

УДК 531+532+533+534+539

Редакционная коллегия:

*академик РАН Н.Ф. Морозов (СПбГУ, отв. редактор),
проф. И.А. Пасынкова (СПбГУ, отв. секретарь),
асс. Е.Б. Воронкова (СПбГУ, секретарь),
проф. С.К. Матвеев (СПбГУ),
доц. Е.Н. Поляхова (СПбГУ),
засл. деятель науки РФ проф. П.Е. Товстик (СПбГУ),
проф. М.П. Юшков (СПбГУ).*

Пятое Поляховские чтения: Тезисы докладов Международной научной конференции по механике, Санкт-Петербург, 3-6 февраля 2009 г. — СПб, 2009. — 265 с.

В сборник включены тезисы докладов, представленных на Международную научную конференцию по механике «Пятое Поляховские чтения». Рассматриваются вопросы теоретической и прикладной механики, динамики космического полета, механики жидкости и газа, механики деформируемого твердого тела, биомеханики, а также истории механики.

УДК 531+532+533+534+539

Международная научная конференция по механике «Пятое Поляховские чтения» проводится при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант РФФИ № 08-01-06007-г).

© Коллектив авторов, 2009

© Мат.-мех. факультет

С.-Петербургского университета, 2009

ОТ ОРГКОМИТЕТА

Сборник включает в себя тезисы докладов, представленных на Международную научную конференцию по механике «Пятое Поляховские чтения».

Первая Всероссийская конференция «Поляховские чтения» была проведена в 1997 г. и привлекла широкое внимание российских и зарубежных ученых-механиков. В дальнейшем «Поляховские чтения» приобрели статус международной конференции и проводятся один раз в три года в первую неделю февраля. Расширяется круг обсуждаемых проблем и организуются новые секции. Начиная с «Третьих Поляховских чтений» успешно работает секция «Динамика космического полета». На настоящей конференции начинает работу секция «Биомеханика».

Конференция проводится 3–6 февраля 2009 г. в Санкт-Петербурге на базе Санкт-Петербургского Дома ученых РАН и математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета.

В программу конференции включены пленарные и секционные доклады по следующим направлениям:

- I. Теоретическая и прикладная механика
- II. Динамика космического полета
- III. Гидроаэромеханика
- IV. Механика деформируемого твердого тела
- V. Биомеханика
- VI. История механики

ORGANIZING COMMITTEE NOTE

The book includes the abstracts of papers presented at the International Scientific Conference on Mechanics «Fifth Polyakhov Readings».

The first All-Russia conference «Polyakhov's Reading» was held in 1997. It was dedicated to the 90th anniversary of Nikolai N. Polyakhov (1906-1987). The conference has drawn wide attention of the Russian and foreign scientists and since 2000 «Polyakhov's reading» has been transformed into an international conference. It is held once to three years in the first week of February. The list of discussed problems has been much extended. The section of «Dynamics of space flight» has been organized at «The Third Polyakhov's Reading». In the current conference new section of «Biomechanics» begins to work.

The conference is held at the Saint Petersburg House of Scientists (Russian Academy of Sciences), and the Department of Mathematics and Mechanics, Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, February 3-6, 2009.

Conference programm includes plenary lectures and oral presentations in the following scientific areas:

- I. Theoretical and Applied Mechanics
- II. Dynamics of Space Flight
- III. Mechanics of Fluids and Gases
- IV. Mechanics of Solids
- V. Biomechanics
- VI. History of Mechanics

ОРГАНИЗАТОРЫ КОНФЕРЕНЦИИ

Министерство образования и науки РФ

Российский фонд фундаментальных исследований

Санкт-Петербургский государственный университет

Санкт-Петербургский Дом ученых РАН

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Институт проблем машиноведения РАН

Балтийский государственный технический университет («Военмех»)

ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова

Председатель конференции: Морозов Никита Федорович, академик РАН

CONFERENCE ORGANIZERS

Ministry of Education and Science of Russian Federation

Russian Foundation for Basic Research

Saint Petersburg State University

Saint Petersburg House of Scientists, RAS

Saint Petersburg State Polytechnic University

Institute of Problems of Mechanical Engineering, RAS

Baltic State Technical University «Voenmech»

Central Scientific Research Institute named by A.N. Krylov

Conference chairman Nikita F. Morozov, academician of RAS

Международная научная конференция по механике «Пятые Поляховские чтения» проводится при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант РФФИ № 08-01-06007-Г).



The International Scientific Conference on Mechanics «The Fifth Polyakhov Readings» is held under financial support of Russian Foundation for Basic Research (Grant № 08-01-06007-Г).

НАУЧНЫЙ КОМИТЕТ КОНФЕРЕНЦИИ

Белецкий В.В. (Россия)	Мэй Фунсян (Китай)
Блехман И.И. (Россия)	Пальмов В.А. (Россия)
Васильев С.Н. (Россия)	Папаставридис Дж. (США)
Вуйичич В. (Сербия)	Паскаль М. (Франция)
Индейцев Д.А. (Россия)	Петров Ю.В. (Россия)
Карапетян А.В. (Россия)	Радев С. (Болгария)
Каспер Р. (Германия)	Скалия М. (Италия)
Каттани К. (Италия)	Степанов С.Я. (Россия)
Климов Д.М. (Россия)	Товстик П.Е. (Россия)
Козлов В.В. (Россия)	Трогер Х. (Австрия)
Кривцов А.М. (Россия)	Тхай В.Н. (Россия)
Маркеев А.П. (Россия)	Федоров М.П. (Россия)
Мартыненко Ю.Г. (Россия)	Черноусько Ф.Л. (Россия)
Михайлов Г.К. (Россия)	Эрикссон А. (Швеция)
Михасев Г.И. (Беларусь)	

SCIENTIFIC ORGANIZING COMMITTEE

Beletsky V.V. (Russia)	Mikhailov G.K. (Russia)
Blekhman I.I. (Russia)	Mikhasev G.I. (Belarus)
Cattani C. (Italia)	Palmov V.A. (Russia)
Chernousko F.L. (Russia)	Papastavridis J. (USA)
Eriksson A. (Sweden)	Pascal M. (France)
Fedorov M.P. (Russia)	Petrov Yury V. (Russia)
Indeitsev D.A. (Russia)	Radev S. (Bulgaria)
Karapetyan A.V. (Russia)	Scalia M. (Italia)
Kasper R. (Germany)	Stepanov S.Ya. (Russia)
Klimov D.M. (Russia)	Tkhai V.N. (Russia)
Kozlov V.V. (Russia)	Tovstik P.Ye. (Russia)
Krivtsov A.M. (Russia)	Troger H. (Austria)
Markeev A.P. (Russia)	Vasilyev S.N. (Russia)
Martynenko Yu.G. (Russia)	Vujicic V. (Serbia)
Mei Fengxiang (China)	

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ КОНФЕРЕНЦИИ

Леонов Г.А. (сопредседатель), член-корреспондент РАН, СПбГУ

Матвеев С.К. (сопредседатель), СПбГУ

Юшков М.П. (сопредседатель), СПбГУ

Пасынкова И.А. (ученый секретарь), СПбГУ

Воронкова Е.Б. (ученый секретарь), СПбГУ

Алдошин Г.Т. (БГТУ «Военмех»)

Никитин Г.В. (Дом ученых РАН)

Бауэр С.М. (СПбГУ)

Поляхова Е.Н. (СПбГУ)

Даль Ю.М. (СПбГУ)

Рыдалевская М.А. (СПбГУ)

Зегжда С.А. (СПбГУ)

Скворцов Н.Г. (СПбГУ)

Иванова Е.А. (СПбГПУ)

Тихонов А.А. (СПбГУ)

Кустова Е.В. (СПбГУ)

Трифоненко Б.В. (СПбГУ)

Любимов Г.А. (МГУ)

Филиппов С.Б. (СПбГУ)

Нагнибеда Е.А. (СПбГУ)

LOCAL ORGANIZING COMMITTEE

Leonov G.A. (co-chairman), corresponding member of RAS, Saint-Petersburg State University

Matveev S.K. (co-chairman), Saint-Petersburg State University

Yushkov M.P. (co-chairman), Saint-Petersburg State University

Pasyunkova I.A. (scientific secretary), Saint-Petersburg State University

Voronkova E.B. (scientific secretary), Saint-Petersburg State University

Aldoshin G.T., Baltic State Technical University

Bauer S.M., Saint-Petersburg State University

Dahl Y.M., Saint-Petersburg State University

Filippov S.B., Saint-Petersburg State University

Ivanova E.A., Saint-Petersburg State Polytechnic University

Kustova E.A., Saint-Petersburg State University

Lyubimov G.A., Moscow State University

Nagnibeda E.A., Saint-Petersburg State University

Nikitin G.V., Saint-Petersburg House of Scientists, RAS

Rydalevskaya M.A., Saint-Petersburg State University

Skvortsov N.G., Saint-Petersburg State University

Tikhonov A.A., Saint-Petersburg State University

Trifonenko B.V., Saint-Petersburg State University

Zegzhda S.A., Saint-Petersburg State University





Николай Николаевич Поляхов
1906 — 1987

ПЛЕНАРНОЕ ЗАСЕДАНИЕ
PLENARY SESSION

О НАУЧНОЙ, ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ, МЕТОДИЧЕСКОЙ И
ОБЩЕСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ
ПРОФЕССОРА Н.Н. ПОЛЯХОВА

Зегжда С. А., Нагнибеда Е. А., Сабанеев В. С., Юшков М. П.

Санкт-Петербургский государственный университет

Mikhail.Yushkov@MJ16561.spb.edu

Профессор Николай Николаевич Поляхов – выдающийся ученый XX века в области гидроаэромеханики и аналитической механики. Он является одним из создателей теории гребных и воздушных винтов, сумевший довести её до методов практического расчета. Им существенно развита вихревая теория крыла как в стационарном, так и в нестационарном потоке. Он же предложил корректные методы решения уравнения теории крыла.

Н.Н. Поляхов в течение нескольких десятилетий читал курс теоретической механики для студентов-математиков Санкт-Петербургского (Ленинградского) государственного университета. Стремясь построить курс как можно более строго, он столкнулся с тем, что общепринятый вывод уравнений движения неголономных систем является некорректным. Им предложен общий метод составления уравнений движения неголономных систем, пригодный как при линейных, так и нелинейных связях. Он обобщил принцип Гаусса на неголономные системы любого порядка. Им совместно с А.Ю. Львовичем показано, что этот метод может быть с успехом применен в теории электромеханических систем.

Профессор Н.Н. Поляхов со своими учениками С.А. Зегждой и М.П. Юшковым в течение десяти лет работали над фундаментальным университетским учебником по теоретической механике. К настоящему времени книга вышла в двух изданиях и получила высокую оценку коллег как в России, так и за рубежом.

Н.Н. Поляхов постоянно вел большую научно-организационную работу. Много лет он возглавлял Главной Совет по механике Минвуза РСФСР, секцию истории математики и механики Ленинградского отделения Советского национального объединения историков естествознания и техники, секцию теоретической механики Ленинградского дома ученых АН СССР. В Ленинградском университете он был председателем конкурсной комиссии по присуждению Университетских премий, председателем Специализированного Совета по защите докторских диссертаций. Более десяти лет он являлся ответственным редактором серии «Математика, механика, астрономия» журнала «Вестник Ленинградского университета».

Zegzhda S.A., Nagnibeda E.A., Sabaneev V.S., Yushkov M.P. *About scientific, pedagogical, methodical and public activity of Professor N.N. Polyakhov.*

Professor N.N. Polyakhov is a well-known scientist in the fields of hydroaeromechanics and analytical mechanics. His monograph on the theory and analysis of the screw propeller (with V.P. Vetchinkin) is widely known. N.N. Polyakhov appreciably advanced airfoil theory for both stationary and non-stationary flow. Many of N.N. Polyakhov's results in analytical mechanics were included to his textbook manual on classical mechanics, which was created by him together with his colleagues S.A. Zegzhda and M.P. Yushkov.

МЕТОДЫ НЕГОЛОНОМНОЙ МЕХАНИКИ В ЗАДАЧАХ
УПРАВЛЕНИЯ АВТОНОМНЫМИ КОЛЕСНЫМИ РОБОТАМИ**Мартыненко Ю. Г.***Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, НИИ механики
martynenko@imec.msu.ru*

В докладе излагаются результаты цикла работ, посвященных вопросам динамики и управления мобильными колесными роботами. Рассматриваемые мобильные роботы способны автономно решать сложные задачи ориентирования и движения в среде с активными и пассивными маяками-ориентирами и задачи отслеживания трасс, заданными различными способами. Роботы имеют различные варианты кинематических схем и зрительных систем.

Обсуждаются различные подходы к построению математических моделей автономных роботов и выбору методов их исследования. Приводятся результаты, полученные аналитическими методами неголономной механики, а также методами компьютерного моделирования, позволяющего проводить целенаправленный выбор параметров мобильных колесных роботов и законов управления ими. Обсуждаются преимущества матричной формы уравнений Маджи для электромеханических систем с линейными токами, основанных на формализме Лагранжа-Максвелла [1, 2]. Проводится сравнение математических моделей колесных роботов, построенных с помощью уравнений Воронца, Чаплыгина, Аппеля, Маджи, Эйлера-Лагранжа [3, 4]. Приводится решение прямой и обратной задач кинематики для известных в настоящее время кинематических схем мобильных колесных роботов [5] при движении по горизонтальной плоскости и отсутствии проскальзывания колес. Для робота с тремя поворотными ведущими колесами, представляющими собой неголономную электромеханическую систему с избыточным числом управляющих воздействий, построен «электронный дифференциал», обеспечивающий независимость движения центра масс робота и углового движения платформы.

Приведены алгоритмы управления трехколесными роботами с роликонесущими колесами [6], основанными на найденных интегрируемых случаях их движения.

При выполнении условий декомпозиции решены задачи организации продольного и бокового движений мобильных двухколесных роботов путем относительного перемещения звеньев.

Разработаны методы синтеза алгоритмов управления, обеспечивающего как максимально возможную область притяжения, так и компенсацию наибольших отклонений системы от рабочих режимов [7].

Эксперименты, выполненные с макетами роботов, находятся в хорошем согласии с описанными выше теоретическими результатами.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 06-01-00517 и 07-01-92167).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А.* Динамика неголономных систем. М.: Наука, 1967. 520 с.
- [2] *Мартыненко Ю.Г.* Аналитическая динамика электромеханических систем. М.: Изд-во МЭИ, 1985. 62 с.
- [3] *Охоцимский Д.Е., Мартыненко Ю.Г.* Новые задачи динамики и управления движением мобильных колесных роботов // *Успехи механики*, т.2, № 1, 2003. с. 3-46.

- [4] *Мартыненко Ю. Г.* Управление движением мобильных колёсных роботов // *Фундаментальная и прикладная математика*. 2005. Т. 11. вып. 8., с. 29-80.
- [5] *Campion G., Chung W.* Wheeled robots // *Springer Handbook of Robotics*. Siciliano Bruno; Khatib, Oussama (Eds.) 2008, Pp.87-107.
- [6] *Мартыненко Ю.Г., Формальский А.М.* О движении мобильного робота с роликонесущими колёсами // *Известия РАН. ТИСУ*, № 6, 2007, с. 142-149.
- [7] *Белотелов В.Н., Мартыненко Ю.Г.* Управление пространственным движением перевернутого маятника, установленного на колесной паре// *Изв. РАН. Механика твердого тела*, №3, 2006 г., с. 25-42.

Martynenko Yu.G. *Methods of nonholonomic mechanics in control problems of autonomous mobile wheeled robots.*

The results of investigations of wheeled mobile robots dynamics and control are reported. Advantage of an offered matrix form of nonholonomic equations is the capability of essential simplification of a construction of mathematical models for wheeled mobile robots which moves without sliding. The theoretical results allow to simplify the synthesis of control law for different type of autonomous mobile robots.

ON A GENERALIZATION OF BIRKHOFFIAN MECHANICS

Mei Fengxiang, He Guang
Beijing Institute of Technology, China
heguang@bit.edu.cn

Based on a generalization of the Pfaff-Birkhoff principle, the generalized Birkhoff's equations are established. The Poisson integration method, the Noether symmetry method and the Lie symmetry method of the equations are studied.

The titles of each paragraph are as the following,

1. A generalization of the Pfaff-Birkhoff principle
2. Generalized Birkhoff's equations
3. Poisson integration method
4. Noether symmetry method
5. Lie symmetry method
6. Example
7. Conclusion

REFERENCES

- [1] *Santilli R. M.* Foundations of Theoretical Mechanics II. New York: Springer-Verlag, 1983, 370p.
- [2] *Mei Fengxiang.* The Noether's Theory of Birkhoffian Systems // Science in China, Serie A, 1993, 36(12): P. 1456-1467.
- [3] *Mei Fengxiang, Shi Rongchang, Zhang Yongfa, Wu Huibin.* Dynamics of Birkhoffian Systems. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1996, 228p(in Chinese).
- [4] *Galiullin A. S., Gafaror G. G., Malaishka R. P., Khvan A. M.* Analytical Dynamics of Helmholtz Birkhoff Nambu Systems. Moscow: UFN, 1997, 323p(in Russian).
- [5] *Hojman S. A.* A new conservation law constructed without using either Lagrangians and Hamiltonians // J. Phys. A: Math. Gen, 1992, 25, P. L291-L295.
- [6] *Santilli R. M.* Foundations of Theoretical Mechanics I. New York: Springer-Verlag, 1978, 266p.
- [7] *Zegzhda S. A., Soltakhanov Sh. Kh., Yushkov M. P.* Equations of Motion of Nonholonomic Systems and Vanational Principle of Mechanics. New Klass of Control Problems. Moscow: FIZMAT, 2005, 268p(in Russian).

НОВЫЕ МОДЕЛИ КИНЕТИКИ И ПЕРЕНОСА В НЕРАВНОВЕСНЫХ ПОТОКАХ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ГАЗОВОЙ ДИНАМИКЕ

Нагнибеда Е. А., Кустова Е. В.*Санкт-Петербургский государственный университет*

e_nagnibeda@mail.ru, elena_kustova@mail.ru

Важной проблемой современной физической газовой динамики является исследование течений газов в условиях сильных отклонений от термодинамического равновесия. В таких условиях характерные времена кинетических процессов, происходящих при столкновениях частиц, сравнимы со средним временем изменения макропараметров потока. Поэтому уравнения кинетики и газодинамики должны решаться совместно, а неравновесные распределения частиц напрямую влияют на параметры потока и теплоперенос. В последнее десятилетие значительное развитие получили как вычислительная газовая динамика, так и кинетическая теория неравновесных процессов в потоках газов [1]. Однако при решении конкретных задач физической газовой динамики до сих пор используются упрощенные и недостаточно точные модели кинетики. Важной проблемой является создание таких теоретических моделей процессов кинетики и переноса, которые, с одной стороны, адекватно описывают неравновесные физико-химические процессы в газовых потоках, и в то же время обладают достаточной простотой для возможности их использования при реализации современных численных алгоритмов решения актуальных газодинамических задач.

В докладе представлены новые модели кинетики и переноса в сильно неравновесных потоках реагирующих газов [2], разработанные авторами в последние годы, и показаны результаты применения этих моделей: 1) при решении задачи о течении вязкого газа вдоль линии торможения [3] (в работах, совместных с Институтом Кармана Динамики жидкости (Брюссель)) и 2) при изучении параметров потока в ударном слое и теплопередачи к поверхности космического аппарата MSRO при его спуске в атмосфере Марса [4] (совместно с Институтом автоматизации проектирования РАН (Москва)).

Представляя этот доклад на Пятых Поляховских чтениях, авторы хотели бы отметить, что, несмотря на то, что сам Николай Николаевич Поляхов не занимался молекулярной газовой динамикой, он отмечал важность этого научного направления и, будучи заведующим кафедры гидроаэромеханики, поддерживал его развитие в Ленинградском (Санкт-Петербургском) университете.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Нагнибеда Е.А., Кустова Е.В.* Кинетическая теория процессов переноса и релаксации в потоках неравновесных реагирующих газов. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2003. 272 с.
- [2] *Kustova E.V., Nagnibeda E.A.* On a correct description of a multi-temperature dissociating CO₂ flow // *Chem. Phys.* 2006. Vol. 321. P. 293–310.
- [3] *Orsini A., Rini P., Taviani V., Fletcher D., Kustova E.V., Nagnibeda E.A.* State-to-State Simulation of Non-Equilibrium Nitrogen Stagnation Line Flows: Fluid Dynamics and Vibrational Kinetics // *Journ. Thermophys. Heat Transfer.* 2008. Vol. 22. No. 3. P. 390–398.
- [4] *Сызранова Н.Г., Шевелев Ю.Д., Кустова Е.В., Нагнибеда Е.А.* Численное исследование влияния термохимических процессов на обтекание и теплообмен аппарата при спуске в атмосфере Марса // *Всероссийский семинар по аэрогидродинамике: Избранные труды, Санкт-Петербург, 5-7 февраля 2008г.* — СПб.: С.-Петерб. гос. ун-т, 2008. С. 93–99.

Nagnibeda E.A., Kustova E.V. *Models of kinetic and transport processes and their applications in gas dynamics.*

The paper presents new theoretical models of transport and kinetic processes in gas flows strongly deviating from thermodynamic equilibrium. The models satisfy the requirements of both accuracy and simplicity in order to be implemented to the CFD numerical algorithms. The applications of the models 1) to the viscous gas flow along a stagnation line and 2) to the shock layer near the space vehicle MSRO (Mars Sample Return Orbiter) in its re-entry to the Mars atmosphere are demonstrated.

ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ ФОРМЫ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ

Товстик П. Е.*Санкт-Петербургский государственный университет*
peter.tovstik@mail.ru

Рассматривается один из классов задач устойчивости сжатых упругих тел, именно, задачи, в которых перемещения при потере устойчивости локализируются в окрестности свободного края или свободной поверхности и экспоненциально убывают при удалении от нее.

Простейшая задача этого класса была решена А.Ю. Ишлинским (1954), который исследовал устойчивость при сжатии полубесконечной пластины со свободным краем. Наличие свободного края ведет лишь к незначительному снижению критической нагрузки. Параметр снижения нагрузки для оболочек со свободным (или слабо закрепленным) краем оказывается существенно большим, чем для пластин. Здесь отметим работы З.Г. Ершовой (1992), Н.А. Кильчевского (1942), W. Nachbar, N.J. Hoff (1962).

Далее рассматривается устойчивость трансверсально изотропного упругого полупространства, сжатого в горизонтальных направлениях. Наличие свободной поверхности ведет к появлению форм потери устойчивости, локализованных вблизи нее, и к снижению критической нагрузки. В ряде случаев докритические деформации оказываются значительными, поэтому задача решена также в геометрически нелинейной постановке.

Особенностью задач об устойчивости полупространства является то, что критическая нагрузка определяется однозначно, однако длина волны при потере устойчивости в рамках механики сплошной среды остается неопределенной. Для устранения этой неопределенности необходимо более детальное исследование поверхностных явлений. Одной из возможностей является рассмотрение поверхности на молекулярном уровне. В связи с этим рассмотрена модельная задача об устойчивости плоской решетки частиц со свободным краем, взаимодействующих друг с другом по закону Леннарда–Джонса. Установлено, что критической нагрузке соответствует форма потери устойчивости с минимально возможным периодом.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 07.01.00250а).

Tovstik P.E. *On the localized buckling modes.*

We study one type of the buckling problems of compressed elastic bodies namely the problems for which the buckling mode is localized near the free edge or near the free surface. The corresponding deflections exponentially decrease away from the free edge. The critical load is smaller than the load for the same problem without free edge. Some problems for plates, for shells, for a transversal isotropic halfspace, and for a lattice of particles are discussed.

ГРУБЫЕ ПО ПЕРИОДИЧЕСКОМУ ДВИЖЕНИЮ МОДЕЛИ

Тхай В. Н.

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва
tkhai@ipu.rssi.ru

В докладе излагаются результаты для грубого по периодическому движению класса механических моделей.

Постановка задачи восходит к работам Пуанкаре [1] и формулируется следующим образом. Пусть система

$$\dot{x} = X_0(x, t) + \mu X_1(\mu, x, t) \quad (1)$$

содержит малый параметр μ и при $\mu = 0$ допускает периодическое движение. При каких условиях, наложенных на функции X_0, X_1 , система (1) при малых $\mu \neq 0$ допускает периодическое движение, которое при $\mu \rightarrow 0$ стремится к порождающему движению системы (1)?

При $\mu = 0$ в (1) имеем порождающую систему (модель), при $\mu \neq 0$ получаем возмущенную систему. Периодическое движение порождающей системы будет порождающим, если к нему при $\mu \rightarrow 0$ стремится периодическое движение возмущенной системы.

Постановка задачи и ее решение зависят от того, какая конкретная связка «модель – возмущения» рассматривается. Модель ($\dot{x} = X_0$) принадлежит к некоторому классу ($X_0 \subset K_0$), действующие возмущения X_1 – к своему классу K_1 . Классы возникают при постановке задачи. В общем случае они не совпадают. В теории и для приложений естественно считать $K_0 \subseteq K_1$. Обычно изучается случаи, когда классы совпадают или разнятся лишь способом зависимости от времени.

Модель (из класса K_0) называется грубой по периодическому движению (в классе возмущений K_1), если система (1) при малых $\mu \neq 0$ имеет периодическое движение (которое при $\mu \rightarrow 0$ стремится к порождающему) независимо от вида конкретных действующих возмущений из данного класса K_1 .

В механике обычно используются модели, которые не содержат в явном виде время (уравнения Лагранжа, уравнения Гамильтона, уравнения в квазикоординатах, задача трех тел, уравнения Эйлера-Пуассона и др.). Действие тел, не включенных в данную систему, учитывается в рамках теории возмущений. При этом действующие возмущения обусловлены различными факторами, как, например: 1) изменением параметров системы, 2) переходом в неинерциальную систему координат, 3) слабым действием тел, не включенных в данную систему. Эти возмущения могут быть контролируруемыми (малое изменение известных параметров, переход на слабо эллиптическую орбиту в задаче трех тел, малые вибрации точки подвеса маятника и т.д.) или неконтролируемыми (параметры известны приближенно, скорость вращения системы координат измерена неточно, конкретный вид возмущений неясен). Возмущения могут сохранять автономность системы или же — приводить к системе, близкой к автономной, — квазиавтономной системе.

В качестве базовой механической модели можно выбрать обратимые механические системы, обладающие фундаментальным свойством пространственно-временной симметрии. Такими являются модели классической и небесной механики.

Центральный результат, представленный в докладе, заключается в следующем: модель — обратимая механическая система является грубой по периодическому движению в классе возмущений, сохраняющих свойство обратимости.

Из этого результата, во-первых, следует сама возможность существования грубой по периодическому движению модели, во-вторых, констатируем открытие целого класса таких механических моделей, в третьих, получаем решение задачи Пуанкаре для неконтролируемых возмущений.

В докладе также анализируются различные частные случаи, приводятся условия грубости консервативной системы с одной степенью свободы, обобщенной консервативной системы с двумя степенями свободы, показана грубость системы, состоящей из слабосвязанных подсистем. Рассматриваются различные приложения: маятник с вертикально (горизонтально) вибрирующей точкой подвеса, задача В.В. Белецкого, задача Колмогорова-Ситникова, задача трех тел и т.д.

Теория колебаний разработана в работах А. Пуанкаре, И. Г. Малкина, Н. Н. Боголюбова, В. К. Мельникова и многих других. В этой теории, как правило, изучались такие связки «модель - возмущение»: 1) модель – система ОДУ в виде Коши, возмущения – произвольные функции (включая возмущение в виде запаздывания), 2) модель – гамильтонова система, возмущения – или функции, сохраняющие гамильтоновость, или – произвольные функции. Основным предметом рассмотрения были гладкие динамические системы.

В системах, рассмотренных Пуанкаре, Боголюбовым, Малкиным, Мельниковым и другими, грубый случай исключался (невозможен).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (06-01-00068а, 09-01-00468а), программы 22 Президиума РАН, программы НШ-1676.2008.1.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Пуанкаре А. Избранные труды. Новые методы небесной механики. М.: Наука, 1971. 771 с.

Tkhai V.N. *Structurally stable models in the sence of periodic motion.*

Structurally stable mechanical models in the sence of periodic motion are studied.

**СЕКЦИЯ I.
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И
ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА**

**SECTION I.
THEORETICAL AND APPLIED
MECHANICS**

К ВОПРОСУ О ЛИНЕАРИЗАЦИИ УРАВНЕНИЙ ЛАГРАНЖА

Алдошин Г. Т.

*Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ»,
Санкт-Петербург.
kaf_b3@bstu.spb.su*

Многие процессы в природе и технике являются колебательными, и для их исследования часто используются уравнения Лагранжа второго рода: для голономных систем со стационарными связями — $\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j$, где q_j, \dot{q}_j — обобщенные координаты и скорости, T — кинетическая энергия системы, Q_j — обобщенные силы.

Для сложных моделей уравнения Лагранжа оказываются, как правило, нелинейными; общей теории их интегрирования не существует, и обычно используются численные или приближенные методы их решения.

Для квазилинейных систем в большинстве руководств по теоретической механике и теории колебаний в качестве приближенного метода рекомендуется метод линеаризации уравнений движения в окрестности устойчивого равновесия.

Если начальное отклонение и скорости достаточно малы, то следует ожидать, что и в дальнейшем движении они будут малы. Но вопрос обоснования границ применимости линейной теории остается открытым. По-видимому, Уиттекер [1] первым обратил внимание на изъяны метода линеаризации для описания поведения некоторых систем с двумя степенями свободы. Это явление, получившее название «нелинейного (внутреннего) резонанса» рассматривалось затем рядом авторов, применительно к разным частным случаям.

В докладе метод линеаризации иллюстрируется на примере так называемой качающейся пружины [2]. Первая постановка этой задачи и ее решение были получены Виттом А. и Гореликом Г. для объяснения комбинационного рассеяния в молекуле CO_2 [3]. Показано, что в нелинейно связанной системе пренебрежение нелинейными членами приводит к тому, что система распадается на две независимые подсистемы, движение которых происходит независимо друг от друга.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Уиттекер Е. Т. Аналитическая динамика. М.-Л.: ОНТИ, 1937.
- [2] Алдошин Г. Т. Теория колебаний. Ч.1 Линейные колебания. СПб.: Балт.гос.техн.ун-т., 2006. 159 с.
- [3] Витт А., Горелик Г. Колебания упругого маятника как пример колебаний двух параметрически связанных линейных систем // ЖТФ. 1933. т.3. вып.2-3.

Aldoshin G.T. *To a question about linearization of Lagrange's equations.*

Nonlinear vibrations of a swinging spring are considered. It is proved, that application of standard linearization procedure is incorrect and deforms a real picture of development of process.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ ГОЛОНОМНОЙ МЕХАНИКИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ И ФОРМ КОЛЕБАНИЙ СИСТЕМЫ УПРУГИХ ТЕЛ

Алмазова С. В., Черняев С. П.

