface, original pulse-pulverizing multibarrels unit for long range and large scale pulverization of biology sorbents, results of field-range test and future development of the technology is discussed.

СИСТЕМА ДЛЯ АВИАЦИОННОГО ИМПУЛЬСНОГО НАПЫЛЕНИЯ АДСОРБЕНТОВ НА НЕФТЯНУЮ ПЛЁНКУ НА АКВАТОРИИ

В.Д. Захматов¹, Н.В. Щербак²

¹ИТГИП НАН Украины, ²ЗАТ «Гипрограждан», Киев, Украина
E-mail: z-impulse@rambler.ru

Ежегодно в акваторию Мирового океана поступают миллионы тонн нефти и нефтепродуктов: с промышленными и бытовыми стоками 37%, постоянные утечки от эксплуатации кораблей и судов – 33%, аварийные разливы – 12%, с атмосферными осадками – 9%, фильтрация из природных источников – 7%, геологоразведка и нефтедобыча – 2% [2]. Аварийные разливы нефти и нефтепродуктов наиболее опасны в прибрежной части акватории, они непредсказуемы, локальны, высококонцентрированы.

Распыление адсорбентов с самолётов на разливы нефти не считается перспективным по причине больших - более 90% - потерь адсорбентов, обусловленных аэродинамическим воздействием встречного потока воздуха. Распылению адсорбентов с вертолётта в потоке от вертолётного винта осуществляется, с низкой прицельностью и неравномерным распределением адсорбента по нефтяному пятну [3, 4]. Наиболее перспективными с точки зрения универсального распыления различных составов, являются подвесные импульсные распылительные взрывные системы. Разработаны и изготовлены многобомбовые установки импульсного распыления, использующие взрывные заряды.

Найдено оригинальное решение по исключению сгорания и сохранению качеств легковоспламеняющихся сорбентов путем охлаждения и релаксации взрывной волны до контакта с сорбентами. Экспериментально получены оптимальные режимы распыления малоплотных сорбентов, позволяющие достичь площади, распыления при залпе из 4-х бомб до 850 м², при высоте подрыва 15-30 м над водой. Установка повешивалась к вертолётту на тресе 120 м. Внедрение такой системы импульсной защиты позволит в значительной степени, качественно повысить степень обеспечения экологической безопасности акваторий и прибрежных зон.

Л и т е р а т у р а

1. Щербак Н.В., Захматов В.Д. Авіаційна бомба для розпилення та активації речовини. Патент на винахід №84273, Україна, 2008.
2. Щербак Н.В. Оснащение войсковых частей импульсной техникой для ликвидации последствий экологических катастроф. // Экология и ресурсы, Вып.19, Киев-2008, С.73 -79.
3. Maderich V., Brovchenco I. Oil Dispersion by breaking waves and currents // Sea Technology.-2005, 46, №4.-P.17-22.
4. Korotenko K.A., Mamedov R.M., Moores C.N.. Prediction of the Transport and Dispersal of Oil in the South Caspian Sea Resulting from Blowouts. // Environmental Fluid Mechanism. 2002. 1. P. 383-414.
5. Щербак Н.В., Кожемякин А.С., Воевода А.Н. Новые методы и техника тушения поджогов и катастрофических пожаров в небоскрёбах. // Вісник Черкаського державного технологічного університету, Черкаси, №1, 2002, С.119-126.
6. Thorpe S. Langmuir Circulation and the Dispersion of the Oil Spills in Shallow Seas \ Spill Science and Technology Bulletin.- 2000.- 6. – P.

Aviation Pulverization of Biology Sorbents for Liquidation of Oil Spread at Water

V.D. Zachmatov¹, N.V. Scherbak²

¹TGIP NASU, ²AT «Giprograjdanpromstroy», Kiev, Ukraine

The possibility of new aviation technology for fast and quality liquidation of oil spreads at water surface, original pulse-pulverizing multibarrels unit for long range and large scale pulverization of biology sorbents, results of field-range test and future development of the technology is discussed.

МОДЕЛИ ОБРАЗОВАНИЯ ЗАРОДЫШЕЙ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЙ

Г.И. Змиевская, А.Л. Бондарева

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

E-mail: zmig@mail.ru, bal310775@yandex.ru

Математические модели прикладной механики используются в расчетах формирования тонких слоёв наноструктурированных покрытий, обладающих высокой прочностью алмазоподобного материала, становятся актуальными из-за сохраняющейся дороговизны получения порошков и особенно тонких пленок кристаллического карбида кремния, которые могут быть использованы как в электронике, так и как упрочняющие поверхности покрытия. Полученные экспериментальным путем нано-покрытия карбида кремния пока несовершенны, что проявляется в обнаружении в пленках кристаллов не заданного, а различных политипов, кроме того кристаллическая фаза тонкого слоя покрытия содержит дефекты, что приводит к разной степени аморфизации решетки.

Кинетические модели неравновесных фазовых переходов 1-го рода на его начальной стадии и вычислительный код позволяют анализировать формирование зародышей кристаллической фазы карбида кремния в условиях «открытой системы», которыми являются технологические параметры процесса его получения. Сравниваются в численном эксперименте два метода создания слоев тонких пленок:

– насыщение островков расплава кремния атомами углерода и кристаллизация островков-зародышей при понижении температуры, рассматриваются численно условия, формирующие атомную структуру зародыша кристалла, и определяющие политипы ($3C\text{-SiC}$, $4H\text{-SiC}$, $6H\text{-SiC}$), а также возможность бесструктурного затвердевания аморфных зародышей;

– образование покрытия высокой плотности поликристаллического карбида кремния (или твердофазная эпитаксия) посредством предварительной обработки поверхности субстрата кремния $\text{Si}(100)$ инертным газом с образованием пористости, а затем обработка углеродосодержащим газом с образованием соединения SiC .

Разработанные модели частично отражают сложные физико-химические процессы фазовых переходов, сопровождаемых химическими превращениями при формировании карбида кремния. Представленные методики расчета зародышеобразования позволяют создавать численные модели с пространственно-временными масштабами, характерными для задачи создания тонкопленочных покрытий с заданной степенью детализации описания процессов эпитаксии. Идея модели островкового этапа создания покрытия поверхности основана на возможности химических реакций расплава кремния с газами, содержащими атомы С для получения карбида кремния. Математическая модель и ее вычислительная реализация требуют решения систем квазилинейных интегро-дифференциальных уравнений математической физики в частных производных второго порядка. Метод стохастического аналога в форме стохастических дифференциальных уравнений Ито в форме Стратоновича позволяет анализировать нелинейную стадию зародышеобразования, а для учета химических превращений следует использовать уравнения Ито по точечной мере.

Л и т е р а т у р а

1. Змиевская Г.И., Бондарева А.Л. Кристаллические островки тонких пленок полупроводника // Физика плазмы, 2011, том 37, № 1, с. 93-102.
2. Змиевская Г.И., Бондарева А.Л. Островки тонкой пленки полупроводника и численный эксперимент // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования, 2010, №10, с. 50-58.
3. Bondareva A.L. and Zmievskaia G.I. Computer Simulation of Blistering In Multilayer Mirrors for EUV Lithography. J. of Surf. Investigation. X ray, Synchrotron and Neutron Techniques, 2010, Vol. 4, No. 3, pp. 480–487.

Models of Nuclei of Crystal Films Formation

G.I. Zmievskaia, A.L. Bondareva

M.V. Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, Moscow, Russia

Several models of nuclei of crystal films formation at fluctuation stage is presented in this paper. Formation conditions of different politypes of SiC and amorphous nuclei are considered. Fluctuation stage of solid-phase epitaxy is analyzed.

АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНАЯ АЭРОМЕХАНИКА С УЧЕТОМ РЕЛЬЕФА МЕСТНОСТИ И ОТБОРА ВЕТРОВОЙ ЭНЕРГИИ

С.А. Исаев¹, О.О. Егорычев², С.В. Гувернюк³, Н.В. Корнев⁴

¹Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации, Россия,

²Московский государственный строительный университет, Россия,

³НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия,

⁴Университет Росток, Германия

E-mail: isaev3612@yandex.ru, misisi@mgsu.ru, guv@imec.msu.ru, nikolai.kornev@uni-rostock.de

Комплексные расчетно-экспериментальные исследования по архитектурно-строительной аэротермодинамике и акустике высотных и большепролетных сооружений и городской застройки выполняются в МГСУ. Ведется строительство трубы метеорологического типа с моделированием атмосферного пограничного слоя. Иницирован ряд проектов по разработке программного обеспечения под кластерные платформы на основе многоблочных вычислительных технологий и мезомасштабных моделей аэродинамики окружающей среды [1]. Проведены исследования аэродинамики ансамблей высотных сооружений (Рис.1) [2]. Акцент в дальнейших работах сделан на влиянии рельефа местности, при этом планируется использовать значительный задел по аэрогидромеханике и теплообмену поверхностям с дискретной шероховатостью, в частности лунками [3]. Рассматриваются задачи снижения аэродинамического сопротивления строительных сооружений и отбора ветровой энергии.

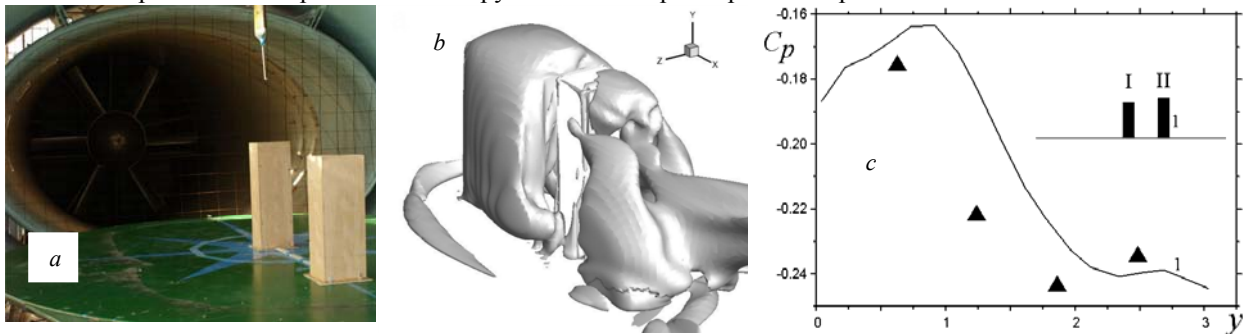


Рис. 1. Модель строительного ансамбля в аэродинамической трубе (а), срыв вихревой пелены при обтекании тандема зданий (b) и сравнение расчетных и экспериментальных C_p на тыльной стороне второго здания (с).

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Научные и педагогические кадры инновационной России» (проект 2009_1.5_000-010) и РФФИ (проект 11-01-00039).

Л и т е р а т у р а

1. Егорычев О.О., Исаев С.А., Гувернюк С.В., Судаков А.Г., Усачов А.Е. Разработка и применение многоблочных вычислительных технологий и мезомасштабных моделей окружающей среды для решения задач строительной аэродинамики // Сб. тр. Второй науч.-прак. конф. «Теория и практика расчета зданий, сооружений и элементов конструкций. Аналитические и численные методы». М., МГСУ, 2009. С.127-138.
2. Гувернюк С.В., Егорычев О.О., Исаев С.А., Корнев Н.В., Поддаева О.И. Численное и физическое моделирование ветрового воздействия на группу высотных зданий // Научно-технический журнал. Вестник МГСУ. 2011. Т.1. №3. С.185-191.
3. Isaev S.A., Kornev N.V., Leontiev A.I., Hassel E. Influence of the Reynolds number and the spherical dimple depth on the turbulent heat transfer and hydraulic loss in a narrow channel // Int. J. Heat Mass Transfer. 2010. Vol.53. Issues 1-3. P. 178-197.

Architectural – Building Aeromechanics in View of the Lay of Land and Selection of Wind Energy

S.A. Isaev¹, O.O Egorichev², S.V. Guvernuik³, N.V. Kornev⁴

¹Saint-Petersburg State University of Civil Aviation, Russia,

²Moscow State Building University, Russia,

³Mechanical Institute of MSU, Moscow, Russia,

⁴University of Rostock, Germany

Actual problems of building aeromechanics are considered.

КОЭФФИЦИЕНТЫ ПЕРЕНОСА В ПЯТИКОМПОНЕНТНЫХ ИОНИЗОВАННЫХ СМЕСЯХ АЗОТА И КИСЛОРОДА С УЧЕТОМ ЭЛЕКТРОННОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ

В.А. Истомина, Е.В. Кустова

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: vladimir_istomin@hotmail.com, kustova@math.spbu.ru

Процессы переноса в газах на протяжении длительного времени являются предметом исследования кинетической теории [1, 2, 3]. В ранних работах предполагалось, что газ состоит из бесструктурных частиц [1], затем модель газа последовательно усложнялась: были учтены внутренние степени свободы, рассмотрены различные условия отклонения от равновесия [2, 3]. Однако влияние электронного возбуждения частиц на процессы переноса до последнего времени остается неизученным. Первой попыткой учесть возбуждение электронных состояний атома стали работы по изучению теплопроводности и диффузии в плазме водорода вблизи химического равновесия [4, 5]. В работе [6] изучаются процессы переноса в ионизованных квазинейтральных атомарных смесях $N/N^+/e^-$ и $O/O^+/e^-$.

В настоящей работе построена теоретическая модель для изучения процессов переноса в более сложных газах – пятикомпонентных смесях азота и кислорода. Предлагается математическая модель для расчета коэффициентов теплопроводности, диффузии, сдвиговой и объемной вязкости с учетом вращательных, колебательных и электронных степеней свободы молекул и электронного возбуждения атомов. Модель использует первое приближение метода Чепмена-Энскога кинетической теории процессов переноса. Исследование коэффициентов теплопроводности и электропроводности, диффузии и термодиффузии, вязкости и объемной вязкости проводится в области от 500 до 50000 К. Оценивается вклад поступательных, колебательно-вращательных и электронных степеней свободы в коэффициент теплопроводности, анализируется эффект объемной вязкости и поведение числа Прандтля. Показано, что при расчете интегральных скобок, определяющих коэффициенты теплопроводности, можно пренебречь членами, содержащими дефект резонанса внутренней энергии.

Проведенные в данной работе вычисления нужны при расчете сопротивления и тепловых потоков в высокотемпературных течениях газа. Примером такой задачи может являться расчет тепловой нагрузки на поверхность космического летательного аппарата при вхождении его в атмосферу планеты, например, Земли или Марса.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 11-01-004008.

Л и т е р а т у р а

1. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. М.: ИЛ, 1960. 510 с.
2. Ферцигер Дж., Капер Г. Математическая теория процессов переноса в газах. М.: Мир, 1976. 554 с.
3. Нагнибеда Е.А., Кустова Е.В. Кинетическая теория процессов переноса и релаксации в потоках неравновесных реагирующих газов. СПб.: Изд. С.-Петерб. ун-та, 2003. 272 с.
4. Bruno D., Capitelli M., Catalfamo C., Laricchiuta A. Effect of electronic states on transport in magnetized hydrogen plasmas // *Phys. Plasmas*. 2007. Vol. 14. P. 072308.
5. Bruno D., Capitelli M., Catalfamo C., Laricchiuta A. Cutoff criteria of electronic partition functions and transport properties of atomic hydrogen thermal plasmas // *Phys. Plasmas*. 2008. Vol. 15. P. 112306.
6. Istomin V.A., Kustova E.V. Properties of Partially Ionized Atomic Gases with Electronic Excitation // 4th European Conference for Aerospace Sciences, Saint-Petersburg, 4-8 July 2011, Electronic Conference.

Transport Properties of Five-component Nitrogen and Oxygen Ionized Mixtures with Electronic Excitation

V.A. Istomin, E.V. Kustova

Saint Petersburg State University, Russia

A theoretical model of a high-temperature gas mixture containing electrons, ions and electronically excited atoms and molecules is developed using the modified Chapman-Enskog method. On the basis of the proposed model, the heat and electrical conductivity, diffusion and thermal diffusion, viscosity, and bulk viscosity coefficients are calculated in the temperature range 500–50000K. The results obtained in this study can be used to improve the accuracy of the predicted flow parameters and thermal loads in aerospace applications and atmospheric reentry problems.

УПРАВЛЕНИЕ ВОЗМУЩЕНИЯМИ ГИПЕРЗВУКОВОГО ВЯЗКОГО УДАРНОГО СЛОЯ

С.В. Кириловский, Т.В. Поплавская, И.С. Цырюльников

*Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича, Новосибирск, Россия
E-mail: stifus@ngs.ru, popla@itam.nsc.ru, tsivan@ngs.ru*

Все методы управления неустойчивостью течений подразделяются на пассивные и активные. Примером активного метода является интерференционный метод, когда развивающуюся волну неустойчивости можно усилить или подавить с помощью волны той же природы, подобрав соответствующий сдвиг фазы между возмущениями. А примером пассивного воздействия является метод пористых звукопоглощающих покрытий. В данной работе продемонстрирована возможность применения этих методов управления возмущениями гиперзвуковых ударных слоев.

При высоких гиперзвуковых числах Маха и движении в разреженной атмосфере больших высот головная УВ близко примыкает к пограничному слою, и течение за ней реализуется в виде вязкого ударного слоя (ВУС). Воздействие внешних возмущений на гиперзвуковой ударный слой на пластине при малых углах атаки приводит к возникновению в последнем энтропийно-вихревых возмущений, интенсивностью которых можно управлять путем введения в ударный слой локальных возмущений типа вдува-отсоса, т.е. интерференционным методом. В данной работе численно реализуется интерференционный метод управления возмущениями ВУС на пластине при углах атаки $\alpha \leq 15^\circ$ при воздействии внешних акустических волн (рис.1).

При увеличении угла атаки пластины в ударном слое интенсивность пульсаций плотности и энтропии уменьшается, а уровень пульсаций давления увеличивается, что соответствует увеличению доли акустических возмущений внутри ВУС. В этом случае возможно применение пассивного метода управления с помощью звукопоглощающих покрытий поверхности, которые адсорбируют энергию акустических волн в ударном слое.

Расчетное исследование выполнено с помощью двух подходов: 1) при помощи пакета ИТПМ СО РАН решалась задача с граничным условием на звукопоглощающей поверхности; 2) с помощью пакета ANSYS FLUENT — задача с прямым включением пористой вставки. Эксперименты по воздействию звукопоглощающих материалов выполнены в аэродинамической трубе ИТПМ СО РАН.

Продемонстрирована высокая эффективность подавления пульсаций давления на поверхности пластины в диапазоне частот 20÷40 кГц методом пассивных звукопоглощающих покрытий (рис. 2).

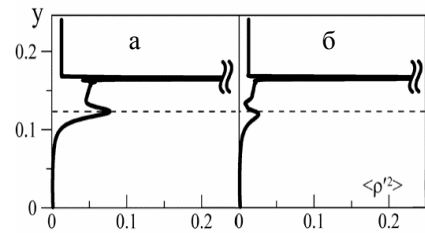


Рис.1. Среднеквадратичные пульсации плотности в сечении $x=0.9$ при взаимодействии ВУС с акуст. волнами на спектре частот $f_1 \pm f_{10} = 5 \pm 50$ кГц (а); с акуст. волнами и вдувом-отсосом, запущенными в противофазе (б), пунктир — граница погран. слоя.

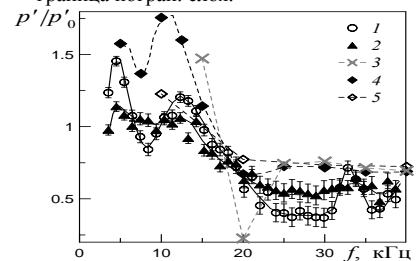


Рис.2. Спектры среднеквадратичных амплитуд пульсаций давления в ВУС на пластине под углом атаки 30° : 1, 2 — трубные эксперименты; 3 — расчет с гран. условием при $0.4 \leq x \leq 0.9$; 4, 5 — с помощью пакета Fluent.

Control of Disturbances in a Hypersonic Viscous Shock Layer

S.V. Kirilovskiy, T.V. Poplavskaya, I.S. Tsyryulnikov

Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Novosibirsk, Russia

Comprehensive numerical and experimental studies of receptivity and evolution of disturbances in a hypersonic shock layer on a flat plate aligned at an angle of attack were performed for the purpose of development methods for controlling disturbances in the shock layer of a real flying vehicle in a hypersonic flow. The entropy-vortex disturbances dominate inside the shock layer at small angles of attack ($\alpha < 15^\circ$). The interference method was realized to control these disturbances. As the angle of attack is increased, intensive growth of pressure disturbances on the plane surface is observed. The method of sound-absorbing is used for the suppression of disturbances in this case.

КИНЕТИКА ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ В ОДНОТЕМПЕРАТУРНЫХ ГАЗОВЫХ СМЕСЯХ

Е.Г. Колесниченко¹, Ю.Е. Горбачев²

¹*Институт механики МГУ,*

²*Геолинк Текнолоджис, Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: tap@formatek.ru, yuriy.gorbachev@gmail.com

Протекание химических реакций в газовой смеси приводит к нарушению локально равновесных функций распределения компонентов газовой смеси [1]. Как показывает пример мономолекулярных реакций [2,3] это обстоятельство может радикально менять кинетику химических реакций. В простейшем случае, рассмотренном в литературе [2], константа скорости в законе действующих масс для этой реакции становится функцией давления смеси, что приводит к изменению механизма реакции от бимолекулярного при низких до мономолекулярного при высоких давлениях. Ранее нами был разработан общий метод вывода газодинамических уравнений, учитывающий сильное влияние малых возмущений локально равновесного распределения на кинетику химических реакций [1]. Общий вывод, который следует из применения этого метода, заключается в том, что закон действующих масс, традиционно использующийся для макроскопического описания кинетики химических реакций, оказывается не справедливым. Проведенное нами рассмотрение конкретных примеров [2,3] показывает, что этот эффект имеет основной порядок величины и может радикально менять кинетику химических реакций в смеси. В традиционном подходе скорость производства компонента α в химических реакциях записывается в виде $R_{n_\alpha} = \sum_l v_{\alpha l} r_l$, где суммирование ведется по всем обратимым реакциям

$r_l = K_l^r \prod_\beta n_\beta^{v_{\beta l}^r} - K_l^f \prod_\beta n_\beta^{v_{\beta l}^f}$, а $v_{\alpha l} = v_{\alpha l}^f - v_{\alpha l}^r$. K_l^r и K_l^f – константы скоростей прямой и обратной

элементарной реакции, причем их отношение равно термодинамической константе равновесия. Если компонент α не принимает непосредственного участия в l -ой реакции, то $v_{\alpha l} = 0$. В рамках нашего подхода скорость производства компонента α имеет вид $R_{n_\alpha} = \sum_l \gamma_{\alpha l}(n, T) r_l + \sum_l \gamma'_{\alpha l} r'_l \nabla \cdot \mathbf{u}$, где r'_l отличается от r_l значениями констант скоростей, $\gamma_{\alpha l}(n_\beta, T)$ является сложной функцией плотностей всех химических компонентов и температуры смеси, причем эта величина, вообще говоря, отлична от нуля даже в том случае, когда компонент α не принимает участия в l -ой реакции. Кроме того, появляются дополнительные члены, пропорциональные дивергенции среднемассовой скорости течения. Полученные результаты требуют существенного пересмотра традиционного подхода к физико-химической газодинамике и, в частности, к экспериментальному определению скоростей элементарных реакций.

Л и т е р а т у р а

1. Kolesnichenko E.G., Gorbachev Yu.E. Gas-dynamic equations for spatially inhomogeneous gas mixtures with internal degrees of freedom. I. General theory. // Applied Mathematical Modelling. 2010. V. 34. № 12. P.3778-3790.
2. Kolesnichenko E.G., Gorbachev Yu.E. Impact of vibrational non-equilibrium on chemical reaction rates. // Physical-chemical kinetics in gas dynamics. 2011. V. 12. URL: <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2011-06-16-001.pdf>.
3. Kolesnichenko E.G., Gorbachev Yu.E. Chemical reactions in non-equilibrium gas mixtures and mass action law breakdown. 27-th International Symposium on Shock Waves. 19-24 July 2009. St.-Petersburg. Book of abstracts. 2009. p.38.

Chemical Reaction Kinetics in One-temperature Gas Mixtures

E.G. Kolesnichenko¹, Yu.E. Gorbachev²

¹*Institute of Mechanics, Moscow State University,*

²*Geolink Technologies, Saint Petersburg, Russia*

Using approach suggested in [1-3] gas dynamic equations for reacting gas mixtures have been obtained in the zero (Euler) order. Corresponding expressions for the species production rates can be represented as sums of individual reaction rates, but opposite to traditional approach based on mass action law, these rates are the functions of all component concentrations and the term proportional to the gas-dynamic velocity arise.

ЭФФЕКТ ПОСТУПАТЕЛЬНОЙ НЕРАВНОВЕСНОСТИ В ТАММ-МОТТ-СМИТОВСКОЙ МОДЕЛИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

М.М. Кузнецов, Ю.Д. Кулешова, Л.В. Смотров

Московский областной государственный университет, Россия
E-mail: kuznets-omn@yandex.ru

Работа посвящена аналитическому исследованию эффекта высокоскоростной поступательной неравновесности в сильных ударных волнах [1], когда относительная скорость молекул, сталкивающихся внутри фронта ударной волны, значительно превосходит по величине скорость звука в газовом потоке перед волной.

Несмотря на протекшие три десятилетия с начала исследования этого эффекта (в основном численных), в его понимании остается все еще много невыясненных вопросов, в разрешении которых свою полезную роль может сыграть аналитическая бимодальная модель ударной волны, получившая асимптотическую редакцию в работе [1].

С точки зрения практических приложений наибольший интерес представляет исследование т.н. высокопороговой, высокоскоростной поступательной неравновесности, возникающей при протекании неравновесных химических реакций с высокими энергиями активации в сильно сжатых газовых смесях [1].

Однако и при рассмотрении структуры сильных ударных волн в однокомпонентных, многоатомных газах с неупругими столкновениями можно, как оказалось, установить существенное, четко определенное свойство высокоскоростной поступательной неравновесности, с необходимостью следующее из аналитической бимодальной модели ударной волны.

Это свойство, по-видимому, незамеченное в численных исследованиях, сводится к тому, что в высокоскоростном «хвосте» бимодальной Тамм-Мотт-Смитовской функции распределения пар молекул, известный ранее [1] эффект «перехлеста», т.е. преобладания числа $N_{\text{неq}}$ высокоскоростных пар внутри фронта волны над числом N_{eq} в поступательно равновесной зоне за фронтом, имеет строгий максимум по величине $N_{\text{неq}} / N_{\text{eq}}$, зависящий от степени сжатия в сильной ударной волне.

Л и т е р а т у р а

1. Генич А.П., Куликов С.В., Манелис Г.Б., Черешнев С.Л. Поступательная релаксация в ударных волнах // Черноголовка, Препринт ОИХФ АН СССР. 1991. 68 с.
2. Филиппов Б.В., Христинич В.Б. Об асимптотических свойствах решений кинетических уравнений // Числ. методы мех. спл. среды. 1983. Т. 14. №2. С. 120-136.

Translational Nonequilibrium Effect in Tamm-Mott-Smith Shock Wave Model

M.M. Kuznetsov, Ju.D. Kuleshova, L.V. Smotrova

Moscow Region State University, Russia

The development of the possibilities of the analytical method of investigating the structure of shock wave front with the nonequilibrium chemical reaction is considered. The method is based on the Tamm-Mott-Smith's bimodal approximation.

КОНВЕКЦИЯ В ПЛОСКОМ СЛОЕ С МАКСИМУМОМ ПЛОТНОСТИ

Д.В. Кузнецова, И.Н. Сибгатуллин

НИИ Механики МГУ им. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: morven9@yandex.ru, sibgat@imec.msu.ru

Изучается конвекция в плоском слое воды с постоянными температурами и условием отсутствия касательных напряжений на границах. Поскольку вода имеет максимум плотности при атмосферном давлении и температуре вблизи 4 градусов Цельсия, зависимость плотности воды от температуры можно считать квадратичной с максимумом при 4 градусах [1]. Наличие максимума плотности внутри слоя оказывает существенное влияние на возникающие конвективные движения, которые значительно отличаются от классической конвекции Рэлея-Бенара с линейной зависимостью плотности от температуры.

Система уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска решалась псевдоспектральным методом с разрешением до 1024x256 гармоник. Для двумерной задачи рассматривалась ячейка периодичности без среднего горизонтального течения, причем было проведено исследование зависимости структуры решения от горизонтального масштаба.

В работе получены области гистерезиса и рассмотрен переход к стохастическим движениям. Показана возможность существования различных режимов течения при фиксированных значениях параметров, что иллюстрируется зависимостью среднего числа Нуссельта от разности температур на границах слоя. При потере устойчивости стационарных решений и появлении периодического течения характерна потеря симметрии в ячейке периодичности, появляются маленькие вихри в верхней части слоя. Для температурного поля характерно образование вертикально вытянутых структур, верхняя часть которых практически зафиксирована в устойчивой части слоя, а нижняя совершает колебательные движения – температурных «хвостов».

Наиболее реализуемый переход к хаосу происходит следующим образом [2]: вначале периодическое движение, затем происходит удвоение периода и образуется квазипериодический режим с аттрактором в фазовом пространстве в виде тора. При потере устойчивости квазипериодического режима возникает стохастический режим с перемежаемостью, когда на фоне основного движения происходят сильные всплески характеристик течения.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 09-08-00390-а. Вычисления производились на системах СКИФ МГУ «Чебышев» и «Ломоносов».

Л и т е р а т у р а

1. Veronis G. Penetrative convection // *Astrophys. J.* 1963. V. 137. P. 641-663.
2. Кузнецова Д.В., Сибгатуллин И.Н. Переходные режимы в проникающей конвекции в плоском слое воды // *ДАН.* 2011. Т. 438. №1. С. 47–50.

Convection in the Plain Layer with Density Maximum

D.V. Kuznetsova, I.N. Sibgatullin

Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University, Russia

The convection in the plain layer of water is considered with constant temperatures and stress-free conditions at the boundaries. Since the water density has a maximum of approximately 4°C at the atmospheric pressure then the density-temperature dependence is considered as a quadratic function for the temperature range 0-10°C. The pseudospectral method was used to solve 2D system of equations in Boussinesq approximation. The periodicity cell was considered and its horizontal scale was chosen with particular attention.

The hysteresis domains were obtained and the transition to chaos was shown. Different regimes of the motion can coexist at the fixed parameter values, it can be also illustrated by the dependence of the Nusselt number on the supercriticality. For the transition to periodic motions, losing of symmetry of the periodicity cell takes place and small vortices appear in the upper part of the layer. It is typical for the temperature field that vertically elongated structures are formed with the upper part fixed in the stable sublayer and the lower part oscillating. The most realizable transition to chaotic motions is the following: periodic motion, then the period doubling occurs, then quasiperiodic motion and the stochastic regime with strong manifestation of the intermittency.

This work was supported in part by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 09-08-00390-a. The calculations have been done at Moscow State University supercomputer systems “Chebyshev” and “Lomonosov”.

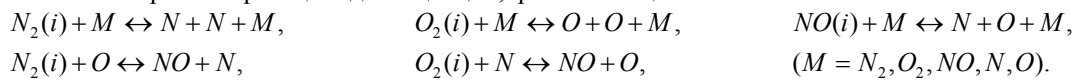
ПОУРОВНЕВОЕ ОПИСАНИЕ НЕРАВНОВЕСНОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ И ХИМИЧЕСКОЙ КИНЕТИКИ В ВОЗДУХЕ

О.В. Кунова

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: kunova.olga@gmail.com

При определении параметров смесей газов в условиях сильной колебательной и химической неравновесности наиболее строгой является модель, основанная на учете поуровневой кинетики [1]. Рассматриваемый подход основан на изучении заселенностей колебательных уровней молекул смеси и дает наиболее точное представление о физико-химических процессах, происходящих в потоках газов, и их связи между собой. Однако применение этого подхода для изучения многокомпонентных смесей реагирующих газов связано с трудоемкими расчетами, и поэтому неравновесная кинетика в таких смесях изучена до сих пор недостаточно.

В данной работе на основе поуровневого приближения рассматривается задача колебательной и химической релаксации пятикомпонентной воздушной смеси (N_2, O_2, NO, N, O) с учетом переходов колебательной энергии и реакций диссоциации, рекомбинации и обмена:



Система уравнений для пространственно однородной смеси состоит из уравнений для заселенностей колебательных уровней молекул, числовых плотностей атомов и температуры.

В настоящей работе на основе численного решения этой системы уравнений при разных начальных условиях показано влияние начальной неравновесности и состава смеси, химических реакций и моделей энергообменов на параметры газа. Для исследования кинетики смеси используются две модели энергообмена (SSH-теория [2] и аппроксимационные соотношения Капителли [3]), модель диссоциации-рекомбинации Тринора-Маррона, модифицированная в [1] для поуровневого приближения, и α – модель обменных реакций [2].

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 11-01-004008.

Л и т е р а т у р а

1. Нагнибеда Е.А., Кустова Е.В. Кинетическая теория процессов переноса и релаксации в потоках неравновесных реагирующих газов/ СПб.:Изд-во СПбГУ, 2003.
2. Физико-химические процессы в газовой динамике / под редакцией Черного Г.Г. и Лосева С.А./М.: Изд-во МГУ 1995. Т. 1, 2002. Т. 2.
3. Capitelli M., Armenise I., Gorse C. State-to-state approach in the kinetics of air components under re-entry conditions // J. Thermophys. Heat Transfer. 1997. Vol. 11. N 4. P. 570-578.

State-to-State Non-equilibrium Vibrational and Chemical Kinetics in Air Mixture

O.V. Kunova

Saint Petersburg State University, Russia

Vibrational and chemical relaxation of the 5-component air mixture (N_2, O_2, NO, N, O) is investigated taking into account bimolecular reactions, dissociation, recombination and energy exchanges. The state-to-state kinetic theory approach is applied for estimation of vibrational levels populations of molecular species, number densities of atomic species and gas temperature.

**ВЛИЯНИЕ НЕПОСТОЯНСТВА ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН
НА РАСЧЕТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА**

Г.И. Курбатова¹, Е.А. Попова²

¹*Санкт-Петербургский государственный университет,*

²*Санкт-Петербургский государственный горный университет, Россия*

E-mail: gi_kurb@mail.ru, e-lena-05@mail.ru

В рамках моделирования процесса транспортировки газа по протяженному трубопроводу рассматривается зависимость теплоемкости газа от плотности и температуры. В работе проведен расчет теплоемкости для разных составов транспортируемого углеводородного сырья в широком диапазоне температур и давлений. Получены оценки возможности полагать значение теплоемкости при постоянном объеме постоянной величиной.

Thermodynamic Quantities Variableness Effect on Gas Flow Estimated Performance

G.I. Kurbatova¹, E.A. Popova²

¹*Saint Petersburg State University,*

²*Saint Petersburg State Mining University, Russia*

There is the temperature- and density-dependence of specific heat for long length pipeline gas flow modeling considered. A specific heat is calculated for different gas mixes, with temperature and pressure range. There is assessed possibility of specific heat usage as a constant.

РЕЛАКСАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В НЕРАВНОВЕСНЫХ ТЕЧЕНИЯХ ВЯЗКИХ ГАЗОВ

Е.В. Кустова

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: elena_kustova@mail.ru

Процессам переноса в неравновесных течениях посвящено большое число работ (см. обзор литературы в [1]). Основное внимание уделяется исследованию коэффициентов вязкости, теплопроводности и диффузии, необходимых для расчета сопротивления и тепломассопередачи на поверхности тела в потоке. При этом такие свойства как объемная вязкость, релаксационное давление, поправки первого порядка к скоростям химических реакций и релаксации внутренней энергии обычно не рассматриваются. Однако, как показывают расчеты в ударном слое [2], пренебрежение объемной вязкостью может приводить к погрешности при расчете состава реагирующей смеси, температуры и тепловых потоков.

В настоящей работе методами кинетической теории газов построены самосогласованные модели однотемпературного течения с неравновесными химическими реакциями и двухтемпературного течения с неравновесной колебательной релаксацией. Используются методы, предложенные в [3, 4]. Подробно изучается связь тензора напряжений и скоростей неравновесных процессов. Показано, что в вязких газах не выполняется закон действующих масс, скорости неравновесных процессов зависят от дивергенции скорости, существуют перекрестные эффекты между химическими реакциями. При определенных предположениях удастся доказать соотношения взаимности Онзагера-Казимира, связывающие нормальные напряжения и скорости неравновесных процессов.

Построены алгоритмы расчета объемной вязкости, релаксационного давления, коэффициентов скорости медленных процессов в вязком газе. Проведен численный расчет этих свойств в ударно сжатом газе и в сверхзвуковом расширяющемся течении. Показано, что неравновесные процессы не вносят существенного вклада в тензор напряжений (учет объемной вязкости и релаксационного давления уточняет нормальные напряжения лишь на несколько процентов), но сильно влияют на скорость химических реакций и релаксации энергии.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 11-01-004008.

Л и т е р а т у р а

1. Нагнибеда Е.А., Кустова Е.В. Кинетическая теория процессов переноса и релаксации в потоках неравновесных реагирующих газов. СПб.: Изд. С.-Петерб. ун-та, 2003. 272 с.
2. Kustova E.V., Nagnibeda E.A., Shevelev Yu.D., Syzranova N.G. Non-equilibrium kinetics and transport processes in a hypersonic flow of CO₂/CO/O₂/C/O mixture // AIP Conference Proceedings, 2011. Vol. 1333. P.1227-1232.
3. Kustova E.V., Giordano D. Cross-coupling effects in chemically non-equilibrium viscous compressible flows // Chem. Phys. 2011. Vol. 379 (1-3). P.83–91.
4. E. Kustova. Thermal Relaxation Rate in Viscous Multi-Temperature Gas Flows // AIP Conference Proceedings, 2011. - Vol. 1333. - P. 1221-1226.

Relaxation Processes in Non-Equilibrium Viscous Gas Flows

E.V. Kustova

Saint Petersburg State University, Russia

Non-equilibrium chemical reactions and energy relaxation processes in viscous gas flows are studied on the basis of the kinetic theory methods. The main focus is on the volume viscosity, relaxation pressure, first-order corrections to the rates of chemical reactions and internal energy relaxation. Self-consistent mathematical models of one-temperature and two-temperature reacting flows are developed as well as algorithms for the calculation of the normal mean stress and reaction rates. The kinetic coefficients are calculated in shock heated and expanding flows, and the contribution of non-equilibrium processes to the stress tensor and rates of slow processes is evaluated.

КОЭФФИЦИЕНТЫ СКОРОСТИ ДИССОЦИАЦИИ В СМЕСИ O₂/O С УЧЁТОМ ЭЛЕКТРОННОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ МОЛЕКУЛ

Е.В. Кустова, Е.В. Коршунова

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: elena_kustova@mail.ru, lenucbka@rambler.ru

Изучается процесс диссоциации в смеси двухатомных молекул и атомов кислорода с помощью методов кинетической теории, изложенных в работах [1, 2, 3]. Построена однотемпературная модель, дающая замкнутое описание течения смеси O₂/O с учётом реальных свойств молекул, электронного возбуждения, сильных отклонений от равновесия, релаксации и диссоциации.

Изложены нулевое и первое приближения обобщенного метода Чепмена–Энскога для сильного химического неравновесия.

Разработаны алгоритмы вычисления коэффициента скорости реакции диссоциации в однотемпературном приближении для смеси O₂/O с учетом электронного возбуждения молекул. Численно решены линейные системы уравнений для коэффициентов разложений неизвестных функций.

Найдены поправки первого порядка для коэффициентов скорости диссоциации в первом приближении метода Чепмена–Энскога, проанализированы их основные свойства. Проведены расчеты и сравнение коэффициентов скорости диссоциации в нулевом и первом приближении с учетом электронного возбуждения молекул.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 11-01-004008.

Л и т е р а т у р а

1. Нагнибеда Е.А., Кустова Е.В. Кинетическая теория процессов переноса и релаксации в потоках неравновесных реагирующих газов. СПб: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2003. 272 с.
2. Kustova E.V., Nagnibeda E.A. and Giordano D. Mutual influence between flow compressibility and chemical-reaction rates in gas mixtures // ESA STR-255, 2008. P. 19-27.
3. Kustova E.V. and Puzyreva L.A. Transport coefficients in nonequilibrium gas-mixture flows with electronic excitation // Phys. Rev. E 80 (№4), 046407 (2009). P. 1-6.

Dissociation Rate Coefficients in O₂/O Mixture taking into account Electronic Excitation of Molecules

E. V. Kustova, E. V. Korshunova

Saint Petersburg State University, Russia

Process of dissociation in a mixture of diatomic molecules and atoms of oxygen is studied by means of the kinetic theory methods. The one-temperature model providing the closed description of a gas mixture flow of O₂/O, taking into account real properties of molecules, electronic excitation, strong deviations from equilibrium, relaxation and dissociation is developed.

The zero-order and the first-order approximations of the Chapman–Enskog method under conditions of strong chemical non-equilibrium are developed.

The algorithms for the calculation of dissociation rate coefficient in the one-temperature approximation for the mixture O₂/O taking into account electronic excitation of molecules are proposed. Linear transport systems for the expansion coefficients are solved numerically.

The first-order corrections to the dissociation rate coefficients in the one-temperature approximation are found in the wide temperature range, and their main properties are discussed. Calculations and comparison of the dissociation rate coefficients obtained in the zero-order and the first-order approximations taking into account electronic excitation of molecules are carried out.

РЕЛАКСАЦИОННОЕ ДАВЛЕНИЕ В СМЕСИ N₂-N С НЕРАВНОВЕСНОЙ РЕАКЦИЕЙ ДИССОЦИАЦИИ-РЕКОМБИНАЦИИ И ЭЛЕКТРОННЫМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ

Е.В. Кустова, М.А. Мехоношина

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: elena_kustova@mail.ru, fioresat@rambler.ru

В работе рассматривается неравновесное течение смеси газов, в которой протекают реакции диссоциации-рекомбинации. Моделируется смесь атомов и молекул азота в однотемпературном приближении с учётом вращательных, колебательных и электронных степеней свободы молекул, а также электронного возбуждения атомов азота. Математическая модель строится на основании первого приближения метода Чепмена-Энскога, модифицированного для сильнонеравновесных течений [1].

Целью работы является вычисление релаксационного давления, которое описывает влияние неравновесных химических реакций (или других медленных процессов) на диагональные элементы тензора напряжений в случае быстрых неупругих обменов внутренней энергией. Расчет релаксационного давления в неравновесных условиях является недостаточно исследованной задачей, особый интерес представляет учет электронного возбуждения атомов и молекул. В настоящее время при расчетах неравновесных течений релаксационным давлением обычно пренебрегают.

Релаксационное давление выражено как решение транспортной системы линейных алгебраических уравнений, полученных при упрощении интегральных уравнений для функции распределения первого приближения метода Чепмена-Энскога. При вычислении коэффициентов данной системы решены такие задачи, как расчет выражений для интегральных скобок, вычисление релаксационных членов для реакций диссоциации-рекомбинации, расчет интегрального оператора столкновений и интегралов от комбинаций полиномов Сонина и Вальдмана-Трубенбахера, умноженных на оператор медленных процессов. Все расчеты производились в диапазоне температур 2000-20000 градусов Кельвина. Изучено влияние химического состава смеси и электронного возбуждения атомов и молекул на релаксационное давление; выявлена зависимость релаксационного давления от гидростатического давления, типа реакции и температуры. Показано, что при слабом отклонении от равновесия вкладом релаксационного давления в тензор напряжений можно пренебречь.

Проведенные в настоящей работе вычисления требуются для моделирования неравновесных высокотемпературных течений смесей газов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 11-01-004008.

Л и т е р а т у р а

1. Нагнибеда Е.А, Кустова Е.В. Кинетическая теория процессов переноса и релаксации в потоках неравновесных реагирующих газов. СПб.: Изд. С.-Петерб. ун-та, 2003. 272 с.

Relaxation Pressure in N₂-N Mixture with Nonequilibrium Dissociation- Recombination Reaction and Electronic Excitation

E.V. Kustova, M.A. Mekhonoshina

Saint Petersburg State University, Russia

In the present paper, we consider a non-equilibrium gas mixture flow with dissociation-recombination reaction. The objective of the study is the calculation of the relaxation pressure in a non-equilibrium reacting mixture taking into account rotational, vibrational, and electronic excitation of molecules as well as electronic excitation of atoms.

The relaxation pressure is expressed as a solution of the transport linear system obtained in the first-order approximation of the generalized Chapman-Enskog method. Calculations were performed in the temperature range 2000-20000 K. The influence of the mixture composition, temperature, pressure, direction of the reaction, and electronic excitation on the relaxation pressure is evaluated.

О ВЛИЯНИИ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ РЕЛАКСАЦИИ И ОБЪЕМНОЙ ВЯЗКОСТИ НА ОБТЕКАНИЕ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ ПОТОКОМ УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА

Е.В. Кустова¹, Е.А. Нагнибеда¹, Н.Г. Сызранова², Ю.Д. Шевелев²

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

²Институт автоматизации проектирования РАН, Москва, Россия

E-mail: elena_kustova@mail.ru, e_nagnibeda@mail.ru, nina-syzranova@yandex.ru, shevelev@icad.org.com

Рассматривается гиперзвуковое обтекание тел потоком углекислого газа с учетом происходящих в ударном слое химических реакций, колебательной релаксации, а также эффектов, связанных с объемной вязкостью. Решение задачи в такой постановке требует совместного рассмотрения уравнений газовой динамики и неравновесной кинетики. Ранее при исследовании таких течений использовались упрощенные кинетические модели, коэффициенты переноса рассчитывались без учета внутренней структуры молекул CO₂ и детального механизма колебательной релаксации. При этом в тензоре вязких напряжений учитывалась лишь сдвиговая вязкость, а коэффициентом второй (объемной) вязкости, появляющимся в диагональных членах тензора напряжений вследствие быстрых неравновесных процессов, пренебрегалось.

В данной работе для описания неравновесного возбуждения колебательных степеней свободы молекул CO₂ и процессов переноса используется трехтемпературная самосогласованная модель [1], обобщенная для пятикомпонентной смеси CO₂/CO/O₂/C/O. Эта модель основана на строгих методах кинетической теории, учитывает сложную структуру молекул CO₂, различные скорости обмена колебательной энергией и сочетает хорошую точность с достаточной простотой, обеспечивающей возможность ее практического применения. Обобщение этой модели с учетом неравновесного возбуждения не только молекул CO₂, но и двухатомных компонентов CO и O₂, дано в [2].

В настоящей работе рассмотрен новый эффект, связанный с учетом объемной вязкости в ударном слое. Несмотря на то, что теоретическое рассмотрение объемной вязкости в неравновесных газах содержится в ряде работ, расчеты данного коэффициента в реальных течениях углекислого газа ранее не проводились. Также проанализировано влияние формы затупленного тела на параметры неравновесного обтекания его потоком углекислого газа.

На основе проведенных исследований получены результаты по обтеканию космического аппарата MSRO на участке аэродинамического торможения в атмосфере Марса, состоящей на 97% из углекислого газа. Проанализировано влияние объемной вязкости и термодинамических процессов, происходящих в рассматриваемой смеси, на параметры течения в вязком ударном слое и теплообмен. В частности показано, что совместный учет неравновесного колебательного возбуждения молекул CO₂ и эффекта объемной вязкости может привести к уточнению величины теплового потока к поверхности космического аппарата до 20%.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 11-01-004008.

Л и т е р а т у р а

1. Kustova E.V., Nagnibeda E.A. On a correct description of a multi-temperature dissociating CO₂ flow // Chem. Phys. 2006. Vol. 321. P. 293–310.
2. Kustova E.V., Nagnibeda E.A., Shevelev Yu.D., Syzranova N.G.. Non-equilibrium kinetics and transport processes in a hypersonic flow of CO₂/CO/O₂/C/O mixture. In: Rarefied Gas Dynamics, edited by D.Levin et al, AIP Conference Proceedings, v. 1333, p. 1227-1232, 2011.

The Influence of Vibrational Relaxation and Bulk Viscosity on the Carbon Dioxide Flow near a Blunt Body

E.V. Kustova¹, E.A. Nagnibeda¹, N.G. Syzranova², Yu.D. Shevelev²

¹Saint Petersburg State University, Russia,

²Institute of Computer Aided Design of RAS, Moscow, Russia

In this paper, a supersonic viscous flow of the mixture CO₂/CO/O₂/C/O near a space body entering the Mars atmosphere is studied numerically using the rigorous kinetic theory model for transport properties. The influence of vibrational relaxation and bulk viscosity on gas dynamic parameters and heat transfer in a shock layer is analyzed.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ РАЗРЕЖЕННОГО ДВУХАТОМНОГО ГАЗА ЧЕРЕЗ ПЛОСКИЙ МИКРОКАНАЛ

И.Н. Ларина, В.А. Рыков

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, Москва, Россия
E-mail: alelarin@mtu-net.ru, varlav@land.ru

Течение разреженного газа в канале между параллельными плоскими стенками конечной длины часто встречается в технике и производственных нанотехнологиях [1, 2]. Расчет такого рода плоских течений разреженного одноатомного газа ранее был рассмотрен в работах [3-5]. Отметим, что взаимодействие двухатомного газа с поверхностью твердого тела имеет физическое отличие от взаимодействия с телом одноатомного газа. Это отличие состоит в том, что молекула двухатомного газа при ее взаимодействии со стенкой, может переводить энергию вращательного движения в энергию поступательного движения. Ранее этот эффект был рассмотрен и учтен в граничных условиях в [6, 7]. В данной работе проведены расчеты течений двухатомного газа (азота) с использованием новых граничных условий [6, 7] и с использованием полностью диффузного взаимодействия, когда температура отраженных частиц равна температуре тела. При полностью диффузном взаимодействии расход двухатомного газа через сечение канала близок к соответствующему расходу одноатомного газа. В случае, когда течение двухатомного газа рассматривается с граничными условиями [6, 7], учитывающими физику взаимодействия двухатомных молекул с поверхностью тела, возникает различие между соответствующими расходами двухатомного и одноатомного газов.

Разработан консервативный численный метод расчета плоских течений двухатомного разреженного газа на основе модельного кинетического уравнения [8]. Проведены расчеты течений азота через плоский микроканал с прямолинейными стенками. Построены зависимости расхода газа через плоский микроканал от числа Кнудсена для различных длин каналов. Обнаружено, что применение новых граничных условий приводит к различию в расходах при малых числах Кнудсена порядка 10% по сравнению с результатами, полученными с использованием диффузного закона взаимодействия газа с твердым телом. Проведенные расчеты показывают необходимость применения нового граничного условия при описании течений двухатомного газа. Подтверждение эффективности нового граничного условия для описания взаимодействия двухатомного газа с поверхностью тела дано в [6, 7] на примере решения задачи о теплопередаче и сравнении численных результатов с данными экспериментов.

Работа выполнена при поддержке программы ОМН РАН №3 и проекта РФФИ 10-01-00721.

Л и т е р а т у р а

1. Шарипов Ф.М., Селезнев В.Д. Движение разреженных газов в каналах и микроканалах. Екатеринбург. 2008. С. 230.
2. Brian Kirby. Micro-and nanoscale fluid mechanics: Transport in microfluidic devices // Cambridge University Press. 2010. P. 534.
3. Ларина И.Н., Рыков В.А., Шахов Е.М. Испарение с поверхности и истечение пара через плоский канал в вакуум // Изв. РАН. Мех. жидк. и газа. 1996. №1. С. 150-158.
4. Ларина И.Н., Рыков В.А. Расчет плоских течений разреженного газа при малых числах Кнудсена // Ж. вычисл. математики и мат. физики. 1996. Т.36. №12. С. 135-150.
5. Watanabe Y. and Nanbu K. Evaporation from a furnace in vacuum // Proceedings of 15th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics (Stuttgart, 1986). Vol. 2. Pp. 261-270.
6. Ларина И.Н., Рыков В.А. О граничных условиях для газов на поверхности тела // Изв. АН СССР. Мех. жидк. и газа. 1986. №5. С. 141-148.
7. Larina I.N., Rykov V.A. The boundary condition on the body surface for a diatomic gas // Proceedings of 15th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics (Stuttgart, 1986). Vol. 1. Pp. 635-643.
8. Ларина И.Н., Рыков В.А. Кинетическая модель уравнения Больцмана для двухатомного газа с вращательными степенями свободы // Ж. вычисл. математики и мат. физики. 2010. Т.50. №12. С. 2235-2245.

Numerical Study of a Diatomic Rarefied Gas Flow through a Planar Microchannel

I.N. Larina, V.A. Rykov

Dorodnicyn Computing Centre of RAS, Moscow, Russia

A numerical method for calculating planar flows of diatomic rarefied gases on the basis of a model kinetic equation is developed. Calculations of flow of nitrogen through a planar microchannel are carried out and the dependence of the mass flow rate on the Knudsen number is computed for various channel lengths.

КОНДЕНСАЦИОННЫЙ СЛЕД ЗА САМОЛЕТОМ

М.А. Лобанова, А.А. Горбунов, С.И. Иголкин, Ю.М. Циркунов

*Балтийский государственный технический университет
«ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: tsrknv@bstu.spb.su*

Интерес к возникновению и эволюции конденсационных следов за самолетами связан с несколькими причинами. Такие следы в районах с высокой плотностью движения приводят к возникновению искусственных перистых облаков, которые нарушают естественный радиационный баланс в приземном слое атмосферы и влияют на локальные параметры погоды. С другой стороны, струйно-вихревые следы представляют собой долго живущие сильно возмущенные течения и представляют собой опасность для других самолетов, так как их попадание в след может привести в аварийной ситуации или даже к катастрофе. Наконец, наличие конденсата в следе может служить объектом лазерного зондирования с целью получения поля скорости, что важно для анализа вихревой обстановки в зоне интенсивных полетов.

Математическое и численное моделирование следа представляет собой довольно сложную задачу и, несмотря на значительные усилия многих исследователей (см. монографию [1] и ссылки в ней), ряд вопросов фундаментального характера остается открытым. Среди них наиболее сложными являются моделирование мелкомасштабной турбулентной структуры течения и начальная стадия конденсации, когда только начинают образовываться кластеры из молекул.

Целью данной работы было изучение влияния моделей турбулентности на параметры следа и изучение процесса конденсации в выхлопных струях двигателей.

Рассматривался полет магистрального самолета типа В737 на эшелоне на высоте 10 км. Учитывались геометрическая и аэродинамическая кривая крыла, наличие горизонтальных и вертикальных рулей, гондол двигателей. Расчетная область представляла собой прямоугольный параллелепипед со значительным удалением границ от летательного аппарата. Самолет располагался под малым углом атаки, при котором общая подъемная сила была равна весу самолета. Узлы сетки сгущались к фюзеляжу, к концам крыльев и в области выхлопных струй. Число ячеек сетки составляло около 9 млн. Расчет течения был произведен в пакете ANSYS CFX12.1. Решались численно уравнения Рейнольдса с использованием SST-модели турбулентности Ментера и модели Спаларта–Алмараса, а также полные уравнения Навье–Стокса. Результаты расчета струйно-вихревой пелены за самолетом использовались при моделировании процесса конденсации паров воды в продуктах сгорания авиационного керосина. Применялась дискретная модель конденсации, учитывающая наличие нескольких устойчивых уровней связей между молекулами [2]. Были получены распределения частичек воды (кластеров) по размерам вдоль и поперек струи.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 12-08-01282).

Л и т е р а т у р а

1. Гиневский А.С., Желанников А.И. Вихревые следы самолетов. – М.: Физматлит, 2008. 172 с.
2. Иголкин С.И. Модель конденсации по механизму "пар-кристалл" // ЖТФ. 1996. Т. 66. № 9. С. 1–11.

Condensation Trail behind an Aircraft

M.A. Lobanova, A.A. Gorbunov, S.I. Igolkin, Yu.M. Tsirkunov

Baltic State Technical University, Saint Petersburg, Russia

A contrail behind a cruise aircraft B737 flying at the height of 10 km is investigated numerically. The entire aircraft geometrical configuration is used for simulation. Full Navier–Stokes equations and Reynolds equations are used for flow modeling. Several turbulence models are applied for closer of the Reynolds equations. The initial stage of condensation of water containing in the products of fuel combustion in exhaust jets is analyzed.

ПРИМЕНЕНИЕ КВАЗИСТАТИЧЕСКОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ГАЛОПИРОВАНИЯ ПЛОХООБТЕКАЕМЫХ ТЕЛ

В.Д. Люсин

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: lyusinv@yandex.ru

Галопирование – процесс колебания тела, упруго закрепленного в потоке газа или жидкости, обусловленный специфической зависимостью коэффициентов аэродинамических сил от углов атаки. Впервые идея использования значений аэродинамических сил, измеренных на статически закрепленной модели, для решения уравнения движения в задаче о галопировании плохообтекаемых тел была предложена в середине двадцатого века [1, 2]. С тех пор немало работ было основано на модели, разработанной авторами этих статей. Большинство из них посвящено исследованию колебаний цилиндров различного сечения. При этом вопрос о влиянии удлинения тела на эффект галопирования был изучен слабо. В работе [3] показано, как влияет удлинение прямоугольной призмы с квадратным сечением на амплитуду и характер колебаний.

В этой работе исследовались цилиндрические тела с криволинейной формой сечения, моделирующие вагон канатной подвесной дороги. В аэродинамической трубе измерялись силы, действующие на стационарно закрепленное тело при различных углах атаки. Рассчитывались аэродинамические коэффициенты. Пример зависимости аэродинамического коэффициента от угла атаки представлен на рисунке.

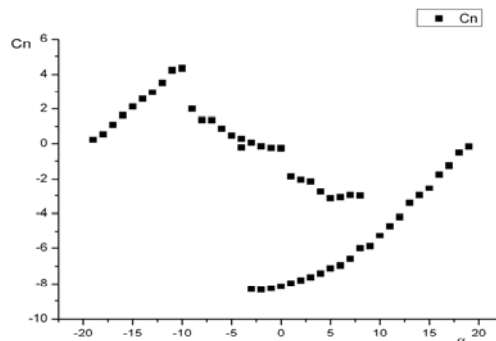


Рис.1. Пример зависимости C_n от α для модели удлинения 4.

Любопытно, что при некоторых углах атаки наблюдалось два режима обтекания. Далее, аэродинамический коэффициент аппроксимировался многочленом, который подставлялся в уравнение движения колеблющегося тела. Уравнение решалось с помощью метода Крылова-Боголюбова. Результатом решения стала зависимость амплитуды установившихся колебаний от скорости набегающего потока. Затем был проведен эксперимент по измерению амплитуды колебаний модели, упруго подвешенной в аэродинамической трубе. Результаты хорошо согласуются между собой.

Л и т е р а т у р а

1. Parkinson G.V., Brooks N.P. On the Aeroelastic Instability of Bluff Cylinders // J. Appl. Mech. 1961. Vol. 28. P. 252-258.
2. Parkinson G.V., Smith J.D. The square prism as an aeroelastic non-linear oscillator // Quarterly J. Mech. Applied Math. 1964. Vol. XVII. Pt. 2. P. 225–239.
3. Люсин В.Д., Рябинин А.Н. Исследование влияния удлинения призмы на ее аэродинамические характеристики и амплитуду колебаний при галопировании // Вестник СПбГУ. Сер. 1. 2011. Вып. 2. С. 139-145.

Quasi-static Approach for Investigation of Galloping Bluff Bodies

V.D. Lyusin

Saint Petersburg State University, Russia

A mathematical model of the prism galloping is considered. The quasi-static approach is used. The experiment was conducted in the subsonic wind tunnel. Method of Krylov-Bogoliubov is used for solving equation of motion. The dependence of the amplitude of galloping on velocity of wind is obtained.

МНОГОТЕМПЕРАТУРНОЕ ОПИСАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ И ХИМИЧЕСКОЙ КИНЕТИКИ В ВОЗДУХЕ

К.В. Маевская, Е.А. Нагнибеда

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: karuwok@rambler.ru

Изучение течений реагирующих газов в условиях, далеких от равновесия, необходимо для решения многих практических задач таких, как моделирование кинетики и газодинамики за ударными волнами, исследование газовых потоков в соплах, в высокоэнтальпийных установках, в активной среде газодинамических лазеров и др. В кинетической теории разработаны модели, описывающие неравновесные процессы в потоках многокомпонентных смесей на разных уровнях строгости: с учетом поуровневой кинетики и на основе квазистационарных распределений.

В настоящей работе многотемпературное приближение кинетической теории применяется для описания химической и колебательной релаксации в пространственно-однородной пятикомпонентной смеси (N_2 , O_2 , NO , N , O). Приведены системы уравнений для макропараметров, описывающие неравновесную кинетику в воздухе в трехтемпературном и четырехтемпературном приближениях. При этом учитываются реакции диссоциации, рекомбинации и обмена, а также переходы колебательной энергии при столкновении разных компонентов смеси. Для решения уравнений кинетики необходимо знание коэффициентов скоростей рассматриваемых процессов. В работе исследованы поуровневые и двухтемпературные коэффициенты скоростей обменных реакций в воздухе



которые изучены значительно слабее, чем коэффициенты скоростей реакций диссоциации, рекомбинации и энергетического обмена. Проведено сравнение разных существующих поуровневых моделей обменных реакций [2]. При расчете двухтемпературных коэффициентов использовались неравновесные колебательные распределения Тринора и Больцмана в многокомпонентных смесях. Введены в рассмотрение поуровневые и двухтемпературные факторы неравновесности для обменных реакций и показана их зависимость от колебательного возбуждения компонентов и температуры газа. Показано сравнение двухтемпературных факторов неравновесности и коэффициентов скоростей реакций, полученных при использовании разных колебательных распределений и разных поуровневых моделей обменных реакций. Также рассмотрены эффекты ангармоничности молекулярных колебаний.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 11-01-004008.

Л и т е р а т у р а

1. Нагнибеда Е.А., Кустова Е.В. Кинетическая теория процессов переноса и релаксации в потоках неравновесных реагирующих газов. СПб.: Изд-во С. Петербургского университета, 2003.
2. Черный Г.Г., Лосев С.А. Физико-химические процессы в газовой механике т.1, т.2: МГУ: Научно-издательский центр, 2002.

Multitemperature Description of Vibration and Chemical Kinetics in the Air Mixture

K.V. Maevskaya, E.A. Nagnibeda

Saint Petersburg State University, Russia

Vibrational and chemical relaxations of the 5-component air mixture are studied numerically on the basis of the multitemperature approximation. State-to-state and two-temperature rate-coefficients are studied. State-to-state and two-temperature non-equilibrium factors are considered.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СЕЧЕНИЙ РЕАКЦИИ ДИССОЦИАЦИИ ПО ПОУРОВНЕВЫМ КОЭФФИЦИЕНТАМ СКОРОСТИ РЕАКЦИИ

Д.В. Макаркин

Санкт Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: dimasali@rambler.ru

В работе рассматривается задача о вычислении сечения столкновения для реакции диссоциации молекулы азота N_2 с атомом азота N по известным поуровневым коэффициентам скорости реакции $K_i(T)$. Выражение для поуровневого коэффициента скорости реакции можно записать в виде [1]

$$K_i(T) = \left(\frac{8kT}{\pi m_{kl}} \right)^{1/2} \sum_j \frac{s_j}{Z_{rot}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{E+\varepsilon_{ij}}{kT}} \left(\frac{E}{kT} \right) \sigma(E) d\left(\frac{E}{kT} \right), \quad (1)$$

где E – поступательная энергия частицы, ε_{ij} – внутренняя энергия частицы на вращательном уровне j и колебательном уровне i , k – постоянная Больцмана, T – температура, m_{kl} – приведённая масса частиц, s_j – статистический вес соответствующего вращательного уровня, Z_{rot} – вращательная статистическая сумма, $\sigma(E)$ – сечение химической реакции.

В работе [2] методами молекулярной динамики получена зависимость коэффициента скорости реакции от температуры T для каждого колебательного уровня. Данные представлены в виде таблицы. Эту зависимость можно приближённо представить аналитически в виде полинома n -ой степени $K_i(T) = \sum_{m=0}^n a_m T^m$, где n подбирается так, чтобы полином достаточно хорошо приближал исходную кривую. В настоящей работе выбрано $n = 6$, рассматриваются первые тридцать колебательных уровней. В результате аппроксимации табличных данных [2] и применения обратного преобразования Лапласа по методу, описанному в [3, 4], была получена аналитическая формула для сечения диссоциации.

Для проверки достоверности полученных формул для сечений диссоциации был проведен контрольный расчет коэффициентов скорости диссоциации для различных колебательных уровней по формуле (1) в предположении больцмановского распределения энергии по вращательным уровням.

Оказалось, что полученная аппроксимация сечений хорошо описывает результаты работы [2] лишь на средних уровнях, где погрешность составила не более двух порядков. На низких и высоких уровнях приближение полиномами плохо подходит для описания зависимости коэффициентов скорости реакции от температуры, и нужно искать более точную формулу для аппроксимации. В дальнейшей работе предполагается использовать экспоненциальные зависимости.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 11-01-004008.

Л и т е р а т у р а

1. Нагнибеда Е.А., Кустова Е.В. Кинетическая теория процессов переноса и релаксации в потоках неравновесных реагирующих газов. СПб.: Изд. С.-Петерб. ун-та, 2003. 272 с.
2. P. Minelli, F. Esposito, D. Bruno, M. Capitelli, S. Longo. Extracting Cross Sections from Rate Coefficients: Application to Molecular Gas Dissociation, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 2011, No. 3, p. 374
3. М.А. Рыдалевская. Об определении сечений столкновений по известным скоростям химических реакций. Вестник Ленинградского университета, серия 1 Математика, механика, астрономия. Вып. 4 (№ 1). Стр.119-123.
4. М.А. Рыдалевская, А.В.Калмыков. Получение сечения вращательных переходов молекул параводорода из экспериментальных данных по поглощению звука // Вестник Ленинградского университета, серия 1 Математика, механика, астрономия. 1979. Вып. 4 (№ 19). Стр.70-75.

Determination of the Dissociation Cross Sections on the Basis of State-to-State Reaction Rate Coefficients

D.V. Makarkin

Saint Petersburg State University, Russia

The aim of this study is to derive the collision cross section for dissociation of a nitrogen molecule N_2 colliding with a nitrogen atom N on the basis of known state-to-state reaction rate coefficients $K_i(T)$.

In the paper [2], the dependence of the dissociation rate coefficient on the temperature is given for each vibrational level. Using the polynomial approximation for the rate coefficients and inverse Laplace transformation, we obtain the analytical formula for the cross section. Verification of the derived formula shows that this approximation is suitable only for medium levels and gives a considerable error for low and high levels. In the future work, an exponential approximation for the rate coefficient will be used.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ МНОГОПРОЦЕССОРНОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

Ф.А. Максимов, Ю.Д. Шевелев

Институт автоматизации проектирования РАН, Москва, Россия

E-mail: maximov@cfд.ru, shevelev@icad.org.ru

В работе рассматриваются вопросы разработки новых математических и информационных моделей, методов и алгоритмов, ориентированных на многопроцессорные вычислительные системы для проектирования и оптимизации объектов авиационной и космической техники. Проведено численное исследование пространственных течений около летательных аппаратов различной конфигурации.