Санкт-Петербургский государственный университет
oalmazov@mail.ru

Исследуются два новых приближенных метода определения низших частот и собственных функций систем из упругих тел, разрабатываемые на кафедре теоретической и прикладной механики математико-механического факультета СПбГУ. Первый из них, так называемый метод сочленения элементов с учетом квазистатики, позволяет приближенно находить частоты и собственные функции системы соединенных между собой упругих тел через известные частоты и собственные функции тел, составляющих систему. Численным экспериментом показана сходимость и определена точность этого метода.

Второй метод, названный методом сил, применяется для приближенного решения аналогичных задач и основан на рассмотрении обобщенных реакций в местах крепления или соединения тел как обобщенных лагранжевых координат. Показано, что этот метод дает высокую точность за счет учета всех собственных форм колебаний элементов системы не только в потенциальной, но и в кинетической энергиях.

Авторы выражают глубокую признательность профессору Юшкову М. П. за постановку задачи и внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Алмазова С.В. К вопросу о применении метода определения собственных частот и функций системы упругих тел через собственные функции ее элементов // Вестник СПбГУ. Сер.1. Математика, механика, астрономия. 2005. Вып. 3. С. 74–77.
- [2] Алмазова С.В. Приближенная формула расчета собственных частот поперечных колебаний двухопорного вала с диском на консоли // Проблемы механики и управления: нелинейные динамические системы (Межвуз. сб. науч.тр.). Вып.37. Пермь: Перм. ун-т. 2005. С. 8–14.

Almazova S.V., Chernyaev S.P. *Studying forms and frequencies of elastic bodies system oscillation using holonomic mechanics methods.*

The two new methods of researching of lowest frequencies and forms of elastic bodies system oscillation investigated. The first one allows to define oscillation frequencies and forms of the whole system using oscillation frequencies and forms of it parts. The second one interprets generalized reactions in joints as a generalized Lagrange coordinates.

ЗАДАЧИ БИМОДАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ УПРУГИХ
СТЕРЖНЕЙ**Атанацкович Т. М.¹, Сейранян А. П.²**¹ *Университет г. Нови Сад, Сербия*² *Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, НИИ механики
seyran@imec.msu.ru*

Рассматриваются задачи оптимизации формы поперечного сечения упругих стержней, обладающих максимальной критической силой потери устойчивости при заданном весе. С применением принципа максимума Понтрягина получены условия экстремума бимодального решения (наличие двух форм потери устойчивости при одинаковой критической силе). Для нескольких вариантов зависимости площади поперечного сечения от момента инерции стержня получены нелинейные уравнения, которые решались численно. Первый интеграл (гамильтониан) использовался для оценки точности вычислений. Найденные оптимальные решения сравнивались с известными случаями, что свидетельствует об эффективности и высокой точности предложенной методики.

Atanackovic T.M., Seyranian A.P. *Bimodal optimization problems for elastic columns.*

Optimization problems for elastic columns having maximum buckling load at the given volume of material are considered. By using Pontryagin's maximum principle we formulate necessary optimality conditions and determine numerically the shape of elastic compressed columns for different cases corresponding to linear, quadratic and cubic relation between cross-sectional area and the second moment of inertia. In all these cases we have to deal with bimodal optimization problems allowing two different eigenmodes at the same load. A version of the Pontryagin's principle allowing bimodal optimization is developed. The nonlinear system of differential equations is solved numerically. A first integral (Hamiltonian) is used to monitor the accuracy of integration and new estimates for optimal control are derived. The obtained results are compared with known cases showing efficiency and accuracy of the suggested method.

СТАБИЛИЗАЦИЯ ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СЕМЕЙСТВА КОЛЕБАНИЙ

Барabanов И. Н., Тхай В. Н.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва

ivan_barabanov@mail.ru

Рассматривается задача о стабилизации колебания автономной системы в случае, когда колебание принадлежит однопараметрическому по параметру h семейству Σ_h и имеет период $T(h)$. Управление для точки $h = h^*$ выбирается T_{h^*} -периодической функцией времени. Задача ставится локальная.

Семейство Σ_h содержит как обыкновенные точки ($dT \neq 0$), так и критические точки ($dT = 0$) [1]. Для каждого типа точки в работе найдены конструктивно проверяемые достаточные условия, которым должно удовлетворять управление, решающее задачу стабилизации. Также анализируются частные случаи.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (09-01-00468а), программы 22 Президиума РАН, программы НШ-1676.2008.1.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Тхай В.Н.* Колебания и устойчивость в квазиавтономной системе. I. Обыкновенная точка однопараметрического семейства периодических движений // *АиТ.* 2006. № 9. С. 90–98.

Barabanov I.N., Tkhai V.N. *Stabilization of the monoparametric family of oscillations.*

The problem of oscillation stabilization is considered for the autonomous system in the case when the oscillation belongs to a monoparametric family. Constructive sufficient conditions for a control to be stabilizing are found for both ordinary and critical points.

АВТОМАТИЧЕСКАЯ БАЛАНСИРОВКА СТАТИЧЕСКИ И ДИНАМИЧЕСКИ НЕУРАВНОВЕШЕННОГО ЖЕСТКОГО РОТОРА В УПРУГИХ ОПОРАХ

БЫКОВ В. Г.

Санкт-Петербургский государственный университет
vgbykov@mail.ru

Рассматривается статически и динамически неуравновешенный жесткий ротор в упругих опорах, оснащенный шариковым автобалансирующим механизмом (АБМ). Математическая модель ротора представлена в комплексной форме, удобной для исследования как установившихся, так и нестационарных режимов движения ротора. Для различных случаев неуравновешенности ротора построены амплитудно-частотные характеристики. Показано, что с помощью одного АБМ можно компенсировать только статическую неуравновешенность. С использованием критерия Михайлова построены двухпараметрические диаграммы устойчивости сбалансированного стационарного режима. Исследованы нестационарные режимы движения при переходе через критические скорости.

Bykov V.G. *Automatic balancing of the static and couple unbalanced rigid rotor on compliant bearings.*

The static and couple unbalanced rigid rotor on compliant bearings equipped with the ball automatic balancing device is concerned. The equations of motion are derived in complex form well-behaved for both steady state and nonstationary response of the rotor. We obtained modal responses for different variants of unbalanced rotor. It is shown, that with the help of one ABS just static unbalance can be compensated. The two-parameter diagrams of stability are designed using Mikhailov's criterion. The passing through the critical speed with the constant angular acceleration and with the given torque are investigated.

STABILIZATION METHODS FOR SIMULATION OF MULTIBODY DYNAMICS

Vlasenko D., Kasper R.*Otto-von-Guericke-University Magdeburg, Institute of Mobile Systems (IMS)*

Dmitri.Vlasenko@ovgu.de

The equations of motion of mechanical systems with holonomic constraints can be written as a system of differential-algebraic equations (DAE) of index 3. In order to satisfy the equations of constraints during the simulation and to avoid the drift-off effect, the special stabilization techniques have been proposed [1, 2].

In this article we review some of the projection methods, which can be used for the stabilization of multibody simulation. The main advantages of such methods are their efficiency, integration with standard ODE solvers and ease in implementation.

We consider precisely the implementation of coordinate projection methods for the numerical solution of equations of motions, written using the implicit joint formulation. Here we show how to decrease the numerical cost of stabilization in the case when the non-minimal number of orientation coordinates (e.g. Euler parameters) is used.

REFERENCES

- [1] *U. Ascher, H. Chin, L. Petzold and S. Reich* Stabilization of constrained mechanical systems with DAEs and invariant manifold. // the Journal of Mechanics of Structures and Machines, 23(2), 135-157(1995)
- [2] *E. Eich-Soellner and C. Fuhrer* Numerical Methods in Multibody Dynamics. European Consortium for Mathematics in Industry. B.G.Teubner, Stuttgart, 1998.

Власенко Д.Ю., Каспер Р. *Методы стабилизации, применяемые при компьютерном моделировании динамики систем многих тел.*

Рассматриваются методы стабилизации, применяемые при численном решении уравнений, описывающих динамику систем многих тел. Показаны возможности улучшения эффективности проекционных методов стабилизации.

ПЕРЕНОС ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ С ДЕФОРМИРОВАННОЙ
ПОВЕРХНОСТИ НА НЕДЕФОРМИРОВАННУЮ**Волошинова Т. В.***Санкт-Петербургский государственный университет*

tvv1932@mail.ru

В задачах гидроупругости граничные условия (условия непротекания) могут быть выставлены на упругих деформированных поверхностях. Положение таких поверхностей неизвестно и определяется в результате решения задачи. Поэтому граничные условия переносятся с деформированной поверхности на недеформированную исходную. В работе приведены результаты такого переноса, проведенных в цилиндрических и сферических координатах, а также в координатах вытянутого эллипсоида вращения.

Voloshinova T.V. *Reduction of contact conditions to the original surface.*

In the problems of hydroelasticity the contact conditions should be set on the elastic deformed surfaces. The position of these surfaces is unknown. The reduction of contact conditions to the original surface should be done. In the present work this reduction is given in cylindrical, spherical coordinates, and the coordinates of an extended ellipsoid of rotation.

ПРИМЕР СТАБИЛИЗАЦИИ ГИРОСКОПИЧЕСКИМИ СИЛАМИ С ВЫРОЖДЕННОЙ МАТРИЦЕЙ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Гончаренко В. И.

*Авиационный научно-технический комплекс им. О.К. Антонова, Киев, Украина
V_Goncharenko@ukr.net*

Известны линейные консервативные системы ($n = 4$), имеющие максимум потенциальной энергии в положении своего равновесия и стабилизируемые гироскопическими силами с вырожденной матрицей коэффициентов (В. М. Лахаданов, 1975; В. И. Гончаренко, 1999). Это класс систем вида AGF ($A = I$ —единичная матрица):

$$\ddot{x}(t) - G_4 \dot{x}(t) + F_4 x(t) = 0, \quad \det G_4 = 0, \quad F_4 \ll 0,$$

где

$$G_4 = \pm \begin{pmatrix} 0 & 1 & p & 0 \\ -1 & 0 & 0 & p \\ -p & 0 & 0 & p^2 \\ 0 & -p & -p^2 & 0 \end{pmatrix}, \quad F_4 = \text{diag}(-p^{-6}, -p^{-6}, -p^3, -p^3), \quad p \geq 4.$$

Тривиальны примеры любого четного порядка $n \geq 6$ такого рода устойчивых систем, когда они расщепляются на устойчивые подсистемы. Свойство устойчивости системы AGF сохраняется при малых изменениях её коэффициентов. Приведем нетривиальный пример класса устойчивых систем для $n = 6$, когда коэффициенты взаимосвязи имеют конечные значения. Пусть матрицы G_6 и F_6 имеют блочную структуру:

$$G_6 = \begin{pmatrix} G_4 & O_{3 \times 2} \\ O_{2 \times 3} & \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} & G_2 \end{pmatrix}, \quad F_6 = \begin{pmatrix} F_4 & O_{4 \times 2} \\ O_{2 \times 4} & F_2 \end{pmatrix},$$

где

$$G_2 = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad F_2 = \text{diag}(-1, -1); \quad O_{k \times l} \text{—нулевые матрицы.}$$

Отметим, что система AG_2F_2 —гироскопически стабилизированная, то есть является устойчивой; матрица G_6 —вырожденная. Система AG_6F_6 является устойчивой, например, при $p \geq 5$, так как квадраты всех пар собственных значений различны и отрицательны, что показано методом мажорирования.

Таким образом, имеются линейные потенциальные системы ($n = 6$), не распадающиеся на устойчивые подсистемы меньшего порядка и стабилизируемые в точке минимума силовой функции гироскопическими силами с вырожденной матрицей коэффициентов. Аналогичным образом строятся примеры нетривиальных устойчивых систем AG_nF_n произвольного четного порядка $n = 2k > 6$.

Goncharenko V.I. *Example of gyroscopic stabilization when the gyroscopic coefficients are a singular matrix.*

Nontrivial gyroscopic stabilization of a linear conservative system with a singular matrix of the gyroscopic coefficients are given ($n = 6$). Analogical examples of gyroscopic stabilization for case of $n = 2k > 6$ can be constructed.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ Н. Е. ЖУКОВСКОГО

Диевский В. А., Диевский А. В.*Военный инженерно-технический университет, Санкт-Петербург*
dievgenia@gmail.com

Н.Е. Жуковским в его учебнике «Теоретическая механика» была предложена задача о спуске некоторого тела (у Н.Е. Жуковского — животного) по наклонной доске, опирающейся на абсолютно гладкие стену и пол, так, чтобы доска оставалась неподвижной. Н.Е. Жуковский дал общий вид решения этой задачи. Авторы предлагаемой работы, расширив постановку задачи, провели анализ стратегии поведения движущегося тела. Были определены начальные условия, необходимые для достижения цели, положение равновесия и конечная вертикальная составляющая скорости. Установлены также время движения (четыре формулы в зависимости от начальных условий) и точка бифуркации.

Dievsky V.A., Dievsky A.V. *About one problem of N. E. Zhukovsky*

N. E. Zhukovsky in his book «Theoretical mechanics» suggested a problem of a body descending an inclined board which leans on absolutely smooth floor and wall so that the board doesn't move. The authors of the current work generalized the problem and conducted the analysis of body's behavior strategy. The bifurcation point was obtained

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПО ПЛОСКОСТИ С АНИЗОТРОПНЫМ ТРЕНИЕМ

Дмитриев Н. Н.

Санкт-Петербургский государственный университет
dn7@rambler.ru

Рассматривается твердое тело, опирающееся круглой площадкой на горизонтальную плоскость. Предполагается, что между твердым телом и плоскостью возникает сила ортотропного трения. Оси координат, связанные с плоскостью, выбраны так, что коэффициент трения вдоль оси Ox равен f_x , вдоль оси Oy равен f_y , и при этом $f_y > f_x$.

Введем величины $\mu = f_y - f_x > 0$, $\sigma = \frac{1}{3J_*}$, $\kappa = \frac{\mu}{5f_x}$. Здесь J_* – безразмерный момент инерции $J = J_*ma^2$, a – радиус площадки, m – масса тела.

Пусть давление по области контакта распределено равномерно $p = \frac{G}{ma^2} = \text{const}$. Тогда имеет место следующее утверждение.

Утверждение. 1) при $\sigma \in (0, \frac{1}{2+5\kappa})$ угловая скорость стремится к нулю быстрее, чем линейная скорость центра площадки контакта;

2) при $\sigma \in (\frac{1}{2+5\kappa}, \frac{1}{1+4\kappa})$ угловая скорость и линейная скорость центра площадки обращаются в ноль одновременно;

3) при $\sigma \in (\frac{1}{1+4\kappa}, \frac{4}{3+15\kappa})$ также имеет место одновременное обращение в ноль угловой и линейной скорости площадки;

4) при $\sigma \in (\frac{4}{3+15\kappa}, +\infty)$ линейная скорость центра площадки стремится к нулю быстрее, чем угловая скорость.

В случае распределения давления по закону Буссинеска $p = \frac{p_0}{\sqrt{1-\rho^2/a^2}}$, $p_0 = \frac{mg}{2\pi a^2}$ величины v и ω обращаются в ноль одновременно при $J_* \in (\frac{f_x + \mu}{3f_x}, \frac{4f_x + 3\mu}{8f_x})$ (мгновенный центр скоростей в момент остановки находится за пределами области контакта) и при $J_* \in (\frac{4f_x + 3\mu}{8f_x}, \frac{8f_x + 4\mu}{8f_x})$ (мгновенный центр скоростей в момент остановки внутри круга радиуса a). В остальных случаях одна из величин v или ω стремится к нулю быстрее другой.

Проведены исследования и для случая распределения давления по закону Герца.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант РФФИ 06-08-00451-а).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Розенблат Г.М.* Динамические системы с трением. Москва-Ижевск: «Регулярная и хаотическая динамика», 2005. 156 с.

Dmitriev N.N. *Mathematical models movement solids on plan with anisotropic friction.*

Movement of solid supported on plan with orthotropic friction was studied. Pressure distribution by law of J. Boussinesq, G. Hertz and even distribution was examined. Affirmation about location instantaneous center of velocity in moment stopping was proved.

ДИНАМИКА ВОЛЧКА ТИП-ТОП НА ПЛОСКОСТИ С РЕАЛЬНЫМ СУХИМ ТРЕНИЕМ

Зобова А. А., Карапетян А. В.*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова*
azobova@gmail.com

Рассматривается задача о движении волчка «тип-топ» по горизонтальной плоскости с учетом трения скольжения в рамках модели Контенсу [1]. Волчок моделируется двумя шаровыми сегментами, жестко связанными стержнем, направленным вдоль общей оси симметрии этих сегментов. Размеры шаровых сегментов и стержня подобраны так, что при отклонении оси симметрии от восходящей вертикали до некоторого критического значения волчок опирается о плоскость одним сегментом, а свыше этого критического значения — другим сегментом (при критическом значении — двумя сегментами). В разных областях конфигурационного пространства движение волчка описывается разными уравнениями, а на границе этих областей движение сопровождается ударами. В представленной работе рассматриваются стационарные движения волчка. Аналогично работе [2] строится эффективный потенциал системы, изучается характер его критических точек. Построены бифуркационные диаграммы Пуанкаре – Четаева и обобщенные диаграммы Смейла. При этом кривые прецессионных стационарных движений терпят разрыв на границе указанных областей (в отличие от ранее исследованных более простых моделей китайского волчка).

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 07-01-00290.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Контенсу П.* Связь между трением скольжения и трением верчения и ее учет в теории волчка // Проблемы гироскопии. М.: Мир, 1967. С. 60-67.
- [2] *Карапетян А. В.* Глобальный качественный анализ динамики китайского волчка (тип-топ) // МТТ. 2008. № 3. С. 33-41.

Zobova A.A., Karapetyan A.V. *Dynamics of the tippe-top on the plane with real dry friction.*

The motion of the tippe-top on the plane is considered. For the friction force Contensou model is assumed. The tippe-top consists of two spherical segments joined by a rod directed along the common axis of symmetry of the segments. The steady-state motions of the systems are considered; the bifurcation diagrams are constructed.

ДИНАМИКА МОБИЛЬНОГО РОБОТА С ОМНИ-КОЛЕСАМИ:
ТЕОРИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Зобова А.А.¹, Салмина М.А.¹, Юдин А.В.²

¹ *Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова*

² *Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана*
azobova@gmail.com

На основе неголономной модели экипажа с омни-колесами, построенной А. А. Зобовой и Я. В. Татариновым [1], авторами создан опытный образец мобильной платформы такого экипажа. Созданный образец позволяет изменять конфигурацию платформы и проводить эксперименты, необходимые для оптимизации модели в зависимости от поставленных задач.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 09-08-00925.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Зобова А.А., Татаринов Я.В.* Свободное и управляемое движение некоторой модели экипажа с роликонесущими колесами // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика. 2008. №6.

Zobova A.A., Salmina M.A., Yudin A.V. *Dynamics of the omni-mobile vehicle.*

The motion of the prototype of the mobile vehicle is considered. Obtained experimental data is considered with the model developed in [1].

К ЗАДАЧЕ ДИНАМИКИ ПОЛЕТА

Иванов А. П., Остов Ю. Я.*Санкт-Петербургский государственный университет*
tonaki@mail.ru

Управление, найденное как результат решения трудоемкой краевой задачи на основе принципа максимума Л.С. Понтрягина в его классической формулировке, является программным управлением и при наличии всякого рода возмущений оказывается неэффективным, т.е. не обеспечивает оптимум заданного критерия качества. Поэтому целесообразнее построить субоптимальное управление с обратной связью, при котором значение оптимизируемого функционала отличается от его оптимального значения не более, чем на заданную величину ε . Предлагаемая методика складывается из трех этапов решения исходной вариационной задачи. На первом этапе производится упрощение модели, описывающей реальный управляемый процесс и заданной в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Это упрощение возможно за счет рационального выбора фазового пространства, независимой переменной интегрирования, замены исходных связей и функционала эквивалентными и т.п. Однако такое упрощение модели не дает желаемого результата в виде управления с обратной связью. Поэтому осуществляется второй этап упрощения модели на основе принципа расширения (частичного снятия ограничений), приводящий к вырожденной задаче теории оптимального управления. Конструктивность решения задачи на этом этапе достигается за счет двойственности выпуклой функции $c_y = f(c_x)$ (c_y , c_x – коэффициенты подъемной силы и лобового сопротивления соответственно). Третий этап решения задачи (восстановление связи, исключенной на втором этапе) приводит к конечному результату в виде управления с обратной связью. Эта методика применена для решения следующей задачи: оптимизировать траекторию продольного движения ЦМ ЛА, совершающего полет из начальной точки атмосферного пространства в заданную конечную точку на поверхности Земли. Критерием оптимальности управления является максимум кинетической энергии ЛА в конечной точке траектории. Результатом решения задачи является субоптимальное управление в виде угла атаки α , которое находится как корень полинома 3-ей степени и является функцией фазового состояния ЦМ ЛА и констант, зависящих от заданного конечного фазового состояния ЦМ ЛА. Вычисление корня осуществляется по алгоритму Эвклида. Численные результаты подтверждают эффективность данной методики.

Ivanov A.P., Ostov Y.J. *About the problem of flight dynamics.*

An analytical method is proposed for solving the problem of suboptimal control of the flying apparatus mass center motion in the atmosphere. Numeric estimations are presented of the synthesized control quality for various variants characterized by atmosphere parameters and boundary conditions.

НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ИНТЕГРАЛОВ В ЗАДАЧЕ О ДВИЖЕНИИ
ТЕЛА ПО ГЛАДКОЙ НЕПОДВИЖНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Ивочкин М. Ю.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
ivochkin@yandex.ru

Рассматривается задача поиска дополнительных интегралов в задаче о движении тела по гладкой неподвижной поверхности. В качестве подвижного тела рассматриваются случаи эллипсоида и параболоида, в качестве неподвижной поверхности — плоскость и сфера. Методами Х. Йошиды, С.Л. Зиглина, В.В. Козлова находятся необходимые условия существования интегралов. В задаче также рассматриваются предельные случаи.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Козлов В.В.* Симметрии, топология и резонансы в гамильтоновой механике. Ижевск.: Издательство Удмурского государственного университета, 1995. 432 с.

Ivochkin M.Y. *The necessary conditions of the existence of additional integrals in the problem of motion of a body on a smooth fixed surface.*

Searching of additional integrals is discussed in the frames of the problem of a rigid motion on a smooth fixed surface. An ellipsoid and a paraboloid are considered as two types of a moving body. A plane and a sphere are taken as fixed surfaces. The necessary conditions of the existence of additional integrals are obtained by Yoshida's, Ziglin's and Kozlov's methods. Limiting cases are also analyzed.

ДИНАМИКА ОДНОРОДНОГО ШАРА НА ПЛОСКОСТИ С ТРЕНИЕМ

Ишханян М. В.*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова*
margarita-ish@yandex.ru

Задаче о качении абсолютного твердого тела по поверхности при предположении, что взаимодействие между телом и поверхностью описывается силами сухого трения, в научной литературе посвящено большое число работ. Простейшей и наиболее известной из моделей сухого трения является классическая модель сухого трения – закон Кулона, которая достаточно адекватно описывает взаимодействие тела с опорной поверхностью при поступательном движении тела. Довольно часто для описания поступательно-вращательного движения тела также использовалась классическая модель трения, несмотря на несоответствие между теорией и результатами эксперимента.

Впервые на необходимость уточнения закона Кулона обратил внимание Контенсу, исходя из естественного предположения о том, что для реальных тел точечных контактов не бывает. Используя теорию контактных напряжений Герца, он доказал зависимость силы сухого трения от отношения скорости скольжения к скорости вращения в предположении, что обе соприкасающиеся поверхности сферические. Принципиально новое развитие теории Контенсу было дано В.Ф. Журавлевым. Он получил точные аналитические выражения силы трения и момента сил трения в зависимости от отношения скорости скольжения к скорости вращения. Эти выражения достаточно громоздки, поэтому на основании разложений Паде первого порядка точных выражений для главного вектора и главного момента касательных сил трения была решена задача о движении по плоскости однородного шара. Дальнейшее развитие теория Контенсу-Журавлева получила в работах А.А. Киреевкова.

Недавно А.В. Карапетяном была предложена новая двухпараметрическая модель трения, в рамках которой учитываются все виды трения: скольжения, верчения и качения. Эта модель переходит в модель Контенсу-Журавлева при нулевом значении одного параметра, а в модель Кулона – при нулевом значении другого параметра.

В данной статье применяется модель А.В. Карапетяна к решению задачи о движении однородного шара по неподвижной горизонтальной плоскости. На основе общих теорем динамики составлены уравнения движения шара и методом Рунге-Кутты дано их численное решение.

Ishkhanyan M.V. *Dynamics of a homogeneous ball on a plane with friction.*

The motion of a homogeneous ball on a horizontal plane is investigated. The equations of motion of the ball are derived within the two-parameter model of friction proposed by A.V. Karapetyan. The numerical analysis of the ball motion is given.

ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРЕНИЯ

Карапетян А. В.*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова*
avkarapetyan@yandex.ru

Предложена новая модель трения, описывающая взаимодействие тела с опорной поверхностью при его поступательно-вращательном движении по неподвижной поверхности. Эта модель учитывает упругие свойства как тела, так и опорной поверхности, и зависит от двух параметров, характеризующих коэффициенты упругости тела и поверхности. При нулевом значении одного из параметров (абсолютно твердое тело) предложенная модель переходит в модель Кулона, а при нулевом значении другого параметра (абсолютно жесткая поверхность) — в модель Контенсу – Журавлева. Эта модель описывает все виды трения: скольжения, верчения и качения. Указаны основные свойства новой модели трения. В частности, показано, что мощность трения качения много меньше, чем мощность трения верчения, которая, в свою очередь, много меньше мощности трения скольжения.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 07-01-00290.

Карапетян А.В. *New two-parametric model of dry friction.*

New model of dry friction, acting on a solid, that moves along a surface, is proposed. The model takes into consideration the elastic properties of the solid and the surface both, and depends on two parameters. It generalizes Coulomb and Contensou – Zhuravlev friction and describes all kind of friction (sliding, rotation and whirling). The main properties of the model are discussed. In particular it is shown that the power of rotation friction is much smaller than the power of whirling friction; the latter is much smaller than the power of sliding friction.

УДАР ТРЕХ ТЕЛ

Коляри И. Г.

МУЗ «Омская городская клиническая больница №1 им. Кабанова А.Н.»
cagliari@list.ru

Предлагается теоретическая модель, которая позволяет решить задачу удара трех тел. Для решения поставленной задачи используется понятие потока энергии, которое позволяет написать дополнительное уравнение к ранее существующим. Решение осуществлялось для различных сочетаний масс трех тел.

При рассмотрении задачи о движении материальных точек в плоскости (после удара) теоретическая модель позволяет рассчитать углы разлета и скорости точек. В частности, в случае удара трех тел равной массы (два тела находятся в покое, а третье налетает со скоростью V_1), тела разлетаются в подвижной системе координат, как показывает данная теория, под углами 120° .

Все уравнения в динамическом виде можно записать:

$$d \left(\frac{m \vec{V}^n}{n!} \right) = \frac{1}{(n-1)!} \vec{F} \cdot \vec{V}^{n-1} dt$$

Рассмотрим центральный абсолютно упругий удар. Имеются три абсолютно упругих тела (три материальные точки) разной массы m_1, m_2, m_3 . Два тела, соприкасаясь, покоятся, а третье движется со скоростью V .

В литературе описаны решения подобного рода задачи:

- между телами имеется «небольшой» зазор, который позволяет свести данную задачу к удару двух тел;
- во время удара система представляется набором абсолютно упругих точечных масс и невесомых пружин с достаточно большой жесткостью, причем (потенциальные) силы, возникающие в пружинах, пропорциональны $\sim x^4$, что позволяет для каждого тела составить уравнение движения, а за тем решить систему дифференциальных уравнений.

Используя понятие потока энергии, запишем уравнения

$$\begin{cases} m_1 x + m_2 y + m_3 z = m_1 V \\ \frac{m_1 x^2}{2} + \frac{m_2 y^2}{2} + \frac{m_3 z^2}{2} = \frac{m_1 V^2}{2} \\ \frac{m_1 x^3}{6} + \frac{m_2 y^3}{6} + \frac{m_3 z^3}{6} = \frac{m_1 V^3}{6} \end{cases}$$

где x, y, z - скорости тел после удара, V - скорость налетающего тела до удара. Решая данную систему уравнений, находим скорости тел после удара.

Kolyari I.G. *Impact of three bodies.*

Theoretical model which allows to solve a problem of impact three bodies is offered. The decision is checked for various combinations of weights three bodies.

ОБ ИНВАРИАНТНОЙ НОРМАЛИЗАЦИИ НЕАВТОНОМНЫХ ГАМИЛЬТОНОВЫХ СИСТЕМ

Конкина Л. И.

Великолукская государственная сельскохозяйственная академия

Konkina-l@mail.ru

Рассматривается метод построения канонических замен переменных, отличный от существующих в гамильтоновой механике конструктивных методов: метода производящих функций и метода генераторов. Используется определение нормальной формы [1, 2], которое не требует разделения на автономный – неавтономный, резонансный – нерезонансный случаи и осуществляется в рамках единого подхода.

Рассматривается задача о движении тяжелого динамически несимметричного твердого тела, вращающегося вокруг точки подвеса O в однородном поле силы тяжести. Точка O совершает гармонические колебания в горизонтальной плоскости. Возмущенное движение твердого тела исследуется в канонических переменных действие-угол I, w . В качестве невозмущенного движения выбирается движение твердого тела в случае Эйлера-Пуансо. Функция Гамильтона, описывающая невозмущенное движение, не зависит от угловых переменных, а зависит только от переменных действия I_i ($i = 1, 2, 3$). Общее решение невозмущенной системы является условно-периодическим с частотами ω_1 и ω_2 , которые получены в виде явных зависимостей от переменных действия. Асимптотику первого порядка нормальной формы получаем, взяв интеграл по времени от асимптотики первого порядка заданного гамильтониана вдоль траекторий порождающей системы в виде множителя при t , а асимптотику первого порядка производящего гамильтониана в виде не зависящего от времени коэффициента при ε . Далее строится второе приближение гамильтониана к нормальной форме. Отметим, что неавтономный гамильтониан в нормальной форме тоже неавтономен.

В задаче рассмотрены случаи движения твердого тела в случаях вибрации малой и большой интенсивности.

При вибрации большой интенсивности вектор, направленный по оси собственного вращения из вертикального положения, прецессирует по раскручивающейся спирали в горизонтальную плоскость, стремясь к предельному углу прецессии. При вибрации малой интенсивности вектор монотонно восстанавливается по вертикали вверх или вниз в зависимости от начальных условий.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Журавлев В.Ф. Основы теоретической механики. М.: Наука. Физматлит, 1997, 320 с.
- [2] Журавлев В.Ф. Инвариантная нормализация неавтономных гамильтоновых систем // ПММ. 2002. Т.66. Вып. 3. С.356-365.

Konkina L.I. *About invariant normalization non-autonomous Hamiltonian systems.*

About invariant normalization non-autonomous Hamiltonian systems, in case the perturbed motion the rigid body with a vibrating point.

ДИНАМИКА ВОЛЧКА ТОМСОНА

Крохалева Г. В.

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
matica59@mail.ru

Рассмотрим простейшую модель волчка Томсона — шар со смещенным центром тяжести на горизонтальной шероховатой плоскости. Пусть R — радиус шара, a — расстояние между его геометрическим центром O и центром масс C (прямая OC предполагается осью динамической симметрии с ортом \underline{n}). Моменты инерции волчка: θ_{12} — экваториальный, θ_3 — осевой; m — масса шара. Пусть \underline{k} — единичный вектор восходящей вертикали, $\underline{\omega}$ — угловая скорость вращения вокруг центра масс. Радиус-вектор точки касания A относительно центра масс $\underline{CA} = \underline{\rho}$.

Обозначим $\eta = \underline{k} \cdot \underline{n}$. Угловая скорость собственного вращения $\Omega = \underline{\omega} \cdot \underline{n}$.

Для стационарного движения можно получить связь между угловыми скоростями ω и Ω тела и параметром η (здесь $\alpha = a/R$): $\theta_3 \Omega \omega - \theta_{12} \omega^2 \eta = m g a$.

Из проекции уравнения, выражающего теорему об изменении кинетического момента на направление $\underline{\rho}$, получаем первый интеграл:

$$\theta_{12} \omega (1 - \eta^2) + \theta_3 \Omega \eta + \alpha \theta_3 \Omega = C.$$

Движение волчка определяется семейством фазовых кривых:

$$\eta = \frac{C_x \sqrt{x} - (x + \alpha)}{\alpha x + 1}.$$

Где введены следующие обозначения:

$$C_x = \frac{C}{\sqrt{\theta_{12} m g a}}, \quad x = \frac{\omega^2}{\omega_*^2}, \quad \omega_*^2 = \frac{m g a}{\theta_{12}}.$$

Здесь η определяет наклон оси, безразмерный параметр x соответствует угловой скорости волчка.

Направление движения по фазовым кривым определяется формулой [1]:

$$\text{sign}(\dot{x}) = -\text{sign} \left(\beta \eta + \alpha - \frac{1 - \beta}{x} \right)$$

Изменение знака \dot{x} происходит на сепаратриссе:

$$\eta^* = \frac{1 - \beta - \alpha x}{\beta x}, \quad \beta = \frac{\theta_3 - \theta_{12}}{\theta_3}$$

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Кривоцов А.М. К исследованию эволюционного поведения волчков на шероховатом основании // Механика и процессы управления. Труды СПбГПУ. 1994. № 448. СПб.: Изд-во СПбГПУ. С. 172–175.

Krokhaleva G.V. *Motion of the Tippe-Top.*

The spinning behavior of the tippe-top on a horizontal table is examined. A Tippe top is a small spinning top which will start out spinning as a normal top, but soon turns over and spins on the stem. Demonstration of the very special rotational properties of the toy is made. Equations of evolutionary motion are received.

УСТОЙЧИВОСТЬ И СТАБИЛИЗАЦИЯ СТАЦИОНАРНЫХ ДВИЖЕНИЙ НЕГОЛОНОМНЫХ СИСТЕМ, УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ КОТОРЫХ НАПИСАНЫ В КВАЗИКООРДИНАТАХ

Лебедев Д. А., Морозов В. М.*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, НИИ механики
lebedevda@gmail.com*

Часто для исследования устойчивости и стабилизации стационарных движений неголономных систем используются уравнения движения, записанные в обобщенных лагранжевых координатах. Однако, во многих задачах предпочтительнее использование не обобщенных координат, а некоторых их линейных форм. В частности, при записи уравнений движения в форме уравнений Эйлера–Лагранжа, выбор форм, при помощи которых вводятся квазикоординаты, существенно влияет на структуру уравнений движения. Выделены циклические координаты. Представлены уравнения стационарных движений, и сформулирована теорема об устойчивости этих движений. Приведены также критерии управляемости и наблюдаемости.

В качестве иллюстрации преимуществ введения квазикоординат рассматривается пример сложной неголономной механической системы, представляющей собой модель одноколесного робота, состоящего из четырех твердых тел: диска, который катится по горизонтальной плоскости без проскальзывания, твердого тела (маятника), соединенного с диском цилиндрическим шарниром в его центре, кольца — твердого тела, вращающегося относительно оси, лежащей в плоскости диска, и ротора — симметричного твердого тела, вращающегося относительно оси, закрепленной в кольце. Система имеет шесть степеней свободы. Причем из шести обобщенных координат три являются циклическими и три позиционными.

Для данной механической системы было определено многообразие стационарных движений. Для некоторых видов этих движений была исследована их устойчивость, а также вопросы управляемости и наблюдаемости. На основе проведенного анализа управляемости и наблюдаемости построены алгоритмы стабилизации, обеспечивающие асимптотическую устойчивость исследовавшихся стационарных движений.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (06-01-00222), (05-08-50148) и программы «Университеты России».

Lebedev D.A., Morozov V.M. *Stability and stabilization stationary motions of nonholonomic systems, which motion equations are wried via quasi-coordinates.*

One of the possible models of the unicycle is researched. Variety of the steady-state motions of the unicycle is determined. Investigation of controllability and observability is done.

О ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМАХ РАБОТЫ ВЕТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ

**Lu Wen-Lung¹, Hwang Shyh-Shin¹, Досаев М. З.²,
Селюцкий Ю. Д.².**

¹ *Университет Ching-Yun, Тайвань*

² *Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, НИИ механики
seliutski@imec.msu.ru*

Ветроэлектростанция малой мощности (малая ВЭС) предназначена для обеспечения работы небольшого числа электроприборов. В этих условиях подключение даже одного дополнительного потребителя может привести к нарушениям нормальной работы. В [1, 2] предложена математическая модель функционирования малой ВЭС, позволившая качественно объяснить обнаруженное в экспериментах явление гистерезиса вырабатываемой мощности при изменении внешней нагрузки. Проведен параметрический анализ соответствующей динамической системы, исследованы вопросы существования и устойчивости установившихся режимов и описаны их области притяжения.

Предложена схема построения достаточно простой аппроксимационной формулы для момента аэродинамических сил, действующих на лопасти. Показано существование различных типов бифуркаций стационарных режимов, приводящих, в частности, к рождению периодических движений конечной амплитуды.

Проведено исследование переходных режимов при скачкообразном изменении внешней нагрузки.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №08-08-00390).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Досаев М.З., Кобрин А.И., Селюцкий Ю.Д., Wen-Lung Lu, Ching-Huei Lin. Об одной особенности функционирования мини-ветроэлектростанций // Вестник МЭИ. 2007. № 1, с.147–151.
- [2] Досаев М.З., Самсонов В.А., Селюцкий Ю.Д. О динамике малой ветроэлектростанции // ДАН. 2007. Т. 416, № 1, с.50–53. (Dosaev M.Z., Samsonov V.A., Selyutsky Yu.D. On the Dynamics of a Small-Scale Wind Power Generator // Doklady Physics. 2007. V.52. No.9. Pleiades Publishing. Ltd., 2007, p. 493-495.)

Lu Wen-Lung, Hwang Shyh-Shin, Dosaev M.Z., Selyutsky Yu.D. *On transient regimes of operation of wind turbines.*

Mathematical model of horizontal axis wind turbines is considered. Parametric analysis of the obtained dynamic system is performed. Experimentally discovered hysteresis of the output power with respect to external load is explained. Transient regimes of wind turbines are investigated and bifurcations of stationary regimes are described.

БИМОДАЛЬНЫЕ БИФУРКАЦИИ ПОЛОЖЕНИЙ РАВНОВЕСИЯ В
СИММЕТРИЧНЫХ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ**Майлыбаев А. А., Сейранян А. П.***Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, НИИ механики*
mailybaev@imec.msu.ru, seyran@imec.msu.ru

Излагается общая теория бимодальных бифуркаций в потенциальных системах с одной или двумя симметриями. Дается полная классификация бифуркаций и перестроек при изменении параметров системы. Все формулы записаны в явном виде в терминах производных функции потенциальной энергии системы с произвольным числом степеней свободы. В качестве механического примера исследуются потеря устойчивости и закритическое поведение упругого составного стержня, нагруженного продольной силой. Обнаружен эффект потери устойчивости симметричного составного стержня по асимметричной форме.

Mailybaev A.A., Seyranian A.P. *Bimodal bifurcations of equilibria in symmetric potential systems.*

Bifurcations of equilibria at bimodal branching points in potential systems are investigated. General formulae describing postbuckling paths and conditions for their stability are derived in terms of the original potential energy. Formulae describing unfolding of bimodal branching points due to a change of system parameters are given. A full list of possible cases for postbuckling paths, their stability and unfolding depending on three system coefficients is presented. In order to calculate these coefficients one needs the derivatives of the potential energy and eigenvectors of the linearized problem taken at the bifurcation point. The presented theory is illustrated by a mechanical example on stability and postbuckling behavior of an articulated elastic column having four degrees of freedom and depending on three problem parameters (stiffness coefficients at the hinges). For some of the bimodal critical points numerical results are obtained illustrating influence of parameters on postbuckling paths, their stability and unfolding. A surprising phenomenon that a symmetric bimodal column loaded by an axial force can buckle with a stable asymmetric mode is recognized. An example with a constrained sum of the stiffnesses of the articulated column shows that the maximum critical load (optimal design) is attained at the bimodal point.

УСТОЙЧИВОСТЬ СКОРОСТИ ТЕЛА, ПЕРЕМЕЩАЕМОГО ВИБРАЦИЯМИ

Макаренков О. Ю.

Воронежский государственный университет

omakarenkov@math.vsu.ru

В докладе обсуждается асимптотическая устойчивость скорости тела в модели, представленной на рисунке 1.

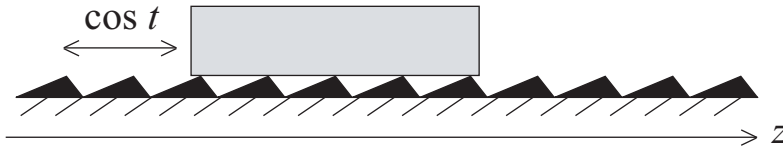


Рис. 1. Механическая система, в которой сила сухого трения имеет значение $-\varepsilon a < 0$ при движении тела вправо и значение $\varepsilon b > 0$ при движении тела влево, где $a \neq b$. Движение происходит за счет горизонтальной вибрации с амплитудой $\cos t$.

Уравнение движения тела записывается в виде

$$\ddot{z} = \cos t - a\varepsilon E(\dot{z}) + b\varepsilon E(-\dot{z}), \quad \text{где } E(\dot{z}) = (\text{sign}(\dot{z}) + 1)/2. \quad (1)$$

Замена $x = \dot{z}$ приводит систему (1) к системе вида

$$\dot{x} = f(t, x) + \varepsilon g(t, x, \varepsilon), \quad (2)$$

каждое решение которой является 2π -периодическим при $\varepsilon = 0$. В докладе предлагается общий результат об асимптотической устойчивости периодических решений в негладких системах вида (2) и доказывается, на его основе, асимптотическая устойчивость скорости тела в модели рисунка 1. Аналогичный результат, но на временном отрезке $[0, 1/\varepsilon]$, получен ранее в работе [1].

Работа поддержана грантом ВФ6М10 Роснауки и CRDF (программа BRNE) и грантом МК-1620.2008.1 Президента РФ молодым кандидатам наук. Исследования проведены в ходе стажировки автора в Институте Проблем Управления РАН под руководством проф. В.Н. Тхая и финансируемой грантом РФФИ 08-01-90704-моб_ст.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Fidlin A.* On the asymptotic analysis of discontinuous systems // ZAMM. 2002. V. 82, № 2. P. 184–188.

Makarenkov O.Yu. *Stability of the velocity of a mass vibration-induced displacement.*

The talk proposes a general result on stability of periodic solutions in nonsmooth systems which allows to prove stability of velocity of the mass from the model of Fig. 1.

ON SOME CHAOTIC ASPECTS MODELLING ABRUPT CLIMATE CHANGE

Mattioli G., Scalia M.

University of Rome

massimo.scalia@uniroma1.it

In recent years a substantial upset of traditional views about the climate evolution has occurred. Apart the factors connected with the motions of the Earth and the «external» ones (the influence of the different phenomena due to the solar radiation), two main components were traditionally recognized as determining climate variations: the thermohaline circulation (in the oceans) and the glacier mass. In this paradigm no essential part was given to the atmosphere and this is one of the reasons why the Kyoto Protocol has encountered along its path some signifying criticism. Really, to show the greenhouse gases as responsible of the «global warming» is to say that the atmosphere plays a role in the climate change. In 2002, the book «Abrupt Climate Change», issued by the National Research Council (United States), relevantly modified that paradigm. A lot of experimental data were offered and an analysis, justifying an history of the climate as a succession of many abrupt climate changes. Indeed, the threshold effects typical also of an elementary nonlinear dynamical system lead back those changes to transitions from stability to instability, and starting from that point the authors claimed the climate as a chaotic dynamical system. The goal of the present paper is a better understanding of that claim.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИБКОГО НЕУРАВНОВЕШЕННОГО РОТОРА НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ ЛАГРАНЖА ВТОРОГО РОДА

Мельников А. Е.*Санкт-Петербургский государственный университет*
m02mae@mail.ru

Рассматривается статически неуравновешенный ротор, представляющий собой однородный упругий вал с равномерно распределенной массой.

Математическая модель ротора, построенная на основе метода, описанного в [1], представляет собой бесконечную систему уравнений Лагранжа второго рода. Так как максимальный прогиб вала считается малым по сравнению с его длиной, в уравнениях Лагранжа возможно пренебречь слагаемыми второго порядка малости.

В результате получена бесконечная система уравнений Лагранжа. Находится установившийся режим, исследуется его устойчивость. По сравнению с классической моделью гибкого статически неуравновешенного ротора, описанной в [2], получено уменьшение критической угловой скорости.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Зегжда С.А., Солтаханов Ш.Х., Юшков М.П. Уравнения движения неголономных систем и вариационные принципы механики. Новый класс задач управления. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 272 с.
- [2] Genta G. Dynamics of Rotating Systems. USA NY.: Springer Science+Business Media Inc, 2005. 696 p.

Melnikov A.E. *Mathematical model of a flexible unbalanced rotor based on the Lagrange's equations of the second kind.*

Statically unbalanced rotor representing a homogeneous elastic shaft with regular distributed weight is considered. The mathematical model of a rotor represents infinite system of Lagrange's equations of the second kind. Stability of a steady-stated regime is investigated.

МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ НА РЕВЕРСИВНО-СИММЕТРИЧНЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЯХ

Мельников В. Г.

*Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий,
механики и оптики
melnikov@mail.ifmo.ru*

Телу сообщается программное прецессионное движение с замедленным вращением по углу прецессии, переходящим в обратное симметричное вращение. При этом угол собственного вращения изменяется синхронно согласно голономной пропорциональной связи между углами. Эксперимент повторяется при другом соотношении между углами. На основании замеров работы активных моментов сил вычисляется матрица тензора инерции тела. Предложено исполнительное устройство, в котором согласно способу допускается существенное трение.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Мельников В.Г.* Способ определения тензора инерции тела// Патент РФ на изобр. №2262678, выдан 20.10.2005.
- [2] *Мельников В.Г.* Способ параметрической идентификации тензора инерции и координат центра масс тела и устройство для его осуществления// Заявка на патент РФ №2007129443 от 31.07.07, решение о выдаче патента 28.07.08

Melnikov V.G. *A method for solid bodies identification on program reverse-symmetric spherical motions .*

The experiment with the special program precession motion of a body it is considered. This motion includes the slowed down rotation on a precession angle, passing then in return symmetric rotation. At the same time, its own rotation angle changes synchronously with precession angle. The experiment repeats at other parity between these angles. The matrix of inertia tensor of a body is calculated on the basis of measurement of the work of the active moments of forces on the program motion. The actuation mechanism is offered.

МНОГОМЕРНЫЕ НЕСТАЦИОНАРНЫЕ СИСТЕМЫ ВТОРОГО ПОРЯДКА И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

Морозов В. М., Каленова В. И.*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, НИИ механики
moroz@imec.msu.ru*

Уравнения движения многих механических систем после линеаризации в окрестности некоторого программного движения можно представить в виде системы линейных нестационарных матричных дифференциальных уравнений второго порядка. Системы такого типа возникают при решении задач из различных областей техники, экономики, экологии и т.д. В механике такие системы встречаются при исследовании некоторых задач динамики космических аппаратов, гироскопических и электромеханических систем, систем с периодическим изменением масс и жесткостей и др.

При исследовании устойчивости таких систем применяются два подхода, основанных на использовании прямого метода Ляпунова. В первом случае функция Ляпунова строится непосредственно для исходной системы. Во втором – в матрицах системы выделяется постоянная часть; соответствующая стационарная система предполагается асимптотически устойчивой, и функция Ляпунова строится на основании этой стационарной системы. Приведены некоторые теоремы об устойчивости, использующие указанные подходы.

Рассмотрены специальные классы нестационарных систем второго порядка, имеющих как теоретический, так и практический интерес, которые при помощи конструктивного преобразования приводятся к стационарным системам, что открывает дополнительные возможности для исследования устойчивости этих систем.

Приведены примеры, которые демонстрируют существенное отличие нестационарных систем от стационарных. Рассмотрен ряд задач механики, моделями которых служат системы указанного типа.

Работа проводилась при частичной поддержке грантов РФФИ №05-08 -50148, №06-01-00222 и Программы «Университеты России».

Morozov V.M., Kalenova V.I. *Multidimensional time-varying systems of second order and its applications.*

The special classes of time-varying systems of the second order having either theoretical or practical interest are considered. These systems can be reduced onto the time invariant ones by the use of constructive transformation. So the additional possibilities arise for the stability analysis. The mechanical examples are considered.

ОБОЩЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ ПУАНКАРЕ–ЧЕТАЕВА,
 В.В. РУМЯНЦЕВА, Э. КАРТАНА, ГАМЕЛЯ, ЭЙЛЕРА–ЛАГРАНЖА,
 ДИРАКА, ВРАНЧАНУ, СИНГА И СХОУТЕНА, РИЧЧИ И
 ЛЕВИ-ЧИВИТА

Мошкин Р. П.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
 rmoshkin@yandex.ru

В качестве примера укажем на уравнения Пуанкаре–Четаева. Обзорную статью В.В. Румянцева можно дополнить данными о работах, посвященных иным формам уравнений движения неголономных систем.

Первоисточник идеи — работа Пуанкаре 1901 года — фактически вводила разложение вектора обобщенных скоростей по подвижному реперу (хотя сам термин появился позднее у Э. Картана), составленному из векторных полей, образующих алгебру Ли (в современной терминологии), то есть их скобки Ли имеют постоянные коэффициенты («структурные») в этих же полях. Таким образом, Пуанкаре уже использовал идею псевдоскоростей, хотя отчетливо эта идея была введена Больцманом в 1902 году. Интересно, что постоянство структурных коэффициентов в действительности для уравнений Пуанкаре не нужно. Работа Гамеля 1904 года не имеет ссылки на Пуанкаре, но отчетливо оперирует векторными полями. Уравнения Гамеля лишь терминологически отличаются от уравнений Пуанкаре. Гамель ясно указывает, что постоянство структурных коэффициентов не обязательно; он проводит обобщение своих «уравнений Эйлера–Лагранжа» на неголономные системы.

Интересно, что часто параллельные работы еще и исторически одновременны. Следующий всплеск активности в области уравнений движения неголономных систем — 1926 и последующие пять лет. С одной стороны, Н.Г. Четаев публикует гамильтонов вариант уравнений Пуанкаре и предвосхищает подход Дирака к изложению гамильтоновой механики. С другой стороны, в 1926–31 годах Вранчану, Синг и Схоутен ввели и развили понятие неголономной связности, чем привязали неголономную механику к римановой геометрии. При этом они опирались на работу Риччи и Леви–Чивита 1900 года!

Moshkin R.P. *Generalized Equations of Poincaré's and Chetaev's, V.V. Rumyantsev's, E. Kartan's, Gamel's, Euler's and Lagrangh's, Dirac's, Vranchanu's, Singh's and Shouten's, Richi's and Levi-Civita's.*

The first part of the report considers the basic example - Chaplygin's sladge on an inclined plane surface. Generalized Poincaré's and Chetaev's equations for non-holonomic systems are used. The general solution is derived. The second part of the report is devoted to consideration of the Gauss' principle of superposition for non-holonomic systems in the case of Chaplygin's ledge on an inclined concavo-convex non-smooth surface with presence of of uncontrolled bonds. The Gibbs' example is considered.

Assume a plate-shaped solid body rests on an inclined plane surface with a sharp semi-round blade, which is rigidly joined with the plate. It is assume that the fulcrum of the blade can freely move along the surface at a tangent to the blade, but cannot move in a transversal direction; let us assume that projection of the gravity center of the plane surface coincides with the fulcrum of the blade. Let us fund the movement function of the constructed mechanical system, using the generalized Lagrange function, linear operators and generalized non-potential force.

ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ РАВНОВЕСИЯ ТОЧКИ В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ ДИНАМИЧЕСКИ СИММЕТРИЧНОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

Муницина М. А.*Московский государственный университет инженерной экологии*

munitsyna@rambler.ru

Рассматривается задача о движении тяжелой материальной точки в гравитационном поле динамически симметричного твердого тела, совершающего коническую прецессию. Предполагается, что геометрические размеры тела малы по сравнению с расстоянием от его центра масс до точки. Считается так же, что точка не оказывает влияния на движение тела. Находятся относительные равновесия точки. В зависимости от параметров задачи исследуется их устойчивость.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ №07-01-00290.

Munitsyna M.A. *Relative equilibriums of a point in gravitational field of a dynamically symmetrical rigid body.*

Considered problem on motion of a heavy material point in gravitational field of a dynamically symmetrical rigid body performing conical precession. Assumed that body dimensions are small in compare with the distance between the point and the body center of mass. Also supposed that the point doesn't operate on the body motion. Relative equilibriums of the point are obtained. Their stability is investigated.

О ВЗАИМОСВЯЗИ ПРИНЦИПА СУСЛОВА–ЖУРДЕНА И ОБОБЩЕННОГО ПРИНЦИПА ДАЛАМБЕРА–ЛАГРАНЖА

Нездеров А. А., Юшков М. П.

Санкт-Петербургский государственный университет

Mikhail.Yushkov@MJ16561.spb.edu

В работе [1] показано, что Г.К. Суслов [2] в несколько иной формулировке ранее П. Журдена сформулировал основной дифференциальный вариационный принцип неголономной механики. Основополагающими для выяснения единства и взаимосвязи вариационных принципов механики являются работы Н.Г. Четаева [3] и В.В. Румянцева [4, 5]. В докладе излагается история создания этих принципов и введения различными авторами понятия возможных перемещений неголономных систем. Исследуются мало известные работы норвежского ученого Л. Юнсена [6]. Приводятся мнения по этому вопросу профессоров Н.Н. Поляхова и В.В. Румянцева из их переписки, сохранившейся в архиве Н.Н. Поляхова.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Поляхов Н.Н., Зегжда С.А., Юшков М.П.* Принцип Суслова–Журдена как следствие уравнений динамики // Сб. научно-методич. статей по теорет. механике. 1982. Вып. 12. М.: Высшая школа. С. 72–79.
- [2] *Суслов Г.К.* Основы аналитической механики. Т. I. Киев: Тип. Имп. ун-та Св. Владимира, 1900. 287 с.
- [3] *Четаев Н.Г.* О принципе Гаусса // Изв. физ.-мат. общества при Казанском ун-те. 1932–1933. Т. 6. Сер. 3. С. 68–71.
- [4] *Румянцев В.В.* О совместимости двух основных принципов динамики и о принципе Четаева // Сб.: Проблемы аналитической механики, теорий устойчивости и управления. М.: Наука, 1975. С. 258–267.
- [5] *Румянцев В.В.* К вопросу о совместимости дифференциальных принципов механики // Аэромеханика и газовая динамика. М.: Наука, 1976. С. 172–178.
- [6] *Johnsen L.* Dynamique générale des Systèmes non-holonomes // Skrifter Utgitt av det Norske Videnskaps-Akademi Oslo. I. Matematik-Naturvidenskab Klasse. 1941. № 4. S. 1–75.

Nezderov A.A., Yushkov M.P. *On the association of the Suslov–Jourdain principle and the generalized D’Alembert–Lagrange principle.*

The history of creation of the basic differential variational principle of nonholonomic mechanics and introducing the concept of virtual displacements of a system therein is examined.

УСТОЙЧИВОСТЬ РЕЖИМА ВИНТОВОГО ТОРМОЖЕНИЯ
ОПЕРЕННОГО ТЕЛА В СОПРОТИВЛЯЮЩЕЙСЯ СРЕДЕ**Окунев Ю. М., Привалова О. Г., Самсонов В. А.***Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, НИИ механики*

samson@imec.msu.ru

Обсуждается задача об устойчивости винтового торможения оперенного тела в сопротивляющейся среде. Оперение тела состоит из четырех одинаковых лопастей, симметрично расположенных на теле. Считается (аналогично [1]), что аэродинамическое воздействие сосредоточено на этих лопастях и обеспечивает авторотацию вокруг оси динамической симметрии тела с угловой скоростью Ω , когда тело движется вдоль нее с некоторой скоростью V .

Рассматривается устойчивость прямолинейного движения вдоль оси динамической симметрии, а также устойчивость по отношению к отклонениям самой оси симметрии. Приводятся необходимые и достаточные условия асимптотической устойчивости рассматриваемого установившегося торможения. Анализируются изменения областей устойчивости в зависимости от параметров тела и его аэродинамических характеристик.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 06-01-00079).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Зенкин А.Н., Привалов В.А., Самсонов В.А.* О квазистатической модели воздействия среды на авторотирующее тело // Изв. РАН. МТТ. 1993. № 4. С. 73-78.

Okunev Yu.M., Privalova O.G., Samsonov V.A. *The stability of the helical deceleration regime for a finned body in resisting medium.*

The stability of the straightforward motion along the dynamic symmetry axis is considered. The stability against the declinations of the symmetry axis is studied. The necessary and sufficient conditions of the asymptotic stability are given. Modifications of domains of stability in dependence on parameters and aerodynamical characteristics of the body are analyzed.

КОЛЕБАНИЯ АВТОМОБИЛЯ НА ДВУХБАРАБАННОМ ТОРМОЗНОМ СТЕНДЕ С УЧЕТОМ УПРУГОСТИ РЕССОР

Панова С. А.

Северо-Западный заочный политехнический государственный университет

В работе [1] была построена математическая модель движения автомобиля на двухбарабанном стенде для проверки тормозов. Модель учитывала эластичность шин. В предлагаемом докладе учитывается влияние рессор и сил демпфирования на колебания автомобиля. Приводятся некоторые результаты расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Малюков А. А., Юшков М. П.* О движении одной динамической системы при действии сил торможения // В сб.: Прикладная механика. Л. 1977. Вып. 3. С. 223–229.

Panova S.A. *Vibrations of a car on the double-drum brake stand with taking into consideration spring flexibility.*

The effect of spring flexibility and damping forces on the vibration of a car on the double-drum brake stand for brake checking is taken into consideration. Computational results are presented.

PERIODIC MOTIONS OF STICK-SLIP OSCILLATORS WITH TWO DEGREES OF FREEDOM

Pascal M.

Université d'Evry, Paris, France

mpascal@iup.univ-evry.fr

We present an analytical method to investigate the behavior of a 2-degrees-of-freedom oscillator excited by dry friction. The system consists of two masses connected by linear springs. These two masses are in contact with a driving belt moving at a constant velocity. The contact forces between the masses and the belt are obtained assuming Coulomb's friction law. Two families of periodic motions are found in closed-form. The first one includes stick-slip oscillations with two switches per period, the second one is also composed of stick-slip motion, but includes four switches per period. In both cases, the initial conditions and the time duration of each kind of motions (stick or slip phases) are obtained in analytical form. Stability conditions for these periodic orbits are obtained.

Паскаль М. *Периодические движения осцилляторов типа «stick-slip» с двумя степенями свободы.*

Предложен аналитический метод исследования колебаний двухстепенного осциллятора, возбуждаемого сухим трением. Две массы, первая из которых соединена пружиной с неподвижной опорой, а вторая с первой, находятся в контакте с движущейся лентой. Контактные силы определяются законами сухого трения Кулона. Найдены в замкнутой форме два семейства периодических решений и условия их устойчивости. Решения первого семейства соответствуют двум переключениям за период между режимами скольжения и относительного покоя, а второго – четырем.

ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ПРЕЦЕССИЯ НЕУРАВНОВЕШЕННОГО
РОТОРА В МАССИВНО-ПОДАТЛИВЫХ ОПОРАХ**Пасынкова И. А., Степанова П. П.***Санкт-Петербургский государственный университет*

polinastepanova@ya.ru

Проведено исследование цилиндрической прецессии неуравновешенного гибкого ротора с четырьмя степенями свободы, укрепленного в неподвижных массивно-податливых опорах. Упругие свойства опор предполагаются изотропными, а восстанавливающие силы – нелинейными функциями смещения. Показано, что для динамически вытянутого ротора система имеет четыре нелинейных резонанса. Два из них соответствуют ротору, укрепленному в невесомых упругих опорах. Появление дополнительных нелинейных резонансов обусловлено влиянием динамических свойств массивных опор. В случае линейно-упругих опор система имеет четыре критических частоты. При уменьшении массы опор дополнительные нелинейные резонансы смещаются к более высоким частотам. Показано, что ротор в массивно-податливых опорах не обладает свойством самоцентрирования. При больших угловых скоростях возникает эффект балансировки ротора. Неустойчивость цилиндрической прецессии имеет место вблизи нелинейных резонансов. Потеря устойчивости может сопровождаться изменением цилиндрической прецессии на гиперболоидальную. Под действием внутреннего трения могут появиться автоколебания и хаотические колебания.

Pasynkova I.A., Stepanova P.P. *Cylindrical precession of a Jeffcott rotor mounted in massive compliant supports.*

Cylindrical precession of a Jeffcott rotor with four degrees of freedom mounted in massive compliant supports is studied. The supports are isotropically elastic and restoring forces are non-linear functions of displacement. The system has four non-linear resonances for the «long» rotor. The first two of them correspond to the rotor mounted in massless bearings with non-linear contact. The third and fourth non-linear resonances appear as a result of influence of proper dynamic behavior of massive supports. It has been shown that selfcentering does not take place and rotor balancing occurs at the large spin speed. The stability loss can be accompanied by changing the cylindrical precession to the hyperboloidal one. Autovibration and chaotic vibration can appear due to the influence of internal friction.