Для исследования течений вязкого сжимаемого газа около тел сложной формы применялись нестационарные трехмерные уравнения Навье-Стокса. Расчет турбулентных течений проводился в рамках осредненных уравнений Навье-Стокса с различными моделями замыкания. Одной из основных проблем при решении задач аэродинамического проектирования является создание компьютерных моделей геометрии изделий. Создан комплекс программных и информационных технологий для поддержки и сопровождения геометрических моделей реальных объектов. Геометрические взаимосвязи задаются аналитическим способом, что позволяет получить класс многопараметрических моделей с возможностью проведения процессов оптимизации. Другой важной проблемой является разработка алгоритмов генерации вычислительных сеток и методик расчета, охватывающих максимально широкий класс объектов. Для построения адаптивных трехмерных сеток около тел реальной формы разработаны и использованы гибридные методы, методы генерации сетки с помощью конформных отображений, эллиптические и параболические генераторы. На рис. 1 приведено тело пирамидальной формы (вид сверху и сбоку) и расчетная сетка в одном из сечений по продольной координате. Сетка в сечении генерируется с помощью построения приближенного конформного преобразования, обеспечивающего ортогональность координатных линий к поверхности тела. На рис.2 приведен результат расчета в виде распределений пониженной плотности на подветренной стороне, что позволяет визуализировать вихревую структуру течения на подветренной стороне.

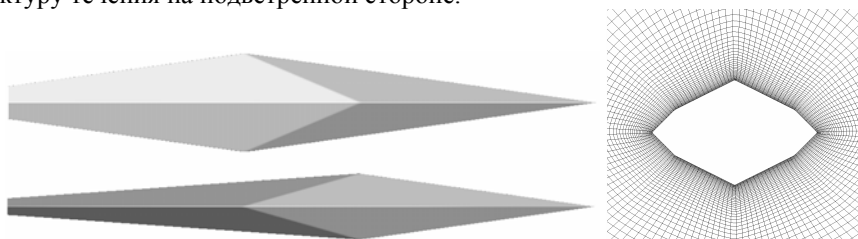


Рис. 1. Геометрия тела и расчетная сетка в сечении.

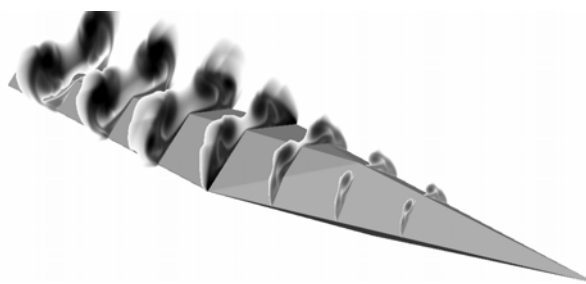


Рис. 2. Области пониженной плотности, визуализирующие вихревые структуры

Проведено сопоставление расчетов с экспериментальными распределениями давления, трения, суммарных аэродинамических сил и моментов, картин вихревых течений, образующихся при обтекании тел под большими углами атаки. Разработанные методы позволяют учитывать особенности течения в пограничном слое, вязко-невязкое взаимодействие, «отрыв» потока, процессы вихреобразования, теплообмен и др. Расчетные данные демонстрируют нелинейные эффекты и их влияние на аэродинамические характеристики. Программы расчета реализованы на многопроцессорной вычислительной системе. Использование параллельных вычислений позволяет существенно ускорить решение задач. Расчеты проводились на МВС-100К МСЦ РАН.

**О ВЛИЯНИИ УПРУГОСТИ ОБТЕКАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ПОЛОЖЕНИЕ
ОБЛАСТИ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА**

С.Ю. Маламанов, В.А. Павловский, Д.П. Хитрых

Санкт-Петербургский морской технический университет, Россия
E-mail: stevmal@mail.ru, v.a.pavlovsky@gmail.com

Рассматривается задача о численном моделировании ламинарно-турбулентного перехода на плоской пластине. Использование «К-Е» модели турбулентности Джонса-Лаундера позволяет осуществлять «сквозной» счет. Интегрирование начинается от сечения пограничного слоя, разложенного в ламинарной области, где предполагается наличие малого возмущения - начальный профиль кинетической энергии турбулентности. После определения положения ламинарно-турбулентного перехода, часть обтекаемой поверхности (в области зоны перехода), заменяется упругим элементом. Далее решается сопряженная задача, в ходе которой выясняется влияние упругости элемента поверхности на развитие течения в пограничном слое.

**About Influence of Elasticity of a Streamline Surface on Position
of Area of Laminar Turbulent Transition**

S.U. Malamanov, V.A. Pavlovskiy, D.P. Hitrih

State Marine Technical University of Saint Petersburg (MTU), Russia

Numerically the task dares about determination of influence of replacement of a part of a streamline surface by an elastic element on current development in a boundary layer.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛА СТОЛКНОВЕНИЙ С ВЫСОКОЙ ТОЧНОСТЬЮ

Е.А. Малков, М.С. Иванов

*Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск, Россия
E-mail: malkov@itam.nsc.ru, ivanov@itam.nsc.ru*

В связи с развитием миниатюризации в различных областях техники становятся всё более актуальными высокоточные расчеты медленных течений разреженного газа. Определенное преимущество при расчетах медленных течений имеют прямые конечно-разностные методы решения уравнения Больцмана. Основное влияние на точность расчетов при таком подходе оказывают погрешности при вычислении интеграла столкновений, например [1]. В представленной работе приведена схема вычислений интеграла столкновений для высокоточных расчетов течений разреженного газа. Как показали численные расчеты на основе конечно-разностных методов решения уравнения Больцмана с использованием предлагаемой

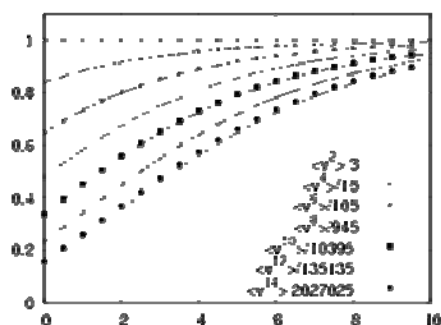


Рис. 1. Нормализованные моменты функции распределения.

схемы, она является весьма эффективной в широком диапазоне скоростей потока, включая очень медленные течения. На рисунке 1 приведены результаты расчета однородной релаксации газа максвелловских молекул. Здесь пунктирные линии изображают теоретические кривые изменения со временем моментов функции распределения вплоть до 14-го порядка. На рисунках 2 и 3 приведено сравнение результатов расчета течения Куэтта ($Kn=0.1$, температура пластин $T_1 = T_2 = 1$, скорость пластины $V = 0.01\sqrt{2T_1}$), полученного конечно-разностным методом с результатами расчета методом прямого статистического моделирования.

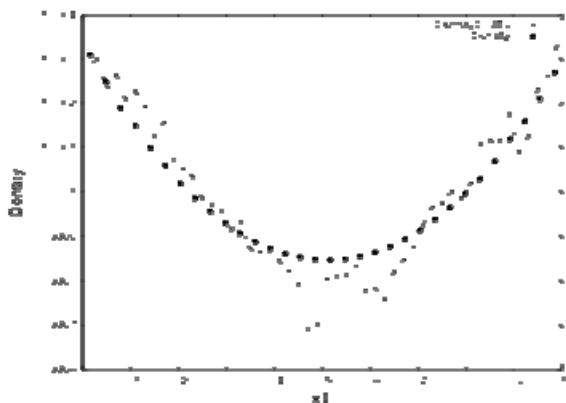


Рис. 2. Распределение плотности между пластинами.

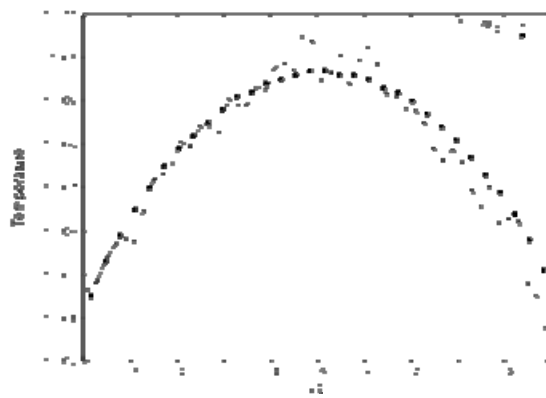


Рис. 3. Распределение температуры между пластинами.

Л и т е р а т у р а

1. Додулад О.И., Клосс Ю.Ю., Рябченков В.В., Черемисин Ф.Г. Система программных модулей для вычисления интеграла столкновений Больцмана // Вычислительные методы и программирование. 2011. Т.12. С.40-47.

The Collision Integral Calculations with High Accuracy

E.A. Malkov, M.S. Ivanov

Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS, Novosibirsk, Russia

The paper describes a scheme for calculating the collision integral in high-accuracy computations of rarefied gas flows. Numerical test computations show that the proposed scheme allows finding numerical solutions of the Boltzmann equation in a wide range of flow velocities, including extremely slow flows.

ДВУХСЛОЙНОЕ ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ И ГАЗА ЧЕРЕЗ УЗКУЮ ЩЕЛЬ

С.К. Матвеев, А.Ф. Назмутдинов

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: smat@rambler.ru, nazmutdinov.aydar@gmail.com

Рассматривается плоская задача о ламинарном изотермическом течении жидкости и газа, имеющих постоянную вязкость, через щель постоянной ширины H , которая предполагается много меньшей длины щели L (см. рис. 1). Последнее предположение позволяет считать давление зависящим только от продольной координаты $p = p(x)$, пренебрегать поперечной составляющей скорости и решать задачу в квазиодномерном приближении.

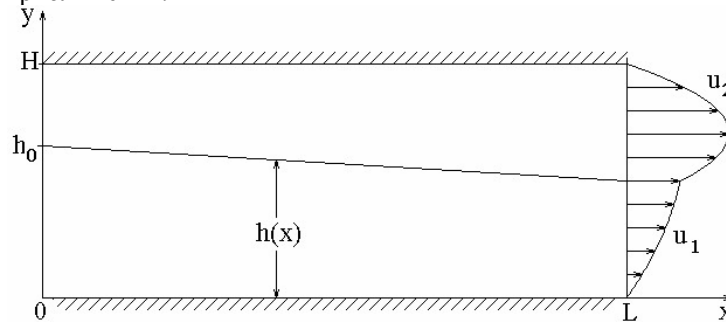


Рис.1 Схема течения.

Распределение по ширине щели скорости жидкости u_1 и газа u_2 описывается формулами

$$u_1 = \frac{y(y-C)}{2\mu_1} \frac{dp}{dx}, \quad u_2 = \frac{(y-H)(y+H-C)}{2\mu_2} \frac{dp}{dx}, \quad \text{где } C = \frac{H^2 - h^2(1-m)}{H-h(1-m)}, \quad m = \frac{\mu_2}{\mu_1}.$$

Решение задачи сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, получающихся из условий постоянства по длине щели расходов жидкости и газа. В качестве граничных условий на входе в щель задаются давление p_0 и толщина слоя жидкости h_0 , а на выходе из щели – давление p_a . Исследованы зависимости расходов жидкости и газа от перепада давления $\Delta p = p_0 - p_a$ и толщины слоя жидкости на входе в щель h_0 .

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки договор №13.G25.31.0076 от 20 октября 2010 г.

Two-Layer Liquid and Gas Flow through Narrow Slot

S.K. Matveev, A.F. Nazmutdinov

Saint Petersburg State University, Russia

We consider the flat task: laminar isothermal liquid and gas flow through narrow slot, viscosity is constant. Inertial forces are negligible. We investigated the dependence of the discharge of gas and liquid from pressure difference.

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ИСТЕЧЕНИЕ ГАЗА ИЗ ТРУБОПРОВОДА

А.Ю. Мельников, В.И. Звегинцев, Д.А. Внучков

*Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск, Россия
E-Mail: akcil@mail.ru*

Продолжительная эксплуатация трубопроводов неизбежно приводит к накоплению отложений на внутренних стенках, что в свою очередь, увеличивает гидравлическое сопротивление и потери мощности питающих приводов. В работе предложен и опробован метод пневмоимпульсной очистки внутренних стенок от отложений, который заключается в нестационарном истечении воздуха из длинного трубопровода, находящегося под давлением, при мгновенном открытии выходного отверстия.

Для выполнения экспериментов был создан лабораторный стенд, моделирующий реальный трубопровод, на котором были проведены исследования особенностей формирования и распространения нестационарных течений в длинных трубопроводах. При достижении давления в трубопроводе порядка $P_0 = 0,7$ МПа мембрана, установленная на выходе, разрывалась, и начиналось истечение газа из трубы. Во всех экспериментах записывалось статическое давление в различных сечениях трубопровода.

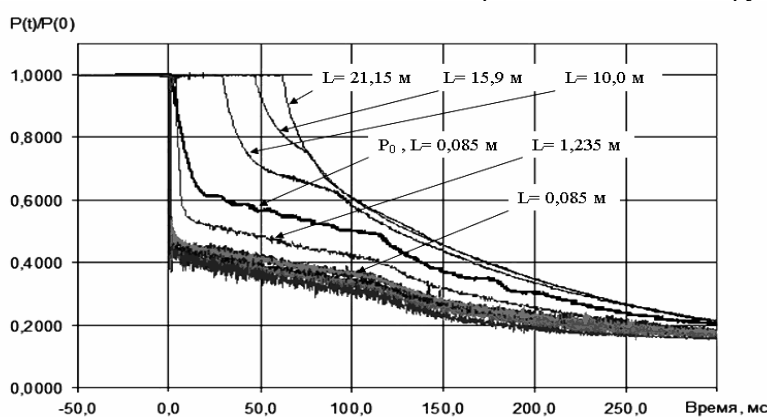


Рис. 1. Характерные записи давлений при истечении из трубопровода.

В литературе по одномерным нестационарным течениям предполагается, что волна разрежения, движущаяся внутри трубы, является изэнтропической. Это означает, что полное давление в волне и за ней не должно меняться. Однако полученные экспериментальные данные показывают, что после прохождения волны разрежения полное давление уменьшается примерно на 40% в течение первых 15 мс (см. рис. 1 – кривая P_0). В дальнейшем как полное, так и статическое давления остаются примерно постоянными до момента прихода волны разрежения, отраженной от глухого торца. Время прихода волны разрежения определяется положением измерительного сечения по длине трубопровода.

С учетом полученных экспериментальных результатов разработана методика расчета параметров нестационарного кратковременного потока внутри трубопровода. На основе результатов расчета можно прогнозировать процесс разрушения и перемещения отложений под действием создаваемого потока, а также возможности применения технологии пневмоимпульсной очистки трубопроводов при различных сочетаниях исходных данных.

Non-Stationary Gas Flow from Pipe Ducts

A.U. Melnikov, V.I. Zvegintsev, D.A. Vnuchkov

Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS, Novosibirsk, Russia

The paper presents calculations and an experimental study of non-stationary air flow in long pipe ducts under pressure at instant outlet opening. We showed that gas viscosity is an important factor to air flow as it contributes to boundary layer formation and causes full pressure drops for friction resistance. The experimental results were used to devise an easy-to-use technique for calculation of solid particles motion caused by generated pulse flow, which serves as the basis for a new pneumoimpulsive technology to remove sediments from pipelines.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ШЕРОХОВАТОСТИ, ОСНОВАННАЯ НА ИЗМЕРЕНИЯХ НАНОРЕЛЬЕФА ПОВЕРХНОСТИ АТОМНО-СИЛОВЫМ МИКРОСКОПОМ

В.П. Мемнонов

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: pokusa@star.math.spbu.ru

В современных высокотехнологичных устройствах очень часто содержатся течения воздуха или других газов, имеющие вдоль некоторых направлений размеры порядка нанометров, и, соответственно, число Кнудсена $Kn \sim 0,1-5$. Несмотря на постоянное совершенствование способов обработки поверхности всегда остаются ее неровности в наномасштабе. С появлением атомно-силовых микроскопов (АСМ) эти неровности, случайным образом распределенные на поверхности, удастся измерять, но их описание неизбежно оказывается статистическим.

В работе используется представление шероховатой поверхности как набора микроплощадок, соединяющихся краями между собой и имеющие местные нормали n_i , отличающиеся на некоторый угол β от нормали n_o к среднему уровню поверхности. Для каждой микроплощадки положение плоскости, содержащей нормали n_i и n_o определяется вокруг нормали n_o азимутальным углом φ_o , который на линии АСМ-скана может принимать значения от $-\pi$ до π . Причем в случае поверхности без специальной обработки естественно предполагать для него равномерное распределение. С помощью АСМ на достаточно длинном рельефе, откладывая от среднего уровня углы отклонения α больше некоторого граничного угла, и одновременно измеряя горизонтальные расстояния между такими отклонениями, можно получить экспериментальную плотность функции распределения величины угла α , а также зависящие от интервала углов распределение линейных размеров микроплощадок. Такая работа была выполнена и результаты опубликованы в нашей прежней статье [1], в которой для величины углов α получено гауссово распределение.

Однако для практических применений в течениях газа, где в качестве граничных условий используется диффузная модель, в которой падающая на поверхность молекула после релаксации вылетает пропорционально косинусу угла к местной нормали, необходимо иметь распределение направлений этих нормалей по отношению к нормали среднего уровня n_o .

В докладе делается предположение, что распределение величин углов отклонения микроплощадок β от среднего уровня является также гауссовым, как и экспериментальное распределение для угла α . Дело в том, что в результате измерений с помощью АСМ получается некоторая ломаная, звенья которой хотя и лежат на микроплощадках, которые однако оказываются зафиксированными ими не полностью и изменяют свое положение в зависимости от величины угла φ_o . Поэтому необходимо совместное двумерное вероятностное распределение для этих случайных величин. В силу отмеченной выше равной вероятности значений φ_o имеем $dW_2(\varphi_o) = (1/2\pi)d\varphi_o$. Поскольку в частном случае при $\varphi_o=0$ угол β совпадает с углом α , то плотность его распределения $W_1(\beta)$ тоже должна быть гауссовой. Но его параметры нужно определять из совпадения первых двух моментов экспериментального распределения для α и для двумерного распределения $W = W_1(\beta) * W_2(\varphi_o)$, откуда получается система нелинейных уравнений, для которой получено аналитическое решение методом последовательных приближений, а также численное решение методом Ньютона-Равсона. В результате имеем в аналитическом виде условную вероятность рассеяния молекулы на шероховатой стенке. Причем условием является пересечение молекулой границы расчетного поля.

Л и т е р а т у р а

1. Мемнонов В.П., Ульянов П.Г. Экспериментальная оценка параметров распределений для шероховатости поверхности в каналах наноразмеров. ЖТФ, 2011г. Т. 81, вып. 12, с. 104-109.

Statistical Roughness Model Based on Measurements of Surface Nanorelief by Atomic-Force Microscope

V.P. Memnonov

Saint Petersburg State University, Russia

It was shown that with the help of atomic-force microscope measurements of boundary surface nanoroughness it is possible to obtain analytical expression for the molecular scattering probability on the flow roughness boundary of the nanochannels

ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭПИКУРОВСКОГО ТИПА В РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗЕ

Р.Н. Мирошин

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail:miroshin-roman1938@yandex.ru

Функцией распределения $f(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t)$ в простом (т. е. одноатомном) разреженном газе называется плотность математического ожидания числа атомов фазовом объеме в момент времени t . Интеграл от нее по всем возможным скоростям \mathbf{u} дает среднее число $n(\mathbf{r}, t)$ атомов в элементарном объеме около точки \mathbf{r} , интеграл от $\mathbf{u}f$ определяет $n\mathbf{U}$, где \mathbf{U} – средняя скорость атомов в этом объеме, а интеграл от $m\mathbf{u}\mathbf{u}f/2$ – величину mT , где m - масса атома. Чтобы найти функцию распределения, нужно решить интегродифференциальное уравнение Больцмана с граничными и начальными условиями или его интегральный аналог - уравнение С. В. Валландера, в который эти условия включены. Это предмет динамики разреженного газа. Однако есть почти не изученная область исследований, относящаяся к кинематике разреженного газа, а именно, каковы свойства функции распределения в условиях, когда заданы моменты ее n, \mathbf{U} или n, \mathbf{U}, T . В докладе заполняется этот пробел на основе метода моментов А.А. Маркова, в котором функция распределения строится в виде суммы дельта-функций с весами, сосредоточенных в точках, называемых узлами. Веса и узлы определяются по заданным моментам функции распределения. Исторически первой моделью такого типа является модель Эпикура: по его словам, атомы двигаются "непрерывно и вечно и с равной скоростью". На современном языке модель Эпикура описывает свободномолекулярное течение газа с функцией распределения

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) = n(\mathbf{r}, t) \delta(\mathbf{u} - \mathbf{U}(\mathbf{r}, t)), \quad (1)$$

которая дает после интегрирования по скоростям с весами 1 и \mathbf{u} известные n и \mathbf{U} . На языке метода моментов эта формула - нижнее главное представление для f , обладающее среди всех других функций распределения определенными экстремальными свойствами. Если мы фиксируем три момента n, \mathbf{U}, T , то нижнее главное представление (сохраняющее эти свойства) имеет вид

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) = n(\mathbf{r}, t)[(1-\alpha)\delta(\mathbf{u}) + \alpha\delta(\mathbf{u} - \mathbf{V}(\mathbf{r}, t))], \quad (2)$$

где α и \mathbf{V} находятся из \mathbf{U}, T однозначно: $\alpha = \mathbf{U}\mathbf{U}/T$, $\mathbf{V} = \mathbf{U}/\alpha$. Физический смысл функции (2): она описывает газ, в котором доля $(1-\alpha)$ атомов неподвижна, а доля α атомов движется со скоростью \mathbf{V} и столкновений атомов нет. В докладе показывается также, как строить нижнее главное представление при увеличении числа известных моментов. Функции распределения эпикуровского типа удобны для вычисления интегралов с любой подынтегральной функцией в аналитическом виде.

Distribution Functions of Epicure Type in the Rarefied Gas

R.N. Miroshin

Saint Petersburg State University, Russia

Formula (1) is the distribution function f of Epicure. It is proved that (1) is the low representation of f , if both the density and the velocity of rarefied gas are known. Formula (2) is the low representation of f , if the kinetic energy of gas is known also. In case of more moments of f are known Epicure's model of distribution function may be constructed with Markov theorem.

РОБАСТНАЯ МОДЕЛЬ КИНЕТИКИ ЧАСТИЦ ПРИ ОБТЕКАНИИ ТЕЛА ГАЗОДИСПЕРСНОЙ СТРУЕЙ

Г.В. Моллесон¹, А.Л. Стасенко^{1,2}

¹Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, г. Жуковский

²Московский физико-технический институт (гос. университет), г. Долгопрудный, Россия

E-mail: stasenko@serpantin.ru

Физико-математическое моделирование обтекания твердого тела высокоскоростной газодисперсной струей представляет интерес для предсказания величин плотности потоков массы, импульса и энергии (напр., при входе аппаратов в запыленную атмосферу, [1]) и сравнения их с данными аэрогазодинамического эксперимента [2]. К настоящему времени созданы теоретико-расчетные алгоритмы определения ряда особенностей, например, связанных с возникновением огибающей поверхности траекторий отраженных от тела частиц (лагранжев подход [3], траекторный дискретно-континуальный метод [4]) и построены сложные синтетические модели обтекания [5], суммирующие уравнения Больцмана, Навье–Стокса, k - ϵ и полуэмпирическую информацию о столкновениях частиц с твердым телом и друг с другом.

В реальности входная информация, необходимая для таких моделей, характеризуется большой неопределенностью (в экспериментах частицы значительно отличаются от шаровых [6], шероховатость обтекаемого тела не контролируется, справочные данные о материалах сталкивающихся тел имеют большой разброс, ...). Эти факторы оправдывают предпринятую в настоящей работе попытку создания упрощенных моделей, удовлетворяющих физическим законам сохранения и описывающих основные характерные черты исследуемого явления: наличие падающих и отраженных вращающихся частиц, возникновение хаотизированной фракции, ее диффузию из-за турбулентных пульсаций. (Аналогичный подход – «четырёхкомпонентная модель», включающая газ как один из компонентов, – восходящий к динамике разреженного газа, был развит в [7]). «Элементарный» акт парного взаимодействия частиц описан в рамках специально введенного понятия «штатного столкновения». Для коэффициентов восстановления компонент скорости частиц при соударении с телом использована эвристическая модель [8], подтвержденная сравнением с экспериментальными данными других исследователей, напр., [6]. Качественно очерчены границы применимости предложенной модели. Приведены иллюстративные результаты численного исследования.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты 09-08-00424, 10-08-00820, а также Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013 гг.» (Государственный контракт № 14.740.11.0576).

Л и т е р а т у р а

1. Стасенко А.Л., Чирихин А.В. Испарение кварцевых частиц за сильными ударными волнами в слабозапыленном воздухе // ТВТ. 2002. Т. 40. № 6. С. 931–937.
2. Кудин О.К., Нестеров Ю.Н., Токарев О.Д., Флакман Я.Ш., Яковлева Л.В. Теплообмен высокотемпературной струи запыленного газа с преградой // XXII Юбилейный семинар “Струйные, отрывные и нестационарные течения”. Тезисы докл. С–Пб.: Изд-во СПбГУ. 2010. С. 80.
3. Osipov A.N. Modified Lagrangian method for calculating the particle concentration in dusty-gas flows with intersecting particle trajectories // Proc. 3rd Int. Conf. Multiphase Flow. Lyon, France, 1998, June 8–12. CD. 8 p.
4. Гилинский М.М., Стасенко А.Л. Сверхзвуковые газодисперсные струи. М.: Машиностроение, 1990, 176 с.
5. Volkov A.N., Tsirkunov Yu.M., Oesterle’ B. Numerical simulation of a supersonic gas-solid flow over a blunt body: The role of inter-particle collisions and two-way coupling effects // Intern. J. Multiphase Flow. 2005. Vol. 31. P. 1244–1275 .
6. Лашков В.А. Об экспериментальном определении коэффициентов восстановления скорости частиц потока газозвеси при ударе о поверхность // Инж.- физический ж. 1991, т. 60, № 2, с. 197–203.
7. Матвеев С.К., Сеюкова Л.П. Обтекание торца цилиндра газом с твердыми частицами // Моделирование в механике. Новосибирск. 1988. Т. 2(19). С. 100–110.
8. Стасенко А.Л. Коэффициенты восстановления скорости частиц, сталкивающихся с поверхностью: обобщенная эвристическая интерполяция // Материалы VI Междунар. конф. NPNJ – 2006. С-Пб. Изд-во МГУ. 2006. С. 139-140.

A Robust Model of Particle Kinetics in front of the Body Flown – around by Two – Phase Jet

G.V. Molleson¹, A.L. Stasenko^{1,2}

¹TsAGI-Central Aerohydrodynamics Institute n.a. Prof. N.E. Zhukovsky,

²Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Russia

A simplified modeling of particle inter-collisions in the compressed layer around a blunt body in the supersonic two-phase jet is proposed, and some numerical results are presented.

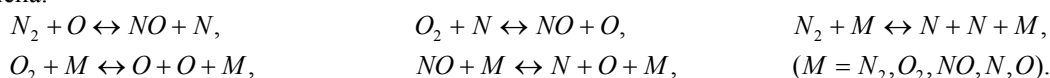
ХИМИЧЕСКАЯ КИНЕТИКА В ПЯТИКОМПОНЕНТНОЙ ВОЗДУШНОЙ СМЕСИ

Е.А. Нагнибеда, И.З. Шарафутдинов

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: shiaz@yandex.ru

Для изучения химической кинетики в газовых потоках используются разные теоретические модели. Наиболее детальное описание дается с учетом поуровневой колебательной и химической кинетики и многотемпературных распределений [1]. Однако применение этих моделей для решения конкретных задач связано с большими вычислительными трудностями. Более простым для практического использования является однотемпературное приближение, которое часто рассматривается в химической кинетике. Это приближение описывает высокопороговые или медленные химические реакции, скорость которых сравнима по величине со средней скоростью изменения макроскопических параметров газа и значительно меньше скорости релаксации внутренней и поступательной энергии.

В настоящей работе на основе однотемпературной модели решена задача о химической релаксации пятикомпонентной воздушной смеси (N_2, O_2, NO, N, O) с учетом реакций диссоциации, рекомбинации и обмена:



Система уравнений, описывающая временную релаксацию рассматриваемой смеси в однотемпературном приближении, состоит из уравнений для числовых плотностей компонентов смеси и температуры газа. В работе получено численное решение этой системы уравнений при разных начальных условиях, при этом для вычисления коэффициентов скоростей реакций, входящих в уравнения кинетики, использовались данные из [2-5]. Показано влияние начальных значений температуры и давления на скорость химической релаксации и характер изменения макроскопических параметров газа. Также обсуждается роль разных химических реакций в процессе релаксации смеси.

Работа выполнена при поддержке РФФИ. Грант N 11-01-004008.

Л и т е р а т у р а

1. Нагнибеда Е.А., Кустова Е.В. Кинетическая теория процессов переноса и релаксации в потоках неравновесных реагирующих газов. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2003.
2. Физико-химические процессы в газовой динамике / под редакцией Черного Г.Г. и Лосева С.А./М.: Изд-во МГУ 1995.
3. International Workshop on Radiation of High Temperature Gases in Atmospheric Entry Part II // 30 Sep.- 10 Oct. 2004 Porquerolles, France.
4. W.Jr. Gardiner, editor. Combustion Chemistry. Springer-Verlag, 1984.
5. Capitelli M., Ferreira C.M., Gordiets B.F., Osipov A.I. Plasma kinetics in atmospheric gases. Berlin: Springer-Verlag, 2000.

Chemical Kinetics of the Five-Component Air Mixture

E.A. Nagnibeda, I.Z. Sharafutdinov

Saint Petersburg State University, Russia

Chemical relaxation of the 5-component air mixture (N_2, O_2, NO, N, O) is studied numerically on the basis of the one-temperature approximation. Dissociation, recombination and exchange reactions are taken into account. The influence of the initial conditions on species number densities and the gas temperature changing is shown and the role of various reactions in the relaxation process is estimated.

О РАСЧЕТЕ ПРИСОЕДИНЕННЫХ МАСС НЕКОТОРОГО КЛАССА ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛ

Е.Н. Надымов

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: johnnympu@bk.ru

Каплевидные осесимметричные тела относятся к классу удобообтекаемых тел вращения. Они хорошо подходят для моделирования летательных и подводных аппаратов, спутников и других объектов. Наиболее важными задачами при проектировании подобных аппаратов являются задачи управляемости и оценки гидроаэродинамических характеристик, точность определения которых тесно связана с расчетом присоединенных масс (ПМ) таких объектов. В представленной работе рассматривается класс каплевидных осесимметричных тел вращения, полученных в теории локального взаимодействия [1].

Присоединенные массы твердого тела, движущегося в жидкости, вычисляются по известным потенциалам скоростей, возникающим в жидкости при движении тела вдоль (вокруг) соответствующих координатных осей. Таким образом, задача сводится к решению уравнения Лапласа при заданных условиях на границе тела в невозмущенной области жидкости. Среди общих методов нахождения решения уравнения Лапласа в гидродинамике наибольшее распространение получили метод разделения переменных и метод особенностей [2-4]. Согласно известной схеме метода разделения переменных общее решение линейного уравнения Лапласа ищется в виде суммы частных решений с постоянными коэффициентами, значения которых определяются из граничных условий задачи. При этом используют ортогональную систему криволинейных координат, стараясь подобрать ее таким образом, чтобы одна из координатных поверхностей совпала с поверхностью исследуемого тела.

В работе представляется метод вычисления продольного и поперечного потенциала течения вокруг осесимметричных каплевидных тел вращения. Известно, что решение уравнения Лапласа для потенциалов скоростей продольного и поперечного обтекания в эллиптических координатах λ и μ для меридианной плоскости представимо в следующем виде:

$$\phi = \sum_{n=1}^{\infty} A_n Q_n(\lambda) P_n(\mu) \text{ (продольное)}, \quad \phi = \sum_{n=1}^{\infty} A_{n1} Q_n^1(\lambda) P_n^1(\mu) \cos \theta \text{ (поперечное обтекание)},$$

где ϕ – скоростной потенциал движения жидкости, P_n и Q_n – полиномы Лежандра первого и второго рода. Если предположить, что уравнение меридианного профиля тела представимо в виде ряда λ по степеням μ , то граничные условия двух типов обтекания представляют собой линейные уравнения для определения коэффициентов A_n и A_{n1} .

Мы приводим результаты расчета ПМ ряда каплевидных тел, выполненные с использованием математического пакета Maple для нескольких наборов вычисляемых коэффициентов. Полученные результаты сопоставляются с расчетами, выполненными по методу эквивалентного эллипсоида.

Л и т е р а т у р а

1. Мирошин Р.Н., Халидов И.А. Локальные методы в механике сплошных сред. – СПб.: Изд-во С.-Петербургского университета, 2002.
2. Ламб Г. Гидродинамика. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1947.
3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1970.
4. Kaplan C. Potential flow about elongated bodies of revolution. – NASA Rep., 1935.
5. Короткин А.И. Присоединенные массы судостроительных конструкций. – СПб: Мор вест, 2007.

Calculation of Added Masses for Certain Class of Axisymmetric Bodies

E.N. Nadymov

Saint Petersburg State University, Russia

Main approaches to determination of added masses for certain class of axisymmetric bodies are discussed. The software presented allows to simulate the flow around of such systems. Numerical calculation results are compared with the method of equivalent ellipsoid.

ВОЛНЫ ДАВЛЕНИЯ В ТУННЕЛЕ ПРИ ДВИЖЕНИИ ПОЕЗДА

А.Н. Новиков, М.С. Яковчук

*Балтийский государственный технический университет им. Д.Ф. Устинова
«ВОЕНМЕХ», Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: artemnovikov89@gmail.com , mihailyakovchuk@gmail.com

В данной работе рассмотрены проблемы, возникающие при движении высокоскоростного поезда по тоннелю. При въезде поезда в тоннель градиент давления перед головной частью поезда увеличивается, образуется волна сжатия, которая распространяется со скоростью звука по тоннелю. Достигнув противоположного конца тоннеля, волна сжатия отражается от свободной поверхности в виде волны разрежения и движется навстречу поезду. Таким образом, возникает сложный колебательный процесс распространения волн сжатия и расширения от одного конца тоннеля к другому. При этом волны отражаются от стен тоннеля и от движущегося поезда, что порождает все новые волны. Волны давления в тоннеле приводят к перепаду давления по длине поезда. Изменения давления, которые проникают в поезд, могут вызвать слуховой дискомфорт пассажиров. Это обстоятельство накладывает ограничение на скорость входа поезда в тоннель. В данной работе с помощью пакета Ansys Fluent было смоделировано движение высокоскоростного поезда по тоннелю. При этом рассматривалось, как на величину перепадов давления в тоннеле влияют такие параметры как длина тоннеля, отношение площадей поперечного сечения поезда и тоннеля, форма головной части и скорость движения поезда. Также были получены графики для силы сопротивления и подъемной силы поезда.

Л и т е р а т у р а

1. RudolfBopp, Gruner AG, Базель (Швейцария), BerndHagenah, GrunerGmbH Вена (Австрия), техническая статья с конференции «Аэродинамика, вентиляция и туннельная безопасность для высокоскоростной железнодорожной магистрали», Вена (Австрия) 2008г.
2. RudolfBopp, GrunerGmbH, Вена (Австрия), VerenaLangner, GrunerGmbH, Вена (Австрия), ManuelBurghart, ЦВВ Infrastruktur AG, Грац (Австрия), техническая статья с конференции «Климат в очень длинных железнодорожных туннелях», Грац (Австрия) 2010г.

Статьи взяты с сайта: www.gruner.at/%20_%20Aktuelles.htm

Modeling of Gasdynamic Processes in a Tunnel Induced by a High-speed Train

A.N. Novikov, M.S. Yakovchuk

BSTU "VOENMEH", Saint Petersburg, Russia

Work is devoted to numerical research of pressure waves induced by motion of a high-speed train in a tunnel by means of package "ANSYS Fluent".

The effect on the pressure gradient on

- the length of a tunnel;
- the ratio of the cross-section areas of a train and a tunnel;
- the form of a head part of a train;
- the speed of a train has been studied.

The graphics for the resistance and elevating forces have been plotted.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ БИФУРКАЦИЙ ДВУХМЕРНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ-СТОКСА

А.Н. Нуриев

Казанский (Приволжский) федеральный университет, Россия
E-mail: Artem.Nuriev@ksu.ru

Современные методы бифуркационного анализа широко используются при решении задач во многих областях науки, но для задач вычислительной гидродинамики применяются редко и ограниченно. Это обусловлено тем, что большинство методов бифуркационного исследования хорошо развиты для нелинейных малоразмерных систем, а дискретизованная система уравнений движения, сохранения массы и т. п. для реальных задач гидромеханики содержит сотни тысяч уравнений. В данной работе представлены методы бифуркационного анализа для систем большой размерности, возникающих при дискретизации стационарных уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости.

Бифуркационный анализ в работе проводится в рамках классического подхода (описанного например в [1]) для анализа однопараметрических нелинейных систем. Он состоит из следующих этапов: 1. Выбор исследуемого диапазона изменения параметра. 2. Локализация решений. 3. Построение ветвей решения. 4. Анализ устойчивости и исследовании точек бифуркации. 5. Уточнение результата.

На первом этапе выбор исследуемого диапазона изменения числа Рейнольдса полностью зависит от рассматриваемой задачи и целей исследования. Следует отметить, что небольшой диапазон из области умеренных чисел Рейнольдса может содержать большое количество различных ветвей решения.

Этап локализации решений заключается в поиске возможных решений системы при фиксированном значении параметра из выбранного диапазона. В силу того, что исходная система уравнений Навье-Стокса является физической системой, необходима локализация только вещественных решений. Для этих целей в настоящей работе был использован FPN (Fixed-Point Newton) метод гомотопии [2]. Метод объединяет в себе преимущества методов гомотопии Ньютона и гомотопии фиксированной точки и позволяет свести задачу локализации к задаче продолжения по параметру гомотопии. Таким образом, множество различных решений задачи может быть найдено с одного начального приближения. Хотя для общего случая FPN метод не может гарантировать нахождение всех вещественных решений задачи, на практике он показывает хорошие результаты.

Построение ветвей решения на третьем этапе осуществляется с помощью метода продолжения по параметру [1]. Начальными решениями для метода служат локализованные на втором этапе решения. Основные компоненты метода продолжения: предиктор и корректор. В качестве первого в данной работе использовался метод касательной, в качестве второго – метод Мура-Пенроуза. Такая связка позволяет эффективно строить решения задачи даже вблизи точек бифуркаций.

Для идентификации точек бифуркации на четвертом этапе рассматривалась задача на собственные числа. Несколько собственных чисел с наибольшей вещественной частью находились методом ортогональных проекций Арнольди, реализованном в пакете ARPACK.

Описанный подход был успешно применен для исследования классической задачи гидромеханики о циркуляционном течении вязкой жидкости квадратной каверне и для исследования стационарной составляющей решения в задаче о гармонических колебаниях цилиндра в вязкой жидкости. В результате были найдены и изучены новые решения и построены бифуркационные диаграммы для данных задач.

Л и т е р а т у р а

1. Kuznetsov Y.A. Elements of Applied Bifurcation Theory. Berlin: Springer, 1995. 591 p.
2. Saeed Khaleghi Rahimian, Farhang Jalali, J. D. Sea Saeed. A new homotopy for seeking all real roots of a nonlinear equation. // Computers & Chemical Engineering. 2011. V. 35, Issue 3. P. 403-411.

Numerical Study of Bifurcations of Two-Dimensional Stationary Navier-Stokes Equations

A.N. Nuriev

Kazan (Volga Region) Federal University, Russia

The approach to bifurcation analysis of large systems of nonlinear equations arising from the discretization of the stationary incompressible Navier-Stokes equations is presented. Using the approach two classical problems of fluid mechanics were analyzed. As results, new solutions of analyzed problems were found, linear stability analysis was performed and bifurcation diagrams were constructed.

ЛАГРАНЖЕВО УРАВНЕНИЕ НЕРАЗРЫВНОСТИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО ПОЛЯ ПЛОТНОСТИ ГАЗА

В.И. Овсянников

Московский государственный открытый университет (МГОУ), Россия
E-mail: OvsyannikovVM@yandex.ru

Уравнение неразрывности в лагранжевых переменных выводится только исходя из кинематических соображений. Однако в окрестности особой точки типа седла на ее неустойчивом усе реализации сохранения объема контрольной фигуры препятствуют динамические ограничения на величину сил, имеющихся в потоке. Будем исходить из общей записи лагранжева уравнения неразрывности, приравнивающего единице определитель из производных текущих лагранжевых координат точки по их начальным значениям. Лагранжев закон движения точки получается в плоском течении как результат решения системы двух обыкновенных линейных дифференциальных уравнений. Для окрестностей особой точки типа седла решение имеет вид экспоненциальной зависимости от времени движения. Из курсов геометрии (В.В. Степанов, Л.С. Понтрягин) известно, что на неустойчивом усе седла скорость и ускорение точки в лагранжевом представлении быстро возрастают по экспоненциальному закону. Необходимо знать, как ведет себя при этом условие сохранения объема контрольной фигуры или площади в плоском двухмерном течении. Теорема Лиувилля утверждает, что при экспоненциальном лагранжевом законе движения происходит сохранение объема контрольной фигуры по времени течения. Однако длительное возрастание ускорения по времени течения требует, согласно второму закону динамики Ньютона, наличие в потоке все возрастающей силы или перепада давления. При течении жидкости имеющиеся в потоке силы ограничены по величине и не могут обеспечить долго экспоненциального возрастания ускорения. Экспоненциальный лагранжев закон движения точки вынужден смениться на возрастающий более полого. Расчеты показали, что для плоского течения параболизация экспоненциального закона движения приводит к появлению в лагранжевом уравнении неразрывности двух дополнительных членов в виде якобиана поля скорости, умноженного на время со знаком плюс и такого же члена со знаком минус. Оказывается, что не во всех точках течения они компенсируют друг друга и сокращаются. Член со знаком плюс связан с набранной жидкостью к этому моменту скоростью, а член со знаком минус связан с ускорением жидкости. Ввиду ограниченности ускорения, но неограниченности скорости может возникать на излете неустойчивого уса седла режим с несохранением объема или площади в плоском течении контрольной фигуры. Здесь течение жидкости может подчиняться конечно-разностному уравнению неразрывности, полученному Эйлером, доложенному им в 1752 г. Берлинской Академии наук, соответствующему линеаризации лагранжева экспоненциального закона движения с изменением объема контрольной фигуры по времени. Для плоского двухмерного течения одновременная деформация в двух перпендикулярных направлениях, линейная по времени, приводит к изменению площади по квадратичной зависимости.

Для сжимаемого газа аналогичное конечно-разностное уравнение неразрывности было выведено в 2006 г. для линейного поля плотности газа [1], а в 2011 г. для нелинейного поля плотности газа. При течении сжимаемого газа это несохранение объема приведет к изменению плотности при неизменности массы и генерации волны акустического давления. Волновое уравнение этого процесса согласуется с известным волновым уравнением О.М. Филлипса (1960 г.) при больших скоростях сдвига, сильно превышающих скорости деформаций сжатия и растяжения.

При течении несжимаемой жидкости вблизи неустойчивого уса особой точки типа седла жидкость вынуждена обеспечить зануление дополнительного члена с якобианом конечно-разностного уравнения неразрывности и сохранение объема контрольной фигуры возникновением пульсаций с попеременными деформациями жидкой частицы то вдоль оси x , то вдоль оси y , приводя к перемешиванию потока, оторвавшегося от обтекаемого тела в точке седла. С.В. Валландер и Н.А. Слезкин в 1951 г. в статьях, опубликованных в Докладах Академии Наук СССР, дополнили уравнение неразрывности членом, ответственным за перемешивание в виде учета самодиффузии, распространив его на все поле течения, а не относя только к окрестности неустойчивого уса особой точки типа седла.

Конструкции ротационных перемешивающих устройств представляют собой вращающиеся лопасти с развитой зоной отрыва потока и поперечными перегородками на внутренней поверхности стенки емкости, создающими тоже отрыв потока с большим числом особых точек типа седла, что подтверждает предложенное понимание процессов перемешивания.

Л и т е р а т у р а

1. Овсянников В.М. Проблемы аксиоматики в гидро-газодинамике. № 20, 2010, с. 3-118.

Lagrange Equation of Continuity for a Nonlinear Field of the Density of the Gas

V.M. Ovsyannikov

Moscow State Open University, Russia

To receive display of compressibility of gas as waves of sound pressure, it is necessary to have omission of an equation of continuity for incompressible model. The additional term of higher order on time of a deformation in a finite difference equation of continuity of Euler, gives a measure of this omission for various areas of the flow. This equation contains a term, which generates a sound. This term vanishes at passage from the finite difference equation to the differential equation.

МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ ДВУХФАЗНЫХ ИМПУЛЬСНЫХ СТРУЙ

О.К. Овчинникова, А.В. Суров

*Балтийский государственный технический университет им. Д.Ф. Устинова
«ВОЕНМЕХ», Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: ook127@yandex.ru, anton.v.surov@gmail.com

Корректировка курса летательного аппарата в безвоздушном пространстве часто осуществляется с помощью краткосрочно действующих двигателей, порождающих импульсные струи. В продуктах сгорания используемых топлив встречаются конденсированные частицы, оказывающие влияние на величину суммарного импульса. Исследование таких сложных нестационарных процессов представляет интерес для вычислительной газодинамики.

Решение нестационарных газодинамических задач с дисперсной фазой в средах современных программных комплексов сопряжено с большими затратами вычислительных мощностей. Для оптимизации процесса решения предложено проводить моделирование двухфазных импульсных струй в два этапа. На первом этапе в среде программного комплекса GasDynamicsTool осуществляется моделирование нестационарного истечения из сопла в затопленное пространство с заданными параметрами [1]. Вторым этапом является расчёт движения твердых частиц в предварительно полученном поле течения, реализованный в среде MatLab.

Для расчёта таких параметров дисперсной фазы, как траектории, скорость и температура, использован траекторный подход [2]. Вычисление концентрации частиц проводится с помощью полного лагранжева подхода [3].

Разработанный алгоритм расчёта двухфазных струй, включает в себя следующие этапы: построение геометрии расчётной области и соплового тракта; постановка начальных и граничных условий для расчёта в среде программного комплекса; расчёт нестационарного поля течения и сохранение результатов в файлы данных; их считывание и моделирование движения частиц в полученном ранее нестационарном поле течения; вычисление концентрации дисперсной фазы; сохранение и обработка результатов расчёта.

В ходе моделирования были получены результаты, описывающие движение частиц различных размеров. Показано, что среднее время пребывания частиц в расчётной области увеличивается с уменьшением их характерного размера (и массы). График распределения времени пребывания в зависимости от начального положения частиц на срезе сопла для мелких частиц имеет максимум в окрестности кромки сопла. Частицы, расположенные в этой области наилучшим образом вовлекаются в поток (см. рис. 1).

Разработанный алгоритм универсален и позволяет моделировать истечения из сопел любой конфигурации газов и дисперсной фазы любого состава.

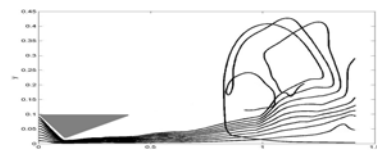


Рис. 1. Траектории пробных частиц (радиус 0,5 мкм, число Стокса 120).

Литература

1. Овчинникова О.К., Суров А.В. Анализ результатов численного моделирования сверхзвуковых струй при помощи программного комплекса GasDynamicsTool // Международная конференция «Седьмые Окуневские чтения». 20–24 июня 2011 г., Санкт-Петербург: Материалы докладов / Балт. гос. техн. ун-т. – СПб., 2011. – с.291-292.
2. Овчинникова О.К. Методика расчёта двухфазной струи с различными значениями степени нерасчётности // Струйные, отрывные и нестационарные течения: XXII юбилейный семинар с международным участием. 22-25 июня 2010 г. Санкт-Петербург: избранные труды / Балт. гос. техн. Ун-т; СПбГУ – СПб., 2010 – с. 103-112.

3. Tarasova N.V., Tsirkunov Y.M. Full Lagrangian Approach for Numerical Modelling of Collisionless Particle-Phase Flow Field in the Non-Isothermal Two-Phase Boundary Layer // Numerical Modelling In Continuum Mechanics, Proceedings of the 4th Summer Conference held in Prague, 2000 // MATFYZPRESS, vydavatelství Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze, 2001.

Simulation Procedure of Two-Phase Pulse Jets

O.K. Ovchinnikova, A.V. Surov

BSTU "VOENMEH" of D.F. Ustinov, Saint Petersburg, Russia

In this research simulation procedure of two-phase pulse jets is described. It is done with using the software package (GDT) and user program (MatLab). Initially, flowfield of unsteady pulsed gas jet is calculated and result is saved. After that particles trajectory's are calculated using Lagrangian method. The disperse phase concentration is calculated using the Full Lagrangian Approach (FLA).

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ f – МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

В.А. Павловский, А.Л. Чистов, Р.А. Шушков

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: v.a.pavlovsky@gmail.com, chisalex@mail.ru

Феноменологическая f – модель турбулентности, разработанная Павловским В. А., обобщена для учета анизотропии и памяти турбулентных течений. Апробация модифицированной f – модели проведена на задаче о течении в плоском канале при больших числах Рейнольдса. Оценка достоверности получаемых результатов по осредненным и пульсационным характеристикам выполнена посредством сравнения с экспериментальными данными Конт-Белло.

Л и т е р а т у р а

1. Павловский В.А. Об одной феноменологической альтернативе гипотезе длины пути перемешивания//Модели механики сплошной среды. Сб. Физическая механика. Вып. 7/Под ред. Б. В. Филиппова. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 1998. с.21-35.
2. Новожилов В.В., Павловский В.А. Установившиеся турбулентные течения несжимаемой жидкости: Монография. СПб.: Изд. центр СПбГМТУ, 1998. – 484 с.
3. Чистов А.Л. Единая ламинарно-турбулентная дифференциальная модель для течений вязкой несжимаемой жидкости. Вестник СПбГУ. Сер.10. 2008, вып.4, с. 103-106.
4. Конт-Белло Ж. Турбулентное течение в канале с параллельными стенками. М.: Мир, 1968. – 175с.

Phenomenological f - Model of Turbulence

V.A. Pavlovsky, A.L. Chistov, R.A. Shushkov

Saint-Petersburg State University, Russia

Phenomenological turbulence f – model developed by V.A. Pavlovskiy was summarized for anisotropy and turbulence flow memory accounting. Modified f – model was tested on the plane channel flows under the big Reynolds numbers. Evaluation results reliability of averaged and pulsation flow characteristic was estimated in comparison with Cont-Bello experimental results.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИСПЕРСИИ ЧАСТИЦ И ТЕПЛООБМЕНА В ТУРБУЛЕНТНОМ ОТРЫВНОМ ГАЗОКАПЕЛЬНОМ ПОТОКЕ В ТРУБЕ

М.А. Пахомов

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск, Россия
E-mail: pakhomov@ngs.ru

Течение двухфазного потока с жидкими или твердыми частицами после внезапного расширения трубы является одним из часто встречающихся случаев отрывного потока при обтекании острых кромок тел. Наличие рециркуляционного течения в отрывной зоне оказывает значительное влияние на интенсивность процессов переноса импульса, теплоты и массы и определяют структуру турбулентного двухфазного течения. При этом турбулентность газа оказывает воздействие на процесс распространения дисперсной фазы.

Целью данной работы является проведение численного исследования распространения дисперсной примеси в турбулентном потоке после внезапного расширения трубы при наличии теплообмена двухфазного потока с поверхностью стенки трубы.

Для описания динамики течения и тепломассопереноса в газовой и дисперсной фазах использовался эйлеров подход. Для моделирования турбулентности газа в работе применялась модель переноса рейнольдсовых напряжений Manceau et al. (2007), модифицированная на случай присутствия дисперсной фазы. Расчет компонент пульсаций скорости, температуры и турбулентного теплового потока дисперсной фазы осуществляется с использованием модели переноса рейнольдсовых напряжений частиц. В работе использовалась неравномерная расчетная сетка как в аксиальном, так и в радиальном направлениях (сгущение расчетных узлов в районе рециркуляционного участка, сечения отрыва и зоны присоединения).

Число Стокса дисперсной фазы в осредненном движении $St = \tau/\tau_p$, является основным критерием, по которому судят о вовлечении дисперсной фазы в циркуляционное движение газа. Мелкие капли ($d_1 \leq 50$ мкм, $St < 1$) хорошо вовлекаются в рециркуляционное течение и присутствуют по всему сечению трубы. Крупные частицы ($d_1 \approx 100$ мкм, $St > 1$) проходят через сдвиговый слой и практически не попадают в отрывную область. Пристенная часть трубы ($r/H > 1.25$) оказывается практически свободной от частиц за счет интенсивного процесса испарения. Наблюдается значительное увеличение интенсивности теплообмена при добавлении испаряющихся капель в отрывное течение (более чем в 1.5 раза по сравнению с однофазным потоком). Для мелкодисперсного потока увеличение теплообмена происходит на всем участке за отрывом двухфазного потока, а для крупных частиц – в основном за точкой присоединения. При проведении сопоставительного анализа были использованы экспериментальные данные по теплообмену в газокапельном потоке за обратным уступом Hishida et al. (1995). Хорошее согласие с экспериментальными данными говорит об адекватности разработанной модели расчета двухфазного отрывного течения за внезапным расширением трубы.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов Российского фонда фундаментальных исследований (проект РФФИ 11-08-00112).

Numerical Modeling of Particles Dispersion and Heat Transfer in a Turbulent Separated Gas-Droplets Flow in a Pipe

M.A. Pakhomov

Kutateladze Institute of Thermophysics, Novosibirsk, Russia

Flow, particles dispersion and heat transfer of a dilute gas-droplets turbulent flow downstream of a pipe sudden expansion have been numerically investigated. An Eulerian two-fluid model were employed in the study. Gas phase turbulence was modelled with using the elliptic blending Reynolds stress model of Manceau et al. (2008). A two-way coupling is achieved between the dispersed and the carrier phases. The partial equations of Reynolds stresses and temperature fluctuations, and the turbulent heat flux equations in dispersed phase by Zaichik (1999) were utilized. Fine droplets get readily entrained with the detached flow, spread throughout the whole pipe cross-section. Large particles, due to its inertia, do not appear in the recirculation zone and present only in the shear layer region. The presence of fine dispersed droplets in the flow attenuates the gas phase turbulence up 25 %. Heat transfer in the mist flow increased (more than two-fold in comparison with the single-phase air flow). Intensification of heat transfer is observed both in the recirculation zone and flow development region in the case of fine particles. Large particles enhanced the heat transfer only in the reattachment zone. A comparison between simulated results and experimental data of Hishida et al. (1995) for mist turbulent separated flow behind a backward-facing step is shown quite good agreement.

КРУПНОМАСШТАБНЫЕ МГД ВОЛНЫ

С.И. Перегудин¹, С.Е. Холодова²

¹Санкт-Петербургский государственный университет,

²Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий,
механики и оптики, Россия

E-mail: peregudinsi@yandex.ru, kholodovase@yandex.ru

Целью исследования является редукция нелинейной системы уравнений в частных производных, моделирующей возмущения в идеальной электропроводной вращающейся жидкости, с учетом инерционных сил, сил тяжести, Кориолиса, Лоренца, а также неоднородностей плотности, для особого случая геометрии рассматриваемого объема, который учитывает особенности экваториальной зоны сферического слоя.

Представленные исследования, являющиеся логическим продолжением результатов, опубликованных в монографии [1], могут быть использованы в астрофизике и геофизике, в частности, при изучении процессов, происходящих в жидком ядре Земли и недрах звезд.

Ранее было представлено аналитическое решение задачи о квазигеострофических движениях во вращающемся слое электропроводной жидкости, позволяющее определить влияние рельефа мантии и динамики твердого ядра Земли на магнитогидродинамические характеристики волнового процесса в жидком ядре.

Далее была проведена редукция нелинейной системы уравнений в частных производных, моделирующей волновые движения в идеальной электропроводной вращающейся жидкости с учетом инерционных сил, сил тяжести, Кориолиса, Лоренца, а также имеющихся неоднородностей плотности, к скалярному линейному уравнению и сделан вывод об аналитическом представлении решения задачи о волнах малой амплитуды в рассматриваемой жидкости. Анализ полученного решения позволил установить факт существования установившегося режима колебаний при больших значениях времени, что служит подтверждением важной роли стратификации плотности жидкого ядра Земли, определяющей в целом ряде случаев его основную динамику, как важный фактор эволюции планеты.

Согласно имеющейся гипотезы С.И. Брагинского, в динамику магнитного поля существенный вклад вносит движение представленной жидкости непосредственно в тонком, примыкающем к мантии, слое. В монографии авторов был проведен анализ и сделан вывод о справедливости указанной гипотезы для возмущений магнитогидродинамических полей, развивающихся вблизи некоторой точки сферического слоя вне экваториальной зоны. Особый интерес представляют возмущения магнитогидродинамических величин в экваториальном широтном поясе.

Основным результатом проведенного исследования является редукция исходной нелинейной векторной системы уравнений в частных производных к скалярному уравнению и утверждение об аналитическом представлении решения задачи о малых возмущениях в идеальной несжимаемой стратифицированной электропроводной жидкости в экваториальной области. Построено точное решение редуцированного уравнения, описывающего предельный случай экваториальной динамики. Проведенный анализ позволяет сделать вывод о существовании нетривиальных волновых возмущений рассматриваемой среды в зоне экватора, а именно, волн Кельвина, распространяющихся к востоку и к западу, причем зональная скорость в волне Кельвина не удовлетворяет геострофическому соотношению, как это обычно бывает в неэлектропроводной жидкости. Вклад в отклонение от геострофичности скорости вносит наличие магнитного поля, а именно, его меридиональная компонента.

Л и т е р а т у р а

1. Холодова С.Е., Перегудин С.И. Моделирование и анализ течений и волн в жидких и сыпучих средах. СПб.: Изд-во СПбГУ. 2009. 455 с.

Large-scale Magneto Hydrodynamic Waves

S.I. Peregudin¹, S.E. Kholodova²

¹Saint Petersburg State University,

²Saint Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Russia

The purpose of this study is the reduction of a nonlinear system of partial differential equations modeling the perturbations in a perfectly electrically conducting rotating fluid taking into account the inertial forces, gravity, Coriolis, Lorentz, as well as density inhomogeneities, for the special case of the geometry of the volume, which takes into account the peculiarities of the equatorial zone spherical layer.

СИЛЫ ИНЕРЦИИ МАСЛЯНОЙ ПЛЕНКИ И УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ЛЕГКОАГРУЖЕННЫХ РОТОРОВ

М.Е. Подольский

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет, Россия
E-mail: ttt88@mail.ru

Для длинного ($l/d \gg 1$) и короткого ($l/d \ll 1$) подшипников (l – длина, d – диаметр) получены приближенные решения уравнений гидродинамической теории смазки, дополненных слагаемыми, отражающими влияние локальных и конвективных сил инерции. Показано, что учет нелинейных слагаемых снижает критическое значение числа устойчивости в 3 раза при $l/d \gg 1$, но оставляет его без изменений, если $l/d \ll 1$. В последнем случае, однако, в расчетные формулы входит коэффициент, учитывающий снижение гидродинамической реакции в результате боковых утечек масла из зазора.

Oil Film Inertia Forces and Stability of Lightly Loaded Rotors' Motion

M.E. Podolsky

Saint Petersburg State Marine Technical University, Russia

Approximate solutions of the equations of the theory of lubrication are received for long ($l/d \gg 1$) and short ($l/d \ll 1$) bearings (l – length, d – diameter). It is shown that in comparison with local inertia forces nonlinear terms lower critical stability number essentially if $l/d \gg 1$, and this number does not change if $l/d \ll 1$. However, in the latter case the coefficient of side leakages must be taken into account.

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЛОКАЛИЗОВАННОГО ПОДВОДА ЭНЕРГИИ НА АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

А.Ф. Полянский, В.А. Лашков, И.М. Цителов

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail : Alexandr.Polyansky@paloma.spbu.ru, valerial180150@gmail.com, imt@pulnet.ru

Работа является продолжением статей [1] и [2] посвященных экспериментальному и численному изучению взаимодействия области энерговыделения микроволнового разряда с ударной волной и влиянию этого явления на аэродинамические характеристики обтекаемого цилиндра радиуса $r_0 = 1$ см и длины = 3 см имеющего плоские торцы и кормовой срез. Область энерговыделения представляет собой узкий цилиндр очень малого радиуса соосный с обтекаемым телом и расположенный на некотором расстоянии перед ударной волной.

В настоящей работе исследовано влияние чисел Маха, температуры, длины d_l и радиуса r зоны энерговыделения на коэффициент сопротивления обтекаемого цилиндра.

Показано, что в случае обтекания затупленного цилиндра, за счет изменения параметров источника локализованного подвода энергии возможно инициирование нерегулярных режимов обтекания, которые характеризуются радикальным изменением ударно-волновой структуры, с образованием зон интенсивным вихревым движением вблизи переднего торца цилиндра. Вследствие этого достигается значительное снижение сопротивления при высокой эффективности расходования энергии.

Л и т е р а т у р а

1. V.A. Lashkov, I.Ch. Mashec, Yu.I. Anisimov Influence of Microwave Discharge Plasma on AD-Body Characteristics in Supersonic Flow // International Symposium "Thermochemical and Plasma Processes in Aerodynamics 29-31 July 2003, St.-Petersburg, НИИПГС, ХК "Ленинец".
2. Полянский А.Ф., Лашков В.А., Цителов И.М. Решение задачи о влиянии плазмы микро-волнового разряда на аэродинамические характеристики тел в сверхзвуковом потоке. Пятые Поляховские чтения: Избранные труды СПб.: Издательство "ВВМ" 2009 702 с.
3. Полянский А.Ф., Скурин Л.И. Решение нестационарных задач газодинамики итерационно-маршевым методом // Вестн. СПбГУ. Сер. 1. 2002. Вып. 2 №8, С. 103-109.

Parametrical Research of Influence of the Localized Supply of Energy
on Aerodynamic Characteristics of the Blunted Body in a Supersonic Stream

A.F. Poljanskij, V.A. Lashkov, I.M. Tsitelov

Saint-Petersburg State University, Russia

It is shown that in case of a flow past the blunted cylinder, by changing the parameters of the source of localized energy supply a considerable decrease in resistance is reached at high efficiency of energy expenditure.

**ВЛИЯНИЕ ДИСПЕРСИИ В НЕРАВНОВЕСНОЙ МЕХАНИКЕ
СПЛОШНОЙ СРЕДЫ**

Э.В. Прозорова

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: prozorova@niimm.spbu.ru

Рассматривается влияние момента количества движения в элементарном объеме в газе, жидкости и твердом теле, постановка сопряженных задач теплообмена с учетом момента. Модифицированные законы сохранения получены для частиц без структуры. Уравнения для газа найдены из модифицированного уравнения Больцмана. Для твердого тела используются уравнения феноменологической теории, но изменяется их трактовка [1,2]. Предложена формулировка законов сохранения как условий равновесия моментов для механики сплошной среды. Условия равновесия сил рассматриваются как частный случай условий равновесия моментов. Для газа выводится закон сохранения моментов из модифицированного уравнения Больцмана. Обсуждаются проблемы, которые могут появиться при учете момента количества движения в элементарном объеме: изменение граничных условий на поверхности твердого тела и на внешней границе. Приводятся примеры влияния моментов в уравнениях пограничного слоя и для уравнений теории упругости твердого тела. Устанавливаются условия существования инерционного интервала А.Н. Колмогорова. газа, сталкиваются только с молекулами твердого тела. Рассматривается влияние перекрестных эффектов, в том числе самодиффузии, термодиффузии и др., на которые указывал С.В.Валландер. В работе предлагается алгоритм расчета указанных величин из модифицированного уравнения Больцмана. Рассмотрено влияние указанных эффектов на устойчивость фронта ударной волны [1-7].

Л и т е р а т у р а

1. Prozorova E.V. Influence of the dispersion on the equations for nonhomogeneous mechanics. Rev. Adv. Mater. Sci. 2009. V.19 (2009), pp. 14-19.
2. Prozorova E.V. Influence of dispersion on cross flux in gas mechanics. Material Physics and Mechanics №2, pp. 105-110. 2010.

Influence of the Dispersion on Thermodynamics of Boundary Layer

E.V. Prozorova

Saint Peterburg State University, Russia

We consider the influence of angular momentum variation in an elementary volume and influence the cross flows through the sides of an elementary volume for great gradients of the physical values.

ПЕРЕМЕШИВАНИЕ И РАССЕЯНИЕ ЧАСТИЦ ПРИ ТЕЧЕНИИ ЗАПЫЛЕННОГО ГАЗА ЧЕРЕЗ СИСТЕМУ РЕШЕТОК

Д.А. Романюк, Ю.М. Циркунов

*Балтийский государственный технический университет
«ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: rsmbox@rambler.ru, tsrknv@bstu.spb.su*

Рабочий газ в осевых турбомашинах часто содержит взвешенные твердые частицы или капли жидкости, что приводит к негативным эффектам, например, к абразивной эрозии лопаток. Такой эрозии наиболее сильно подвержена входная ступень турбомашин. Реальное течение во вращающихся венцах лопаток является трехмерным, однако многие важные особенности такого течения могут быть изучены в двумерной постановке в плоскости, которая получается как развертка кольцевого сечения венца турбомашин. В этой связи исследование свойств течения запыленного газа в системе плоских решеток является актуальным. Целью данной работы является численное моделирование и анализ перераспределения примеси твердых частиц в нестационарном потоке несущего газа в системе двух решеток «ротор-статор».

Исследовано высокоскоростное дозвуковое течение запыленного газа через две плоских решетки аэродинамических профилей (лопаток), первая из которых движется (ротор), а вторая неподвижна (статор). Концентрация примеси предполагается малой, так что эффекты столкновений между частицами и их обратное влияние на несущий газ несущественны. Это позволяет сначала рассчитать нестационарное поле течения несущего газа, а затем осуществить расчет движения частиц.