ИССЛЕДОВАНИЕ КОНИЧЕСКОЙ ПРЕЦЕССИИ ЖЕСТКОГО
НЕУРАВНОВЕШЕННОГО РОТОРА С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОГО
ВЯЗКОГО ВНЕШНЕГО ТРЕНИЯ**Пасынкова И. А., Хватков Г. Е.***Санкт-Петербургский государственный университет*
iapasynkova@gmail.com

В данной работе исследуется коническая прецессия жесткого неуравновешенного ротора в нелинейных упругих опорах с учетом квадратичного внешнего и линейного внутреннего трения. Предполагается, что ротор имеет четыре степени свободы. Показано, что предельное значение амплитуды прецессии зависит от коэффициента внешнего трения и самоцентрирования ротора не происходит. Проведено исследование устойчивости прецессии во всем диапазоне угловых скоростей. Построены предельные множества, а также частотный спектр и спектр ляпуновских показателей, что позволяет делать выводы о характере установившихся движений для разных частот.

Pasynkova I.A., Khvatkov G.E. *Investigation of conic precession of a rigid unbalanced rotor with non-linear viscous external friction.*

The conic precession of a rigid unbalanced rotor in non-linear elastic bearings under non-linear external and linear internal friction is investigated. It is assumed that the rotor has four degrees of freedom. It has been shown that the limit value of the precession amplitude depends on the external friction coefficient and self-centering of the rotor does not occur. Analysis of precession stability has been carried out at the full range of frequency. By using frequency spectrum and spectrum of Lyapunov exponents the type of steady-state motion for different frequencies has been investigated.

О СТАБИЛИЗАЦИИ ДВИЖЕНИЙ НЕГОЛОНОМНЫХ
МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ**Перегудова О. А., Филаткина Е. В.***Ульяновский государственный университет*
peregudovaoa@sv.ulsu.ru

В докладе представлено решение задачи стабилизации движения механической системы с неголономными связями. Предлагается способ декомпозиции системы, основанный на использовании вектор-функции Ляпунова с компонентами вида векторной нормы и матричных норм. Получены теоремы о стабилизации при помощи релейных управлений, обладающих свойством универсальности [1], и кусочно-линейных управлений с коэффициентами, зависящими от времени [2].

В качестве примера решена задача о стабилизации заданного движения колесного робота с конструкцией двускатной тележки [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (08-01-00741).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Матюхин В.И.* Универсальные законы управления механическими системами. М.: МАКС Пресс, 2001. 252 с.
- [2] *Черноусько Ф.Л., Ананьевский И.М., Решмин С.А.* Методы управления нелинейными механическими системами. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 328 с.
- [3] *Лобас Л.Г.* Неголономные модели колесных экипажей. Киев: Наукова думка, 1986. 232 с.

Peregudova O.A., Filatkina E.V. *On motions stabilization of nonholonomic mechanical systems.*

Solution of stabilization problem of nonholonomic mechanical systems on the base of discontinuous control is presented. The suggested approach is successfully illustrated by its application to stabilization problem of wheeled robot.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОГРАНИЧЕННОСТИ ДВИЖЕНИЯ ПО ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИМ ТОЧКАМ НА СИММЕТРИЧНЫХ МНОГОГРАННИКАХ

Пилишкин В. Н.

Московский государственный технический университет им. Н.Э.Баумана
pilishkin@hotmail.com

Рассматривается управляемое движение сложного объекта. Исследуются условия, при выполнении которых движение является ограниченным. Уравнения объекта имеет следующий вид:

$$\dot{x} = Ax + Bu, x(t_0) = x_0, t \geq t_0, u = \tilde{u}(\cdot) = Kx$$

Требуется выбрать такую матрицу K , чтобы вектор x удовлетворял условию ограниченности движения: $x = x(t) \in Q \subset R^n, t \geq t_0$. В качестве Q используется прямоугольный параллелепипед. Можно показать справедливость следующего условия: соотношение ограниченности будет выполняться только тогда, когда на каждой грани Q_i параллелепипеда существует точка x^i , в которой вектор \dot{x} ортогонален Q_i и направлен внутрь Q . Точки $x^i \in Q_i$ названы характеристическими. Если хотя бы одной характеристической точки не существует, то не обеспечивается ограниченность движения. Данное соотношение можно привести к матричному уравнению относительно параметров регулятора:

$$\tilde{A}GS = \Lambda, \tilde{A} = A + BK,$$

$$G = - \begin{bmatrix} q_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & q_n \end{bmatrix} \quad \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 1 & \dots & s_1^n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_n^1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Причем: $q_i > 0$; $\lambda_i < 0$; $s_\nu^i \in [-1; 1]$. Если параллелепипед Q не является прямоугольным, то в этом случае на каждой его грани Q_i должна существовать только одна характеристическая точка, чтобы обеспечивалась ограниченность движения. При этом синтез матрицы K также осуществляется на основе приведенного матричного уравнения. Рассматривается также случай, когда уравнение состояния нелинейное, и объект подвержен неконтролируемым возмущениям. Тогда для ограниченности движения должно выполняться матричное уравнение:

$$\tilde{A}GS + DV = \Lambda,$$

где D - некоторая заданная матрица; V - матрица возмущений, $v^i, i \in \overline{1, n}$, i -й $r \times 1$ вектор возмущений. Приводятся некоторые подходы к решению уравнения.

Pilishkin V.N. *Limited motion research based on characteristic points of symmetric polyhedrons.*

The method of limited motion researching based on characteristic points of phase polyhedron is offered in this work.

О ВЛИЯНИИ СВОБОДНЫХ ОБЪЕМОВ НАНООБЪЕКТОВ ПУСТОТЫ НА ЭВОЛЮЦИЮ СВОЙСТВ НАНОМАТЕРИАЛОВ

Прокопьев Е. П.

*Институт теоретической и экспериментальной физики им. А.И. Алиханова,
ФГУП ГНЦ РФ, Москва
erprokopiev@mail.ru*

Предполагается, что свойства наноматериалов во многом определяются совместным действием связанного между собой каркаса наночастиц, объема атмосферы пустого пространства, состоящего из различных объектов нанопустоты (свободные объемы вакансий и их комплексов, пор, пустот и т.д.), интерфейсов и поверхности раздела между каркасом наночастиц и пустотой. В связи с этим в данном сообщении обсуждается возможность применения синергетических методов для исследования влияния нанобъектов пустоты на свойства и эволюцию эксплуатационных характеристик наноматериалов. В этом случае из проведенных расчетов на основе [1, 2] следует, что, как и для случая обычных образцов кремния, концентрациям C_I собственных междоузельных атомов кремния (I) и концентрациям C_V вакансий (V) в атмосфере собственных дефектов кремния возможно присуще наличие бистабильных состояний, переход между которыми может быть описан квазихимическими реакциями Шлегля. Наличие таких бистабильных состояний дает возможность при определенных условиях (создание ловушек, например, бивакансий C_{bV} в процессе эксплуатации и облучения) осознанно контролировать наличие собственных междоузельных атомов в кремнии. Это возможно предохраняет наноматериалы от образования избыточных дислокаций и РО, источником которых могут служить собственные междоузельные атомы и вакансии, образующиеся в процессе работы наноматериала (особенно в экстремальных условиях), что и объясняет его высокие эксплуатационные свойства (например, механические и радиационные свойства) по сравнению со свойствами обычных материалов. В связи с этим большое значение приобретает позитронная аннигиляционная спектроскопия [3], позволяющая определять как электронную структуру совершенных кристаллов, так и различные несовершенства особо малых размеров в твердых телах и пористых системах, таких как вакансии, вакансионные кластеры и свободные объемы до одного кубического нанометра с размерами $\leq 1 - 10$ нм.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Николис Г., Пригожин И. Познание сложного. Введение. М.: Мир, 1990. 342 с.
- [2] Пригожин И. От существующего к возникающему. М.: Мир, 1985. 342 с.
- [3] В.И.Графутин, Е.П.Прокопьев // УФН. 2002. Т.172. №1. С.67-83.

Prokop'ev E.P. *About influence of free volumes of nanoobjects emptiness on evaluation of nanomaterial properties.*

The opportunity of application of synergetic methods for research of influence of nanoobject emptiness on properties and evolution of operational nanomaterial characteristics is discussed.

НЕЛОКАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ КОРРЕКТНЫХ
УРАВНЕНИЙ СИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ**Родюков Ф. Ф.***Санкт-Петербургский государственный университет*

fr@FR11189.spb.edu

Исследуется динамическая устойчивость корректных уравнений синхронного двигателя из монографии [1]. В дифференциальные уравнения относительно электрических переменных механические переменные – скольжения – входят гироскопическим образом. Используя известные свойства таких членов, получен явный вид решений этих уравнений, которые оказываются асимптотически устойчивыми. Подстановка этих решений в дифференциальные уравнения относительно механических переменных приводит к системе двух нелинейных дифференциальных уравнений для двух независимых механических переменных.

В силу параметров, присущих рассматриваемым двигателям, максимальное значение асинхронного момента всегда больше максимального синхронного момента. Поэтому условия устойчивости рассматриваемого двигателя в асинхронном режиме работы будут перекрывать условия его устойчивости в синхронном режиме работы.

В асинхронном режиме работы синхронного двигателя исследуемые уравнения можно осреднить по быстрой переменной, так называемому углу нагрузки. Приходим к одному нелинейному дифференциальному уравнению первого порядка. Поскольку это уравнение с разделяющимися переменными, то оно интегрируется. Из получающегося аналитического решения следует вывод, что оно устойчиво в целом, если прикладываемый к ротору момент не превышает максимально допустимого. Этот же вывод подтверждается и с помощью соответствующей функции Ляпунова.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Родюков Ф.Ф.* Математическая модель большой электроэнергетической системы. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2006. 153 с.

Rodyukov F.F. *Nonlocal analysis of the stability of the correct equations of synchronous motor.*

The analysis of the stability of considered equations is reduced to the analysis of the stability of the equations of induction motor. The last have been investigated earlier.

НЕЛОКАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ УРАВНЕНИЙ СИСТЕМЫ «СИНХРОННЫЙ ГЕНЕРАТОР — ТРИ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЯ»

Родюков Ф. Ф., Шепелявый А. И.

Санкт-Петербургский государственный университет
fr@FR11189.spb.edu

Исследуется устойчивость корректных уравнений системы, состоящей из одного синхронного генератора и трех асинхронных двигателей. Эти уравнения получены с использованием корректных уравнений синхронных и асинхронных машин из монографии [1], а также первого закона Кирхгофа для токов фазных обмоток.

В дифференциальные уравнения относительно электрических переменных механические переменные (скольжения) входят гироскопическим образом. Используя известные свойства таких членов, получен явный вид решений этих уравнений, которые оказываются асимптотически устойчивыми. Подстановка этих решений в дифференциальные уравнения относительно механических переменных приводит к системе трех нелинейных дифференциальных уравнений для трёх независимых механических переменных.

Показано, что для исследуемых режимов работы системы в полученных уравнениях можно пренебречь слагаемыми, отражающими взаимное влияние двигателей друг на друга [2]. В итоге рассмотрены три независимые системы уравнений отдельных асинхронных двигателей, для которых сформулированы результаты проведенного ранее нелокального анализа устойчивости.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Родюков Ф.Ф.* Математическая модель большой электроэнергетической системы. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2006. 153 с.
- [2] *Родюков Ф.Ф.* Сопротивление линии электропередачи и устойчивость электроэнергетических систем // http://www.spbstu.ru/public/m_v/frame.html

Rodyukov F.F., Shepeljavyi A.I. *Nonlocal analysis of stability of the system «synchronous generator — three induction motors».*

The analysis of the stability of considered system «synchronous generator — three asynchronous machines» is reduced to the analysis of the stability three independent systems of the equations of separate asynchronous machines.

ТЕОРЕТИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ДИНАМИКИ
ВЕТРОУСТАНОВКИ С ВЕРТИКАЛЬНОЙ ОСЬЮ ВРАЩЕНИЯ

Ching-Huei Lin¹, Климина Л. А.², Локшин В. Я.²,
Самсонов В. А.²

¹ Университет Ching-Yun, Тайвань

² Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, НИИ механики
blokshin@imec.msu.ru

Обсуждаются результаты исследований динамики вертикальноосевых ветроустановок в рамках квазистационарной модели аэродинамического воздействия [1-3] и простейшей модели генератора [3]. В предшествующих работах теоретически обосновано существование режимов авторотации ветряка, построены бифуркационные диаграммы для ротационных режимов, рассмотрены задачи максимизации мощности и управления установочным углом лопасти.

В настоящем сообщении описывается модификация модели аэродинамического воздействия для случая изогнутой лопасти. Как и для ротора с прямыми лопастями, показана возможность существования двух типов ротационных режимов. Построены оценки максимума отбираемой мощности для роторов с различной геометрией лопастей. В Ching-Yun Университете проведены многочисленные эксперименты с малогабаритными ветроустановками. Получено экспериментальное подтверждение существования высокоскоростных ротационных режимов, а также выявлены новые особенности функционирования генератора.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 08-08-00390).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Локшин Б.Я., Привалов В.А., Самсонов В.А. Введение в задачу о движении тела в сопротивляющейся среде. М.: Изд-во Московского университета, 1986. 86 с.
- [2] Локшин Б.Я., Привалов В.А., Самсонов В.А. Введение в задачу о движении точки и тела в сопротивляющейся среде. М.: Изд-во Московского университета, 1992. 75 с.
- [3] Досаев М.З., Кобрин А.И., Локшин Б.Я., Самсонов В.А., Селюцкий Ю.Д. Конструктивная теория МВЭУ. Учебное пособие. Часть II. М.: Изд-во мех-мат ф-та МГУ, 2007. 88 с.

Ching-Huei Lin, Klimina L.A., Lokshin V.Ya., Samsonov V.A. *Vertical axis wind turbine as an object of the theoretical mechanics.*

The quasi-steady model of the wind flow action and the simple model of a generator are applied to the vertical axis wind turbine with curved blades. The existence of auto-rotation motions is studied and the value of a trapped power is estimated.

ПЕРВЫЙ МЕТОД ЛЯПУНОВА В ИССЛЕДОВАНИИ СИСТЕМ,
ОПИСЫВАЕМЫХ ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ
УРАВНЕНИЯМИ ТИПА ВОЛЬТЕРРА

Сергеев В. С.

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, Москва
vssergeev@yandex.ru

Интегриродифференциальные уравнения, которые ввел в рассмотрение В. Вольтерра в начале 20-го века, имеют важные приложения, в частности, в механике деформируемого тела, связанные с учетом различных реологических свойств материалов, а также в задачах аэромеханики об обтекании тела (твердого или деформируемого) нестационарным потоком.

В теории устойчивости движения для таких систем, как и для систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, важную роль играет первый метод Ляпунова, позволяющий строить общее решение уравнений в окрестности невозмущенного движения.

В докладе дается обзор полученных в последние годы результатов по применению первого метода Ляпунова к исследованию устойчивости (по Ляпунову) для интегриродифференциальных уравнений типа Вольтерра, устойчивости при постоянно действующих возмущениях (в смысле Малкина), по исследованию вопроса о существовании периодических и предельно периодических движений. Рассмотрены приложения к задачам о движении твердого тела в воздушном потоке, к задаче о предельно периодических движениях железнодорожной колесной пары и др.

Проведено исследование устойчивости первым методом Ляпунова в некоторых системах с распределенными параметрами, связанных с движением вязко-упругого тела в воздушном потоке при учете нестационарности обтекания.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (08-01-00600, 08-08-00553).

Sergeev V.S. *Lyapunov's first method in investigation of the systems described by integrodifferential equations of the Volterra type.*

The systems with after-effect of the Volterra type are considered. The survey of last years investigations concerning application of Lyapunov's first method to stability of motions and dynamics is given.

К ВОПРОСУ О ГАШЕНИИ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ СТЕРЖНЯ

Солтаханов Ш. Х.

Чеченский государственный университет

Для изучения гашения поперечных колебаний стержня применяется обобщенный принцип Гаусса (принцип Поляхова–Зегжды–Юшкова). Исследуется гашение с учетом первых основных форм колебаний. Приводятся результаты расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Зегжда С.А., Солтаханов Ш.Х., Юшков М.П.* Уравнения движения неголономных систем и вариационные принципы механики. Новый класс задач управления. М.: Наука, 2005. 269 с.

Soltakhanov Sh.Kh. *On the suppression of lateral vibration of a beam.*

The generalized Gauss principle (the principle of Polyakhov–Zegzhda–Yushkov) is applied to studying the suppression of lateral vibration of a beam.

ПОСТРОЕНИЕ АВТОКОЛЕБАНИЙ ДВОЙНОГО ОСЦИЛЛЯТОРА, ВОЗБУЖДАЕМОГО СУХИМ ТРЕНИЕМ

Степанов С. Я.

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, Москва
stepsj@yandex.ru

Рассматривается механическая система, состоящая из двух масс, первая из которых прикреплена пружиной к неподвижной опоре, а вторая соединена пружиной с первой. Вторая масса находится в контакте с движущейся лентой и подвержена действию силы сухого трения Кулона. В системе возможно возбуждение автоколебаний типа «stick-slip» с чередованием режимов трения относительного покоя и скольжения.

Предложен численный метод нахождения всех возможных автоколебаний с заданным числом переключений за период между режимами трения относительного покоя и скольжения и определения их устойчивости. Проведена классификация различных форм автоколебаний.

Stepanov S.Ya. *Finding of self-induced oscillations for double oscillator excited by dry friction.*

Mechanical system with two masses is considered. The first mass is attached by a spring to a fixed point and the second mass is connected by a spring with the first one. The second mass are in contact with a moving belt and is subjected to Coulomb's dry friction. In that system the self-induced oscillations of the "stick-slip" type with interchange between static and kinetic friction phases can arise.

A numerical method for finding of all possible self-excited oscillations with a given number of interchanges between static and kinetic friction phases is suggested. Stability conditions are also obtained. Classification of different kinds of the self-induced oscillations is carried out.

О ЗАДАЧЕ ДАРБУ

Стрелкова Н.А.*Пермский государственный университет*

strelkova@psu.ru

Задача Дарбу об определении положения твердого тела по заданному вектору его угловой скорости, как известно, сводится к разысканию частного решения дифференциального комплексного уравнения Дарбу-Риккати. В данной работе дается новый способ вывода классического уравнения Дарбу-Риккати. Представлены различные, удобные для практического использования, формы записи решения кинематических уравнений движения твердого тела в параметрах Кэли-Клейна через частное решение уравнения Дарбу-Риккати. Приведены примеры, иллюстрирующие разработанную теорию.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 07-01-97611).

Strelkova N.A. *On Darboux problem.*

The new way of classical Darboux-Riccati equation derivation is given. Various notation solution forms of the kinematic equations are presented in Cayley-Klein parameteres through the private Darboux-Riccati equation solution.

УПРАВЛЕНИЕ МАЯТНИКОМ НА СТРУНЕ В РЕЖИМЕ
ОДНООСНОГО ГИРОСКОПА, СВОБОДНОГО В АЗИМУТЕ

Сухоручкин Д. А.

Институт проблем механики РАН, Москва

sukhor@ipmnet.ru

Рассматривается относительное движение шара, прикрепленного двумя струнами к подвижному основанию. Данная система является одной из реализаций обобщенного маятника Фуко, поскольку в идеальном случае направление прямолинейных колебаний шара в инерциальном пространстве не зависит от поворота основания вокруг оси, проходящей через точки крепления струн. Для определения фазового состояния и управления колебаниями неидеальной системы предлагается использовать окружающие шар электроды, подобно схеме, реализованной в волновом твердотельном гироскопе [1]. Построена двумерная электромеханическая модель струнного гироскопа. Показано, что для формирования каналов съема информации достаточно трех измерительных электродов, а для управления – четырех электродов. Сформировано управление амплитудой, квадратурой, прецессией и частотой для произвольного числа электродов, большего трех. Построен фазовый портрет системы; имеет место устойчивость отсчетного многообразия, что позволяет спроектировать работоспособный прибор инерциальной навигации.

Работа поддержана РФФИ (проект 08-01-00363-а) и грантом Президента по государственной поддержке ведущих научных школ РФ (проект НШ-2975.2008.1)

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Журавлев В.Ф., Линч Д.Д. Электрическая модель волнового твердотельного гироскопа // Известия РАН. Механика твердого тела. 1995. № 5. С. 12–24.

Sukhoruchkin D.A. *Control of a string pendulum as free-in-azimuth uniaxial gyro.*

Two-dimensional electromechanical model of string gyro as a realization of generalized Foucault pendulum is developed. Algorithms of control of amplitude, quadrature, precession and frequency are proposed for arbitrary number of electrodes greater than three. Phase portrait of the system is constructed. Stability of the reference manifold is demonstrated to take place.

ПРИМЕРЫ УПРАВЛЯЮЩИХ СВЯЗЕЙ В
ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**Тверев К. К.***Санкт-Петербургский государственный университет*
sabaneeff@narod.ru

При рассмотрении электромеханических систем возникают связи, идеальные в некотором смысле. Для их описания предлагается использовать расширенное или альтернативное понятие идеальной связи, базирующееся на сохранении энергии.

Для чисто механических систем аналогичные примеры гипотетически возможны, и некоторые давно известны и обсуждались. Правда, подобные обсуждения могли носить только теоретический характер, так как технически реализовать подобные устройства с необходимыми характеристиками затруднительно. Применение электромеханических преобразователей энергии, особенно в сочетании с современной вычислительной и силовой электроникой, открывает новые возможности.

Tverev K.K. *Control constraints samples for the electromechanical systems.*
Nonclassical definition of the ideal constraint is under consideration.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ МЕХАНИКИ
ЦЕНТРИФУГИРОВАНИЯ В ИНЕРЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА**Терентьев А. Д., Григорьев А. Ю., Сулейманов Р. Х.***Калининградский государственный технический университет*

alexternt@rambler.ru

В учебной и научно-технической литературе принято, что центрифугирование, т.е. сепарация разноплотностных дисперсных частиц, помещенных во вращающуюся жидкую дисперсионную среду, происходит под действием центробежной силы инерции и радиальной (центростремительной) компоненты силы Архимеда, обусловленной параболическим градиентом давления внутри вращающейся жидкости. Сопротивление движению частиц считается вторичным фактором, причем мешающим сепарации.

Однако центробежные аппараты расположены в геоцентрической системе отсчета, которую можно определить в качестве инерциальной при исследовании процесса сепарации, т.к. в ней «исчезают» все силы инерции, действующие в системе отсчета, вращающейся вместе с жидкостью. Остаются только силы, действующие при столкновениях структурных элементов жидкости (кластеров), с дисперсными частицами.

В докладе представлены результаты теоретического анализа и численного исследования решений уравнения движения дисперсных частиц, определяющих их траектории. Численные исследования полученных решений проводились в MATHCAD и EXCEL путем варьирования начальных условий, отношения плотностей частиц и жидкости, значений угловой скорости и коэффициента сопротивления. При расчетах в EXCEL эволюцию траекторий частиц можно наблюдать на экране монитора в реальном времени в 3D-виде или в проекциях. Установлено, что с учетом только радиальной компоненты силы Архимеда частицы любой плотности движутся по финитным траекториям эллиптического типа. Условием, обеспечивающим сепарацию, является сопротивление движению частиц, имеющее компоненту, скрещенную с центростремительной силой. Отмечено, что движение сепарируемых частиц представляет собой разновидность дрейфа, подобного дрейфу частиц с электрическим зарядом в скрещенных электрическом и магнитном полях.

Авторы благодарят Г. Т. Алдошина за внимание и поддержку, оказанную при выполнении работы.

Terentiev A.D., Grigoriev A.J., Suleymanov R.H. *The results of centrifugation mechanics investigation carried out relative to inertial frame of reference.*

It was established that centrifugation phenomena as being into rotating liquids is the driftage by the reason of two forces action: the radial component of buoyancy and the hydrodynamical resistance.

СУЩЕСТВОВАНИЕ И УСТОЙЧИВОСТЬ МАЯТНИКОВЫХ
ДВИЖЕНИЙ ТВЕРДОГО ТЕЛА В НЬЮТОНОВСКОМ ПОЛЕ СИЛ**Тхай В. Н.¹, Швыгин А. Л.²**¹ *Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова, Москва*² *Московский государственный университет приборостроения и информатики*
shvyghin@rambler.ru

Рассматривается движение твердого тела в ньютоновском поле сил. При использовании укороченного выражения потенциала («спутникового приближения») задача допускает семейство маятниковых движений – колебаний и вращений. Доказательство существования семейства колебаний с использованием точного выражения потенциала в случае, когда расстояние от притягивающего центра до тела велико, составляет содержание первой части доклада.

Во второй части доклада даются результаты исследования устойчивости колебаний как в задаче с потенциалом в «спутниковом приближении», так и в задаче с точным потенциалом.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (06-01-00068-а, 09-01-00468-а).

Tkhai V.N., Shvygin A.L. *Existence and stability of pendulum motions of rigid body in a central Newtonian force field.*

The problem of motion of rigid body in a central Newtonian force field is under consideration. The proof of the existence of family of pendulum oscillations is given in the first part of the report. The results of research of stability of this motions is given in the second part of the report.

АЛГОРИТМ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ РОЖДАЮЩИХСЯ ИЗОЛИРОВАННЫХ КОЛЕБАНИЙ В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ, БЛИЗКОЙ К КОНСЕРВАТИВНОЙ СИСТЕМЕ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ

Тхай Н. В.

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
tkhain@mail.ru

Рассматривается консервативная система с одной степенью свободы, допускающая периодическое движение – колебание и/или вращение. Эти движения образуют семейства и, в силу обратимости уравнения, колебания всегда являются симметричными. То же самое может иметь место с вращениями, если только уравнение допускает два неподвижных множества обратимой системы. Более того, в последнем случае сами колебания могут быть симметричными относительно двух множеств одновременно [1].

В работе [1] изложена теория симметричных периодических движений для системы второго порядка. В частности, предложен способ анализа устойчивости рождающихся изолированных периодических движений, когда на порождающую систему действуют обратимые возмущения. Для рассматриваемой в докладе более частной задачи результаты работы [1] вполне применимы. Однако для такой задачи можно получить более простой алгоритм.

В докладе дается алгоритм исследования устойчивости изолированных колебаний, которые рождаются из семейства консервативной системы с одной степенью свободы при действии на нее обратимых периодических возмущений. Рассматривается случай как одного, так и двух неподвижных множеств. Алгоритм демонстрируется на маятнике с вертикально вибрирующей точкой подвеса.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (07-01-00290а).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Тхай В.Н.* Периодические движения обратимой механической системы второго порядка. Приложение к задаче Ситникова // ПММ. Т. 70. Вып. 5. С. 813–834.

Tkhay N.V. Algorithm of stability analysis for separate oscillations appearing in a system close to the one degree of freedom conservative system.

УСТОЙЧИВОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Филер З. Е.¹, Музыченко А. И.²¹ Кировоградский государственный педагогический университет им. В. Винниченко,
Украина² Государственная летная академия Украины
filier@rambler.ru

Рассматривается устойчивость линейных систем с постоянными или периодическими коэффициентами и постоянными запаздываниями. Показана возможность её установления с помощью критерия Михайлова, реализующего принцип аргумента ТФКП. Разработаны соответствующие финитные алгоритмы и программы.

Известные с 19-го столетия критерии Рауса и Гурвица для систем с постоянными коэффициентами не адаптируются к системам, содержащим запаздывающие звенья; критерий Михайлова справедлив и для характеристических квазиполиномов $f(i\omega)$. Предлагается финитизация годографа заменой $\omega = t/(1-t)$, $f := (1-t)^n f(it/(1-t))$, сохраняющей угол поворота φ радиуса-вектора годографа Михайлова при изменении t на отрезке $[0; 1)$.

Предложен алгоритм отыскания числа $\Phi = \varphi(1)$, дающего при делении на $\pi/2$ целое число m . Если $m = n$ (порядку уравнения), то данное дифференциальное уравнение устойчиво асимптотически. Угол Φ отыскивается как конечное значение решения задачи Коши для вспомогательного дифференциального уравнения 1-го порядка. Это не требует запоминания промежуточных значений $\varphi(t)$ и высокой точности численного интегрирования.

Для систем с периодической матрицей предлагается численный метод отыскания матрицы монодромии. С помощью принципа аргумента из ТФКП строится конечный годограф – замкнутая линия, количество оборотов которой вокруг точки определяет асимптотическую устойчивость. Для большей наглядности можно построить пространственный годограф. Разработанный программный комплекс с использованием пакета Maple тестируется на многочисленных примерах с построением годографа и/или без него, с выводом сообщения об устойчивости. Определяется и запас устойчивости.

На рис. 1 показан годограф системы 7-го порядка, устойчивой при малом запаздывании. Радиус-вектор описывает угол $7\pi/2$ вокруг точки .

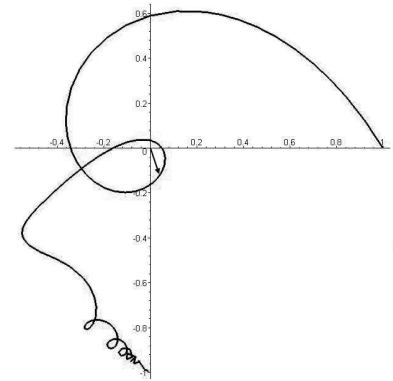


Рис. 1.

Filier Z.E., Muzychenko A.I. *Stability of linear systems.*

Stability of linear systems with constant or periodic coefficients and constant delays are examined. Possibility of its establishment is shown by the criterion of Mikhailov, realizing principle of argument of theory function of complex argument. The proper algorithms and programs are developed.

О ГАМИЛЬТОНОВОЙ МЕХАНИКЕ В ИЗБЫТОЧНЫХ КООРДИНАТАХ И НЕЗАВИСИМЫХ ИМПУЛЬСАХ

Ханукаев Ю. И.

Московский физико-технический институт
khan.yuri@gmail.com

Как правило, уравнения динамики механической системы в независимых координатах не интегрируются. Уравнения можно упростить введением независимых параметров в количестве большем того, которое имел в виду Л. Лагранж. Параметры должны однозначно определять состояние системы в декартовой системе координат, постулированной И. Ньютоном, но не наоборот. Проблемы, возникающие при введении избыточных независимых координат, снимаются дополнением скалярной меры слагаемыми $\sum X_r^2(\dot{q}^1, \dots, \dot{q}^N)$ (X_r — линейные функции скоростей $\dot{q}^1, \dots, \dot{q}^N$), что означает увеличение размерности исходного евклидова пространства. Силы, соответствующие дополнительным размерностям, равны нулю, а уравнения имеют интегралы $X_r(\dot{q}^1, \dots, \dot{q}^N) = 0$.

Например, параметризация направляющих косинусов радиус-вектора точки соотношениями $\alpha_i = q_i/\sqrt{q_j q_j}$ ($i = 1, 2, 3$) дает функцию Гамильтона $H = \frac{1}{2m} p_r^2 + \frac{1}{2mr^2}(q_s q_s)(p_i p_i) + \Pi(r, q)$. Для твердого тела с неподвижной точкой введение координат, связанных с параметрами Эйлера-Родрига-Гамильтона соотношениями $\lambda_i = q_i/\sqrt{q_j q_j}$ ($i = 0, 1, 2, 3$), приводит к функции Гамильтона

$$H = (-p_0 q_1 + p_1 q_0 + p_2 q_3 - p_3 q_2)^2/8A + (-p_0 q_2 - p_1 q_3 + p_2 q_0 + p_3 q_1)^2/8B + (-p_0 q_3 + p_1 q_2 - p_2 q_1 + p_3 q_0)^2/8C + \Pi(q).$$

С другой стороны выбор параметров может быть формальным, а соответствующая топология простой, если состояние системы определять зависимыми координатами. Уравнения Гамильтона при этом будут содержать неопределенные множители и должны рассматриваться совместно с уравнениями связей. Уравнения связей позволяют ввести независимые скорости, выразить исходные скорости через независимые, и далее ввести соответствующие независимые импульсы. Дифференцирование независимых импульсов в силу исходной системы даёт уравнения, не содержащие неопределённых множителей. Первая группа канонических уравнений остается неизменной. В составленных описанным способом уравнениях исходные импульсы следует выразить через независимые. В случае потенциальных сил уравнения динамики имеют вид

$$\dot{Q}^\alpha = \frac{\partial H}{\partial P_\alpha}, \quad \dot{p}_i = -\sum_{\alpha=1}^N \frac{\partial H}{\partial Q^\alpha} l_i^\alpha + \sum_{\alpha\beta=1}^N P_\alpha \frac{\partial l_i^\alpha}{\partial Q^\beta} \frac{\partial H}{\partial P_\beta},$$

$$\sum_{\alpha=1}^N P_\alpha l_i^\alpha = p_i, \quad \sum_{\alpha=1}^N a_{\nu\alpha} \frac{\partial H}{\partial P_\alpha} = 0, \quad \sum_{\alpha=1}^N a_{\nu\alpha} l_i^\alpha \equiv 0.$$

Если $S(Q, \tilde{Q}, t)$ является полным интегралом уравнения Гамильтона-Якоби $\frac{\partial S}{\partial t} + H(Q, \frac{\partial S}{\partial Q}, t) = 0$, то соотношения $\sum_{\alpha=1}^N \frac{\partial S}{\partial Q^\alpha} l_i^\alpha = p_i$, $\sum_{\alpha=1}^N \frac{\partial S}{\partial \tilde{Q}^\alpha} \tilde{l}_i^\alpha = \tilde{p}_i$, являющиеся интегралами уравнений динамики, совместно с уравнениями связей $\sum_{\alpha\beta=1}^N a_{\nu\alpha} A^{\alpha\beta} \frac{\partial S}{\partial Q^\beta} = 0$, $\sum_{\alpha\beta=1}^N \tilde{a}_{\nu\alpha} \tilde{A}^{\alpha\beta} \frac{\partial S}{\partial \tilde{Q}^\beta} = 0$ определяют движение системы $Q(t), p(t)$.

Khanukaev Y.I. *On hamiltonian mechanics in excessive coordinates and independent impulses.*
The Jacobi theorem on integration of a constrained hamiltonian system is proven.

НЕКОТОРЫЕ СЛУЧАИ ПОЛНОЙ ИНТЕГРИРУЕМОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИНАМИКЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕГО СО СРЕДОЙ

Шамолин М.В.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
shamolin@imec.msu.ru

Результаты предлагаемой работы появились благодаря исследованию задачи о движении в сопротивляющейся среде твердого тела [1, 2], поверхностью контакта со средой которого является плоский участок его внешней поверхности. Силовое поле строится из соображений воздействия среды на тело при струйном (или отрывном) обтекании в условиях квазистационарности. Изучение движения такого класса тел сводится к системам либо с рассеянием энергии (*диссипативные системы*), либо с ее подкачкой (так называемые *системы с антидиссипацией*).

Получены полные списки трансцендентных первых интегралов, выраженных через конечную комбинацию элементарных функций. Принимается такой подход, который учитывает в качестве класса функций как первых интегралов трансцендентные функции, причем элементарные. Здесь трансцендентность понимается не в смысле элементарных функций, а в смысле наличия у них существенно особых точек (в силу классификации, принятой в теории функций комплексного переменного). Рассмотрены классы пространственных движений твердых тел, взаимодействующих со средой, среди которых можно назвать следующие: движения тел свободных в среде, покоящейся на бесконечности, и тел частично закрепленных, находящихся в потоке набегающей среды [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 08-01-00231-а).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Самсонов В.А., Шамолин М.В. К задаче о движении тела в сопротивляющейся среде // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика. 1989. № 3. С. 51–54.
- [2] Шамолин М.В. Методы анализа динамических систем с переменной диссипацией в динамике твердого тела. М.: Изд-во «Экзамен», 2007. 352 с.

Shamolin M.V. *Some cases of complete integrability in spatial dynamics of a rigid body interacting with a medium.*

Integrable cases in the dynamics of the 3D motion of a rigid body were found for a model problems. For the Chaplygin medium action functions, the systems had a complete set of transcendental first integrals, which could be expressed in terms of elementary functions. In this case, transcendence is understood in the sense of the theory of functions of a complex variable. In this sense, the system is semiconservative.

**СЕКЦИЯ II.
ДИНАМИКА КОСМИЧЕСКОГО
ПОЛЕТА**

**SECTION II.
DYNAMICS OF SPACE FLIGHT**

ВРАЩЕНИЕ СПУТНИКА С ПОЛОСТЬЮ, ЗАПОЛНЕННОЙ ВЯЗКОЙ
ЖИДКОСТЬЮ, ПОД ДЕЙСТВИЕМ МОМЕНТА СИЛ СВЕТОВОГО
ДАВЛЕНИЯ

**Акуленко Л. Д.¹, Зинкевич Я. С.², Лещенко Д. Д.²,
Рачинская А. Л.²**

¹ *Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, Москва*

² *Одесская государственная академия строительства и архитектуры*
yaninaz@mail.ru

Исследуется быстрое вращательное движение относительно центра масс динамически несимметричного спутника с полостью, целиком заполненной вязкой жидкостью при малых числах Рейнольдса, под действием гравитационного и светового моментов. Орбитальные движения вокруг Солнца с произвольным эксцентриситетом предполагаются заданными. Анализируется система, полученная после усреднения по движению Эйлера – Пуансо. Установлен эффект убывания кинетической энергии вращательных движений спутника. Определена ориентация вектора кинетического момента в орбитальной системе координат. Проведены численный анализ в общем случае и аналитическое исследование в окрестности осевого вращения. Рассмотрено движение в частном случае динамически симметричного спутника.

Akulenko L.D., Zinkevich Ya.S., Leshchenko D.D., Rachinskaya A.L. *Rotation of a satellite with cavity filled with a viscous fluid under the action of light pressure torque.*

We investigate fast rotational motion of dynamically asymmetrical satellite with a spherical cavity, wholly filled with viscous fluid under the action of gravitational and light pressure torques. Orbital motion with arbitrary eccentricity are assumed to be set. Fluid is assumed to be large viscous. The system obtained after the averaging with respect to Euler – Poinso motion is analyzed. The numerical analysis of the function of kinetic energy of rotational motion in general case and analytical analysis is conducted in neighboring of axial rotation. Motion in special case of a dynamically symmetric satellite is considered.

INVERSE PROBLEM OF THREE BODY

Vujčić V. A.

Matematički institute SANU, Beograd

vujcic@mi.sanu.ac.yu

In the explanation of Definition of centripetal force (Def. V), Newton is stating that «the task of mathematician is to find such a force, which will keep an observed object at the given orbit, with given velocity, and the other way around: to find such curvilinear way in relation to which the given body is moved from the starting position at the given velocity.»

The obtained formula for the attraction two bodies, more general from the formula of Newton's force of gravitation. Its importance is shown in three body way at the example of determining of the force of the Sun's and Earth's acting on the Moon.

In the standard scientific literature written: that the Sun's force is 2.5 time bigger then the Earth's one; that the lunar theory of lunar motion is the most complicated theory being constructed differently than the rest theories of planet motion; that the Moon's motion theory cannot be developed in the basic of Kepler's geocentric ellipse.

But that result contradicts to the aspects in the nature and also to the law of classical and celestial mechanics.

The author of this paper suggests the solution of problem in theory of Moon's motion, as task system motion two and three material points from the axioms of the classical mechanics. Analytical proofs are closed to the facts that can be found in the scientific literature. Digression from completely true facts, if those facts exist at all, don't influence the author's conclusion – that the force of Earth's attraction of the Moon is larger than the force of the Sun. We have to start from our new the formula considering the fact that the eccentricity of the Moon's and the Earth's path is small, so we have to considered the motion along the circular path in the ecliptic plane. We are suggests one solution for dynamic paradox of theory of the Moon's motion from the point of the classical mechanics.

In the conclusion author suggested the formula of the perturbation force of the Sun–Moon in the form:

$$F = \frac{M_{\odot} m_{\zeta}}{M_{\odot} + m_{\zeta}} \frac{R\omega^2(a \cos \omega t - R \cos 2\omega t) - v_{or}^2}{a - R \cos \omega t},$$

where M_{\odot} is mass of the Sun, m_{ζ} is mass of the Moon, a is average distance Sun–Moon, R is distance Earth–Moon, $\omega = 2\pi/T$, and v_{or} is velocity of the Moon, relative to the Sun.

О ПЕРИОДИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЯХ ОРБИТАЛЬНОГО ГАНТЕЛЕОБРАЗНОГО ТЕЛА С КАБИНОЙ-ЛИФТОМ

Буров А. А.¹, Косенко И. И.²

¹ *Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, Москва*

² *Российский государственный университет туризма и сервиса, Московская область*
kosenko@ccas.ru

Рассматривается движение в центральном поле ньютоновского притяжения гантелеобразного тела — пары массивных точек, соединенных между собой невесомым стержнем, вдоль которого по заданному закону движется лифт — третья массивная точка. Такая механическая система может рассматриваться, в частности, как упрощенная модель оснащенной лифтом орбитальной тросовой системы. Изучается наиболее интересный с практической точки зрения случай, когда кабина совершает периодические, «челночные» движения между двумя концами гантели.

В предположении о малости массы лифта по сравнению с массой гантели при помощи теории Пуанкаре определяются условия существования семейств периодических движений системы, аналитически зависящих от возникающего малого параметра и переходящих в то или иное радиальное положение относительного равновесия невозмущенной задачи при стремлении малого параметра к нулю. Также доказывается, что каждое из радиальных относительных равновесий порождает при достаточно малых значениях параметра в точности одно семейство таких периодических движений. В линейном приближении изучается устойчивость получившихся периодических решений, а сами эти решения вычисляются с точностью до членов первого порядка малости по малому параметру.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 08-01-00600-а, 08-01-00718-а, 08-08-00553-а, 06-01-90505-БНТС_а).

Burov A.A., Kosenko I.I. *On periodic motions of a dumbbell satellite equipped by the elevator cabin.*

Motion of the dumbbell satellite usually supposed to be the pair of mass points connected by the mass less rod in the central field of Newtonian gravity is under consideration. The whole system represents a simplified model of the space elevator equipped by the cabin, a third mass point moving along the rod according to the prescribed law in time. The most interesting from the practical viewpoint case of periodic motions for the cabin simulating the shuttle-like swings is investigated.

If the cabin mass is small enough in compare with the dumbbell mass then using the Poincare theory the conditions for the whole system periodic motions families existence are verified. Motions turn out to be that ones converging to one of the radial relative equilibriums as the small parameter approaches zero. In addition, one also proofs that each of radial equilibrium generates exactly one such a family if the parameter is small enough. Linear stability of the periodic motions obtained is analyzed. The periodic motions themselves are built up with an accuracy of the first order.

О РЕАЛИЗАЦИИ ПРОЕКТА СОЗДАНИЯ ШТОРЫ ДЛЯ ЗАЩИТЫ
ЗЕМЛИ ОТ ПЕРЕГРЕВА**Глухих Ю. Д.¹, Пережогин А. А.², Силантьев М. В.¹**¹ *Московский государственный университет приборостроения и информатики*² *Московский государственный открытый университет*
yucha@mail.ru

Как известно, пионеры космонавтики, продумывая проблемы выживания человечества, фактически предлагали и пути решения экологических проблем. Ярким подтверждением тому являются их идеи использования солнечных парусов.

Развитием этих идей являются современные проекты применения солнечного паруса в качестве экрана для предотвращения перегрева Земли, что как никогда раньше стало актуально ныне в связи с нарастанием эффектов глобального потепления.

Хорошей динамической моделью для исследования возможностей реализации проекта создания гигантской шторы служит ограниченная задача трёх тел с учетом светового давления. В задаче находим естественные положения относительного равновесия, которые можно использовать для помещения в них искусственного аппарата. Наиболее удобной для расположения космического «зонтика» является коллинеарная точка либрации между Землей и Солнцем.

Положение точки либрации определяется не только массовым параметром системы, но и зависит от отражательных свойств зеркала. Более того, принципиально возможно, выбирая, например, соответствующую парусность (отношение «сечение/масса»), расположить «зонтик» в любой точке на прямой Земля – Солнце. Поэтому, прежде всего, проводится оценка их положений, которые зависят от парусности «зонтика».

Помещение «зонтика» в точку либрации позволяет защитить, даже с учетом эффекта затенения, только точки экватора. С другой стороны, не обязательно все время держать зонтик над одной и той же точкой. Перемещение зонтика над определенной областью не только размывает тень на поверхности Земли, но, что важно, решает защиту конечной области. Тем самым, от линии экватора осуществляется переход к конечной полосе, примыкающей к экватору. Соответствующие расчеты учитывают положение точки либрации, размеры «зонтика», его отражательные свойства, размер создаваемой тени.

Движение «зонтика» в окрестности точки либрации естественным образом осуществляется помещением его на периодическую орбиту ляпуновского семейства, существование которого гарантировала сама природа. Малая эллиптичность орбиты Земли приводит к бифуркации этого семейства. Однако при этом рождаются, как установлено недавно, изолированные симметричные периодические орбиты, которые вполне служат целям отдельной орбиты ляпуновского семейства.

Плоские орбиты не решают задачи создания размытой тени. Необходимые пространственные периодические орбиты находим из анализа динамической модели.

Содержание этих тезисов, предложенных проф. В.Н. Тхаем, разработано авторами и предлагается в докладе.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (06-01-00068а, 09-01-00468а).

Glukhikh Yu.D., Perezhogin A.A., Silantiev M.V. *The realization of the project to make blind for saving of Earth from overheating.*

The various aspects of applying of the photogravitational restricted three-body problem has been discussed in the report for urgent saving of Earth from overheating.

ОБ ОПТИМИЗАЦИИ ПОЛЕТОВ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА К АСТЕРОИДАМ

Григорьев И. С., Заплетин М. П.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

iliagri@newmail.ru, zapletin_m@mail.ru

Рассматривается задача оптимизации траекторий посещения космическим аппаратом (КА) астероидов. Движение планет, астероидов и космического аппарата происходит в центральном ньютоновском гравитационном поле Солнца. Планеты и астероиды считаются точечными объектами, движущимися по заданным орбитам. Управление КА осуществляется вектором тяги реактивного двигателя малой тяги. При построении траектории допустимы пертурбационные маневры около планет. В задаче присутствуют ограничения на времена старта, продолжительности полета и нахождения КА на астероидах, минимальное расстояние до солнца и планет. Рассматриваются критерии оптимизации: расход топлива, необходимого для перелета; время перелета; время нахождения на каждом астероиде; максимизация кинетической энергии при попадании в астероид.

Рассматриваемые задачи можно представить как задачи оптимального управления с фазовыми ограничениями, промежуточными условиями и параметрами. На основе соответствующего принципа максимума [1] их решение сводится к решению многоточечных краевых задач. Краевые задачи принципа максимума решаются численно методом стрельбы. Начальное приближение определяется в результате решения соответствующих задач в импульсной постановке и задач Ламберта.

К основным предпосылкам эффективного численного решения методом стрельбы краевых задач следует отнести, во-первых, выбор эффективной вычислительной схемы метода стрельбы и, во-вторых, выбор согласованного с вычислительной схемой метода стрельбы хорошего начального приближения. Выбор хорошего начального приближения осуществляется с использованием серии вспомогательных оптимизационных задач. При переходе к решению более сложных задач от более простых использовался метод продолжения решения по параметру. Кроме того, использовался метод композиции — решение вспомогательных задач на участках с последующим объединением участков траектории в единую экстремаль.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Григорьев И.С., Григорьев К.Г.* Об условиях принципа максимума в задачах оптимального управления совокупностью динамических систем и их применении к решению задач оптимального управления движением космических аппаратов // *Космические исследования.* 2003. Т. 41. № 3. С. 307–331.

Grigoriev I.S., Zapletin M.P. *On optimization of flights of the spacecraft to the asteroids.*

The problem on trajectory optimization of spacecraft flights to the asteroids is considered. It is possible to present considered problems as an optimal control problems with phase restrictions, intermediate conditions and parametres. On the basis of the corresponding maximum principle their solution are reduced to the solution of multidots boundary-value problems.

О ПРОБЛЕМАХ ДИНАМИКИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Докучаев Л. В.

Московский государственный университет леса

dokuchaev@mgul.ac.ru

Обсуждаются проблемы динамики, возникающие в практике полетов объектов ракетно-космической техники, связанные с подвижностью деформируемых элементов, таких как плескание жидкого топлива в баках, упругих перемещений панелей солнечных батарей или радио-антенн. На примере нерасчетных режимов движения ряда ракет и космических аппаратов показывается необходимость более строгого учета динамических свойств конструкции при проектировании. Выводится общая нелинейная система уравнений движения. Показывается, что эффект дополнительных степеней свободы, связанных с деформируемостью этих устройств, может быть учтен путем решения краевых задач теории упругости и гидродинамики и вычисления соответствующих присоединенных масс и частот собственных колебаний.

Dokuchaev L.V. *About problems of spacecraft dynamics.*

Problems of spacecraft dynamics taking place during space flight of space objects and associated with mobility of its deformed elements such as sloshing liquid fuel in tanks as well as elastically moving panels of solar batteries and radio antennas are under consideration. The necessity for more strict allowance to be made for structure dynamic properties during its designing exemplified by non-calculated motion modes of some rockets and space vehicles is shown. A general nonlinear equation system of a composite structure is introduced. It is demonstrated that the effect of extra freedom degrees of such a structure conditioned by its deformability may be taken into account by solving marginal problems of the elasticity and hydrodynamics theory and calculating adequate associated masses and frequencies of the structure's vibrations.

ДИАГРАММА УСТОЙЧИВОСТИ ДЛЯ ТРЕУГОЛЬНЫХ ТОЧЕК ЛИБРАЦИИ ДВОЙНОЙ ЗВЕЗДНОЙ СИСТЕМЫ, ПОДОБНОЙ СИРИУСУ

Зимовщиков А. С.¹, Тхай В. Н.²

¹ *Вымпелком, Москва*

² *Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва*
winter_z@mail.ru

Фотогравитационная задача трех тел стала хорошей динамической моделью для изучения облачных скоплений в бинарных звездных системах [1]. Скопления могут образоваться в точках либрации, которые вследствие различных размеров микрочастиц, их плотности и восприимчивости к световому излучению на самом деле представляют собой непрерывное множество точек. Наблюдаемость скоплений связана с устойчивостью образующих их микрочастиц. Выводы об устойчивости точек либрации можно сделать по диаграммам устойчивости.

Задача содержит параметры: μ — безразмерный массовый параметр, Q_1, Q_2 — коэффициенты редукции, обобщенно характеризующие действие компонент двойной звезды на частицу, e — эксцентриситет.

Исчерпывающие диаграммы устойчивости на плоскости обобщенных параметров (a, e) получены ранее для коллинеарных точек либрации [2]. Для треугольных точек либрации диаграммы в круговой задаче удобно строить [3] на координатной плоскости при фиксированных значениях μ . Таким же образом можно поступать в эллиптической задаче для данного значения e .

Компоненты многих известных двойных звездных систем обращаются по вытянутым эллиптическим орбитам, поэтому вызывает большой интерес значения эксцентриситета выше 0.2, особенно находящиеся в промежутке $[0.4, \dots, 0.6]$. В данной работе на основе диаграмм, построенных для значений $e > 0.4$, для двойной звездной системы, конгениальной по параметрам Сириусу, определены характеристики облака, которое может образоваться во множестве устойчивых треугольных точек либрации.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (06-01-00068а, 09-01-00468а).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Куницын А. Л.* Об устойчивых формах пространственных скоплений микрочастиц в гравитационно-репульсивном поле бинарных звездных систем // ПММ. 2007. Т. 71. Вып. 6. С. 1037-1040.
- [2] *Зимовщиков А. С., Тхай В. Н.* Об устойчивости коллинеарных точек либрации фотогравитационной эллиптической ограниченной задачи трех тел // Четвертые Поляховские чтения. СПб: Изд-во «ВВМ». 2006. С. 112-119.
- [3] *Куницын А. Л., Турецбаев А. Т.* Устойчивость треугольных точек либрации фотогравитационной задачи трех тел // Письма в АЖ, 1985. Т.2. №. 12. С. 145-148.

Zimovshchikov A.S., Tkhai V.N. *The diagram of stability for triangular libration points the double star system similar to Sirius.*

The dynamic model of cloudy congestions in binary star systems is investigated. These congestions can be formed in a libration points and consist of particles with the various sizes, density and a susceptibility of light, is represent continuous collection of points. Observability of congestions is connected with stability of microparticles forming them. Conclusions about stability of libration points can be made under diagrams of stability.

О ВОЗМОЖНОСТИ ДЛИТЕЛЬНОГО ОРБИТАЛЬНОГО СУЩЕСТВОВАНИЯ НАНОЧАСТИЦ, ИНЖЕКТИРУЕМЫХ В ОКОЛОЗЕМНОЕ КОСМИЧЕСКОЕ ПРОСТРАНСТВО В ПЛАЗМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

Колесников Е. К., Чернов С. В.

Санкт-Петербургский государственный университет
kolesnikov_evg@mail.ru

Проведена серия численных экспериментов по моделированию движения в околоземном космическом пространстве (ОКП) наночастиц (НЧ) из углерода с радиусами от 5 до 10 нанометров, инжектируемых в ОКП на круговых орбитах, проходящих в плазмосфере Земли. Учитывалось воздействие на НЧ: электродинамических сил, гравитационного поля Земли и силы светового давления. Расчеты проводились для плазменных условий, соответствующих низкому уровню геомагнитной активности. Полученные расчетные данные позволили установить наличие трех типов пространственных движений НЧ в ОКП, для которых может иметь место длительное удержание НЧ в околоземном пространстве. Наибольшие времена орбитального существования (более 1 года) имеют НЧ, движущиеся в режиме «захвата» магнитно-гравитационной ловушкой Земли. Точная траектория НЧ в этом режиме движения замечает тор, расположенный в северном или южном полушариях с осью, совпадающей с магнитной осью Земли. Для второго типа пространственного движения НЧ, в котором может иметь место длительное удержание НЧ в ОКП, точная траектория НЧ замечает тор с осью, совпадающей с магнитной осью Земли, симметричный относительно плоскости магнитного экватора. Наконец, к последнему типу пространственного движения, в котором может иметь место длительное удержание НЧ в околоземном пространстве, относятся пространственные движения в окрестности экваториальной плоскости, близкие к строго экваториальным движениям НЧ, захватывающихся магнитным полем Земли.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (номер проекта 06-01-00703-а).

Kolesnikov E.K., Chernov S.V. *About possibility of long orbital existence of nanoparticles injected in Earth's plasmasphere.*

To model a motion carbon nanoparticles (NP) with radii from 5 to 10 nanometer injected on circle orbits in Earth's plasmasphere there was carried out series of numerical experiments by using exact equations of NP movement in the Near Earth Space (NES). The equations take into account influence to NP by electrodynamics forces, Earth's gravitational field and force of the solar radiation pressure. The calculations have been performed for plasma conditions correspond to low level of geomagnetic activity. Obtained numerical data show that there are three classes of NP spatial movement in NES which long time retention of NP in NES can be available.

О ВОЗМОЖНОСТИ ДЛИТЕЛЬНОГО ОРБИТАЛЬНОГО
СУЩЕСТВОВАНИЯ МИКРОЧАСТИЦ, ИНЖЕКТИРУЕМЫХ В
ОКОЛОЗЕМНОЕ КОСМИЧЕСКОЕ ПРОСТРАНСТВО НА
ВЫТЯНУТЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ОРБИТАХ С НИЗКИМ
ПЕРИГЕЕМ

Колесников Е. К., Чернов С. В.

Санкт-Петербургский государственный университет
kolesnikov_evg@mail.ru

Проведена серия численных экспериментов, направленных на определение возможности длительного удержания в околоземном пространстве микрочастиц (МЧ) из алюминия и оксида алюминия с радиусами от 0.01 до 100 мкм, инжектируемых в (ОКП) на сильно вытянутых эллиптических орбитах с низким перигеем в условиях низкого, среднего и высокого уровней солнечной и геомагнитной активности. В качестве материнской орбиты, на которой осуществляется инжекция МЧ, рассмотрена орбита с параметрами, соответствующими орбитальным параметрам спутника «Молния». Расчеты проведены для различных пространственных ориентаций материнской орбиты, характеризующихся значениями долготы восходящего узла 0, 90, 180 и 270 град. и аргумента перигея 270 град. Получены расчетные данные, показывающие, что в рассмотренном случае большие времена орбитального существования (более 0.5 года) могут иметь как достаточно крупные МЧ с радиусами более 1 мкм (при определенных ориентациях материнской орбиты, зависящих от уровня солнечной и геомагнитной активности), так и сверхмелкие МЧ с радиусами порядка сотых долей микрона (в условиях низкой активности). Показано, что возможность длительного орбитального существования МЧ в ОКП в указанных случаях обусловлена существенным уменьшением эффекта диссипативного воздействия на МЧ силы солнечного давления вследствие прецессии орбиты МЧ, которая для крупных МЧ вызывается эффектом полярного сжатия Земли, а для сверхмелких МЧ — возмущающим воздействием силы Лоренца.

Работа выполнена при поддержке МНТЦ (номер проекта 3412).

Kolesnikov E.K., Chernov S.V. *About possibility of long orbital existence of microparticles injected on oblong elliptic orbits with low perigee altitude in the Near Earth Space.*

There were carried out calculations of orbital existence time of aluminium oxide spherical microparticles (MP) of radii from 0.01 up to 100 microns, injected in the Near Earth Space (NES) on oblong elliptic orbits with characteristics correspond to "Molniya" orbit (apogee altitude of 40860 km, perigee altitude of 460 km and inclination angle of 62.8 degree) for conditions of low, mean and high levels of the solar and geomagnetic activities. To determine the influence of orbit orientation upon MP existence times there were carried out calculations for 4 different orientations of «mother» orbit (for longitudes of ascending node are equal 0, 90, 180 и 270 degrees, and node-perigee angle is fixed and equal 270 degrees).

ВЕКТОРНЫЙ ПОДХОД К ПРОБЛЕМЕ ФИЗИЧЕСКОЙ ЛИБРАЦИИ ЛУНЫ

Кондратьев Б. П.

Удмуртский государственный университет, Ижевск
kond@uni.udm.ru

Разработан оригинальный аналитический подход к задаче о физической либрации твердой Луны с учётом возмущений от Земли и Солнца. Три уравнения Эйлера дополнены двенадцатью кинематическими уравнениями, и движение описывается пятнадцатью переменными. Система из девяти линеаризованных дифференциальных уравнений первого порядка распадается на две группы, четную и нечетную по отношению к отражению в плоскости лунного экватора, и собственные крутильные колебания Луны представлены суперпозицией независимых либраций в долготе и широте. Либрация в долготе описывается тремя уравнениями и состоит из произвольных колебаний с периодом $T_1 = 2.8785$ юл.л. (амплитуда $1.855''$) и вынужденных – с периодами в сидерический месяц ($15.305''$), звездный год ($0.102''$), полугод ($18.174''$) и треть года ($0.051''$). Влияние Солнца на эти колебания сравнимо с земным. Физическая либрация в широте представлена шестью уравнениями и при учете возмущений только от Земли описывается тремя гармониками произвольных ($T_5 \approx 74.083$ юл.л., $T_6 \approx 1.729$ юл.л., $T_7 \approx 27.29614$ д.) и одной – вынужденных колебаний. Движение истинного полюса представлено этими же гармониками. Из сравнения с наблюдениями найдены амплитуды произвольных колебаний, но период T_6 пока не обнаружен. Для отношения $\frac{\sin I}{\sin(I+i)} \approx 0.2311$ теория даёт 0.2307 , и это подтверждает адекватность разработанного подхода. Сделан пересмотр прежней теории. Вопреки утвердившемуся мнению у Луны нет свободных (эйлеровских) колебаний и, как следствие, к ней нельзя применять кинематический метод Пуансо. Поэтому для угла между мгновенной осью вращения и наименьшей осью эллипсоида инерции Луны вместо принятых ранее $22''$ правильными будут $45''$. Вместо колебаний с периодом $T \approx 148.167$ юл.л. есть гармоника с $T \approx 74.083$ юл.л.

Kondratyev B.P. *Vector approach to the Lunar physical libration.*

The new analytical approach is developed to the problem about physical libration of the solid Moon. The Eulerian equations, where are taken into account perturbations from the Earth and Sun are complemented by twelve kinematic ones. Motion is described by fifteen variables that does the method more suitable and informative in comparison with traditional one. After linearization the problem is reduced to nine linear differential first-order equations. The system decomposes on two groups that allows libration on longitude to study apart from libration on latitude. Libration on longitude is presented by three equations. The influence of the Sun on this type oscillations is comparable with Earth one. Six equations describe the physical libration on latitude. Here are the unrestricted and forced oscillations. Some defects of former theory have been revealed.

ОПТИМАЛЬНОЕ МАНЕВРИРОВАНИЕ ПРИ ОБСЛУЖИВАНИИ СИСТЕМЫ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ

Королев В. С.

Санкт-Петербургский государственный университет
vokorol@bk.ru

Рассмотрены различные аспекты энергетически оптимального маневрирования в центральном гравитационном поле при обслуживании системы космических аппаратов с учетом ограничений на общее время и относительную скорость встречи в момент близкого пролета, если не требуется выравнивать скорости для мягкой встречи, а также многочисленные частные случаи маневрирования между заданными орбитами при заданных начальных фазах движения.

Определяется порядок последовательного обслуживания аппаратов, время движения на переходном участке и время ожидания на промежуточной орбите. Отдельные этапы маневрирования могут включать локально не оптимальные траектории для реализации общей программы оптимального обслуживания с учетом ограничений.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Ивашкин В.В.* Оптимизация космических маневров. М.: Наука, 1975.
- [2] *Охоцимский Д.Е., Сизарулидзе Ю.Г.* Основы механики космического полета. М.: Наука, 1990.
- [3] *Новоселов В.С.* Усложненная схема оптимизации траекторий в гравитационном поле с учетом возмущений и ограничений // Вестник С-Петербур. ун-та, серия 1. 2002, вып. 4. С. 68-73.
- [4] *Новоселов В.С., Королев В.С.* Аналитическая механика управляемой системы. Уч. пособие. СПб: Изд-во СПбГУ, 2005. 298 с.