Течение сжимаемого газа описывается полными уравнениями Навье–Стокса или уравнениями Рейнольдса с различными моделями турбулентности. Для их численного решения использовался явный конечно–объемный метод второго порядка. Расчетная область состояла из двух блоков – подвижного и неподвижного. В каждом блоке находилась только одна лопатка. Использовались структурированные криволинейные сетки, согласованные с контурами лопаток. Для расчета «невязких» потоков консервативных переменных через грани расчетных ячеек использовалась схема Роу. «Вязкие» потоки вычислялись на основе процедур интерполяции и осреднения. Для согласования параметров между подвижным и неподвижным блоками расчетной сетки использовалась переинтерполяция. Влияние схемной вязкости на формирование крупномасштабной вихревой структуры течения, в частности, на развитие сходящих с лопаток вихревых следов, оценивалось путем сравнения результатов, полученных для уравнений Рейнольдса и Навье–Стокса, с полями параметров, рассчитанных на той же сетке из уравнений Эйлера. Найдено, что решение уравнений Эйлера дает практически однородное поле энтропийной функции во всей области течения, что соответствует известным положениям теоретической гидромеханики и свидетельствует об очень низкой схемной вязкости. Для течения вязкого газа в системе решеток характерно существенно неоднородное поле энтропийной функции. За лопатками возникают следы с крупномасштабной вихревой структурой, похожей на таковую в вихревой дорожке Кармана. В модели взаимодействия дисперсных частиц с несущим газом учитывались сила аэродинамического сопротивления, поперечная сила Магнуса и демпфирующий момент. Последние играют важную роль, когда частицы сильно закручиваются при ударе о поверхность лопаток. Рассматривалась полидисперсная примесь с логарифмически–нормальным законом распределения частиц по размерам в невозмущенном потоке. Исследовались эффекты перемешивания фракций в потоке и рассеяние несферических частиц при отскоке от поверхности лопаток. Найдено, что эти эффекты существенно влияют на поле концентрации примеси в возмущенной области течения.

Данное исследование выполнено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 09-08-00888).

Particle Mixing and Scattering in Dusty Gas Flow through Cascades

D.A. Romanyuk, Yu.M. Tsirkunov

Baltic State Technical University, Saint Petersburg, Russia

Time-dependent two-phase gas–particle flow through a set of two cascades of airfoils is investigated numerically. The flow fields of both phases are analyzed. It is found that the effects of particle mixing and scattering play an important role and result in substantial redistribution of particles in the flow.

МЕХАНИКА, ПРОЦЕССЫ ПЕРЕНОСА, ФЛУКТУАЦИИ И НЕОБРАТИМОСТЬ

В.Я. Рудяк

*Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин),
институт теплофизики СО РАН, Россия
E-mail: valery.rudyak@mail.ru*

Появление почти полтора столетия назад кинетической теории газов радикально изменило представление о природе явлений и физических процессов, до тех пор описываемых лишь макроскопически. Стало ясно, что можно построить теорию, описывающую эти процессы и явления, исходя из микроскопического строения систем, как сейчас принято говорить, из первых принципов. Основы такой теории были заложены Максвеллом, Больцманом и Гиббсом и сегодня носят название статистической механики. Несмотря на блестящие успехи статистической механики, она внутренне противоречива, поскольку описывает необратимое термодинамическое поведение систем многих частиц посредством обратимой гамильтоновой механики. Противоречие это, известное со времени формулирования Н-теоремы Больцмана, много раз объявлялось разрешенным, однако, это не так. Конфликт между механикой и термодинамикой, фактически постулирующей необратимое поведение закрытых систем (и реально наблюдаемое!), в принципе неразрешим в рамках классической механики.

Цель данного доклада состоит в анализе данного конфликта. Термодинамическое необратимое поведение макроскопических систем, сопровождающееся ростом энтропии, обусловлено происходящими в них процессами переноса. Последние же тесно связаны с флуктуационными процессами. Наличие этих процессов радикально меняет характер взаимодействия частиц системы.

В докладе наряду с исследованием процессов переноса в системах многих частиц анализируются и результаты прямого численного их моделирования методом молекулярной динамики. В процессе компьютерного моделирования методом молекулярной динамики получается информация о динамических переменных системы. С помощью этой информации неравновесная статистическая механика позволяет восстановить все необходимые характеристики исследуемой системы: температуру, давление, плотность, коэффициенты переноса и т.д. Однако в процессе решения исходной динамической задачи всегда имеют место ошибки, которые ставят нас перед необходимостью ответить на принципиальные вопросы: (i) Насколько результаты моделирования правильно описывают моделируемую систему? (ii) Как вообще соотносится метод молекулярной динамики и статистическая механика? (iii) Разрешим ли конфликт механики и термодинамики? (iv) Как идеология метода молекулярной динамики соотносится с аксиоматикой статистической механики? Ответу на эти вопросы и посвящен настоящий доклад.

Автор полагает, что сам конфликт возник из-за ограниченности механики, которая не исследует природу взаимодействия и достаточно формально моделирует реальные взаимодействия весьма специфическими потенциальными силами. Если этого не делать, то конфликт вполне разрешим, правда, при этом и механика меняется достаточно радикально [1].

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант 10-01-00074) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг.» (госконтракты №П230, №14.740.11.0579, №14.740.11.0103 и №16.740.11.0642).

Л и т е р а т у р а

1. Рудяк В.Я. Механика, процессы переноса, флуктуации и необратимость. Новосибирск: НГАСУ, 2011. 244 с.

Mechanics, Transport Processes, Fluctuations and Irreversibility

V.Ya. Rudyak

*Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering,
Institute of Thermophysics of SB RAS, Russia*

The conflict of the mechanics and thermodynamics that has the place in nonequilibrium statistical mechanics is investigated. It was shown that irreversibility in real molecular systems is caused by the transport processes. However the last has the fluctuating nature. In particular, the molecules interactions are fluctuating also. Therefore the mechanics of the real molecular system is non-Hamiltonians. The author suggests to take into account the small fluctuating components in the motion equations of the molecules. In this case the mechanics is essentially transformed. In this new mechanics the system dynamics can be irreversible as in thermodynamics.

ПРОЦЕССЫ ПЕРЕНОСА В НАНОКАНАЛАХ

В.Я. Рудяк, А.А. Белкин, Д.А. Иванов

*Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин),
Институт теплофизики СО РАН, Россия
E-mail: valery.rudyak@mail.ru*

Интерес к микро- и нанотечениям был индуцирован в последние два-три десятилетия многочисленными приложениями. Вскоре, однако, выяснилось, что данная тематика чрезвычайно важна и с фундаментальной точки зрения, поскольку свойства таких течений в ряде случаев существенно отличаются от свойств макротечений. Сложности экспериментального изучения данных течений вполне очевидны. В лучшем случае удастся получить информацию о некоторых интегральных их свойствах. Однако и здесь в ряде случаев необходимы и новые методы измерения, и методы интерпретации полученных данных. Это, в частности, связано с тем, что возмущения, вносимые в процессе измерения, могут оказаться порядка измеряемой величины. Подобная ситуация имела место, как известно, в квантовой механике и потребовала развития специальной теории измерений. В такой ситуации моделирование данных течений является естественной альтернативой их экспериментальному изучению. В связи с этим принципиальным является то, что, начиная с некоторых масштабов, динамика микротечений не описывается обычной гидродинамикой. Для их описания необходимо привлечь методы молекулярного моделирования.

Фактически наиболее адекватным методом такого моделирования является метод молекулярной динамики (ММД). Традиционно при моделировании нанотечений типа Пузейля ММД течение создается некоторым внешним полем сил и используются различные процедуры регуляризации поля скорости (см., например, [1–3]). При этом, однако, не удается смоделировать реальное течение, возникающее под действием заданного расхода или перепада давления. В наших работах [4, 5] был предложен иной алгоритм, позволяющий такие течения моделировать.

В данной работе ММД изучается структура плоских нанотечений и процессы переноса в них. В частности, исследованы (i) профили плотности флюида поперек и вдоль канала, (ii) формированием профиля скорости и длина скольжения, (iii) падение давления вдоль канала и его зависимость от законов взаимодействия молекул флюида со стенкой, (iv) диффузия молекул в наноканале, (v) вязкость флюида в канале, (vi) фазовый переход жидкость-твердое тело.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант 10-01-00074) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг.» (госконтракты № П230, № 14.740.11.0579, № 14.740.11.0103 и № 16.740.11.0642).

Л и т е р а т у р а

1. Koplik J., Banavar J.R., Willemsen J.F. Molecular Dynamics of Fluid Flow at Solid Surfaces // *Phys. Fluids A*. 1989. V. 1. P. 781–794.
2. Heinbuch U., Fischer J. Liquid flow in pores: Slip, non-slip, or multilayer sticking // *Phys. Rev. A*. 1989. V. 40. P. 1144–1146.
3. Karniadakis G., et al. Microflows and Nanoflows // *Interdisciplinary Appl. Math.* 2005. V. 29. P. 1–840.
4. Rudyak V.Ya., Belkin A.A., Egorov V.V., Ivanov D.A. Molecular dynamics simulation of plane Poiseuille flow in nanochannels // *Proc. of 2nd Micro and nano Flows Conf.* London: Brunel University. 2009. P. MNF34-1–MNF34-7.
5. Rudyak V.Ya., Belkin A.A., Egorov V.V., Ivanov D.A. About fluids structure in microchannels // *Int. J. of Multiphysics*. 2011. V. 5. No. 2. P. 145–155.

Transport Processes in Nanochannels

V.Ya. Rudyak, A.A. Belkin, D.A. Ivanov

*Novosibirsk state university of arcnitecture and civil engineering,
Institute of Thermophysics of SB RAS, Russia*

In present paper the structure of the plate nanoflows and transport processes in nanochannels are studied. In particular, it is investigated the following items: (i) density profiles across and along the channel, (ii) the velocity profile formation and slip length, (iii) pressure drop along the channel and its dependence on the fluid molecules interaction law with the walls, (iv) fluid molecules diffusion in nanochannel, (v) fluid viscosity in channel, (vi) solid-liquid phase transition.

РАВНОВЕСНЫЙ СОСТАВ И СКОРОСТЬ ЗВУКА РЕАГИРУЮЩИХ ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ

М.А. Рыдалевская, А.А. Морозов

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: Rydalevska@rambler.ru, alexmor9@gmail.com

Рассматривается пространственно-однородная смесь идеальных газов, химический состав которой известен при заданных значениях температуры и давления. Исследуются изменения равновесных состояний таких смесей без привлечения каких-либо данных о скоростях физических процессов и химических реакций. Выписываются равновесные функции распределения для всех веществ, которые могут присутствовать в рассматриваемой смеси. Интенсивные параметры, входящие наряду с температурой в функции распределения, определяются в результате решения соответствующих уравнений материального баланса. Найденные таким образом интенсивные параметры применяются при расчете равновесного химического состава и скорости звука газовой смеси в широком диапазоне температур. При этом используются результаты работы [1], в которой было показано, что и в газе с физико-химическими процессами применима известная формула $a^2 = \kappa p / \rho$ для квадрата скорости звука, но коэффициент κ не является постоянным. Там же была получена аналитическая зависимость этого коэффициента от температуры и других интенсивных параметров, входящих в функции распределения компонентов смеси.

Реализация предлагаемых методов исследования равновесного химического состава, значений коэффициента κ и скорости звука в смесях газов с внутренними степенями свободы молекул и химическими реакциями проиллюстрирована в докладе на примере пятикомпонентной воздушной смеси.

Л и т е р а т у р а

1. Рыдалевская М.А. Аэродинамические свойства течений газа с физико-химическими процессами.. СПб.: Изд-во НИИ Химии СПбГУ, 2000. С. 82-92.

Equilibrium Composition and Sound Velocity of Reacting Gas Mixtures

M.A. Rydalevskaya, A.A. Morozov

Saint Petersburg State University, Russia

Equilibrium states of reacting gas mixtures and sound velocity in such mixtures are investigated.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТРАНСЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

А.Н. Рябинин, А.Г. Кузьмин

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: anatoly.ryabinin@pobox.spbu.ru, alexander.kuzmin@pobox.spbu.ru

Численные исследования обтекания аэродинамических профилей с участками малой кривизны, предназначенных для полета на трансзвуковых скоростях, показали, что при определенных углах атаки и числах Маха существует неединственность решения уравнений движения воздушного потока [1, 2, 3]. В частности, при нулевом угле атаки существует область чисел Маха, в которой симметричное обтекание профиля становится неустойчивым. В этой области могут реализовываться два устойчивых несимметричных режима обтекания, характеризующиеся двумя сверхзвуковыми зонами с одной стороны профиля и одной зоной – с другой. К области существования двух несимметричных режимов примыкают области существования двух несимметричных и одного симметричного режима. Кроме того, возникают автоколебания, обусловленные неустойчивостью отрыва пограничного слоя в хвостовой части профиля. В диапазоне неединственности режимов обтекания небольшие изменения параметров набегающего потока и угла атаки могут приводить к значительным изменениям подъемной силы.

В настоящей работе рассматривается двумерное обтекание симметричного профиля с эллиптической носовой частью и прямолинейной средней частью 9%-й толщины. Моделирование основано на решении уравнений Эйлера и Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу. Для решения уравнений использовались пакеты программ Ansys CFX-13 и OpenFoam. В результате были определены диапазоны чисел Маха, в которых наблюдаются неединственность решения и коэффициенты подъемной силы, соответствующие симметричному и несимметричному режимам обтекания профиля. В пакете Ansys CFX для моделирования турбулентности была выбрана модель SSG Reynolds stress, наилучшим образом описывающая отрыв пограничного слоя в хвостовой части профиля и сопутствующие колебания подъемной силы.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант № 11-08-000643.

Л и т е р а т у р а

1. Hafez M.M., Guo W.H. Some anomalies of numerical simulation of shock waves. Part I: inviscid flows // *Computers and Fluids*. Vol. 28. No. 4–5. 1999. P. 701-719.
2. Кузьмин А.Г. Автоколебания и бифуркации течения при трансзвуковом обтекании простых аэродинамических профилей // *Прикладная механика и техническая физика*. 2008. Т. 49. № 6. С. 37-44.
3. Кузьмин А.Г. Бифуркации течения при трансзвуковом обтекании простых профилей с эллиптической и клиновидной носовыми частями // *Прикладная механика и техническая физика*. 2010. Т. 51. № 1. С. 22-28.

Numerical Investigation of the Transonic Flow Around Airfoil

A.N. Ryabinin, A.G. Kuzmin

Saint Petersburg State University, Russia

Inviscid and turbulent transonic flows around symmetric airfoil with elliptic nose and flat middle part are investigated. Mathematical simulation was performed with Ansys CFX-13 and OpenFoam solvers. RANS equations with SSG Reynolds stress turbulence model were used for turbulent flow simulation. The nonuniqueness of the flow regimes was obtained in the narrow band of free-stream Mach number and zero angle of attack. Margins of the quasi-periodic oscillations of the lift coefficient were determined.

МЕХАНИКА ИНТЕНСИВНОЙ СУШКИ ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ

А.В. Савин, П.Г. Смирнов

ЗАО «Концерн «Струйные технологии», Санкт-Петербург, Россия

E-mail: savin@jettechnologies.ru, petr.smirnov@jettechnologies.ru

Современные промышленные теплозащитные покрытия, применяемые в металлургии, обеспечивают высокую стойкость к термическим ударам. Стоимость таких покрытий высока, но они имеют большой срок службы, так что в итоге применение дорогостоящих теплозащитных материалов имеет экономический смысл. Однако в производственной практике на стадии сушки, когда материал еще не приобрел высокой механической прочности, при неправильной организации подвода тепла часто возникают нарушения структуры покрытия. Такие повреждения резко снижают стойкость покрытия и препятствуют получению положительного экономического эффекта.

Причина сложившейся ситуации заключается в отсутствии ясного понимания физических механизмов интенсивной сушки высокоплотных теплозащитных материалов.

В настоящей работе исследуется картина механических и тепловых процессов, развивающихся на ранних стадиях сушки, анализируется их подобие, предлагается математическая модель. Показано, что по сравнению с процессами сушки малой интенсивности, изученными в [1], интенсивная сушка плотных материалов имеет существенные физические особенности. Приведены результаты численного моделирования. Показаны примеры практического воплощения полученных результатов в конструкциях и алгоритмах работы оборудования, реально работающего на многих металлургических предприятиях [2, 3].

Основные результаты:

1. Причина разрушений в структуре теплоизоляционного материала на ранних стадиях сушки – большое внутреннее давление, возникающее при фильтрации образующихся газов.

2. При высокой интенсивности сушки и малой газопроницаемости теплозащитного материала переход влаги в газообразное состояние сосредотачивается в узкой зоне – во фронте сушки. Вблизи фронта имеется область высокого давления. Знание положения фронта сушки позволяет оценить давление в материале и не допустить превышения предела прочности.

3. Распределение параметров во фронте сушки автоматизировано. Обнаружены два новых критерия подобия, определяющих режим сушки.

4. Разработан ряд математических моделей механических и тепловых процессов ранней стадии сушки. Наиболее полная модель учитывает следующие физические процессы: (1) теплопередача за счет теплопроводности в твердом материале, (2) массоперенос за счет фильтрации влаги, (3) переход влаги в газообразное состояние, (4) конвективный перенос тепла паром, (5) теплообмен между паром и твердым материалом.

5. Численная реализация модели позволяет получить оптимальный алгоритм сушки, с прогнозом хода сушки и ведением процесса по параметрам внутри слоя материала. Такой подход получил название «умная сушка». Внедрение технологии «умной сушки» позволяет получить существенную экономию энергоносителей и обеспечить высокую стойкость покрытий.

Л и т е р а т у р а

1. Лыков А.В. Теория сушки. М.: Энергия, 1968. 472 с.
2. Спирин В.А., Савин А.В., Чистяков В.В., Саган И., Добшиков А., Бельков А. Система управления стендом сушки и высокотемпературного разогрева сталеразливочных ковшей // Современные технологии автоматизации. 2000. № 3. с. 66-71.
3. Савин А.В., Никольский В.Е., Вохминцев Д.В., Голубев В.О., Смирнов П.Г. Сушка современных футеровочных материалов: проблемы и решения // Черные металлы. 2011. № 1. с. 14-18.

High-Intensity Drying of Porous Materials

A.V. Savin, P.G. Smirnov

Concern Jet Technologies Ltd., Saint Petersburg, Russia

Fluid dynamics and thermal physics of high-intensity drying of high-density thermal protection materials are under consideration. Unlike low-intensity drying, the narrow zone appears where humidity jumps suddenly. Two similarity criteria are established. Mathematical model is developed. Numerical results are demonstrated as well as examples of industrial implementation named as ‘smart drying’.

ПЕРЕНОС СМЕСИ КОНКУРИРУЮЩИХ СОРБАТОВ ЧЕРЕЗ СОРБЦИОННЫЕ ФИЛЬТРЫ

Т.Р. Сайфутдинов, К.А. Поташев

ФГАОУВПО Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия
E-mail: t.sajfutdinov@yandex.ru, KPotashev@mail.ru

Проблема очистки почвы, грунтовых вод, водоемов и воздуха от загрязнений в настоящее время представляет большой интерес. Часто для этих целей широко применяются технологии очистки, использующие сорбционные методы. Для научно-обоснованного планирования подобных ремедиационных мероприятий необходимо знание законов сорбционного взаимодействия загрязнителя с сорбционными материалами. Основные трудности заключаются в сложном многокомпонентном составе техногенных загрязнителей, в результате чего возникает необходимость моделирования многокомпонентной конкурентной сорбции. Теоретическое описание многокомпонентной сорбции значительно сложнее, чем в случае сорбции индивидуальных соединений вследствие неоднородности смеси, конкурентной сорбции, неаддитивных эффектов. Углубление знаний в этой области необходимо для построения надежных физико-математических прогнозных моделей, описывающих процессы разделения компонент смесей и процессы сорбционной очистки.

Авторами работы сформулирована модель проточного сорбционного фильтра, описывающая динамику фронтов примесей и их выходных концентраций, и разработана соответствующая расчетная программа. В настоящее время известны различные математические модели конкуренции сорбатов, и их выбор для включения в транспортную модель определяется типом описываемых соединений. Для различных моделей конкуренции [1–3] сформулированы дополнительные соотношения на подвижных фронтах, обеспечивающие консервативность системы. Описано поведение фронтов сорбатов по различным моделям конкуренции, исследованы закономерности изменения их концентраций, взаимное опережение фронтов. Проведен анализ влияния различных типов сорбатов на интегральные характеристики сорбционных процессов.

Разработанная модель и расчетная программа дают возможность получения основных эксплуатационных характеристик сорбционных фильтров по типу используемого сорбента, целевых сорбатов, а также скорости подачи смеси и протяженности фильтра.

Л и т е р а т у р а

1. D. Caputo, F. Iucolano, F. Pepe, C. Colella. Modeling of water and ethanol adsorption data on a commercial zeolite-rich tuff and prediction of the relevant binary isotherms // Manuscript Draft, 22 p.
2. P. H. Nye, Z. Gerstl, Tz. Galin. Prediction of Sorption by Soils of Volatile Hydrocarbon Mixtures // J. Environ. Qual., Vol. 23, 1994, p. 1031-1037.
3. J. Pignatello. Soil organic matter as a nanoporous sorbent of organic pollutants // Adv. in Colloid and Interface Sc., 1998, p. 76-77.

Transport of Competing Sorbates Mixtures through the Sorption Filters

T.R. Saifutdinov, K.A. Potashev
Kazan Federal University, Kazan, Russia

The model of competing sorbates flow through sorption filter considered and appropriate calculation program developed. For different models of sorbates competition additional relations on the mobile fronts formulated which ensure a conservative system. The sorbates fronts and their concentrations behavior for different competition models described. The effect of different sorbates types on the integral characteristics of sorption processes analyzed.

The developed model and calculation program gives the possibility of obtaining basic performance characteristics of the sorption filter by the type of sorbent, sorbates, as well as the feed rate of the mixture and the length of the filter.

ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМЫ КОНТАКТНЫХ СЛАБЫХ РАЗРЫВОВ НА НАЧАЛЬНОЙ СТАДИИ ФОРМИРОВАНИЯ ГАЗОВОЙ СТРУИ

В.Д. Серова

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: vser@niimm.spbu.ru

Разработанная автором настоящей доклада теория слабых контактных разрывов газовой динамики позволила для осесимметричного случая представить в весьма простой форме зависимость завихренности частиц контактного слабого разрыва от распределения нормальных к поверхности разрыва скоростей частиц этой поверхности вдоль ее геодезической линии [1]. Кроме того, в той же работе [1] было получено выражение для определения кривизны геодезической линии поверхности слабого контактного разрыва через завихренность частиц этой поверхности и касательную к геодезической линии составляющую скорости частицы в данной точке поверхности разрыва. Чтобы воспользоваться результатами работы [1], необходимо иметь решение исходной квазилинейной гиперболической системы дифференциальных уравнений в частных производных, каковой является система уравнений газовой динамики, с соответствующими начальными и граничными условиями [2,3].

В работе [3] была поставлена задача Коши и выписаны граничные условия при решении задачи о выходе ударной волны из круглой трубы. Решение этой задачи было проведено численно с помощью метода С.К.Годунова. Подробно результаты численного моделирования были опубликованы в депонированной статье 1975 года [4]. В [5] была решена осесимметричная задача определения формы контактной слабой поверхности разрыва лишь в области течения, которая находится между осью симметрии и траекторией фиктивного центра возмущений, идущих от кромки трубы.

Чтобы иметь возможность исследовать форму контактной поверхности в отрывной зоне, необходимо обратиться к результатам работы [1] для определения кривизны траекторий частиц этой поверхности. В [1] было показано, что кривизна траектории частиц контактной поверхности слабого разрыва связана со скоростями и ускорениями этих частиц. Вводится угол, который составляет нормаль к поверхности контактного слабого разрыва со скоростью частиц этой поверхности. В докладе показано, что этот угол является определяющим при исследовании формы поверхности контактного разрыва.

ТЕОРЕМА: Если нестационарное осесимметричное движение контактной поверхности слабого разрыва в идеальной сжимаемой жидкости таково, что давление вдоль ее геодезической линии постоянно, то кривизна траекторий частиц этой поверхности нулевая. В противном случае кривизна траекторий частиц контактной поверхности слабого разрыва может быть выражена зависимостью через производную от давления вдоль геодезической линии, плотность жидкости, скорость и проекции на нормаль ускорения частицы, находящейся в рассматриваемый момент в исследуемой точке поверхности контактного слабого разрыва.

Рассмотрены частные случаи в выражении для определения кривизны траектории частиц поверхности контактного разрыва:

1. Если жидкие частицы контактной поверхности имеют только касательную к поверхности составляющую скорости, тогда кривизна траекторий частиц поверхности слабого контактного разрыва и кривизна самой этой поверхности зависят от разности проекций ускорений частицы на нормаль к поверхности и от скорости этой частицы.

2. Если скорость жидких частиц поверхности контактного слабого разрыва совпадает со скоростью этой поверхности, тогда кривизна траекторий этих частиц зависит от распределения давления вдоль геодезической линии этой поверхности и от скорости ее движения, а также от плотности жидкости в соответствующей точке.

Применяя теорему к исследованию формы контактного слабого разрыва, возникающего на начальной стадии газовой струи и используя подтвержденную экспериментом в [6] гипотезу о постоянстве давления вдоль отрезка контактной поверхности слабого разрыва, примыкающего к кромке трубы, можно считать доказанной прямолинейность этого отрезка.

Л и т е р а т у р а

1. Серова В.Д. Докл.РАН. 1996. т.350. № 1. С. 49-51.
2. Серова В.Д. Вестник ЛГУ. 1988.сер.1.В.1 (No 1). С.42-46.
3. Серова В.Д. Вестник ЛГУ. 1979.сер.1.В.4.No 19. С.88-94.
4. Серова В.Д. Опыт применения метода Годунова с подвижными и неподвижными сетками к расчету начальной стадии формирования струи, Л., 1975,50 с., Деп.в ВИНТИ 25.02.75, № 1914-75.
5. Серова В.Д. Теплофизика высоких температур. 2001, т.39, №6. С. 939-943.
6. Т.В.Баженова, Л.Г. Гвоздева. Нестационарные взаимодействия ударных Волн, М.: Наука, 1977, 271 с.

The Research of Weak Contact-Discontinuities and Parameters of Vortices at the Jet Incipience

V.D. Serova

Saint Petersburg State University, Russia

The theory of weak contact-discontinuities of gas-dynamic equations is applied to discuss the form of weak contact-discontinuities at the initial stage of an incipient gas jet.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНЕРЦИОННЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ НЕСТАЦИОНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ ДРОССЕЛЬ

В.Б. Синильщиков, И.И. Драган

Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ», Санкт-Петербург, Россия

E-mail: vbsin@rambler.ru, bkmz.d@mail.ru

В [1] рассматривается задача о нестационарном течении слабосжимаемой жидкости через дроссель. Показано, что решение должно учитывать как акустические процессы при прохождении волн разрежения и сжатия, на которых параметры изменяются мгновенно, так и нестационарные гидродинамические процессы формирования течения подтекания на входе и истечения струи из него. Была предложена феноменологическая модель, основанная на принципе суперпозиции: скорость в дросселе представлялась в виде суммы «акустической» и «гидродинамической». Первая определяется на основе соотношений для распада разрыва, причем в нее подставлялись разности полных и «гидродинамических» параметров: таким образом, при установлении течения акустическая скорость обращалась в ноль, а при прохождении волны по установившемуся течению - изменению скорости на фронте. Вторая описывается дифференциальным уравнением динамики для приведенной массы жидкости, на которую действуют сила давления и сила сопротивления, определяемая на основе обобщенного уравнения Бернулли, т.е. при установлении течения параметры автоматически удовлетворяют этому уравнению. При реализации модели основную проблему представляет определение инерционных коэффициентов, характеризующих значение приведенной массы, для разных сочетаний размеров дросселя. В [1] эти коэффициенты подбирались по методу наименьших квадратов из условия наилучшего согласования результатов расчетов по феноменологической модели с результатами численных экспериментов, проводимых как с использованием пользовательских программ, так и при помощи стандартных программных пакетов. Используя всего четыре параметра, удалось добиться хорошего совпадения результатов. Однако, вопрос о физическом смысле этих параметров и инерционных коэффициентов вообще в [1] остался нераскрытым. В соответствии с представлениями, лежащими в основе феноменологической модели, инерционность гидродинамической составляющей связана с временем перестройки течения от одномерного (за фронтом волны) к установившемуся течению подтекания (на входе) и истечения (на выходе). Очевидно, что, если пренебречь пограничным слоем на стенках, на больших удалениях от дросселя течение можно считать одномерным. Обозначим длины участков входного (1) и выходного (2) каналов, в которых течение отлично от одномерного через l_i . Представим кинетическую энергию установившегося течения жидкости в виде:

$$T = \rho \frac{u_1^2}{2} F_1 l_1 + \rho \frac{u_2^2}{2} F_2 l_2 + \int_0^{l_1} \int_{F_1} \frac{(u_x - u_1)^2 + u_r^2}{2} dF dx + \int_0^{l_2} \int_{F_2} \frac{(u_x - u_2)^2 + u_r^2}{2} dF dx + \int_0^{h_{12}} \int_{F_{12}} \frac{u_x^2 + u_r^2}{2} dF dx$$

Здесь F_i и u_i – площади сечения и средние установившиеся скорости в каналах, индексом «12» обозначен дроссель, h_{12} – его длина, x и r – осевая и радиальная координаты. Первые два слагаемых характеризуют одномерное течение; их изменение определяется акустическими процессами. Три последних описывают собственно течение через дроссель и связанное с ним движение в каналах. Вызывает все скорости через скорость установившегося течения через дроссель, можно получить формулы для инерционных коэффициентов – они определяются интегрированием поля скоростей по результатам численных расчетов. Сравнение с результатами, полученными в [1] показывает хорошее совпадение для подводящего канала 1 и дросселя 12. Различие значений для канала 2 связано с тем, что формирование вихревого течения, кинетическая энергия которого значительна, не связано напрямую со скоростью истечения.

Л и т е р а т у р а

1. Синильщиков В.Б. Феноменологическая модель нестационарного течения слабосжимаемой жидкости через дроссель // Вестник СПбГУ. Сер. 1. 2011. №2. С. 146-157.

Determination of Inertial Coefficients of the Stationary Flow of Fluid through a Throttle

V.B. Sinilshchikov, I.I. Dragan

Baltic State Technical University "Voenmeh" n.a. D.F. Ustinov, Saint Petersburg, Russia

The problem of defining inertial coefficients characterizing the stabilization of the flow through a throttle is considered. The coefficients are determined by integrating the field of velocities, obtained by numerical methods, when the flow is steady. The results are compared with the values based on the stabilization time.

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ ЗАДНЕЙ КРОМКИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ НА ИНТЕНСИВНОСТЬ ВИХРЕЙ В ДОРОЖКЕ КАРМАНА: ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ В РАМКАХ RANS-ПОДХОДА

Е.М. Смирнов, М.Н. Сыралева, Н.А. Щур

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Россия

E-mail: aero@phmf.spbstu.ru

Периодический сход вихрей Кармана с выходных кромок гидродинамических профилей (лопаток гидротурбин, рулевых и стабилизирующих элементов судов) обуславливает сильную нестационарность ближнего следа и обратное, динамическое воздействие на профиль. Последнее может быть опасным в случае близости частоты схода вихрей к одной из собственных частот механических колебаний обтекаемого тела или же приводить к более быстрому кавитационному разрушению кромки. Известно, что интенсивность вихрей Кармана зависит от формы выходной кромки, однако сколько-нибудь детальная информация по этому вопросу ограничена исследованиями по проблеме снижения шума (см., например, [1]).

В настоящей работе представляются результаты двумерных расчетов обтекания профиля НАСА0007 при $Re = 10^6$ и различных формах задней кромки (рис.1). Вариант 1 – “прямая обрезка” с толщиной кромки h в 1% от длины профиля. Другие варианты (2-5) соответствуют: скошенной обрезке, закругленной кромке и двум эллиптическим (с отношением полуосей d , равном 3 или 4). Расчеты с аккуратным разрешением пристенных турбулентных пограничных слоев и ближнего следа выполнены с применением пакета внутреннего пользования SINF [2] по модели турбулентности SST-CC [3].



Рис. 1. Мгновенные поля завихренности в следе за (слева-направо) обрезанной, скошенной, закругленной и эллиптической ($d=4$) выходной кромкой профиля НАСА0007.

В качестве характеристики динамического воздействия на профиль рассматривается размах периодических пульсаций давления в окрестности задней кромки, осредненный вдоль X по интервалу $4h$ и нормированный на динамический напор набегающего потока. Для вариантов 1-5 рассчитанные значения этой характеристики составляют: 0.127; 0.105; 0.152; 0.027; 0.016. Наибольшее динамическое воздействие на профиль отвечает случаю закругленной кромки, а при переходе к эллиптической кромке его интенсивность снижается на порядок. Число Струхала Sh , рассчитанное по толщине h и скорости набегающего потока, составило 0,140; 0,147; 0,136; 0,170 и 0,178 для вариантов 1-5 соответственно.

Л и т е р а т у р а

1. Marsden A.L., Wang M., Moin P. Suppression of vortex-shedding noise via derivative-free shape optimization // Physics of Fluids, 2004, 16: L83-L86.
2. Смирнов Е.М., Зайцев Д.К. Метод конечных объемов в приложении к задачам гидрогазодинамики и теплообмена в областях сложной геометрии // Научно-техн. ведомости, 2004, № 2 (36). Изд. Политехн. ун-та, СПб, С. 70-81.
3. Smirnov P.E.; Menter F.R. Sensitization of the SST turbulence model to rotation and curvature // J. Turbomachinery, 2009, 131(4), 041010.1–041010.8.

Hydrofoil Trailing Edge Shape Effect on the Karman Vortex-Street Intensity: Numerical Study Using the RANS Approach

E.M. Smirnov, M.N. Syraleva, N.A. Shur
Saint-Petersburg State Polytechnic University, Russia

Using the SST-CC turbulence model, unsteady two-dimensional flow around the NACA0007 profile was computed varying the trailing edge shape. Case 1 corresponded to a blunt edge with a thickness h of 1%, whereas Cases 2 to 5 corresponded to an oblique edge, a rounded edge and two variants of the elliptic edge. It was shown that the dynamical action of the unsteady flow on the profile reduces dramatically in the elliptical edge case.

НЕЛИНЕЙНАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ ВЫСОКИХ АМПЛИТУД В СВЕРХЗВУКОВЫХ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЯХ

Н.М. Терехова

*Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск, Россия
E-mail: terekh@itam.nsc.ru*

Для объяснения ряда особенностей динамики неустойчивых возмущений большой интенсивности использована нелинейная модель взаимодействия возмущений в режиме парных комбинационных связей. Модель включает эффекты самовоздействия и парного (комбинационного) взаимодействия волн.

Самовоздействие волны порядка ε^2 приводит к генерации нулевых вторичных гармоник, вызывающих искажение среднего поля потока, и индуцированию обертонов с удвоенной фазой. При парном (комбинационном) взаимодействии двух волн могут образовываться суммарные и разностные вторичные гармоники. В третьем порядке по ε взаимодействие вторичных волн с исходными возмущениями определяет нелинейную эволюцию амплитуд первичных колебаний. В работе рассмотрены эти составляющие, а также эффекты их суммарного действия, называемого полным взаимодействием.

Описанная эволюция изучается на основе интегрирования амплитудных уравнений, в основе которых лежит известное уравнение Ландау. Механизм парного взаимодействия $O(\varepsilon^3)$ имеет более высокий порядок нелинейности по сравнению с резонансным механизмом $O(\varepsilon^2)$.

Рассмотрены эффекты, возникающие при введении в пограничный слой при $M = 2$ контролируемых возмущений достаточно большой интенсивности. Установлено, что для вихревых волн при умеренном числе Маха $M = 2$ волны оказывают влияние друг на друга и это влияние двустороннее.

На высоких (гиперзвуковых) режимах при $M = 5.35$ рассматривается взаимодействие двумерных возмущений разной природы – вихревых и акустических. Показано, что для вихревых волн нелинейность в рамках модели второго порядка не приводит к заметному влиянию на динамику амплитуды во всех рассмотренных режимах. И, напротив, для акустической компоненты наличие в амплитудно-частотном спектре вихревой волны является сильным катализатором, подавляющим нарастание этой волны.

Представленные результаты свидетельствуют о том, что рассматриваемая модель второго порядка по нелинейности (или третьего порядка по амплитуде возмущений) может иметь место в пограничном слое при умеренных и высоких числах Маха. Если амплитуды возмущений не малы, развитие нелинейности может пойти по схеме порождения вторичных гармоник, создаваемое которыми силовое поле будет воздействовать на нелинейную динамику первичных волн. При этом происходит заполнение амплитудно-частотного спектра обертонами, суммарными и разностными частотами. Расширение модели возможно при рассмотрении трехмерных бегущих и стационарных возмущений сверхзвукового пограничного слоя.

Nonlinear Evolution of High-Intensity Disturbances into the Supersonic Boundary Layers

N.M. Terekhova

Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS, Novosibirsk, Russia

A nonlinear model of interaction of disturbances in the regime of coupled combinatorial relations is used to explain the dynamics of unstable waves. The model includes effects of self-action and combinatorial interaction of unstable waves.

The third-order model considered offers a rather accurate description of the streamwise dynamics of unstable waves of high-intensity disturbances into the boundary layers of uncompressed liquid and compressed gas for $M=2$ and 5.35.

МЕХАНИЗМ ОТРЫВА СВЕРХЗВУКОВОГО ПОТОКА ОТ СТЕНОК СОПЛА ЛАВАЛЯ

В.Н. Усков, В.Л. Бакулев

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: uskov41@mail.ru, vlbakulev@gmail.com

В работе исследуется процесс истечения вязкого газа из сопла Лавалья в режиме глубокого перерасширения. Расчет производится для сжимаемого вязкого газа на основе нестационарных уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу, в пакете ANSYS FLUENT.

Целью работы является моделирование полной картины течения, которое образуется в результате отрыва сверхзвукового потока от стенок сопла, описание физических явлений, сопровождающих отрыв, а также выявление условий его возникновения. В настоящее время проблема отрыва потока остается открытой. До сих пор нет единого мнения, что же является причиной этого отрыва.

Для некоторых сопел установлены различные варианты отрыва течения: стационарные и нестационарные. Для нестационарных отрывов произведен полный анализ газодинамических явлений, особое внимание было уделено автоколебаниям внутренней ударной волны и ее различным конфигурациям, определены параметры автоколебательных процессов. Результаты расчетов качественно совпадают с результатами работы [1].

В качестве примера приведено распределение чисел Маха для стационарного разрыва (рис. 1).

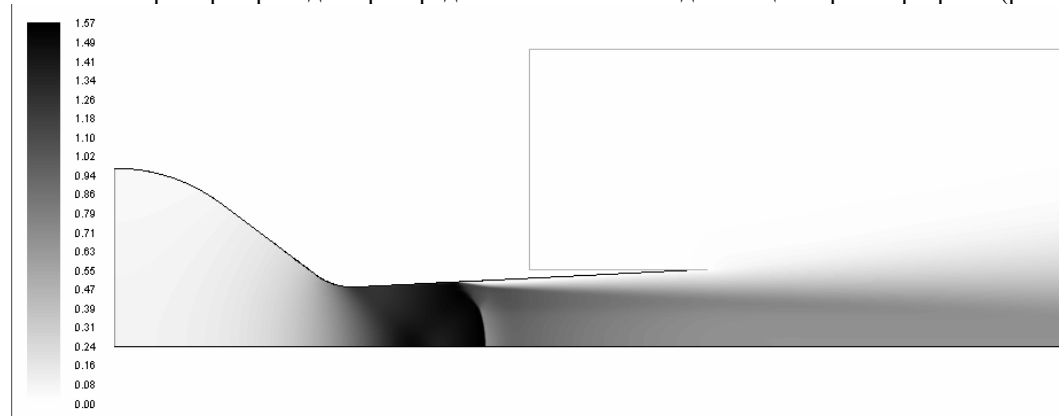


Рис. 1. Распределение чисел Маха для отрывного течения (отношение радиусов в выходном и критическом сечениях равно 1.3, отношение давлений в ресивере и наружного равно 1.5)

Л и т е р а т у р а

1. Xiao, H. M. Tsai, D. D. Papamoschou Numerical Investigation of Supersonic Nozzle Flow Separation. – AIAA Journal, Vol. 45, No. 3, March 2007, pp. 532-541.

The Separation Mechanism of Supersonic Flow from the Walls of the Laval Nozzle

V.N. Uskov, V.L. Bakulev

Saint Petersburg State University, Russia

In this paper overexpanded jet outflow process from a Laval nozzle. The calculation produced for a compressible viscous gas on the basis of unsteady Navier-Stokes equations, the Reynolds averaged. For calculations, the package ANSYS FLUENT.

For some, the nozzles are set various options for the separation of flow: steady and unsteady. For the unsteady separated flow produced by a complete analysis of gas-dynamic phenomena, particular attention was paid to the auto-oscillations of the inner shock wave and its various configurations.

ТРОЙНЫЕ КОНФИГУРАЦИИ БЕГУЩИХ УДАРНЫХ ВОЛН

В.Н. Усков^{1,2}, П.С. Мостовых^{1,2}

¹Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ», Санкт-Петербург,

²Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: uskov41@mail.ru, mostovykh@gmail.com

Рассматриваются нестационарные тройные конфигурации (ТК) ударных волн. Соответствующая стационарная задача решена в [1]. В ТК поток газа разделяется на два потока, один из которых проходит последовательно через поверхности двух сильных разрывов (падающей и отраженной бегущих ударных волн), а другой — через поверхность одного сильного разрыва (главной бегущей ударной волны). Потоки газа, прошедшие через ударные волны, разделяются перемещающимся в пространстве контактными разрывом. Таким образом, ТК делит пространство, занимаемое газом, на четыре области, ограниченные поверхностями разрывов, в каждой из которых течение газа непрерывно, и необходимо определить параметры потоков газа в общей (тройной) точке этих четырех областей. В работе предполагается, что нестационарная ТК движется как целое со скоростью \vec{W} тройной точки. В движущейся вместе с тройной точкой системе отсчета нестационарная ТК становится стационарной. В работе построены соотношения между параметрами потока по сторонам разрывов рассматриваемой нестационарной задачи и соответствующими параметрами стационарной задачи. Уравнения для стационарной ТК, полученные в [1], совместно с указанными соотношениями образуют замкнутую систему для нестационарной ТК.

В работе проведен численный параметрический анализ ТК с бегущими волнами. Решение считается существующим для заданного набора исходных параметров (числа Маха исходного потока M_0 , интенсивности падающей ударной волны J_1 , чисел Маха движения падающей и главной бегущих ударных волн M_{D1} , M_{D3}) и заданной геометрии разрывов в ТК, если все найденные газодинамические параметры находятся в области своих допустимых значений. Скорость тройной точки \vec{W} также является параметром, определяемым в результате решения. При одних и тех же исходных данных возможно существование нескольких решений, которым соответствуют различные значения скорости тройной точки \vec{W} . Подробные результаты анализа приведены в отчете по НИР № М-13-9520 за 2011 г.

Л и т е р а т у р а

1. Henderson L.F. On the confluence of the three shock waves in a perfect gas // The Aeronautical Quarterly. 1964. Vol. XV. № 2. P. 181–197.

Unsteady Triple Shock Waves Confluence Problem

V.N. Uskov^{1,2}, P.S. Mostovykh^{1,2}

¹Baltic State Technical University, Saint Petersburg,

²Saint Petersburg State University, Russia

Unsteady triple-shock-wave configurations (TC) are considered. The corresponding steady problem was solved in [1]. In a TC the gas flow is divided into two flows, one of which goes through two strong discontinuities surfaces one after another (the incident and the reflected shock waves), whereas the other goes through one strong discontinuity surface (the bow shock wave). The gas flows passed through the shock waves are separated by the moving contact discontinuity surface. Thus, a TC divides the space occupied by the gas into four regions, bounded by the discontinuities surfaces. In each of them a continuous gas flow occurs. The gasdynamic parameters of these flows in the common (triple) point of the four regions should be found. In this paper it is supposed that the unsteady TC moves as a whole with the speed of its triple point \vec{W} . In the frame of reference attached to the triple point the unsteady TC becomes a steady one. In the paper the relations between the flows parameters of the considered unsteady problem and the corresponding flows parameters of the steady problem are established. The equations for the steady TC obtained in [1] together with the mentioned relations form a system of equations for the unsteady TC parameters.

In this paper numerical parametric analysis of the unsteady TC is presented. The solution is accepted for a fixed set of input variables (the initial flow Mach number M_0 , the incident shock wave intensity J_1 , the incident and the bow shock waves Mach numbers M_{D1} , M_{D3}) and a fixed geometry of the discontinuities in the TC if all determined gasdynamic parameters meet their admitted regions. The triple point speed \vec{W} is also determined as a result of the solution. With the same input data several solutions may exist, which have different triple point speed \vec{W} values. The detailed results of this analysis are cited in the report No M-13-9520 (2011).

РЕАКТИВНЫЙ ДВИГАТЕЛЬ С ЗАМКНУТЫМ ЦИКЛОМ РАБОЧЕГО ТЕЛА

В.Н. Усков, А.П. Ушаков

Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ», Санкт-Петербург, Россия

E-mail: uskov41@mail.ru; au58@mail.ru

В последние годы, как в нашей стране, так и за рубежом, достаточно активно обсуждаются различные схемы реактивных двигателей с замкнутым циклом рабочего тела (РТ), тяга в которых, подобно двигателям Стирлинга, создается за счет принудительного рассеивания тепловой энергии в окружающее пространство.

Предполагается, что в замкнутых каналах, которые представляют собой подобные реактивные двигатели, при принудительном и управляемом рассеивании тепловой энергии в окружающее пространство, могут создаваться такие течения, при которых распределение давления на внутренние стенки двигателя, в проекции на ось симметрии не равно нулю.

Для проверки возможности существования течений внутри замкнутого канала с несбалансированным распределением давления по его стенкам, были проведены численные расчеты на модели, соответствующей схеме двигателя представленной на рис. 1.

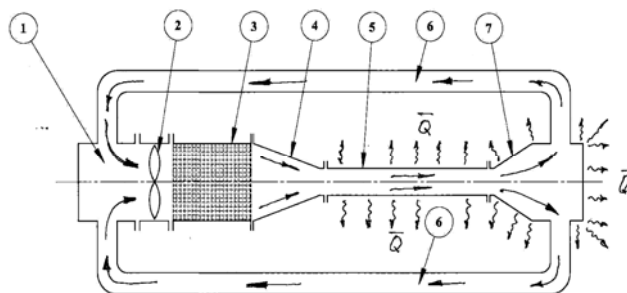


Рис. 1. Схема реактивного двигателя с замкнутым циклом рабочего тела

(1 – ресивер; 2 – циркуляционный осесимметричный или центробежный вентилятор; 3 – камера и зона нагрева; 4 – сужающаяся часть сопла; 5 – теплоизлучающий канал; 6 – каналы возврата; 7 – диффузор).

Показано, что для течений в замкнутом канале, при управляемом теплоизлучении в окружающую среду можно добиться несбалансированного распределения давления на его внутренние стенки.

Величина дисбаланса в распределения давления (тяга двигателя) зависит от состава РТ, режимов течения, а также уровня первоначального наддува.

Результаты численного этапа работы использовались при разработке модельной установки, для проведения физического эксперимента в водной среде.

The Jet Engine with the Closed Cycle of the Working Body

V.N. Uskov, A.P. Ushakov

Baltic State Technical University, Saint Petersburg, Russia

It is shown that for flows in closed channel, with controlled heat radiation into the environment, we can achieve an unbalanced distribution of pressure on its inner walls.

The value of the imbalance of distribution of pressure (engine thrust) depends on the composition of the working body (WB), flow regimes, as well as the level of the initial boost.

The results of the numerical stages were used in the development of the model unit for the physical experiment in the aquatic environment.

ОБРАЗОВАНИЕ ВОДЯНОГО КОНУСА ВБЛИЗИ НЕСОВЕРШЕННОЙ НЕФТЕДОБЫВАЮЩЕЙ СКВАЖИНЫ

М.Р. Хамидуллин, К.А. Поташев

ФГАОУВПО "Казанский (Приволжский) федеральный университет", Россия
E-mail: marseille.ksu@gmail.com, KPotashev@mail.ru

Известно явление образования водяных конусов в области несовершенных по степени вскрытия пласта добывающих скважин. Прорывы конусов воды приводят к раннему достижению нерентабельных дебитов нефти, что определяет прикладную значимость вопроса о корректном моделировании явления.

Приближенная теория, позволяющая рассчитать предельный безводный дебит скважины и форму стационарного конуса, основанная на предположении о медленном и устойчивом поднятии конуса в квазистационарном режиме, предложена М. Маскетом [1] и И.А. Чарным [2].

В настоящей работе предлагается моделирование водяного конуса в сквозной постановке:

$$\frac{\partial(m\rho)}{\partial t} + \operatorname{div}[\phi\bar{q}] = 0, \quad \bar{q} = -(k_1 + k_2)\nabla H, \quad k_i = k \cdot \frac{f_i(s)}{\mu_i}, \quad \rho = \rho_i(1-s) + \rho_a s.$$

Напор H определяется из решения следующего уравнения:

$$\frac{\partial H}{\partial t} - \operatorname{div}[(k_1(s) + k_2(s))\nabla H] = 0.$$

Начальные и граничные условия:

$$s|_{t=0} = \begin{cases} 0, & w < z \leq h & 0 \leq x \leq L \\ 1, & 0 \leq z \leq D & 0 \leq x \leq L \end{cases} \quad \frac{\partial s}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \quad H|_{x=L} = p_{nl} \quad \frac{\partial H}{\partial n} \Big|_{z=0, h} = 0 \quad p|_{\text{на скв.}} = p_{ск}.$$

Здесь t – время, s – водонасыщенность, z и x – глубина и расстояние до скважины, ρ – плотность смеси, μ_i и f_i – вязкость и относительная фазовая проницаемость воды/нефти, k – абсолютная проницаемость резервуара, g – гравитационное ускорение, h – высота пласта, D – уровень подошвенной воды, L – протяженность пласта, p_{nl} и $p_{ск}$ – давление на контуре питания и на скважине.

Задача решалась численно при условии осевой симметрии вдоль ствола скважины. Исследованы зависимости параметров разработки от отношения вязкостей воды/нефти, проанализировано влияние отношения плотностей на нефтеотдачу пласта и темпы добычи нефти. Схема позволяет определить достигнутый отбор нефти к моменту достижения конусом скважины по заданному режиму ее работы.

Л и т е р а т у р а

1. Маскет М. Движение однородных жидкостей в пористой среде. Michigan, 1946.
2. Чарный И.А. Подземная гидрогазодинамика. М.: Гостоптехиздат, 1963. 396 с.

Description of Water Cone Growing Up to the Producing Oil Well

M.R. Khamidullin, K.A. Potashev

Kazan (Volga region) Federal University, Russia

There is a phenomenon in developing the oil fields known as the formation of water cones in the bottom hole of producing wells, revealing only the upper portion of reservoir (initially oil-saturated). Approximate theory was proposed by M. Muskat and I.A. Charny.

This work gives a solution of the cone bottom water motion to the imperfect by the degree of reservoir perforation production well in the theory of filtration of water-oil mixture in a pass-through statement. The well opens the top part of the reservoir, which located entirely in the oil-saturated zone. Problem of water cone break to the well so-called "the problem of coning" was set and solved. The reservoir development dependences upon properties of liquid, which saturate layers (relations of density and viscosity) are explored.

ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛНОВОГО ФРОНТА В КОНДЕНСИРОВАННОЙ СРЕДЕ

Т.А. Хантулева, А.В. Литвинов

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: khan47@mail.ru, lit43848@gmail.com

На основе нелокальной теории переноса решается задача о распространении фронта плоской нестационарной волны, индуцированной ударом по поверхности конденсированной среды. В 1-м приближении по параметру $v/C = \rho/\rho_0 \ll 1$ (v – массовая скорость, C – скорость звука в среде, ρ' – возмущение плотности), уравнение переноса импульса в переменных $\zeta = t - x/C$, $\xi = x$ принимает вид [1-2]

$$v(\zeta, \xi) = \int_0^{\infty} d\zeta' \exp \left\{ -\frac{\pi(\zeta - \zeta' - \theta(\xi))^2}{\tau^2(\xi)} \right\} \frac{\partial v}{\partial \zeta'}(\zeta, \xi_0) - \frac{\partial}{\partial \xi} \int_0^{\zeta} d\zeta' v(\zeta', \xi), \quad \omega(\zeta) = \begin{cases} \zeta, & \zeta < 1 \\ 1, & \zeta \geq 1 \end{cases}$$

Построено приближенное аналитическое решение задачи, описывающее весь спектр режимов распространения импульса от упругой волны до гидродинамического режима. Поведение решения представлено на рис. 1. Продольное напряжение, вычисленное на основе полученного решения, зависит не только от деформации, но и от скорости деформации, а также от начального состояния, длительности и формы начального импульса. Проведено численное исследование зависимости решения от параметров состояния среды в нелокальной модели: времени релаксации τ и времени запаздывания θ , отнесенным ко времени нагружения. Параметры среды при распространении волны по оси x эволюционируют по законам внутреннего управления. На поверхности производства энтропии эволюция параметров среды соответствует траекториям градиентного спуска, представленным на рис. 2.

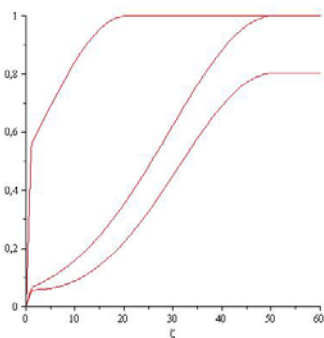


Рис. 1. Изменение амплитуды пластического фронта при его распространении.

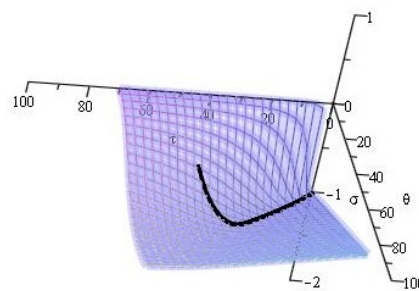


Рис. 2. Траектории эволюции параметров среды при распространении фронта.

Л и т е р а т у р а

1. Хантулева Т.А., Серебрянская Н.А. Релаксация волн, распространяющихся в конденсированной среде // Изв. ВУЗов, «Физика» 2009, Т. 52, №2/2, с. 165-171.
2. Литвинов А.В., Хантулева Т.А. Механика деформируемого твердого тела // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, 2011, № 4 (4), с. 1834–1836.

Wavefront Propogations Features in Condensed Media

T.A. Khantuleva, A.V. Litvinov
Saint Petersburg State University, Russia

Nonstationary wave propagation is considered in the framework of the nonlocal transport theory. An approximate analytical solution has been obtained and the mass velocity waveforms constructed. It has been found that the mechanical medium properties were changing during wave propagation and the pulse loss going into the internal storied energy after the front.

МЕТОД ОПТИМИЗАЦИИ В ГЕМОДИНАМИКЕ**В.А. Цибаров, Д.А. Юдинцева***Санкт-Петербургский государственный университет, Россия*

E-mail: Tsibarov@mail.ru, dawyl9i@rambler.ru

Кровь рассматривается как гетерогенная среда (гидровзвесь). Исследуется гемодинамика участка сосуда с квазиэллиптическими подвижными и переменными границами при наличии предельных напряжений сдвига в среде. Результаты получены на основе сочетания стохастического подхода [1, 2] и методов отображения, оптимизации и расщепления. В рамках указанного подхода формулируются условия, позволяющие с помощью традиционного лабораторного анализа делать выводы о гемодинамике реального кровеносного сосуда. Выписана предельная система уравнений гемодинамики и критерии отбора ее решений. Получены аналитические выражения для профилей гидродинамических параметров при степенной зависимости кажущейся вязкости неньютоновской жидкости от напряжений сдвига в аналоге модели Шведова – Бингама – Оствальда, включая все компоненты скорости. В процессе решения получены аналитические выражения для эффективной кажущейся вязкости среды, эффективной скорости сдвига (соответствующей лабораторно определяемой), радиуса ядра течения, скорости его движения и времени вязкой релаксации.

В качестве условий отбора решений использованы граничные условия смешанного типа, называемые граничными условиями скольжения [1, 2].

Многочастичные соударения форменных элементов учтены по аналогии с [3], а их континуальное распределение по объемам – по аналогии с [2].

В рамках излагаемого подхода рассчитаны безразмерные значения радиуса ядра течения и его скорости, а также время вязкой релаксации форменных элементов.

Л и т е р а т у р а

1. Цибаров В.А. Кинетический метод в теории газовзвесей. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 1997. 192 с..
2. Цибаров В.А. Стохастический метод в гемодинамике сосуда // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып.1. С. 129–138.
3. Долидович Н.Ю., Цибаров В.А. Медленные течения плотных газов // Пятые Поляховские чтения: Избранные труды. СПб., 2009. С. 230–235.

The Optimization Method in Haemodynamics**V.A. Tsibarov, D.A. Yudinseva***Saint Petersburg State University, Russia*

Blood is seen as a heterogeneous media. We investigate the haemodynamics of the vessel area with quasi-elliptic mobile and variable boundaries in the presence of limiting shear stress in the media. Results are based on a combination of the stochastic approach [1, 2], display techniques, optimization and splitting.

ТРИ ДИСКРЕТНЫХ ФОРМЫ ИНТЕГРАЛА СТОЛКНОВЕНИЙ БОЛЬЦМАНА

Ф.Г. Черемисин

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, Москва, Россия

E-mail: tcherem@ccas.ru

С применением проекционного метода получены дискретные аппроксимации интеграла столкновений Больцмана в трех различных формах. Во всех формах сохраняется консервативность интеграла по массе, импульсу и энергии, что является необходимым условием эффективного численного решения кинетического уравнения.

Первая форма интеграла учитывает только «прямые» столкновения молекул и не требует интерполяции функции распределения в пространстве скоростей. Важное асимптотическое условие – равенство нулю интеграла от функции распределения Максвелла – выполняется только при стремлении к бесконечности числа узлов интегрирующей сетки. Решение уравнения с использованием этой формы содержит заметный статистический шум, чем напоминает методы статистического моделирования.

Вторая и третья формы, кроме «прямых» учитывают и «обратные» столкновения, которые включены с использованием интерполяции в пространстве скоростей. В одной из этих форм, при специальном виде интерполяции, указанное выше асимптотическое свойство выполняется точно в независимости от шага скоростной сетки и числа узлов интегрирующей сетки. При других способах интерполяции это асимптотическое свойство выполняется приближенно. Во всех случаях статистический шум при решении кинетического уравнения значительно ниже, чем для первой формы.

Все рассматриваемые дискретные формы интеграла столкновений имеют свои достоинства и недостатки в смысле точности и скорости вычислений, которые анализируются. Приводятся примеры конкретных расчетов.

Three Discrete Forms of the Boltzmann Collision Integral

F.G. Tcheremissine

Dorodnicyn Computing Centre of RAS, Moscow, Russia

Three different discrete forms of the Boltzmann collision integral obtained with the application of the projection method are presented. The main properties of the forms are analyzed. Some examples of computations are reported.

ПЛОСКИЕ СТОКСОВЫ ТЕЧЕНИЯ В ОБЛАСТЯХ С ПОДВИЖНОЙ ГРАНИЦЕЙ

С.А. Чивилихин

*Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики, Россия
E-mail: sergey.chivilikhin@gmail.com*

Квазистационарное приближение Стокса [1] используется для описания вязких течений с малыми числами Рейнольдса. Для течений со свободными границами это приближение впервые применил Я.И. Френкель [2]. Аналогия между уравнениями линейной теории упругости [3] и уравнениями гидродинамики в приближении Стокса была использована для изучения релаксации односвязного цилиндра под действием капиллярных сил [4]. Хоппер [5] предложил описывать динамику свободной границы как семейство конформных отображений. Этот подход был позднее использован для анализа каспа на свободной поверхности [6] и разрушения пузыря [7].

В настоящей работе развивается метод расчета плоских квазистационарных стоковых течений вязкой жидкости с подвижной границей произвольной формы под действием произвольной поверхностной силы. Метод основан на разложении давления в ряд по полной системе гармонических функций. Структура этой системы зависит от топологии области. Полученное распределение давления позволяет рассчитать скорость на границе и исследовать закон движения границы. В случае действия капиллярных сил давление представляет собой проекцию обобщенной функции с носителем на границе на подпространство гармонических функций [8].

Показано, что для плоских течений существуют нетривиальные вариации давления и скорости, сохраняющие неизменным ньютоновский тензор напряжений. Эти вариации служат базисом, по которому раскладывается давление и вихревая часть скорости. Потенциальная часть скорости на границе рассчитывается непосредственно на основании граничных условий – через заданную на границе силу.

Приводятся результаты расчетов деформации изолированного вращающегося объема вязкой жидкости [9] под действием центробежной силы и силы поверхностного натяжения.

Л и т е р а т у р а

1. Хаппель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976. 630 с.
2. Френкель Я.И. Вязкое течение в кристаллических телах // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. №1. С. 29-38.
3. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 708 с.
4. Антановский Л.К. Динамика межфазной границы под действием капиллярных сил. Квазистационарное плоскопараллельное движение // ПМТФ. 1988. Т. 29. №3. С. 90-94.
5. Hopper R.W. Coalescence of two equal cylinders: exact results for creeping viscous plane flow driven by capillarity // J. Am. Ceram. Soc. 1984. V. 87. №12. P. 262 - 264
6. Jeong J.-T., Moffatt H.K. Free-surface cusps associated with flow at low Reynolds number // J. Fluid Mech. 1992. V. 241. P. 1-22.
7. Tanveer S., Vasconcelos G.L. Bubble Breakup in two-dimensional Stokes flow // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 73. №21. С. 2845-2848.
8. Чивилихин С.А. Плоское капиллярное течение вязкой жидкости с многосвязной границей в приближении Стокса // МЖГ. 1992. №1. С. 117-122.
9. Pukhnachev V.V. The quasistationary approximation in the problem of the motion of an isolated volume of a viscous incompressible capillary liquid // stationary Bubble Breakup in two-dimensional Stokes flow // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 73. №21. С. 2845-2848.

Plane Stokes Flows in the Regions with Moving Boundary

S.A. Chivilikhin

*National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics,
Saint Petersburg, Russia*

We have developed a method of flow calculation, which is based on the expansion of pressure in a complete system of harmonic functions. The structure of this system depends on the topology of the region. Using the pressure distribution, we calculate the velocity on the boundary and investigate the motion of the boundary. In case of capillary forces the pressure is the projection of a generalized function with the carrier on the boundary on the subspace of harmonic functions.

ВКЛАД ГОРЯЧЕЙ КИСЛОРОДНОЙ КОРОНЫ В ТОРМОЖЕНИЕ ИСЗ В ВЕРХНЕЙ АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

В.И. Шематович

Институт астрономии РАН, Москва, Россия
E-mail: shematov@inasan.ru

Горячая кислородная геокорона является важным источником нейтральных энергетичных атомов и играет существенную роль в образовании потока убегания из атмосферы нейтральных атомов [1]. Данная область околоземного пространства чрезвычайно важна для анализа, как физических свойств атмосферы, так и влияния на движение ИСЗ в верхней атмосфере Земли.

Надтепловыми или горячими обычно принято считать частицы с кинетическими энергиями выше $5 - 10 T$, где T - температура окружающего атмосферного газа. Надтепловые частицы образуются в различных атмосферных физико-химических процессах, продукты которых имеют избыточную кинетическую энергию. Кинетика и перенос надтепловых атомов кислорода описываются уравнением Больцмана с нетепловыми источниками таких частиц [2]. Метод прямого моделирования Монте-Карло (ПММК) является эффективным средством для изучения такой сложной кинетической системы в стохастическом приближении [2]. Выходными данными численной модели являются стационарные функции распределения горячих атомов кислорода в исследуемой переходной области верхней атмосферы Земли.

Получены оценки влияния фракции надтеплого (горячего) кислорода на торможение ИСЗ в верхней атмосфере на основе разработанной теоретической модели горячей кислородной геокороны [1,2]. Расчеты показали, что для ИСЗ с орбитами выше 500 км вклад от короны чрезвычайно важен. Даже для выпадающих в высоких широтах заряженных частиц с потоком энергии в $1 \text{ эрг см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ вклад горячего кислорода может достигать десятков процентов, а, учитывая, что реальные потоки энергии, как правило, выше то для экстремальных солнечных событий вклад горячего кислорода в атмосферное торможение ИСЗ будет доминирующим. Установлено, что для дневной полярной атмосферы изменение солнечной активности от высокого к низкому уровню приводит к увеличению доли парциального давления горячего кислорода к парциальному давлению теплового кислорода почти в 30 раз от 0.85 до 25% на высоте ~ 500 км в верхней атмосфере Земли. Соответственно, для типичной солнечной вспышки вклад надтепловой фракции в торможение ИСЗ на высоте 500 км составляет 30%. Для спутников с орбитами выше 500 км вклад горячего кислорода в торможение ИСЗ заметно превышает десятки процентов и обязательно должен учитываться при интерпретации данных измерений при помощи акселерометров [3].

Л и т е р а т у р а

1. Shematovich V.I., Bisikalo D.V., Gerard J.-C. An auroral source of hot oxygen in the geocorona // *Geophysical Research Lett.* 2005. V. 32. P. L02105(1-4).
2. Шематович В.И. Стохастические модели горячих планетных и спутниковых корон // *Астрономический вестник.* 2004. Т. 38. № 3. С. 178-188.
3. Шематович В.И., Бисикало Д. В., Краусс С., Хаусляйтнер В., Ламмер Х. Влияние горячей кислородной короны на торможение ИСЗ в верхней атмосфере Земли // *Астрономический вестник.* 2011. Т. 45. С. 238–246.

Input of the Hot Oxygen Corona to the Satellite Drag in the Earth's Upper Atmosphere

V.I. Shematovich

Institute of Astronomy RAS, Moscow, Russia

Calculations of the input of the hot oxygen fraction to the satellite drag in the Earth's upper atmosphere on the basis of the developed theoretical model [1] of the hot oxygen geocorona are presented. Calculations have shown that for satellites with orbits above 500 km, the contribution from the corona is extremely important. Even for the energy flux $Q_0 = 1 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$, the contribution of the hot oxygen can reach tens of percent; and considering that real energy fluxes are usually higher, one can suggest that for extreme solar events, the contribution of hot oxygen to the atmospheric drag of the satellite will be dominant. The calculations imply that for the daytime polar atmosphere, the change of the solar activity from high to low level leads to an increase in the ratio of the hot oxygen partial pressure to the thermal oxygen partial pressure by a factor of almost 30, from 0.85 to 25%. Thus, for a typical solar burst, the contribution of the suprathreshold fraction is about 30%.

РЕЛАКСАЦИОННАЯ ГАЗОДИНАМИКА УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА ПРИ УМЕРЕННЫХ ТЕМПЕРАТУРАХ

С.Г. Шумков, М.Г. Игнаткова

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: sergeyshumkov@yahoo.ru, mawuta0706@mail.ru

Доклад посвящен описанию течений углекислого газа с разной степенью неравновесности. Предполагается, что молекулы углекислого газа наряду с поступательными степенями свободы могут обладать вращательными и колебательными степенями свободы. Для описания колебательных степеней свободы в рассматриваемом диапазоне температур используется модель гармонического осциллятора.