Korolev V.S. *Optimum maneuver for service in spaceship system with restriction.*

Different problem optimum maneuver in central gravitation field for service in spaceship system with restriction are investigated.

О ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ОБЛАСТЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ ТОЧЕК ЛИБРАЦИИ КЛАССИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ТРЕХ ТЕЛ И ЕЕ МОДИФИКАЦИЙ

Куницын А. Л.

Московский авиационный институт
akunitsyn@mail.ru

Дается простая геометрическая интерпретация областей устойчивости точек относительного равновесия (точек либрации) для классической неограниченной и ограниченной задачи трех тел и некоторых модификаций последней с помощью метода исключения параметра, позволяющего строить их не в параметрическом, а в конфигурационном пространстве системы.

Так, для постоянных лагранжевых решений неограниченной задачи трех тел показано, что известное необходимое условие Рауса-Жуковского, представляющее нелинейное неравенство для трех масс точек, эквивалентно расположению центра масс системы вне окружности, лежащей в орбитальной плоскости вращения масс и с центром, совпадающим с центром образуемого телами равностороннего треугольника.

Показано, что в ограниченной задаче трех тел уравнение, определяющее координаты коллинеарных точек либрации как функции массового параметра, при перенесении начала координат в одну из масс становится линейным относительно этого параметра, позволяя построить в конфигурационном пространстве инвариантную кривую, из вида которой легко усматривается факт существования трех (и только трех) точек либрации (традиционное доказательство требует весьма сложных рассуждений).

Для фотогравитационного варианта ограниченной круговой задачи трех тел, в котором пассивно гравитирующая частица испытывает еще и световое давление от основных тел, показано, что область устойчивости точек либрации в конфигурационном пространстве ограничена дугами двух окружностей одинакового радиуса с общей хордой, представляющей отрезок, соединяющий основные тела. Радиусы этих окружностей являются функцией обобщенного параметра, характеризующего гравитационно-репульсивное поле системы.

Столь же наглядное представление области устойчивости в конфигурационном пространстве получается и в другом модифицированном варианте ограниченной задачи трех тел, отличающегося от классической задачи сообщением частице постоянного по модулю и направлению дополнительного ускорения, реализуемого реактивным двигателем малой тяги.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ(06-01-00068, 09-01-00468).

Kunitsyn A.L. *On the construction of stability regions by the method of elimination of parameter.*

It is considered a method of the construction of stable regions of a stationary motions permitting to obtain a stability region not in a parametric space but in a configuration one. Various versions of three body problem are considered as examples.

АСИМПТОТИКА ИНТЕГРАЛА ЗОММЕРФЕЛЬДА В КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ ДИФРАКЦИИ ВОЛН В УГЛОВЫХ ОБЛАСТЯХ

Лихачев В. М.¹, Крячко А. Ф.²

¹ *Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург*

² *Санкт-Петербургский государственный политехнический университет*
vm-likhachouov@yandex.ru

Предлагается асимптотическое решение задачи определения полей дифракции, возбуждаемых Е- или Н-поляризованными плоскими или цилиндрическими электромагнитными волнами (ЭМВ) в областях, разделенных угловой (клиновидной) границей. Здесь решается краевая задача для пары уравнений Гельмгольца (решения которых определяют поля дифракции в обеих угловых областях) и системы граничных условий, реализующих на клиновидной границе равенство тангенциальных составляющих векторов электрической и магнитной напряженности указанных дифракционных полей. Решение краевой задачи в случае дифракции плоской ЭМВ ищется в виде пары интегралов Зоммерфельда, ядра которых суть специальные функции, мероморфные в некоторых полюсах. Функции удовлетворяют системе функциональных уравнений, получаемой подстановкой интегралов Зоммерфельда в граничные условия. Поле дифракции в каждой угловой области представлено суммой геометрических полей, отраженных и преломленных клиновидной границей плоских ЭМВ и полем дифракции на ребре (точка сингулярности). Геометрические поля определяются полюсами и вычетами в полюсах мероморфных функций. Полюсы и вычеты находятся рекуррентным способом из системы функциональных уравнений, которая далее трансформируется в сингулярное интегральное уравнение типа Фредгольма II рода. Подстановка его решений в интегралы Зоммерфельда с последующим вычислением их методом перевала определяет поле дифракции на ребре. Поле дифракции цилиндрической волны на импедансном клине представлено контурным интегралом с ядром в виде интеграла Зоммерфельда. Внешний и внутренний интегралы вычисляются методом перевала и по вычетам в полюсах подынтегральных функций. Различные комбинации перевальных асимптотик и вычетов внешнего и внутреннего интегралов определяют возбуждаемые гранями и ребром импедансного клина отдельные типы полей дифракции и полей поверхностных волн, интерференция которых создает суммарное поле дифракции.

Likhachev V.M., Kryachko A.F. *The asymptotics of the Sommerfeld integral in boundary problems of waves diffraction in the angular regions.*

Presentation of boundary problems solutions for EMW diffraction in angular regions as Sommerfeld integral with its subsequent computation by asymptotical methods is efficient when solving the problems of space radio location and radio communication in quasioptical frequency range.

JET DAMPING IN A SOLID-PROPELLANT ROCKET

Ali Montazeri¹, Porya Vaziri²

¹ *Sharif University of Technology, Tehran, Iran*

² *Islamic Azad University of Semnan, Iran*

porya_vaziri@yahoo.com

In this paper, rotary motion of a solid propellant rocket model has been studied. So with the use of the Theory of Variable Mass System, is shown spin rate and suitable mass distribution how can reduce effects of external torques in stability of the axisymmetric systems. Then, rotary motion of a variable mass cylinder is studied and shown stability of rotational motion depends on the burn pattern and cylinder's shape factor, and the end, dynamic behavior of rocket sophisticated model is studied and shown effects of system parameters as nozzle geometry, combustion chamber geometry, propellant initial shape, size and relative mass, and propellant location on the dynamic behavior of system and with the results that has been obtained, limits of geometric parameters in order not to face divergence and jet damping in motion of the rocket is suggested. In this paper the equations of motion have been expressed by the methods of analytical dynamics -Kane's formalism.

ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ
ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ АСТЕРОИДА В ОГРАНИЧЕННОЙ
ПЛОСКОЙ КРУГОВОЙ ЗАДАЧЕ ТРЕХ ТЕЛ В РЕЗОНАНСЕ 1:1 С
ЮПИТЕРОМ

Петров Н. А.

Санкт-Петербургский государственный университет
petrov@astro.spbu.ru

Геометрические и динамические параметры вычислены с помощью обновленного комплекса программ в рамках модели ограниченной плоской круговой задачи трех тел Солнце-Юпитер-астероид в окрестности резонансной зоны 1:1 аналогично работе, в которой изучался резонанс 2:1 с Юпитером. Масса Юпитера полагалась 0.000955 массы Солнца. Уравнения движения численно интегрировались методом Эверхарда на интервале времени 60000 лет.

Всследование геометрических и динамических параметров движения астероида проводилось методом сечений двумерной поверхности в плоскости начальных кеплеровских элементов орбиты третьего тела — большой полуоси и эксцентриситета. Для функций двумерной поверхности выбирались различные геометрические параметры — изменения большой полуоси и эксцентриситета (min, max, разность), и динамические параметры — собственный период вращения, либрационный период и период векового движения линии апсид.

В результате исследований получено семейство периодических орбит, определены границы области устойчивости движения третьего тела. Большой численный материал представлен в виде графиков, двумерных и трехмерных рисунков. Сравнимые резонансные зоны 2:1 и 1:1 имеют как общие черты, так и некоторые отличия.

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для поддержки ведущих научных школ (грант НШ-1323.2008.2).

Petrov N.A. *The investigation of geometrical and dynamical parameters of an asteroid motion in restricted planar circular three-body problem in the case of 1:1 resonance with Jupiter.*

Geometrical and dynamical parameters the above titled problem are calculated at the interval of 60000 years. As the result of numerical integration the family of periodic orbits of an asteroid are obtained, stability region boundaries at 1:1 resonance are found. The large numerical results massive is presented by means of graphs and two- or three-dimensional simulation figures. The comparison with the recently considered 2:1 resonance case shows both similarities and differences.

ДВИЖЕНИЕ ПОЯСА ГУЛЬДА В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ
ГАЛАКТИКИ

Смирнова Л. В.

Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского
LubaSM@yandex.ru

Рассматривается модель пояса Гульда (открытого в 1879 году американским астрономом Бенджамином Апторпом Гульдом), входящего в состав Местной системы звезд [4]. Исследуется динамика пояса, движущегося в гравитационном поле Галактики. Исходя из предположения Олано С.А. [2] о возникновении местной системы звезд в результате столкновения высокоскоростного облака с плоскостью Галактики, считая, что пояс был захвачен гравитационным полем, рассматривается его движение под действием сил гравитации. В качестве модели Галактики используется потенциал Линдена-Белла [1], а так же его общая форма — потенциал Маласидзе-Кузьмина [3]. В рамках данной модели определяются основные элементы орбиты пояса Гульда относительно центра Галактики, а также рассмотрено влияние Галактики на равновесие системы в случае равномерного распределения плотности.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Eggen O.J., Lynden-Bell D., Sandage A.R.* Evidence from the motions of old stars that the Galaxy collapsed // *The Astrophysical Journal*. 1962. V.136. P. 748-766.
- [2] *Olano C.A.* The origin of the local system of gas and stars // *The Astrophysical Journal*. 2001. V.121. P. 295.
- [3] *Кузьмин Г.Г., Маласидзе Г.А.* Об одной форме гравитационного потенциала, допускающей решение задачи о плоских орбитах звезд в эллиптических интегралах // *Труды Тартуской астрофизической обсерватории*. 1970. Т.38. С. 181.
- [4] *Огородников К.Ф.* Динамика звездных систем. М.: Углетехиздат, 1958. 630 с.

Smirnova L.V. *The motion of the Gould Belt in the gravitation field of the Galaxy.*

Local system — a complex system, consisting of several structures included in it, e.g. are a Gould's belt. The Gould Belt named in honour of opened its in 1879 of American astronomer of Benjamin Aptorp Gould. Olano C.A. considered this belt was formed as result of collisions with the plane of disk of a cloud HI and was enthralled gravitational field of the Galaxy. The models of the galaxy was used potential Linden-Bell, and in the same way its general form — a potential Malasidze-Kuzmina. For this model were received orbit elements the motions of the Gould Belt in Galaxy.

РЕЗОНАНСНЫЕ ОРБИТЫ И ОПАСНЫЕ ТРАЕКТОРИИ
АСТЕРОИДОВ, СБЛИЖАЮЩИХСЯ С ЗЕМЛЕЙ**Соколов Л. Л., Кутеева Г. А.***Санкт-Петербургский государственный университет*

gkut@rambler.ru

Соударению астероида с Землей обычно должны предшествовать сближения с ней. Это способствует обнаружению опасных объектов. С другой стороны, тесные сближения ведут к потере точности прогнозирования и недетерминированности движения астероида. Эти свойства демонстрирует один из самых опасных на сегодня астероидов, открытый в 2004 году АСЗ 99942 Апофис. С использованием аппарата недетерминированной небесной механики получены возможные траектории опасных сближений и соударений с Землей, совместимые с сегодняшней точностью орбиты Апофиса. Эти траектории лежат в окрестности резонансных орбит соударения. Области начальных данных в 2035 году, ведущие к соударениям Апофиса с Землей в 2040 и 2041 годах, имеют размеры порядка нескольких сот метров в пространстве координат. Получены численные и аналитические оценки скорости потери точности при последовательных сближениях АСЗ. Для Апофиса последовательные отклонения минимальных геоцентрических расстояний увеличиваются в несколько тысяч раз. Особенности движения астероида Апофис могут быть присущи многим другим опасным объектам.

Настоящая работа финансово поддержана РФФИ (гранты 06-02-16795 и 07-02-91229-ЯФ-а) и грантом НШ-1323.2008.2 Ведущей Научной Школы.

Sokolov L.L., Kuteeva G.A. *Resonant orbits and hazard trajectories of near Earth objects.*

Close approaches to the Earth usually take place before a collision of asteroid with the Earth. This property is favourable to discovery of hazard objects. On the other hand, encounters lead to loss of a trajectory prediction accuracy and indeterministic motion of asteroid. One of the most hazard asteroid is NEO 99942 Apophis, discovered in 2004, that shows these properties. Using indeterministic celestial mechanics tools, possible trajectories with hazard approaches and collisions are found within the limits of the Apophis orbit's accuracy. The hazard trajectories locate near resonant collisions orbits. Regions of initial conditions in 2035, corresponding to the collisions Apophis with the Earth in 2040 and 2041, have several hundreds meters in size in coordinate space. The analytical and numerical estimations of the loss of accuracy are derived. The successive deviations of Apophis minimum geocentric distances increase by a factor of several thousands. The peculiarities of Apophis motion may be characteristic for many other hazard objects.

This study was financially supported by the Russian Foundation for Basic Research (projects nos. 06-02-16795 and 07-02-91229-JF-a) and by Leading Scientific School (project no. NSH-1323.2008.2).

ПРИБЛИЖЕННЫЙ АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МАНЕВРОВ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В АТМОСФЕРЕ

Соколов Н. Л.

*Центральный научно-исследовательский институт машиностроения,
г. Королев, Московская область
snl@mcc.rsa.ru*

Для проведения качественного анализа траекторий движения космических аппаратов (КА) в атмосфере эффективным является использование приближенных аналитических методов. Это позволит существенно сократить расчетное время по сравнению с применением методов численного интегрирования.

Предлагается приближенный аналитический метод, основанный на использовании исходной системы дифференциальных уравнений в скоростной системе координат. Вводятся допущения о малости траекторного угла траектории движения КА, об экспоненциальной зависимости плотности атмосферы от высоты полета, о малости гравитационных сил по сравнению с аэродинамическими, о кусочном постоянстве ряда функций на конечных интервалах. Это позволяет решить уравнения и получить аналитические зависимости для скорости полета КА, траекторного и курсового углов, продольной и боковой дальностей.

Дается оценка погрешностей вычислений для траекторий КА с нулевыми и постоянными значениями аэродинамического качества. Проведен в широком диапазоне изменения исходных данных и начальных условий сравнительный анализ результатов, полученных с помощью известных методов численного интегрирования и с применением приближенных аналитических зависимостей. Показано, что при полном качественном совпадении количественно приближенные данные отличаются не более, чем на 4 – 5%. При этом время счета сокращается примерно в 20 – 25 раз.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Иванов Н.М., Мартынов А.И., Соколов Н.Л.* Приближенный аналитический метод расчета траекторий движения летательного аппарата в атмосфере // ПММ. 1993. Т. 47. Вып.2. С.348-352.
- [2] *Иванов Н.М., Лысенко Л.Н.* Баллистика и навигация космических аппаратов. М.: Изд-во «Дрофа». 2004.

Sokolov N.L. *Approximate analytical design method of atmospheric space maneuvers of a spacecraft.*

Approximate analytical method is proposed, based on the use of initial differential equation system in the velocity coordination system. Assumptions are put in about the smallness of trajectory angle of a spacecraft motion, exponential dependence of atmospheric density on flight altitude, as well as about smallness of gravitational forces in comparison with aerodynamic forces and about piecewise constancy of functions series in the finite horizons.

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МОДИФИЦИРОВАННЫХ ПАРАМЕТРОВ РОДРИГА—ГАМИЛЬТОНА В ДИНАМИКЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Тихонов А. А.

Санкт-Петербургский государственный университет

aatikhonov@rambler.ru

Предложен новый подход к использованию кватернионных переменных для математического моделирования и анализа задач динамики ротационного движения твердого тела относительно его центра масс. Выведены новые кватернионные формы дифференциальных уравнений вращательного движения твердого тела, предпочтительные для исследования именно ротационного движения. При этом используются не только традиционные параметры Родрига–Гамильтона $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, но и модифицированные кватернионные параметры (или s-параметры) $s_i = \lambda_i / (1 - \lambda_0)$, (где $i = 1, 2, 3$), которые можно рассматривать как результат стереографического проектирования четырехмерной сферы, представляющей множество нормированных кватернионов, на трехмерную гиперплоскость.

Анализируются возможности использования s-параметров для исследования ротационного движения твердого тела аналитическими и численными методами. Показано, что построенные системы дифференциальных уравнений вращательного движения твердого тела пригодны как для приближенного аналитического исследования ротационного движения (например, методом усреднения по быстрым переменным), так и для его численного моделирования.

На базе математической модели, построенной с использованием s-параметров, исследована задача о влиянии регрессии орбиты на динамику ротационного движения заряженного ИСЗ. Таким образом, разработан новый подход к использованию кватернионных переменных для математического моделирования и анализа широкого круга задач динамики ротационного движения твердого тела, осуществлена его апробация и даны практические рекомендации по его использованию.

Tikhonov A.A. *On the usage of modified Rodrigues-Hamilton parameters in the attitude dynamics of rigid body.*

The new approach in the usage of quaternion parameters for the mathematical modelling and analytical investigation of attitude dynamics of a rigid body is suggested. The new forms of rotational motion equations based on three modified Rodrigues-Hamilton parameters instead of four quaternion parameters are obtained. It is revealed that these equations are convenient not only for computer modelling but also for theoretical analysis.

ЗАДАЧА ПЕРЕХВАТА В ОКРЕСТНОСТИ КОЛЛИНЕАРНОЙ ТОЧКИ
ЛИБРАЦИИ СИСТЕМЫ ЗЕМЛЯ–СОЛНЦЕ**Шиманчук Д. В., Шмыров А. С.***Санкт-Петербургский государственный университет*
ashmyrov@yandex.ru

Космический аппарат (КА), расположенный вблизи коллинеарной точки либрации L_1 системы Земля–Солнце, может быть многократно использован для исследования космических объектов, пролетающих около Земли, в частности, в рамках программы борьбы с астероидной и кометной опасностями. Предполагается, что в начальный момент КА находится на заданной гало-орбите и для сближения с пролетающим объектом требуется управляющее воздействие. В результате и возникает задача перехвата, после чего КА возвращается в начальное положение. Для увеличения продолжительности такого маневрирования траектории перехвата оптимизируются по энергетическому критерию. Задача нахождения оптимального управления движением решается для линеаризованной системы уравнений [1, 2], построенные управления используются для численного моделирования в нелинейном случае. Приводятся численные характеристики траекторий перехвата и расхода топлива.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Шмыров В.А. Стабилизация управляемого орбитального движения космического аппарата в окрестности коллинеарной точки либрации L_1 // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер.10. 2005. Вып. 2. С. 193–199.
- [2] Шмыров А.С., Шмыров В.А. Оптимальная стабилизация орбитального движения КА в окрестности коллинеарной точки либрации L_1 // Четвертые Поляховские чтения: Избранные труды. СПб. 2006. С. 296–300.

Shymanchuk D.V., Shmyrov A.S. *Rendezvous problem in the neighborhood of collinear libration point of Earth-Sun system.*

Rendezvous problem in the neighborhood of collinear libration point of Earth-Sun system is considered. Energy optimal trajectories are constructed.

ПОСТРОЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИ УСТОЙЧИВЫХ ТРАЕКТОРИЙ ОРБИТАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ КА В ОКРЕСТНОСТИ КОЛЛИНЕАРНОЙ ТОЧКИ ЛИБРАЦИИ

Шмыров А. С., Шмыров В. А.

Санкт-Петербургский государственный университет
vasilyshmyrov@yandex.ru

Изучение орбитального движения космического аппарата (КА) в окрестности коллинеарной точки либрации L_1 системы Земля-Солнце в последние годы стало весьма актуальным. Это связано с удобством использования этой области пространства для астрономических наблюдений.

В работах [1, 2] была рассмотрена задача управления орбитальным движением КА в окрестности коллинеарной точки либрации системы Земля-Солнце. Была доказана возможность стабилизации управляемого движения КА с помощью сил, направленных по линии Земля-Солнце. В качестве модели рассматривались уравнения круговой ограниченной задачи трех тел, полученные по методу Хилла для описания движения КА в окрестности коллинеарной точки либрации. Также были представлены различные законы управления, стабилизирующее орбитальное движение КА, и исследованы их свойства. В настоящей работе доказывается возможность отработки управляющего воздействия, обеспечивающего асимптотическую устойчивость по переменным плоского движения с сохранением устойчивости по Ляпунову для пространственной системы. Приводятся различные законы управления, обеспечивающие такую устойчивость, а также соответствующие результаты численного моделирования.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Шмыров В.А. Стабилизация управляемого орбитального движения космического аппарата в окрестности коллинеарной точки либрации L_1 // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер.10. 2005. Вып. 2. С. 193–199.
- [2] Шмыров А.С., Шмыров В.А. Оптимальная стабилизация орбитального движения КА в окрестности коллинеарной точки либрации L_1 // Четвертые Поляховские чтения: Избранные труды. СПб. 2006. С. 296–300.

Shmyrov A.S., Shmyrov V.A. *The construction of asymptotic stable trajectories of orbital movement of space vehicle in the neighborhood of collinear libration point.*

The control orbital movement of space vehicle in the neighborhood of collinear libration point L_1 is considered. The asymptotic stability for part of variables with Lyapunov stability for full system is proved.

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ВРАЩЕНИЙ СПУТНИКА ПРИ РЕЗОНАНСЕ МЕРКУРИАНСКОГО ТИПА

Чуркина Т. Е.

Московский авиационный институт
tatiana802@mail.ru

Рассматривается плоское движение спутника относительно центра масс в центральном ньютоновском гравитационном поле на эллиптической орбите, описываемое уравнением Белецкого:

$$(1 + e \cos \nu) \frac{d^2 \varphi}{d\nu^2} - 2e \sin \nu \frac{d\varphi}{d\nu} + n \sin \varphi \cos \varphi = 2e \sin \nu, \quad n = \frac{3(A - B)}{C}.$$

Здесь A , B и C — главные центральные моменты инерции спутника, e — эксцентриситет орбиты, ν — истинная аномалия, φ — угол между радиус-вектором спутника относительно притягивающего центра и главной центральной осью инерции спутника, которой отвечает момент инерции B . При таком движении другая главная центральная ось инерции спутника во все время движения перпендикулярна плоскости орбиты центра масс.

Периодические движения спутника считаем резонансными (меркурианского типа), т.е. такими, когда за время, равное двум периодам обращения по орбите, спутник в абсолютном пространстве совершает три оборота вокруг нормали к плоскости орбиты. Краевая задача, задающая данный тип движения, не имеет аналитического решения и численно решена в [1]. Там же исследована устойчивость найденных периодических решений в первом (линейном) приближении.

В представляемой работе устойчивость периодических решений, найденных в [1], исследована в строгой нелинейной постановке. В области устойчивости в первом приближении построены кривые резонансов третьего и четвертого порядков, на которых проведено исследование устойчивости движения. Также исследование проведено при отсутствии указанных резонансов и на границах областей устойчивости в первом приближении.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Белецкий В.В., Лавровский Э.К.* К теории резонансного вращения Меркурия // Астрон. журнал. 1975. Т.52. Вып.6. С. 1299–1308.

Churkina T.E. *About stability of satellite rotation at resonance of mercurial type.*

Stability in nonlinear sense of satellite plane resonant mercurial type motion at resonance of 3d and 4th order and without has been investigated.

СИММЕТРИИ В ПОЛЕ ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ — ОРБИТЫ И ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

Яковенко Г. Н.

Московский физико-технический институт
tmech@pop3.mipt.ru

Обсуждаются симметрии математической модели движения в поле всемирного тяготения к неподвижному Солнцу. На основе симметрий: круговая орбита единичного радиуса «тиражируется» в траектории, соответствующие произвольным начальным данным; обосновываются три закона Кеплера; вычисляется интегральный базис первых интегралов. Используются три типа симметрий. Дивергентные симметрии (добавление к решению любого частного решения однородного уравнения) второго закона Бине переводят круговую орбиту единичного радиуса в орбиты, которые расположены в той же плоскости, заданы единичным фокальным параметром, произвольными эксцентриситетами и одним и тем же направлением на перигей. Конформные симметрии (растяжение времени и размеров) обосновывают третий закон Кеплера: отношение квадрата времени обращения планеты к кубу большой полуоси траектории одинаково для всех планет одной и той же Солнечной системы. Совокупность дивергентных и конформных симметрий создаёт двухпараметрическое семейство орбит, лежащих в одной плоскости, имеющих одно и то же направление на перигей и заданных произвольными фокальным параметром и эксцентриситетом. Однопараметрическая группа вариационных симметрий (повороты вокруг Солнца) в совокупности с симметриями, рассмотренными выше, строит трёхпараметрическое семейство орбит (эллипсов, парабол, гипербол с фокусами в центре Солнца), лежащих в одной плоскости, имеющие произвольные фокальный параметр и эксцентриситет, и разные векторы Лапласа. Преобразования трёхпараметрической группы (ортогональных преобразований трёхмерного пространства) вариационных симметрий «разносят» построенные орбиты в орбиты с произвольными начальными данными. Прделанные построения обосновывают первый закон Кеплера (орбиты планет — эллипсы, фокусы которых совпадают с центром Солнца), второй закон Кеплера (сохранение секториальной скорости). Вычисляются также шесть функционально независимых первых интеграла движения в поле всемирного тяготения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 07-01-00217).

Yakovenko G.N. *Symmetries in field of the worldwide gravity — orbits and laws of the conservation.*

They are discussed symmetries to mathematical model of the motion in field of the worldwide gravity to still Sun. On base symmetry: circular orbit of the single radius is circulated in paths, corresponding to free initial data; three laws of Kepler are motivated; the integral base first integral is calculated.

ПРИМЕНЕНИЕ ОБОБЩЕННЫХ ЗАРЯДОВО-ПОЛЕВЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ В ЗАДАЧЕ О ВЕРТИКАЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ У ПОВЕРХНОСТИ ЛУНЫ

Яковлев А. Б.

Санкт-Петербургский государственный университет
andy_yakovlev@rambler.ru

В связи с планами создания постоянной лунной базы резко возрос интерес к изучению явлений и процессов на поверхности Луны. Это, в частности, необходимо для определения оптимального расположения такой базы. Одним из явлений, которое может существенно повлиять на возможность проведения астрономических наблюдений с лунной поверхности, а также на результаты предварительных исследований элементного состава с борта искусственного спутника планеты, является подъем мелких фрагментов лунного грунта над ее поверхностью на высоты до 100 км [1]. По мнению большинства исследователей левитация частиц лунного грунта происходит благодаря электростатическому взаимодействию.

Как показано в [2], вблизи поверхности Луны существует вертикальное электрическое поле, зависимость напряженности которого от высоты определяется плазменной обстановкой и электрофизическими свойствами поверхности планеты. Если не учитывать слабое межпланетное магнитное поле, то электромагнитное поле удовлетворяет условиям существования обобщенных потенциалов [3]

$$\vec{B} \perp \text{grad}(q), \quad \vec{E} \parallel \text{grad}(q).$$

В работе рассмотрена возможность аналитического решения задачи о вертикальном движении пылевых частиц. Проведено сравнение с ранее полученными численными результатами.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (код проекта 06-01-00703- а).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Stubbs T.J., Vandrak K.R., Farell W.M.* A dynamic fountain model for lunar dust // *Advances in Space Research*, 2006, V.37, P. 59–66.
- [2] *Колесников Е. К., Яковлев А. Б.* Определение условий электростатической левитации микрочастиц в фотоэлектронном слое у поверхности безатмосферного небесного тела // *Физическая механика*. Вып.7. Модели механики сплошной среды. СПб: Изд-во С-Петербур. ун-та, 1998. С. 70–79.
- [3] *Колесников Е. К., Яковлев А. Б.* Основные подходы к исследованию динамики тел с переменным электрическим зарядом а космической плазме // *Физическая механика*. Вып.8. Модели неоднородных сред. СПб: Изд-во С-Петербур. ун-та, 2004. С. 120–126.

Yakovlev A.B. *Generalized charge field potentials using in problem of dust particle vertical motion near lunar surface*

In the present paper we investigate possibility for the existence of analytical solution in problem of dust particle vertical motion near lunar surface.

СЕКЦИЯ III.
ГИДРОАЭРОМЕХАНИКА

SECTION III.
MECHANICS OF FLUIDS AND
GASES

ВЛИЯНИЕ ДИССОЦИАЦИИ НА ПРОСТРАНСТВЕННО-ОДНОРОДНУЮ РЕЛАКСАЦИЮ CO_2 В ТРЕХТЕМПЕРАТУРНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Аббасов М. А.

Санкт-Петербургский государственный университет
AbbasovMaxim@gmail.com

В работе исследуется влияние диссоциации на пространственно-однородную релаксацию CO_2 в термически неравновесных условиях. Влияние колебательной неравновесности на процесс диссоциации моделируется с помощью обобщения модели Тринора-Маррона на случай многоатомных молекул.

В молекуле CO_2 существует несколько каналов колебательной релаксации. Внутримодовые (VV_1, VV_2, VV_3), колебательно-поступательные (VT_1, VT_2, VT_3), а также межмодовые VV' обмены. Рассматриваются такие условия, при которых можно считать, что времена соответствующих процессов соотносятся следующим образом:

$$\tau_{VV_m} \simeq \tau_{VV'_{1-2}} \ll \tau_{VV'_{1,2-3}} < \tau_{VT_m} < \tau_{diss} \approx \theta,$$

где θ – характерное время изменения макропараметров. Учитывается ангармоничность молекулярных колебаний, относительные распределения молекул по колебательным уровням считаются как обобщенные распределения Тринора с температурами первых колебательных уровней различных мод T_m .

При этих условиях решалась система уравнений переноса для пространственно-однородного случая. Сравнивались решения, учитывающие диссоциацию и не учитывающие. Было замечено, что в одинаковых диапазонах температур влияние диссоциации значительнее, когда колебательные температуры превышают поступательную. Это можно объяснить тем, что в модели Тринора-Маррона коэффициент скорости диссоциации есть произведение равновесного коэффициента и фактора неравновесности, а фактор неравновесности велик в случае, когда поступательная температура газа значительно меньше колебательных. Также можно видеть, что влияние диссоциации усиливается с увеличением температур.

Полученные результаты могут применяться, например, для расчета структуры релаксационной зоны за фронтом ударной волны, исследования течений в соплах и у поверхности летательного аппарата.