В докладе приведены замкнутые системы уравнений газовой динамики на стадиях завершения поступательно-вращательной релаксации, внутримодовой VV-релаксации, VV'-релаксации, соответствующей ферми-резонансу и VV'-релаксации всех колебательных мод, а также для локально-равновесных течений. Во всех рассматриваемых случаях выписаны интегралы движения (в ситуации, когда медленные процессы можно считать замороженными) и аналитические формулы для коэффициента κ , присутствующего в выражении для квадрата скорости звука: $a^2 = \kappa p / \rho$. Проведены расчеты коэффициента κ и скорости звука в равновесных условиях и на каждой стадии релаксации.

В работе показано, что внутримодовый колебательный обмен в газе из гармонических осцилляторов практически не влияет на скорость звука, коэффициент $\kappa = 1.4$, как и в случае, когда молекулы обладают лишь вращательными степенями свободы.

Межмодовый колебательный обмен оказывает некоторое влияние на значение коэффициента κ . В работе проведена оценка влияния разных межмодовых обменов на этот коэффициент и скорость звука.

Коэффициент κ для локально-равновесных течений при сравнительно низких температурах имеет значение 1.4, а затем убывает с повышением температуры.

Relaxation Gas Dynamics of Carbon Dioxide at Moderate Temperatures

S.G. Shumkov, M.G. Ignatkova

Saint Petersburg State University, Russia

This study is devoted the description of carbon dioxide flows with different degree of non-equilibrium. It is supposed that molecules of CO₂ along with translational degrees of freedom can possess rotational and vibrational degrees of freedom. For the description of vibrational degrees of freedom at moderate temperatures the model of harmonious oscillator is used.

The closed systems of the equations of gas dynamics at final stages of a translational-rotational relaxation, VV-relaxation within modes, VV'-relaxation corresponding to a fermi-resonance and VV'-relaxation of all vibration modes, and also for locally-equilibrium flows are derived. In all considered cases motion integrals (in a situation when slow processes are frozen) and analytical formulas for the coefficient κ , which appears in the expression for the speed of sound are written: $a^2 = \kappa p / \rho$. The coefficient κ and the speeds of sound in equilibrium conditions and at each stage of relaxation are calculated.

It is shown that the intra-mode vibrational exchange in gas consisting of harmonious oscillators practically doesn't affect the speed of sound, the coefficient $\kappa = 1.4$ as well as in the case when molecules posses only rotational degrees of freedom.

The inter-mode vibrational exchange influences on value of the coefficient κ . Influence of different exchanges between modes for this coefficient and the speed of sound are estimated.

The coefficient κ in locally-equilibrium flows at low temperatures is equal 1.4, and then decreases with the temperature rise.

ЯДРА НЕЛИНЕЙНОГО ИНТЕГРАЛА СТОЛКНОВЕНИЙ УРАВНЕНИЯ БОЛЬЦМАНА: ТЕОРИЯ И ПРИМЕНЕНИЕ

А.Я. Эндер¹, И.А. Эндер², Л.А. Бакалейников¹, Е.Ю. Флегонтова¹

¹Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе РАН, Санкт-Петербург,

²Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: andrei.ender@mail.ioffe.ru, bakal51@mail.ru

Для отыскания функции распределения (ФР) в сильно неравновесной ситуации необходимо решать нелинейное уравнение Больцмана. Основной проблемой при этом является расчет интеграла столкновений. В связи с трудностью реализации непосредственного решения уравнения Больцмана развиваются альтернативные подходы. В последние годы значительный импульс получил моментный метод решения уравнения Больцмана. В этом методе ФР разлагается по сферическим полиномам Эрмита. Интеграл столкновений переходит при этом в набор матричных элементов (МЭ). В работе [1] были получены новые соотношения между МЭ и разработана рекуррентная процедура их расчета. Это позволило строить МЭ с большими индексами и, тем самым, учитывать большое число членов в разложении ФР по базисным функциям. Таким образом, трудности построения МЭ можно считать преодоленными.

Однако в реализации моментного метода имеется и другая трудность – ограничение на сходимость разложения для ФР. От этой трудности можно избавиться, если разлагать ФР только по сферическим гармоникам. При этом интеграл столкновений заменяется набором существенно более простых интегральных операторов. Ядра этих операторов, $G_{l_1, l_2}^l(v, v_1, v_2)$, зависящие только от модулей скоростей, играют ту же роль, что и МЭ в обычном моментном методе. Нами показано, что инвариантность интеграла столкновений относительно выбора базиса позволяет найти связи между ядрами нелинейного интеграла столкновений [2]. Эти связи оказываются дифференциальными, в отличие от алгебраических соотношений, полученных для МЭ. На основе найденных связей можно построить рекуррентную процедуру отыскания ядер для произвольных потенциалов взаимодействия. Стартовыми для этих рекуррентных соотношений являются ядра $G_{0,0}^0(v, v_1, v_2)$. Однако, рекуррентные процедуры значительно упрощаются, если известны выражения для подмножества ядер $G_{l,0}^l(v, v_1, v_2)$. Нами показано, что связь, существующая между линейными и нелинейными ядрами, сводится к преобразованию Лапласа. Это позволило найти аналитические выражения для нелинейных ядер $G_{l,0}^l(v, v_1, v_2)$ при произвольных l для газа из твердых шаров и псевдомаксвелловских молекул. Выполняя первый шаг рекурсии, удается найти и аналитический вид ядер $G_{0,1}^1(v, v_1, v_2)$, $G_{1,1}^0(v, v_1, v_2)$ в этих случаях. С помощью ядер нелинейного интеграла столкновений выполнены расчеты релаксации ФР в ситуациях, когда моментный метод не сходится.

Л и т е р а т у р а

1. Эндер А.Я., Эндер И.А. Интеграл столкновений уравнения Больцмана и моментный метод. СПб.: СПбГУ, 2003. 224 с.
2. Эндер А.Я., Эндер И.А., Бакалейников Л.А. Связи между нелинейными ядрами интеграла столкновений // ДАН, 2011, т.437, № 5, С.1-3

The Kernels of Boltzmann Equation Nonlinear Collision Integral: Theory and Application

A.Ya. Ender¹, I.A. Ender², L.A. Bakaleinikov¹, E.Yu. Flegontova¹

¹A.F. Ioffe Physico-Technical Institute, Russian Academy of Sciences, Saint Petersburg,

²Saint. Petersburg State University, Russia

The new approach to the solution of the nonlinear Boltzmann equation based on the expansion of distribution function in terms of spherical harmonics is considered. Application of this approach allows to replace the complex five-fold multiple collision integral with a set of rather simple integral operators. The recurrence formulae between the nonlinear kernels of these operators are derived. The analytical expressions for some subset of the kernels for two interaction models are found by Laplace transform. The calculation of distribution function relaxation is carried out in the case of divergence of usual moment method.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОБ ЭВОЛЮЦИИ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИОНОВ ПОСЛЕ РЕЗКОГО ВКЛЮЧЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

А.Я. Эндер¹, И.А. Эндер², А.Б. Герасименко¹

¹*Физико-Технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург,*

²*Санкт-Петербургский государственный университет, Россия*

E-mail: andrei.ender@mail.ioffe.ru

Изучение поведения примеси ионов на равновесном фоновом газе при наличии электрического поля является важной задачей. Отдельного внимания заслуживает проблема построения функции распределения ионов по скоростям в сильных электрических полях.

Ранее нами рассматривался переходной процесс после резкого включения постоянного электрического поля. Было получено аналитическое решение такой задачи в случае резонансной перезарядки ионов на атомах с постоянной частотой столкновений [1]. Отметим, что подобные переходные процессы для других моделей взаимодействия рассчитывались нами с помощью нестационарного моментного метода. Это стало возможным благодаря новому методу расчета матричных элементов интеграла столкновений [2].

Если ранее нами рассматривался случай постоянного поля, то в данной работе изучена временная эволюция функции распределения ионов после резкого включения периодического электрического поля. Рассматривается резонансная перезарядка с постоянной частотой столкновений. Показано, что в этом случае уравнение Больцмана решается аналитически. При этом, решение разбивается на периодическую и аperiodическую части. При больших временах полученное решение совпадает с известным ранее результатом [3]. Нами отмечен ряд интересных свойств функции распределения ионов, особенно в области больших скоростей.

Л и т е р а т у р а

1. Ender A.Ya., Ender I.A., Gerasimenko A.B. Standard Moment Method in the Problems on Ion Kinetics in Neutral Gas. Open Plasma v.2 (2009), p. 22.
2. Эндер А.Я., Эндер И.А. Интеграл столкновений уравнения Больцмана и моментный метод. Изд-во СПбГУ (2003) 224 с.
3. H. Shugawara et al. The velocity distribution function of ions in warm gas under a constant – collision – frequency symmetric charge exchange model. J. Phys. D: Appl. Phys. v. 29 (1996), p. 1168.

The Analytical Solution of the Ion Distribution Function Time-Evolution Problem in the Case of a Sudden Periodic Electric Field Turning-on

A.Ya. Ender¹, I.A. Ender², A.B. Gerasimenko¹

¹*Ioffe Physical-Technical Institute, Russian Academy of Sciences, Saint Petersburg,*

²*Saint Petersburg State University, Russia*

The study of the ion on an equilibrium background admixture behavior in the presence of an electric field is an important issue. The special attention is given to the investigation of the ion velocity distribution function in the presence of a strong electric field.

We obtained the analytical solution of the temporal distribution function evolution problem in the case of a sudden constant electric field turning-on earlier in the paper [1].

In contrast to the mentioned paper, in the present work we study the temporal evolution of the ion distribution function after sudden turn-on of a periodic electric field. The particle collision process is supposed to be a resonant discharge with a constant collision frequency. It is shown that the Boltzmann equation has analytical solution in this case. Herewith, the solution is separated into periodic and aperiodic parts. The obtained solution coincides with the known result in [3] at large time values. We have noticed a couple of interesting ion distribution function properties, especially at large velocity values.

ВЛИЯНИЕ ВИБРАЦИИ НА ОБЛАСТЬ, ЗАПОЛНЕННУЮ СОВЕРШЕННЫМ ВЯЗКИМ ГАЗОМ

А.В. Яковенко¹, П.Т. Зубков²

¹Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН,

²Тюменский государственный университет, Россия

E-mail: pzubkov@utmn.ru

Рассматривается прямоугольная область, заполненная совершенным вязким газом с теплофизическими свойствами воздуха. Область подвергается вибрационному воздействию по закону $x=A\cos(\omega t)$. Задача решается в одномерной постановке. Вследствие сжимаемости среды происходит формирование термоакустических волн (ТАВ), интенсифицирующих процесс теплообмена [1]. ТАВ распространяются по области со скоростью звука. Наблюдаются две доминирующие частоты колебания: заданная частота внешнего вибрационного воздействия и собственная частота системы, вызванная движением ТАВ. Возникающие колебания оказывают сильное влияние на газ, заполняющий полость. При интенсивном воздействии происходит образование ударных волн. С течением времени изменения характеристик газа выходят на “установившийся” режим, при котором угасает движение ТАВ, и процесс описывается только частотой внешнего воздействия. Получена зависимость характера процесса теплообмена в области при различных частотах колебания, проанализированы особенности изменения характеристик газа вследствие движения ТАВ.

За основу численного метода, используемого для решения данной задачи, взяты модифицированный алгоритм SIMPLER [1] и его переложение для случая сжимаемой среды. Краткое описание алгоритма расчёта приводится в [3]. При составлении дискретного аналога использовался метод контрольного объёма и второй порядок аппроксимации граничных условий [2]. Была взята равномерная расчётная сетка, состоящая из 1000 узлов. Шаг по времени был взят в 10 раз меньше шага по пространству.

Л и т е р а т у р а

1. Губайдуллин А. А., Зубков П. Т., Свиридов Е.М. Термоакустические волны, возникающие при нагреве совершенного вязкого газа // ТВТ. 2004. Т. 42. № 5. С. 753–759.
2. Патанкар С.В. Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах. М.: МЭИ, 2003. 312 с.
3. Abdubakova L.V., Botalov A.Y., Zubkov P.T., Yakovenko A.V. Motion of the gas in the rotating cylinder // 2nd European Conference on Microfluidics, Toulouse, 2010. CD-ROM Proceedings, paper 000090 (8 pages).

The Effects of Vibration in the Field with Perfect Viscous Gas

A.V. Yakovenko¹, P.T. Zubkov²

¹Tyumen Branch of Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS,

²Tyumen State University, Russia

The numerical investigation of the heat and mass transfer processes in a rectangular cavity as a result of vibrations is performed. The influence of vibration frequency on the propagation of waves in the cavity is considered. The presence of two frequencies in the cavity is described. There are the natural frequency of the system and the oscillation frequency caused by boundary conditions. The cavity is filled by perfect viscous gas with air characteristics. The heat capacity, the thermal conductivity and the viscosity are assumed to be constant. The case is considered in a one-dimensional setting.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ УРАВНЕНИЙ НА ОСНОВЕ УСЛОВИЯ СОХРАНЕНИЯ РАСХОДА

А.Ю. Яковлев

Федеральное государственное унитарное предприятие «Центральный научно-исследовательский институт имени академика А.Н. Крылова», Санкт-Петербург, Россия
E-mail: krylov@krylov.ru

Методы граничных интегральных уравнений (Boundary Equation Method – BEM) в настоящее время являются основным инструментом решения задач 3-х мерного течения идеальной жидкости. Данный класс задач находит практическое применение в тех случаях, когда влиянием вязкости можно пренебречь или учесть его в рамках теории пограничного слоя. В частности к таким задачам относятся расчет гребных винтов и других элементов движителей, крыльев и хорошо обтекаемых тел. Как показывают последние сопоставительные расчеты [1], методы BEM практически не уступают методам, основанным на моделях вязкой жидкости, в точности расчета гребных винтов на проектных режимах работы, но при этом методы BEM требуют гораздо меньше расчетного времени. Таким образом, развитие и совершенствование методов BEM представляет практический интерес.

В то же время используемые в настоящее время методы BEM в большинстве своем ориентированы на максимальное ускорение расчетов. С этой целью используется триангуляция поверхности обтекаемых тел, интенсивность особенностей считается постоянной в пределах панелей, а условие непротекания выполняется в точках коллокации, положение которых, вообще говоря, зависит от формы площадок. В этих условиях решение задачи существенно зависит от качества разбивки поверхности, размера площадок, их сгущения и выбора положения точек коллокации. Предложенный расчетный метод позволяет существенно упростить разбивку поверхности и уменьшить влияние разбивки на результат решения. Кроме того, используемый подход гарантирует выполнение закона сохранения вещества в интегральном смысле. В случае метода коллокации этот закон выполняется только в пределе при большом числе площадок.

Основные положения представленного метода были сформулированы ранее [2]. Решение задачи о течении идеальной жидкости осуществляется путем решения интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода относительно неизвестной интенсивности потенциала простого слоя на поверхности тел. Решение ищется в виде линейной комбинации базисных функций зависящих от криволинейных координат на поверхности тела. В данном случае используется система линейно независимых функций, обеспечивающая билинейную аппроксимацию потенциала простого слоя. Вся поверхность тела разбивается на площадки, при этом форма поверхности в пределах каждой площадки остается неизменной. Условие непротекания выполняется в виде равенства нулю расхода через каждую из площадок. В результате получается система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), которая решается стандартным путем. Такой подход в принципе может быть трактован как решение интегрального уравнения методом Галеркина.

Как показала практика использования данного метода, к его минусам можно отнести заметное возрастание времени затрачиваемого на построение матрицы СЛАУ, по сравнению с обычными методами коллокации. Это связано с необходимостью интегрирования скорости в пределах площадок для получения расхода. Проведенные дополнительные исследования позволили решить эту проблему. Во-первых, было показано, что расход можно выразить как интеграл по контуру площадки. Во-вторых, вместо построения матрицы СЛАУ и последующего ее решения реализован итерационный подход. На каждом шаге итерации определяется расход через все площадки и определяется новое распределение потенциала простого слоя из условия его равенства нулю. При этом вклад отдельных функций в расход не выделяется, что существенно ускоряет расчет.

Точность расчетного метода проверена на ряде тестовых примеров. В качестве практического приложения рассмотрен расчет водозаборного устройства водометного движителя статического типа.

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам президента РФ (грант №МД-8150.2010.8)

Л и т е р а т у р а

1. Ed. by Moustafa Abdel-Maksoud Proceedings of the Workshop on Cavitation and Propeller Performance Second International Symposium on Marine Propulsors - smp'11. 17 – 18 June 2011. Hamburg. Germany.
2. Яковлев А.Ю. Метод граничных интегральных уравнений высокого порядка для расчета обтекания элементов движителей // Труды ЦНИИ им. акад. А.Н.Крылова. 2007. Вып. 31(315). С. 42-54.

Practical Realization of Boundary Equation Method Based on the Flow Conservation Law

A.Yu. Yakovlev

Krylov Shipbuilding Research Institute, Saint-Petersburg, Russia

Boundary Equation Methods (BEM) are the main instruments to solve problems of ideal fluid. These problems are practically important for flows around wings and streamlined bodies, such as propellers and propulsors at design mode. Traditional BEM based on the triangulation of body surfaces, constant sources distribution on the plates and collocation method. The presented method based on the flow conservation law instead of collocation. So, flow through the each body surface elements must be zero. Realized this law directly, the new BEM version has been developed. Advantages of the method are less sensitivity for mesh features, flow conservation, continuous sources intensity and velocity distribution. The iteration algorithm and flow calculation by loop integral are applied to become the calculation faster. The BEM was tested and applied for waterjet inlet calculation. This project was sponsored by the Grant Council of the Russian Federation President (Grant MD-8150.2010.8).

IV

МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

MECHANICS OF SOLIDS

THE EFFECT OF SURFACE ROUGHNESS ON STRESS STATE OF A MULTILAYER FILM COATING

S.A. Kostyrko, M.A. Grekov

Saint Petersburg State University, Russia

E-mail: sergey.kostyrko@gmail.com, magrekov@mail.ru

In recent years, much attention has been focused on development and investigation of the technologies that rely on the use of multilayer thin film structures. In some engineering applications involving multilayers often leads to improvement of mechanical, optical, electrical and magnetic properties. However, high device quality can only be maintained if the defects in films are kept to minimum.

It's well known that during film deposition and subsequent thermal processing the film surface frequently becomes unstable and evolves into an undulating profile with cusp-like valleys [1]. The stress concentration caused by such film roughening is found to create dislocations, microcracks and lead to delamination. Thus, the main interest of this study lies in the stress concentration along a rough surface of a multilayer film structure.

The elastic solution for undulating free surface in stressed multilayer film can be found in [2]. In this paper authors used composite beam theory and linear boundary perturbation techniques to analyze the stress distribution along a sinusoidal rough surface. Since a surface evolution forms a wide range of configurations [1], it is of fundamental as well as practical interest to derive a solution for stress state in multilayered structure with an arbitrary undulated free surface.

We consider plane strain problem for an inhomogeneous film coating which consists of N separate layers deposited on a substrate. The substrate is modeled as an elastic half-plane Ω_{N+1} under remote loads. And the film is modeled as coherently bonded strips $\bigcup_{i=1}^N \Omega_i$ with planar interfaces Γ_i . We assume that the film surface Γ_1 has an arbitrary small perturbation and free from loads.

Following the superposition principle, the displacement vector $u = u_1 + iu_2$ at point $z = x_1 + ix_2$ and stress vector $\sigma_n = \sigma_{nn} + i\sigma_{nt}$ at this point associated with a plane with a normal vector \mathbf{n} is represented as

$$\sigma(z) = \begin{cases} \sigma_n^i + \sigma_n^{i+1}, & z \in \Omega_i, \quad i = \overline{1, N} \\ \sigma_n^{N+1}, & z \in \Omega_{N+1} \end{cases}; \quad u(z) = \begin{cases} u^i + u^{i+1}, & z \in \Omega_i, \quad i = \overline{1, N} \\ u^{N+1}, & z \in \Omega_{N+1} \end{cases} \quad (1)$$

Here σ_n^1, u^1 are the vectors of stresses and displacements arisen in a homogeneous half-plane with wavy boundary and elastic properties of the layer Ω_1 under action of unknown surface load q ; σ_n^i, u^i are the vectors of stresses and displacements arisen in a two-component plane with elastic properties of the solids Ω_{i-1}, Ω_i under remote loading $\sigma_{11}^\infty = \sigma_i$ with the unknown jumps of tractions $\Delta\sigma_n^i$ and displacements Δu^i at the planar interface Γ_i .

The stresses and the displacements are related to Goursat-Kolosov's complex potentials. We expand these complex potentials as well as unknown functions $q, \Delta\sigma_n^i, \Delta u^i$ as a power series in small parameter ε

$$q(\zeta_1) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\varepsilon^m}{m!} q_m(\zeta_1), \quad \Delta\sigma_n^i(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\varepsilon^m}{m!} \Delta\sigma_n^{im}(z), \quad \Delta u^i(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\varepsilon^m}{m!} \Delta u^{im}(z) \quad (2)$$

After that taking into account boundary conditions at Γ_i we derive a system of $2N-2$ Fredholm integral equations of the second kind in the unknown expansion coefficients $\Delta\sigma_n^{im}, \Delta u^{im}$. A solution of this problem is obtained by expansion in a Fourier series. Thereby, developed a new method which allows to get an approximate solution of a corresponding boundary value problem for a thin multilayer film/substrate system with arbitrary perturbed free surface.

The work was supported by Saint-Petersburg State University under grant 9.37.129.2011 and Russian Foundation for Basic Research under grant 10-01-00093.

References

1. Gao H., Nix W. D. Surface roughening of heteroepitaxial thin films // Ann. Rev. of Materials Science. 1999. V. 29. P. 173-209.
2. Kim J.-H., Vlassak J.J. Perturbation analysis of an undulating free surface in a multi-layered structure // Int. Journal of Solids and Structures. 2007. V. 44. P.7924-7937.

ЛОКАЛИЗАЦИИ КОЛЕБАНИЙ НА ОТСЛОЕНИИ ТОНКОЙ ПЛЕНКИ КАК ПРИЧИНА ЕГО ДАЛЬНЕЙШЕГО РОСТА

А.К. Абрамян¹, Д.А. Индейцев¹, Ю.А. Мочалова¹, Б.Н. Семенов²

¹*Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург,*

²*Санкт-Петербургский государственный университет, Россия*

E-mail: semenov@bs1892.spb.edu

Эффекты локализации динамических процессов в деформируемых твердых телах в областях, содержащих включения с собственной динамикой, были впервые исследованы Воровичем И.И. и Бабешко В.А.[1]. Несмотря на большой список работ [2–5], в которых получены важные результаты относительно необходимых и достаточных условий существования дискретного спектра, важной проблемой остается установление факта образования локализованных мод колебаний сплошной среды с включениями в случае нестационарного нагружения. Открытым остается вопрос об уровне напряженного состояния в областях локализации динамического процесса по сравнению с напряженным состоянием, порожденным проходящей и отраженной волнами. Последнее важно при инженерной оценке контактной прочности включения и акустических свойств среды. Следует заметить, что определение динамического поведения сплошной среды с включением при выделении только локализованного состояния существенно упрощает решение полной исходной задачи Коши, учитывающей переходные волновые процессы.

В работе определяются необходимые условия, при которых указанные выше явления имеют место, а также находятся параметры структуры, обеспечивающие выполнение этих условий. Приводится решение двух важных с точки зрения инженерных приложений задач о нестационарном поведении упруго-деформируемого покрытия на подложке при наличии дефекта в виде отслоения. Решение первой задачи позволяет найти необходимые параметры рассматриваемой структуры, при которых явление локализации приводит к существенному увеличению напряжений в окрестности отслоения по сравнению с переходным волновым процессом. Решение второй задачи описывает рост области отслоения. Получены необходимые условия остановки роста в зависимости от параметров подложки и пленки и от параметров нагружения.

Л и т е р а т у р а

1. Бабешко В.А., Ворович И.И. Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. М.: Наука, 1979. 319 с.
2. Бабешко В.А., Ворович И.И., Образцов И.Г. Высокочастотный резонанс в полуграниченных телах с включениями // Механика твердого тела. 1990. Т. 3. С. 74-84.
3. Бабешко В.А., Глушков Е.В., Зинченко Ж.В. Динамика неоднородных линейно-упругих сред. М.: Наука, 1989. 343 с.
4. Индейцев Д.А., Кузнецов Н.Г., Мотыгин О.В., Мочалова Ю.А. Локализация линейных волн. СПб: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2007. 342 с.
5. Davies E.B., Parnowski L. Trapped modes in acoustic wave-guides // Quart.J.Mech.Appl. Math. 1998. V. 51. P. 447-492.

Localization of Vibrations on a Thin Film Delamination as a Reason for its Further Growth

A.K. Abramyan¹, D.A. Indeitsev¹, Yu.A. Mochalova¹, B.N. Semenov²

¹*Institute of Problems of Mechanical Engineering of Russian Academy of Science, Saint-Petersburg,*

²*Saint Petersburg State University, Russia*

On the example of string delamination from the elastic foundation it is shown the possibility of localization of oscillations at the defect of delamination type. It is analyzed the influence of this localization on the process of the growth of delamination zone. The considered problem is only a first approximation a rather complicated problem. By the construction of an approximate analytical solution is taken into account only the first symmetric mode shape. It is also selected the most simple criterion for delamination growth zone, which does not include real rheology in the vicinity of delamination boundaries. It is quite natural generalization of the results to the case of delamination of two-dimensional film, beams and thin plates.

ЛОКАЛИЗАЦИЯ КОЛЕБАНИЙ В ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ СТРУНЕ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ С НАЧАЛЬНЫМ ОТСЛОЕНИЕМ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Е.Е. Аношина

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: anoshina.ekaterina@gmail.ru

В данной работе исследуется локализация колебаний и рост отслоения в полубесконечной струне на упругом основании с первоначальным отслоением. Коэффициент упругого основания $\kappa[x, l(t)]$: на отслоившемся участке жесткость основания принимается равным 0, на остальной части струны κ_0 . Показано, что наряду с непрерывным спектром частот существует лежащий ниже частоты отсечки дискретный спектр частот собственных колебаний такой струны с локализацией колебаний на участке отслоения [1]. При построении аналитического решения задачи о локализации колебаний на отслоившемся участке струны были выбраны такие параметры задачи, что реализуется только первая симметричная мода дискретного спектра; дискретный спектр стал состоять только из одного значения, соответствующего симметричным колебаниям относительно середины отрезка отслоения. Аналогичная задача для бесконечной струны с отслоением была рассмотрена в [2].

Особое внимание в работе было уделено численному решению данной задачи с учетом роста отслоения. Для более точного моделирования поведения струны был использован метод неравномерной сетки, а также было сделано совмещение явной и неявной разностных схем.

В результате наблюдается рост отслоения до определенной величины. После остановки роста отслоения симметричность колебаний остается.

Л и т е р а т у р а

1. Индейцев Д.А., Кузнецов Н.Г., Мотыгин О.В., Мочалова Ю.А., «Локализация линейных волн». СПб: Изд-во СПбГУ, 2007, 342 с.
2. Абрамян А.К., Бессонов Н.М., Индейцев Д.А., Мочалова Ю.А., Семенов Б.Н. Влияние локализации колебаний на отслоение пленки от основания // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2011. Вып. 1. С. 8–16.

Localization of Vibrations in Semi-Infinite String on an Elastic Foundation with an Initial Detachment under the Conditions of a Harmonic Load

E.E. Anoshina

Saint Petersburg State University, Russia

In this article, localization of vibrations and increase of detachment in semi-infinite string on an elastic foundation with initial detachment are considered. The coefficient of elastic foundation $\kappa[x, l(t)]$: in detached area rigidity of foundation is assumed to be 0, in the rest area of string is κ_0 . It is shown that along with continuous frequency spectrum, discrete frequency spectrum of eigen vibrations of such string with localization of vibrations in detached area is existed and it (spectrum) lies below cutoff frequency [1]. As construction of analytical solution of the problem of localization of vibrations in detached area of string such parameters (variables) were chosen that only the first symmetric mode of discrete spectrum is occurred; discrete spectrum became to compose of only one value corresponding to the symmetric vibrations relative to the midpoint detachment. The similar problem for an infinite string with a detachment was considered in [2].

Particular attention was paid to the numerical solution of this problem with increase of detachment. For more accurate modeling of the string behavior nonuniform method grid was used, explicit and implicit difference schemes were combined.

As a result, detachment increased to a certain value. After stopping the increase of detachment the symmetry of vibrations remains.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ КРИТЕРИЙ ПРОЧНОСТИ НЕЛИНЕЙНО-УПРУГОЙ СРЕДЫ С ВЫРЕЗОМ

А.Р. Арутюнян, Р.А. Арутюнян

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: Robert.Arutyunyan@paloma.spbu.ru

Сформулированы нелинейно-упругие реологические соотношения в двух идентичных выражениях, содержащих текущий коэффициент поперечной деформации и начальное и текущее состояние пористости. Эти соотношения использованы для описания механического поведения сверхпрочных материалов: нитевидных кристаллов, нанокристаллических и нанокompозитных материалов, упругая деформация в которых может достигать более 3% и для формулировки критерия прочности на основе энергетической концепции Гриффитса. Сформулированный критерий прочности совпадает с критерием Гриффитса в случае, когда среда является абсолютно хрупкой (коэффициент поперечной деформации равен нулю). При этом сохраняется, аналогично критерию Гриффитса, гиперболический характер зависимости критической длины трещины от величины критического напряжения.

В работе значительное внимание уделяется проблеме оценки теоретической и реальной прочности. Рассмотрены три случая: идеальная кристаллическая решетка без дефектов, нитевидные нанокристаллические и нанокompозитные материалы с размерами дефектов в пределах нескольких нанометров, лабораторный образец с микронным размером дефектов. Показано, что величина теоретической прочности на два порядка больше по сравнению со значением прочности лабораторного образца. Этот результат находится в согласии с известными в литературе оценками. В случае, когда в материале имеются дефекты порядка нескольких наноразмеров, наблюдается значительное снижение прочности (в пределах одного порядка).

The Strength Energy Criterion for the Nonlinear Elastic Medium with a Notch

A.R. Arutyunyan, R.A. Arutyunyan

Saint Petersburg State University, Russia

Taking into account the current value of the coefficient of lateral deformation the rheological relation describing the behavior of nonlinear elastic materials (ceramics, nanocrystalline and nanocomposite materials) is introduced. In these materials the elastic deformation can be reached up to 3 per cent. The relation is used to formulate the strength criterion for the specimen with a notch, based on the Griffiths energy approach. In particular, for the brittle material, when the coefficient of lateral deformation is equal to zero, the received criterion is identical with the Griffith's fracture law. Similar to the Griffith's criterion, the critical value of crack length depends on the critical value of stress by the hyperbolic law.

According to the received criterions the values of theoretical and real strength are estimated. Three cases are considered: the ideal crystal lattice, nanocrystalline and nanocomposite materials where the sizes of defects are of several nanometers and the laboratory specimen with the defects of micron size. It is shown, that the value of the strength for the laboratory specimen is about two orders less in comparison with the theoretical strength. This result is in agreement with the known approximations. In the case, when the defects in materials are of nanosizes, the decrease of the strength is significant (about one order of theoretical strength).

ДИНАМИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА СВЯЗАННОЙ ТЕРМОУПРУГОСТИ С УЧЕТОМ РЕЛАКСАЦИИ ТЕПЛООВОГО ПОТОКА ДЛЯ ПОЛУПРОСТРАНСТВА

М.Б. Бабенков

Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: babenkov.michail@gmail.com

Обобщенный закон теплопроводности Фурье содержит вторую производную температуры по времени, умноженную на постоянную релаксации теплового потока и описывает распространения тепла как волновой процесс. Данная модель использовалась в работах по исследованию нагревания металлов короткими лазерными импульсами [1], быстро движущихся источников тепла [2] и бегущих волн в системах с движущимися границами фазового перехода [3].

Уравнения связанной задачи термоупругости, основанные на обобщенном уравнении теплопроводности Фурье (уравнения Лорда-Шульмана) являются частным случаем ряда более общих уравнений термоупругости (напр. уравнения Грина-Нагди второго и третьего рода, Грина-Линдси) и в свою очередь включают в себя классические уравнения термоупругости [4] как частный случай при предельном переходе, если постоянную релаксации теплового потока устремить к нулю.

Для исследования задачи распространения гармонических возмущений в термоупругой среде были получены в параметрической форме, построены и исследованы дисперсионные соотношения (зависимости характеристики затухания и волнового числа от частоты, фазовые и групповые скорости), найдены экстремумы, горизонтальные и наклонные асимптоты для тепловых и акустических ветвей там где они есть. Было произведено сравнение результатов с классической термоупругостью. Найдены соотношения постоянных материала, которые определяют качественное поведение графиков дисперсионных ветвей.

Получено аналитическое решение задачи связанной термоупругости для полупространства с периодическими граничными условиями. Решение исследовалось при различных частотах воздействия и постоянных материала. Путем сравнения межмолекулярного расстояния в реальном материале с длиной волны термических и акустических возмущений, была произведена оценка области частот где возможно применение данной континуальной модели.

Л и т е р а т у р а

1. Qiu T.Q., Tien C.L. Short-pulse laser heating on metals // Int. J. Heat Mass Transfer. 1992. №35. С. 719-726.
2. Tzou D.Y. On the thermal shock wave induced by a moving heat source // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1989. №111. С. 232-238.
3. Соболев Л.В. Процессы переноса и бегущие волны в локально-неравновесных системах // Усп. Физ. Наук. 1991. Т. 161. №3. С. 5-29.
4. Новацкий В. Динамические задачи термоупругости. М.: Мир, 1970. 256 с.

Dynamical Coupled Thermoelasticity Problem with Heat Flux Relaxation for Half-Space

M.B. Babenkov

Institute for Problems of Mechanical Engineering RAS, Saint Petersburg, Russia

The dispersion relations were obtained analytically, investigated and compared to the corresponding results found using the classical thermoelasticity. For periodic and impulse boundary conditions the system of hyperbolic differential equations were solved analytically. The behavior of obtained solutions was investigated depending on frequency and boundary conditions value. An application field of the model was determined by comparing a wavelength with a lattice constant of appropriate material body.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ НАГРУЖЕНИЯ БАЛКИ ИЗ РАЗУПРОЧНЯЮЩЕГОСЯ МАТЕРИАЛА ПРИ ЧИСТОМ ИЗГИБЕ И РАСТЯЖЕНИИ

Е.А. Бахарева, В.В. Стружанов

Институт машиноведения УрО РАН, Екатеринбург, Россия

E-mail: bahareva.e.a@mail.ru, stru@imach.uran.ru

Традиционно решаемые в механике деформируемого твердого тела краевые задачи имеют единственное решение в силу взаимной однозначности и непрерывности определяющих соотношений. Однако введение более сложной модели материала, отражающей и неустойчивые состояния системы, приводит к задачам уже не удовлетворяющим условиям корректности Адамара, а именно к появлению нескольких решений при одной и той же нагрузке.

В сообщении рассматривается балка произвольного поперечного сечения, симметричного относительно продольной оси, выполненная из материала, обладающего эффектом деформационного разупрочнения. К торцам балки одновременно прикладывается изгибающий момент и растягивающее усилие. Свойства материала при растяжении и сжатии характеризуются полными диаграммами деформирования, обладающими как восходящей, так и падающей ветвями. Для системы выписываются уравнения равновесия, представляющие собой отображение пространства параметров состояния балки в пространство управлений (изгибающий момент M и растягивающее усилие Q). Это отображение гомеоморфно только на той области пространства состояний, где якобиан (детерминант матрицы Якоби) отображения не равен нулю. Точки, где якобиан равен нулю, определяют критические точки отображения.

Тип равновесия определяет матрица Гессе потенциальной функции системы, которая имеет катастрофу типа сборки. Переход от устойчивого состояния системы к неустойчивому происходит в момент, когда детерминант матрицы Гессе, совпадающий с якобианом отображения, обращается в нуль. Это условие определяет множество вырожденных критических точек функции потенциальной энергии и позволяет разделить пространство состояний на области устойчивости и неустойчивости. Отмечается, что отображение пространства состояний на множество допустимых управлений не является биективным, поэтому область $M-Q$ сужается.

Данное отображение позволяет получить кривые S_1 и S_2 на рис. 1, образующие сепаратрису механической системы. Точки сепаратрисы разделяют пространство на области, в которых либо система имеет одно положение равновесия (то есть потенциальная функция имеет одну критическую точку) – области I и III, либо три равновесия – область II. Используя сепаратрису, определяются критические значения параметров нагружения.

Для этого выбирается некоторый путь нагружения, например, путь L на рис. 1. При любой нагрузке из области I положение равновесия системы устойчиво. После пересечения путем L сепаратрисы S_1 у системы появляются два возможных положения равновесия (устойчивое и неустойчивое), однако реализуется только устойчивое в силу принципа максимального промедления. Координаты точки пересечения L с сепаратрисой S_2 представляют собой предельную несущую способность балки. При достижении этой нагрузки в материале начинается разрушение: появляются микропоры и микротрещины. После подстановке этих величин в уравнения равновесия получаем параметры состояния механической системы, отвечающие началу разрушения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 10-01-96018).

The Loading Capacity Definition of Beam from Weakening Material Subjected to Pure Bending and Tension

E.A. Bahareva, V.V. Srtuzhanov

Institute of Theoretical Engineering of the Ural Branch of RAS, Yekaterinburg, Russia

The article is investigated some mapping features of control space to state space in the problem of pure bending and tension of the beam, which exhibits the strain weakening effect. Separatrix of the mechanical system is obtained. The method for estimating ultimate bearing capacity of the beam is introduced.

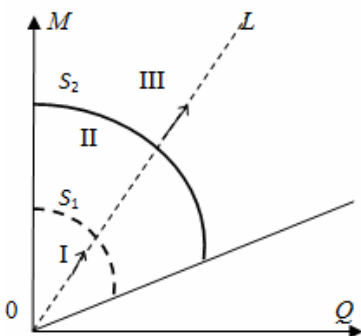


Рис. 1. Сепаратриса системы.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ПРОНИКАНИЯ УДАРНИКОВ В ГРУНТЫ, МЕТАЛЛЫ И БЕТОН НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ ЛОКАЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Г. Бен-Дор, А. Дубинский, Т. Эльперин

Университет им. Бен-Гуриона в Негеве, Беэр-Шева, Израиль
E-mail: dubin@bgu.ac.il, elperin@bgu.ac.il

Под моделями локального взаимодействия (МЛВ) понимается класс моделей, описывающих воздействие среды на движущееся в нем тело, для которых принимается справедливым следующий «постулат локальности»: воздействие среды в каждой точке поверхности тела зависит от «локальных параметров» (величины местной скорости тела и угла между её направлением и местной нормалью к его поверхности тела), а также от принимаемых одинаковыми для всех точек «глобальных параметров», характеризующих, главным образом, механические свойства среды. МЛВ обладают рядом специфических свойств, обеспечивающих разработку эффективных методов решения задач механики на их основе. Теория локального взаимодействия (ТЛВ) аккумулирует соответствующие методы и подходы.

Зарождение ТЛВ связано с потребностью в инженерных методах аэродинамического расчета в промежуточной области течения разреженного газа [1]. Аэродинамика оставалась основной сферой приложения методов ТЛВ в течение многих лет [2–4]; анализ эволюции ТЛВ на этом этапе можно найти в [3] и в ряде обзоров тех же авторов.

В то время как аэродинамический расчет направлен на определение представляемых в виде интегральных функционалов характеристик при известном законе движения тела в потоке, в задачах проникания закон движения ударника заранее не известен. Поэтому выражения для глубины проникания и минимальной скорости удара, обеспечивающей пробивание преграды («баллистический предел»), которые выступают в качестве критериев эффективности ударника либо барьера, существенно сложнее, что требует иных методов исследования.

В период с конца 1990-х годов нами опубликовано более полусотни статей и монография [5], связанных с исследованием задач высокоскоростного проникания твердых ударников в барьеры из различных материалов после удара по нормали к поверхности барьера. В докладе дан обзор результатов, полученных на основе МЛВ, по ряду направлений, в числе которых: оптимизация формы ударников; моделирование движения в грунте ударников с реактивным ускорителем и оптимизация работы последнего для максимизации глубины проникания; моделирование проникания сегментированных ударников и оптимизация их сегментации; анализ влияния воздушных зазоров между пластинами на защитные свойства преграды; оптимизация многослойных преград со слоями из различных материалов.

Л и т е р а т у р а

1. Алексеева Е.И., Баранцев Р.Г. Локальный метод аэродинамического расчета в разреженном газе. Л.: ЛГУ, 1976. 210 с.
2. Мирошин Р.Н., Халидов И.А. Теория локального взаимодействия. Л.: ЛГУ, 1991. 274 с.
3. Bunimovich A.I., Dubinsky A.V. Mathematical models and methods of localized interaction theory. Singapore: World Scientific, 1995. 226 с.
4. Мирошин Р.Н., Халидов И.А. Локальные методы в механике сплошных сред. СПб: СПбГУ, 2002. 303 с.
5. Ben-Dor G., Dubinsky A, Elperin T. Applied high-speed plate penetration dynamics. Dordrecht: Springer, 2006. 357 с.

Investigation of Problems of High-Speed Penetration of Impactors into Soils, Metals and Concrete on the Basis of Localized Interaction Models

G. Ben-Dor, A. Dubinsky, T. Elperin

Ben-Gurion University of the Negev, Beer-Sheva, Israel

We review results of our investigations in the field of high-speed penetration mechanics which are based on the localized interaction models. The overview includes the following problems: shape optimization of impactors; optimization of controlled penetration of projectiles equipped with jet thruster; modeling of penetration of segmented impactors and optimization of segmentation with the goal to improve the ballistic characteristics of impactors; analysis and optimization of protective characteristics of multilayered barriers composed of plates manufactured from different materials and affording for the air gaps in the barrier.

ТРИБОМЕХАНИКА ПРОЦЕССОВ НА СКОЛЬЗЯЩЕМ КОНТАКТЕ

Е.Г. Бердичевский

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого, Россия

E-mail: bersev@mail.ru

Изучалась трибомеханика процессов на скользящем контакте между жестким плоским штампом и кольцевой заготовкой. Схема испытаний моделировала процесс горячей штамповки. Исследования показали, что основные процессы протекают на 3-х уровнях граничного трения, что необходимо учитывать при анализе и математическом моделировании.

Проведено экспериментально-теоретическое исследование трибологических явлений на границе контакта плоского жесткого штампа с деформируемой кольцевой установкой. Коэффициент пластического трения определялся косвенным методом. Рассматривалось напряженно-деформированное состояние в зоне контакта при различных условиях пластичности. Признавалась существенная роль модификаторов трения [1], поставляемых из внешней среды или генерируемых в процессе пластической деформации металлов. Учитывалась роль шероховатости (микрogeометрии) контактирующих поверхностей. Статистические характеристики микрошероховатостей поверхностей определялись по 3D-моделям. Не учитывалось влияние таких факторов как скорость деформации, степень деформации, жесткость системы. Нормальные и касательные напряжения определялись расчетно-экспериментальными методами. Число повторных испытаний выбиралось таким, чтобы достоверность испытаний находилась в интервале $\pm 5\%$ при вероятности 0,95.

Исследования показали, что для построения трибомеханической модели процесса контактного взаимодействия деформируемых тел необходимо анализировать ситуацию на трех уровнях (макро, мезо, микро), учитывая при этом взаимовлияние (синергетику, кластеризацию) различных уровней друг на друга. Процессы износа и физического разрушения твердых поверхностей развиваются с нижнего уровня (микро). Касательные напряжения проще снизить путем использования модификаторов трения на мезоуровне [2]. Анизотропия механических свойств и микрogeометрии поверхностей особенно ярко проявляется на макроуровне. Полученная информация позволяет приступить к компьютерному моделированию трибомеханических процессов, протекающих на горячем скользящем контакте в активных средах.

Л и т е р а т у р а

1. Бердичевский Е.Г. Модификаторы трения как основа смазочных композиций для металлообработки// *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии*. 2010. №5. С. 43–46.
2. Мышин Н.К., Петроковец М.И. Трение, смазка, износ. М.: Физматмет, 2007. 368 с.

Tribomekhanika of Processes on the Sliding Contact

E.G. Berdichevskiy

Novgorod State University, Russia

Was studied tribomekhanika of processes on the sliding contact between the rigid flat die and the ring-shaped billet. The diagram of tests simulated the process of hot die forging. Studies showed that the basic processes proceed on 3- X the levels of boundary friction, that it is necessary to consider with the analysis and the mathematical simulation.

ЭФФЕКТ САВАРА – МАССОНА В МОДЕЛЯХ МАКСВЕЛЛА И ФОЙХТА С ПЕРЕМЕННОЙ ВЯЗКОСТЬЮ

К.В. Бердников¹, В.В. Стружанов²

¹Уральский Федеральный Университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина, Екатеринбург,

²Институт машиноведения УрО РАН, Екатеринбург, Россия

E-mail: kir.berdnikov@mail.ru, stru@imach.uran.ru

В механике деформируемого твердого тела существует эффект Савара – Массона, который связан с явлением прерывистости деформирования. Эта прерывистость проявляется в том, что на графике зависимости “напряжение - деформация” обнаруживаются ступени. Известно [1], что он был получен экспериментально при использовании машин с нагружением мертвой нагрузкой.

В работе рассматриваются вязкоупругие модели Фойхта и Максвелла в предположении, что вязкость в них не является постоянной. При помощи переменной вязкости моделируется процесс накопления повреждений при активном деформировании материалов. Исследуется возможность описания этими моделями эффекта Савара – Массона.

В модели Максвелла вязкий и упругий элементы соединены последовательно. Предполагаем, что вязкость является функцией, зависящей от деформации вязкого элемента. Уравнения, учитывающие переменность вязкости решаются методом Рунге – Кутты IV порядка. Исследуется мягкое нагружение: $\sigma = Q \cdot t$ (где Q – const). Рассматриваются непрерывное и прерывистое деформирования элемента Максвелла. В случае непрерывного деформирования при вязкости, изменяющейся по закону косинуса, на диаграмме деформирования видны ступени. При прерывистом деформировании эффект Савара – Массона получается следующим образом. Изменение вязкости задается в виде убывающей экспоненты. Сначала идет непрерывное нагружение, вязкость убывает, и деформация возрастает. Затем нагружение остановили, и начинается рост деформации при постоянном напряжении, то есть имеет место процесс ползучести. При этом на графике “напряжение-деформация” заметна площадка текучести. Далее элемент Максвелла опять догружаем, а затем снова останавливаем нагружение. При этом площадка текучести каждый раз увеличивается, поскольку вязкость убывает. Так продолжается до тех пор, пока вязкость не станет достаточно малой величиной.

Также рассматриваем модель Фойхта, представляющая собой параллельно соединенные пружину и демпфер. В эту модель по аналогии с моделью Максвелла вводим переменную вязкость, которая в этом случае фактически зависит от полной деформации, поскольку деформации вязкого и упругого элементов совпадают. Задавая функцию вязкости, изменяющуюся по закону косинуса, также получаем эффект Савара – Массона. Но на диаграмме “напряжение – деформация” видно, что деформирование элемента Фойхта начинается лишь с того момента, когда напряжение достигает некоторого значения. Кроме того ступени более выражены, чем в модели Максвелла. При прерывистом деформировании применяем также вышеописанную процедуру. Но теперь площадки текучести одинаковы по величине. Такие существенные отличия, получаемые при исследовании модели Фойхта, достигаются за счет того, что деформация вязкого элемента равна деформации упругого элемента. В то время как в модели Максвелла общая деформация является суммой деформаций пружины и демпфера.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-08-00135).

Л и т е р а т у р а

1. Белл Дж.Ф. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел: В 2-х частях; Ч. 2. Конечные деформации. М.: Наука, 1984. 432 с.

Savart – Masson Effect in the Maxwell and Voigt Models with Variable Viscosity

K.V. Berdnikov¹, V.V. Struzhanov²

¹Ural Federal University n.a. the first President of Russia B.N. Yeltsin, Yekaterinburg

²Institute of Theoretical Engineering science of the Ural branch of RAS, Yekaterinburg, Russia

The Maxwell and Voigt models are investigated in respect that viscosity was not constant. Savart-Masson effect is simulated. The strain-stress diagrams are obtained in each model for intermittent and continuous deformations.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ОСОБЕННОСТЕЙ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД С АРОЧНОЙ КРЕПЬЮ В ВЫРАБОТКАХ

Д.Е. Бобылев, Л.В. Масько

Криворожский национальный университет, Украина

E-mail: bob_d@i.ua

Анализ методом граничных элементов напряженно-деформированного состояния горного массива во время установки анкеров и их работы в период эксплуатации выработок позволяет определить круг проблем, решение которых позволит повысить эффективность анкерного крепления и, как следствие, устойчивость выработок, увеличить темпы их проведения и снизить затраты.

Целью работы является установление закономерностей формирования эквивалентной мощности дезинтегрированных зон породного массива для обоснования параметров, разработки и реализации эффективной технологии анкерного крепления подготовительных выработок.

Основная идея работы состоит в реализации системного подхода к управлению устойчивостью подготовительных выработок на базе определения эквивалентной мощности дезинтегрированных зон породного массива и обоснования рациональных геометрических характеристик анкерного крепления.

Установленные закономерности напряженно-деформированного состояния пород, разрушения горного массива вокруг выработок и нагружения крепей позволили обосновать параметры крепления основных конфигураций и сопряжений горных выработок с использованием анкеров различных типов.

При использовании метода граничных элементов возможно возникновение неустойчивости, которая объясняется близостью границ тонких элементов структуры и использованием интегральных уравнений для перемещений. В большинстве работ используется метод усреднения, а также гипотезы теории пластин. В то же время методы регуляризации не используются в полной мере. В работе проведена регуляризация МГЭ-решения; разработан эффективный подход к регуляризации градиентным методом решения задач, который позволяет получить стойкий численный метод для решения двумерной краевой задачи. На основе этого разработан программный комплекс, который позволяет:

а) рассчитывать деформации и смещения пород контура выработок, в том числе большой площади поперечного сечения;

б) определять оптимальные параметры анкерной крепи в соответствии с эквивалентным пролетом выработок.

Research of Interaction Features between a Rock Massif and an Arched Support in an Excavation by the Method of Boundary Elements

D.E. Bobyliev, L.V. Masko

Kriviy Rig National University, Ukraine

The mining rock behavior around the development by the method of boundary elements is simulated. These circumstances can result in to loss of accuracy, computing instability and, in the issue, to an incorrectness of calculation. Different designs regularizing of algorithms finite- and boundary – element solution sequentially are analyzed and their efficiency for the considered class of the tasks is investigated. We propose a procedure of regularization of the computational scheme used to find stresses and the strength index by the method of boundary elements, which enables one to perform the numerical analysis The obtained numerical results with solution are compared.

КРАЕВАЯ ДИСЛОКАЦИЯ В НЕЛИНЕЙНОЙ ПЛОСКОЙ УПРУГОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ОДНОГО СЕМЕЙСТВА МАЛОСЖИМАЕМЫХ МАТЕРИАЛОВ

А.О. Бочкарев

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: sciencewrk@apmath.spbu.ru

Сингулярные решения в задачах механики твердого тела являются важным инструментом моделирования точечных особенностей различной природы – геометрической (дислокации) и физической (сосредоточенные воздействия). Получение таких решений в нелинейной постановке особенно ценно, поскольку в окрестности особых точек линейная теория заведомо не работает. Ниже приводится одно из таких решений для одного семейства малосжимаемых материалов.

Свой путь выявления влияния нелинейности в общих условиях неоднородности и многомерности поля напряжений был предложен К.Ф. Черныхом в [1, 2]. Ключевая его идея состояла в использовании в качестве основной разрешающей энергетической пары «деформации-напряжения» градиент движения и номинальные напряжения. Специально разработанный с этой целью комплексный метод позволил для отдельных модельных упругих потенциалов (например, редуцированный стандартный материал [2]) решать эталонные сингулярные задачи теории упругости и механики разрушения в замкнутом виде. Однако, в ходе совместного обсуждения с автором, было подмечено, что в отдельных случаях комплексный метод позволяет получать решения сингулярных задач в аналитическом виде и для физически нелинейных законов упругости. В результате, независимо друг от друга были получены такие решения: общее регулярное решение уравнения равновесия и частное сингулярное (решение задачи Кельвина) для одного малосжимаемого материала [3], их обобщение для семейства малосжимаемых материалов 1-го порядка (по степени тензора кратности удлинений) [2] и конкретизация этого семейства для известных упругих потенциалов [4].

Наконец, в данной работе для тех же упругих законов проводится параллель: рассматривается сопряженное уравнению равновесия уравнение неразрывности упругой плоской среды, и в рамках полученного в [5] общего регулярного решения плоской задачи выводится частное сингулярное решение для краевой дислокации семейства малосжимаемых материалов.

Л и т е р а т у р а

1. Черных К.Ф. Введение в физически и геометрически нелинейную теорию трещин. М.: Наука, 1996. 288 с.
2. Черных К.Ф. Нелинейная упругость (теория и приложения). СПб: Соло, 2004. 420 с.
3. Бочкарев А.О. Элементарное решение плоской упругой задачи для одного малосжимаемого материала // Вест. С.-Петерб. ун-та. Сер.1. 2002. Вып. 2. С. 12-24.
4. Бочкарев А.О. Нелинейная задача Кельвина // Вест. С.-Петерб. ун-та. Сер.10. 2005. Вып. 2. С. 128-139.
5. Бочкарев А.О. Краевая дислокация в нелинейной плоской упругой задаче // Труды ЦНИИ им. акад. А. Н. Крылова. 2010. Т. 53. № 337. С. 21-28.

An Edge Dislocation in the Nonlinear Plane Elastic Problem for Series of Low-compressional materials

A.O. Bochkarev

Saint Petersburg state university, Russia

In geometrically and physically of nonlinear elasticity the solution of a plane problem about an edge dislocation is became for series of elastic low-compressional materials.

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ НАНОМАТЕРИАЛА ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКОМ СИЛОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Ю.И. Викулина, М.А. Греков

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: julia.vikulina@gmail.com, magrekov@mail.ru

В классических моделях механики сплошных сред, как правило, не учитывается влияние поверхностного напряжения на напряженно – деформированное состояние идеально упругого тела. Однако приповерхностные слои реальных тел существенно отличаются от внутренних слоев вследствие различных условий взаимодействия материальных частиц. Наличие приповерхностных эффектов, свойственное наноразмерным структурам, может быть причиной существенного отличия физических свойств этих структур от свойств обычных материалов. Так, по мере уменьшения размеров тела вплоть до нанометрового диапазона начинают экспериментально проявляться масштабные эффекты – зависимость физических свойств тела от геометрических параметров размерности длины. Чаще всего, в качестве этих параметров выступают радиусы кривизны поверхности тела.

В данной работе рассматривается модель наноразмерного упругого тела с плоской границей при действии заданной периодической поверхностной нагрузки и неизвестного поверхностного напряжения. Предполагается, что выполнены условия плоской деформации. Постановка задачи сводится к определению напряжено – деформированного состояния упругой полуплоскости при соответствующих граничных условиях, которые формулируются в соответствии с обобщенным законом Лапласа-Юнга. Кроме определяющих соотношений обычной (объемной) упругости используются соотношения поверхностной упругости, в которых содержатся упругие постоянные поверхности, аналогичные постоянным Ламе.

Решение задачи строится при помощи комплексных потенциалов Гурса-Колосова. Условие непрерывности перемещений при переходе от основания к поверхности приводит к гиперсингулярному интегральному уравнению относительно производной поверхностного напряжения. Решение этого уравнения находится в виде ряда Фурье, коэффициенты которого выражаются через коэффициенты разложения заданной нагрузки в аналогичный ряд.

Исследованы эффекты влияния поверхностного напряжения на напряженное состояние границы полуплоскости при действии касательных и нормальных усилий. В частности, обнаружен размерный эффект для металлических материалов, который проявляется в том, что для длин периода действующей нагрузки порядка 1-10 нм поверхностное напряжение существенно влияет на характеристики напряженного состояния поверхности. Это влияние практически исчезает при длине периода порядка 100 нм. Кроме того показано, что в нанометровом диапазоне изменения периода нагрузки при действии нормальных усилий на поверхности возникают касательные напряжения. В классическом решении, как известно, они равны нулю. Таким образом, учет поверхностных напряжений в наноматериале приводит к значительному изменению напряжений на границе.

Stresses at a Planar Surface of a Nanomaterial under the Influence of Periodic Forces

Yu.I. Vikulina, M.A. Grekov

Saint Petersburg State University, Russia

The two-dimensional model of an elastic body at the nanoscale is considered as a half-plane under the action of a boundary periodic load. An existence of a surface stress typical for nanometer bodies is assumed. The solution of the boundary problem is reduced to a hypersingular integral equation in a derivative of a surface stress which is found in the form of Fourier series. The influence of the surface stress on the stresses at the boundary of the half-plane under the tangential and normal periodic loading is analyzed. It is shown that this influence depends on the length of the load period in the nanometer range (scale effect).

ОПИСАНИЕ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ В СРЕДАХ С КЛАСТЕРНОЙ СТРУКТУРОЙ

Е.Н. Вильчевская, Е.А. Иванова

Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: vilchevska@gmail.com, elenaivanova239@post.ru

Проблема описания фазовых переходов давно привлекает внимание исследователей, работающих в различных областях науки: физике, термодинамике, нелинейной механике. Несмотря на различие в подходах и методах, все существующие исследования объединяет представление о том, что фазовые переходы непосредственно связаны с процессом изменения структуры вещества и характера взаимодействия на микроуровне. Для математической формализации этой идеи необходимо введение дополнительных переменных, выбор которых не очевиден, не однозначен и связан с трудностями не формального характера. Поэтому во многих математических моделях вместо переменных, отвечающих за структурные превращения, вводятся переменные, описывающие движение фазовой границы.

В данной работе рассматривается фазовый переход, происходящий вследствие повышения или понижения температуры. Предлагается модель, описывающая фазовый переход на основе фундаментальных законов механики. В рамках механики сплошной среды существуют различные подходы к описанию термодинамических процессов. Практически все существующие модели описывают ситуации, когда количество частиц в среде не меняется, что означает линейную зависимость между плотностью распределения частиц и массовой плотностью, и, исключая из рассмотрения плотность распределения частиц, позволяет считать все величины аддитивными по массе. Однако, современные исследования показали, что молекулы некоторых веществ способны образовывать кластеры, которые ведут себя как единые молекулы большого размера. При увеличении температуры кластеры начинают распадаться, затем число частиц резко возрастает, и кластеры полностью исчезают. Предлагаемая модель, явно вводя в рассмотрение плотность числа частиц, позволяет учесть зависимость отношения плотности числа частиц к плотности массы от температуры.

Таким образом, основная идея данной работы заключается в следующем. Для описания структурных изменений вводится в рассмотрение плотность распределения частиц как независимая характеристика, для которой формулируется дополнительное балансовое уравнение. Считается, что при фазовом переходе должно наблюдаться резкое изменение плотности частиц, происходящее вследствие того, что подводимая энергия идет не на нагревание, а на структурные превращения. Математическая реализация данной идеи основана на специальном выборе вида внутренней энергии, источникового члена в уравнении теплопроводности и источникового члена в уравнении баланса частиц.

Description of Phase Transitions in Media with Cluster Structure

E.N. Vilchevskaya, E.A. Ivanova

Institute for Problems in Mechanical Engineering RAS, Saint-Petersburg, Russia

The problem of description of phase transitions is a matter that attracts attention of researches working in the different areas of science: physics, thermodynamics and nonlinear mechanics. In spite of the difference in approaches and methods, the all investigations are based on the opinion of phase transitions are the result of modifying of the structure of substance and of the nature of interactions at micro-level. To mathematically formalize this idea we should introduce the additional variables whose choice is not evident and presents difficulties of informal nature. That is why in many mathematical models the variables describing the motion of the phase boundary are used instead of the variables accounting for structure transformations. The main idea of the presented paper consists in the following. To describe the structure modification we introduce the density of particles distribution as the independent characteristic, and for this quantity we formulate an additional balance equation. We suppose that the phase transition should be accompanied by fast changing the density of particles distribution that is due to the fact that the input energy is consumed not on the heating but on the structure modifying. The mathematical realization of the idea is based on choice of the special forms of the internal energy, the source term in the heat conduction equation and the source term in the particles balance equation.

МАКРОМОДЕЛЬ МАРТЕНСИТНЫХ ПЕРЕХОДОВ В СПЛАВАХ С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ

А.Е. Волков, С.П. Алещенко

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: arhitector151@mail.ru, volkov@math.spbu.ru

Предложена макроскопическая модель механического поведения сплавов с памятью формы (СПФ) типа никелида титана. Произвольные переходы вариантов мартенсита между собой и в аустенит, то есть прямое и обратное превращения в сочетании с переориентацией, описываются изменением внутренних параметров: объемной доли мартенсита и тензора средней фазовой деформации, сопровождающей образование мартенсита. Законы эволюции внутренних параметров (условия начала и продолжения превращения) формулируются в терминах обобщенных термодинамических сил, являющихся производными потенциала Гиббса. Используется гипотеза об осуществлении превращения в направлении действия термодинамической силы. Рассмотрена процедура определения материальных постоянных. Модель позволяет рассчитать деформацию СПФ при активном деформировании в аустенитном и мартенситном состоянии и при термоциклировании через интервал мартенситных превращений при действии механического напряжения.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 10-01-00671.

Л и т е р а т у р а

1. Волков А.Е., Сахаров В.Ю. Термомеханическая макромодель сплавов с эффектом памяти формы // Известия академии наук. Серия физическая, 2003, том 67, № 6, с. 845-851.

A Macroscopic Model of Martensitic Transitions in Shape Memory Alloys

A.E. Volkov, S.P. Aleschenko

Saint Petersburg State University, Russia

A macroscopic model of the mechanical behavior of shape memory alloys (SMA) of TiNi type is developed. The transitions between the variants of martensite and the austenite are described by the variations of the internal parameters: the volume concentration of martensite and the mean phase deformation accompanying martensitic transformations. The evolution of the internal variables is governed by the generalized thermodynamic forces, which are the gradients of Gibbs' potential. The procedure of the determination of the material constants is considered. The model allows calculating of the deformation of SMA under active deformation in the austenitic or martensitic states and on thermocycling across the interval of the martensitic transformations under a mechanical stress.

БЕЗУДАРНОЕ ГАШЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ КОНСОЛИ**Д.Н. Гаврилов***Санкт-Петербургский государственный университет, Россия*

E-mail: gavriloovdm@yandex.ru

Рассматривается задача гашения колебаний однородной консоли переменного поперечного сечения. Требуется определить закон изменения ускорения основания неподвижной консоли, при котором она за заданное время переместится на заданное расстояние и ее колебания в конце пути будут отсутствовать. Это ускорение является искомым управлением.

Как показывается в работах [1], [2], в данной задаче целесообразно применять обобщенный принцип Гаусса [3]. В этом случае управление следует искать в виде полинома по времени, что, однако, не исключает возможности наличия скачка управления в начальный и конечный момент. Для получения безударного управления ставятся дополнительные условия на отсутствие этих скачков. Построенное безударное управление при некоторых значениях параметров системы может приводить к сильной раскачке системы в процессе движения.

В работе [4] для минимизации колебаний консоли предлагается использовать полную энергию колебаний консоли E , которая вводится следующим образом:

$$E = T + \Pi,$$

где T – кинетическая, а Π – потенциальная энергия консоли.

Безударное управление, соответствующее минимизации функционала

$$J = \int_0^T E dt,$$

предлагается искать методом последовательных приближений на классе безударных управлений, полученных на основании обобщенного принципа Гаусса.

Л и т е р а т у р а

1. Зегжда С.А., Солтаханов Ш.Х., Юшков М.П. Уравнения движения негोलомных систем и вариационные принципы механики. Новый класс задач управления. М: Наука, 2005. 269 с.
2. Солтаханов Ш.Х. Гашение колебаний консоли. // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2009. №4. С. 105-112.
3. Поляхов Н.Н., Зегжда С.А., Юшков М.П. Обобщенный принцип Гаусса. // Доклады академии наук СССР. 1983. Т. 269. №6. С. 1328-1330.
4. Костин Г.В., Саурин В.В. Моделирование и оптимизация движений упругих систем методом интергодифференциальных соотношений. // Доклады академии наук. 2006. Т. 408. №6. С. 750-753.

Shockless Suppression of the Cantilever Oscillation**D.N. Gavrilov***Saint Petersburg State University, Russia*

The problem of the suppression of oscillations of the homogeneous cantilever of variable cross-section is considered. The task is to find control action which allows moving the base of the cantilever in a specified straight line distance for a given time so, that in the final moment oscillation of the cantilever would be absent.

This control law is chosen on the basis of Gauss generalized principle. In general case this control action has discontinuity at the initial and final moment. To obtain the shockless control it is necessary put additional conditions. In some cases this shockless control might result in complicated motion of the cantilever base. For improvement the cantilever motion the minimization of full energy of cantilever oscillations on the set of shockless controls obtained on the basis of Gauss generalized principle is proposed.

ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ МЕХАНИКИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

С.Л. Гладкий¹, Л.Н. Ясницкий²

¹*Пермский государственный педагогический университет,*

²*Пермский государственный национальный исследовательский университет, Россия*

E-mail: lmdlrnd@mail.ru, yasn@psu.ru

Решение краевых задач является одним из ведущих направлений математического моделирования. Первые аналитические методы решения краевых задач, разработанные Ж.Л. Д'Аламбером и Ж.Б.Ж. Фурье, с успехом применялись для решения задач в простых областях. Однако, современные инженерные задачи требуют получения решений краевых задач в трехмерных конструкциях сложной конфигурации. Большинство таких задач решается численными методами, поскольку считается, что применение аналитических методов для таких задач невозможно или крайне затруднительно. Тем не менее, использование аналитических методов с применением современных компьютерных технологий может быть эффективным для задач, где первостепенным фактором является точность и надежность получаемых решений [1]. Одним из таких методов является метод фиктивных канонических областей (ФКО) [2]. Данный метод позволяет получать высокоточные аналитические решения [3] для областей сложной конфигурации.

Для решения краевых задач механики деформируемого твердого тела необходимо получение общих решений трехмерных дифференциальных уравнений (например, уравнений теории упругости) для простейших (канонических) областей – сфера, цилиндр и т.д. Были получены общие решения уравнений теории упругости в сферической и цилиндрической системах координат. Данные решения позволяют использовать в методе ФКО такие канонические области, как сплошную сферу, полую сферу, сплошной цилиндр, цилиндрическую полость и т.д. Данные канонические области могут быть использованы для решения задач для объемных тел достаточно сложной конфигурации.

Разработана компьютерная программа “Regions Multi-Physics X”, основанная на методе ФКО. Программа имеет встроенный редактор 3D геометрии, позволяющий строить сложные трехмерные параметрические модели. В программу встроена библиотека ФКО, включающая более десяти типов канонических областей. Программа позволяет получать численно-аналитические решения объемных задач стационарной теплопроводности, электростатики и статической теории упругости. Реализована возможность оценки точности получаемых решений. С помощью программы решен ряд объемных задач теории упругости. Например, задача о коэффициенте концентрации напряжений в сложном трехмерном отверстии. Решение данных задач получено с высокой точностью, что показывает возможность эффективного использования метода ФКО для получения высокоточных решений объемных краевых задач механики деформируемого твердого тела.

Л и т е р а т у р а

1. Гладкий С.Л., Степанов Н.А., Ясницкий Л.Н. Интеллектуальное моделирование физических проблем. Москва–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2006. 200 с.
2. Ясницкий Л.Н. Метод фиктивных канонических областей в механике сплошных сред. Москва: Наука, 1992. 128 с.
3. Гладкий С.Л., Ясницкий Л.Н. Об оценке погрешности метода фиктивных канонических областей // Известия Академии наук. Механика твердого тела. 2002. Т. 1. №6. С. 69-75.

Numerical-Analytical Modeling in the Problems of Mechanics of Deformable Solids

S.L. Gladkiy¹, L.N. Yasnitskiy²

¹*Perm State Pedagogical University,*

²*Perm State National Investigation University, Russia*

The possibility of solving complicated 3D boundary value problems of mechanics of deformable solids with an analytical method – the fictitious canonic region (FCR) method is considered. General solutions of 3D elasticity equations are found for such canonic regions as solid and hollow sphere and cylinder. These solutions are used in the “Regions Multi-Physics X” program to solve 3D elasticity problems with FCR method. The solutions of some 3D problems are calculated with high precision. It demonstrates the effectiveness of the FCR method using for complicated engineering problems of mechanics of deformable solids.

ВЛИЯНИЕ НАНООБЪЕКТОВ НА ПРОЧНОСТНЫЕ СВОЙСТВА МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ ПО СПЕКТРАМ УРАФ

**В.И. Графутин, О.В. Илюхина, Г.Г. Мясичева,
Е.П. Прокопьев, Г.И. Савельев, Ю.В. Фунтиков**

ГНЦ РФ Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва, Россия

E-mail: eugeny.prokopjev@yandex.ru

Показано [1, 2], что одним из эффективных методов определения средних размеров цилиндрических и сферических нанобъектов \bar{R} (свободных объемов пор, полостей, пустот и т.д.), их средних значений концентрации \bar{N} и химического состава в месте аннигиляции позитронов в пористых системах и некоторых дефектных материалах (и в большом числе технически важных материалах и наноматериалах) является один из методов позитронной аннигиляционной спектроскопии (ПАС) – метод углового распределения аннигиляционных фотонов (УРАФ). Измерения спектров УРАФ позволяют определять средние значения доли свободного пространства $\bar{V}_{rad} = (4/3)\pi\bar{R}^3\bar{N}$ образующегося в материалах атомной техники в процессе их эксплуатации. Обсуждается идея поиска корреляции между значениями $\bar{V}_{rad} = (4/3)\pi\bar{R}^3\bar{N}$ и механическими свойствами материалов, например, их значениями параметров механических воздействий на излом. Дается краткий обзор экспериментальных исследований нанобъектов в сталях различных марок, используемых в качестве конструкционных материалов в современных атомных реакторах [1], возможно подтверждающих сделанные предположение. При этом важную роль приобретают экспериментальными методы определения прочности и хрупкости металлов и сплавов, облученных нейтронами. Особое значение при этом имеет поиск критических дефектов, сильно нарушающих механические и радиационные свойства.

Л и т е р а т у р а

1. Графутин В.И., Илюхина О.В., Мясичева Г.Г., Прокопьев Е.П., Тимошенков С.П., Фунтиков Ю.В., Бурцл Р. Позитроника и нанотехнологии: возможности изучения нанобъектов в материалах и наноматериалах методом позитронной аннигиляционной спектроскопии // *Ядерная физика*. 2009. Т. 72. №10. С. 1730-1739.
2. Графутин В.И., Прокопьев Е.П., Кршак В., Бурцл Р., Хэнер П., Земан А., О.В. Илюхина, Ерак Д., Могилевский М.А., Мясичева Г.Г., Фунтиков Ю.В // *Изучение конструкционных материалов активной зоны реакторов методами позитронной аннигиляционной спектроскопии*. *Ядерная физика*. 2011, Т. 74. №2. С. 195-206.

Effect of Nano-Objects on the Strength Properties of Metals and Alloys on SPECTRA ADAP

V.I. Grafutin, O.V. Ilyukhina, G.G. Myasishcheva,
E.P. Prokopen, G.I. Savelev, Yu.V. Funtikov

SSC RF Institute for Theoretical and Experimental Physics, Moscow, Russia

Shown [1–3] that one of the most effective methods for determining the average size of the cylindrical and spherical nano-objects (free-pore volumes, cavities, voids, etc.), their average values of radii \bar{R} , of concentration \bar{N} and chemical composition at the site of positron annihilation in porous systems and some number of defective media (and a large number of technically important materials and nanomaterials) is a method of positron annihilation spectroscopy (PAS).

ЭЛЛИПТИЧЕСКОЕ ОТВЕСТИЕ В УПРУГОМ НАНОМАТЕРИАЛЕ

М.А. Греков, А.А. Язовская

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: magrekov@mail.ru, yazovskaya_aa@mail.ru

Известно, что наноматериалы обладают такими физическими свойствами, которые существенно отличаются от свойств обычных материалов. Одним из объяснений этих отличий является наличие поверхностных эффектов, имеющих более значительное влияние для наноразмерных структур, чем для макротел, поведение которых описывается классической механикой. Моделью, учитывающей данные эффекты, служит теория упругости с учетом поверхностных напряжений [1, 2]. В ее рамках, вместе с тензором напряжений, определенном в объеме тела и на его поверхности, действуют поверхностные напряжения на границе тела или ее части. Подобное допущение позволяет, в частности, описать характерный для наноматериалов размерный эффект.

В данной работе приводится решение задачи об упругой плоскости, ослабленной наноразмерным эллиптическим вырезом, при действии однородного поля напряжений вдали от выреза. При постановке краевой задачи наряду с обычными линейными соотношениями объемной теории упругости используются аналогичные линейные соотношения поверхностной теории упругости. Равновесное состояние поверхности описывается обобщенным законом Лапласа-Юнга [3]. Постулируется совпадение вектора смещений поверхности и предела вектора смещений при переходе от объема к поверхности.

Решение соответствующей плоской задачи строится в комплексных переменных с использованием комплексных потенциалов Гурса-Колосова. Унифицированное соотношение, связывающее векторы напряжений и перемещений с комплексными потенциалами [4], методика Мухелишвили и условие равенства деформаций в точках поверхности и в прилегающих к ней точках объема по направлению, касательному к поверхности, приводят к сингулярному интегрально-дифференциальному уравнению относительно неизвестного поверхностного напряжения. Решение последнего найдено в замкнутом виде. Показано, что в нанометровом диапазоне при учете поверхностного напряжения концентрация напряжений зависит не только от отношения полуосей эллиптического отверстия, но также от размера последнего и упругих постоянных поверхности и объемного материала.

Л и т е р а т у р а

1. Еремеев В.А., Альтенбах Х., Морозов Н. Ф. О влиянии поверхностного натяжения на эффективную жесткость наноразмерных пластин. Доклады РАН. 2009, 424, 5, 618-620.
2. Альтенбах Х., Еремеев В. А., Морозов Н. Ф. Линейная теория оболочек при учете поверхностных напряжений. Доклады РАН. 2009, 429, 4, 472-476.
3. Duan H.L., Wang J., Karihaloo B.L. Theory of elasticity at the nanoscale // *Advances in Applied Mechanics*. 2008, 42, p. 1-68.
4. Греков М.А. Сингулярная плоская задача теории упругости. Изд-во С.-Петерб. ун-та. 2001, 192.

The Elliptical Hole in Elastic Nanoscale Material

M.A. Grekov, A.A. Yazovskaya

Saint-Petersburg State University, Russia

The problem on an elastic plane weakened by an elliptical hole of a nanometer size with the boundary free from an external traction under arbitrary remote loading is solved. A residual stress and complementary surface stress acting at the boundary are taken into account. Based on Kolosov-Muskhelishvili's method, the solution of the problem is reduced to the solution of a singular integro-differential equation in the unknown surface stress. A solution to the obtained equation is derived in an explicit form. As it follows from this solution, the stress concentration depends on the elastic properties of a surface and bulk material, and the size of a hole as well.

ПРОБЛЕМЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ ВЯЗКОУПРУГИХ СИСТЕМ

И.Ю. Гречко, М.А. Нарбут

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: narbut2010@yandex.ru

Необходимость в учете вязкоупругих свойств материалов и механических систем проявляется во многих практически важных случаях, связанных с использованием полимерных материалов в технике, естествознании и в медицине, при математическом моделировании механического поведения биологических тканей и др. Реальные материалы отличаются широким спектром времен релаксации, для оценки которого применяются различные методы идентификации. В докладе в первую очередь обсуждаются алгоритмы идентификации вязкоупругих систем при малых временах, отвечающих импульсному нагружению. При идентификации используются представления сигналов как во временной, так и в частотной области. Рассматриваются некоторые приложения описанных подходов.

Identification Problems for Viscoelastic Systems

I.Ju. Grechko, M.A. Narbut

Saint Petersburg University, Russia

The review of some identification procedures concerning viscoelastic systems is given. The identification for short time duration both in temporal and frequency domains is discussed. Some applications in engineering and biomechanics are presented.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УДАРНО-ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ЦЕНТРАЛЬНОМ СОУДАРЕНИИ ТРЕХ СТЕРЖНЕЙ РАЗЛИЧНОЙ МАССЫ

М.С. Еремеева, Б.Н. Семенов, Ю.В. Судьенков

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: sudenkov@land.ru

В работе [1], используя метод последовательных «парных» соударений была показана возможность увеличения эффективности переноса импульса при кратном соударении трех тел различной массы, то есть при реализации эффекта «дребезга» легкого бойка между ударником и массивной преградой. Определение эффективности такой ударной системы потребовало проведения исследований, сочетающих экспериментальное и численное моделирование ударно-волновых процессов при соударении трех тел (стержень–ударник, промежуточный стержень–боек, стержень–преграда).

Для численного анализа процессов соударения был использован метод конечных элементов. В качестве реализации метода конечных элементов применялся программный пакет Ansys/LS-DYNA.

На рис.1а представлены зависимости от времени перемещений центральных элементов соударяющихся стержней, а на рис.1б изменения скоростей, при скорости ударника $V_0 = -10$ м/с и начальном расстоянии боек–штанга $L_{б-ш} = 6$ мм.

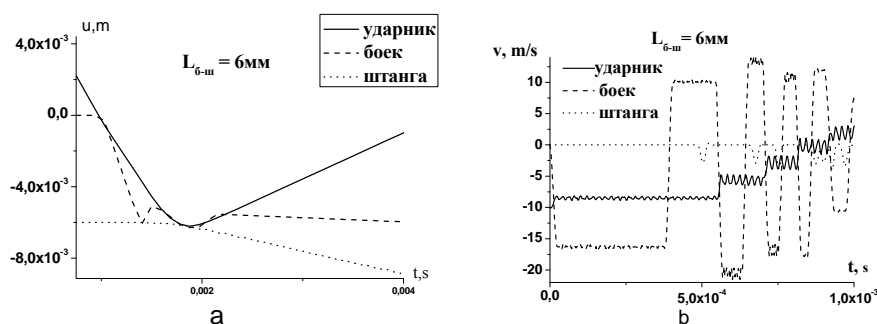


Рис.1 Зависимости перемещений (а) и скоростей (б) центральных элементов ударника, бойка и штанги.

Представленные зависимости демонстрируют возможность реализации квазипластического механизма соударения, то есть промежуточный стержень–боек движется практически вместе со стержнем–преградой. При этом эффективность переноса энергии и импульса в такой ударной системе с эффектом «дребезга» на 30% выше, чем в традиционной ударной системе ударник–преграда. Этот результат подтверждается и экспериментально[2].

Отметим также, что увеличение эффективности такого рода ударных систем будет определяться не только ростом эффективности переноса ударного импульса, но и увеличением эффективности разрушения гетерогенных сред за счет сложного пространственно-временного спектра ударного импульса.

Л и т е р а т у р а

1. Нагаев Р. Ф. Механические процессы с повторными затухающими соударениями. М. : Наука, 1985. 200 с.
2. Вовненко Н.В., Зимин Б.А., Судьенков Ю.В., Юнгмейстер Д.А // Вестник СПбГУ, 2010, сер. механика, вып. 3.

Numerical Simulation of Shock-Wave Processes at Central Collision of Three Bars with Different Masses

M.S. Eremeeva, B.N. Semenov, Yu.V. Sudenkov

Saint Petersburg State University, Russia

The results of numerical modeling of central collision of three rods with the different masses are presented. It is shown that in such system can be implemented quasi-plastic collision mechanism, leading to more efficient transfer of energy and momentum of 30%. The results of numerical simulations confirm the experimental results of such shock systems.

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ ОСЕВОМ СЖАТИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕКЛАССИЧЕСКИХ ТЕОРИЙ ОБОЛОЧЕК

А.М. Ермаков¹, Т.В. Усачева²

¹Санкт-Петербургский государственный университет,

²Санкт-Петербургский государственный морской технический университет (СПБГМТУ), Россия

E-mail: khopesh_ra@mail.ru, usa444eva@mail.ru

Рассматривается задача об устойчивости трансверсально изотропной круговой цилиндрической оболочки при осевом сжатии. Используется локальный подход [1], согласно которому прогиб при потере устойчивости ищется в виде двоякопериодической функции криволинейных координат. Проводится сравнение известных решений, полученных с использованием классических теорий Кирхгофа–Лява (КЛ), Тимошенко–Рейсснера (ТР) [2] с решениями, построенными с использованием неклассических теорий оболочек Родионова Титаева Черныха (РТЧ) [3] и Палия Спиро (ПС) [4]. Для теории оболочек средней толщины ПС и анизотропных оболочек РТЧ уравнения устойчивости оболочки, построены путем линеаризации нелинейных уравнений равновесия. Так же в работе проводится сравнение аналитических результатов со значениями, полученными при использовании трехмерной теории Ansys 11. Основное внимание уделяется случаю весьма малой жесткости на сдвиг в поперечном направлении.

В работе построены решения для значения критической нагрузки различных теорий оболочек. Так результаты полученные с использованием теории ПС достаточно близки к результатам теории ТР, и значение критической нагрузки отличается лишь множителем второго коэффициента в разложении по малому параметру h/R . Результаты же полученные с использованием теории оболочек РТЧ включают в себя члены асимптотического разложения более высокого порядка.

$$P_{(КЛ)} = -\frac{E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \frac{h}{R} \quad P_{(РТЧ)} = -\frac{E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \sqrt{1 - \frac{E^2}{60G^2(1-\nu^2)} \left(\frac{h}{R}\right)^2} \frac{h}{R} + \frac{E^2}{15G(1-\nu^2)} \left(\frac{h}{R}\right)^2$$

$$P_{(ТР)} = -\frac{E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \frac{h}{R} + \frac{E^2}{10G(1-\nu^2)} \left(\frac{h}{R}\right)^2 \quad P_{(ПС)} = -\frac{E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \frac{h}{R} + \frac{E^2}{12G(1-\nu^2)} \left(\frac{h}{R}\right)^2$$

Л и т е р а т у р а

1. Товстик П.Е. Устойчивость трансверсально-изотропной оболочки при осевом сжатии. // Механика твердого тела. №4 2009. С. 70-83.
2. Тимошенко С.П. К вопросу о деформации и устойчивости цилиндрической оболочки // Вестн. О-ва технол. 1914. Т. 21. С.785–792: (Устойчивость стержней, пластин и оболочек. М.: Наука, 1971. 807 с.)
3. Родионова В.А., Титаев Б.Ф., Черных К.Ф. Прикладная теория анизотропных пластин и оболочек. СПб.: Изд-во СПбГУ. 1996. 280 с.
4. Палий О.М., Спиро В.Е. Анизотропные оболочки в судостроении. Теория и расчет. Л.: Судостроение. 1977. С. 20-32.

On the Stability of the Cylindrical Shell under the Axial Compression with Use of Nonclassical Theories of Shells

A.M. Ermakov¹, T.V. Usacheva²

¹Saint Petersburg State University,

²Saint Petersburg State Marine Technical University, Russia

The stability of transversally isotropic cylindrical shell under axial compression is considered. We use a local approach according to which the buckling deflection is sought in the form of a doubly periodic function of curvilinear coordinates. We compare the solutions obtained according to the two-dimensional shells theory's Kirchhoff-Love (KL), Timoshenko-Reissner (TR), Rodionova-Titaev-Chernykh (RTCH) and Paliy-Spiro (PS) with the results of the three-dimensional theory Ansys 11.

АНАЛИЗ МЕХАНИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ АСБЕСТОВЫХ НАНОТРУБОК

А.М. Ермаков¹, И.А. Няшаев²

¹Санкт-Петербургский государственный университет,

²Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: khopesh_ra@mail.ru, xokage@mail.ru

Исследуются механические модели, построенные для описания эксперимента [1], проведенного в Физико-техническом институте имени А.Ф. Иоффе, в котором с помощью сканирующей зондовой микроскопии измеряется жесткость асбестовых нанотрубок. Под жесткостью понималось отношение приложенной силы к величине прогиба мостика, сформированного трубкой, перекрывающей отверстие в пористой подложке. Для аналитической оценки прогибов нанотрубок, как балок используется теория Тимошенко–Рейсснера (ТР) [2], так как слоистая структура асбестовых нанотрубок позволяет рассматривать ее как трансверсально-изотропную. Так же рассматривается задача о деформации цилиндрической оболочки, находящейся под действием локально приложенной нагрузки. Задача решается с использованием теории анизотропных оболочек Родионова–Титаева–Черныха (РТЧ) [3] и с помощью теории анизотропных оболочек средней толщины Палия – Спира (ПС) [4]. Проводится сравнение результатов, полученных по теории ТР, РТЧ, ПС, с результатами, получающимися при тех же параметрах МКЭ в пакете ANSYS 11 [5].

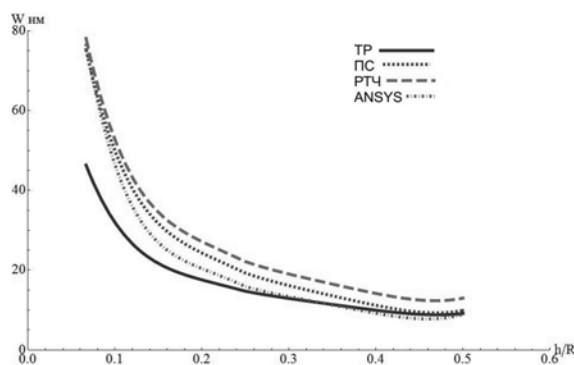


Рис. 1. Прогиб трубки в точке приложения нагрузки.

В качестве иллюстрации представлена модель однослойной шарнирно опертой на концах цилиндрической оболочки с постоянным внешним радиусом и увеличивающейся толщиной, находящейся под воздействием внешней силы, приложенной в центре мостика. Расчеты показали, что результаты, полученные с использованием теорий оболочек, ближе к результатам трехмерной теории для тонкостенных трубок. Хотя обе теории оболочек РТЧ и ПС дают близкие значения прогибов при увеличении относительной толщины оболочки, величины прогиба, получаемые по теории ПС ближе к значениям, получаемым методом конечных элементов. Чем ближе цилиндрическая трубка к сплошной, тем лучшие результаты дает теория ТР для балок.

Л и т е р а т у р а

1. Анкудинов А.В., Бауэр С.М., Каштанова С.В., Морозов Н.Ф., Няшаев И.А. Исследование механической жесткости уединенных асбестовых нанотрубок. // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Актуальные проблемы механики. Естественные науки. 2009. С.7-9.
2. Donnell L.H. Beams, Plates and Shells. McGraw-Hill Book Company. w.p. 1976.
3. Родионова В.А., Титаев Б.Ф., Черных К.Ф. Прикладная теория анизотропных пластин и оболочек. СПб.: Изд-во СПбГУ. 1996. 280~с.
4. Палий О.М., Спиро В.Е. Анизотропные оболочки в судостроении. Теория и расчет. Л.: Судостроение. 1977.
5. Bauer S. M., Ermakov A.M., Kashtanova S.V., Morozov N.F. Nonclassical Models in the Shell Theory with Applications to Multilayered Nanotubes // COMPDYN 2011, 3rd ECCOMAS, CD-MS06. N 105. 10 p.

Analysis of mechanical models of Asbestos Nanotubes

A.M. Ermakov¹, I.A. Nyapshaev²

¹Saint Petersburg State University, ²Ioffe Physical Technical Institute, Saint Petersburg, Russia

The stiffness of bridges and cantilevers made of asbestos nanotubes has been studied by means of scanning probe microscopy and by mechanical models based on nonclassical theories of beams and shells.

О НЕКОТОРЫХ ЭФФЕКТАХ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ АКУСТИЧЕСКИХ И ТЕПЛОВЫХ ВОЛН

Б.А. Зимин, Ю.В. Судьенков, Н.В. Вовненко

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: bazimin@mail.ru

При импульсном нагреве лазерное излучение в металлах поглощается электронами проводимости [1]. Передача энергии от электронов к кристаллической решетке происходит сравнительно медленно из-за большой разницы масс электронов и ионов. В этом случае тепло распространяется в твердом теле по модели Каттанео [2], учитывающей инерцию теплового потока и связанность процессов деформирования и тепловыделения.

Уравнения, описывающие динамические напряжения в нагреваемом лазерным импульсом материале, строятся с учетом соотношений линейной термоупругости (закон Дюамеля – Неймана). Таким образом, полученная система уравнений связанной динамической термоупругости описывает взаимодействие двух различных физических подсистем – упругого и теплового поля.

Данные системы могут быть исследованы весьма эффективно, если эти подсистемы взаимодействуют слабо [3]. В работе представлена дисперсионная функция связанной динамической системы термоупругости с учетом малого параметра связанности. Показано существование неустойчивой акустической волны, которое может приводить к значительному возрастанию температурных напряжений растяжения, что необходимо учитывать при прочностном расчете конструкций, подвергающихся импульсному нагреву.

Л и т е р а т у р а

1. Абрикосов А.А. Основы теории металлов. М: Физматлит, 2009. 597 с.
2. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. М.: Высшая школа, 2001. 550 с.
3. Зимин Б.А., Судьенков Ю.В., Вовненко Н.В. Дисперсионный анализ в слабо связанных системах динамической термоупругости // Сб. трудов XIV Межд. конференции «Современные проблемы механики сплошной среды». Ростов на Дону. 2010. Т.2. С. 116-119.

Some Effects, Associated with the Interaction of Acoustics and Thermal Waves

B.A. Zimin, Y.V. Sudyenkov, N.V. Vovnenko

Saint Petersburg University, Russia

The coupled theory of thermoelasticity with Cattaneo's heating model was investigated. It is found, that system equation of the coupled theory of thermoelasticity has the unstable solution and the stress generated in the heating cycle very greatly exceeded.

ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТРОЙНОГО СДВИГА ПО ЭНДОХРОННОЙ ТЕОРИИ НЕУПРУГОСТИ ПРИ УЧЕТЕ БОЛЬШИХ ДЕФОРМАЦИЙ

Ю.И. Кадашевич, Р.В. Пелюхов, С.П. Помыткин

*Санкт-Петербургский государственный технологический университет
растительных полимеров, Россия*

E-mail: kadashevich-juliy@yandex.ru, cosucka007@rambler.ru, sprom@yandex.ru

Представлены результаты продолжения исследований сложных нагружений [1] методами эндохронной теории неупругости для больших деформаций в форме (все тензоры записаны безындексно):

$$\frac{1}{2G} \left[\alpha \tau \sigma^0 + |\dot{r}| \sigma \right] = r^0 + \frac{|\dot{r}|}{g + \alpha} r, \quad \varepsilon^0 = D, \quad (1)$$

$$r = \varepsilon - (1 - \alpha) \frac{\sigma}{2G}, \quad \tau = \tau(|r|), \quad \varepsilon_{ii} = \frac{\sigma_{ii}}{K}, \quad (2)$$

$$F = QU, \quad L = \dot{F} F^{-1}, \quad D = \frac{L + L^T}{2}. \quad (3)$$

Здесь α – параметр эндохронности ($0 < \alpha \leq 1$), g – аналог коэффициента упрочнения, τ – аналог деформационного предела текучести, G – модуль сдвига, K – объемный модуль, $|A| = \sqrt{A:A}$ – норма тензора A , $A^0 = \dot{A} + A\Omega - \Omega A$ – его объективная производная, $\Omega = \dot{Q}Q^T$ – тензор вихря, Q – ортогональный тензор поворота, U – симметричный правый тензор удлинения. Точка над символом – производная по параметру нагружения – «времени».

Рассматривается задача тройного сдвига с заданным тензором скоростей деформации D и простейшим тензором градиентом деформации F , порождающим тензор D

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 1 & k_1 & k_3 \\ 0 & 1 & k_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Находятся функции (3) и k_j , входящие в градиент F . По схеме [2] строится ортогональный тензор поворота Q , соответствующий задаче и градиенту (4). Добавляя условия симметрии тензора U к определяющим соотношениям (1) – (2), записывается система дифференциальных уравнений для нахождения деформаций ε и напряжений Коши σ . В докладе приводятся примеры расчетов. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 10-01-705).

Л и т е р а т у р а

1. Кадашевич Ю.И., Помыткин С.П., Юдовин М.Э. Вычисление меры деформации при двойном сдвиге // Актуальные проблемы строительства и строительной индустрии. Тула: Изд-во Тульского гос. ун-та, 2002. С.35-36.
2. Черных К.Ф. Введение в физически и геометрически нелинейную теорию трещин. М.: Наука, 1996. 288с.

The Features under Solving of Triple Shear Problem by Endochronic Theory of Inelasticity at Large Deformations

Yu.I. Kadashevich, R.V. Pelukhov, S.P. Pomytkin

Technological University of Plant Polymers, Saint-Petersburg, Russia

The triple shear problem is solved in the framework of endochronic theory of inelasticity at finite strains. The features of task formulation and its solving are discussed in report. Numerical examples and simulation results are presented.

УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИЙ ИЗГИБ ВЕРТИКАЛЬНОЙ БАЛКИ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТА SD МАТЕРИАЛА

М.С. Канин, Г.В. Павилайнен

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: G_V_Pavilaynen@mail.ru

Рассматривается задача упруго-пластического изгиба вертикальной балки, находящейся под действием следящей сосредоточенной силы, приложенной на свободном конце, которая моделирует воздействие ледяного покрова на опору строительного сооружения, расположенного на морском шельфе. Нижний конец балки зашпелен. В первом приближении балка рассматривается как стержень, сдвиговые деформации балки типа Тимошенко и вес балки не учитываются. Схема появления и развития пластичности в нагруженной балке приведена на рис.1 (пластические зоны заштрихованы).

Предполагается, что материал балки обладает свойствами пластической анизотропии (эффектом SD), при котором пределы текучести на растяжение (ptr) и сжатие (pts) существенно различаются. В этом случае решение задачи осложняется отсутствием симметрии в развитии пластических зон и искривлении нейтральной оси балки по сравнению с ее геометрической осью. Величина расхождения определяется формулой $\Delta=(pts \cdot x_1 - ptr \cdot x_2)/(pts + ptr)$. Предполагается, что $pts \geq ptr$.

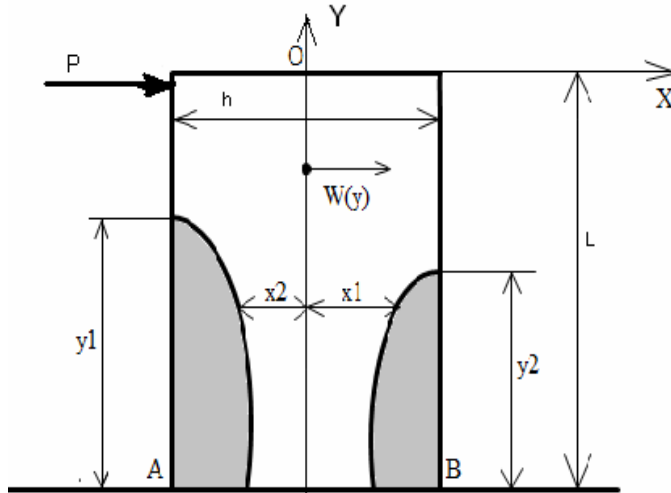


рис.1

Решение задачи распадается на два этапа. В упругой части балки решение для прогиба w получено в результате последовательного интегрирования уравнения четвертого порядка с учетом граничных условий $w(-L)=w'(-L)=0$, $M(y)=-Py$

$$W_1(y)=1/EI(-Py^3/6+PL^2y/2+PL^3/3),$$

здесь P – нагрузка, L – длина балки, а в упруго-пластической – в результате рассмотрения зависимости изгибающего момента $M(y)$ в текущем сечении балки от величин x_1 и x_2 , введенных согласно рис.1.

$$W_2(y)=4c^{1/2}K_1(d+Py)^{3/2}+K_2y+K_3,$$

здесь c, d, K_1, K_2, K_3 – постоянные.

Сращивание решений проводится при условиях непрерывности функции прогиба и угла поворота сечения в момент перехода упруго-пластического решения в чисто упругое, т.е. при $y=y_1$, где y_1 – длина наибольшей пластической зоны, определяе-

мая из условия $x_1+x_2=h$. Таким образом, задача изгиба решается до конца аналитически. Проведен расчет функции прогиба в зависимости от нагрузки и соотношения между пределами текучести при растяжении и сжатии. Результаты расчета показывают существенное влияние эффекта SD на развитие и размеры пластических зон. Проведенный расчет позволяет определить предельную нагрузку, при которой образуется пластический шарнир в заделке АВ.

Elasto-Plastic Bending of Vertical Beam with SD Effect

M.S. Kanin, G.V. Pavilaynen

Saint Petersburg University, Russia

A bending of elastic-plastic beam is considered. The load models impact of ice masses on the beams constructions. The beams material with SD effect is considered, for which the connection between the intensity of strains and stresses is characterized. The problem has an analytical solution, which can be used for computer visional programming and experiment dates.

О ПОТЕРЕ ПЛОСКОЙ ФОРМЫ УСТОЙЧИВОСТИ НАНОПЛАСТИН

С.В. Каштанова, Н.Ф. Морозов

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: kastasya@yandex.ru, morozov@nm1016.spb.edu

Успехи наномеханики привели к внедрению в современную индустрию многочисленных наноразмерных механизмов, что естественно предполагает необходимость традиционного анализа проблем прочности, устойчивости, разрушения и т.д. Такого рода анализ можно проводить на основе традиционной модели механики твердого тела, модифицированного введением поверхностного эффекта [6].

В докладе рассматривается задача об одноосном растяжении бесконечной упругой тонкой пластины с круговым отверстием с учетом поверхностных напряжений. В результате сравнительного анализа с решением классической задачи Кирша [4] показано, что благодаря учету поверхностных напряжений, концентрация напряжений в области кругового отверстия существенно снижается. Как следствие, пластина из наноматериала способна выдерживать гораздо более высокие растягивающие напряжения до момента потери устойчивости, чем обычная макропластина, рассматриваемая в задаче Кирша. В докладе будет рассмотрено о методике учета поверхностных напряжений для нанообъектов, продемонстрировано решение соответствующей задачи теории упругости, а также решение связанной задачи о потери устойчивости.

Л и т е р а т у р а

1. М.А. Греков, Н.Ф. Морозов. Плоская задача для кругового отверстия в наноматериале.
2. С.П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. Пластины и оболочки. М., Наука, 1966.
3. А.С. Вольмир. Устойчивость деформируемых систем. М., Наука, 1967.
4. Е.М. Седаева. Устойчивость бесконечных пластин, ослабленных круговыми отверстиями. Тр. научн.-исслед. ин-та мат. Воронеж. ун-та. Воронеж, 1973, вып.8, с.32-36.
5. А.О. Бочкарева, Ю.М. Даль. Локальная устойчивость упругих пластин с вырезами. ДАН СССР. 1989. Том 308, №2, с.312-315.
6. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Устинов К.Б. Влияние поверхностных остаточных напряжений и поверхностной упругости на деформирование шарообразных включений нанометровых размеров в упругой матрице. Физическая мезомеханика. 2010. Т.13, №5, с.127-138.
7. А.Н. Гузь, М.Ш. Дышель, Г.Г. Кулиев, О.Б. Милованова. Разрушение и устойчивость тонких тел с трещинами. Киев., Наук. думка, 1981.

Plane Stability Loss Problem for Nano-Materials

S.V. Kashtanova, N.F. Morozov

Saint Petersburg State University, Russia

Modern advances in nanomechanics motivate manufacturing of numerous nanoscale mechanisms for industrial applications. This requires investigation of mechanical behavior of nanoobjects including analysis of strength, stability, fracture resistance, etc. Investigation of mechanical properties of nanoobjects could be particularly conducted based on traditional solid state models introducing a surface effect into considerations [6].

The report addresses the uniaxial tension of an infinite thin elastic plate with a circular hole, taking into account the surface stresses. A comparative analysis with the solution of the classical Kirsch problem [4] demonstrates that introduction of surface effect could significantly reduce the stress concentration near the circular hole. As a result, the nano-plate can sustain much higher tensile stresses until buckling than traditional macro-plate considered in Kirsch problem. The treatment of the surface stresses for nano-objects, the solution of the corresponding elasticity problem and the solution of related stability loss problem will be delivered.

ИНИЦИИРОВАНИЕ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ С ПРЕГРАДОЙ ИМПУЛЬСНОГО ПУЧКА ИОНОВ КСЕНОНА

В.М. Кац, А.А. Лукин, В.А. Морозов, **С.И. Федосеенко**

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: Victor.Kats@math.spbu.ru, anton_lukin@mail.ru, Viktor.Morozov@math.spbu.ru

Реализована концепция создания интенсивного импульсного источника ионов на основе криомишени из твердых инертных газов (ксенона) при облучении ее мощным импульсом электронов из катода со взрывной эмиссией в наносекундном диапазоне.

Исследования проводились на модернизированной экспериментальной установке, состоящей из генератора коротких высоковольтных импульсов ГКВИ-300, высоковакуумной системы откачки на базе турбомолекулярного насоса ТМН-1000М, способной обеспечить давление в исследовательской камере $\sim 1 \cdot 10^{-6}$ мм рт.ст., криорефрижератора Гиффорда-МакМагона МСМР-110-3,2/20 с замкнутым He – циклом, обеспечивающим температуру охлаждения $T_{\text{охл}}=20$ К и системы напуска газов.

Рабочим газом, намерзающим при охлаждении медной анодной пластины до температуры 45-50 К, служил газ ксенон (Xe 4.8, с процентным содержанием ксенона 99,9988 %).

В качестве исследуемых конструкционных материалов были выбраны алюминиевый сплав Д16 и нержавеющая сталь аустенитного класса 12Х18Н10Т (сталь конструкционная криогенная), имеющие широкое практическое применение.

Микротопография поверхности и рентгеновские фотоэлектронные спектры образцов получены с помощью атомно-силового микроскопа Solver PRO-M и электронного спектрометра ESCALAB-5 (линии K_{α} Al ($h\nu = 1486.6\text{эВ}$)) соответственно.

Исследование показало, что воздействие кратковременного импульсного ионного пучка на образцы из сплава Д16 и нержавеющей стали 12Х18Н10Т приводит к эрозии поверхности в виде отдельных кратеров, глубина которых зависит от твердости материала и количества импульсов. Однородное по площади поверхности распределение кратеров может быть достигнуто при размещении перед образцом мелкоячеистой сетки из тугоплавкого металла, например молибдена.

Работа выполнена при поддержке Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 г.г. (госконтракт №02.740.11.5171).

Initiation and Interaction of a Pulse Xenon Ions Beam with an Obstacle

V.M. Kats, A.A. Lukin, V.A. Morozov, **S.I. Fedoseenko**

Saint Petersburg State University, Russia

The concept of intensive pulse source of xenon ions based on irradiation cryogenic xenon target with pulse electron beam implemented. Interaction of a pulse ions beam with an obstacle investigated.

МАГНИТОПЛАСТИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ НАГРУЖЕНИИ ДИАМАГНИТНЫХ КРИСТАЛЛОВ

В.М. Кац, В.А. Морозов

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: Victor.Kats@math.spbu.ru, Viktor.Morozov@math.spbu.ru

На основе предложенного метода построения диаграммы напряжения-деформации исследована зависимость предела текучести в кристалле NaCl от предварительной обработки образца в поле постоянного магнита при его последующем импульсном нагружении.

Предложенный метод построения диаграммы напряжения-деформации в приближении Прандтля при импульсном нагружении многокристаллов основывается на полученной в эксперименте зависимости амплитуды напряжения в образце от энергии нагружающего устройства. Переход от энергии к деформации основывается на линейной зависимости этих параметров.

Нагружение образцов производилось с помощью установки на основе спиральной катушки, к которой прижата алюминиевая пластина [1, 2]. Электромагнитная энергия катушки определялась как энергия заряда силового конденсатора. Для данной установки показана линейная зависимость ускорения смещения и, следовательно, деформации пластины от энергии заряда конденсатора.

Указанный метод построения диаграммы напряжения-деформации позволил исследовать зависимость предела текучести в образце NaCl от длительности предварительной экспозиции образца в поле постоянного магнита при его последующем динамическом нагружении импульсом треугольной формы длительностью ~30 мкс и амплитудой до 7 МПа.

Измеренный динамический предел текучести составил 4 МПа при статическом значении предела текучести 0,15-0,2 МПа. Экспозиция в магнитном поле с индукцией 0,37 Тл в течении 4 минут привела к снижению динамического предела текучести до 3 МПа, в течении 8 минут – до 1,5 МПа.

Работа выполнена при поддержке Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 г.г. (госконтракт №02.740.11.5171) и Санкт-Петербургского государственного университета (НИР № 6.0.10.2010).

Л и т е р а т у р а

1. Nakamura A., Takeuchi R. Generation of Sound Pulses with Finite Amplitude in Free Air // Japanese Journal of Applied Physics. 1969. Volume 8. Issue 5. P. 507.
2. Yasumoto Y., Nakamura A. and Takeuchi R. Developments in the Use of Acoustic Shock Pulses in the Study of Elastic Properties of Solids // ACUSTICA. 1974. Volume 30. Issue 5. PP. 260-267.

Magnetoplastic Effect at Pulse Mechanical Load of Diamagnetic Crystals

V.M. Kats, V.A. Morozov

Saint Petersburg State University, Russia

At pulse mechanical load of NaCl crystals dependency between dynamic yield strength and prior sample expose in the field of ferrite magnet was investigated. Investigation based on proposed method of construction Prandtl's bilinear approximation of a dynamic stress-strain curve.

Proposed method uses experimental dependency between stress amplitude and loading device energy. Transition between loading device energy and sample's strain considered linear.

Value of dynamic yield strength was found an order of magnitude more than the static one (4 МПа and 0.2 МПа). At expose in magnetic field $B=0.37$ T dynamic yield strength decreased to 3 МПа after 4 minutes exposition and to 1.5 МПа after 8 minutes exposition.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ ТИТАНОВОГО СПЛАВА ПРИ СМЕШАННЫХ ФОРМАХ ЦИКЛИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ

С.Ю. Кислова, В.Н. Шлянников, А.В. Туманов

Исследовательский центр проблем энергетики

Учреждения Российской академии наук Казанского научного центра РАН, Россия

E-mail: svetlana_kislova@mail.ru, shlyannikov@mail.ru

В работе проведено расчетно-экспериментальное исследование развития трещин смешанного типа в титановом сплаве. Проведен численный анализ напряженно-деформированного состояния образцов с центральной наклонной трещиной с помощью метода конечных элементов (МКЭ). Объектом исследований являлась прямоугольная пластина из титанового сплава, ослабленная внутренней сквозной прямой наклонной трещиной. Сформированы несколько вариантов расчетных схем МКЭ с различными комбинациями длины и исходной ориентации трещины. Размер конечного элемента у вершины трещины составлял 0,01 мм. Шаг сетки по полярному углу в области вершины трещины составлял 4,5°. Это позволило получить подробные полярные и радиальные распределения полей перемещений, деформаций и напряжений необходимые для дальнейшей обработки результатов. Для каждого варианта состояния прямоугольной пластины с наклонной трещиной первоначально определялись Т-напряжения и далее на их основе рассчитывались К-тарировочные функции. Расчет Т-напряжений производился непосредственно через компоненты перемещений на верхней и нижней поверхностях трещины. На примере траекторий развития криволинейных трещин продемонстрирована необходимость учета Т-напряжений в определяющих соотношениях напряженно-деформированного состояния тела с трещиной. По результатам проведенных циклических испытаний определены скорости роста трещины и характеристики сопротивления развитию трещины материала. Интерпретация экспериментальных данных циклической трещиностойкости титанового сплава проведена по параметру плотности энергии деформации. Показано, что однопараметрический анализ является недостаточным в оценке скорости роста трещин, поскольку сопротивление материала развитию трещин характеризуется двумя константами. Для количественной оценки характеристик циклической трещиностойкости при смешанных формах нагружения использован безразмерный параметр Sh , характеризующий сопротивление материала развитию трещины при циклическом нагружении. Область применения параметра Sh относится к линейному участку диаграммы. Постулировано, что чем больше значение параметра, тем сильнее материал оказывает сопротивление росту трещины при циклическом нагружении. С использованием безразмерного параметра установлен диапазон меньших значений сопротивления материала развитию трещины при смешанных формах разрушения по отношению к ситуации нормального отрыва.

Ti-Alloy's Characteristics under Mixed Mode Cyclic Loading

S. Yu. Kislova, V. N. Shlyannikov, A. V. Tumanov

Research Center for Power Engineering Problems of RAS, Kazan, Russia

The paper presents experimental and numerical studies of mixed mode crack propagation in Ti-alloy. The finite element method is used for numerical calculation of stress strain state. On the basis of the numerical analysis both T-stress and stress intensity factors for specimens with different crack length and inclined angle are determined. It is stated that T-stress values must be included in the stress field equations. Interpretation of the experimental results for cyclic crack resistance of Ti-alloy is carried out on the base of strain energy density parameter. A new dimensionless parameter of cyclic crack resistance has been introduced and substantiated. The dimensionless parameter is used to establish the range of small values of crack propagation resistance in materials for mixed mode crack propagation with respect to pure mode I.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О РАСШИРЕНИИ СФЕРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ В ГРУНТОВОЙ СРЕДЕ

В.Л. Котов, А.А. Тарасова, А.А. Макарова

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Россия
E-mail: vkotov@inbox.ru

При исследовании процессов удара и проникания широкое распространение получили приближенные подходы [1] с использованием моделей локального взаимодействия (МЛВ) для связи кинематических и силовых факторов на площадке контакта тела и среды [2]. В соответствии с одной из реализаций МЛВ, давление в каждой точке боковой поверхности ударника отождествляется с давлением на внутренней поверхности сферической или цилиндрической полости, расширяющейся в безграничной среде от нулевого радиуса до радиуса ударника [3]. Аналитическое решение данной задачи допускает только для несжимаемой среды, более точный учет свойств среды требует привлечения численных методов [4].

Рассматривается задача о расширении полости из точки в безграничной среде. Граница полости и пластической и упругой зон перемещаются со скоростью V и c соответственно. Область упругого деформирования не рассматривается, так как предполагается превышение величиной c значения скорости распространения упругой волны. Движение грунтовой среды в области пластического течения описываются уравнениями неразрывности и изменения количества движения в Эйлеровых переменных (сферическая симметрия). Динамическая сжимаемость грунтовой среды характеризуется ударной адиабатой в виде линейного соотношения $c = A + b u$, связывающего скорость ударной волны c и массовую скорость за фронтом волны u . На неизвестной пластической границе выполняются соотношения на ударной волне.

В работе приводятся численное решение задачи в полной постановке и аналитическое решение в предположении несжимаемости среды за фронтом ударной волны. Показана близость указанных решений при сверхзвуковых скоростях расширения полости. Отмечено, что напряжение на границе расширяющейся сферической полости для большинства грунтовых сред может быть представлено в виде ρV^2 с погрешностью менее 5% при скоростях расширения полости $V > A$.

Выполнено в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы, Программы государственной поддержки ведущих научных школ России (проект НШ-4807.2010.8), а также при поддержке РФФИ (проект 10-08-00376-а).

Л и т е р а т у р а

1. Баженов В.Г., Котов В.Л. Математическое моделирование нестационарных процессов удара и проникания осесимметричных тел и идентификация свойств грунтовых сред. М.: Физматлит, 2011. 208 с.
2. Мирошин Р.Н., Халидов И.А. Локальные методы в механике сплошных сред. СПб.: Изд-во СПбургского университета, 2002. 304 с.
3. Баженов В.Г., Котов В.Л. Решение задач о наклонном проникании осесимметричных ударников в мягкие грунтовые среды на основе моделей локального взаимодействия // ПММ. 2010. Т. 74. №3. С. 391-402.
4. Котов В.Л. Исследование применимости автотельного решения задачи о расширении сферической полости в сжимаемой среде для определения давления на поверхность контакта «ударник - грунт» // Проблемы прочности и пластичности. Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2008. С. 123-130.

The Solution of the Problem of Expanding a Spherical Cavity in a Soil Medium

V.L. Kotov, A.A. Tarasova, A.A. Makarova

Lobachevsky State University of Nizhniy Novgorod, Russia

The solutions of the problem of expanding a spherical cavity from a point in an infinite soil medium are given. Compressibility of the soil reflects the shock adiabat in the form of a linear relation linking the velocity of the shock and mass velocity behind the wave front. An analytical solution to the problem under the assumption of incompressibility of the medium behind the shock front and the numerical solution of the full statement is received. Shows the closeness of these solutions at supersonic speeds expansion of the cavity.

ЛОКАЛЬНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ ПРИ СИЛОВОМ И ТЕМПЕРАТУРНОМ НАГРУЖЕНИИ

А.В. Михеев

*Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Санкт-Петербург, Россия
E-mail: pop1011@ya.ru*

Анализируется локальная устойчивость тонкостенной сферической оболочки модели Тимошенко на упругом основании под действием внешнего давления и равномерного нагрева. Взаимодействие между оболочкой и основанием описывается моделью Винклера с коэффициентом постели, зависящим от волнообразования. Нагрев заполнителя не учитывается. Для нахождения критической нагрузки в качестве инструмента используется техника минимизации функции нагружения по волновым числам ([1],[2],[3]), а также данные, полученные в работе [4].

Л и т е р а т у р а

1. Товстик П. Е. Устойчивость тонких оболочек. М.: Наука, 1995.
2. Михеев А. В. Исследование локальной устойчивости пологих ортотропных оболочек на упругом основании // Вестн. С.-Петерб. ун-та. 2007. Сер. 1. №2. С. 128-133.
3. Михеев А. В. Влияние сдвига на локальную устойчивость пологих ортотропных оболочек на упругом основании // Вестн. С.-Петерб. ун-та. 2007. Сер. 1. №3. С. 137-143.
4. Корбут Б. А. Устойчивость сферической оболочки с упругим заполнителем под действием давления и температуры // Известия ВУЗов. Авиационная техника. 1965. №4. С. 97-102.

Local Stability of Spheric Shell on the Elastic Base under Pressure and Temperature Load

A.V. Mikheev

National Research University "Higher School of Economics", Saint Petersburg, Russia

The local stability of thin-walled spherical shell of Timoshenko model on elastic base under external pressure and homogenous temperature influence is analysed. The base-shell interaction is described by the Winkler model with a coefficient which depends on wave formation. Heating of the base is not taken into consideration. To find the critical load the technique of minimisation of the load function depending of wave numbers is used.

РАЗЛЕТ В ВАКУУМ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ С ПРЕГРАДОЙ МЕЛКОДИСПЕРСНЫХ ЧАСТИЦ ПРИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ВЗРЫВЕ ПРОВОДНИКОВ

В.А. Морозов, С.С. Шипилов

*Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: Viktor.Morozov@math.spbu.ru, m02sss@mail.ru*

Представлена экспериментальная методика ускорения мелкодисперсных частиц в вакууме при помощи электрического взрыва проводников. Предложен оригинальный метод измерения скорости частиц по динамическому отклику преграды. Произведена оценка скорости частиц по кратерам, оставленным ими на твердых преградах из плексигласа. Измеренные экспериментально скорости частиц лежат в диапазоне 1000–1500 м/с.

Предложена математическая модель процесса ускорения частиц при электрическом взрыве проводников. Произведен численный расчет по данной модели в одномерной постановке. Для частиц диаметром 40 мкм, ускоряемых взрывом алюминиевой фольги толщиной 7 мкм и размером 10x10 мм, скорость составила 1300 м/с.

Dispersal in Vacuum and Interaction with the Target Particles
in the Electric Explosion of Conductors

V.A. Morozov, S.S. Shipilov
Saint Petersburg State University, Russia

Experimental modeling method of high-speed impact high dispersed particles with a barrier is offered. The mathematical model of the given process is considered. Results of experiment and numerical model have good coincidence.

**НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ИЗОТРОПНОЙ
НЕЛИНЕЙНО УПРУГОЙ СФЕРЫ**

А.А. Морщинина

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: morshinina_alina@mail.ru

В работе рассмотрено напряженно-деформированное состояние полой изотропной сферы, внутренний радиус которой равен R_1^0 , а внешний – R_2^0 , загруженной внутренним давлением $p = const$.

Построен алгоритм численного решения геометрически нелинейной задачи для несжимаемой полой изотропной сферы. В предельном случае тонкостенной сферической оболочки выведены аналитические выражения, определяющие напряжения и перемещения:

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{rr} &= \frac{pR_*^0 \exp\left(\frac{p}{4E} \frac{R_*^0}{\Delta_0}\right)}{3\Delta_0 \exp\left(-\frac{p}{2E} \frac{R_*^0}{\Delta_0}\right)} - \frac{p}{2} - \frac{p \left(R_*^0 \exp\left(\frac{p}{4E} \frac{R_*^0}{\Delta_0}\right)\right)^4}{3\Delta_0 \exp\left(-\frac{p}{2E} \frac{R_*^0}{\Delta_0}\right) \left(R_*^0 \exp\left(\frac{p}{4E} \frac{R_*^0}{\Delta_0}\right) + \rho_0 \exp\left(-\frac{p}{2E} \frac{R_*^0}{\Delta_0}\right)\right)^3}, \\ \tilde{\sigma}_{\theta\theta} = \tilde{\sigma}_{\varphi\varphi} &= \frac{pR_*^0 \exp\left(\frac{p}{4E} \frac{R_*^0}{\Delta_0}\right)}{3\Delta_0 \exp\left(-\frac{p}{2E} \frac{R_*^0}{\Delta_0}\right)} - \frac{p}{2} + \frac{p \left(R_*^0 \exp\left(\frac{p}{4E} \frac{R_*^0}{\Delta_0}\right)\right)^4}{6\Delta_0 \exp\left(-\frac{p}{2E} \frac{R_*^0}{\Delta_0}\right) \left(R_*^0 \exp\left(\frac{p}{4E} \frac{R_*^0}{\Delta_0}\right) + \rho_0 \exp\left(-\frac{p}{2E} \frac{R_*^0}{\Delta_0}\right)\right)^3}, \\ \tilde{u}(R_*^0 + \rho_0) &= \frac{p \left(R_*^0 \exp\left(\frac{p}{4E} \frac{R_*^0}{\Delta_0}\right)\right)^4}{4E \left(\Delta_0 \exp\left(-\frac{p}{2E} \frac{R_*^0}{\Delta_0}\right)\right) \left(R_*^0 \exp\left(\frac{p}{4E} \frac{R_*^0}{\Delta_0}\right) + \rho_0 \exp\left(-\frac{p}{2E} \frac{R_*^0}{\Delta_0}\right)\right)^2}, \end{aligned}$$

где R_*^0 – радиус срединной поверхности оболочки, Δ_0 - ее толщина, ρ_0 - отстояние от точки внутри оболочки, E - модуль Юнга.

Получено решение физически и геометрически нелинейной задачи для полой изотропной сферы в терминах истинных-логарифмических деформаций, при этом рассматривается степенной закон упругого деформирования:

$$u = \sqrt[3]{r^3 + \alpha^3} - r.$$

Здесь r – координата произвольной точки сферы до деформации, а $u(r)$ – ее перемещение,

для сферы конечной толщины

для тонкостенной сферической оболочки

$$\alpha^3 = \frac{3\Delta^3}{16} \left(\frac{p}{2A \ln \frac{R_2}{R_1}} \right)^n,$$

$$\alpha^3 = \frac{3\Delta^3}{16} \left(\frac{p}{2A \frac{\Delta}{R_1}} \right)^n.$$

Л и т е р а т у р а

1. Бауэр С.М., Зимин Б.А., Товстик П.Е. Простейшие модели теории оболочек и пластин в офтальмологии. СПб, Изд-во СПбГУ, 2000. 92 с.
2. Даль Ю.М., Морщинина А.А. Линейные и нелинейные математические модели склеры и сосудов зрительного нерва при глаукоме // Вестник СПбГУ, сер. 10, 2008. Вып. 3. С. 47–55.
3. Новожилов В.В. Основы нелинейной теории упругости. Л.-М.: Гостехиздат, 1948. 211 с.
4. Морщинина А.А. Нелинейная осесимметричная задача теории упругости для поллой сферы // Вестник СПбГУ, сер. 1, 2009. Вып. 4. С. 84 – 88.
5. Морщинина А.А. К вопросу о математическом моделировании глаукомы // Труды семинара «Компьютерные методы в механике сплошной среды». Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2008–2009. С. 76–97.
6. Морщинина А.А. Математическая модель глаукомы. Изд-во LAP Lambert Academic Publishing 2011. 94 с.

Stress-Strain State of the Hollow Isotropic Sphere

A.A. Morshinina

Saint Petersburg State University, Russia

In the article stress-strain state of the hollow isotropic sphere was considered. Geometrically and physically and geometrically nonlinear solutions of theory of elasticity for it were obtained.

ОБ УПРУГОМ ДИСКЕ, ЗАГРУЖЕННОМ НА КОНТУРЕ СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ СИЛАМИ И МОМЕНТАМИ

Д.А. Морщинина

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: diana_morshinina@mail.ru

В работе рассматривается плоская задача теории упругости для упругого диска радиуса R , нагруженного на контуре двумя и восьмью сосредоточенными моментами M (рис. 1, 2).

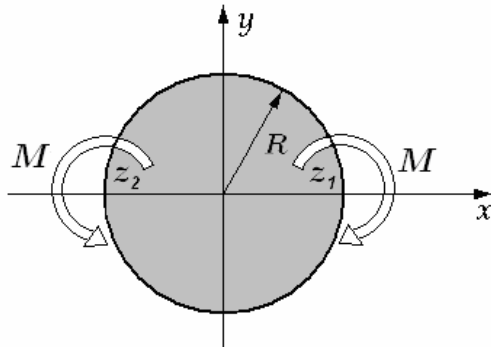


Рис. 1.

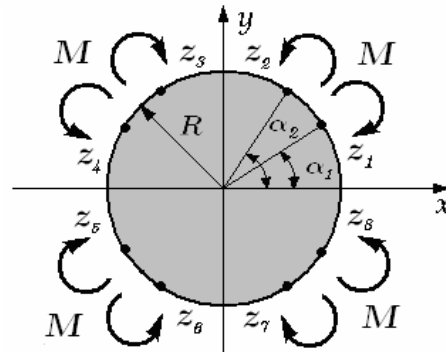


Рис. 2.

Компоненты тензора напряжений $(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy})$ и вектора перемещений (u, v) в произвольной точке диска $z = x + iy$ определяются формулами Г.В. Колосова [1, 2]:

$$\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + i \frac{E}{1-\nu^2} \omega = 4\Phi(z), \quad \sigma_{yy} - \sigma_{xx} + 2i\sigma_{xy} = 2 \left[\bar{z}\Phi'(z) + \Psi(z) \right], \quad (1)$$

$$\frac{E}{1+\nu} (u + iv) = k\varphi(z) - \overline{z\varphi'(z)} - \overline{\psi(z)}, \quad (2)$$

где $\varphi(z) = \int \Phi(z) dz$; $\psi(z) = \int \Psi(z) dz$; $k = (3-\nu)/(1+\nu)$; E и ν – соответственно модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала, из которого изготовлен диск.

В обоих случаях решения получены на основе определенных предельных переходов в соответствующих вспомогательных задачах о действии на диск сосредоточенных сил [3–5].

Л и т е р а т у р а

1. Новожилов В.В. Теория упругости. Л.: Судпромгиз, 1958. 370 с.
2. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 707 с.
3. Даль Ю.М., Морщинина Д.А. О напряженно-деформированном состоянии интраокулярной линзы (ИОЛ) // Вестник С.-Петербур. ун-та. Сер. 1: Математика, механика, астрономия. 2008. Вып. 4. С. 118–124.
4. Морщинина Д.А. Математические модели интраокулярных линз // Вестник С.-Петербур. ун-та. Сер. 10: Прикладная математика, информатика, процессы управления. 2009. Вып. 4. С. 167–172.
5. Морщинина Д.А. Напряженно-деформированное состояние интраокулярных линз. Диссертация ... канд. физ.-мат. наук. СПб. 2010. 121 с.

On the Elastic Disk Loaded on a Contour by Concentrated Forces and Moments

D.A. Morshinina

Saint Petersburg State University, Russia

Solution of the plane problem of the linear theory of elasticity for disk loading concentrated moments on the contour was obtained by using methods of the theory of function of complex variable. The results were received on the basis of limiting processes in auxiliary problems about disk loading concentrated forces.

НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ НИТИ В МОТАЛЬНОЙ МАШИНЕ

А.И. Муницын

Ивановский государственный энергетический университет, Россия

E-mail: munitsyn@rambler.ru

Исследуются пространственные нелинейные колебания струны при ее прохождении через натяжное устройство и намотке на барабан. Кинематическое возбуждение колебаний вызвано перемещением одного конца струны по барабану. Нелинейность системы обусловлена изменением длины струны участвующей в движении. Исследованы вынужденные колебания струны в двух взаимно перпендикулярных плоскостях в окрестности главного резонанса. Решение получено с учетом одной формы колебаний в каждой плоскости. Обнаружено существование пространственной формы колебаний струны вследствие наличия нелинейного взаимодействия между колебаниями струны в различных направлениях.

Рассматривается задача о вынужденных колебаниях струны в процессе ее перематки по следующей схеме. В точке $x=0$ струна проходит через натяжное устройство, фиксирующее постоянное значение силы натяжения. В точке $x=L$ струна наматывается на цилиндр и движется вдоль оси y по некоторому закону $y=H_1(x,t)$, третья координата также может быть переменной $z=H_2(x,t)$. Скоростью движения струны вдоль деформированной оси S пренебрегаем, полагая ее малой по сравнению со скоростью распространения упругих волн. Силу натяжения струны T считаем постоянной и равной ее значению в натяжном устройстве, то есть, вводим гипотезу о нерастяжимости струны.

В текстильной промышленности натяжное устройство представляет собой фрикционную пару, в которой натяжение нити обеспечивается силой сухого трения, а в грузоподъемных механизмах постоянная сила натяжения троса определяется перемещаемым грузом. В лабораторных условиях рассматриваемую задачу можно смоделировать, пропустив струну в точке $x=0$ через пару вращающихся поджимных роликов.

В рассматриваемой схеме происходит кинематическое возбуждение колебаний струны в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Увеличение амплитуды колебаний происходит за счет продольного перемещения струны в натяжном устройстве и изменения длины струны участвующей в движении.

Приведенные расчеты показывают качественное различие с результатами, получаемыми из рассмотрения колебаний струны только в плоскости кинематического возбуждения колебаний. При достаточно больших значениях амплитуды возбуждения струна совершает пространственные движения со значительно меньшими амплитудами перемещений и напряжений, что значительно снижает вероятность появления пластических деформаций или обрыва струны.

Литература

1. Акуленко Л.Д., Нестеров С.В. Вынужденные нелинейные колебания струны // Изв. РАН. МТТ. 1996. N1. С. 17-24.
2. Акуленко Л.Д., Костин Г.В., Нестеров С.В. Влияние диссипации на пространственные нелинейные колебания струны // Изв. РАН. МТТ. 1997. N1. С. 19-28.
3. Муницын А.И. Нелинейные колебания нити с натяжным устройством// Изв. РАН. МТТ. 2001. N2. С. 24-30.

Non-Linear Oscillation of a Thread in Reeling Machine

A.I. Munitsyn

Ivanovo Government Power University, Russia

Non-linear oscillations of a string during the process of passing through strainer and rewinding on drum are investigated. The kinematical excitation of vibrations is produced by displacement of one string end on drum. The non-linearity due to the change of the length of the movable string is taken into account. The forced oscillations of the string in two mutually perpendicular directions in the neighbourhood of the principal resonance are investigated. The solution is obtained taking into account one mode in either of the two planes. The existence of three-dimensional motion of the string due the non-linear interaction between vibrations of the string in different directions is discovered.

ЗАДАЧА О ДЕФОРМАЦИИ СФЕРЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ

Н.В. Наумова, Д.Н. Иванов, Б.А. Ершов

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: nat_n75@mail.ru, denisiv@rambler.ru, bae_1925@mail.ru

При различных заболеваниях крови возможно изменение цвета эритроцитов, их размеров, количества, а также формы; они могут принимать, например, серповидную, овальную, сферическую или мишеневидную форму. Изменение формы эритроцитов называется пойкилоцитозом. В частности, сфероцитоз (сферическая форма эритроцитов) наблюдается при некоторых формах наследственной анемии. Закупорка микрокапилляра клейкой эритроцитов приводит к нарушению кровоснабжения сосудов головного мозга и других жизненно важных органов. Моделирование и исследование таких ситуаций позволит спрогнозировать лечение некоторых заболеваний.

В работе рассматривается закупорка микрокапилляра эритроцитом сферической формы. Исследуемая задача моделируется покоящейся сферой, жестко закрепленной по экватору и обтекаемой потоком вязкой несжимаемой жидкости. Поток жидкости имеет на бесконечности постоянную по величине и направлению скорость. Далее решается задача о деформации упругой сферической оболочки под влиянием неравномерного внешнего давления, действующего со стороны потока вязкой несжимаемой жидкости. Получены общие аналитические выражения для компонентов перемещений. Для проверки достоверности полученных результатов найдены значения перемещений точек срединной поверхности различными методами. Приводится сравнение асимптотических и численных результатов. Асимптотические решения расширяют численные результаты и дают возможность качественно оценить поведение изгибных форм оболочки. Численные расчеты проведены с помощью метода конечных элементов в пакете ANSYS.

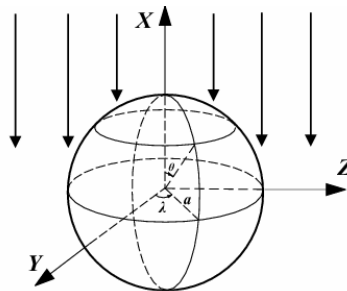


Рис. 1. Сферическая оболочка в потоке вязкой несжимаемой жидкости.

Л и т е р а т у р а

1. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.Е. Теоретическая гидромеханика. М.: Наука, 1963.
2. Гольденвейзер А.Л., Лидский В.Б., Товстик П.Е. Свободные колебания тонких упругих оболочек М.: Наука, 1979.

Deformation of a Spherical Shell under a Hydrostatic Pressure

N.V. Naumova, D.N. Ivanov, B.A. Ershov

Saint-Petersburg State University, Russia

Deformation of an elastic spherical shell under the pressure of viscous incompressible fluid is considered. Analytical formulas for calculating the components of normal and tangential deflections of the shell middle surface are obtained. A new mathematical model of an elastic spherical shell is offered on the basis of introduction of the Finite Elements Method calculations. The comparison of the asymptotic and numerical results is performed.

МОДЕЛЬ МЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ СОЛЯНЫХ ОБРАЗЦОВ, ОДНОВРЕМЕННО ПРОЯВЛЯЮЩИХ ВЯЗКОУПРУГИЕ И ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

В.М. Пестренин, И.В. Пестренина

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Россия

E-mail: PestreninVM@mail.ru, IPestrenina@gmail.com

Изучению механического поведения соляных пород при активном нагружении посвящено большое число публикаций [1,2 и др.]. В то же время поведение таких пород при разгрузке и повторном нагружении исследовано недостаточно. Данное обстоятельство связано с тем, что при изучении процессов разгрузки и повторного нагружения необходимо разделять проявляемые породой нелинейные вязкоупругие и вязкопластические свойства. Алгоритмы такого разделения в настоящее время не разработаны.

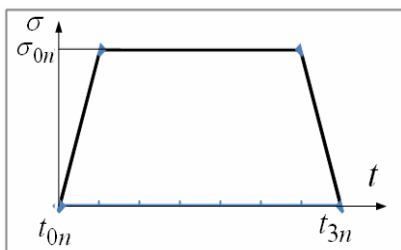


Рис.1. Схема нагружения образца в n -м испытании.

В докладе предлагается методика последовательного приближения построения физических уравнений породного массива, базирующаяся на многократном испытании образцов на ползучесть при одноосном сжатии. В каждом испытании реализуется схема нагружения, приведенная на рис.1.

Здесь введены обозначения: t_{0n} – начало n -го испытания, σ_{0n} – напряжение выдержки образца, t_{3n} – время окончания испытания. Скорость нагружения и скорость разгрузки в n -м испытании задается одинаковой.

Физические уравнения в случае малой деформации породы разыскиваются в виде

$$E \varepsilon(t) = \sigma(t) + \int_0^t L(t-\tau, \sigma(\tau)) \sigma(\tau) d\tau + \int_0^t H(\varepsilon_p(\tau)) \sigma(\tau) d\tau. \quad (1)$$

Второе слагаемое в равенстве (1) отвечает нелинейным возвратным деформациям, третье – вязкопластическим. Функции влияния $L(t-\tau, \sigma)$ и $H(\varepsilon_p)$ задаются с точностью до численных параметров, поиск которых осуществляется посредством минимизации среднеквадратического отклонения деформаций, вычисленных в силу уравнений (1), от опытных данных. Параметры аппроксимации, определенные по первым k испытаниям образца, используются для расчета поведения образца в $(k+1)$ -м испытании. В случае, если отклонение расчетных и экспериментальных данных значительное, параметры аппроксимации уточняются с использованием $(k+1)$ -го испытания. Процесс нахождения параметров повторяется до тех пор, пока последующее испытание не будет с приемлемой точностью описываться уравнением (1) с найденными по предыдущим испытаниям параметрами.

Приводятся примеры построения физических уравнений конкретных соляных пород.

Л и т е р а т у р а

1. Ержанов Ж.С. Ползучесть соляных пород. Алма-Ата, 1977. 111 с.
2. Барях А.А., Асанов В.А., Паньков И.Л. Физико-механические свойства соляных пород Верхне-Камского калийного месторождения: учебное пособие.–Пермь: изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2008. 199 с.