Abbasov M.A. *On the influence of dissociation on spatial homogeneous relaxation of CO_2 in the three-temperature approach.*

Spatial homogeneous relaxation of dissociating carbon dioxide is studied under thermal non-equilibrium conditions. Several vibrational relaxation channels are taken into account, and the dissociation process is simulated in the framework of the generalized Treanor-Marrone model. The effect of dissociation on the evolution of the gas temperature and temperatures of vibrational modes is analyzed on the basis of the numerical solution for the set of governing equations.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ РАЗРЕЖЕННОГО
ГАЗА В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КАНАЛАХ**Айрапетян В.В., Мемнонов В.П.***Санкт-Петербургский государственный университет*
pokusa@star.math.spbu.ru

Современные высокотехнологичные устройства часто содержат каналы наноразмеров с протекающими по ним воздухом или смесями газов. Информация о параметрах таких течений, как правило, очень важна при конструировании этих приборов. Когда характерный размер, радиус цилиндрического канала, оказывается порядка длины свободного пробега молекул λ , течения воздуха в таких каналах соответствуют переходному режиму, и уравнения Навье-Стокса для их описания должны быть заменены на решение самого уравнения Больцмана или численное моделирование на молекулярном уровне, как в методе прямого статистического моделирования Монте-Карло (ПСМ). В этом методе на последовательных малых временных интервалах прослеживается движение отдельных молекул в канале и их взаимные столкновения. С помощью созданной нами программы для изучения параметров течений в задаче Пуазейля были получены кривые падения давления внутри канала при небольших перепадах давлений на концах, исследованы условия, при которых возникает минимум Кнудсена, а также кривые зависимости объемного расхода от обратного числа Кнудсена. Проведено сравнение с имеющимися экспериментальными результатами и расчетами других авторов.

Airapetyan V.V., Memnonov V.P. *Numerical simulation of the rarefied gas flows in circular channels.*

Using the developed DSMC method program different phenomena of Poiseuille flows were studied.

НЕЛИНЕЙНЫЕ ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В ГАЗОПОДОБНЫХ СРЕДАХ

Аксенов А. В.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
aksenov@mech.math.msu.su

Газоподобными средами называются среды, движение которых описывается следующей системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \pm \lambda \frac{\partial \rho^{1/\lambda}}{\partial x}, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} = 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Система уравнений (1) выписана в безразмерных переменных. Здесь переменные имеют следующий смысл: t — время, x — пространственная переменная, u — скорость, ρ ($\rho > 0$) — плотность, λ — параметр, характеризующий среду. Система уравнений (1) содержит в себе как систему уравнений одномерной газовой динамики (берется знак минус в правой части первого уравнения), так и систему уравнений квазигазовых сред (берется знак плюс). Во втором случае она описывает обширный класс квазигазовых сред (опрокинутая мелкая вода; одномерный нестационарный газ Чаплыгина; гравитирующий газовый слой; перетяжки на плазменном пинче; возмущения солитонов Кортевега–де Вриза, синус–Гордона, Бенджамино–Оно, Кадомцева–Петвиашвили и др.). Такие среды абсолютно неустойчивы — малые, периодические по пространственной переменной возмущения, экспоненциально растут по времени при всех значениях волновых чисел.

В работе построены и исследованы классы точных периодических по пространственной переменной решений системы уравнений (1) для специальных значений параметра λ ($\lambda = 1/2; 3/2; 5/2$ — для случая системы уравнений одномерной газовой динамики и $\lambda = \pm 1/2$ — для случая системы уравнений квазигазовых сред). Построенные решения существуют конечное время. Для случая системы уравнений квазигазовых сред исследованы все финальные стадии эволюции периодических возмущений.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ (проекты 06-01-00707 и 08-01-00401) и гранта Президента РФ поддержки ведущих научных школ (НШ-610.2008.1).

Aksenov A. V. *Nonlinear periodic waves in gase-similar media.*

System of equations of motions in gase-similar media is considered. The exact space periodic solutions are constructed.

УЧЕТ ВКЛАДА ШЕРОХОВАТОСТИ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ
ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ МИКРОМАСШТАБНЫХ
ТЕЧЕНИЙ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА**Аксенова О. А., Халидов И. А.***Санкт-Петербургский государственный университет*
khalidov@ih6208.spb.edu

Преодоление основных трудностей, возникающих при расчетах в переходном режиме, связано с необходимостью учета столкновений атомов газа как друг с другом, так и с шероховатой поверхностью, причем существенный эффект шероховатости демонстрируют и расчеты в свободномолекулярном режиме (Аксенова О.А., Халидов И.А., 2003). Рассматривается усовершенствованный алгоритм расчета влияния шероховатости поверхности на течения разреженного газа в каналах. Статистическая модель шероховатой поверхности в виде гауссовского однородного изотропного случайного поля (Аксенова О.А., Халидов И.А., 2003; Мирошин Р.Н., 1981) изучается в переходном режиме течений разреженного газа между свободномолекулярным обтеканием и течением сплошной среды. Повышение точности расчетов достигается путем использования статистического подхода с одновременной аппроксимацией определяющих вид взаимодействия атомов газа с поверхностью функций от углов падения и вылета атомов газа аналогично тому, как это имеет место в теории локального взаимодействия (Мирошин Р.Н., Халидов И.А., 2002).

Выделены параметры различных моделей рассеяния на поверхности, включая не только зеркально-диффузное рассеяние и лучевое отражение, но и модели типа Черчиньяни-Лампис и Ночиллы. Эти параметры, включающие всю зависимость от статистических характеристик шероховатости (в частности, от корреляционной функции), и позволяющие вводить поправки на шероховатость при минимальной зависимости от физических параметров течения, представлены в виде континуальных интегралов по множеству реализаций случайного поля, моделирующего шероховатость. Данные континуальные интегралы, аналогичные интегралам, найденным ранее в задачах внешнего обтекания (Мирошин Р.Н., Халидов И.А., 2002), вычислены на основе предложенного ранее разложения оператора шероховатости (Аксенова О.А., Халидов И.А., 2003). Изучена зависимость характеристик потока от определяющего параметра – среднего квадратического отклонения тангенса угла наклона шероховатой поверхности относительно ее среднего уровня (Мирошин Р.Н., 1981). Преимущество предлагаемого подхода в скорости расчета по сравнению с результатами расчетов других авторов, полученных на основе простых моделей шероховатости, достигается за счет предварительного вычисления континуальных интегралов, характеризующих влияние шероховатости, позволяя тем самым избежать моделирования формы шероховатой поверхности в процессе расчета.

Aksenova O.A., Khalidov I.A. *Account of surface roughness in numerical calculations of micro-scale rarefied gas flows.*

Numerical computation of the interaction of rarefied gas flows with rough surface is considered. The roughness operator transforming the scattering function in accordance with the effect of roughness by the reflection of gas atoms from the surface is represented in the form most convenient to apply as well as numerical DSMC methods as well in analytical investigations.

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ШЕРОХОВАТЫХ ТЕЛ В РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗЕ

Анолик М. В.¹, Хабалов В. Д.²

¹ *Санкт-Петербургский государственный университет*

² *Северо-Осетинский государственный университет, Владикавказ*

anolik@ma13686.spb.edu

Работа посвящена расчету аэродинамических характеристик тел, движущихся с большой скоростью в верхних слоях атмосферы. Для оперативного расчета обычно используется теория локального взаимодействия [1-3], для более детального расчета — метод прямого статистического моделирования (метод Берда [4]). Для увеличения точности расчета при применении обоих методов необходимо учитывать влияние шероховатости поверхности обтекаемого тела [5-6]. Влияние шероховатости при расчете по локальному методу учитывается с помощью введения поправок на шероховатость в коэффициенты режима [7]. При расчете по методу Берда предлагается использовать численно найденную функцию рассеяния от шероховатой поверхности [8-9].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Алексеева Е.В., Баранцев Р.Г.* Локальный метод аэродинамического расчёта в разреженном газе. Л.: Изд-во ЛГУ, 1976. 210 с.
- [2] *Мирошин Р.Н., Халидов И.А.* Теория локального взаимодействия. Л.: Изд-во ЛГУ, 1991. 276 с.
- [3] *Мирошин Р.Н., Халидов И.А.* Локальные методы в механике сплошных сред. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2002. 304 с.
- [4] *Bird G.A.* Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows. Oxford: Clarendon Press, 1994.
- [5] *Баранцев Р.Г.* Взаимодействие разреженных газов с обтекаемыми поверхностями. М.: Наука, 1975. 344 с.
- [6] *Аксёнова О.А., Халидов И.А.* Шероховатость поверхности в аэродинамике разреженного газа: фрактальные и статистические модели. СПб.: Изд-во ВВМ, 2004. 120 с.
- [7] *Алексеева Е.В., Анолик М.В., Баранцев Р.Г., Эшов А.Т.* Алгоритмизация аэродинамического расчёта в разреженном газе по локальному методу // Деп. в ВИНТИ 26.07.2002, №. 1409-В2002. 26 с.
- [8] *Анолик М.В., Мирошин Р.Н.* Однократное отражение атомов газа от шероховатой поверхности // Методы вычислений. Вып. 7. Л.: Изд-во ЛГУ, 1971. С. 76–96.
- [9] *Anolik M.V., Khabalov V.D., Khalidov I.A.* Twofold Reflections of Rarefied Gas Atoms from a Rough Surface // Proceedings of 20-th Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics. Beijing: Peking University Press, 1997. P. 422–427.

Anolik M.V., Khabalov V.D. *Aerodynamical characteristics for rough bodies in rarefied gas.*

The exchange and aerodynamical resistance coefficients for rough bodies of the simplest shape (sphere, cylinder, cone) are calculated in a free molecular flow under different normalizations of numerically found scattering function on a rough surface. Using the local interaction theory allows us to determine the aerodynamical characteristics for any convex axisymmetrical rough bodies in the transitional flow regime.

ВЫСОКОЧАСТОТНЫЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ В ИМПАКТНОЙ СТРУЕ

Бабарыкин К. В., Кузьмина В. Е., Матвеев С. К., Петрова В. Н.*Санкт-Петербургский государственный университет*

gasdyn@pobox.spbu.ru

В работе изучается механизм относительно высокочастотных пульсаций, возникающих в импактных струях при достаточно больших размерах преграды и достаточно больших удалениях преграды от сопла. Это так называемые вторые «режимы» автоколебаний. Особенности этого типа автоколебаний являются сравнительно высокая частота и относительно малая эволюция ударно-волновой структуры в цикле пульсаций. Также в отличие от «первых», для «вторых» режимов характерны умеренные пульсации давления на преграде. Высокочастотные режимы автоколебаний в импактной струе на сегодняшний день изучены недостаточно.

Проводится численное моделирование и анализ процесса автоколебаний, выявляются наиболее важные элементы течения. Предлагается физическая модель явления, учитывающая периодическое затекание высокоэнтальпийного газа из периферийного потока в отрывную область перед преградой и взаимосвязь процессов в периферийном потоке и в отрывной области. Отмечается определённая общность рассматриваемых режимов с «первыми» режимами автоколебаний.

Рассматриваемая задача относится к общему кругу задач об автоколебаниях в потоках, обтекающих преграды с образованием отрывных зон. Это, с одной стороны, упрощает наше понимание проходящих здесь процессов, с другой – полученные для этой задачи сведения обогащают наши знания о явлении автоколебаний на телах с передней срывной зоной в целом.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 07-08-00529).

Babarykin K.V., Kouzmina V.E., Matveev S.K., Petrova V.N. *A hi-frequency self-oscillations in the impinging jet.*

A mechanism of hi-frequency self-oscillations in the impinging jets is investigated. These so-called “second” self-oscillations modes are realized in case of large dimension obstacle. The numerical simulation and analysis of the self-oscillations processes are carried out. The under reviewed problem is concerned to a vast range of problems about self-oscillations, arising when a non-homogeneous supersonic stream flowing an obstacle with separated zone beginning. The working out phenomena physical model taking into account a hi-enthalpy gas flowing from periphery flow into the separated zone and the interaction of processes in the periphery flow and separated zone.

НЕЛИНЕЙНОЕ ЯДРО ИНТЕГРАЛА СТОЛКНОВЕНИЙ УРАВНЕНИЯ БОЛЬЦМАНА

Бакалейников Л. А.¹, Флегонтова Е. Ю.¹, Эндер А. Я.¹,
Эндер И. А.²

¹ Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе РАН, Санкт-Петербург

² Санкт-Петербургский государственный университет

bakal@ammp.ioffe.ru

При разложении по сферическим гармоникам уравнение Больцмана переходит в систему интегро-дифференциальных уравнений с ядрами $G(c, c_1, c_2)$, зависящими только от модулей скоростей. Эти ядра имеют вид

$$G_{l_1, l_2}^l(c, c_1, c_2) = M(c) \sum_r \sum_{r_1} \sum_{r_2} \frac{K_{r_1 l_1, r_2 l_2}^{r l}}{\sigma_{r_1 l_1} \sigma_{r_2 l_2}} c^l S_{l+1/2}^r(c^2) c_1^{l_1} S_{l_1+1/2}^{r_1}(c_1^2) c_2^{l_2} S_{l_2+1/2}^{r_2}(c_2^2) \quad (1)$$

где $M(c)$ - максвеллиан, $K_{r_1 l_1, r_2 l_2}^{r l}$ - матричные элементы интеграла столкновений, $S_{l+1/2}^r(c^2)/\sigma_{rl}$ - нормированные полиномы Сонина.

В докладе впервые построены нелинейные ядра. Аналитические результаты получены с помощью обратного преобразования Лапласа по аналитическим выражениям для линейных ядер. Последние хорошо известны для модели твердых шаров. Для псевдомаксвелловских молекул удалось аналитически просуммировать ряд (1) в линейном случае.

Выражение (1) дает принципиальную возможность строить как линейные, так и нелинейные ядра для произвольного потенциала взаимодействия. Однако прямой расчет по формуле (1) приводит к проблемам, связанным с обрезанием ряда. Ранее такая проблема была решена нами для линейных ядер для псевдомаксвелловских молекул и твердых шаров на основе асимптотического подхода. Тот же подход, примененный к вычислению нелинейного ядра для максвелловских молекул, позволил вычислить его с высокой степенью точности, что демонстрируется сравнением с полученным аналитическим выражением.

Работа поддержана грантом РФФИ 06-08-01104.

Bakaleinikov L.A., Flegontova E.Yu., Ender A.Ya., Ender I.A. *Nonlinear kernel of collision integral of Boltzmann equation.*

The analytical expressions for linear and nonlinear kernels of collision integral for pseudomaxwell potential are presented. The numerical procedure for nonlinear kernel estimation on the base of asymptotic approach is developed. The analytical and calculated results are in a good agreement.

УПРАВЛЕНИЕ ГОРЕНИЕМ УГЛЕРОДА В СЛУЧАЕ СЛОЖНОЙ РЕАКЦИИ

Батый М. Б.

Санкт-Петербургский государственный университет
marishkin20@mail.ru

Уравнения горения углерода при свободном доступе кислорода в аппарате полного перемешивания имеют вид (см. [1])

$$\begin{aligned} \dot{c} &= -k_c[c] - q_c h([c])\mu(T) + b_c u, \\ \dot{T} &= -k_T T + q_T h([c])\mu(T) + b_T u. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $[c]$ – концентрация углерода, T – абсолютная температура. $k_c, k_T, q_c, q_T, b_c, b_T$ – положительные параметры, $h([c]) = f_{O_2} - k_c^0[c]$, $\mu(T) = \exp\{-E/(RT)\}$. f_{O_2}, k_c^0, E, R – положительные числа (f_{O_2} – расход кислорода), u – расход углерода, подаваемого в аппарат (управление). Цель управления: $T(t) \rightarrow T_*$ при $t \rightarrow \infty$.

Система (1) в отклонениях $\dot{z} = Az + q\bar{\varphi}(z) + bu$, $z = x - x_*$, $x = [[c], T]^*$, $x_* = [0, T_*]^*$, $q = [-q_c, q_T]^*$, $\bar{\varphi}(z) = h([c])\mu(T - T_*)$, $b = [b_c, b_T]^*$. Пусть $T(t)$ и $[c(t)]$ известны. Введем функцию $V(z) = z^* H z$, где H находится из уравнения $A^* H + H A = -Q$. Её производная на траекториях системы (1), записанной в отклонениях, имеет вид

$$\dot{V} = -z^* H z + 2z^* H [Ax_* + q\bar{\varphi}(z) + bu].$$

Из условия отрицательности \dot{V} получим

$$u = \begin{cases} z^* H [Ax_* + q\bar{\varphi}(z)] / z^* H b, & z^* H b \neq 0, \\ u(t - 0), & z^* H b = 0 \end{cases}$$

При неизвестных значениях состояния $x = [[c], T]^*$ для его оценивания используется алгоритм «Полоска», разработанный В.А. Якубовичем.

Автор благодарит Б.М. Соколова за руководство работой.

Работа выполнена при поддержке «Совета по грантам Президента РФ для поддержки молодых российских ученых и ведущих научных школ» (проект НШ – 2387.2008.1).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Математическая теория горения и взрыва. М.: Изд-во АН СССР, 1980. 322 с.

Baty M.B. *Control of the carbon combustion in the case of complex reaction.*

The system of equations describing the process of carbon burning is considered. Control parameter is the flow rate of burning down carbon.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ДИФРАКЦИИ ВОЛН НА КОНУСЕ, БЛИЗКОМ
К РАЗВЕРНУТОМУ, ВЫЗВАННОЙ ПЕРЕМЕЩЕНИЕМ
ПОВЕРХНОСТИ КОНУСА

Бестужева А. Н.

Петербургский государственный университет путей сообщения, Санкт-Петербург
bes_alla@inbox.ru

Рассматривается неустановившееся волновое движение идеальной несжимаемой жидкости в области, ограниченной свободной поверхностью и бесконечным конусом с вершиной на свободной поверхности. Угол раствора конуса принимается близким к развернутому углу. Волновое движение вызывается перемещением поверхности конуса. Задача ставится для потенциала скорости в рамках линейной дисперсионной теории и сводится к уравнению Лапласа с граничными условиями третьего рода на свободной поверхности и второго рода на поверхности конуса. В предположении, что угол между свободной поверхностью жидкости и поверхностью конуса мал, интегрирование уравнения Лапласа по переменной глубине с учетом граничных условий сводит это уравнение к известному виду. Полученное в аналитическом виде решение задачи содержит зависимость от угла наклона поверхности конуса к свободной поверхности, что позволяет проанализировать структуру решения.

Bestuzheva A.N. *Solution of the problem about diffraction of waves on the surface cone closed to a flat induced by motion of surface cone.*

Non-stationary wave motions of an ideal non-compressible fluid in a domain limited by a free surface and an infinite cone with the vertex on a free surface are considered. Angle of cone is given by close to flat angle. Wave motions are caused by the movement of conic surface. The problem is set for the velocity potential within the framework of the linear dispersion theory and reduced to the Laplace equation with the boundary conditions of third kind on the free surface and of second kind on the conic surface. Assuming that angle between free surface of fluid and surface of cone is small, integration of Laplace equation according to variable depth leads its to known form. Dependence of solution from angle of slope of conic surface are investigated as well.

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА ЗА ФРОНТОМ СИЛЬНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ, ФОРМА КОТОРОЙ БЛИЗКА К НЕКОТОРОЙ КРИВОЙ

Богатко В. И.¹, Колтон Г. А.², Потехина Е. А.¹

¹ Санкт-Петербургский государственный университет

² Санкт-Петербургский государственный горный институт
eap225@gmail.com

Рассматривается плоская автомодельная задача о движении невязкого газа за фронтом интенсивной ударной волны. Предполагается, что форма ударной волны близка к некоторой кривой, форма которой известна. Система уравнений газовой динамики записывается в системе координат, связанной с этой кривой. Решение строится в виде рядов по степеням малого параметра ε , характеризующего отношение плотностей газа на фронте ударной волны, при этом вид рядов выбирается, исходя из анализа граничных условий [1]. В ряде задач газовой динамики с сильными ударными волнами (задача дифракции сильной ударной волны около угла, задача отражения сильной ударной волны от твердой стенки, задача о поршне и др.) форма фронта ударной волны на сравнительно небольших, но наиболее интересных для приложений участках, мало отличается от окружности или прямой. В таких задачах характерная длина дуги ударной волны имеет порядок $\sqrt{\varepsilon}$. Так как основная масса газа за фронтом сильной ударной волны сосредоточена в узкой зоне, примыкающей к фронту ударной волны, положим: $\lambda = \varepsilon \lambda_0$, $s = \sqrt{\varepsilon} s_0$, где s — координата вдоль фронта ударной волны, а λ — по нормали к нему. Решение задачи сводится к интегрированию уравнения Эйлера – Дарбу [2].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Черный Г.Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М.: Физматгиз, 1959. 220 с.
[2] Трикоми Ф. Лекции по уравнениям в частных производных. М.: ИЛ, 1975. 443 с.

Bogatko V.I., Kolton G.A., Potekhina E.A. *About the gas flow parameters determination past a strong shock wave front, which form approaches some curve.*

The plain automodel problem of the inviscid gas motion past the intensive shock wave is considered. It is supposed, that the shock wave front approaches some curve, which form is known. The solution is under construction in the thin shock layer method. For example the cases, when the intensive shock wave front form is closely approximated to the straight line or to the circle, are considered. The strong shock wave diffraction near the corner, the strong shock wave reflection from the hard wall, piston problem are rating as such problems. The task solution is reduced to the Euler-Darboux equation integration.

«СПЕКТРАЛЬНОЕ ЗАМЫКАНИЕ» ДЛЯ РАЗВИТОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Богданов С. Р.

Карельский государственный педагогический университет, Петрозаводск
fmf@kspu.karelia.ru

Спектральные тензоры 2-точечных корреляций пульсационной скорости обладают некоторыми общими свойствами, изучение которых позволяет выработать основы альтернативных (по отношению к полуэмпирическим) стратегий «замыкания». Первое из этих свойств - скейлинг: турбулентность рассматривается как критическая система, крупномасштабные (включая инерционный интервал) пульсации обладают масштабной инвариантностью, при этом зависимость спектральных функций от волнового числа k и координат \vec{x} описывается универсальными функциями с аргументом kl . «Корреляционный радиус» l (интегральный масштаб турбулентности) определяется обычным для теории фазовых переходов соотношением $l/r_d = \tau^{-1/\nu}$, где «температура» τ представляет собой отношение t_d/T двух временных масштабов. Здесь роль «атомных» масштабов длины (r_d) и времени (t_d) играют соответствующие диссипативные Колмогоровские масштабы, T – «внешний» временной масштаб, критический показатель $\nu \approx 3/2$ выводится непосредственно из «закона 5/3». В общем случае корреляционный радиус l зависит от координат \vec{x} , а также от ориентации $\vec{\theta} \equiv \vec{k}/k$ волнового вектора \vec{k} .

Другое общее свойство — поведение спектров в длинноволновом пределе $kl \rightarrow 0$. Предполагается, что в указанном пределе компоненты тензора $F_{ij} \equiv \int \langle u_i(\vec{x})u_j(\vec{x} + \vec{r}) \rangle \exp(-i\vec{k}\vec{r})d\vec{r}$ имеют конечные значения. Оба предположения отражаются формулой $F_{ij}(\vec{x}, \vec{k}) = f_{ij}(\vec{x}, \vec{\theta})\varphi(kl)$ и аналогичными – для корреляторов более высокого порядка. «Ориентационные амплитуды» $f_{ij}(\vec{x}, \vec{\theta})$ и масштаб $l(\vec{x}, \vec{\theta})$ образуют набор управляющих (секулярных) параметров турбулентности.

Непосредственно из спектральных уравнений для этих параметров выводится замкнутая система уравнений. При этом тензор Рейнольдса и другие одноточечные характеристики легко вычисляются по указанным параметрам с помощью интегрирования по сфере единичного радиуса в \vec{k} – пространстве.

Так, для изотропной турбулентности за решеткой легко выводятся известные законы затухания $q^2 \sim x^{-6/5}, l \sim x^{2/5}$. Аналитическое решение система имеет и для случая произвольного искажения турбулентности. При этом, например, для течения в конфузоре функция $f_{ij}(\vec{x}, \vec{\theta})$ имеет асимптотику $P_{il}P_{jm}(\delta_{lm} - n_l n_m)$, которая не зависит от начальных условий. Эволюция одноточечных средних существенно зависит от значения параметра $S^* \equiv Sq^2/\epsilon$, ($S \equiv \partial U/\partial x$); в пределе при $S^* \rightarrow \infty$ результаты совпадают с расчетами в рамках RDT (теории быстрого искажения).

Bogdanov S.R. «Spectral closure» for fully developed turbulence.

The closed set of equations for secular parameters of turbulence is derived directly from spectral equations with respect to (anomalous) scaling and low wave number properties. The analytical solutions are obtained for grid turbulence and homogeneous distortion. Reynolds stress tensor and other one-point characteristics of practical interest were calculated after integration over spherical shell of unit radius in \vec{k} -space.

ДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В АДСОРБЦИОННОМ СЛОЕ НА
ПОВЕРХНОСТИ ТВЕРДОГО ТЕЛА**Волков А. А.***Санкт-Петербургский государственный университет*

В данной работе приводится модель адсорбционного слоя, позволяющая учитывать процессы релаксации импульса и энергии свободномолекулярного пучка падающих частиц, а так же химические реакции в слое после завершения релаксации. На основе предложенной модели произведены расчеты основных характеристик обтекания: коэффициентов обмена импульсом и энергией. Введение в рассмотрение процессов рекомбинации и обмена дало возможность вычислить такую характеристику теплообмена, как поток энергии, выделяющейся на поверхности в результате химических реакций. Кроме того, получены данные относительно физико-химических процессов, влияющих на величину коэффициентов эффективности образования компонент (коэффициентов «квазикаталитичности»).

Volkov A.A. *Dynamic processes in adsorption layer on the surface of a solid.*

The problem of a flow passing through a body coated with an adsorption layer is stated in a closed form. The proposed layer model takes into account the dynamic processes of relaxation and particle migration, as well as possible chemical reactions in the layer after relaxation. The available experimental data makes it possible to determine the specific values of dynamic process parameters in the adsorption layer and use them to calculate the momentum and energy transfer coefficients.

КОЭФФИЦИЕНТЫ ПЕРЕНОСА В ГАЗЕ ИЗ АНГАРМОНИЧЕСКИХ
ОСЦИЛЛЯТОРОВ. МОДЕЛЬНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ**Ворошилова Ю. Н., Кобелев Н. С., Рыдалевская М. А.***Санкт-Петербургский государственный университет*

rydalevska@rambler.ru

Исследуются разные релаксационные режимы течений высокотемпературного двухатомного газа из ангармонических осцилляторов. Рассматриваются ситуации, когда в газе устанавливаются локальные квазистационарные распределения, неравновесные по колебательным степеням свободы молекул. Для описания течений газа в этих условиях используются уравнения релаксационного типа, являющиеся обобщением БГК — модели. Эти модельные уравнения используются для исследования соответствующих течений вязкого газа, расчета коэффициентов сдвиговой и объемной вязкости, а также коэффициентов, характеризующих процессы переноса различных видов молекулярной энергии.

Voroshilova Yu.N., Kobelev N.S., Rydalevskaya M.A. *Transport coefficients in gas of anharmonic oscillators. Model approximation.*

Different relaxation stages of a high-temperature diatomic gas of anharmonic oscillators are studied. Relaxation equations that generalize BGK – model are used. The coefficients of the shear and bulk viscosity and different kinds of molecular energy transfer coefficients are determined.

СТОХАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПОЛЕТА
САМОЛЕТА

Гребенюков К. А., Христинич В. Б.
Санкт-Петербургский государственный университет
Khristinich@mail.ru

В работе изучается изменение распределения ошибки наблюдения при движении турбореактивного сверхзвукового самолета. Моделируются ансамбли начальных данных с заданными законами распределения. Для каждого элемента выборки, решается система дифференциальных уравнений с нелинейными правыми частями, которая описывает движение самолета. Для решения системы используются методы математического моделирования. Изучается изменение распределения ошибки наблюдения и его параметры.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Миеле Анджело* Механика полета. Т.1 (Теория траекторий полета). М.: Изд-во Наука 1965г., 408с.

Grebenukov K.A., Khristinich V.B. *Stochastic modeling of flight plane dynamics.*

The method of stochastic modeling to study of the changing distribution of observational error with the motion of reactive plane. Modeled systems initial data with specified laws of distribution. For each element of the sample is solved differential system nonlinear equations with right-hand sides, which describes the movement of aircraft. To solve the system used mathematical modelling methods. We study the changing distribution observational error and its parameters.

РЕШЕНИЕ ОДНОЙ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ О
НЕСТАЦИОНАРНОМ ТЕЧЕНИИ ГАЗА ПО МОРСКИМ
ГАЗОПРОВОДАМ**Груничева Е. В.¹, Курбатова Г. И.¹, Попова Е. А.²**¹ Санкт-Петербургский государственный университет² Санкт-Петербургский государственный горный институт

gi_kurb@mail.ru

Ранее нами была предложена двумерная математическая модель установившегося течения газа для сложных термодинамических условий: сверхвысоких давлений на входе, возможности оледенения участков газопровода, большой протяженности трассы [1]. Модель использована при проектировании Северо-Европейского газопровода в Балтийском море и газопровода от Штокмановского газоконденсатного месторождения до Териберки в Баренцевом море.

Доказанная нами [1] допустимость перехода к одномерной постановке задачи позволила рассмотреть ряд одномерных нестационарных задач, имеющих большое прикладное значение. В данном сообщении приведено решение задачи об изменении газопотребления. Рассматривается одномерная модель неизотермического нестационарного турбулентного течения нереагирующей газовой смеси по протяженному газопроводу постоянного кругового сечения. Предложена дивергентная форма записи всех уравнений баланса, входящих в модель. Для численного решения используется полностью консервативная разностная схема. Приводятся результаты расчета времени выхода на установившийся режим течения после начала постоянных синусоидальных изменений расхода газа на правом конце газопровода.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Курбатова Г.И., Попова Е.А., Филиппов Б.В., Филиппов В.Б., Филиппов К.Б. Модели морских газопроводов. СПб: С.-Петербург. гос. ун-т, 2005. 156 с.
- [2] Васильев О.Ф., Бондарев Э.А., Воеводин А.Ф., Каниболотский М.А. Неизотермическое течение газа в трубах. Новосибирск С.О.: Наука, 1978. 128 с.

Grunicheva E.V., Kurbatova G.I., Popova E.A. *The solution of a non-isothermal problem for non-stationary model of a gas flow into marine pipelines.*

The work is a part of authors' research on a creation of a gas flow into north sea pipelines mathematical model.

There is a one-dimensional non-stationary model of a gas mixture flow into marine pipelines. Flow characteristics in case of a time constant pressure and temperature at the beginning and a time change consumption at the end were calculated and results were analyzed in its work.

МЕДЛЕННЫЕ ТЕЧЕНИЯ ПЛОТНЫХ ГАЗОВ

Долидович Н. Ю., Цибаров В. А.

Санкт-Петербургский государственный университет

natalie12121985@mail.ru

Используется кинетическая модель плотного газа, обобщающая модель Энскага. Обобщение производится двумя путями: учитываются силы межмолекулярного притяжения и многочастичные взаимодействия на уровне времени релаксации. Время релаксации многочастичных взаимодействий определяется с помощью известных [1, 2] экспериментальных данных по сдвиговой вязкости азота и углекислого газа при больших давлениях. Одновременно эти экспериментальные данные используются для определения степеней притяжения и отталкивания межмолекулярного потенциала. С помощью предложенной кинетической модели ищется вязкое слабо неравновесное приближение для плотного газа и вычисляются коэффициенты переноса в нем. В результате вязкость плотного газа значительно понижается по сравнению с вязкостью, определяемой по модели Энскага, за счет многочастичных взаимодействий, существенно приближаясь к экспериментальным данным.