Mechanical Behavior Model of the Solt Samples Showing Viscoelastic and Viscoplastic Properties Simultaneously

V.M. Pestrenin, I.V. Pestrenina

The Perm State National Research University, Russia

Successive approximation of physics equations construction method for salt rocks under uniaxial compression is proposed. The technique is based on a multiple testing samples and the use of approximations for constructing the nonlinear viscoelasticity and viscoplasticity influence functions. Physical equations examples for specific salt rocks are given.

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ И ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА В ГЦК РЕШЕТКЕ ПРИ БОЛЬШИХ ДЕФОРМАЦИЯХ

Е.А. Подольская¹, А.М. Кривцов¹, А.Ю. Панченко²

¹Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург,

²Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Россия

E-mail: katepodolskaya@gmail.com, akrivtsov@bk.ru, ArtemQT@yandex.ru

Работа посвящена исследованию устойчивости идеальной (без дефектов) гранцентрированной кубической кристаллической решетки. Моделирование проводится на основе метода динамики частиц, согласно которому материал представляется в виде совокупности материальных точек, взаимодействующих друг с другом по определенным законам. Взаимодействие частиц, составляющих решетку, описывается при помощи парного центрального силового взаимодействия. В качестве критерия устойчивости используется условие вещественности частот упругих волн.

Данная работа продолжает исследование устойчивости треугольной решетки (одного атомного слоя ГЦК решетки) при больших деформациях, описанное в статьях [1, 2]. Для ГЦК решетки построены области устойчивости при растяжении/сжатии вдоль осей кубической симметрии (рис. 1). Черным цветом выделена часть, полученная аналитически, серым – добавка методом Монте-Карло. Проведено молекулярно-динамическое моделирование, не противоречащее результатам расчетов. Описан фазовый переход ГЦК-ОЦК, обусловленный сдвиговыми деформациями. Показано, что при использовании потенциала Леннарда-Джонса материал не теряет устойчивость при сколь угодно большом гидростатическом сжатии. Применение в тех же условиях потенциала Морзе позволяет описать потерю устойчивости.

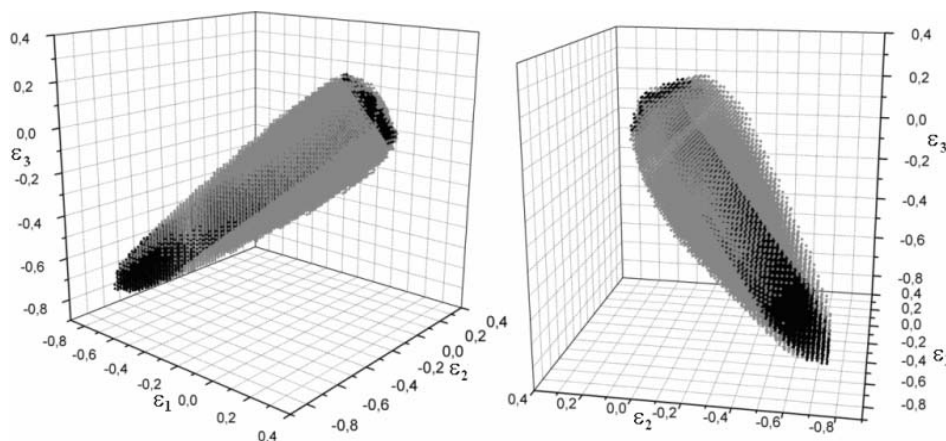


Рис. 1. Область устойчивости ГЦК решетки при растяжении/сжатии вдоль осей кубической симметрии.

Л и т е р а т у р а

1. E.A. Podolskaya, A.Yu. Panchenko, A.M. Krivtsov. Stability of 2d triangular lattice under finite biaxial strain // *Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics*, 2011, 2 (2), P. 84–90
2. E.A. Podolskaya, A.Yu. Panchenko, K.S. Bukovskaya. Influence of shear strain on stability of 2D triangular lattice // *Proceedings of XXXIX International Summer School–Conference APM 2011*, P.358–363

Investigation of Stability and Phase Transition in FCC Lattice at High Strain

E.A. Podolskaya¹, A.M. Krivtsov¹, A.Yu. Panchenko²

¹*Institute for Problems in Mechanical Engineering, Saint Petersburg,*

²*Saint Petersburg State Polytechnical University, Russia*

Stability of ideal FCC lattice under finite triaxial strain is investigated. The lattice is considered infinite and consisting of particles which interact by pair force central potential. Dynamic stability criterion is used: frequency of elastic waves is required to be real for any real wave vector. The results are proved by direct numerical simulation. Stability regions are drawn in case of strain along the axis of cubic symmetry. If interaction is described by Lennard-Jones potential, material does not lose its stability under arbitrarily large hydrostatic compression. Application of Morse potential allows describing the loss of stability. Phase transition from FCC to BCC under shear strain is obtained.

КРАЕВЫЕ ДИСЛОКАЦИИ И СОСРЕДОТОЧЕННЫЕ СИЛЫ В УПРУГОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ С ОТВЕРСТИЯМИ И ВЫРЕЗАМИ

Ю.Г. Пронина

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: DearJuly@gmail.com

Как известно, основными сингулярными решениями теории упругости являются решение Кельвина для сосредоточенной силы и решение Бюргерса для одиночной краевой дислокации в неограниченном пространстве. Для случая двух измерений в монографии [1] предложено единое решение, отвечающее наличию краевой дислокации или сосредоточенной силы в точке бесконечной плоскости, и выраженное в терминах комплексных потенциалов Колосова–Мухелишвили.

В данной работе обобщенное решение М.А. Грекова для сил и дислокаций распространено на случай упругой полуплоскости с отверстиями и краевыми вырезами. Сначала, по схеме статьи [2], найдены комплексные потенциалы Колосова–Мухелишвили для сосредоточенных сил и краевых дислокаций в упругой полуплоскости с прямолинейной границей. Далее рассмотрена полуплоскость с отверстиями и граничными выемками (под действием внешней нагрузки), внутри которой расположены краевые дислокации или действуют известные силы. Поскольку для исследования данной задачи использованы комплексные потенциалы для точечных воздействий в сплошной полуплоскости, искомые решения автоматически удовлетворяют краевым условиям на прямолинейных участках границы полуплоскости и на бесконечности. Для оставшейся части границы выведены интегральные уравнения Фредгольма первого рода. Кроме того, предложен метод непосредственного сведения задачи к решению конечной системы алгебраических уравнений относительно неизвестных фиктивных нагрузок, минуя стадию формирования интегральных уравнений [3]. Рассмотрены примеры расчетов.

Работа выполнена при финансовой поддержке СПбГУ (проекты № 9.0.165.2009, 9.37.129.2011) и РФФИ (проекты № 10-01-00093-а, 11-01-00230-а).

Л и т е р а т у р а

1. Греков М.А. Сингулярная плоская задача теории упругости. СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2001. 192 с.
2. Даль Ю.М., Пронина Ю.Г. Сосредоточенные силы и моменты у границы упругой полуплоскости // *Изв. РАН. Механика твердого тела*. 1998. № 5. С. 78-87.
3. Пронина Ю.Г. Сосредоточенные силы и моменты в упругой полуплоскости с отверстием // *Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10*. 2009. Вып. 2. С. 103-113.

Edge Dislocations and Concentrated Forces in an Elastic Half-Plane with Holes and Notches

Yu.G. Pronina

Saint Petersburg State University, Russia

The M.A.Grekov's generalized solution for the edge dislocations and the concentrated forces in a linearly elastic infinite plane [1] is converted for the problem of the semi-infinite plane with free-form holes and edge notches. The half-plane is considered to be subjected to the tension at infinity, the external load at the straight-line boundary and at the contours of the holes and the notches. The concentrated forces and the edge dislocations are also supposed to be located at the points within the body involved. The problem is formulated using the Kolosov–Muskhelishvili complex stress potential technique. The results are obtained using the method of superposition. The complex potentials for the forces and the edge dislocations in an entire half-plane being used, the desired solution thoroughly satisfies boundary conditions at the straight-line border of the half-plane and at infinity. For the surface of the cavities, resolving Fredholm integral equations of the first kind in fictitious load are derived. Further, the problem is directly reduced to the system of linear algebraic equations, skipping the stage of derivation of integral equations. Several examples are presented. Some details of the numerical implementation of the method proposed are discussed.

СВЯЗАННЫЕ ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ КОМПОЗИТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

В.М. Рябов¹, Б.А. Ярцев²

¹*Санкт-Петербургский государственный университет,*
²*ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова, Санкт-Петербург, Россия*
 E-mail: riabov@VR1871.spb.edu, boris_yar@mail.ru

Обсуждаются результаты цикла работ по созданию методов определения упруго-диссипативных характеристик полимерных композиционных материалов (ПКМ) и прогнозирования параметров динамического отклика конструкций из них.

Приведена математическая модель затухающих изгибно-крутильных колебаний анизотропного стержня и разработан алгоритм решения уравнений движения. Исследовано взаимодействие мод колебаний безопорного и консольного композитных стержней. Показана необходимость учета изгибно-крутильного взаимодействия при определении упруго-диссипативных характеристик анизотропных ПКМ резонансным методом на стержневых образцах, произвольно ориентированных относительно осей симметрии материала.

Изложен алгоритм экспериментально-аналитического итерационного метода определения упругих и диссипативных характеристик ПКМ, основанный на обработке экспериментальных значений собственных частот и коэффициентов механических потерь изгибных, крутильных и изгибно-крутильных колебаний стержневых образцов прямоугольного поперечного сечения. Получены оценки влияния погрешности изготовления стержневых образцов на точность определения упругих и диссипативных характеристик. Приводятся значения упругих и диссипативных характеристик ряда ПКМ оценка достоверности полученных величин.

Построены математические модели затухающих колебаний слоистых анизотропных конструкций из ПКМ, основанные на использовании вариационного принципа Гамильтона, уточненных неклассических теорий стержней и пластин, а также принципа упруго-вязкоупругого соответствия в линейной теории вязкоупругости. Предложен двухэтапный метод решения комплексной задачи на собственные значения, позволяющий вычислять собственные частоты и коэффициенты механических потерь слоистых анизотропных структур из ПКМ. На первом этапе методом Ритца решается упругая задача на собственные значения. При решении задачи о затухающих колебаниях (второй этап) используется итерационный метод третьего порядка точности нахождения комплексных корней частотного уравнения, начальные приближения для которого найдены на первом этапе. Приведены оценки сходимости и достоверности предложенной процедуры численного решения. Обсуждается влияние состава и структуры армирования на собственные частоты и коэффициенты механических потерь различных мод колебаний слоистых анизотропных конструкций из ПКМ. Показана возможность управления величинами резонансных частот и коэффициентов механических потерь за счет варьирования степенью анизотропии материалов слоев, ориентацией слоев относительно главных осей конструкции и степенью неоднородности структуры по толщине.

Исследовано общее комплексное дифференциально-матричное уравнение собственных колебаний механических систем, учитывающее диссипацию энергии. Показано, что применение так называемого метода потенциальной энергии собственных форм приводит к значительной ошибке при определении коэффициентов механических потерь слоистых композитных стержней и пластин. Установлены границы области применимости приближенного метода потенциальной энергии собственных форм путём сравнения с результатами, полученными на основе обобщенной проблемы комплексных собственных значений. Введены основанные на декомпозиции потенциальной энергии деформации и кинетической энергии системы коэффициенты упругой и инерционной связанностей, позволяющие количественно оценивать степень связанности взаимодействующих мод колебаний слоистых анизотропных конструкций из ПКМ.

Приведены примеры практической реализации разработанного подхода при создании вибропоглощающих конструкций из ПКМ.

Coupling Damped Vibration of Composite Structures

V.M. Raybov¹, B.A. Yartsev²

¹*Saint Petersburg State University,*

²*Krylov Central Research Institute, Saint Peterburg, Russia*

Results of a cycle of works on creation of methods for definition elastic-dissipative characteristics of polymer composite materials and forecasting of parameters of the dynamic response of designs from them are discussed. Examples of practical realisation of the developed approach at creation damping composite structures are demonstrated.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТРЕЩИН В ПЛАСТИНАХ ПММА ПРИ УДАРНЫХ И КВАЗИСТАТИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ

И.В. Смирнов, Ю.В. Судьенков

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: ivansmirnov@math.spbu.ru, sudenkov@land.ru

В рамках классических моделей механики трещин [1] скорость трещины является монотонной функцией времени, но результаты экспериментов демонстрируют нестабильный характер распространения трещины [2,3]. В данной работе представлены результаты экспериментальных исследований процессов распространения трещины в пластинах из полиметилметакрилата при квазистатических и динамических нагрузках.

Квазистатическое нагружение плоских гантелеобразных образцов осуществлялось на разрывной машине Р-0,5. Динамическое воздействие проводилось электрическим взрывом проводника между берегов разреза в пластинах. Траектория движения трещины при обоих типах нагружения регистрировалась скоростной стрик-камерой К008. В экспериментах также регистрировались сигналы акустической эмиссии.

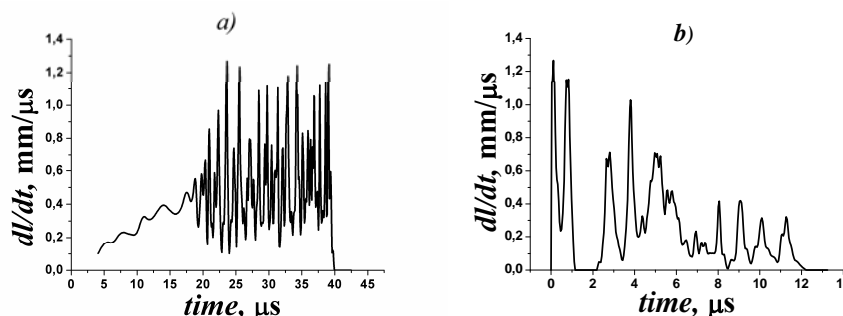


Рис. 1. Временные профили скорости фронта трещины: а) квазистатическое, б) динамическое нагружение.

Проведенные исследования процесса разрушения ПММА в существенно разных условиях нагружения, но при единой методике регистрации динамики развития трещины и анализе микроструктуры поверхности разрушения позволяют выделить общность и различия процессов разрушения. Результаты исследований демонстрируют общее свойство квазистохастического поведения трещины при больших скоростях продвижения ее фронта, рис. 1. При этом скорость на скачках трещины может достигать скорости волн Рэлея.

Как при квазистатических, так и при динамических испытаниях динамика распространения трещины, по-видимому, определяется взаимодействием нестационарных полей напряжений ансамбля микро-разрушений (первичного фронта) и полей напряжений, формируемым фронтом магистральной трещины. При импульсных нагружениях этот процесс, к тому же, приводит к тому, что время распространения трещины превышает на порядок длительность воздействия на берега разреза, то есть происходит за счет запасенной энергии деформации без постоянного подвода энергии из вне.

Л и т е р а т у р а

1. Freund L.B. Dynamic Fracture Mechanics. Cambridge university press, 1998. 563 p.
2. Fineberg J., Gross S.P., Marder M., and Swinney H.L. // Rphysical Rewiew B. 1992. Vol. 45. № 10. P. 5146-5154.
3. Костандов Ю.А., Федоркин С.И., Скоблин А.А. // Заводская лаборатория. 1986. № 9. С. 65-67.

Crack Propagation in Plates of PMMA under Shock and Quasi-Static Loads

I.V. Smirnov, Yu.V. Sudenkov
Saint Petersburg State University, Russia

The results of experimental studies of crack propagation in plates of polymethylmethacrylate under quasi-static and dynamic loads are presented.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ, СТРУКТУРНЫХ ПЕРЕХОДОВ И ПОВРЕЖДАЕМОСТИ СПЛОШНЫХ СРЕД НА БАЗЕ КОНЦЕПЦИИ ОБОБЩЕННОГО ВРЕМЕНИ

Г.Д. Федоровский

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: g.fed@pobox.spbu.ru

Известны различные подходы феноменологического моделирования прочностных свойств материалов, в том числе эндохронного типа (с обобщенным временем), при использовании наблюдаемых в опытах «простых» и «сложных» физико-механо-временных аналогий (температурно-, напряженно-, влажно-, радиационно-, и иных соответствий: ТВА, НВА, ...) [1, 2]. В [1] и иных не наших работах применялась лишь ТВА. Целью данной работы является дальнейшее развитие эндохронной концепции для системной, унифицированной оценки критических состояний сред при разных воздействиях.

Введем обобщенную зависимость долговечности от параметров воздействий при различных постоянных их значениях:

$$\xi_c(\sigma, T_1, T_2, \dots) = g_c(\sigma, T_1, T_2, \dots) t_{c(*)} = t_c(\sigma, T_1, T_2, \dots). \quad (1)$$

Здесь σ - напряжение, а $T_1 = T$, $T_2 = W$, $T_3 = R, \dots$ - температура, степень влажности, уровень радиации, старения и т.д.. ξ_c - обобщенная долговечность, g_c ее масштаб. t_c - лабораторная долговечность, а $t_{c(*)}$ - ее значение при некоторых «опорных» (нормировочных), произвольно выбранных уровнях параметров $\sigma = \sigma_*$, $T_i = T_{i(*)}$. При них масштаб $g_c = 1$. Величину g_c при других σ и T_i находят как

$$g_c(\sigma, T_1, T_2, \dots) = t_c(\sigma, T_1, T_2, \dots) / t_{c(*)}, \quad (2)$$

где $t_{c(*)} = t_c(\sigma_*, T_{1(*)}, T_{2(*)}, \dots)$. В качестве нормировочных значений параметров в (2) допустимы любые их значения, например, при структурных (физических, фазовых) переходах. Для динамических процессов при отсутствии (необязательном) немеханических влияний T_i , удобно использовать значение границы динамической и квазистатической долговечности $t_{c(*)} = t_{d,s}$. Аналогичным образом может быть выбрано $t_{c(*)}$, соответствующее какому-либо иному физическому (фазовому, структурному), например, температурному переходу.

Помимо собственного применения, формулу (1) можно использовать и в качестве единой эндохронной модификации известных [1] теорий длительной прочности (Гуля, Журкова, Регеля, Слуцкера, Трунина, параметрических моделей Менсона-Хафферда, Мориса-Миллера, Никитина, Шерби и др. для хрупких, вязких и иных сред, с учетом напряжения и температуры, структурных переходов), для большинства которых нами получены соответствующие масштабы времени $g_c(\sigma, T)$.

Рассмотрено применение (1) в законе линейного накопления повреждений (интегральном функционале Бейли), позволяющем в этом случае проводить унифицированную оценку повреждаемости, потери прочности и наступления структурных переходов различных сред при переменных процессах воздействий. Введение в (1) дополнительной зависимости и от скоростей изменения параметров, делает возможным описание нелинейных процессов. Другие построения ξ_c , на базе НВА и ТВА, имеются в [2].

Л и т е р а т у р а

1. Гольдман А.Я. Прогнозирование деформационно-прочностных свойств полимерных и композитных материалов. Л.: Химия, 1988, 272 с.
2. Федоровский Г.Д. Эндохронные критерии прочности, текучести и фазовой устойчивости // Проблемы механики деформируемого твердого тела. СПбГУ: СПбГУ, 2002. С. 291-298.

Mathematical Models of Long Durability, Structural Transitions and Damageability of Continuous Media on the Basis of the Concept of Generalized Time

G.D. Fedorovsky

Saint Petersburg State University, Russia

The method of the unified description of critical transitive conditions of continuous media based on endochronic concept is developed.

ПРИБЛИЖЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ В ЗАДАЧАХ УСТОЙЧИВОСТИ И КОЛЕБАНИЙ ПОДКРЕПЛЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

С.Б. Филиппов

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: s_b_filippov@mail.ru

Внешнее давление, которое может выдержать подкрепленная оболочка без потери устойчивости, и низшая частота колебаний являются ее важными характеристиками. Их увеличения можно добиться за счет увеличения толщины оболочки, однако при этом увеличивается и вес оболочки. Выбор оптимальных параметров подкрепленной оболочки позволяет увеличить критическое давление и низшую частоту без увеличения массы конструкции.

В работах [1] – [3] для приближенного определения оптимальных параметров подкрепленных оболочек использовались асимптотические методы. Рассматривались устойчивость и колебания круговой цилиндрической оболочки, подкрепленной шпангоутами с прямоугольным поперечным сечением. Были получены простые приближенные формулы для критического давления и частот колебаний. В результате нахождения значений оптимальных параметров свелось к решению кубического уравнения. Вычисления показали, что замена гладкой цилиндрической оболочки оптимальной подкрепленной оболочкой той же массы в несколько раз увеличивает критическое давление и низшую частоту колебаний.

В реальных конструкциях часто используются шпангоуты с Т-образным (тавровым) и П-образным поперечными сечениями, изображенными на рис. 1. Использование таких шпангоутов вместо шпангоутов с прямоугольным поперечным сечением позволяет увеличить критическое давление и низшую частоту колебаний при сохранении общей массы подкрепленной оболочки.

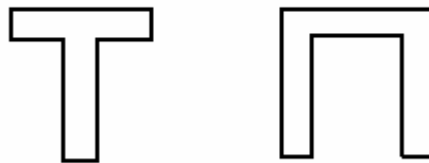


Рис. 1. Поперечные сечения шпангоутов.

В данной работе с помощью асимптотических методов, использованных в работах [1] – [3], получены приближенные формулы для вычисления оптимальных параметров подкрепленной цилиндриче-

ской оболочки в том случае, когда шпангоуты имеют Т-образное и П-образное поперечные сечения. При различном числе шпангоутов и разных соотношениях геометрических параметров проведено сравнение критического давления и низшей частоты для шпангоутов с различным поперечным сечением.

Л и т е р а т у р а

1. Филиппов С.Б. Теория сопряженных и подкрепленных оболочек. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та. 1999. 196 с.
2. Filippov, S.B. Optimal design of stiffened cylindrical shells based on an asymptotic approach // Technische Mechanik. 2004. №24. С. 221-230.
3. Малышева О.М., Филиппов С.Б. Влияние эксцентриситета на устойчивость подкрепленных шпангоутами цилиндрических оболочек под действием внешнего давления // Вестн. С.-Петерб. ун-та. 2009. Сер.1. Вып. 1. С. 89-98.

Optimal Design in Problems of Buckling and Vibrations of Ring–Stiffened Cylindrical Shells

S.B. Filippov

Saint Petersburg State University, Russia

The linear differential equations describing buckling and vibrations of the ring-stiffened cylindrical shell are solved with the help of asymptotic techniques. The received approximate formulas are used for the evaluation of optimal parameters corresponding to the critical external pressure or the maximal fundamental frequency of the ring-stiffened shell with given mass in case of the rings with t-sections and hat-sections.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПУАНСОНА ДЛЯ ПРОБИВКИ ОТВЕРСТИЙ ПРИ ПОВЕРХНОСТНОМ ПЛАЗМЕННОМ УПРОЧНЕНИИ МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В.М. Хвисевич, А.И. Веремейчик

Брестский государственный технический университет, Беларусь

E-mail: vai_mrtm@tut.by

В любом процессе термообработки конструктивных элементов машин и механизмов (закалке, поверхностном плазменном напылении и т.д.) важнейшим фактором является определение полей температур и термонапряжений. Для этого необходимо решить задачи теплопроводности и термоупругости при соответствующих краевых условиях. В настоящее время для решения такого рода задач наиболее распространены являются численные методы и в особенности метод конечных элементов. На основе его созданы различные программные продукты, реализующие широкий класс задач механики деформируемого твердого тела. Однако, как показывает практика, при реализации внешних краевых задач, задач термоупругости, теории пластичности и ряда других решения МКЭ не всегда соответствуют действительности. В то же время оказался «забыт» один из наиболее эффективных численных методов – метод граничных интегральных уравнений (ГИУ) теории потенциала.

В данной работе проведено исследование напряженно-деформированного состояния пуансона для пробивки отверстий при поверхностном плазменном упрочнении торцевого сечения методом ГИУ. Рассмотрено стационарное и нестационарное температурное нагружение. В качестве исходных данных, помимо характеристик материала, задаются параметры процесса упрочнения: скорость перемещения источника, плотность теплового потока и др. Граничные условия соответствуют случаю приложения конвекции по внешним поверхностям. К верхней торцевой грани пуансона прикладывалась температурная нагрузка. При статическом анализе нижняя грань пуансона считалась неподвижной. Для реализации задачи теплопроводности в случае движущегося источника нагрева предложен следующий подход. При плазменной обработке тепловая нагрузка на пуансон передается ограниченной площадке. Если струя ориентирована перпендикулярно поверхности, то на ней образуется участок оплавленного материала, размеры которого можно измерить. Поскольку при этом получение оплавленной зоны не является целью данного процесса, а инструмент непрерывно перемещается с заданной скоростью, то можно в первом приближении считать, что в пятне нагружения на поверхности достигается температура, равная температуре плавления материала и дальнейшего разогрева этого уже жидкого металла не происходит. В этом

случае фазовые превращения можно считать отсутствующими и для определения температурного поля можно применить классическое уравнение теплопроводности твердого тела.

С помощью теории потенциала дифференциальные уравнения в частных производных заменяются интегральными уравнениями типа Фредгольма 2-го рода. Краевая задача сводится к задаче изотермической теории упругости. Получены выражения для температурных добавок перемещений и напряжений. Построена система сингулярных интегральных уравнений термоупругости. Численная реализация интегральных уравнений выполнена на базе метода механических квадратур. Интегралы вычисляются при помощи квадратурных формул Гаусса. По найденным значениям плотностей потенциала определяются все компоненты тензора напряжений и деформаций в произвольной точке. Разработан алгоритм численного решения плоских краевых задач термоупругости. Реализация тестовых задач показала высокую точность алгоритма. Сначала определяется температура в любой точке пуансона в произвольный момент времени. Далее находятся температурные добавки перемещений, напряжений и фиктивная температурная нагрузка, после чего определяются перемещения и напряжения в произвольной точке.

С помощью разработанной программы определены значения температурных полей, напряжений и перемещений в различных точках пуансона. Построены зависимости распределения температуры от времени и координат. Получены зависимости распределения компонентов напряжения и перемещения от координат. Результаты определения перемещений, напряжений и деформаций сравнивались с результатами расчетов, полученных с помощью программного комплекса ANSYS. Отметим, что разработанная программа реализации интегральных уравнений дает возможность исследовать также напряженно-деформированное состояние и при воздействии механических усилий.

Полученные результаты температурного анализа могут быть непосредственно использованы для определения оптимальных режимов работы плазмотронов и других высококонцентрированных источников нагрева, позволяющих проводить поверхностную обработку металлоизделий высокотемпературной плазменной струей.

Study of the Punch Strained-Deformed State for Apertures Punching at Surface Plasma Hardening by a Method of the Boundary Integral Equations

V.M. Khvisevich, A.I. Veremeichic

Brest State Technical University, Belarus

By means of a method of the boundary integrated equations research of the is intense-deformed condition of a punch for a punched hole of apertures is conducted at superficial plasma hardening.



БИОМЕХАНИКА

BIOMECHANICS

ON IMPACT IN BIOMECHANICAL SYSTEMS

N. Kovincic, M. Zigic, N. Grahovac, D. Spasic

University at Novi Sad, Serbia

E-mail: spasic@uns.ac.rs

First by taking into account recent measurements based on ramp-and-hold type stress relaxation experiments for several biological tissues, a new constitutive model that comprises fractional derivatives of stress and strain is suggested. The four constants describing mechanical properties of the examined tissue are calculated from the highly non-linear system involving Mittag-Leffler-type functions, and obey the restrictions that follow from Clausius-Duhem inequality. Then, for the obtained model, each tissue is examined with respect to the energy loss during an impact process. The obtained results could be used in analysis why does given external impact force make damage to some tissues and does not hurt the other ones.

References

1. Atanackovic T.M. and Spasic D.T. On viscoelastic compliant contact-impact models // Transactions of ASME Journal of Applied Mechanics. 2004. v. 71. p. 134-138.
2. Petrovic Lj., Spasic D.T. and Atanackovic T.M. On a mathematical model of a human root dentin // Dental Materials. 2005. v. 21. p. 125-128.
3. Dankuc D.V., Kovincic N.I. and Spasic D.T. A new model for middle ear structures with fractional type dissipation pattern // Proceedings of FDA'10. The 4th IFAC Workshop Fractional Differentiation and its Applications. Badajoz, Spain, 2010 (Eds: I. Podlubny, B. M. Vinagre Jara, YQ. Chen, V. Feliu Batlle, I. Tejado Balsera). ISBN 9788055304878, Article No FDA10_156.
4. Grahovac N.M., Zigic M.M. and Spasic D.T. On impact scripts with both fractional and dry friction type of dissipation // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2011 (in press).

ON THE RECEPTOR–TOXIN–ANTIBODY INTERACTION PROBLEM

V. Skakauskas¹, P. Katauskis¹, A. Skvortsov²

¹*Vilnius University, Lithuania*

²*HPP Division, Defence Science and Technology Organisation, Melbourne, Australia*

E-mail: vladas.skakauskas@maf.vu.lt

A model for interaction of toxin, antibody, and receptors of cell is studied numerically. The model consists of coupled system of partial and ordinary differential equations. The bulk diffusion of the toxin, antibody, and their reaction product and toxin binding to cell receptors are taken into account. The protective properties of an antibody against a given toxin are evaluated for a spherical cell placed into a toxin–antibody solution. The selection of parameters for numerical simulation corresponds to the case of ricin competitive binding to cell receptor and the mono-clonal antibody 2B11.

References

1. V. Skakauskas, P. Katauskis, A. Skvortsov, A reaction–diffusion model of the receptor–toxin–antibody interaction, Theoretical Biology and Medical Modelling, 2011, **8**:32, doi: 10.1186/1742-4682-8-32, in press.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ХОДЬБЫ ДВУНОГОГО ШАГАЮЩЕГО РОБОТА В ПРИЛОЖЕНИИ SIMMECHANICS К МАТЛАВ-SIMULINK

Р.А. Алексеев

*Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики, Россия
E-mail: RostAlexeev@yandex.ru*

Рассматривается плоская динамическая модель двуногого шагающего робота. Семизвенная модель имеет девять степеней подвижности, из них три неуправляемые. Модель осуществляет Движение по гладким программным траекториям стоп и корпуса аппарата.

Л и т е р а т у р а

1. Формальский А. М. Перемещение антропоморфных механизмов - Москва: Наука, 1982.
2. Белецкий В. В. Двуногая ходьба: Модельные задачи динамики и управления - Москва: Наука, 1984.
3. Вукобратович М. К. Шагающие роботы и антропоморфные механизмы. - Москва: Мир, 1976. – 544с

Modeling of Biped Android Robot Gait on Toolbox SimMechanics from Matlab-Simulink

R.A. Alexeev

Saint Petersburg's National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optic, Russia

In this Research consider a flat dynamic Model of a Biped Android Robot. Seven-link Model have nine Degree of Freedom, including only six Degree of Freedom is actuated. The Model of Robot moving along even programming Trajectories of Feet and Torso.

ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИИ ЗАМЫКАЮЩИХ КЛЕТОК НА РАБОТУ УСТЬИЧНОГО АППАРАТА У РАСТЕНИЙ

С.М. Бауэр, О.В. Иванова, Е.Г. Крылова, А.А. Паутов, Ю.О. Сапач

*Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: s_bauer@mail.ru, pautov@bio.pu.ru*

Устьица – структурные элементы эпидермы, участвующие в регуляции газообмена и водного режима растений. Каждое из них состоит из двух замыкающих клеток, разделенных устьичной щелью. Известно, что ширина щели зависит от величины тургорного давления в замыкающих клетках и строения их оболочек [1].

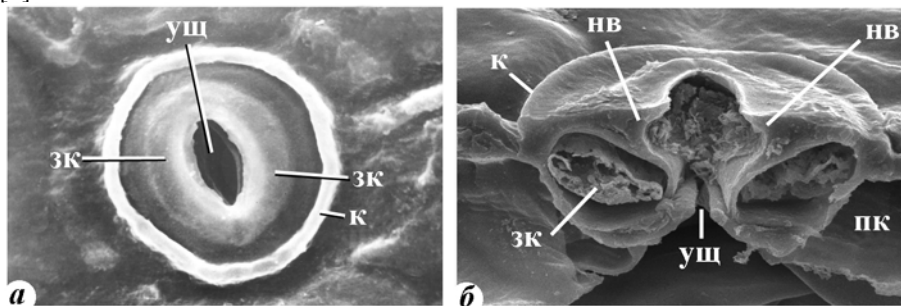


Рис. Строение устьица калины висячей (*Viburnum suspensum* Lindl.).

а – вид с поверхности, б – поперечный срез устьица. зк – замыкающие клетки, уш – устьичная щель, нв – наружный кутикулярный выступ, к – перистоматическое кольцо, пк – побочная клетка. Масштабная линейка 10 мкм.

Реальные биологические ткани как правило неоднородны и анизотропны. Механические параметры, характеризующие степень неоднородности и анизотропии, сложно измерить. Геометрические параметры объекта при использовании современных приборов определяются с большой точностью. Для

оценки влияния именно геометрии замыкающей клетки на её деформацию при изменении внутреннего давления с использованием программного комплекса ANSYS построен ряд простейших моделей с постоянной и переменной толщиной её оболочки, наличием и отсутствием перистоматического кольца и наружного выступа. Тургорное давление имитируется созданием распределенной по внутренней поверхности нагрузкой. Предполагается, что материал клеток является изотропным, однородным и подчиняется закону Гука. С учетом симметрии устьичного аппарата и его клеток (см. рис.) в моделях рассмотрены половинки замыкающих клеток. Принят линейный закон упругости. Оценивается деформация клетки в зависимости от ее структуры при одном и том же давлении. Построенные модели показывают, что движение замыкающих клеток зависит от их структуры – неравномерного утолщения оболочек, наличия наружных выступов и перистоматического кольца. При этом само по себе перистоматическое кольцо оказывает незначительное влияние на механику устьичных движений. Его роль в определении направления движения и глубины погружения замыкающих клеток возрастает при наличии у них двух других морфологических особенностей. В сочетании с неравномерным утолщением их оболочек и наличием наружного кутикулярного выступа кольца обеспечивают погружение открывающейся устьичной щели вглубь листа.

Л и т е р а т у р а

1. Эсау К. Анатомия семенных растений. Т. 1. М.: Мир, 1980. 218 с.

The Influence of the Guard Cells Geometry on the Stomatal Complex Functioning in Plants

S.M. Bauer¹, O.V. Ivanova², E.G. Krylova², A.A. Pautov², Y.O. Sapach²

Saint Petersburg State University, Russia

By means of the ANSYS software complex the models of stomata with different morphology of the guard cells were constructed. It is shown that the combination of uneven thickening of their walls, the outer cuticular ledges and the peristomatal rim exerts influence on the mechanics of stomatal movements and results in immersion of the opening stomatal pore downwards into the leaf.

МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ СТРУКТУР ЧЕЛОВЕЧЕСКОГО ОРГАНИЗМА ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ КЛИНИЧЕСКИХ ДАННЫХ И ПАКЕТОВ ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ MIMICS И SOLID WORKS

П.И. Бегун, Д.А. Рубашова, О.В. Щепилина

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет им. В.И. Ульянова (Ленина) «ЛЭТИ», Россия

E-mail: begun@fromru.com, rubashovad@bk.ru, disjunctio@gmail.com

Разработаны модели и проведены исследования, при использовании компьютерных программ Mimics и SolidWorks, состояния структур глаза и тазобедренного сустава с эндопротезом при статических и динамических внешних воздействиях.

Множество проблем, связанных с восстановлением травмированных и патологически измененных структур человеческого организма, свидетельствует о недостатке необходимой информации о состоянии этих структур в норме, при различных травмах, патологических изменениях и при реконструкции. Современные способы получения диагностической информации позволяют зафиксировать различные элементы поведения функционирующих структур организма с привязкой во времени и пространстве. Информация, получаемая такими методами визуализации, как компьютерное томографирование, кардиомагнитный резонанс, катетеризация и ангиография, в подавляющем большинстве используются лишь частично, и оценка ее носит качественный характер. Симбиоз биомеханического моделирования с использованием пакетов прикладных программ и анализ биологических структур по данным клинических исследований позволяет учитывать сложность геометрических форм исследуемых биологических объектов, неоднородность и анизотропию их конструктивных механических свойств.

Разработаны модели и проведены исследования НДС структур глаза и тазобедренного сустава с эндопротезом (рис.1,а) без и с учетом мышечных усилий. Геометрическая модель бедренной кости,

учитывающая индивидуальное анатомическое строение, построена в среде Mimics по томографическим срезам, выполненных с шагом 1 мм. Проведены исследования двух вариантов нагружения системы «кость - эндопротез»: 1) с учетом только веса тела пациента (in vitro), 2) с дополнительным учетом действия 14 мышц в зависимости от положения ноги человека во время ходьбы (in vivo): 1. Опора на пятку, осуществляемая через 0,1 t (t - время двойного шага); 2. Опора на всю стопу, осуществляемая через 0,3 t; 3. Опора на переднюю часть стопы, осуществляемая через 0,45 t (рис.1,б); 4. Перенос ноги - самая длительная фаза - более 0,5 t. На рис 1,б приведены зависимости экстремальные значения напряжений в зависимости от выбранного сечения: II, IV - в эндопротезе без учета мышечных усилий (IV) и с учетом (II), I,III - в кости без учета мышечных усилий (I) и с учетом (III).

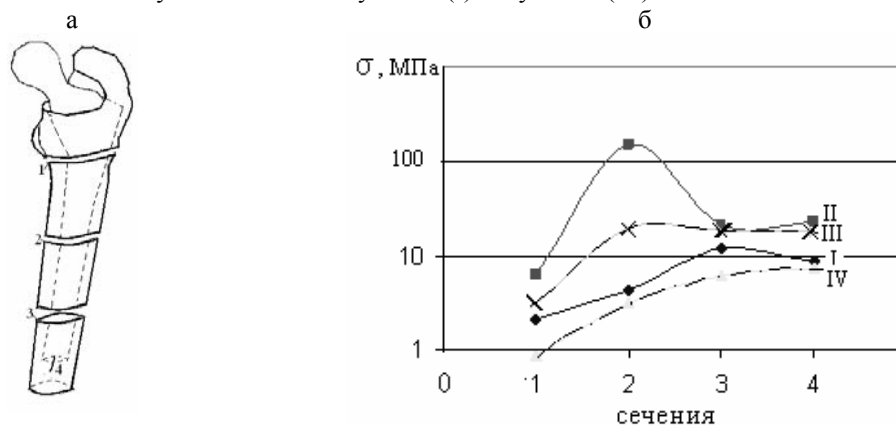


Рис. 1. Схема системы «кость-эндопротез» (а) и графики зависимости экстремальных значений напряжений при 0,45 t (б) в зависимости от выбранного сечения (а) через 1) верхний вертел тазобедренного сустава, 2) средний вертела тазобедренного сустава, 3) нижний вертел тазобедренного сустава; 4) нижнюю границу «эндопротез-кость».

Учет мышечных усилий существенно сказывается на напряженное состояние рассмотренных биологических объектов.

Method for Investigating Structure of the Human Body Using Clinical Dates and Solidworks and Mimics Application Software

P.I. Begun, D.A. Rubashova, O.V. Schepilina

Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI", Saint Petersburg, Russia

There were constructed and investigated models of eyeball and coxa with endoprosthesis using Solidworks and Mimics Software. There were investigated by static and dynamic external loads.

ОЦЕНКА ПОТЕРИ ПРОЧНОСТИ ДЛИННЫХ ТРУБЧАТЫХ КОСТЕЙ ЧЕЛОВЕКА ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ СЕКТОРАЛЬНОЙ РЕЗЕКЦИИ

С.М. Босьяков¹, К.С. Юркевич¹, И.Э. Шпилевский²

¹Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

²Республиканский научно-практический центр травматологии и ортопедии, Минск, Беларусь

E-mail: bosiakov@bsu.by, iharshpileuski@tut.by

Основным методом лечения доброкачественных опухолей и опухолеподобных поражений трубчатых костей является хирургический метод, который заключается в выполнении секторальной резекции с сохранением непрерывности кости. Выбор способов компенсации потери прочности пораженного сегмента осуществляется, как правило, эмпирически [1]. Анализ литературных источников показывает, что наиболее точный и объективный подход заключается в расчете относительных величин, в частности коэффициента увеличения напряжений. Настоящая работа посвящена определению коэффициента увеличения напряжений для точных моделей бедренной кости, кости голени, предплечья и плечевой кости после секторальной резекции.

Дискретные модели костей до и после секторальной резекции получены на основании данных томографии с использованием функциональных возможностей компьютерного пакета Simpleware ScanIP. Длина отверстий прямоугольной формы принималась равной $1,0d$, $1,25d$, $1,5d$ и $2,0d$ (d – диаметр рассчитываемой кости). Угловой размер пострезекционного дефекта составлял 90° , 180° и 270° . Отверстие располагалось в нижней, средней и верхней третях кости. Расчет напряженно-деформированного состояния проводился в конечно-элементном пакете ANSYS. Направление нагрузки и область приложения соответствовали статической нагрузке на кости человека при различных положениях тела. Область одного из концов кости считалась жестко заделанной. В результате конечно-элементного расчета определены напряжения по Мизесу, возникающие в кости до и после секторальной резекции. По результатам расчета напряжений получены значения коэффициентов увеличения напряжений $n = \sigma/\sigma_0$ (σ – максимальное напряжение в области пострезекционного дефекта, σ_0 – максимальное напряжение в соответствующей трети неповрежденной кости) для различных геометрических размеров дефекта. На основании полученных данных проведена двумерная интерполяция и найдены зависимости коэффициента увеличения напряжений от углового размера отверстия и его длины. Сравнительный анализ результатов математического моделирования и клинического материала показал, что основное влияние на степень потери прочности бедренной кости оказывает угловой размер пострезекционного дефекта. Также установлен диапазон изменения линейного размера отверстия, при котором показаны ограничение нагрузочного режима, внешняя иммобилизация и превентивный остеосинтез (армирование кости).

Работа выполнена при поддержке ГКНТ Республики Беларусь (проект «Разработать математическую модель и программу расчета прочностных характеристик длинных трубчатых костей человека при выполнении секторальной резекции»).

Л и т е р а т у р а

1. Шпилевский И. Э., Соколовский А. М., Соколовский О. А. Превентивный остеосинтез при оперативном лечении опухолевых и опухолеподобных поражений костей конечностей // Мед. Новости. 2006. №3. С.102–106.

Strength Loss Estimation of Long Tubular Human Bones under Sectoral Resection

S.M. Bosiakov¹, K.S. Yurkevich¹, I.E. Shpilevski²

¹Belarusian State University, Minsk, Belarus

²Republican Scientific and Practical Center of Traumatology and Orthopedics, Minsk, Belarus

Dependencies of strength increasing coefficient from length and angular dimension of postresection defect are obtained for femur, crus, forearm and humeral bones. Stress calculation of bones was done using finite element method.

МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМА АУТОРЕГУЛЯЦИИ КРОВЕНОСНЫХ СОСУДОВ

Т.М. Гамилов

Московский физико-технический институт (государственный университет), Россия
E-mail: timaperm@yandex.ru

Ауторегуляция кровеносных сосудов представляет собой механизм, воспринимающий изменения кровяного давления и рефлекторно регулирующие его уровень. Повышение давления и усиленное растяжение гладкомышечных клеток сопровождаются увеличением силы сокращения стенок, что предохраняет сосуд от перерастяжения (см. [1]).

За основу взята квазиодномерная модель сердечно-сосудистой системы, описанная в [2]. Для реализации механизма ауторегуляции отслеживается среднее давление в каждом сосуде. При повышении давления жесткость стенок сосуда увеличивается, при понижении – уменьшается. Под жесткостью понимается способность сосуда растягиваться при увеличении давления.

В качестве примера действия механизма ауторегуляции взят окклюзионный тест функции эндотелия (см. [3]). Тест заключается в отслеживании изменения кровяного давления в пальце при пережатии плечевой артерии манжетой. На рисунке ниже приведены результаты моделирования описанного теста. После возобновления кровотока давление превышает свою изначальную величину, что характерно для сосудов со здоровым эндотелием.

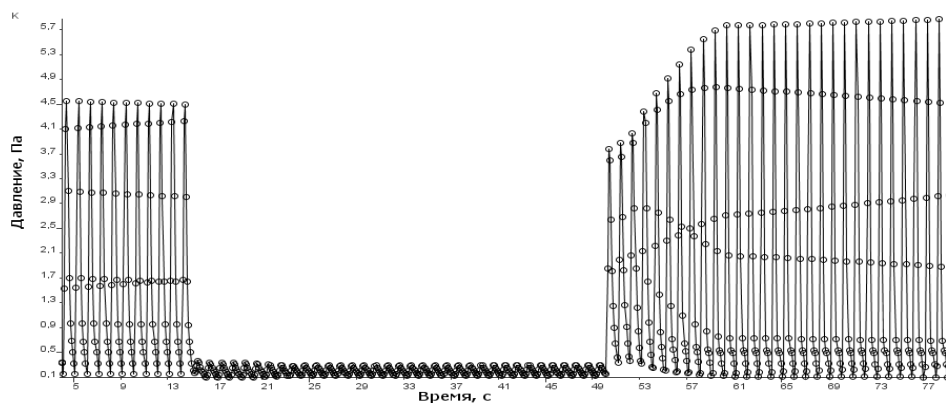


Рис. 1. Зависимость кровяного давления (кПа) от времени (с) в пальце правой руки при проведении окклюзионной пробы.

Л и т е р а т у р а

1. Капелько В.И. Регуляция кровообращения // Соросовский образовательный журнал. 1999. №7. С.79 -84.
2. Симаков С.С. А.С. Холодов, А.В. Евдокимов. Методы расчета глобального кровотока в организме человека с использованием гетерогенных вычислительных моделей // Медицина в зеркале информатики. – М.: Наука, 2008. С. 124-170.
3. Парфенов А.С. Экспресс-диагностика сердечно-сосудистых заболеваний. // Мир измерений. 2008. №6. С.74-82.

Modeling of Blood Flow Autoregulation

T.M. Gamilov

Moscow Institute of Physics and Technology (State University), Russia

One-dimensional dynamical model of the cardiovascular system is considered. A computational method for modeling blood flow autoregulation is proposed. This method is based on dependence between arterial blood pressure and vessel wall tension. Obtained model is used in numerical study of brachial artery occlusion test.

МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕДИЦИНСКОГО ЭСПАНДЕРА С ВЯЗКИМ РАСТВОРОМ И УПРУГОЙ ОБОЛОЧКОЙ

В.И. Гориховский, А.Г. Петров, С.Н. Николаев

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: gorihovskyvacheslav@gmail.com, sanya.petrov@gmail.com, ser.niev@gmail.com

Все большую актуальность приобретает задача разработки быстрых дискретных моделей мягких тканей и медицинских имплантатов, в связи с необходимостью создания инструментов медицинского моделирования операций работающих в реальном времени.

Разрабатываются модели реконструктивных операций после ожогов и онкологических заболеваний. Часто такие операции проводятся при отсутствии достаточного для закрытия раны количества здоровых тканей. Для этого используются техники наращивания тканей вблизи или на удаленном от раны участке тела при помощи экспандеров. Моделирование поможет при планировании для расчета размеров и формы пересаживаемых тканей, а так расчета сроков наращивания.

Исследуются модели экспандеров с вязким раствором и упругой оболочкой различных форм. Производится моделирование установки экспандера на твердую выпуклую поверхность и его наполнение раствором.

Behavior Simulation for Expander with Elastic Membrane and Viscous Liquid

V.I. Gorihovsky, A.G. Petrov, S.N. Nikolaev

Saint Petersburg State University, Russia

Real-time surgery simulation requires development of discrete physical models for expanders and human soft tissues. Discrete models for reconstruction surgeries after burns and oncology treatment are under development. Often tissue expansion is used for wound closure. Implant behavior and soft tissue expansion simulation could help to plan tissue flap form, flap size and form expansion time.

Discrete models of expander with elastic membrane and viscous liquid are under investigation. Models are compared in two cases: in case of placing on convex fixed surface and in case of expansion under liquid is simulated.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕСТРОЙКИ СТРУКТУРЫ КОСТНОЙ ТКАНИ МЕТОДОМ ФОТОУПРУГОСТИ

И.И. Демидова

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: maria_ib@mail.ru

Любое изменение при воздействии на костную структуру приводит к её перестройке. В конце прошлого века несколькими исследователями был сформулирован закон, получивший название Мейра-Вульфа о влиянии поля напряжений на рост трабекул спонгиозной кости. Этот закон и вообще трабекулярная теория, были приняты как истина на протяжении многих лет, хотя основывались в значительной степени на эмпирических наблюдениях. В 1883 г. В. Ру доказал, что давление является единственным биомеханическим стимулятором роста кости, а в 1897 г. Вульф сформулировал закон трансформации кости: «Каждое изменение в функции кости имеет следствием определенные изменения в архитектуре и внешней форме согласно математическим законам».

С помощью биологического моделирования в 1880 году В.О. Поповым, аспирантом П.Ф. Лесгафта, была выполнена экспериментальная работа и защищена диссертация, в которой было доказано, что потеря зубов у животного вызывает громадное изменение в костях скелета [1]. Направление изменения полей напряжений, т.е. семейство изостат теоретически можно построить, если известно аналитическое решение задачи. В 1935 году член-корреспондент АН СССР, заведующий кафедрой теории упругости ЛГУ, Г.В. Колосов в своей монографии по теории функций комплексного переменного отмечал, что «с линиями главных напряжений мы часто встречаемся в природе при выработывании каким-нибудь организмом или растением наиболее прочного материала». В монографии проф. Г.В. Колосов привел способ построения поля изостат [2]. В настоящее время поле изостат можно построить методом конечных элементов

Методом фотоупругости семейство изостат легко строится после фиксации семейства изоклин [3]. Изоклины - это геометрическое место точек, в которых ориентация главных осей диэлектрического тензора одинакова. В фотоупругости эти линии отождествляются с линиями главных напряжений или деформаций.

Метод фотоупругости нередко применяют для моделирования физиологических процессов в биологических конструкциях. В докладе предлагаются две задачи об изгибе и одноосном растяжении полосы с отверстиями для моделирования образования и перестройки структуры челюсти. Форма костей челюсти - кривой брус, для которого известно, что наружные слои модели растянуты, а внутренние сжаты. Наличие отверстий, как известно, приводит к возникновению местной концентрации напряжений вокруг отверстий. Изменением расстояния между отверстиями можно моделировать разные состояния зубочелюстной системы, в частности, диастему передних зубов.

На аналогичной модели можно моделировать одноосное растяжение полосы с отверстиями, которое может возникнуть при сверлении неглубоких отверстий при соединении отломков шурупами.

Таким образом, на примере зубочелюстной системы показана возможность моделирования методом фотоупругости перестройки костных структур. Такой же предварительный анализ распределения напряжений можно проводить и для других костных конструкций.

Л и т е р а т у р а

1. Попов В.О. Изменение формы костей под влиянием ненормальных механических условий в окружающей среде. СПб. 1880. 78с.
2. Колосов Г.В. Применение комплексной переменной к теории упругости. М.-Л. ОНТИ. 1935. 224 с.
3. Фрохт М.М.. Фотоупругость. М.-Л. ОГИЗ. 1948. т. 1. 432 с.

The Modelling of the Bone Reconstruction by the Photoelasticity

I.I. Demidova

Saint Petersburg University, Russia

The method photoelasticity is applied for the modeling of the bone reconstruction. The example of the beam bending with the holes is investigated for changing of the trabecules in the jaw bone.

АНАЛИЗ АНОМАЛИЙ РЕФРАКЦИЙ ПО АБЕРРАЦИЯМ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ

А.Б. Качанов, В.В. Корников, Т.И. Кауненко

СПб филиал ФГУ МНТК "Микрохирургия глаза" им. акад С.Н. Фёдорова,

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: vkornikov@mail.ru

По уровню аберраций высшего порядка [1] проводится сравнение нескольких групп пациентов: пациенты с нормальным зрением (эметропы), пациенты, у которых выявлена миопия, гипермиопия высшей, средней и слабой степени, а также гипермиопия смешанного типа. Для сравнения средних величин использовался критерий Стьюдента. Статистически значимыми оказались различия выборочных средних при сравнении пациентов с миопией и гипермиопией смешанного типа, средней и слабой степени.

Сравнение выборочных дисперсий аберраций высших порядков в исследуемых группах с помощью F-критерия Фишера не показало значимых отличий. Значимое различие на уровне значимости 5% было отмечено при сравнении дисперсий в группе с гипермиопией высшей степени и группой эметропов.

При сравнении средних аберраций высших порядков всех указанных выше групп со средним группы пациентов с кератоконусом были выявлены значимые различия в средних.

Проведенное исследование позволяет сделать вывод о диагностической значимости показателя аберраций высших порядков для выявления заболевания глаза – кератоконуса.

Л и т е р а т у р а

1. Балашевич Л.И., Качанов А.Б. Клиническая корнеотопография и аберрометрия. М., 2008. 167 с.

Analys of Refraction Anomalies on the Higher-Order Aberrations

A.B. Kachanov, V.V. Kornikov, T.I. Kaunenko
*Saint Petersburg Branch of SU IRTC "Microsurgery",
 Saint Petersburg State University, Russia*

Mathematical modeling for the analysis of higher-order aberrations in emmetropic and ametropic eyes and eyes with keratoconic is presented. There were statistically significant differences between eyes with keratoconic and all other groups.

О ВЛИЯНИИ МЕМБРАННЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В РЕКОНСТРУИРОВАННОЙ БАРАБАННОЙ ПЕРЕПОНКЕ НА СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ СРЕДНЕГО УХА, ПОДВЕРГНУТОГО ТИМПАНОПЛАСТИКЕ И СТАПЕДОТОМИИ

Г.И. Михасев, И.Л. Славашевич

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
 E-mail: mikhasev@bsu.by

Предлагается математическая модель колебательной системы среднего уха (СУ), подвергнутого тотальной реконструкции. Из всех вариантов хирургической реставрации исследуется наиболее сложный случай, предусматривающий как полную реконструкцию барабанной перепонки с использованием хрящевого имплантата (тимпаноластика), так и замену цепи слуховых косточек на тотальный протез TORP. Рассматривается случай отосклеротического анкилоза стремени (его полной фиксации), для устранения которого выполняется стапедотомия – перфорация подножной пластины стремени с последующим вводом ствола протеза через отверстие в кохлеарную жидкость улитки. Данный вид реконструкции приводит к заметному снижению жесткости колебательной системы (по сравнению с жесткостью колебательной системы СУ в норме), что проявляется в искажении спектра собственных частот СУ.

Целью данной работы является анализ влияния начальных напряжений в реконструированной тимпанальной мембране (ТМ), вызванных вводом протеза [1] при стапедотомии, на собственные частоты колебательной системы. Реконструированная колебательная система СУ моделируется как кольцевая пластинка, сопряженная по внутреннему недеформируемому контуру с основанием протеза TORP. Предполагается, что перфорация подножной пластинки стремени ограничивает подвижность протеза, обеспечивая ему лишь одну степень свободы (перемещения вдоль оси ствола протеза). В качестве исходных уравнений, описывающих движение преднапряженной пластинки, рассматриваются уравнения, записанные в полярной системе координат с центром, совпадающим с центром основания протеза. На внешней границе пластины (на тимпанальном кольце) рассматриваются условия упругой заделки, а на внутреннем контуре задаются перемещения, являющиеся функциями перемещения протеза TORP. Перемещения протеза удовлетворяют обыкновенному дифференциальному уравнению с учетом сил инерции, перерезывающих сил со стороны ТМ, а также сил, действующих со стороны кохлеарной жидкости и зависящих от степени натяжения мембраны круглого окна.

В предположении малости начальных напряжений в ТМ, с использованием асимптотического метода, исследуются собственные колебания моделируемой биомеханической системы. Показано, что данный тип реконструкции приводит к расщеплению спектра собственных частот СУ в норме на две группы, одна из которых заметно смещается вниз.

Л и т е р а т у р а

1. Mikhasev G., Ermochenko S., Bornitz M. On the strain–stress state of the reconstructed middle ear after inserting a malleus–incus prosthesis// *Mathematical Medicine and Biology*. 2010. Vol. 27(4). P. 289-312.

On the Influence of the Membrane Stresses in the Reconstructed Eardrum on the Natural Frequencies of the Middle Ear Vibrating System Subjected to Tympanoplasty and Stapedotomy

G.I. Mikhasev, I.L. Slavashvich
Belarusian State University, Minsk, Belarus

Mathematical model of the reconstructed middle ear subjected to tympanoplasty and stapedotomy is proposed. Biomechanical system of the restored middle ear are modeled as the system consisting of an annular plate made from cartilage implant and the TORP prosthesis replacing the ossicular chain. Analysis of initial stresses in the reconstructed tympanic membrane caused by inserting the TORP prosthesis upon eigen-frequencies is performed.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВОЗНИКНОВЕНИЯ КРАСНЫХ ТРОМБОВ В КРОВЕНОСНЫХ СОСУДАХ

Т. Обгадзе, Б. Бабалашвили

Грузинский технический университет, Тбилиси, Грузия
E-mail: t.obgadze@gtu.ge, Besooo@gmail.com

В работе рассматривается процесс возникновения красных тромбов. Красные тромбы помимо тромбоцитов и фибрина, содержат большое количество эритроцитов. Их образование происходит быстро, при медленном течении крови в кровеносных сосудах. В большинстве случаев, это вызвано неподвижностью (сидящая работа), стрессами и повышенным содержанием вибриногена в крови, что усиливает свертываемость крови. В работе строится математическая модель возникновения эволюции красных тромбов, что позволяет изучить, соответствующее медикаментозное воздействие и составить оптимальный план лечения.

Л и т е р а т у р а

1. T.J. Pedley, Sc. Dr. The Fluid Mechanics of Large Blood Vessels, Cambridge University Press, 1980, 400 p.
2. Г.Ю. Ризниченко, А.Б. Рубин. Биофизическая динамика продукционных процессов, Институт компьютерных исследований, Москва, Ижевск, 2004, 464 с.
3. И. Пригожин, Д. Кондепуди. Современная термодинамика, пер. с англ., Мир, Москва, 2002, 461 с.
4. თ.ობგაძე. მათემატიკური მოდელები სკურსი (უწყვეტი მათემატიკური მოდელები), ტ.1, სტუ, თბილისი, 2006, 101 გვ.
5. თ.ობგაძე. მათემატიკური მოდელები სკურსი, ტ.3, სტუ, თბილისი, 2008, 129 გვ.
6. თ.ობგაძე. მათემატიკური მოდელები სკურსი (რეკვითი პროცესები), ტ.4, სტუ, თბილისი, 2010, 100 გვ.

Mathematical Modeling of Red Blood Clots in Blood Vessels

T. Obgadze, B. Babalashvili
Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia

We consider the process of beginning red blood clots. Red blood clots in addition to platelets and fibrin, contain large amounts of Red blood cells. Their formation occurs rapidly, with slow blood flow in blood vessels. In most cases this is due to immobility (sitting job), stress and elevated levels in the blood Fibrin that strengthens blood coagulation. We construct a mathematical model of the red blood clots evolution that can be studied, the corresponding medicamental impact and make the optimal treatment plan.

О ЗАВИСИМОСТИ ВНУТРИГЛАЗНОГО ОБЪЕМА ОТ ВНУТРИГЛАЗНОГО ДАВЛЕНИЯ

П.В. Трофименко

Санкт -Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: pasha.trofimenko@inbox.ru

В офтальмологии под ригидностью глаза понимают [1, 2] некоторый параметр, характеризующий зависимость изменения объема глаза при изменении внутриглазного давления (ВГД) в фиброзной оболочке глаза. Понятие ригидности глаза лежит в основе клинической тонометрии и тонографии. Кроме того, знание зависимости ВГД и внутриглазного объема позволяет контролировать изменение ВГД при введении внутриглазных инъекций, что имеет очень большое значение, так как даже кратковременное увеличение ВГД выше определенного индивидуального уровня может привести к нарушению кровообращения на сетчатке и в диске зрительного нерва. Математическое моделирование может помочь оценить, какие параметры глаза оказывают наибольшее влияние на коэффициент ригидности, помочь в каждом конкретном случае оценить возможный уровень изменения ВГД в результате инъекции и риск для отдельного пациента. Принято считать [2], что основное влияние на ригидность глаза оказывает механическая жесткость (модуль упругости) и начальный объем глаза.

В работе для эллипсоидальных изотропных оболочек вращения, имеющих первоначально одинаковый объем, получены зависимости изменения объема от отношения главных полуосей эллипсоида по линейной безмоментной теории оболочек [3].

На рис. 1 показано относительное изменение объема изотропных эллипсоидальных оболочек, имеющих первоначально одинаковый объем, но разные отношения вертикального и горизонтального радиусов k при нагружении внутриглазным давлением 45 мм рт. ст.

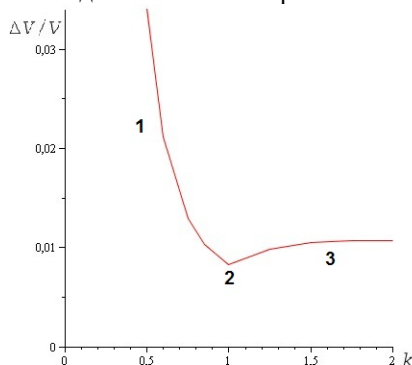


Рис. 1. Относительное изменение объема эллипсоидов при одинаковом давлении и разных значениях k .

Из графика видно, форма оболочки также может влиять на коэффициент ригидности глаза. Наибольшее изменение внутреннего объема происходит в случае, когда оболочка имеет форму сплюснутого эллипсоида (участок 1), что соответствует гиперметропии (дальнозоркости). Наименьшее изменение соответствует сферической форме (точка 2). Для вытянутой оболочки (глаза с миопией) характерно постепенное медленное возрастание значения изменения объема при увеличении соотношения главных полуосей (участок 3).

Л и т е р а т у р а

1. Pallikaris I.G., Dastiridou A.I., Tsilimbaris M.K., Karyotakis N.G., Ginis H.S. Expert Rev. Ophthalmol. 5(3), P. 343-351 (2010).
2. Нестеров А.П., Бунин А.Я., Канцельсон Л.А. Внутриглазное давление. Физиология и патология. М., Наука, 1974, 381 с.
3. Филин А.П. Элементы теории оболочек. Изд. 2-е, доп. и перераб. Л., Стройиздат, Ленингр. Отделение, 1975.

On Pressure-Volume Dependence for a Human Eye

P.V. Trofimenko

Saint Petersburg State University, Russia

The dependence of pressure-volume for isotropic spherical shells is studied. The results are obtained for shells of revolution, which have equal initial volumes but different shapes (different ratio of vertical and horizontal diameters).

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ВОЗДУХА В ВЕРХНИХ ДЫХАТЕЛЬНЫХ ПУТЯХ ЧЕЛОВЕКА

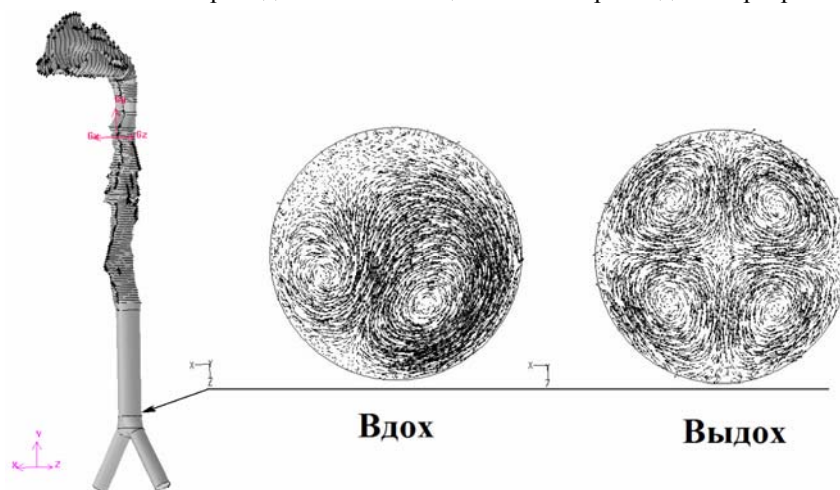
В.М. Фомин, В.Л. Ганимедов, М.И. Мучная, А.С. Садовский, В.Н. Шепеленко

*Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск, Россия*

E-mail: fomin@itam.nsc.ru, ganim@itam.nsc.ru, mim@itam.nsc.ru, as_s6@mail.ru, shepelenko@academ.org

В последние годы активно изучается течение воздуха в дыхательном тракте человека на основе математических моделей. Рассматриваемой теме посвящено много зарубежных работ и несколько отечественных [1, 2]. Исследование течения воздуха в дыхательном тракте является актуальным, так как сейчас активно развиваются новые методы введения лекарственных препаратов через нос. Математическая модель также дает возможность проводить виртуальные операции перед реальным хирургическим вмешательством.

В данной работе геометрия верхних дыхательных путей человека моделировалась по серии томограмм, выполненных в параллельных коронарных сечениях для носовой полости и в аксиальных сечениях для ниже расположенных частей дыхательного тракта. Томографические снимки получены на рентгеновском томографе с шагом 2÷5 мм. Построение геометрии модели и расчеты в рамках уравнений Навье – Стокса проводились с помощью пакета прикладных программ “Fluent” и его геометрического препроцессора “Gambit”.



По результатам работы проведена визуализация течения в верхних дыхательных путях человека от вестибуля носа до бифуркации трахеи. Расчеты проводились для режимов вдоха и выдоха, при различных значениях перепада давления. Установлено, что течение воздуха в дыхательном тракте представляет собой поток с системой вихрей, форма и интенсивность которых зависит от

анатомических особенностей рассматриваемого пациента. На рисунке изображена модель верхних дыхательных путей (слева) и векторное распределения скоростей (справа) в сечении над бифуркацией трахеи для вдоха и выдоха.

Л и т е р а т у р а

1. Фомин В.М., Ветлущий В.Н., Ганимедов В.Л., Мучная М.И., Шепеленко В.Н., Мельников М.Н., Савина А.А. Исследование течения воздуха в носовой полости человека // ПМТФ. 2010. Т. 51. №2. С. 107-115.
2. Ганимедов В.Л., Мучная М.И., Садовский А.С., Шепеленко В.Н. Численные исследование течения воздуха в дыхательном тракте человека // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. №4. С. 410-412.

Numerical Simulation of Air Flow in the Human Upper Respiratory Tract

V.M. Fomin, V.L. Ganimedov, M.I. Muchnaya, A.S. Sadovsky, V.N. Shepelenko

Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS, Novosibirsk, Russia

The present work is devoted to study of air flow in combined nasal cavity with passage to pharyngonasal cavity and further up to trachea bifurcation. The air flow visualization has been carried out, the flow development along respiratory tract has been considered, and there have been presented the main parameters which influenced on the state of received flow. The shape of the nasal cavity is modeled with the use of the Gambit grafical software system and tomography data. A numerical solution is obtained by the Fluent commercial software system. The calculation results showed that the air flow in the human respiratory tract was a flow with a set of vortices. The vortices form and intensity depend on people anatomical features.

БИОМЕХАНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАЧАЛЬНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ КОРНЯ ЗУБА В КОСТНОЙ ТКАНИ

К.С. Юркевич, С.М. Босиakov

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
E-mail: kirill.bsu@gmail.com, bosiakov@bsu.by

В настоящей работе представлены результаты нахождения начальных перемещений корня зуба в костной ткани [1], возникающих по действием статической нагрузки, на основании соотношения для малых перемещений абсолютно твердого тела в упругой среде.

Геометрическая форма корня зуба описывается уравнением эллиптического гиперboloида. Выражения для упругих перемещений точек костной ткани в окрестности корня зуба, сформулируем таким образом, чтобы учесть неограниченное уменьшение перемещений точек костной ткани при удалении от корня зуба:

$$\bar{u} = \frac{H}{H - F(x_1, x_2, x_3)} (\bar{u}^{(0)} + \bar{\varphi} \times \bar{r}). \quad (1)$$

Здесь $\bar{u}^{(0)}$ – вектор поступательных перемещений корня вдоль осей координат; $\bar{\varphi}$ – вектор углов поворота корня зуба относительно осей координат; \bar{r} – радиус-вектор точки костной ткани, отсчитываемый от центров сопротивления корня.

Поступательные перемещения и углы поворота корня зуба найдены из условий равновесия. Поскольку соотношения для перемещений (1) не удовлетворяют уравнениям Ламе в любой точке костной ткани, а только в точках, находящихся на поверхности корня зуба, перемещения и углы поворота из уравнений равновесия могут быть определены только приближенно. Для уменьшения погрешности вычисления перемещений введены корректирующие коэффициенты для поступательных перемещений и углов поворота, а также корректирующие коэффициенты для координат центров сопротивления. Корректирующие коэффициенты найдены на основании результатов серий вычислительных экспериментов по нахождению перемещений определенных точек костной ткани, находящихся на поверхности корня зуба с применением конечно-элементного пакета ANSYS для предельных значений геометрических размеров корней зубов в соответствии с данными работы [2]. Расчеты и визуализация положений корней зубов выполнены для различных случаев действия сосредоточенной нагрузки на однокоренные зубы, а также для различных вариантов вертикальной атрофии костной ткани.

Разработанная методика определения начальных перемещений и их визуализации использована на практике стоматологами-ортодонтами для прогнозирования перемещений корней зубов в случае действия на зуб сосредоточенной нагрузки, в частности со стороны стержня ортодонтического аппарата. Полученные выражения можно также использовать для нахождения начальных перемещений с учетом вертикальной атрофии костной ткани.

Л и т е р а т у р а

1. Kawarizadeh A., Bourauel C., Jager A. Experimental and numerical determination of initial tooth mobility and material properties of the periodontal ligament in rat molar specimens // *Europ. J. of Orthodont.* 2003. No. 25. P. 569 – 578.
2. Наумович С.А., Батура Р.А., Пархамович С.Н. Антропометрические данные коронок и корней зубов и их значение в стоматологии // *Стоматологический журнал.* 2002. №2. С. 21 – 22.

Biomechanical Modeling of Initial Tooth Root Movement in Bone Stock

K.S. Yurkevich, S.M. Bosiakov

Belarusian State University, Minsk, Belarus

In the present work expressions for initial tooth root displacements in bone stock under point load action are obtained. This formulas can be used in practice by orthodontist for realization of calculation experiment for finding the value and direction of displacements in the case of action on tooth root of point load and moment, particularly from pin of orthodontic appliance. Values of teeth roots displacements which are obtained using explicit formulas have good coincidence with finite element calculation.

VI

ИСТОРИЯ МЕХАНИКИ

HISTORY OF MECHANICS

К ИСТОРИИ РАЗВИТИЯ ГАЗОДИНАМИКИ СВЕРХЗВУКОВЫХ СТРУЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Г.А. Акимов

*Балтийский государственный технический университет
«Военмех» имени Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: akimov32@mail.ru*

Э. Мах и П. Зальхер (1889) наблюдали истечение струи через отверстия различной формы при больших перепадах давления внутри и вне сосуда. С помощью шлирен-метода была обнаружена структура струи, зависящая от формы отверстия и величины перепада давления. Затемненные края струи указывали на то, что плотность воздуха на границе струи больше плотности воздуха вне ее. На выходе из отверстия поверхность струи имела излом. Затем струя расширялась и ограничивалась выпуклой поверхностью. В продольном разрезе струи ее границами являются сильно изогнутые линии. Внутри струи наблюдались пересекающиеся линии. По замечанию Маха и Зальхера, наблюдавшаяся ими картина аналогична процессу образования волн при сильном взрыве, исследования которого проводились в 1887 и 1889 гг. Очень важным результатом опытов было открытие стационарного характера возникающих внутри струи волн.

Рассматривая стационарные волны в струе как волны уплотнения, аналогичные головным волнам, возникающим впереди летящего снаряда, Мах и Зальхер применили к ним соотношение $\sin \beta = c/u$, где под c также как и в случае снаряда, понималась скорость звука, а под u – скорость струи. Из расположения волн на шлирен-картинах следовало, что скорость потока внутри струи при высоком избыточном давлении превышает скорость звука. Таким образом использование экспериментального метода дало возможность установить, что течение струи при определенных условиях происходит со сверхзвуковой скоростью – результат, найденный в 1886 г. теоретически Югоньо и Рейнольдсом и полученный в 1889 г. Лавалем на практике. Однако это было недостаточным для того, чтобы считать установленную особенность истечения в полной мере справедливой. Вызывало сомнение, что скорость истечения свободной струи может быть больше скорости звука. Результат Маха и Зальхера некоторых ученых не убеждал, так как основывался на возможности появления ударных волн, само существование которых все еще не считалось доказанным.

Среди теоретических изысканий особо выделяется работа С.А. Чаплыгина «О газовых струях». Он впервые дал общую газодинамическую постановку проблемы истечения газа, показал возможность математического анализа процесса истечения газа. Задача, поставленная Чаплыгиным, выходила далеко за пределы этой проблемы и касалась общей проблемы о струях, которая была предметом исследования многих авторов для случая несжимаемой жидкости, однако та же задача для идеального газа была едва затронута. Чаплыгин разработал прием, при помощи которого «возможно во многих случаях найти решение заранее поставленной задачи о прерывном течении идеального газа»

On the History of the Supersonic Flows' Gas Dynamic

G.A. Akimov

Baltic State Technical University "Voennmekh" D.F. Ustinov, Saint Petersburg, Russia

The paper deals with the first research works in the field of Supersonic Flows' Gas Dynamic. Special attention is given to the works of E. Mach, P. Salcher, S.A. Chaplygin.

ВКЛАД ВЫПУСКНИКОВ СПБГУ (ЛГУ) В РАЗВИТИЕ НАЦИОНАЛЬНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ШКОЛ В ДРУГИХ СТРАНАХ

Л.А. Архангельская, С.И. Дмитриева

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: ala@oarkh.spb.ru, sd13598@yandex.ru

Многие ученые-математики, выпускники СПбГУ (ЛГУ) придавали большое значение своей деятельности не только в стенах родного университета, но и в других странах, где они способствовали развитию науки и преподавания, созданию новых и совершенствованию старых научных и учебных заведений. В первую очередь отметим акад. УССР Д.А. Граве, выпускника 1885 г. С именем Д.А. Граве связано создание в 1919 г. Украинской АН и первой крупной алгебраической школы в России. В течение ряда лет он возглавлял Математический институт УССР. Выпускник 1914 г. акад. АН СССР Н.И. Мухелишвили был одним из основателей Грузинской АН в 1941 г. и ее бессменным президентом до конца жизни. Им была создана сильная тбилисская школа математиков, Математический институт АН ГССР, другие научные и учебные заведения. В течение 20 лет Н.И. Мухелишвили возглавлял Национальный комитет СССР по теоретической и прикладной механике. С именем В.А. Амбарцумяна, выпускника 1928 г., связана созданная в 1943 г. Армянская АН, вице-президентом которой он был назначен. В 1947 г. В.А. Амбарцумян был избран ее президентом и избирался на все сроки до 1993 г. В 1944 г. он основал кафедру астрофизики в Ереванском университете (первая в СССР кафедра астрофизики была создана им в ЛГУ в 1934 г.), в 1946 г. – Бюраканскую астрофизическую обсерваторию. В.А. Амбарцумян был выдающимся организатором науки на международном уровне. Он был президентом Международного Астрономического союза, дважды избирался президентом Международного Совета научных союзов.

В Белоруссии качественно новый этап в развитии математических наук наступил после переезда в БССР в 1956 г. ленинградских математиков Н.П. Еругина, выпускника 1928 г., В.И. Крылова, выпускника 1932 г., Ю.С. Богданова, выпускника 1956 г. Ими были созданы широко известные за пределами России школы белорусских математиков, подготовлены высококвалифицированные кадры для Белоруссии. Большой вклад в научный и учебный процесс на Украине внес выпускник 1946 г. В.М. Ковтуненко, направленный в КБ (затем НПО) “Южное” в Днепропетровск, где он работал 25 лет, был главным конструктором НПО, занимался разработкой ракетно-космических комплексов, программ “Космос”, “Интеркосмос”, заведовал кафедрой в ДГУ и подготовил большую группу аспирантов по ракетостроению. Существенный вклад в науку Украины внес выпускник 1953 г. А.А. Боярчук, который много лет работал в Крымской астрофизической обсерватории, был руководителем проекта космической обсерватории “Астрон”. Более 15 лет акад. Боярчук являлся директором Института астрономии АН СССР (РАН).

В 50-е годы XX века некоторые преподаватели матмеха были командированы в Китай и Вьетнам. Так, И.П. Мысовских, выпускник 1947 г., находясь в Китае, основал китайскую школу вычислительной математики. Его ученики позднее возглавляли основные учебные заведения Китая. А.В. Белова, доцент кафедры гидроаэромеханики, читала в КНР курс лекций по газовой динамике, руководила аспирантами. Ее книга по газовой динамике, вышедшая в 1956 г. на китайском языке, стала настольной книгой китайских гидромехаников. Доцент кафедры теоретической и прикладной механики Б.А. Ершов, выпускник 1949 г., был направлен в 1959 г. в Ханойский университет, где в течение двух лет состоял советником ректора по науке, читал лекции по механике для преподавателей, издал книгу по курсу прочитанных лекций. С 1961 г. Б.А. Ершов работал экспертом ЮНЕСКО в Лондонском университете. В соответствии с разработанным ЮНЕСКО проектом повышения качества преподавания в Африканских странах Б.А. Ершов был направлен в Восточную Африку для работы в объединенном университете Танзании, Кении, Уганды, где читал лекции студентам по высшей математике. В результате деятельности Б.А. Ершова и других ученых в каждой из этих стран открылись самостоятельные университеты. В странах Африки преподавал также доцент кафедры диф. уравнений В.П. Басов и многие другие выпускники матмеха.

The Contribution of the Graduates of SPbGU (LGU) to the Development of National Mathematical Schools in Different Countries

L.A. Arkhangel'skaya, S.I. Dmitrieva
Saint Petersburg State University, Russia

The Report is devoted to the Contribution of the Graduates of the Department of Mathematics and Mechanics of SPbGU (LGU) to the Development of mathematical Sciences in different Countries.

СТУДЕНТЫ И АСПИРАНТЫ МАТМЕХА ЛГУ НА ФРОНТАХ ВЕЛИКОЙ ОТЕЧЕСТВЕННОЙ ВОЙНЫ

Л.А. Архангельская, С.И. Дмитриева

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
E-mail: ala@oarkh.spb.ru, sd13598@yandex.ru

70 лет назад началась Великая Отечественная война. Студентам и аспирантам Университета пришлось думать не о защите дипломов и диссертаций, а о защите Отечества. Уже в первые дни войны вместе с сотнями универсантов студенты и аспиранты математико-механического факультета ЛГУ ушли добровольцами на фронт в составе Красной Армии (более 100 человек с курса), а с конца июня 1941 года, когда началась запись в Народное Ополчение, подали заявления с просьбой зачислить их в ополчение. Студенты А.Н. Балувев, В.П. Скитович (1-й курс), А.М. Кусков, С.С. Лавров (2-й курс), А.П. Воробьев, С.В. Громов, В.А. Залгаллер, И.П. Мысовских, К.И. Огурцов (3-й курс), А.А. Никитин (4-й курс), В.Г. Горбачкий, К.Я. Косяченко (5-й курс), аспиранты С.В. Валландер, Т.А. Агемян и др., пройдя войну, вернулись в родные стены. Большинство молодых матмеховцев (Агемян, Балувев, Скитович, Кусков, Воробьев, Громов, Залгаллер, Мысовских, Никитин) участвовали в боях на Ленинградском фронте, защищая родной город на подступах к нему и при снятии блокады. Многие, пройдя всю войну, дошли до Берлина. Вернувшись на факультет, они защитили диссертации, возглавили научные направления, лаборатории, кафедры. Однако с фронта вернулись не все. В годы войны оборвалась жизнь многих ушедших на фронт универсантов. В списке погибших матмеховцев более 130 человек; из них более 100 студентов, выпускников, аспирантов. Многие аспиранты еще в студенческие годы делали свои первые научные открытия. Это астрономы С.В. Крохмаль, аспирант профессора М.Ф. Субботина, закончивший аспирантуру досрочно и защитивший перед самой войной диссертацию, А.Г. Мейер, аспирант профессора В.А. Амбарцумяна, механик Н.Н. Волошин, аспирант профессора Н.В. Розе, математики А.С. Маслов, аспирант профессора Г.М. Фихтенгольца, И.М. Либерман, С.П. Оловянишников, аспиранты профессора А.Д. Александрова и его студент П.О. Костелянец. Либерман, специализирующийся по кафедре геометрии, еще на 4-м курсе написал статью, опубликованную в ДАН СССР. По результатам работы в аспирантуре в ДАН СССР и в Математическом сборнике им было опубликовано 5 статей как по геометрии, так и по теории функций вещественной переменной. С.П. Оловянишников вместе со своим научным руководителем занимался исследованиями, которые вылились потом в общую теорию выпуклых поверхностей. Как писал о своих учениках А.Д. Александров, «война уничтожила эти блестящие таланты... В их короткой жизни мы должны черпать пример трудоспособности, жизненной стойкости». Среди погибших молодых матмеховцев аспирант М.Я. Перельман, сын известного ученого, популяризатора физ.- мат. наук Я.И. Перельмана, аспиранты-математики Х.А. Донихи, Я.З. Лившиц-Озерский, Г.Е. Цветков, Г.М. Хейсин, Б.Л. Эпштейн, аспиранты-механики В.Г. Махоткин, И.М. Никифоров, Н.Л. Тараховский, выпускник матмеха М.Р. Кузьмин, сын известного математика, профессора Университета Р.О. Кузьмина, студент И.Г. Чернин и многие другие. Они трудились, сражались и погибли за свою Родину, любимый город, родной университет.

Л и т е р а т у р а

1. Александров А.Д. Академик Александр Данилович Александров. М.: Наука, 2002. 394 с.
2. Книга памяти Ленинградского-Санкт-Петербургского университета 1941-1945. Санкт-Петербург.

The Students and Postgraduates of the Department of Mathematics and Mechanics of LGU in the Great Patriotic War

L.A. Arkhangelskaya, S.I. Dmitrieva
Saint-Petersburg State University, Russia

The report is devoted to participation of the students and postgraduates of the faculty of mathematics and mechanics of LGU in the Great Patriotic War.

АЛЕКСАНДРА ВАСИЛЬЕВНА БЕЛОВА: К 95-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ

Л.А. Архангельская, Е.А. Нагнибеда, М.А. Рыдалевская

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: ala@oarkh.spb.ru, e_nagnibeda@mail.ru, Rydalevska@rambler.ru

5 мая 2011 года исполнилось 95 лет со дня рождения Александры Васильевны Беловой, доцента кафедры гидроаэромеханики математико-механического факультета Ленинградского государственного университета. Александра Васильевна много лет работала в ЛГУ, отдавая свои силы и знания подготовке специалистов в области механики жидкости и газа.

А.В. Белова была однокурсницей С.В. Валландера. В 1939 году она окончила университет, получив диплом с отличием по специальности механика. В 1951 году Александра Васильевна успешно защитила кандидатскую диссертацию под руководством С.В. Валландера. В том же году она стала преподавателем математико-механического факультета ЛГУ. Студенты и коллеги с большим уважением относились к Александре Васильевне. Студенты чувствовали ее внимание, требовательность и заботу. Коллеги ценили ее ответственное отношение к делу, присущее ей острое чувство справедливости, сдержанный и культурный стиль поведения.

С С.В. Валландером их связывала искренняя дружба. После его кончины в июне 1975 года Александра Васильевна взяла на себя труд по подготовке к печати его лекций по гидроаэромеханике.

А.В. Беловой не стало 4 ноября 2008 года, ей было 92 года.

Вспоминая Александру Васильевну, мы понимаем, как велико было ее влияние на жизнь кафедры и на людей, с которыми она общалась.

Alexandra Vasilievna Belova: On the 95th Anniversary of Her Birth

L.A. Arkhangel'skaya, E.A. Nagnibeda, M.A. Rydalevskaya

Saint Petersburg State University, Russia

The report is devoted to A.V. Belova, who worked many years in Leningrad State University, in the chair of hydroaeromechanics.

ТРУДЫ ПРОФЕССОРА Г.В. КОЛОСОВА ПО БИОМЕХАНИКЕ**И.И. Демидова***Санкт -Петербургский государственный университет, Россия*

E-mail: maria_ib@mail.ru

КОЛОСОВ Гурий Васильевич (12 (ст. стиль).08.1867 -1936) родился в селе Устье Новгородской губернии. В 1889 году окончил Петербургский университет с дипломом первой степени. Тема работы – «О кручении призм». С 1902 года – приват-доцент в Юрьевском (Дерптском) университете. В мае 1903 года защитил магистерскую диссертацию «О некоторых видоизменениях начала Гамильтона в применении к решению вопросов механики твердого тела». В 1910 году защитил докторскую диссертацию «Об одном приложении теории функции комплексной переменной к плоским задачам теории упругости». По мнению академика Грузинской академии наук Н.И. Мусхелишвили – ученика Г.В. Колосова, «ему первому удалось выразить общее решение уравнений плоской задачи через две (независимые друг от друга) аналитические функции комплексного переменного, что дает возможность применять к плоской задаче хорошо разработанную теорию аналитических функций». В теории упругости известна формула Колосова–Мусхелишвили. С 1913 года и до конца жизни Гурий Васильевич был заведующим кафедрами теоретической механики Петербургских Электротехнического института и Университета. Он был убежден в том, что «студента необходимо в науке возможно скорее выводить на позиции туда, где стреляют». В 1931 году он был избран членом-корреспондентом АН СССР.

Кроме этого Гурий Васильевич – автор работ по биомеханике. Его идея заключалась в том, что математический метод исследования приложим ко всем окружающим нас явлениям. В Дерптском университете Г.В. Колосов дал объяснения строения кости с позиции теории упругости медику Н. Корниловичу. В своей монографии, вышедшей в 1935 году, Г.В. Колосов подчеркнул значимость закона Вольфа. В этой монографии автор привел картины изостат (линии равных напряжений) в кости. Г.В. Колосовым были написаны работы, посвященные применению математической теории вероятности к вопросу о заражении эклампсией (Врач. 1901. № 32) и математической теории прибора для определения кровяного давления.

Л и т е р а т у р а

1. Колосов Г.В. Применение комплексной переменной к теории упругости. М.-Л. ОНТИ. 1935. 224.
2. Мусхелишвили Н.И. Гурий Васильевич Колосов. Некролог// Успехи математических наук, 1938, в. 1У. С. 279-281.
3. Ряго Г. Из жизни деятельности четырех замечательных математиков Тартуского университета (Бартелье М., Миндин Ф., Молин Ф.Э., Колосов Г.В.) // Ученые записки Тартуского ун-та. 1955. Вып. 37. С. 74-105.
4. Ермолаева Н.С. Докторская диссертация Колосова Г.В. и ее оценка В.А. Стекловым.//Ист. мат. исслед. 1984. Вып. 31. С. 52-75.

The Biomechanical Transactions of Professor G.V. Kolosov**I.I. Demidova***Saint Petersburg State University, Russia*

The G.V. Kolosov's works on the biomechanics are discussed.

ГИДРОМЕХАНИКА ДАНИИЛА БЕРНУЛЛИ И ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА В ПЕТЕРБУРГСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК – ХРОНОЛОГИЯ НА ФОНЕ ЭПОХИ

И.Е. Лопатухина¹, А.Л. Лопатухин², Е.Н. Поляхова¹

¹*Санкт-Петербургский государственный университет,*

²*ООО Ирисофт, Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: irevlo@gmail.com, alexeylo@gmail.com, pol@astro.spbu.ru

1724, 28 января — Правительствующий Сенат утверждает именной указ Петра I об учреждении Петербургской Императорской Академии наук.

1725, сентябрь — начало первых научных заседаний Академии.

Известно, что в стенах Петербургской Академии наук Даниил Бернулли (Daniel Bernoulli, 1700-1782) и Леонард Эйлер (Leonhard Euler, 1707-1783) начали исследования основ механики жидкости в 20-х годах XVIII столетия, закончившиеся основополагающими результатами, во многом определившими последующий ход развития гидромеханики. Это же относится к работам Эйлера по классической механике. Среди списка публикаций Эйлера, насчитывающего около 850 работ, его работы по механике жидкости и твердого тела весьма многочисленны. Среди работ по гидродинамике следует отметить книгу «Наука морская, или трактат о судостроении и управлении кораблями» (1749). В ней изложена общая теория равновесия и устойчивости плавающих тел и применение этой теории к анализу вопросов, связанных с конструкцией и нагрузкой кораблей.

Д. Бернулли проработал в России почти 8 лет (1725–1733). Здесь он подготовил монографию по гидродинамике, черновой вариант которой оставил в Петербургской Академии. В Базеле он переработал и дополнил текст. Книга вышла в Страсбурге в 1738 г. Это была «Гидродинамика» – большая книга в 13 частях. В ней содержится не только разработка математических основ гидродинамики, но и описание различных новых опытов и гидравлических устройств, что придает монографии еще большую ценность.

Л и т е р а т у р а

1. Копелевич Ю. Х., Ожигова Е. Н. Научные академии стран Западной Европы и Северной Америки. Л. Наука, 1989. 413 с.
2. Лопатухин А.Л., Лопатухина И.Е., Поляхов Н.Н., Поляхова Е.Н. Основополагающие работы Д. Бернулли и Л. Эйлера по гидромеханике в Петербургской Академии наук // Всероссийский семинар по аэрогидродинамике, посвященный 90-летию С.В. Валландера. Тезисы докладов. СПб. СПбГУ. 2008. С. 81-82.
3. Григорьян А.Т. Механика в России. М. Наука. 1978. 193 с.

Daniel Bernoulli's Flow Mechanics in St. Petersburg Academy of Sciences. Key Facts and Dates

I.E. Lopatukhina¹, A.L. Lopatukhin², E.N. Polyakhova¹

¹*Saint Petersburg State University,*

²*ООО Irisoft, Saint Petersburg, Russia*

The Euler's and Bernoulli's works in the field of flow dynamics during their work at the St. Petersburg Academy of Sciences are discussed.

ТЕОРЕМА ГУРВИЦА И ЭКСПЕРИМЕНТЫ РЕЗЕРФОРДА**М.А. Миркин***Санкт-Петербургский государственный университет, Россия*

E-mail: orlova-1@mail.ru

Обсуждаются теоремы Гурвица и Фробениуса. На основании принципов Гаусса и Герца анализируются работы классиков механики, послужившие основанием для создания теории относительности и экспериментов Резерфорда. Эти работы формируют современное мировоззрение в области механики, физики и математики.

Hurwitz's Theorem and Experiments of Rutherford**M.A. Mirkin***Saint Petersburg State University, Russia*

Hurwitz's theorem and Frobenius are discussed. Principles of Gauss and Hertz are considered. Fundamental works of mechanics, giving rise to the theory of relativity and the experiments of Rutherford, are analyzed. These works form the modern world in the field of mechanics, physics and mathematics.

В.Н. ЩЕЛКАЧЕВ «ДОРОГА К ИСТИНЕ»**Н.Н. Поляхов¹, В.С. Сабанеев²**¹*Санкт-Петербургский политехнический университет,*²*Санкт-Петербургский государственный университет, Россия*

E-mail: pol@astro.spbu.ru

В 2007 году вышла книга о жизни и деятельности крупного ученого в области теории и анализа мирового опыта разработки нефтяных месторождений, одного из создателей подземной гидродинамики Владимира Николаевича Щелкачева (1907–2005), профессора Московского Университета нефти и газа, Заслуженного деятеля науки и техники РСФСР. Книга выпущена в связи со 100-летием со дня рождения ученого. В ней дана широкая картина научной жизни начиная с 1920-х годов, приведены воспоминания об ученых–математиках и механиках Московского университета, в котором В.Н. Щелкачев учился вместе Н.Н. Поляховым. Отмечена роль Н.Н. Поляхова в развитии теоретической механики и методики ее преподавания.

V.N. Schelkachev “Way to Verity”**N.N. Polyakhov¹, V.S. Sabaneev²**¹*Saint Petersburg State Polytechnic University,*²*Saint Petersburg State University, Russia*

Portraits of Scientists in Mathematics and Mechanics is given since 1920th in memoir – book of Professor V.N. Schelkachev (1907–2005), published in 2007 to his 100-Anniversary.

**О БИБЛИОГРАФИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ ПРОФЕССОРА
Н.Н. ПОЛЯХОВА ПО ИСТОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ СОБРАНИЙ СОЧИНЕНИЙ
М.В. ЛОМОНОСОВА В РОССИИ В XVIII–XX в.в.
(К 300-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ М.В. ЛОМОНОСОВА В 2011 г.)**

Е.Н. Поляхова¹, Н.Н. Поляхов²

¹*Санкт-Петербургский государственный университет,*

²*Санкт-Петербургский политехнический университет, Россия*

E-mail: pol@astro.spbu.ru

17 ноября 2011 г. исполнилось 300 лет со дня рождения Михаила Васильевича Ломоносова. За эти три столетия в России вышло десять изданий его Сочинений. Занимаясь историей механики и особенно работами по механике великого Леонарда Эйлера, Н.Н. Поляхов заинтересовался историей Петербургской Академии Наук и контактов Эйлера (1707-1783) с Ломоносовым (1711-1765) по их переписке: как известно оба гения отечественной науки никогда не были знакомы лично: Эйлер уехал из Петербурга в Берлин весной 1741 г., а Ломоносов вернулся в Петербург из Германии летом того же года (они «разминулись» в дороге). Эйлер вернулся в Россию в 1766 г. – через год после смерти М.В. Ломоносова. Их переписка касалась перевода на русский язык книги Эйлера *Sciencia Navalis* и предисловия, которое Ломоносов писал к этой книге в форме письма Президенту Академии Наук графу Кириллу Григорьевичу Разумовскому. Были и другие поводы к их переписке, причем Эйлер всегда очень доброжелательно относился к Ломоносову и к его работам, которые Петербургская Академия Наук присылала ему в Берлин на отзыв.

Интерес Н.Н. Поляхова к изданиям Ломоносова был поддержан еще и его сотрудничеством с секцией истории математики и механики Ленинградского отделения Института истории естествознания и техники АН СССР (теперь С.-Петербургский филиал Института истории естествознания и техники им. С.И. Вавилова РАН) и с его сотрудницей – выдающимся отечественным историком науки Еленой Петровной Ожиговой (1923-1994). Остались разрозненные записи Н.Н. Поляхова о публикациях Собраний Сочинений Ломоносова. Поскольку этот библиографический материал им не был опубликован, мы попытались восполнить этот список публикаций, дополнив его данными по изданиям Сочинений за истекшие пятьдесят лет. Кроме того, второй из авторов доклада занимался латынью Ломоносова для составления научного русско-латинского словаря по математике и механике в аспекте научной латыни XVIII в., т. е. латыни Эйлера и Ломоносова.

Научная биография М.В. Ломоносова влечет за собой столь широкий спектр исторических, биографических, гуманитарных и естественно-научных вопросов, что даже к 300-летию ученого в 2011 г. еще многие из них остаются недостаточно изученными. Ломоносовская тема в мировой науке и в истории науки поистине неисчерпаема и до сих пор. В СССР развитие ломоносовской темы было связано с именем С.И. Вавилова (1891-1951) – физика, историка науки, Президента Академии Наук СССР в 1945-1951 г.г. По инициативе С.И. Вавилова при Академии Наук была создана Комиссия по исследованию творчества Ломоносова, которой было, в частности, предложено начать подготовку первого Полного Собрания Сочинений Ломоносова (десятого издания). Восьмой (последний) том предпоследнего, так называемого Академического (девятого) Издания под редакцией самого С.И. Вавилова вышел в 1948 г., хотя началось издание еще в 1891 г. по инициативе академика-ломоносоведа М.И. Сухомлинова.

С.И. Вавилов был также инициатором создания в Ленинграде мемориального Музея Ломоносова во втором этаже здания Кунсткамеры, который был открыт 5 января 1949 г. в присутствии всех членов Президиума АН СССР. На открытии С.И. Вавилов выступил с речью, в которой поставил перед Музеем задачу стать центром по изучению творческого наследия великого ученого.

По инициативе С.И. Вавилова после Великой Отечественной Войны была начата работа над последним (к настоящему времени), десятым изданием сочинений Ломоносова – «Полным Собранием Сочинений» в одиннадцати томах, осуществленным с 1950 по 1983 г.г. С.И. Вавилов сам возглавил главную редакцию издания. В отличие от прежних изданий первые пять томов были посвящены естественно-научным трудам Ломоносова, а одиннадцатый, завершающий том, вышедший только в 1983 г., служил справочным томом.

Предлагается краткий обзор истории публикаций десяти изданий Собраний Сочинений Ломоносова в России, выполненных на протяжении XVIII–XX в.в. начиная с первого, еще прижизненного, издания его сочинений в 1751 г. по сохранившимся библиографическим записям профессора Н.Н. Поляхова.

Profesor N.N. Polyakhov's Investigations in M.V. Lomonossov's Collected Works
Publication History in XVIII–XX centuries (To 300-Anniversary of Michael
Lomonossov in 2011)

E.N. Polyakhova, N.N. Polyakhov

¹*Saint Petersburg State University,*

²*Saint Petersburg State Poletchnic University, Russia*

17 November 2011 – it was M.V. Lomonossov 300-Anniversary Jubilee. The history of his Collected Works publications in Russia and USSR during three centuries beginning with their first edition in 1751 is discussed according to several notes done by Prof. N.N. Polyakhov fifty years ago. The founding information is added by new bibliographical issues.

**АКАДЕМИК В.И. СМИРНОВ И ПРОФЕССОР Н.Н. ПОЛЯХОВ – ИСТОРИКИ
НАУКИ (ПО МАТЕРИАЛАМ ВТОРОГО ИЗДАНИЯ КНИГИ
«ВЛАДИМИР ИВАНОВИЧ СМИРНОВ»)**

Е.Н. Поляхова, Е.В. Смирнова

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

E-mail: pol@astro.spbu.ru

В 2006 г. в издательстве «Наука» было осуществлено второе дополненное издание книги «Владимир Иванович Смирнов (1887-1974)» в серии «Научно-биографическая литература» РАН. Ответственными редакторами книги были академик О.А. Ладыженская (ск. в 2003 г.) и профессор В.М. Бабич, составителями книги – историки математики Е.П. Ожигова (ск. в 1994 г.) и Г.П. Матвиевская. В книге дана научная биография выдающегося отечественного математика академика В.И. Смирнова, написанная его учениками и коллегами на основе анализа его трудов и личных воспоминаний. Второе издание дополнено воспоминаниями ученых о В.И. Смирнове и материалами о пребывании Ленинградского Университета в эвакуации в Елабуге в 1941-1944 г. г. во время Великой Отечественной Войны.

В книге три главы: I. Биографический очерк, II. О математических работах, III. Воспоминания. Первая глава содержит девять статей, из которых три последние посвящены деятельности В.И. Смирнова как историка математики и механики:

1. А.В. Кольцов, Г.П. Матвиевская, Е.П. Ожигова. Историк Науки. (Общие проблемы истории науки, Подготовка «Истории Академии Наук СССР», Математика в России XVIII в., Научное наследие Леонарда Эйлера, Математика XIX-XX в.в., Очерки об ученых и издание их трудов, Математика в Петербургском–Ленинградском университете).
2. Б.А. Малькевич. Архив Академии Наук.
3. С.П. Луппов, Л.Ф. Николаева. Библиотека Академии Наук.

В этих статьях, написанных историками науки и сотрудниками Библиотеки АН и Архива АН, отмечена редкая широта научных интересов В.И. Смирнова и энциклопедичность его познаний, объясняющие то, что на протяжении многих лет он проявлял огромное внимание к истории науки и оставил в этом направлении неизгладимый след. В лице В.И. Смирнова очевиден пример ученого, сочетавшего собственную высокую административную, педагогическую и научную активность с многолетней работой профессионального историка своей науки. В разделе «Воспоминания» приведены 27 статей ученых о В.И. Смирнове, в числе которых А.Д. Александров, С.В. Валландер, С.Г. Михлин, Н.Н. Поляхов, В.А. Якубович и другие профессора математико-механического факультета ЛГУ.

В своих воспоминаниях о В.И. Смирнове Н.Н. Поляхов отмечает роль В.И. Смирнова в развитии механики в ЛГУ, рассказывает об их совместном увлечении историей науки, о совместной издательской деятельности в этой области. Всего у В.И. Смирнова было 75 публикаций по истории науки, включая ценные библиографические исследования, редакционную работу над «Трудами» М.В. Остроградского, А.Н. Крылова, А.М. Ляпунова, Л. Эйлера и др., а также юбилейные статьи об ученых. Совместно В.И. Смирнов и Н.Н. Поляхов написали несколько статьи о развитии науки на математико-механическом факультете и юбилейные статьи об А.Д. Александрове и Л.Н. Сретенском. В своих воспоминаниях Н.Н. Поляхов пишет: «В истории математики В.И. Смирнов находил свое отдохновение. Хочется и в этой области иметь право считать его своим учителем!».

Academician V.I. Smirnov and Professor N.N. Polyakhov – Historians
of Science (According to the Second Edition of the Book
«Vladimir Ivanovich Smirnov (1887-1974)»)

E.N. Polyakhova, E.V. Smirnova
Saint Petersburg State University, Russia

The second edition of the book about academician V.I. Smirnov is published in 2006 by Russian Academy of Sciences as a scientific biography. Among many articles about both the scientist's life and his administrative activity, scientific and pedagogical works and books and among 27 articles of his colleagues and pupils reminiscents about V.I. Smirnov, three of them concern his professional activity in history of Mathematics and Mechanics, the article of N.N. Polyakhov' reminiscence about him including. Problems of History of Science are discussed. Common works of Smirnov and Polyakhov in the region of History of Science are mentioned.

**О РАЗВИТИИ СВЯЗИ НЕГОЛОНОМНОЙ МЕХАНИКИ
С ЗАДАЧАМИ УПРАВЛЕНИЯ**

Ш.Х. Солтаханов

Чеченский государственный университет, Грозный, Россия
E-mail: Soltakhanov@yandex.ru

В докладе исследуется развитие связи математического аппарата, созданного для неголономных систем со связями высокого порядка, с решением задач управления колебаниями механических систем как с конечным числом степеней свободы, так и с распределенными параметрами.

Работа выполнена при поддержке Государственного Контракта ГК.2.740.11.0619 от 29.03.2010.

Л и т е р а т у р а

1. Поляхов Н.Н., Зегжда С.А., Юшков М.П. Обобщение принципа Гаусса на случай неголономных систем высших порядков // Докл. АН СССР. 1983. Т. 269. № 6. С. 1328-1330.
2. Зегжда С.А., Солтаханов Ш.Х., Юшков М.П. Неголономная механика. Теория и приложения. М.: Наука, 2009. 344 с.
3. Черноусько Ф.Л., Акуленко Л.Д., Соколов Б.Н. Управление колебаниями. М.: Наука. 1980. 384 с.
4. Солтаханов Ш.Х. Гашение колебаний консоли // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. № 4. С. 105-112.

**On the Development of the Relationship between the Nonholonomic
Mechanics and Control Problems**

Sh.Kh. Soltakhanov

Chechen State University, Grozny, Russia

The report shows the relationship between the nonholonomic mechanics with high-order constraints and solving the control problems of distributed parameters systems with the finite number of degrees of freedom.

ОСНОВНЫЕ ВЕХИ РАЗВИТИЯ НАУКИ

А.Л. Торговицки

Афека, Инженерный Тель-Авивский колледж, Израиль

E-mail: anatorgov@gmail.com

Когда и где зародилась наука? В пятом веке до нашей эры в древней Греции возник интерес к устройству Мира. Это были философские вопросы бытия, на которые Аристотель пытался дать ответы. Философия Аристотеля оказала большое влияние на последующие поколения.

Самым талантливым учёным того времени безусловно был Архимед. Архимед положил начало гидростатике. Основная заслуга Архимеда в том, что он впервые применил математический аппарат для решения физических проблем. Возникает вопрос: чем отличается гений от простых смертных?

Эпоха возрождения в Европе дала миру новую плеяду открытий и новую плеяду ученых. Самым выдающимся из них является Галилео Галилей. Галилео Галилей считается родоначальником современной науки. Основной вклад Галилея в науку-это то, что он объединил три ветви: математику, физику и астрономию, которые до этого времени были разрознены, а также он был первым учёным, который увидел, что и к движению небесных тел можно применить научный подход.

В 1642 г., в год смерти Галилея, родился ещё один гений, Исаак Ньютон. Он первым выдвинул идею, что все теории и гипотезы должны быть проверены на опытах. Ньютон был первым учёным, который использовал математику для объяснения законов природы. Три закона Ньютона объясняют, каким образом движутся тела. Свои соображения он изложил в книге «Математические начала», изданной в 1687 г. и ставшей самой значительной книгой за всё время существования науки. Как бы развивалась наука, если бы не было Ньютона?

Почти 200 лет никто не сомневался в правильности теории Ньютона. И когда возникло противоречие между теорией Ньютона и теорией электромагнитного поля, разработанной Максвеллом в 1865 г., то новый гений, Альберт Эйнштейн, разрешил это противоречие, отказавшись от понятия абсолютного времени. Эта идея была положена в основу частной теории относительности Эйнштейна, опубликованной в 1905 г., согласно которой: 1) масса эквивалентна энергии; 2) ничто не может двигаться быстрее скорости света; 3) скорость света постоянна.

В 1916 г. Эйнштейн опубликовал свою новую работу, общую теорию относительности, которая стала вершиной его деятельности, его самым значительным успехом. Согласно этой теории, гравитация – это не обычная сила, а следствие искривления пространства – времени.

В настоящее время учёные полагают, что нас ожидает большая революция в науке, новая теория, возможно квантовая теория гравитации, которая, скорее всего, будет плодом нового гения.

Л и т е р а т у р а

1. Seife C. Zero. Copyright, 2000, 256 p.
2. Melvyn Bragg. On Giants' Shoulders. Copyright, 1998, 325 p.
3. Хокинг С. Краткая история времени. От большого взрыва до чёрных дыр, Амфора, Эврика 1987. 102 с.

Important Event of Science's Development

A.L. Torgovitsky

Afeka, Tel Aviv Academic College of Engineering, Israel

The presentation focuses on four scientists who symbolize important events in the development of science mechanics, in particular. We shall discuss the contributions of Archimedes- the patriarch of science, Galileo Galilee – the founder of modern science and Newton and Einstein- the outstanding revolutionists. Philosophical problems of science will be considered.

AUTHOR INDEX

- Abramian A.K., 17
Abramov A.A., 108
Abramyan A.K., 206
Adlaj S., 18
Adrianov A.L., 109
Adzhiev S.Z., 106
Akimov G.A., 267
Aksenova O.A., 111
Aktershev S.P., 111
Akulenko L.D., 25
Aldoshin G.T., 26
Aleksandrov A.Yu., 82
Aleschenko S.P., 218
Alexeev R.A., 252
Ambrazevičius A., 103
Amelyushkin I.A., 112
Andronov P.A., 28
Anolik M.V., 103
Anoshina E.E., 207
Arkhangelskaya L.A., 268, 269, 270
Arkhipova L.P., 113
Arutyunyan A.R., 208
Arutyunyan R.A., 208
- Babalashvili B., 260
Babenkov M.B., 209
Bagaev D.V., 114
Bahareva, 210
Bakaleinikov L.A., 198
Bakulev V.L., 188
Barabanov I.N., 29
Bauer S.M., 253
Bazhenov A.N., 115
Begun P.I., 254
Belkin A.A., 179
Belousov Yu.A., 30
Ben-Dor, 211
Berdichevskiy E.G., 212
Berdnikov K.V., 213
Bestuzheva A.N., 116
Bobarykina T.A., 117
Bobyliiev D.E., 214
Bochkarev A.O., 215
Bogatko V.I., 118
Bondareva A.L., 140
Bosiakov S.M., 255, 263
Botalov A.Y., 119
Brykina I.G., 120
Brykov N.A., 121
Bukreev I.M., 122
Bulovich S.V., 115, 122
Burlutskiy E., 104, 105
Butkovsky A.V., 108
Byachkov A.B., 30, 32
Bykov V.G., 31
- Chalov S.A., 114
Chernov S.V., 90, 91
Chirkashenko V.F., 117
Chistov A.L., 172
Chivilikhin S.A., 195
- Dahl Y.M., 10
Demidova I.I., 258, 271
Dievsky V.A., 34
Dmitrieva S.I., 268, 269
Do X.D., 132
Dobroselsky K.G., 133
Dolicinin C., 22
Dolicinin D., 23
Dosaev M.Z., 36
Dragan I.I., 186
Dubinsky, 211
Durseneva M.V., 37
- Egorichev O.O., 141
Egorov B.V., 132
Elperin, 211
Ender A.Ya., 198, 199
Ender I.A., 198, 199
Eremeeva M.S., 224
Ermakov A.M., 225, 226
Ershov B.A., 134, 240
Ershov I.V., 130
- Fedorov A.A., 72
Fedorova M.Y., 37, 72
Fedorovsky G.D., 246
Fedoseenko S.I., 231
Filippov S.B., 247
Flegontova E.Yu., 198
Fomin V.M., 262
Funtikov Yu.V., 221
- Gamilov T.M., 256
Ganeev O.V., 126
Ganimedov V.L., 262
Gaponov S.A., 127, 128
Gavrilov D.N., 219
Gerasimenko A.B., 199
Gladkiy S.L., 220
Gorbachev Yu.E., 144
Gorbunov A.A., 154
Gorihovskiy V.I., 257
Grafutin V.I., 221
Grahovac N., 251
Grechko I.Ju., 223
Grekov M.A., 205, 216, 222

Grigoriev I.S., 83
 Grigoryev Yu.N., 130
 Gruskovskaya V.V., 33
 Gunko N.A., 130
 Gunko Yu.F., 130
 Gusev Ya.A., 131
 Guvernuik S.V., 141

Hambardzumyan S.R., 27
 Hitrih D.P., 159

Iakovlev S.P., 26
 Ignatkova M.G., 197
 Igolkin S.I., 154
 Ilinskaya A.V., 42
 Ilyukhina O.V., 221
 Indeitsev D.A., 206
 Isaev S.A., 141
 Ishkhanyan M.V., 43
 Istomin V.A., 142
 Itskovich M.O., 51
 Ivanov A.P., 60
 Ivanov D.A., 179
 Ivanov D.N., 240
 Ivanov M.S., 160
 Ivanova E.A., 217
 Ivanova O.V., 253

Kachanov A.B., 259
 Kadashevich Yu.I., 228
 Kalenova V.I., 44
 Kanin M.A., 229
 Karapetyan A.V., 45
 Kashtanova S.V., 230
 Kasper R., 19
 Katauskis P., 106, 251
 Kats V.M., 231, 232
 Kaunenka T.I., 259
 Khalidov I.A., 111
 Khamidullin M.R., 191
 Khantuleva T.A., 192
 Khanukaev Y.I., 73
 Kholodova S.E., 174
 Kholostova O.V., 74
 Khvisevich V.M., 248
 Kirilovskiy S.V., 143
 Kiseleva M.A., 45
 Kislova S.Yu., 233
 Klimina L.A., 36
 Kolesnichenko E.G., 144
 Kolesnikov E.K., 88, 89, 90, 91, 92
 Kolton G.A., 118
 Kolyari I.G., 47
 Kornev N.V., 141
 Kornikov V.V., 259
 Korolev V.S., 49, 93
 Korowkin V.V., 48

Korshunova E.V., 150
 Kostyrko S.A., 205
 Kotov V.L., 234
 Kovalev M.D., 46
 Kovincic N., 251
 Kravchuk R.U., 56
 Krivtsov A.M., 242
 Kryachko A.F., 96
 Kryachko M.A., 94
 Krylova E.G., 253
 Kugushev E.I., 50
 Kuibin P.A., 111
 Kuleshov A.S., 51
 Kuleshova Ju.D., 145
 Kunova O.V., 147
 Kurbatova G.I., 148
 Kustova E.V., 142, 149, 150, 151, 152
 Kuteeva G.A., 98, 134
 Kuzmin A.G., 181
 Kuznetsov M.M., 145
 Kuznetsova D.V., 146

Larina I.N., 153
 Lashkov V.A., 176
 Lebedev D.A., 52
 Leonov G.A., 45
 Leshchenko D.D., 25
 Lihachyov V.M., 96
 Litvinov A.V., 192
 Lobachev M.P., 114
 Lobanova M.A., 154
 Logvinenko E.V., 138
 Lokshin B.Ya., 36
 Lopatukhin A.L., 272
 Lopatukhina I.E., 272
 Lukin A.A., 231
 Lyusin V.D., 155

Maevskaya K.V., 156
 Makarkin D.V., 157
 Makarova A.A., 234
 Makhavikou V.A., 19
 Malamanov S.U., 159
 Malkov E.A., 160
 Manuilov A.S., 88, 89
 Markeev A.P., 54
 Masko L.V., 214
 Matveev S.K., 161
 Mekhonoshina M.A., 151
 Melnikov A.U., 162
 Melnikov G.I., 56, 57
 Melnikov V.G., 55
 Memnonov V.P., 163
 Mi-Ching Tsai, 36
 Mikhasev G.I., 260
 Mikheev A.V., 235
 Mirkin M.A., 273
 Miroshin R.N., 164

Mochalova Yu.A., 206
 Molleson G.V., 165
 Morozov A.A., 180
 Morozov N.F., 13, 230
 Morozov V.A., 231, 232, 236
 Morozov V.M., 42, 44
 Morshinina A.A., 237
 Morshinina D.A., 238
 Moshkin R.P., 20, 24
 Mostovykh P.S., 189
 Motorin A.S., 57
 Muchnaya M.I., 262
 Munitsyn A.I., 239
 Munitsyna M.A., 58
 Myasishcheva G.G., 221

Nadymov E.N., 167
 Nagnibeda E.A., 9, 152, 156, 166, 270
 Narbut M.A., 223
 Naumova N.V., 240
 Nazmutdinov A.F., 161
 Negmatov M.A., 123
 Nezderov A.A., 30
 Nikolaev S.N., 257
 Novikov A.N., 168
 Nuriev A.N., 169
 Nyapshaev I.A., 226

Obgadze T., 260
 Okunev Yu.M., 59
 Ostov Y.J., 60
 Otradnova L.S., 50
 Ovchinnikova O.K., 172
 Ovsyannikov V.M., 171

Pakhomov M.A., 173
 Panchenko A.Yu., 242
 Panova S.A., 61
 Pascal M., 21
 Pasyukova I.A., 61
 Pautov A.A., 253
 Pavilaynen G.V., 229
 Pavlovsky V.A., 172
 Pavlovskiy V.A., 159
 Pelukhov R.V., 228
 Peregudin S.I., 174
 Perezhogin A.A., 97
 Perunov M.V., 120
 Pestrenin V.M., 241
 Pestrenina I.V., 241
 Petrov A.G., 257
 Petrov N.A., 98
 Pilishkin V.N., 62
 Podolskaya E.A., 242
 Podolsky M.E., 175
 Polivanov P.A., 124
 Poljanskij A.F., 176

Polyakhov N.N., 273, 275
 Polyakhova E.N., 272, 275, 276
 Pomytkin S.P., 228
 Poplavskaya T.V., 143
 Popova E.A., 148
 Potashev K.A., 183, 191
 Potekhina E.A., 118
 Privalova O.G., 59
 Prokopev E.P., 221
 Pronina Yu.G., 243
 Prozorova E.V., 176

Rachinskaya A.L., 25
 Raybov V.M., 244
 Rodnikov A.V., 81
 Rodyukov F.F., 63
 Rogov B.V., 120
 Romanyuk D.A., 177
 Rubashova D.A., 254
 Rudyak V.Ya., 178, 179
 Rusinova A.M., 64
 Ryabinin A.N., 181
 Rydalevskaya M.A., 9, 180, 270
 Rykov V.A., 153

Sabaneev V.S., 273
 Sadovsky A.S., 262
 Saifutdinov T.R., 183
 Samsonov V.A., 13, 59
 Sapach Y.O., 253
 Savelev G.I., 221
 Savin A.V., 182
 Savin E.S., 65
 Schepilina O.V., 254
 Scherbak N.V., 139
 Selyutskiy Yu.D., 28, 36
 Semenov B.N., 206, 224
 Sentemova O.S., 66
 Serova V.D., 185
 Shakhoal S.N., 56
 Shamolin M.V., 75
 Sharafutdinov I.Z., 166
 Shatrov E.A., 76
 Shematovich V.I., 196
 Shepelenko V.N., 262
 Shevelev Yu.D., 152
 Shipilov S.S., 236
 Shlyannikov V.N., 233
 Shmyrov A.S., 99
 Shmyrov V.A., 99
 Shpilevskiy I.E., 255
 Shumkov S.G., 197
 Shur N.A., 187
 Sibgatullin I.N., 146
 Sidorenko A.A., 124
 Sinilshchikov V.B., 186
 Skakauskas V., 106, 251
 Skvortsov A., 251

Slavashevich I.L., 260
 Smirnov E.M., 187
 Smirnov I.V., 245
 Smirnov P.G., 182
 Smirnova E.V., 276
 Smorodsky B.V., 127
 Smotrova L.V., 145
 Smyshlyaeva L.G., 67
 Sokolov L.L., 98
 Soltakhanov Sh.Kh., 11, 276
 Spasic D., 22, 251
 Spasic D.T., 11, 22
 Srtuzhanov, 210
 Stasenko A.L., 165
 Stefanovic M., 23
 Stepanov S.Ya., 21
 Stepanova P.P., 68
 Strelkova N.A., 69
 Struzhanov V.V., 213
 Sudenkov Yu.V., 224, 245
 Sudyankov Y.V., 227
 Suhodolskaya N.N., 24
 Surov A.V., 172
 Sviridivich V.I., 111
 Syraleva M.N., 187
 Syzranova N.G., 152

Tarasova A.A., 234
 Tcheremissine F.G., 194
 Terekhova N.M., 127, 128, 187
 Terentiev A.D., 70
 Tikhonov A.A., 82
 Tirskiy G.A., 120
 Tkhai V.N., 29, 71
 Torgovitsky A.L., 277
 Tovstik P.E., 13
 Trofimenko P.V., 261
 Tsibarov V.A., 193
 Tsirkunov Yu.M., 131, 154, 177
 Tsitelov I.M., 176
 Tsyryulnikov I.S., 143
 Tumanov A.V., 233

Usacheva T.V., 225
 Usdin A.M., 37, 72
 Ushakov A.P., 190
 Uskov V.N., 188, 189, 190
 Usov A.G., 48

Vakulenko S.A., 17
 Vedenyapin V.V., 106, 123
 Veremeichic A.I., 248
 Vikulina Yu.I., 216
 Vilchevskaya E.N., 217
 Vishnyakov O.I., 124
 Vnuchkov D.A., 162
 Volkov A.A., 125

Volkov A.E., 218
 Vovnenko N.V., 227

Yakovchuk M.S., 168
 Yakovenko A.V., 200
 Yakovenko G.N., 77
 Yakovlev A.B., 92
 Yakovlev A.Yu., 202
 Yartsev B.A., 244
 Yaskevich A.V., 78
 Yasnitskiy L.N., 220
 Yazovskaya A.A., 222
 Yuditseva D.A., 193
 Yurkevich K.S., 255, 263
 Yushkov M.P., 11, 38

Zachmatov V.D., 139
 Zaitsev A.V., 138
 Zapletin A.M., 84
 Zapletin M.P., 83, 84
 Zegzhda S.A., 11, 38
 Zhdanov V.M., 135
 Zigic M., 251
 Zimin B.A., 227
 Zimovshikov A.S., 85
 Zlenko A.A., 86
 Zmievskaia G.I., 140
 Zobova A.A., 39
 Zotov Yu.K., 40
 Zubkov P.T., 119, 200
 Zvegintsev V.I., 162
 Zykov A.V., 88

ПЕРЕЧЕНЬ АВТОРОВ

Абрамов А.А., 107
Абрамян А.К., 206
Адрианов А.Л., 109
Акимов Г.А., 267
Аксенова О.А., 110
Актершев С.П., 111
Акуленко Л.Д., 25
Алдошин Г.Т., 26
Александров А.Ю., 82
Алексеев Р.А., 252
Алещенко С.П., 218
Амбарцумян С.Р., 27
Амелюшкин И.А., 112
Андронов П.Р., 28
Аношина Е.Е., 207
Арутюнян А.Р., 208
Арутюнян Р.А., 208
Архангельская Л.А., 268, 269, 270
Архипова Л.П., 113

Бабалашвили Б., 260
Бабенков М.Б., 209
Багаев Д.В., 114
Баженов А.Н., 115
Бакалейников Л.А., 198
Бакулев В.Л., 188
Барабанов И.Н., 29
Бауэр С.М., 252
Бахарева Е.А., 210
Бегун П.И., 253
Белкин А.А., 179
Белоусов Ю.А., 30
Бен-Дор Г., 211
Бердичевский Е.Г., 212
Бердников К.В., 213
Бестужева А.Н., 116
Бобарыкина Т.А., 117
Бобылев Д.Е., 214
Богатко В.И., 118
Бондарева А.Л., 140
Босяков С.М., 255, 263
Боталов А.Ю., 119
Бочкарев А.О., 215
Брыкина И.Г., 120
Брыков Н.А., 121
Букреев И.М., 122
Булович С.В., 115, 122
Бутковский А.В., 107
Быков В.Г., 31
Бячков А.Б., 30, 32

Веденяпин В.В., 123
Веремейчик А.И., 247
Викулина Ю.И., 216
Вильчевская Е.Н., 217

Вишняков О.И., 124
Внучков Д.А., 162
Вовненко Н.В., 227
Волков А.А., 125
Волков А.Е., 218

Гаврилов Д.Н., 219
Гамилов Т.М., 256
Ганеев О.В., 126
Ганимедов В.Л., 262
Гапонов С.А., 127, 128
Герасименко А.Б., 199
Гладкий С.Л., 220
Горбачев Ю.Е., 144
Горбунов А.А., 154
Гориховский В.И., 257
Графутин В.И., 221
Греков М.А., 216, 222
Гречко И.Ю., 223
Григорьев И.С., 83
Григорьев Ю.Н., 129
Грушковская В.В., 33
Гувернюк С.В., 141
Гунько Н.А., 130
Гунько Ю.Ф., 130
Гусев Я.А., 131

Даль Ю.М., 10
Демидова И.И., 257, 271
Диевский В.А., 34
Дмитриева С.И., 268, 269
До С.З., 132
Добросельский К.Г., 133
Досаев М.З., 36
Драган И.И., 185
Дубинский А., 211
Дурсенева Н.В., 37

Егоров Б.В., 132
Егорычев О.О., 141
Еремеева М.С., 224
Ермаков А.М., 225, 226
Ершов Б.А., 134, 239
Ершов И.В., 129

Жданов В.М., 135
Жижин Г.В., 136

Зайцев А.В., 137
Заплетин А.М., 84
Заплетин М.П., 83, 84
Захматов В.Д., 138, 139

Звегинцев В.И., 162
Зегжда С.А., 11, 38
Зимин Б.А., 227
Зимовщиков А.С., 85
Зленко А.А., 86
Змиевская Г.И., 140
Зобова А.А., 39
Зотов Ю.К., 40
Зубков П.Т., 119, 200
Зыков А.В., 87

Иванов А.П., 60
Иванов Д.А., 179
Иванов Д.Н., 239
Иванов М.С., 160
Иванова Е.А., 217
Иванова О.В., 252
Игнаткова М.Г., 197
Иголкин С.И., 154
Ильина Л.П., 41
Ильинская А.В., 42
Илюхина О.В., 221
Индейцев Д.А., 206
Исаев С.А., 141
Истомин В.А., 142
Ицкович М.О., 51
Ишханян М.В., 43

Кадашевич Ю.И., 228
Каленова В.И., 44
Канин М.С., 229
Карапетян А.В., 45
Кауненко Т.И., 258
Кац В.М., 231, 232
Качанов А.Б., 258
Каштанова С.В., 230
Кириловский С.В., 143
Киселева М.А., 45
Кислова С.Ю., 233
Климина Л.А., 36
Ковалёв М.Д., 46
Колесников Е.К., 88, 89, 90, 91, 92
Колесниченко Е.Г., 144
Колтон Г.А., 118
Коляри И.Г., 47
Корнев Н.В., 141
Корников В.В., 258
Коровкин В.В., 48
Королев В.С., 49, 93
Коршунова Е.В., 150
Котов В.Л., 234
Кравчук Р.Ю., 56
Кривцов А.М., 241
Крылова Е.Г., 252
Крячко А.Ф., 95
Крячко М.А., 94
Кугушев Е.И., 50
Кузнецов М.М., 145

Кузнецова Д.В., 146
Кузьмин А.Г., 181
Куйбин П.А., 111
Кулешов А.С., 51
Кулешова Ю.Д., 145
Кунова О.В., 147
Курбатова Г.И., 148
Кустова Е.В., 142, 149, 150, 151, 152
Кутеева Г.А., 98, 134

Ларина И.Н., 153
Лашков В.А., 175
Лебедев Д.А., 52
Леонов Г.А., 45
Лещенко Д.Д., 25
Литвинов А.В., 192
Лихачев В.М., 95
Лобанова М.А., 154
Лобачев М.П., 114
Логвиненко Е.В., 137
Локшин Б.Я., 36
Лопатухин А.Л., 272
Лопатухина И.Е., 272
Лукин А.А., 231
Люсин В.Д., 155
Маевская К.В., 156
Макаркин Д.В., 157
Макарова А.А., 234
Максимов Ф.А., 158
Маламанов С.Ю., 159
Малков Е.А., 160
Мануйлов А.С., 88, 89
Мануйлов К.В., 53
Маркеев А.П., 54
Масько Л.В., 214
Матвеев С.К., 161
Мельников А.Ю., 162
Мельников В.Г., 55
Мельников Г.И., 56, 57
Мемнонов В.П., 163
Мехоношина М.А., 151
Миркин М.А., 273
Мирошин Р.Н., 164
Михасев Г.И., 259
Михеев А.В., 235
Ми-Чин Цай, 36
Моллесон Г.В., 165
Морозов А.А., 180
Морозов В.А., 231, 232, 235
Морозов В.М., 42, 44
Морозов Н.Ф., 12, 230
Морщинина А.А., 236
Морщинина Д.А., 237
Мостовых П.С., 189
Моторин А.С., 57
Мочалова Ю.А., 206
Муницын А.И., 238
Муницина М.А., 58
Мучная М.И., 262

- Мясищева Г.Г., 221
- Нагнибеда Е.А., 9, 152, 156, 166, 270
Надымов Е.Н., 167
Назмутдинов А.Ф., 161
Нарбут М.А., 223
Наумова Н.В., 239
Негматов М.А., 123
Нездеров А.А., 30
Николаев С.Н., 257
Новиков А.Н., 168
Нуриев А.Н., 169
Няпшаев И.А., 226
- Обгадзе Т., 260
Овсянников В.И., 170
Овчинникова О.К., 171
Окунев Ю.М., 59
Остов Ю.Я., 60
Отраднава Л.С., 50
- Павилайнен Г.В., 229
Павловский В.А., 159, 172
Панова С.А., 61
Панченко А.Ю., 241
Пасынкова И.А., 61
Паутов А.А., 252
Пахомов М.А., 173
Пелюхов Р.В., 228
Перегудин С.И., 174
Пережогин А.А., 96
Перунов М.В., 120
Пестренин В.М., 240
Пестренина И.В., 240
Петров А.Г., 257
Петров Н.А., 97
Пилишкин В.Н., 62
Подольская Е.А., 241
Подольский М.Е., 175
Поливанов П.А., 124
Полянский А.Ф., 175
Поляхов Н.Н., 273, 274
Поляхова Е.Н., 272, 274, 275
Помыткин С.П., 228
Поплавская Т.В., 143
Попова Е.А., 148
Поташев К.А., 183, 191
Потехина Е.А., 118
Привалова О.Г., 59
Прозорова Э.В., 176
Прокопьев Е.П., 221
Пронина Ю.Г., 242
- Рачинская А.Л., 25
Рогов Б.В., 120
Родюков Ф.Ф., 63
- Романюк Д.А., 177
Рубашова Д.А., 253
Рудяк В.Я., 178, 179
Русинова А.М., 64
Рыдалевская М.А., 9, 180, 270
Рыков В.А., 153
Рябинин А.Н., 181
Рябов В.М., 243
- Сабанеев В.С., 273
Савельев Г.И., 221
Савин А.В., 182
Савин Е.С., 65
Садовский А.С., 262
Сайфутдинов Т.Р., 183
Самсонов В.А., 13, 59
Сапач Ю.О., 252
Свиридович В.И., 110
Селюцкий Ю.Д., 28, 36
Семенов Б.Н., 206, 224
Сентемова О.С., 66
Серова В.Д., 184
Сибгатуллин И.Н., 146
Сидоренко А.А., 124
Синильщиков В.Б., 185
Славашевич И.Л., 259
Смирнов Е.М., 186
Смирнов И.В., 244
Смирнов П.Г., 182
Смирнова Е.В., 275
Смородский Б.В., 127
Смотрова Л.В., 145
Смышляева Л.Г., 67
Соколов Л.Л., 98
Солтаханов Ш.Х., 11, 276
Спасич Д.Т., 11
Стасенко А.Л., 165
Степанова П.П., 68
Стрелкова Н.А., 69
Стружанов В.В., 210, 213
Судьенков Ю.В., 224, 227, 244
Суров А.В., 171
Сызранова Н.Г., 152
Сыралева М.Н., 186
- Тарасова А.А., 234
Терентьев А.Д., 70
Терехова Н.М., 127, 128, 187
Тирский Г.А., 120
Тихонов А.А., 82
Товстик П.Е., 12
Торговицки А.Л., 277
Трофименко П.В., 261
Туманов А.В., 233
Тхай В.Н., 29, 71
- Уздин А.М., 37, 72

Усачева Т.В., 225
Усков В.Н., 188, 189, 190
Усов А.Г., 48
Ушаков А.П., 190

Федоров А.А., 72
Федорова М.Ю., 37, 72
Федоровский Г.Д., 245
Федосеенко С.И., 231
Филиппов С.Б., 246
Флегонтова Е.Ю., 198
Фомин В.М., 262
Фунтиков Ю.В., 221

Халидов И.А., 110
Хамидуллин М.Р., 191
Хантулева Т.А., 192
Ханукаев Ю.И., 73
Хвисевич В.М., 247
Хитрых Д.П., 159
Холодова С.Е., 174
Холостова О.В., 74

Цибаров В.А., 193
Циркунов Ю.М., 131, 154, 177
Цителов И.М., 175
Цырюльников И.С., 143

Чалов С.А., 114
Черемисин Ф.Г., 194
Чернов С.В., 90, 91
Чивилихин С.А., 195
Чиркашенко В.Ф., 117
Чистов А.Л., 172

Шамолин М.В., 75
Шарафутдинов И.З., 166
Шатров Е.А., 76
Шаховал С.Н., 56
Шевелев Ю.Д., 152, 158
Шематович В.И., 196
Шепеленко В.Н., 262
Шипилов С.С., 235
Шлянников В.Н., 233
Шмыров А.С., 99
Шмыров В.А., 99
Шпилевский И.Э., 255
Шумков С.Г., 197
Шушков Р.А., 172

Щепилина О.В., 253
Щербак Н.В., 138, 139
Щур Н.А., 186

Эльперин Т., 211
Эндер А.Я., 198, 199
Эндер И.А., 198, 199
Юдинцева Д.А., 193
Юркевич К.С., 255, 263
Юшков М.П., 11, 38

Язовская А.А., 222
Яковенко А.В., 200
Яковенко Г.Н., 77
Яковлев А.Б., 92
Яковлев А.Ю., 201
Яковлев С.П., 26
Яковчук М.С., 168
Ярцев Б.А., 243
Яскевич А.В., 78
Ясницкий Л.Н., 220

CONTENTS

PREFACE	4
PLENARY LECTURES	7
E.A. Nagnibeda, M.A. Rydalevskaya. On the Life and Scientific Activity of Sergey V. Vallander	9
Y.M. Dahl. On Topical Problems the Plane Theory of Elasticity.....	10
S.A. Zegzhda, Sh.Kh. Soltakhanov, D.T. Spasic, M.P. Yushkov. Nonholonomic Mechanics with High-Order Constraints and Motion Control	11
N.F. Morozov, P.E. Tovstik. Forms of the Surface and the Volume Stability Loss	13
V.A. Samsonov. Geometry and Mechanics. Cross as an Informative Geometric Image in Some Mechanical Problems	13
THEORETICAL AND APPLIED MECHANICS	15
A.K. Abramian, S.A. Vakulenko. Nonlinear Vibrations of a Beam with Time-Varying Cross-Section	17
S. Adlaj. Mechanical Interpretation of Negative and Imaginary Tension of a Tether in a Linear Parallel Force Field.....	18
V.A. Makhavikou, R. Kasper. Choice of Modal Reduction Method in Context of Modular Simulation of Flexible Multibody Dynamics	19
R.P. Moshkin. About the Poincare Equations.....	20
M. Pascal, S.Ya. Stepanov. Analytical and Numerical Investigation of Limit Cycles with Dry Friction	21
D.T. Spasic. A Note on the Kane Equations for a Rigid Body Motion	22
D. Spasic, C. Dolicanin. Applications of the Atanackovic-Stankovic Expansion Formula for Fractional Derivatives in Impact Problems.....	22
M. Stefanovic, D. Dolicanin. Application of Numerical Methods in Solving Some Problems in Mechanics....	23
N.N. Suhodolskaya, R.P. Moshkin. About One Property of Poincare Equations	24
L.D. Akulenko, D.D. Leshchenko, A.L. Rachinskaya. Optimal Rotation Stabilization of a Rigid Body with a Cavity Filled with Viscous Liquid in a Resistant Medium.....	25
G.T. Aldoshin, S.P. Iakovlev. Dynamics of a Swinging Spring with Moving Support.....	26
S.R. Hambardzumyan. On the Conditions of Stability of System of Non-linear Differential Equations in the Critical Case at k Zero and q Pairs of the Imagining Roots.....	27
P.A. Andronov, Yu.D. Selyutskiy. Study of Oscillations of an Aerodynamic Pendulum	28
I.N. Barabanov, V.N. Tkhai. Existence and Stability of Oscillationsin the Quasi-Autonomous System	29
Yu.A. Belousov, A.B. Byachkov, A.A. Nezderov. Taking Account of a Smooth Change in the Coulomb Friction Force when Studying Acceleration of a Car with Slipping.....	30
V.G. Bykov. Dynamics of the Rotor with the Excentricly Mounted Ball Autobalancing Device.....	31
A.B. Byachkov. Methods to Solve the Differential-Algebraic Models of Constrained System Dynamics	32
V.V. Gruskovskaya. Asymptotic Behavior of Solutions of Differential Equations in the Case of Two Pairs of Purely Imaginary Eigenvalues	33
V.A. Dievsky. Determining Energy Transformation Parameters of Direct Current Electrical Machines	34
M.Z. Dosaev, L.A. Klimina, B.Ya. Lokshin, Yu.D. Selyutskiy, Mi-Ching Tsai. Bifurcations of Rotation Modes in the Problem of VAWT Dynamics.....	36
M.V. Durseneva, A.M. Usdin, M.Y. Fedorova. Assessment of Seismic Resistance of Special Damped Systems.....	37
S.A. Zegzhda, M.P. Yushkov. On the Relationship between the Generalized Variational Principles in Mechanics	38
A.A. Zobova. Different Models of Friction in Two-Spherical Tippe-Top Dynamics	39
Yu.K. Zotov. Controllability and Stabilization of the Programmed Motions of a Mobile Robot.....	40

A.V. Ilinskaya, V.M. Morozov. Stability of Relative Equilibrium States of the Spacecraft with Flexible Elements	42
M.V. Ishkhanyan. Different Models of Friction in the Ball Dynamics	43
V.I. Kalenova, V.M. Morozov. On Control of Linear Time -Varying Second Order Systems	44
A.V. Karapetyan. Stability Theory Methods in Systems with Friction Dynamics	45
M.A. Kiseleva, G.A. Leonov. Stability Problem of the Drilling System under the Abruptly Variable Load.....	45
M.D. Kovalev. On the Reconstructability of Frameworks from Internal Stresses.....	46
I.G. Kolyari. Impact of Tree Bodies	47
V.V. Korowkin, A.G. Usov. Study of Computer Models of Conical Bending Thin Elastic Small-Stretchable Sheets.....	48
V.S. Korolev. Estimation of Partial Stability of Decisions Nonlinear Dynamic Operated Systems.....	49
E.I. Kugushev, L.S. Otradnova. About Mechanical System Motion with Impacts	50
A.S. Kuleshov, M.O. Itskovich. Motion of The Rigid Body Consisting of Two Disks on The Horizontal Plane	51
D.A. Lebedev. On the Stability of the Disc, Which Carries a Gyroscope	52
A.P. Markeev. On a Motion of a Heavy Rigid Body Carrying a Material Point	54
V.G. Melnikov. Application of Chebyshev Approximations in Mathematical Modelling of Mechanical Systems	55
G.I. Melnikov, S.N. Shakhoal, R.U. Kravchuk. Determination of Axial Moment of Inertia and Attached Hydrodynamic Moments of Inertia of Bodies on Symmetric Spins	56
A.S. Motorin, G.I. Melnikov. Analysis of the Finite Element Model Gimbals with an Asymmetric Outer Frame in CAE	57
M.A. Munitsyna. Friction Force and Moment in the Case of Plane Ellipses Contact the Convex Body with Supported Plane.....	58
Yu.M. Okunev, O.G. Privalova, V.A. Samsonov. Comparison of Stability of Three Autorotation Modes	59
Y.J. Ostov, A.P. Ivanov. About the Problem of Flight Dynamics	60
S.A. Panova. Vibration of a Car at the Braking Rig Taking into Account a Continuous Change in the Coulomb Friction Force	61
I.A. Pasyukova. Nonlinear Vibration of the Rotor – Housing System	61
V.N. Pilishkin. Building of Controlled Systems with Desired Limited Motion	62
F.F. Rodyukov. New Formalism in Electromechanics Based on Equations of Lagrange in Forme of Newton .	63
A.M. Rusinova. On the Dynamics of a Homogeneous Quadric Cylinder on an Inclined Plane with Friction ...	64
E.S. Savin. Research of Nonholonomic Model of «Robotrain» with the Help by Lagrange Equations of the Second Kind with Multipliers.....	65
O.S. Sentemova. Dynamics of Sphere on Horizontal Plane with Friction.....	66
L.G. Smyshlyaeva. Suboptimal Random System Evaluation	67
P.P. Stepanova. Precessions of an Unbalanced Jeffcott Rotor in Massive Compliant Supports, with Friction ..	68
N.A. Strelkova. The Optimal Reorientation of Spherically Symmetric Rigid Body in the Resisting Environment	69
A.D. Terentiev. Investigation of the Mechanics Theorems for the Variable Structure Systems Relatively Inertial Frame of Reference	70
V.N. Tkhai. The Law that States the Oscillations Period to Depend on a Single Parameter	71
A.M. Usdin, M.Y. Fedorova, A.A. Fedorov. Spectral Decomposition in the Analysis of Seismic Resistance of Special Damped Systems.....	72
Y.I. Khanukaev. Problem Darbu about Movement of a Solid Body	73
O.V. Kholostova. Investigation of Relative Equilibriums and Periodic Motions of a Rigid Body and a System of Rigid Bodies with a Vibrating Suspension Point	74
M.V. Shamolin. Cases of Integrability in Spatial Dynamics of a Rigid Body Interacting with a Medium in a Jet Flow.....	75
E.A. Shatrov. Application of Pseudoprincipal Coordinates when Studying an Oscillation Suppression of Mechanical Systems	76

G.N. Yakovenko. Symmetries of Dynamical Equations Theoretical Mechanics and Its Applications	77
A.V. Yaskevich. Mathematical Simulation of contact Interaction during Space Vehicles Docking	78
DYNAMICS OF SPACE FLIGHT.....	79
A.V. Rodnikov. On Space Elevators for Precessing Asteroids.....	81
A.Yu. Aleksandrov, A.A. Tikhonov. On the Electrodynamical Stabilization of the Satellite's Two-Axes Rotation in the Orbital Plane	82
I.S. Grigoriev, M.P. Zapletin. About the 5th Global Trajectory Optimisation Competition	83
M.P. Zapletin, A.M. Zapletin. Algorithm for the Numerical Solving Optimization Problems Spacecraft Trajectories in the Field of a Center of Attraction	84
A.S. Zimovshikov. Coplanar Libration Points in the Photogravitational Field of Binary Systems	85
A.A. Zlenko. The Model of Tidal Evolution the Earth and Moon in One Partial Case	86
A.V. Zykov. Controlled Motion Research of Spacecraft with a Big Rotating Solar Sail	88
E.K. Kolesnikov, A.S. Manuilov. About Possibility of Creation of Active Cleaning Systems for Small-Scale Space Debris in the Near-Earth Space by the Stabilized Relativistic Electron Beams	88
E.K. Kolesnikov, A.S. Manuilov. Cleaning of Near-Earth Space by Means of Charging of the Fine-Dispersed Particles of Space Debris by High-Energy Hydrogen Beams.....	89
E.K. Kolesnikov, S.V. Chernov. About Sizes of Long Term Life Particles of Anthropogenic Astrosole in High Atmosphere and near Space.....	90
E.K. Kolesnikov, S.V. Chernov. About Electrodynamic Mechanism for a Formation of Astrosol Clouds of Man-Made Submicron Particles in High Atmosphere and near Space	91
E.K. Kolesnikov, A.B. Yakovlev. Lunar Regolith Particles Dynamics in Case of Nonmonotonic Electric Potential by a Planet Surface	92
V.S. Korolev. Problems of Optimum Inspection of Asteroids by the Space Vehicle	93
M.A. Kryachko. Optimization of Physical Fields by Functions of Kravchenko-Rvachev	94
A.F. Kryachko, V.M. Lihachyov. Diffraction of Electromagnetic Waves on the Cylinder of Any Cross-Section Section	96
A.A. Perezhugin. On the One Effect of Solar Pressure in the Earth-Moon-Particle System	97
N.A. Petrov. Stability Region Investigation for Asteroid Motion in the Restricted Planar Circular Three-Body Problem at 3:2 Resonance with Jupiter.....	97
L.L. Sokolov, G.A. Kuteeva. On Characteristics of Possible Collisions of Asteroids with the Earth	98
A.S. Shmyrov, V.A. Shmyrov. The Synthesis of Optimal Control of Orbital Movement in a Neighborhood of Collinear Libration Point	99
MECHANICS OF FLUIDS AND GASES	101
A. Ambrazevičius. Solvability Theorem to a Unimolecular Heterogeneous Reaction Model.....	103
M.V. Anolik. Calculation of Rarefied Gas Flow Around Rough Bodies	103
E. Burlutskiy. Mathematical model of compressible non-isothermal flow of multi-component natural gas mixture in a pipe	104
E. Burlutskiy. Mathematical Modeling of Compressible Two-Phase Flow of Gas-Liquid Mixture in Pipes...	105
P. Katauskis, V. Skakauskas. On the Kinetics of Unimolecular Heterogeneous Reactions onto Planar Surfaces	106
V.V. Vedenyapin, S.Z. Adzhiev. The H-Theorem for the Discrete Quantum Kinetic Equations and for Its Generalizations	106
A.A. Abramov., A.V. Butkovsky. Effects of Sign and Nonmonotonic Energy Flow at Couette Flow Problem	108
A.L. Adrianov. About Admissible Borders at the Assigning of Boundary Effect behind of Shock Wave.....	109
O.A. Aksenova, I.A. Khalidov, V.I. Sviridovich. Influence of Statistical and Geometrical Parameters of Rough Surface on Rarefied Gas Flow in a Channel	111
S.P. Aktershev, P.A. Kuibin. Stability of the Swirling Flow in a Pipe	111

I.A. Amelyushkin. Kinetics of Radiation in Optical Investigation of Supersonic Aerodispersed Flows over Bodies.....	112
L.P. Arkhipova. Reflection of Moving Waves from Solid Wall	113
D.V. Bagaev, M.P. Lobachev, S.A. Chalov. Calculation of the Cavitation Phenomena in a Viscous Liquid	114
A.N. Bazhenov, S.V. Bulovich. On the Possibility of Calculation of Ion Movement in the System of Equations of Electrodynamics with Fast Change of Electric Field	115
A.N. Bestuzheva. On Ursell's Trapping Modes	116
T.A. Bobarykina, V.F. Chirkashenko. Research the Opportunity of Control of Shock Wave Parameters through Its Interaction with the Low Density Gas Layer	117
V.I. Bogatko, G.A. Kolton, E.A. Potekhina. About Registration the Mach Number Finiteness in the Problem of Two-Dimensional Self-Similar Gas Flow behind the Intensive Shock Wave Front.....	118
A.Y. Botalov, P.T. Zubkov. Plane Vibration of the Solid with a Cavity Filled with a Viscous Liquid	119
I.G. Brykina, M.V. Perunov, B.V. Rogov, G.A. Tirskiy. About Accuracy of Continuum and Kinetic Approaches in Transitional Regime of Hypersonic Flow over Bodies.....	120
N.A. Brykov. Unsteady Internal Gas Dynamics Power Installations	121
I.M. Bukreev, S.V. Bulovich. Organization of Passive Impurities Sedimentation Carbon for the Protection of Optical Channel ITER	122
V.V. Vedenyapin, M.A. Negmatov. Vlasov-Maxwell and Vlasov-Poisson Equations	123
O.I. Vishnyakov, P.A. Polivanov, A.A. Sidorenko. Parametric Study of Electro-Discharge Actuators Used for Flow Control.....	124
A.A. Volkov. Dynamic Processes in the Adsorption Layer on the Surface of a Solid Body	125
O.V. Ganeev. Diffusion Propane Combustion with Air Co-Flow in Weak Electric Field	126
S.A. Gaponov, B.V. Smorodsky, N.M. Terekhova. Linear and Nonlinear Stability into a Boundary Layers of the Compressed Gas on a Porous Surfaces	127
S.A. Gaponov, N.M. Terekhova. Nonlinear Interactions of the Disturbances in a Supersonic Boundary Layers on a Solid and a Porous Surfaces with a Heat Exchange	128
Yu.N. Grigoryev, I.V. Ershov. The Relaxation: Influence on Stability and Dissipation of Turbulence.....	130
Yu.F. Gunko, N.A. Gunko. Electric and Gas-Dynamic Fields in Low-Density Plasma near by Solid Body. Surface Curvature's Influence	130
Ya.A. Gusev, Yu.M. Tsirkunov. Investigation of Two-Phase Flow in a Straight-Channel Separator.....	131
X.D. Do, B.V. Egorov. Adsorption of Monomers and Dimers of Water Vapor on the Surface of Aluminum	132
K.G. Dobroselsky. The Aerodynamic Properties of Low-Speed Air Jet in Cross Flow	133
B.A. Ershov, G.A. Kuteeva. Viscous Flow around Body Rotation	134
V.M. Zhdanov. Boundary Slip Condition for Slow Flows of Gas Mixture	135
A.V. Zaitsev, E.V. Logvinenko. The Calculation of the Fluid Flow in Channel with Phase Change	138
V.D. Zachmatov, N.V. Scherbak. Ship, Deck's Unit for Pulse Pulverization of Biology Sorbents, Liquidating the Oil Sprend at Water.....	139
V.D. Zachmatov, N.V. Scherbak. Aviation Pulverization of Biology Sorbents for Liquidation of Oil Spread at Water	139
G.I. Zmievskaya, A.L. Bondareva. Models of Nuclei of Crystal Films Formation	140
S.A. Isaev, O.O Egorichev, S.V. Guvernuik, N.V. Kornev. Architectural – Building Aeromechanics in View of the Lay of Land and Selection of Wind Energy	141
V.A. Istomin, E.V. Kustova. Transport Properties of Five-component Nitrogen and Oxygen Ionized Mixtures with Electronic Excitation	142
S.V. Kirilovskiy, T.V. Poplavskaya, I.S. Tsyryulnikov. Control of Disturbances in a Hypersonic Viscous Shock Layer.....	143
E.G. Kolesnichenko, Yu.E. Gorbachev. Chemical Reaction Kinetics in One-temperature Gas Mixtures	144
M.M. Kuznetsov, Ju.D. Kuleshova, L.V. Smotrova. Translational Nonequilibrium Effect in Tamm-Mott-Smith Shock Wave Model	145
D.V. Kuznetsova, I.N. Sibgatullin. Convection in the Plain Layer with Density Maximum	146
O.V. Kunova. State-to-State Non-equilibrium Vibrational and Chemical Kinetics in Air Mixture	147

G.I. Kurbatova, E.A. Popova. Thermodynamic Quantities Variableness Effect on Gas Flow Estimated Performance.....	148
E.V. Kustova. Relaxation Processes in Non-Equilibrium Viscous Gas Flows.....	149
E.V. Kustova, E.V. Korshunova. Dissociation Rate Coefficients in O ₂ /O Mixture taking into account Electronic Excitation of Molecules.....	150
E.V. Kustova, M.A. Mekhonoshina. Relaxation Pressure in N ₂ -N Mixture with Nonequilibrium Dissociation-Recombination Reaction and Electronic Excitation.....	151
E.V. Kustova, E.A. Nagnibeda, N.G. Syzranova, Yu.D. Shevelev. The Influence of Vibrational Relaxation and Bulk Viscosity on the Carbon Dioxide Flow near a Blunt Body.....	152
I.N. Larina, V.A. Rykov. Numerical Study of a Diatomic Rarefied Gas Flow through a Planar Microchannel.....	153
M.A. Lobanova, A.A. Gorbunov, S.I. Igolkin, Yu.M. Tsirkunov. Condensation Trail behind an Aircraft.....	154
V.D. Lyusin. Quasi-Static Approach for Investigation of Galloping Bluff Bodies.....	155
K.V. Maevskaya, E.A. Nagnibeda. Multitemperature Description of Vibration and Chemical Kinetics in the Air Mixture.....	156
D.V. Makarkin. Determination of the Dissociation Cross Sections on the Basis of State-to-State Reaction Rate Coefficients.....	157
S.U. Malamanov, V.A. Pavlovskiy, D.P. Hitrih. About Influence of Elasticity of a Streamline Surface on Position of Area of Laminar Turbulent Transition.....	159
E.A. Malkov, M.S. Ivanov. The Collision Integral Calculations with High Accuracy.....	160
S.K. Matveev, A.F. Nazmutdinov. Two-Layer Liquid and Gas Flow through Narrow Slot.....	161
A.U. Melnikov, V.I. Zvegintsev, D.A. Vnuchkov. Non-Stationary Gas Flow from Pipe Ducts.....	162
V.P. Memnonov. Statistical Roughness Model Based on Measurements of Surface Nanorelief by Atomic-Force Microscope.....	163
R.N. Miroshin. Distribution Functions of Epycure Type in the Rarefied Gas.....	164
G.V. Molleson, A.L. Stasenko. A Robust Model of Pactice Kinetics in front of the Body Flown – around by Two – Phase Jet.....	165
E.A. Nagnibeda, I. Z. Sharafutdinov. Chemical Kinetics of the Five-Component Air Mixture.....	166
E.N. Nadymov. Calculation of Added Masses for Certain Class of Axisymmetric Bodies.....	167
A.N. Novikov, M.S. Yakovchuk. Modeling of Gasdynamic Processes in a Tunnel Induced by a High-Speed Train.....	168
A.N. Nuriev. Numerical Study of Bifurcations of Two-Dimensional Stationary Navier-Stokes Equations ...	169
V.M. Ovsyannikov. Lagrange Equation of Continuity for a Nonlinear Field of the Density of the Gas.....	171
O.K. Ovchinnikova, A.V. Surov. Simulation Procedure of Two-Phase Pulse Jets.....	172
V.A. Pavlovskiy, A.L. Chistov, R.A. Shushkov. Phenomenological <i>f</i> - Model of Turbulence.....	172
M.A. Pakhomov. Numerical Modeling of Particles Dispersion and Heat Transfer in a Turbulent Separated Gas-Droplets Flow in a Pipe.....	173
S.I. Peregudin, S.E. Kholodova. Large-scale Magneto Hydrodynamic Waves.....	174
M.E. Podolsky. Oil Film Inertia Forces and Stability of Lightly Loaded Rotors' Motion.....	175
A.F. Poljanskij, V.A. Lashkov, I.M. Tsitelov. Parametrical Research of Influence of the Localized Supply of Energy on Aerodynamic Characteristics of the Blunted Body in a Supersonic Stream.....	176
E.V. Prozorova. Influence of the Dispersion on Thermodynamics of Boundary Layer.....	176
D.A. Romanyuk, Yu.M. Tsirkunov. Particle Mixing and Scattering in Dusty Gas Flow through Cascades....	177
V.Ya. Rudyak. Mechanics, Transport Processes, Fluctuations and Irreversibility.....	178
V.Ya. Rudyak, A.A. Belkin, D.A. Ivanov. Transport Processes in Nanochannels.....	179
M.A. Rydalevskaya, A.A. Morozov. Equilibrium Composition and Sound Velocity of Reacting Gas Mixtures.....	180
A.N. Ryabinin, A.G. Kuzmin. Numerical Investigation of the Transonic Flow Around Airfoil.....	181
A.V. Savin, P.G. Smirnov. High-Intensity Drying of Porous Materials.....	182
T.R. Saifutdinov, K.A. Potashev. Transport of Competing Sorbates Mixtures through the Sorption Filters ...	183

V.D. Serova. The Research of Weak Contact-Discontinuities and Parameters of Vortices at the Jet Incipience	185
V.B. Sinilshchikov, I.I. Dragan. Determination of Inertial Coefficients of the Stationary Flow of Fluid through a Throttle	186
E.M. Smirnov, M.N. Syraleva, N.A. Shur. Hydrofoil Trailing Edge Shape Effect on the Karman Vortex-Street Intensity: Numerical Study Using the RANS Approach	187
N.M. Terekhova. Nonlinear Evolution of High-Intensity Disturbances into the Supersonic Boundary Layers	187
V.N. Uskov, V.L. Bakulev. The Separation Mechanism of Supersonic Flow from the Walls of the Laval Nozzle	188
V.N. Uskov, P.S. Mostovyykh. Unsteady Triple Shock Waves Confluence Problem	189
V.N. Uskov, A.P. Ushakov. The Jet Engine with the Closed Cycle of the Working Body	190
M.R. Khamidullin, K.A. Potashev. Description of Water Cone Growing Up to the Producing Oil Well	191
T.A. Khantuleva, A.V. Litvinov. Wavefront Propagation Features in Condensed Media	192
V.A. Tsibarov, D.A. Yudinseva. The Optimization Method in Haemodynamics	193
F.G. Tcheremissine. Three Discrete Forms of the Boltzmann Collision Integral	194
S.A. Chivilikhin. Plane Stokes Flows in the Regions with Moving Boundary	195
V.I. Shematovich. Input of the Hot Oxygen Corona to the Satellite Drag in the Earth's Upper Atmosphere ...	196
S.G. Shumkov, M.G. Ignatkova. Relaxation Gas Dynamics of Carbon Dioxide at Moderate Temperatures...	197
A.Ya. Ender, I.A. Ender, L.A. Bakaleinikov, E.Yu. Flegontova. The Kernels of Boltzmann Equation Nonlinear Collision Integral: Theory and Application	198
A.Ya. Ender, I.A. Ender, A.B. Gerasimenko. The Analytical Solution of the Ion Distribution Function Time-Evolution Problem in the Case of a Sudden Periodic Electric Field Turning-on.....	199
A.V. Yakovenko, P.T. Zubkov. The Effects of Vibration in the Field with Perfect Viscous Gas	200
A.Yu. Yakovlev. Practical Realization of Boundary Equation Method Based on the Flow Conservation Law	202
MECHANICS OF SOLIDS	203
S.A. Kostyrko, M.A. Grekov. The Effect of Surface Roughness on Stress State of a Multilayer Film Coating	205
A.K. Abramyan, D.A. Indeitsev, Yu.A. Mochalova, B.N. Semenov. Localization of Vibrations on a Thin Film Delamination as a Reason for its Further Growth.....	206
E.E. Anoshina. Localization of Vibrations in Semi-Infinite String on an Elastic Foundation with an Initial Detachment under the Conditions of a Harmonic Load	207
A.R. Arutyunyan, R.A. Arutyunyan. The Strength Energy Criterion for the Nonlinear Elastic Medium with a Notch	208
M.B. Babenkov. Dynamical Coupled Thermoelasticity Problem with Heat Flux Relaxation for Half-Space .	209
E.A. Bahareva, V.V. Struzhanov. The Loading Capacity Definition of Beam from Weakening Material Subjected to Pure Bending and Tension	210
G. Ben-Dor, A. Dubinsky, T. Elperin. Investigation of Problems of High-Speed Penetration of Impactors into Soils, Metals and Concrete on the Basis of Localized Interaction Models.....	211
E.G. Berdichevskiy. Tribomekhanika of Processes on the Sliding Contact	212
K.V. Berdnikov, V.V. Struzhanov. Savart – Masson Effect in the Maxwell and Voigt Models with Variable Viscosity	213
D.E. Bobyliev, L.V. Masko. Research of Interaction Features between a Rock Massif and an Arched Support in an Excavation by the Method of Boundary Elements.....	214
A.O. Bochkarev. An Edge Dislocation in the Nonlinear Plane Elastic Problem for Series of Low-compressional materials	215
Yu.I. Vikulina, M.A. Grekov. Stresses at a Planar Surface of a Nanomaterial under the Influence of Periodic Forces	216
E.N. Vilchevskaya, E.A. Ivanova. Description of Phase Transitions in Media with Cluster Structure	217
A.E. Volkov, S.P. Aleschenko. A Macroscopic Model of Martensitic Transitions in Shape Memory Alloys .	218

D.N. Gavrilov. Shockless Suppression of the Cantilever Oscillation	219
S.L. Gladkiy, L.N. Yasnitskiy. Numerical-Analytical Modeling in the Problems of Mechanics of Deformable Solids	220
V.I. Grafutin, O.V. Ilyukhina, G.G. Myasishcheva, E.P. Prokopev, G.I. Savelev, Yu.V. Funtikov. Effect of Nano-Objects on the Strength Properties of Metals and Alloys on SPECTRA ADAP	221
M.A. Grekov, A.A. Yazovskaya. The Elliptical Hole in Elastic Nanoscale Material	222
I.Ju. Grechko, M.A. Narbut. Identification Problems for Viscoelastic Systems.....	223
M.S. Eremeeva, B.N. Semenov, Yu.V. Sudenkov. Numerical Simulation of Shock-Wave Processes at Central Collision of Three Bars with Different Masses	224
A.M. Ermakov, T.V. Usacheva. On the Stability of the Cylindrical Shell under the Axial Compression with Use of Nonclassical Theories of Shells	225
A.M. Ermakov, I.A. Nyapshaev. Analysis of Mechanical Models of Asbestos Nanotubes	226
B.A. Zimin, Y.V. Sudyenkov, N.V. Vovnenko. Some Effects, Associated with the Interaction of Acoustics and Thermal Waves.....	227
Yu.I. Kadashevich, R.V. Pelukhov, S.P. Pomytkin. The Features under Solving of Triple Shear Problem by Endochronic Theory of Inelasticity at Large Deformations	228
M.C. Kanin, G.V. Pavilaynen. Elasto-Plastic Bending of Vertical Beam with SD Effect	229
S.V. Kashtanova, N.F. Morozov. Plane Stability Loss Problem for Nano-Materials.....	230
V.M. Kats, A.A. Lukin, V.A. Morozov, S.I. Fedoseenko. Initiation and Interaction of a Pulse Xenon Ions Beam with an Obstacle	231
V.M. Kats, V.A. Morozov. Magnetoplastic Effect at Pulse Mechanical Load of Diamagnetic Crystals	232
S.Yu. Kislova, V.N. Shlyannikov, A.V. Tumanov. Ti-Alloy's Characteristics under Mixed Mode Cyclic Loading.....	233
V.L. Kotov, A.A. Tarasova, A.A. Makarova. The Solution of the Problem of Expanding a Spherical Cavity in a Soil Medium	234
A.V. Mikheev. Local Stability of Spheric Shell on the Elastic Base under Pressure and Temperature Load ..	235
V.A. Morozov, S.S. Shipilov. Dispersal in Vacuum and Interaction with the Target Particles in the Electric Explosion of Conductors	236
A.A. Morshinina. Stress-Strain State of the Hollow Isotropic Sphere.....	237
D.A. Morshinina. On the Elastic Disk Loaded on a Contour by Concentrated Forces and Moments	238
A.I. Munitsyn. Non-Linear Oscillation of a Thread in Reeling Machine	239
N.V. Naumova, D.N. Ivanov, B.A. Ershov. Deformation of a Spherical Shell under a Hydrostatic Pressure .	240
V.M. Pestrenin, I.V. Pestrenina. Mechanical Behavior Model of the Solt Samples Showing Viscoelastic and Viscoplastic Properties Simultaneously	241
E.A. Podolskaya, A.M. Krivtsov, A.Yu. Panchenko. Investigation of Stability and Phase Transition in FCC Lattice at High Strain.....	242
Yu.G. Pronina. Edge Dislocations and Concentrated Forces in an Elastic Half-Plane with Holes and Notches	243
V.M. Raybov, B.A. Yartsev. Coupling Damped Vibration of Composite Structures.....	244
I.V. Smirnov, Yu.V. Sudenkov. Crack Propagation in Plates of PMMA under Shock and Quasi-Static Loads	245
G.D. Fedorovsky. Mathematical Models of Long Durability, Structural Transitions and Damageability of Continuous Media on the Basis of the Concept of Generalized Time.....	246
S.B. Filippov. Optimal Design in Problems of Buckling and Vibrations of Ring–Stiffened Cylindrical Shells	247
V.M. Khvisevich, A.I. Veremeichic. Study of the Punch Strained-Deformed State for Apertures Punching at Surface Plasma Hardening by a Method of the Boundary Integral Equations	248
BIOMECHANICS.....	249
N. Kovincic, M. Zigic, N. Grahovac, D. Spasic. On Impact in Biomechanical Systems	251
V. Skakauskas, P. Katauskis, A. Skvortsov. On the Receptor–Toxin–Antibody Interaction Problem.....	251
R.A. Alexeev. Modeling of Biped Android Robot Gait on Toolbox SimMechanics from Matlab-Simulink..	252

S.M. Bauer, O.V. Ivanova, E.G. Krylova, A.A. Pautov, Y.O. Sapach. The Influence of the Guard Cells Geometry on the Stomatal Complex Functioning in Plants.....	253
P.I. Begun, D.A. Rubashova, O.V. Schepilina. Method for Investigating Structure of the Human Body Using Clinical Dates and Solidworks and Mimics Application Software.....	254
S.M. Bosiakov, K.S. Yurkevich, I.E. Shpilevski. Strength Loss Estimation of Long Tubular Human Bones under Sectoral Resection	255
T.M. Gamilov. Modeling of Blood Flow Autoregulation.....	256
V.I. Gorihovsky, A.G. Petrov, S.N. Nikolaev. Behavior Simulation for Expander with Elastic Membrane and Viscous Liquid.....	257
I.I. Demidova. The Modelling of the Bone Reconstruction by the Photoelasticity	258
A.B. Kachanov, V.V. Kornikov, T.I. Kaunenکو. Analys of Refraction Anomalies on the Higher-Order Aberrations	259
G.I. Mikhasev, I.L. Slavashovich. On the Influence of the Membrane Stresses in the Reconstructed Eardrum on the Natural Frequencies of the Middle Ear Vibrating System Subjected to Tympanoplasty and Stapedotomy	260
T. Obgadze, B. Babalashvili. Mathematical Modeling of Red Blood Clots in Blood Vessels	260
P.V. Trofimenko. On Pressure-Volume Dependence for a Human Eye.....	261
V.M. Fomin, V.L. Ganimedov, M.I. Muchnaya, A.S. Sadovsky, V.N. Shepelenko. Numerical Simulation of Air Flow in the Human Upper Respiratory Tract	262
K.S. Yurkevich, S.M. Bosiakov. Biomechanical Modeling of Initial Tooth Root Movement in Bone Stock..	263
HISTORY OF MECHANICS.....	265
G.A. Akimov. On the History of the Supersonic Flows' Gas Dynamic	267
L.A. Arkhangel'skaya, S.I. Dmitrieva. The Contribution of the Graduates of SPbGU (LGU) to the Development of National Mathematical Schools in Different Countries.....	268
L.A. Arkhangel'skaya, S.I. Dmitrieva. The Students and Postgraduates of the Department of Mathematics and Mechanics of LGU in the Great Patriotic War.....	269
L.A. Arkhangel'skaya, E.A. Nagnibeda, M.A. Rydalev'skaya. Alexandra Vasilievna Belova: On the 95th Anniversary of Her Birth.....	270
I.I. Demidova. The Biomechanical Transactions of Professor G.V. Kolosov	271
I.E. Lopatukhina, A.L. Lopatukhin, E.N. Polyakhova. Daniel Bernoulli's Flow Mechanics in St. Petersburg Academy of Sciences. Key Facts and Dates	272
M.A. Mirkin. Hurwitz's Theorem and Experiments of Rutherford.....	273
N.N. Polyakhov, V.S. Sabaneev. V.N. Schelkachev "Way to Verity"	273
E.N. Polyakhova, N.N. Polyakhov. Profesor N.N. Polyakhov's Investigations in M.V. Lomonosov's Collected Works Publication History in XVIII–XX centuries (To 300-Anniversary of Michael Lomonosov in 2011). 275	
E.N. Polyakhova, E.V. Smirnova. Academician V.I. Smirnov and Professor N.N. Polyakhov – Historians of Science (According to the Second Edition of the Book «Vladimir Ivanovich Smirnov (1887-1974)»)	276
Sh.Kh. Soltakhanov. On the Development of the Relationship between the Nonholonomic Mechanics and Control Problems	276
A.L. Torgovitsky. Important Event of Science's Development	277
AUTHOR INDEX.....	279
CONTENTS	287

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	3
ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ.....	7
Е.А. Нагнибеда, М.А. Рыдалевская. О жизни и творчестве Сергея Васильевича Валландера.....	9
Ю.М. Даль. О некоторых актуальных задачах плоской теории упругости.....	10
С.А. Зегжда, Ш.Х. Солтаханов, Д.Т. Спасич, М.П. Юшков. Неголономная механика со связями высокого порядка и управление движением.....	11
Н.Ф. Морозов, П.Е. Товстик. Формы поверхностной и объемной потери устойчивости.....	12
В.А. Самсонов. Крест – пример типового, но негрубого ветвления решений алгебраических уравнений	13
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА.....	15
А.К. Abramian, S.A. Vakulenko. Nonlinear Vibrations of a Beam with Time-Varying Cross-Section.....	17
S. Adlaj. Mechanical Interpretation of Negative and Imaginary Tension of a Tether in a Linear Parallel Force Field.....	18
V.A. Makhavikou, R. Kasper. Choice of Modal Reduction Method in Context of Modular Simulation of Flexible Multibody Dynamics.....	19
R.P. Moshkin. About the Poincare Equations.....	20
M. Pascal, S.Ya. Stepanov. Analytical and Numerical Investigation of Limit Cycles with Dry Friction.....	21
D.T. Spasic. A Note on the Kane Equations for a Rigid Body Motion.....	22
D. Spasic, C. Dolicanin. Applications of the Atanackovic-Stankovic Expansion Formula for Fractional Derivatives in Impact Problems.....	22
M. Stefanovic, D. Dolicanin. Application of Numerical Methods in Solving Some Problems in Mechanics....	23
N.N. Suhodolskaya, R.P. Moshkin. About One Property of Poincare Equations.....	24
Л.Д. Акуленко, Д.Д. Лещенко, А.Л. Рачинская. Оптимальная стабилизация вращений твердого тела с полостью, заполненной вязкой жидкостью, в сопротивляющейся среде.....	25
Г.Т. Алдошин, С.П. Яковлев. Динамика качающейся пружины с подвижным подвесом.....	26
С.Р. Амбарцумян. Об условиях устойчивости системы нелинейных дифференциальных уравнений в критическом случае при k нулевых и q пар чисто мнимых корней.....	27
П.Р. Андронов, Ю.Д. Селюцкий. Исследование характера колебаний аэродинамического маятника....	28
И.Н. Барабанов, В.Н. Тхай. О существовании и устойчивости колебаний в квазиавтономной системе .	29
Ю.А. Белоусов, А.Б. Бячков, А.А. Нездеров. Учет плавного изменения силы трения Кулона при исследовании разгона автомобиля с проскальзыванием.....	30
В.Г. Быков. Динамика ротора с эксцентрично насаженным шаровым автобалансирующим устройством.....	31
А.Б. Бячков. Методы разрешения дифференциально–алгебраических моделей динамики несвободного движения.....	32
В.В. Грушковская. Асимптотическое поведение решений системы дифференциальных уравнений в случае двух пар чисто мнимых собственных значений.....	33
В.А. Диевский. К определению параметров преобразования энергии в электрических машинах постоянного тока.....	34
Н.Н. Дмитриев. Движение твердых тел, опирающихся на круговую, эллиптическую, кольцевую или прямоугольную области, по плоскости с анизотропным трением.....	35
М.З. Досаев, Л.А. Климина, Б.Я. Локшин, Ю.Д. Селюцкий, Ми-Чин Цай. Бифуркации ротационных режимов в задаче о динамике вертикально-осевой ветроэнергетической установки.....	36
Н.В. Дурсенева, А.М. Уздин, М.Ю. Федорова. Оценка сейсмостойкости специальных демпфированных систем.....	37
С.А. Зегжда, М.П. Юшков. К вопросу о взаимосвязи между обобщенными вариационными принципами механики.....	38

А.А. Зобова. Различные модели трения в динамике двусферического китайского волчка.....	39
Ю.К. Зотов. Управляемость и стабилизация программных движений мобильного робота.....	40
Л.П. Ильина. Построение аналитического описания движения сферического маятника, основой которого является решение задачи о движении математического маятника, притягивающегося к центру Земли.....	41
А.В. Ильинская, В.М. Морозов. Устойчивость относительных равновесий космической станции с деформируемыми элементами.....	42
М.В. Ишханян. Различные модели трения в динамике шара на плоскости.....	43
В.И. Каленова, В.М. Морозов. Об управлении линейными нестационарными системами второго порядка.....	44
А.В. Карапетян. Методы теории устойчивости в динамике систем с трением.....	45
М.А. Киселева, Г.А. Леонов. Задача устойчивости буровой установки при резкопеременных нагрузках.....	45
М.Д. Ковалёв. О восстановимости шарнирных конструкций по внутренним напряжениям.....	46
И.Г. Коляри. Удар трех тел.....	47
В.В. Коровкин, А.Г. Усов. Исследование компьютерных моделей конического изгиба тонких упругих малорастяжимых листов.....	48
В.С. Королев. Оценка частичной устойчивости решений нелинейных динамических управляемых систем.....	49
Е.И. Кугушев, Л.С. Отраднава. О движении механической системы с соударениями.....	50
А.С. Кулешов, М.О. Ицкович. О движении по горизонтальной плоскости тела, состоящего из двух дисков.....	51
Д.А. Лебедев. Об устойчивости диска, несущего гироскоп.....	52
К.В. Мануйлов. Аналитическое описание качения неоднородного шара (твердого тела, ограниченного эллиптической поверхностью) по плоскости (произвольной алгебраической поверхности).....	53
А.П. Маркеев. К динамике тяжелого твердого тела, несущего материальную точку.....	54
В.Г. Мельников. Применение аппроксимаций Чебышева в математическом моделировании механических систем.....	55
Г.И. Мельников, С.Н. Шаховал, Р.Ю. Кравчук. Определение осевых моментов инерции тела и присоединенных гидродинамических моментов инерции тел на симметричных вращениях.....	56
А.С. Моторин, Г.И. Мельников. Анализ конечноэлементной модели карданового подвеса с несимметричной внешней рамкой в САЕ системах.....	57
М.А. Муницына. Момент и сила трения в случае плоского эллиптического контакта тела с опорной плоскостью.....	58
Ю.М. Окунев, О.Г. Привалова, В.А. Самсонов. Сопоставление свойств устойчивости трех режимов авторотации.....	59
Ю.Я. Остов, А.П. Иванов. К задаче динамики полета.....	60
С.А. Панова. Колебания автомобиля на тормозном стенде с учетом непрерывного изменения силы трения Кулона.....	61
И.А. Пасынкова. Нелинейные колебания системы ротор – корпус.....	61
В.Н. Пилишкин. Построение управляемых систем с желаемым ограниченным движением.....	62
Ф.Ф. Родюков. Новый формализм в электромеханике, основанный на уравнениях Лагранжа в форме Ньютона.....	63
А.М. Русинова. О динамике однородного кругового цилиндра на наклонной плоскости с трением.....	64
Е.С. Савин. Исследование неголономной модели «робопепода» с помощью уравнений лагранжа второго рода со множителями.....	65
О.С. Сентемова. Динамика шара на горизонтальной плоскости с трением.....	66
Л.Г. Смышляева. Субоптимальное оценивание стохастических систем.....	67
П.П. Степанова. Прецессии неуравновешенного ротора Джеффкотта в массивно-податливых опорах с учетом трения.....	68
Н.А. Стрелкова. Оптимальная переориентация сферически симметричного твердого тела в сопротивляющейся среде.....	69

А.Д. Терентьев. Исследование теорем механики систем переменного состава в инерциальной системе отсчёта	70
В.Н. Тхай. Закон о зависимости периода нелинейных колебаний от одного параметра	71
А.М. Уздин, М.Ю. Федорова, А.А. Федоров. Спектральное разложение при анализе сейсмостойкости демпфированных систем	72
Ю.И. Ханукаев. Задача Дарбу о движении твёрдого тела	73
О.В. Холостова. Исследование относительных равновесий и периодических движений твердого тела и системы твердых тел с вибрирующей точкой подвеса	74
М.В. Шамолин. Случаи интегрируемости в пространственной динамике твердого тела, взаимодействующего со средой при струйном обтекании	75
Е.А. Шатров. Применение псевдоглавных координат при исследовании гашения колебаний механических систем	76
Г.Н. Яковенко. Симметрии динамических уравнений теоретической механики и их приложения	77
А.В. Яскевич. Математическое моделирование контактного взаимодействия при стыковке космических аппаратов	78
ДИНАМИКА КОСМИЧЕСКОГО ПОЛЁТА	79
А. V. Rodnikov. On Space Elevators for Precessing Asteroids	81
А.Ю. Александров, А.А. Тихонов. Об электродинамической стабилизации двухосной закрутки ИСЗ в плоскости орбиты	82
И.С. Григорьев, М.П. Заплетин. О пятых международных соревнованиях по глобальной оптимизации траекторий	83
М.П. Заплетин, А.М. Заплетин. Алгоритм численного решения задачи оптимизации траекторий космического аппарата в поле одного притягивающего центра	84
А.С. Зимовщиков. Компланарные точки либрации в фотогравитационной задаче трех тел	85
А.А. Зленко. Модель приливной эволюции Земли и Луны в одном частном случае	86
А.В. Зыков. Исследование управляемого движения космического аппарата с большим вращающимся солнечным парусом	87
Е.К. Колесников, А.С. Мануйлов. О возможности создания активных систем очистки ближнего космоса от мелкомасштабного космического мусора, основанных на использовании стабилизированных релятивистских электронных пучков	88
Е.К. Колесников, А.С. Мануйлов. Очистка околоземного космического пространства с помощью зарядки мелкодисперсных частиц космического мусора пучками высокоэнергетичных атомов водорода	89
Е.К. Колесников, С.В. Чернов. О размерах долгоживущих частиц техногенного астрозоля в верхней атмосфере и ближнем космосе	90
Е.К. Колесников, С.В. Чернов. Об электродинамическом механизме формирования в верхней атмосфере и ближнем космосе астрозольных облаков из техногенных частиц субмикронных размеров	91
Е.К. Колесников, А.Б. Яковлев. Динамика частиц лунного реголита в случае немонотонного электрического потенциала у поверхности планеты	92
В.С. Королев. Задачи оптимального инспектирования астероидов космическим аппаратом	93
М.А. Крячко. Оптимизация физических полей функциями Кравченко-Рвачева	94
А.Ф. Крячко, В.М. Лихачев. Дифракция электромагнитных волн на цилиндре произвольного поперечного сечения	95
А.А. Пережогин. Об одном эффекте светового давления в системе Земля–Луна–Частица	96
Н.А. Петров. Область устойчивости движения и ее исследование в окрестности резонанса 3:2 с Юпитером в ограниченной плоской круговой задаче трех тел	97
Л.Л. Соколов, Г.А. Кутеева. О характеристиках возможных соударений астероидов с Землей	98
А.С. Шмыров, В.А. Шмыров. Синтез оптимального управления орбитальным движением в окрестности коллинеарной точки либрации	99

ГИДРОАЭРОМЕХАНИКА.....	101
A. Ambrazevičius. Solvability Theorem to a Unimolecular Heterogeneous Reaction Model.....	103
M.V. Anolik. Calculation of Rarefied Gas Flow Around Rough Bodies	103
E. Burlutskiy. Mathematical Model of Compressible Non-Isothermal Flow of Multi-Component Natural Gas Mixture in a Pipe	104
E. Burlutskiy. Mathematical Modeling of Compressible Two-Phase Flow of Gas-Liquid Mixture in Pipes... ..	105
P. Katauskis, V. Skakauskas. On the Kinetics of Unimolecular Heterogeneous Reactions onto Planar Surfaces	106
V.V. Vedenyapin, S.Z. Adzhiev. The H-Theorem for the Discrete Quantum Kinetic Equations and for Its Generalizations	106
А.А. Абрамов, А.В. Бутковский. Эффекты перемены знака и немонотонности потока энергии в задаче Куэтта	107
А.Л. Адрианов. О допустимых границах в задании краевого эффекта за скачком уплотнения	109
О.А. Аксенова, И.А. Халидов, В.И. Свиридович. Влияние статистических и геометрических параметров шероховатой поверхности на течение разреженного газа в канале	110
С.П. Актершев, П.А. Куйбин. Устойчивость закрученного течения в цилиндрической трубе.....	111
И.А. Амелюшкин. Кинетика излучения при оптическом зондировании обтекания тел аэродисперсным потоком.....	112
Л.П. Архипова. Отражение бегущих волн от твердой стенки.....	113
Д.В. Багаев, М.П. Лобачев, С.А. Чалов. Расчет кавитационных явлений в вязкой жидкости.....	114
А.Н. Баженов, С.В. Булович. К вопросу о возможности расчета движения ионов в рамках системы уравнений электрогазодинамики при быстроменяющемся электрическом поле	115
А.Н. Бестужева. О краевых волнах Урселла	116
Т.А. Бобарыкина, В.Ф. Чиркашенко. Исследование возможности управления параметрами ударной волны путем взаимодействия её со слоем газа низкой плотности	117
В.И. Богатко, Г.А. Колтон, Е.А. Потехина. Об учете конечности числа маха в задаче о двумерных автомодельных течениях газа за фронтом интенсивной ударной волны	118
А.Ю. Боталов, П.Т. Зубков. Плоские колебания твердого тела, с полостью содержащей вязкую жидкость	119
И.Г. Брыкина, М.В. Перунов, Б.В. Рогов, Г.А. Тирский. О точности континуальных и кинетических подходов в переходном режиме гиперзвукового обтекания	120
Н.А. Брыков. Нестационарная внутренняя газодинамика энергоустановок.....	121
И.М. Букреев, С.В. Булович. Организация пассивного осаждения углеродосодержащих примесей для защиты оптического канала ITER.....	122
В.В. Веденяпин, М.А. Негматов. Уравнения Власова-Максвелла и Власова-Пуассона.....	123
О.И. Вишняков, П.А. Поливанов, А.А. Сидоренко. Параметрическое исследование электроразрядных активаторов, используемых для управления потоком.....	124
А.А. Волков. Динамические процессы в адсорбционном слое на поверхности твердого тела.....	125
О.В. Ганеев. Диффузионное горение пропана со спутным потоком воздуха в слабом электрическом поле	126
С.А. Гапонов, Б.В. Смородский, Н.М. Терехова. Линейная и нелинейная устойчивость пограничных слоев сжимаемого газа на пористых поверхностях	127
С.А. Гапонов, Н.М.Терехова. Нелинейные взаимодействия возмущений сверхзвуковых пограничных слоев на непроницаемых и пористых поверхностях с теплообменом.....	128
Ю.Н. Григорьев, И.В. Ершов. Релаксация: влияние на устойчивость и диссипация турбулентности ...	129
Ю.Ф. Гунько, Н.А. Гунько. Электрические и газодинамические поля вблизи поверхности проводящих тел в сильно разреженной плазме. Влияние кривизны поверхности	130
Я.А. Гусев, Ю.М. Циркунов. Исследование двухфазного течения в проточном сепараторе	131
С.З. До , Б.В. Егоров. Адсорбция мономеров и димеров паров воды на поверхности алюминия	132
К.Г. Добросельский. Аэродинамические свойства низкоскоростных воздушных струй в поперечном потоке	133
Б.А. Ершов, Г.А. Кутеева. К вопросу об обтекании тел вращения вязкой жидкостью.....	134

В.М. Жданов. Граничные условия скольжения для медленных течений газовых смесей.....	135
Г.В. Жижин. Сверхзвуковые движения газа с конденсированными частицами в зоне реакции стоячей волны детонации.....	136
А.В. Зайцев, Е.В. Логвиненко. Расчёт течения жидкости с изменением фазового состояния в канале .	137
В.Д. Захматов, Н.В. Щербак. Корабельные палубные установки импульсного распыления биосорбентов для ликвидации разливов нефти на акватории.....	138
В.Д. Захматов, Н.В. Щербак. Система для авиационного импульсного напыления адсорбентов на нефтяную плёнку на акватории.....	139
Г.И. Змиевская, А.Л. Бондарева. Модели образования зародышей кристаллических покрытий	140
С.А. Исаев, О.О. Егорычев, С.В. Гувернюк, Н.В. Корнев. Архитектурно-строительная аэромеханика с учетом рельефа местности и отбора ветровой энергии.....	141
В.А. Истомин, Е.В. Кустова. Коэффициенты переноса в пятикомпонентных ионизованных смесях азота и кислорода с учетом электронного возбуждения.....	142
С.В. Кириловский, Т.В. Поплавская, И.С. Цырюльников. Управление возмущениями гиперзвукового вязкого ударного слоя	143
Е.Г. Колесниченко, Ю.Е. Горбачев. Кинетика химических реакций в однотемпературных газовых смесях	144
М.М. Кузнецов, Ю.Д. Кулешова, Л.В. Смотрова. Эффект поступательной неравновесности в Тамм-Мотт-Смитовской модели ударной волны	145
Д.В. Кузнецова, И.Н. Сибгатуллин. Конвекция в плоском слое с максимумом плотности	146
О.В. Кунова. Поуровневое описание неравновесной колебательной и химической кинетики в воздухе	147
Г.И. Курбатова, Е.А. Попова. Влияние непостоянства термодинамических величин на расчетные характеристики течения газа	148
Е.В. Кустова. Релаксационные процессы в неравновесных течениях вязких газов	149
Е.В. Кустова, Е.В. Коршунова. Коэффициенты скорости диссоциации в смеси O_2/O с учётом электронного возбуждения молекул	150
Е.В. Кустова, М.А. Мехоношина. Релаксационное давление в смеси N_2-N с неравновесной реакцией диссоциации-рекомбинации и электронным возбуждением	151
Е.В. Кустова, Е.А. Нагнибеда, Н.Г. Сызранова, Ю.Д. Шевелев. О влиянии колебательной релаксации и объемной вязкости на обтекание затупленных тел потоком углекислого газа.....	152
И.Н. Ларина, В.А. Рыков. Численное исследование течений разреженного двухатомного газа через плоский микроканал.....	153
М.А. Лобанова, А.А. Горбунов, С.И. Иголкин, Ю.М. Циркунов. Конденсационный след за самолетом	154
В.Д. Люсин. Применение квазистатического приближения для исследования галопирования плохообтекаемых тел	155
К.В. Маевская, Е.А. Нагнибеда. Многотемпературное описание колебательной и химической кинетики в воздухе	156
Д.В. Макаркин. Определение сечений реакции диссоциации по поуровневым коэффициентам скорости реакции	157
Ф.А. Максимов, Ю.Д. Шевелев. Решение задач аэродинамического проектирования с применением многопроцессорной вычислительной техники	158
С.Ю. Маламанов, В.А. Павловский, Д.П. Хитрых. О влиянии упругости обтекаемой поверхности на положение области ламинарно-турбулентного перехода	159
Е.А. Малков, М.С. Иванов. Вычисление интеграла столкновений с высокой точностью.....	160
С.К. Матвеев, А.Ф. Назмутдинов. Двухслойное течение жидкости и газа через узкую щель	161
А.Ю. Мельников, В.И. Звезгинцев, Д.А. Внучков. Нестационарное истечение газа из трубопровода	162
В.П. Мемнонов. Статистическая модель шероховатости, основанная на измерениях нанорельефа поверхности атомно-силовым микроскопом	163
Р.Н. Мирошин. Функции распределения эпикуровского типа в разреженном газе.....	164
Г.В. Моллесон, А.Л. Стасенко. Робастная модель кинетики частиц при обтекании тела газодисперсной струей.....	165

Е.А. Нагнибеда, И.З. Шарафутдинов. Химическая кинетика в пятикомпонентной воздушной смеси ..	166
Е.Н. Надымов. О расчете присоединенных масс некоторого класса осесимметричных тел.....	167
А.Н. Новиков, М.С. Яковчук. Волны давления в туннеле при движении поезда.....	168
А.Н. Нуриев. Численное исследование бифуркаций двухмерных стационарных уравнений Навье-Стокса	169
В.И. Овсянников. Лагранжево уравнение неразрывности для нелинейного поля плотности газа	170
О.К. Овчинникова, А.В. Суров. Методика моделирования двухфазных импульсных струй.....	171
В.А. Павловский, А.Л. Чистов, Р.А. Шушков. Феноменологическая f – модель турбулентности.....	172
М.А. Пахомов. Численное моделирование дисперсии частиц и теплообмена в турбулентном отрывном газокапельном потоке в трубе	173
С.И. Перегудин, С.Е. Холодова. Крупномасштабные МГД волны	174
М.Е. Подольский. Силы инерции масляной пленки и устойчивость движения легконагруженных роторов	175
А.Ф. Полянский, В.А. Лашков, И.М. Цителов. Параметрическое исследование влияния локализованного подвода энергии на аэродинамические характеристики затупленного тела в сверхзвуковом потоке ..	175
Э.В. Прозорова. Влияние дисперсии в неравновесной механике сплошной среды	176
Д.А. Романюк, Ю.М. Циркунов. Перемешивание и рассеяние частиц при течении запыленного газа через систему решеток	177
В.Я. Рудяк. Механика, процессы переноса, флуктуации и необратимость	178
В.Я. Рудяк, А.А. Белкин, Д.А. Иванов. Процессы переноса в наноканалах.....	179
М.А. Рыдалевская, А.А. Морозов. Равновесный состав и скорость звука реагирующих газовых смесей	180
А.Н. Рябинин, А.Г. Кузьмин. Численное исследование трансзвукового обтекания аэродинамического профиля	181
А.В. Савин, П.Г. Смирнов. Механика интенсивной сушки пористых материалов	182
Т.Р. Сайфутдинов, К.А. Поташев. Перенос смеси конкурирующих сорбатов через сорбционные фильтры	183
В.Д. Серова. Исследование формы контактных слабых разрывов на начальной стадии формирования газовой струи	184
В.Б. Синильщиков, И.И. Драган. Определение инерционных коэффициентов, характеризующих нестационарное течение жидкости через дроссель	185
Е.М. Смирнов, М.Н. Сыралева, Н.А. Щур. Влияние формы задней кромки гидродинамического профиля на интенсивность вихрей в дорожке Кармана: численное исследование в рамках RANS-подхода	186
Н.М. Терехова. Нелинейная эволюция возмущений высоких амплитуд в сверхзвуковых пограничных слоях	187
В.Н. Усков, В.Л. Бакулев. Механизм отрыва сверхзвукового потока от стенок сопла Лавалья.....	188
В.Н. Усков, П.С. Мостовых. Тройные конфигурации бегущих ударных волн.....	189
В.Н. Усков, А.П. Ушаков. Реактивный двигатель с замкнутым циклом рабочего тела.....	190
М.Р. Хамидуллин, К.А. Поташев. Образование водяного конуса вблизи несовершенной нефтедобывающей скважины	191
Т.А. Хантулева, А.В. Литвинов. Особенности распространения волнового фронта в конденсированной среде.....	192
В.А. Цибаров, Д.А. Юдинцева. Метод оптимизации в гемодинамике	193
Ф.Г. Черемисин. Три дискретных формы интеграла столкновений Больцмана	194
С.А. Чивилихин. Плоские стоксовы течения в областях с подвижной границей.....	195
В.И. Шематович. Вклад горячей кислородной короны в торможение ИСЗ в верхней атмосфере Земли	196
С.Г. Шумков, М.Г. Игнаткова. Релаксационная газодинамика углекислого газа при умеренных температурах	197
А.Я. Эндер, И.А. Эндер, Л.А. Бакалейников, Е.Ю. Флегонтова. Ядра нелинейного интеграла столкновений уравнения Больцмана: теория и применение.....	198

А.Я. Эндер, И.А. Эндер, А.Б. Герасименко. Аналитическое решение задачи об эволюции функции распределения ионов после резкого включения периодического электрического поля.....	199
А.В. Яковенко, П.Т. Зубков. Влияние вибрации на область, заполненную совершенным вязким газом	200
А.Ю. Яковлев. Практическая реализация метода граничных уравнений на основе условия сохранения расхода.....	201
МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА.....	203
S.A. Kostytko, M.A. Grekov. The Effect of Surface Roughness on Stress State of a Multilayer Film Coating	205
А.К. Абрамян, Д.А. Индейцев, Ю.А. Мочалова, Б.Н. Семенов. Локализации колебаний на отслоении тонкой пленки как причина его дальнейшего роста.....	206
Е.Е. Аношина. Локализация колебаний в полубесконечной струне на упругом основании с начальным отслоением при гармоническом воздействии	207
А.Р. Арутюнян, Р.А. Арутюнян. Энергетический критерий прочности нелинейно-упругой среды с вырезом.....	208
М.Б. Бабенков. Динамическая задача связанной термоупругости с учетом релаксации теплового потока для полупространства.....	209
Е.А. Бахарева, В.В. Стружанов. Определение предельных параметров нагружения балки из разупрочняющегося материала при чистом изгибе и растяжении	210
Г. Бен-Дор, А. Дубинский, Т. Эльперин. Исследование задач высокоскоростного проникания ударников в грунты, металлы и бетон на основе моделей локального взаимодействия	211
Е.Г. Бердичевский. Трибомеханика процессов на скользящем контакте.....	212
К.В. Бердников, В.В. Стружанов. Эффект Савара – Массона в моделях Максвелла и Фойхта с переменной вязкостью.....	213
Д.Е. Бобылев, Л.В. Масько. Исследование методом граничных элементов особенностей взаимодействия массива горных пород с арочной крепью в выработках	214
А.О. Бочкарев. Краевая дислокация в нелинейной плоской упругой задаче для одного семейства малосжимаемых материалов	215
Ю.И. Викулина, М.А. Греков. Напряженное состояние плоской поверхности наноматериала при периодическом силовом воздействии.....	216
Е.Н. Вильчевская, Е.А. Иванова. Описание фазовых переходов в средах с кластерной структурой	217
А.Е. Волков, С.П. Алещенко. Макромодель мартенситных переходов в сплавах с памятью формы	218
Д.Н. Гаврилов. Безударное гашение колебаний консоли	219
С.Л. Гладкий, Л.Н. Ясницкий. Численно-аналитическое моделирование в задачах механики деформируемого твердого тела	220
В.И. Графутин, О.В. Илюхина, Г.Г. Мясичева, Е.П. Прокопьев, Г.И. Савельев, Ю.В. Фунтиков. Влияние нанобъектов на прочностные свойства металлов и сплавов по спектрам УРАФ	221
М.А. Греков, А.А. Язовская. Эллиптическое отверстие в упругом наноматериале.....	222
И.Ю. Гречко, М.А. Нарбут. Проблемы идентификации вязкоупругих систем	223
М.С. Еремеева, Б.Н. Семенов, Ю.В. Судьенков. Численное моделирование ударно-волновых процессов при центральном соударении трех стержней различной массы.....	224
А.М. Ермаков, Т.В. Усачева. Исследование устойчивости цилиндрической оболочки при осевом сжатии с использованием неклассических теорий оболочек.....	225
А.М. Ермаков, И.А. Няпшаев. Анализ механических моделей асбестовых нанотрубок	226
Б.А. Зимин, Ю.В. Судьенков, Н.В. Вовненко. О некоторых эффектах, возникающих при взаимодействии акустических и тепловых волн.....	227
Ю.И. Кадашевич, Р.В. Пелюхов, С.П. Помыткин. Особенности решения задачи тройного сдвига по эндохронной теории неупругости при учете больших деформаций.....	228
М.С. Канин, Г.В. Павилайнен. Упруго-пластический изгиб вертикальной балки с учетом эффекта SD материала.....	229
С.В. Каштанова, Н.Ф. Морозов. О потере плоской формы устойчивости нанопластин.....	230

В.М. Кац, А.А. Лукин, В.А. Морозов, С.И. Федосеенко. Инициирование и взаимодействие с преградой импульсного пучка ионов ксенона.....	231
В.М. Кац, В.А. Морозов. Магнитоэластический эффект при импульсном нагружении диамагнитных кристаллов.....	232
С.Ю. Кислова, В.Н. Шлянников, А.В. Туманов. Характеристики трещиностойкости титанового сплава при смешанных формах циклического деформирования.....	233
В.Л. Котов, А.А. Тарасова, А.А. Макарова. Решение задачи о расширении сферической полости в грунтовой среде.....	234
А.В. Михеев. Локальная устойчивость сферической оболочки на упругом основании при силовом и температурном нагружении.....	235
В.А. Морозов, С.С. Шпилов. Разлет в вакуум и взаимодействие с преградой мелкодисперсных частиц при электрическом взрыве проводников.....	235
А.А. Морщинина. Напряженно-деформированное состояние изотропной нелинейно упругой сферы.....	236
Д.А. Морщинина. Об упругом диске, нагруженном на контуре сосредоточенными силами и моментами.....	237
А.И. Муницын. Нелинейные колебания нити в мотальной машине.....	238
Н.В. Наумова, Д.Н. Иванов, Б.А. Ершов. Задача о деформации сферы под действием гидростатического давления.....	239
В.М. Пестренин, И.В. Пестренина. Модель механического поведения соляных образцов, одновременно проявляющих вязкоупругие и вязкопластические свойства.....	240
Е.А. Подольская, А.М. Кривцов, А.Ю. Панченко. Исследование устойчивости и фазового перехода в ГЦК решетке при больших деформациях.....	241
Ю.Г. Пронина. Краевые дислокации и сосредоточенные силы в упругой полуплоскости с отверстиями и вырезами.....	242
В.М. Рябов, Б.А. Ярцев. Связанные затухающие колебания композитных конструкций.....	243
И.В. Смирнов, Ю.В. Судьенков. Распространение трещин в пластинах пмма при ударных и квазистатических нагрузках.....	244
Г.Д. Федоровский. Математические модели длительной прочности, структурных переходов и повреждаемости сплошных сред на базе концепции обобщенного времени.....	245
С.Б. Филиппов. Приближенное определение оптимальных параметров в задачах устойчивости и колебаний подкрепленных цилиндрических оболочек.....	246
В.М. Хвисевич, А.И. Веремейчик. Исследование напряженно-деформированного состояния пуансона для пробивки отверстий при поверхностном плазменном упрочнении методом граничных интегральных уравнений.....	247
БИОМЕХАНИКА.....	249
N. Kovincic, M. Zigic, N. Grahovac, D. Spasic. On Impact in Biomechanical Systems.....	251
V. Skakauskas, P. Katauskis, A. Skvortsov. On the Receptor–Toxin–Antibody Interaction Problem.....	251
Р.А. Алексеев. Моделирование ходьбы двуногого шагающего робота в приложении Simmechanics к Matlab-Simulink.....	252
С.М. Бауэр, О.В. Иванова, Е.Г. Крылова, А.А. Паутов, Ю.О. Сапач. Влияние геометрии замыкающих клеток на работу устьичного аппарата у растений.....	252
П.И. Бегун, Д.А. Рубашова, О.В. Щепилина. Метод исследования структур человеческого организма при использовании клинических данных и пакетов прикладных программ MIMICS И SOLID WORKS.....	253
С.М. Босяков, К.С. Юркевич, И.Э. Шпилевский. Оценка потери прочности длинных трубчатых костей человека при выполнении секторальной резекции.....	255
Т.М. Гамилов. Моделирование механизма ауторегуляции кровеносных сосудов.....	256
В.И. Гориховский, А.Г. Петров, С.Н. Николаев. Моделирование медицинского эспандера с вязким раствором и упругой оболочкой.....	257
И.И. Демидова. Моделирование перестройки структуры костной ткани методом фотоупругости.....	257
А.Б. Качанов, В.В. Корников, Т.И. Кауненко. Анализ аномалий рефракций по абберациям высших порядков.....	258

Г.И. Михасев, И.Л. Славашевич. О влиянии мембранных напряжений в реконструированной барабанной перепонке на собственные частоты колебательной системы среднего уха, подвергнутого тимпанопластике и стапедотомии	259
Т. Обгадзе, Б. Бабалашвили. Математическое моделирование процесса возникновения красных тромбов в кровеносных сосудах.....	260
П.В. Трофименко. О зависимости внутриглазного объема от внутриглазного давления.....	261
В.М. Фомин, В.Л. Ганимедов, М.И. Мучная, А.С. Садовский, В.Н. Шепеленко. Численное моделирование течения воздуха в верхних дыхательных путях человека.....	262
К.С. Юркевич, С.М. Босяков. Биомеханическое моделирование начальных перемещений корня зуба в костной ткани.....	263
ИСТОРИЯ МЕХАНИКИ.....	265
Г.А. Акимов. К истории развития газодинамики сверхзвуковых струйных течений	267
Л.А. Архангельская, С.И. Дмитриева. Вклад выпускников СПбГУ (ЛГУ) в развитие национальных математических школ в других странах	268
Л.А. Архангельская, С.И. Дмитриева. Студенты и аспиранты матмеха ЛГУ на фронтах великой отечественной войны.....	269
Л.А. Архангельская, Е.А. Нагнибеда, М.А. Рыдалевская. Александра Васильевна Белова: к 95-летию со дня рождения	270
И.И. Демидова. Труды профессора Г.В. Колосова по биомеханике.....	271
И.Е. Лопатухина, А.Л. Лопатухин, Е.Н. Поляхова. Гидромеханика Даниила Бернулли и Леонарда Эйлера в Петербургской Академии Наук – Хронология на фоне эпохи	272
М.А. Миркин. Теорема Гурвица и эксперименты Резерфорда.....	273
Н.Н. Поляхов, В.С. Сабанеев. В.Н. Щелкачев «Дорога к истине».....	273
Е.Н. Поляхова, Н.Н. Поляхов. О библиографических исследованиях профессора Н.Н. Поляхова по истории публикаций Собраний Сочинений М.В. Ломоносова в России в XVIII–XX в.в. (К 300-летию со дня рождения М.В. Ломоносова в 2011 г.)	274
Е.Н. Поляхова, Е.В. Смирнова. Академик В.И. Смирнов и профессор Н.Н. Поляхов – историки науки (по материалам второго издания книги «Владимир Иванович Смирнов»).....	275
Ш.Х. Солтаханов. О развитии связи неголономной механики с задачами управления.....	276
А.Л. Торговицки. Основные вехи развития науки.....	277
ПЕРЕЧЕНЬ АВТОРОВ.....	283
СОДЕРЖАНИЕ.....	295

**Международная научная конференция по механике
ШЕСТЫЕ ПОЛЯХОВСКИЕ ЧТЕНИЯ**
Конференция посвящается
95-летию со дня рождения С.В. Валландера

Тезисы докладов Международной научной конференции по механике,
Санкт-Петербург, 31 января – 3 февраля 2012 г.

Редактор Л.А. Пузырёва

Подписано в печать 16.01.2012.
Формат бумаги 60 × 90 1/8. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 304. Тираж 300 экз. Заказ №УП1
Отпечатано на оборудовании ООО «Пантон»
198504, Санкт-Петербург, Старый Петергоф, Университетский пр., д.28