С помощью полученных кинетическими методами замыкающих соотношений для уравнений аэродинамики плотного газа решаются задачи о стационарном течении изотермического несжимаемого плотного газа внутри цилиндрического канала постоянного радиуса (задача Пуазейля) и между двумя коаксиальными вращающимися цилиндрами, а также задача об медленном обтекании сферы. В качестве граничных условий выбираются условия прилипания, т. к. газ плотный. Антисимметричные напряжения учитываются в приближении работ [3, 4].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Michels A., Gibson R.O.* The measurement of viscosity of gases high pressure. The viscosity of N₂ to 1000 atm // Proc. Roy. Soc. A 134. 1932. P. 288–307.
- [2] *Гурифельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р.* Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: ИИЛ, 1961. 929 с.
- [3] *Mc Coy B.G., Sandler St.I., Dahler J.S.* Transport properties of polyatomic fluids. IV. The kinetic theory of dense gas perfectly rough spheres // J. Chem. Phys. 1966. Vol. 45. № 10. P. 3485–3512.
- [4] *Цибаров В.А.* Кинетический метод в теории газозвесей. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 1997. 192 с.

Dolidovich N.Yu., Tsibarov V.A. *Slowly flowing of dense gases.*

The modification of Enskog equation is done. Poiseuille problem, Stokes problem and flowing of dense gas between rotating coaxial cylinders are examined.

КВАЗИ-ХИМИЧЕСКАЯ КЛАСТЕРНАЯ МОДЕЛЬ ГАЗА –
УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ, КИНЕТИКА, ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ
И ТРАНСПОРТНЫЕ СВОЙСТВА**Егоров Б. В., Маркачёв Ю. Е., Терёшкина К. Б., Гелиев А. В.***Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н. Е. Жуковского,
г. Жуковский Московская область
boris.egorov@mail.ru*

Основываясь на *ab initio* квантово-химических расчётах простейших гомогенных кластеров азота, кислорода, воды, определены их структуры, моменты инерции, внутри- и межмолекулярные частоты колебаний, энергии диссоциации. На основе этих данных вычислялись статистические суммы различных видов движения кластеров, что позволило в итоге рассчитать константы равновесия реакций их образования. Путём введения среднестатистической колебательной температуры межмолекулярных колебательных мод кластеров удалось значительно упростить описание констант равновесия образования кластеров, функций распределения числовой плотности кластеров по размерам, скорости образования кластеров, эффективной величины поверхностного натяжения для кластеров больших размеров.

Квантово-химическая кластерная модель (КХКМ) в дальнейшем использовалась для описания кинетики нуклеации гомогенного газа в паровой фазе. КХКМ использовалась для получения уравнения состояния гомогенного пара, проведено сравнение «кластерного» разложения с вириальным разложением. В рамках КХКМ введено определение степени пересыщения пара, проведен расчёт диссипативных коэффициентов переноса, вычислена теплоёмкость и другие термодинамические параметры пара, состоящего из мономеров и кластеров различного размера в приближении модели ангармонического осциллятора для межмолекулярных колебательных мод кластеров. Все теоретические расчётные величины второго вириального коэффициента сравнивались с экспериментальными данными и, в конечном итоге, были использованы для расчёта зависимости критического коэффициента Рейнольдса в трубах от величины второго вириального коэффициента.

Авторы благодарят за финансовую поддержку РФФИ (грант №08-01-00540-а).

Egorov B.V., Markachev Yu.M., Tereshkina K.B., Geliev A.V. *Quasi-chemical cluster model of gas – equation of state, kinetics, thermodynamic and transport properties.*

Quasi-chemical cluster model (QCCM) has been used to describe kinetics of nucleation of homogeneous gas in the vapor phase. QCCM has been used also to derive the equation of state of homogenous vapor, comparison of «cluster» decomposition with virial decomposition has been done. The definition of saturation parameter was made in terms of QCCM and calculation of dissipative and transport coefficients for a vapor were carried out based on QCCM. The heat capacity and other thermodynamic parameters of a vapor consisting of monomers and clusters of various sizes were calculated in approach of the model of anharmonic oscillator for intermolecular vibrations. All theoretical calculations were compared with available experimental data. The theory developed has been used finally to calculate different parts of the second virial coefficients N₂ (B_f, B_b, B_m-free, bound double (or dimer), metastable double molecules) to predict the critical Reynolds number Novopashin's experiment in pipe flow.

ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В РАСШИРЯЮЩЕМСЯ ЖИДКОМ СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ

Ермолаева Н. Н., Курбатова Г. И.

Санкт-Петербургский государственный университет

Blohina@yandex.ru

Исследована математическая модель тепловых процессов в жидком сферическом слое, расширяющемся в условиях невесомости. Предполагается, что основным механизмом теплоотдачи является излучение с внешней поверхности слоя по закону Стефана-Больцмана. Получено численное и приближенное аналитическое решение поставленной задачи.

Ermolaeva N.N., Kurbatova G.I. *Thermal processes in expanding spherical liquid shell.*

Mathematical model of thermal processes in spherical expanding in-space liquid shell was investigated. Numerical and analytical approximate solution of the problem was obtained.

ОБТЕКАНИЕ ТЕЛА С ОСЕВОЙ СИММЕТРИЕЙ ПОТОКОМ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Ершов Б. А., Кутеева Г. А.

Санкт-Петербургский государственный университет

gkut@rambler.ru

Удлиненный эллипсоид вращения обтекается стационарным потоком вязкой несжимаемой жидкости. Направление скорости потока на бесконечности совпадает с направлением оси симметрии эллипсоида. Используются обобщенные координаты удлиненного эллипсоида вращения. В этом случае одна из координатных поверхностей совпадает с обтекаемым эллипсоидом. Ввиду осевой симметрии задачи распределение скоростей в плоскостях, проходящих через ось симметрии, одинаковое. Проводится линеаризация уравнений задачи. Линеаризованное уравнение Навье-Стокса преобразуется к форме:

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{v})) = 0,$$

где \mathbf{v} — скорость потока жидкости.

Вводится функция тока, которая обращает в тождество уравнение неразрывности. Из преобразованного уравнения Навье-Стокса находится функция тока и, далее, выражения для поля возмущенных скоростей.

Ershov B.A., Kuteeva G.A. *Flow of viscid incompressible liquid around a body with axial symmetry.*

An extended ellipsoid of rotation inside the stationary stream of viscid incompressible liquid is considered. Direction of a flow in infinity coincides with the axis of symmetry of ellipsoid direction. The generalized co-ordinates of the extended ellipsoid of rotation are used. In this case one of coordinate surfaces coincides with the streamlined ellipsoid. Because of axial symmetry the distributing of speeds is in planes, passing through the axis of symmetry, identical. As a result of investigation the stream function and the distribution of flow velocities are found.

ЗАДАЧА КАЧЕНИЯ ШАРА С УЧЕТОМ ДЕФОРМАЦИИ
ПОВЕРХНОСТИ ПРИ НАЛИЧИИ НЕСЖИМАЕМОЙ СМАЗКИ

Завьялов О. Г.

Уральский социально-экономический институт, Челябинск
Zavyalov@ursei.ac.ru

Как известно, в современных подшипниках скольжения для напряжений в зоне контакта допускаются очень большие значения. Возникновение таких напряжений объясняется тем, что площадь соприкосновения между шариком и поверхностью очень мала, что приводит к большим концентрациям сил. Например, в обычных подшипниках допускаются напряжения до 600 Н/мм^2 . Такие напряжения могут лежать за пределами упругих деформаций и, казалось, должны неизбежно приводить к быстрому разрушению поверхности.

Рассматривается вопрос о воздействии одного тела (шарика) на другое тело (поверхность), а также о роли смазки в опорах трения. В процессе соприкосновения шарика с поверхностью смазочное вещество должно попадать между двумя телами, в результате соприкосновения будет происходить не непосредственно по поверхности опоры, а по масляной прослойке.

Взаимодействие двух тел можно представить в виде 3-х задач.

1. Обычные контактные задачи, когда отсутствует смазочный слой. Взаимодействие тел происходит при наличии сухого трения. Такие задачи решаются методами теории упругости. 2. Контактно-гидродинамическая задача. В этом случае учитывается наличие смазочного слоя жидкости между двумя телами и отсутствуют деформации поверхностей. К числу подобных задач относится задача Капицы П.Л. 3. Контактно-гидродинамическая задача с учетом смазочного слоя жидкости между двумя телами.

Рассматривается последний случай. Получены следующие результаты: 1) Чем больше будет предельная толщина масляного слоя, тем на большую площадь распространяется нагрузка. В результате уменьшатся напряжения в поверхности металла. Для этого можно подбирать смазочные вещества с большим значением пьезо-коэффициента. Таким образом, в действительности при качении шарика по поверхности величины напряжений на поверхности меньше рассчитанного статически. 2) Для образования масляной пленки необходим зазор между шариком и поверхностью. Если такого зазора нет, то масляная прослойка все равно образуется, так как деформируется поверхность металла вследствие напряжений на поверхности.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Капица П.Л. Гидродинамическая теория смазки при качении// Журнал технической физики, XXV, вып. 4(1955), стр.747-762.
- [2] Завьялов Г.А., Завьялов О.Г., Завьялов Г.О. Взаимодействие тонкого слоя с веществом// Избранные труды Российской школы по проблемам науки и технологии. М.:РАН, 2007, 97 с.

Zavyalov O.G. *The task of sphere rolling in consideration of deformation of surface on conditions that liquid is incompressible.*

The task considers the question of interaction between one solid on the other surface and the role of the lubricant in friction's support. In contact the lubricant has to hit between the sphere and the surface. As a consequence the contact is not happened across the surface, it takes place along the oil layer.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА ПРИ ЕГО КОСОМ ПРОХОЖДЕНИИ ЧЕРЕЗ БЕСКОНЕЧНУЮ РЕШЕТКУ КРУГЛЫХ ЦИЛИНДРОВ

Зайцев Д. К., Корсаков А. Б., Смирнов Е. М., Цветков Б. Н.

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
aero@phmf.spbstu.ru

Статистически-двумерное турбулентное течение несжимаемой жидкости через решетку круглых цилиндров в условиях значительной по величине компоненты скорости, параллельной фронту решетки, может служить продуктивной моделью для изучения ряда важных для практики вопросов, например, по определению потерь давления и общей кинематики закрученного потока, который развивается в кольцевом канале при наличии в нем радиальных крепежных стоек.

В докладе представляются результаты численного моделирования такого течения на основе нестационарных двумерных уравнений Рейнольдса, замкнутых с привлечением однопараметрической модели турбулентности Спаларта-Аллмараса. Для расчетов использовался программный комплекс SINF, в котором реализован метод конечных объемов второго порядка точности.

Расчеты на многоблочных сетках выполнены при значении числа Рейнольдса, равном 100 000. Задавался относительно высокий уровень входной турбулентной вязкости, что было обусловлено намерением смоделировать околоскритическое обтекание цилиндров при повышенном уровне турбулентности набегающего потока. Расчетная область охватывала три шага решетки. Варьировался безразмерный шаг решетки и угол натекания потока. Результаты вычислений показывают, в частности, что вектор суммарной силы, действующей на цилиндр, может существенно отклоняться от направления натекающего потока. Накопленная база расчетных данных послужила основой для разработки инженерной методики определения потерь давления и изменения угла потока при прохождении через решетку.

Zaitsev D.K., Korsakov A.B., Smirnov E.M., Tsvetkov B.N. *Numerical simulation of turbulent flow passing obliquely through a row of circular cylinders.*

With the in-house finite-volume code SINF, two-dimensional unsteady RANS parametric computations of turbulent flow through an infinite row of circular cylinders have been performed under conditions of non-zero inlet-velocity component parallel to the row front. A database has been collected to define the influence of the row pitch and the inlet flow angle on the normal and tangential components of the force acting on an individual cylinder, as well as on the exit flow deviation.

РЕШЕНИЕ СВЯЗАННЫХ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ СРЕДСТВАМИ
СОВРЕМЕННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**Капранов И. Е.***Балтийский государственный технический университет, Санкт-Петербург*

mrkap@yandex.ru

В данной работе рассматриваются аспекты подготовки к проведению связанного расчета, вопросы выбора схем сопряжения и метода модификации сеточной структуры, а также решение верификационной задачи о прохождении деформационной волны по эластичной трубке, заполненной жидкостью. Верификация проводилась с целью проанализировать возможность совместного использования расчетных комплексов ANSYS Structural и ANSYS CFX для решения сопряженных задач и оценить адекватность получаемых результатов. Рассматриваемая верификационная задача имеет аналитическое решение, а именно выражение, полученное Моэнсом и Кортевегом для скорости распространения волны деформации по трубке [1, 2]:

$$c_0 = \sqrt{\frac{Eh}{2R\rho(1-\nu^2)}}.$$

Величины, входящие в данное соотношение, характеризуют как свойства упругого тела, так и параметры жидкости. Таким образом, аналитическое решение задачи демонстрирует взаимовлияние гидродимики и процессов деформирования. В ходе проводимых сопряженных расчетов варьировался модуль упругости для материала стенки, и в каждом случае вычислялась скорость деформационной волны. При сравнении аналитического решения и результатов сопряженного расчета наблюдалось удовлетворительное совпадение.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Капо К., Педли Т., Шротер Р., Суд У.* Механика кровообращения. Изд-во «Мир», 1981, 624 с.
- [2] *Kuntz M., Menter F.* Simulation of Fluid-Structure Interactions in Aeronautical Applications. ECCOMAS. 2004, 24-28 July 2004.

Kapranov I.E. *Studying of coupled mechanical problems using numerical simulation software .*

Present paper describes results of setting up and solving of coupled mechanical problems using well-known commercial software codes. Results of coupled simulation exhibit satisfactory agreement with Moens-Korteweg analytical expression.

ДВИЖЕНИЕ ТОНКОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ В
ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ С ПЕРЕМЕННОЙ СКОРОСТЬЮ**Каштанова С. В.***Санкт-Петербургский государственный университет*

kastasya@yandex.ru

Рассмотрена задача о поступательном движении тонкой сферической оболочки в идеальной несжимаемой жидкости. Определено давление на поверхности сферы, движущейся с переменной скоростью в неограниченной жидкости. Полученное давление использовано для определения деформации тонкой сферической оболочки, найдено точное аналитическое решение связанной задачи гидроупругости. Рассмотрены важные частные случаи: движение сферы с постоянной скоростью, с постоянным ускорением, возвратно-поступательное движение.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Седов Л.И.* Механика сплошной среды. Т. II. М.: Наука, 1973.
- [2] *Dowell E.H., Ilganov M.* Studies in Nonlinear Aeroelasticity. Springer-Verlag, New-York, Berlin, Heidelberg, London, Paris, Tokyo.
- [3] *Музыченко В.В.* Дифракция звука на упругих оболочках. Методы, теория, эксперимент. М.: Наука, 1994
- [4] *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. Ч. 1. М., 1963.

Kashtanova S.V. *Motion of thin spherical shell inside of ideal liquid with variable speed.*

The problem of translational motion of a thin spherical shell inside of ideal incompressible liquid is considered. The normal pressure on sphere moving with variable speed inside of unlimited liquid is determined. The received pressure is used to define the deformation of considered thin spherical membrane. Then, the exact analytical solution of coupled hydroelastic problem is provided. Important special cases are considered, namely, a motion of sphere with constant speed, constant acceleration or back-and-forth motion.

ХИМИЧЕСКИЕ РЕАКЦИИ В НЕРАВНОВЕСНОЙ ГАЗОВОЙ СМЕСИ

Колесниченко Е. Г.¹, Горбачев Ю. Е.²¹ *Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, НИИ механики*² *Санкт-Петербургский государственный политехнический университет*

yuriy.gorbachev@gmail.com

В рамках предложенного ранее метода получения кинетических уравнений для газов с внутренними степенями свободы, основанного на концепции приближенных суматорных инвариантов [1, 2], подробно рассмотрен случай химически реагирующих (и диссоциирующих) газов. Проанализированы основные типы реакций: реакция диссоциации, реакции обмена, а также параллельные реакции. Показано, что в отсутствие равновесия по внутренним степеням свободы химические реакции перестают быть независимыми друг от друга. Наиболее ярко отличия равновесных скоростей реакций от неравновесных проявляются в кинетике параллельных реакций. Полученные результаты означают отклонение от закона действия масс.

Подробно изучена зависимость скоростей химических реакций от давления с учетом обоих механизмов процесса диссоциации: мономолекулярного и столкновительного.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Колесниченко Е.Г., Горбачев Ю.Е.* Уравнения газовой динамики для пространственно неоднородного газа с внутренними степенями свободы // Всероссийский семинар по аэрогидродинамике. Тезисы докладов. 2008, Февраль, 5-7, С.Петербург: «СПбГУ» С. 44.
- [2] *Kolesnichenko E.G., Gorbachev Yu.E.* Gas-dynamic equations for spatially inhomogeneous gas mixtures with internal degrees of freedom. I. General theory // Submitted to Journal of Applied Mathematics and Mechanics.

Kolesnichenko E.G., Gorbachev Yu.E. *Chemical reactions in the non-equilibrium gas mixture.*

The non-equilibrium effects caused by dissociation and chemical reactions are considered in the framework of the general algorithm for building an uniform asymptotic solution of the kinetic equations for reactive gas mixture developed previously by the authors. It is shown that those processes leads to quasi-stationary vibrational distribution function formation and to necessity of revising the expressions for reaction rate constants. Both monomolecular and collision mechanisms of dissociation/reactions are considered. This leads to new results concerning the dependence of the dissociation/reactive rate on the gas mixture pressure.

ВЛИЯНИЕ ДИСПЕРСИИ В АВТОМОДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Кононенко В. А., Прозорова Э. В., Шишкин А. В.

Санкт-Петербургский государственный университет

prozorova@niimm.spbu.ru

В работах [1, 2] предложено дополнить уравнения Навье-Стокса новыми слагаемыми, которые определяют вклад изменения момента количества движения вблизи возмущающих поверхностей. Уравнения выводились из модифицированного уравнения Больцмана. Ранее рассмотрены следующие задачи несжимаемой жидкости: бесконечная и полубесконечная пластины, бесконечная и полубесконечная трубы различных сечений, неавтомодельная задача Фокнера-Скена, струя, бьющая из бесконечно тонкого отверстия, нестационарные задачи пограничного слоя для малых времен. Использовалось традиционное уравнение сохранения массы. Для бесконечной пластины были получены аналитические решения уравнений, для полубесконечной пластины построено решение в виде ряда, получено численное решение. Однако при выводе предложенных уравнений из уравнения Больцмана оказалось, что присутствие поверхности возмущения через изменение момента количества движения вблизи поверхности приводит к появлению дополнительного слагаемого не только в уравнении движения, но и в уравнении неразрывности. Результаты численного решения модифицированной задачи Блазиуса с традиционным уравнением неразрывности показали формирование течения сложного типа внутри пограничного слоя при больших значениях коэффициента трения, хотя при значениях коэффициента трения, равного коэффициенту задачи Блазиуса, профили почти не отличаются. Модифицированная автомодельная задача Блазиуса решалась А.Ф. Полянским. Результаты численного решения модифицированной задачи Блазиуса с новым уравнением неразрывности доказали важность значения вертикальной скорости на внешней границе. В силу отсутствия в моменте количества движения новых постоянных автомодельность модифицированных уравнений пограничного слоя сохраняется при автомодельности классической задачи. В работе численно решены автомодельные задачи Фокнера-Скена, рассмотрена струя, бьющая из бесконечно тонкой щели, и некоторые другие.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Prozorova E. V.* Influence of the dispersion on the Boltzmann equation for nonhomogeneous case 25th International symposium on rarefied gas. Proceedings of 25-th International symposium on rarefied gas dynamics, p. 1374 - 1379. Novosibirsk, 2007.
- [2] *Прозорова Э.В.* О влиянии дисперсии на законы сохранения в механике газа, жидкости и твердого тела // Математическое моделирование. 2007. N. 12 . С. 25-31.

Kononenko V.A., Prozorova E.V., Shishkin A.V. *Influence of the dispersion in auto-modelling problems for the boundary layer.*

Present paper is continuation of the previous works for the boundary layer. We discuss the problems that can be appearing to considerate the angular moment variation in an elementary volume near the surface.

МОДЕЛИ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ РЕЛАКСАЦИИ В СМЕСИ CO_2/N_2 ЗА УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ

Кожаненко А. М., Кустова Е. В.

Санкт-Петербургский государственный университет

kam@inbox.spbu.ru

В работе изучается процесс релаксации смеси углекислого газа и азота за ударной волной. Система уравнений в одномерной стационарной постановке невязкого нетеплопроводного газа в 4-температурном приближении имеет вид:

$$\begin{aligned}
 \frac{d(v n_{CO_2})}{dx} &= 0, \\
 \frac{d(v n_{N_2})}{dx} &= 0, \\
 \rho_{CO_2} v \frac{dW_{12}}{dx} &= R_{12}^\omega, \\
 \rho_{CO_2} v \frac{dW_3}{dx} &= R_3^\omega, \\
 \rho_{N_2} v \frac{dW_4}{dx} &= R_4^\omega, \\
 \rho_0 v_0 &= \rho v, \\
 \rho_0 v_0^2 + p_0 &= \rho v^2 + p, \\
 h_0 + \frac{v_0^2}{2} &= h_0 + \frac{v^2}{2},
 \end{aligned} \tag{1}$$

где n_{CO_2} и n_{N_2} — числовые плотности, v , ρ — макроскопическая скорость и плотность газа, W_{12}, W_3, W_4 — удельные числа колебательных квантов объединенной и симметричной мод CO_2 (W_{12}, W_3) и N_2 (W_4), T — температура газа, T_{12}, T_3, T_4 — температуры первых колебательных уровней соответствующих мод, p , h — давление и удельная энтальпия. Течение рассматривается с учетом VT - и межмодовых VV' -переходов колебательной энергии и без учета химических реакций.

Целью данной работы является исследование влияния различных представлений правых частей релаксационных уравнений R_{12}^ω , R_3^ω , R_4^ω в системе (1). Правые части релаксационных уравнений рассчитываются тремя способами:

1. В точной постановке, основанной на скоростях колебательных переходов, рассчитанных с помощью SSH теории.
2. В точной постановке, основанной на скоростях колебательных переходов, рассчитанных на основе экспериментальных данных.
3. В приближенной постановке на основании времени релаксации каждой моды, рассчитанного на основе тех же экспериментальных данных, что и в случае 2.

Kozhachenko A.M., Kustova E.V. *Models of vibrational relaxation in CO_2/N_2 mixture behind shock waves.*

In this paper vibrational relaxation of a CO_2/N_2 mixture behind a shock wave is studied. The aim of this paper is to analyze the effect of different representation of the production terms in relaxation equations of system (1), which are obtained with accurate and simplified calculations.

КОЛЕБАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ В ПОТОКЕ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

Кочерыжкин В. А.

Санкт-Петербургский государственный университет
vkocherizhkin@gmail.com

Бесконечно длинная тонкая цилиндрическая оболочка подвержена безотрывному поперечному обтеканию потенциальным потоком идеальной несжимаемой жидкости. Оболочка свободна от опорных или иных усилий негидродинамического характера и находится в установившемся движении относительно жидкости. Перемещения по нормали к срединной поверхности считаются малыми по сравнению с толщиной стенки. Это предположение позволяет применить кинематические и динамические условия, полученные для слабого изгиба в работе [1].

Рассмотрены два случая колебания цилиндрической оболочки: при условии нерастяжимости срединной поверхности и без. Первое условие подразумевает наложение неглономной связи на радиальное и тангенциальное перемещение. В обоих случаях волны вдоль образующей цилиндра отсутствуют, то есть рассматриваются исключительно изгибные колебания в плоскости, перпендикулярной образующей цилиндра. Для каждого из условий найдена область устойчивости периодического решения в терминах параметров μ — параметр гидроупругости и ν — отношение массы стенки оболочки к массе вытесненной ею жидкости.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Ильгамов М.А.* Введение в нелинейную гидроупругость. М.:Наука, 1991. 200 с.
- [2] *Перцев А.К., Мнев Е.Н.* Гидроупругость оболочек. Л.: Судостроение, 1970. 365 с.
- [3] *Leissa A. W.* Vibration of Shells. Acoustical Society of America. 1993. 434 с.

Kocheryzhkin V.A. *Vibration of cylindrical shells submerged in flowing fluid.*

Flow-induced vibration of an elastic cylindrical shell is investigated. The characteristics equations are obtained based on Vlasov shell theory. The region of stability of periodic solution is obtained in terms of μ and ν .

ОБ ЭФФЕКТАХ ПОСТУПАТЕЛЬНОЙ НЕРАВНОВЕСНОСТИ В ГИПЕРЗВУКОВЫХ УДАРНЫХ СЛОЯХ И УДАРНЫХ ВОЛНАХ

Кузнецов М. М., Кулешова Ю. Д.*Московский государственный областной университет*

kuznets-omn@yandex.ru

Представлены некоторые результаты аналитического исследования эффектов поступательной неравновесности в гиперзвуковых ударных слоях и ударных волнах, методически сформулированного ранее в работе [1]. Физические причины, обуславливающие возникновение поступательной неравновесности в вязких сдвиговых течениях в тонких гиперзвуковых ударных слоях и в вязких фронтах сильных ударных волн, различны по своей природе. В первом случае эффекты поступательной неравновесности обусловлены большими значениями нормального к поверхности тел компонента вихря, а также большими значениями асимптотически сингулярных производных от функции распределения по собственным тепловым скоростям молекул. Во втором случае имеются, вообще говоря, две различные причины возникновения поступательной неравновесности, трудно разделяемые в условиях эксперимента и потому часто рассматриваемые как один определяющий фактор. Хорошо известно, что ударная волна содержит повышенную концентрацию реакционно-способных молекул с большими (по сравнению с тепловыми) относительными скоростями молекул. В ряде случаев эта концентрация значительно превосходит аналогичную термодинамически равновесную величину в зоне за фронтом ударной волны. Второй фактор, обуславливающий поступательную неравновесность во фронте ударной волны, связан не столько с «неравновесной статистикой» распределения молекул, сколько с особенностями их неупругих соударений (т.н. «суперстолкновениями»). К числу этих особенностей следует отнести повышенные значения сечений неупругих соударений во фронте ударной волны по сравнению с сечениями соударений за ее фронтом, а также механизм стохастических соударений частиц (т.н. резонанс Ферми).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Кузнецов М. М.* Кинетические эффекты в предельных гиперзвуковых течениях газа // Труды XV сессии международной школы по моделям механики сплошной среды. СПб: НИИХ СПбГУ, 2001, с. 55-65

Kuznetsov M.M., Kuleshova J.D. *About the effects of translation nonequilibrium in the hypersonic shock layers and the shock waves.*

Some results of the analytical study of the effects of translation nonequilibrium in the hypersonic shock layers and the shock waves, systematically formulated earlier in the work [1], are represented.

ТЕНЗОР НАПРЯЖЕНИЙ И СКОРОСТЬ РЕАКЦИЙ В НЕРАВНОВЕСНЫХ ТЕЧЕНИЯХ ВЯЗКОГО ГАЗА

Кустова Е. В.

Санкт-Петербургский государственный университет

elena_kustova@mail.ru

В работе изучаются нормальные напряжения и скорости химических реакций в неравновесных течениях вязких газов. Как показано в ряде работ по кинетической теории, в сильнонеравновесных условиях диагональные члены тензора напряжений \mathbf{P} содержат добавки, связанные с неупругими обменов внутренней энергией и медленными релаксационными процессами:

$$\mathbf{P} = (p - p_{rel} - \zeta \nabla \cdot \mathbf{v})\mathbf{I} - 2\eta\mathbf{S}.$$

Здесь η , ζ — коэффициенты сдвиговой и объемной вязкости, p_{rel} — релаксационное давление, \mathbf{S} — тензор скоростей деформации, \mathbf{I} — единичный тензор. Коэффициент объемной вязкости характеризует дополнительное сжатие (расширение) объема газа вследствие конечного времени релаксации внутренних степеней свободы молекул. Релаксационное давление описывает вклад релаксационных процессов в тензор напряжений. Оба дополнительных члена равны нулю, если в газе не происходит быстрых неупругих (или нерезонансных) обменов энергией. Кроме того, релаксационное давление исчезает в условиях локального равновесия. С другой стороны, выражение для скорости неравновесных химических реакций в потоке вязкого газа также содержит члены, пропорциональные дивергенции скорости, и поправки, обусловленные релаксационным давлением. Таким образом, существуют перекрестные эффекты между тензором напряжений и скоростью реакций.

До настоящего времени в вычислительной гидродинамике эффектами первого порядка в нормальных напряжениях и скорости реакций обычно пренебрегают. Целью данной работы является построение математической модели и вычислительных алгоритмов для расчета коэффициента объемной вязкости, релаксационного давления и соответствующих поправок к скоростям реакций. Построенные алгоритмы применяются для оценки влияния указанных эффектов на параметры течения реагирующей смеси N_2/N в различных неравновесных условиях. Анализ результатов позволяют определить условия, при которых можно пренебречь вкладом поправок первого порядка в тензор напряжений и скорость реакций, и ситуации, в которых необходим учет этих эффектов.

Kustova E.V. *Stress tensor and reaction rates in non-equilibrium viscous gas flows.*

In the present paper, a self-consistent mathematical model of the normal mean stress and chemical reaction rates is developed for a viscous one-temperature chemical non-equilibrium flow. It is demonstrated that the bulk viscosity appears due to inelastic internal energy exchanges. The relaxation pressure in the present case represents the chemical-reaction contribution to the normal mean stress. The cross-coupling between chemical reaction rates and normal mean stress is shown. Accurate theoretical and numerical algorithms for the calculation of the bulk-viscosity coefficient and the relaxation pressure are elaborated and applied for the calculation of these quantities in a dissociating N_2/N mixture under various flow conditions.

КОЭФФИЦИЕНТЫ ПЕРЕНОСА В СМЕСИ N/N₂ С УЧЕТОМ
ЭЛЕКТРОННОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ**Кустова Е. В., Пузырёва Л. А.***Санкт-Петербургский государственный университет*

larisa.puzyreva@gmail.com

С развитием аэрокосмической отрасли стало необходимым исследование колебательной кинетики и процессов переноса в высокотемпературных газах, в которых, наряду с возбуждением вращательных и колебательных степеней свободы, происходит электронное возбуждение. Например, при входе космического аппарата в атмосферу Земли при торможении на него действует мощный тепловой поток, поступающий от ударного слоя газа, нагретого в передней части аппарата до нескольких тысяч градусов.

В настоящей работе построена однотемпературная модель колебательной кинетики и процессов переноса течения смеси N/N₂. Характерная особенность модели — учет возбуждения электронных уровней внутренней энергии молекул и атомов.

На основе обобщенного метода Энскага–Чепмена в нулевом и первом приближениях были получены функции распределения, замкнутая система уравнений переноса, а также выражения для потоковых членов и коэффициентов переноса.

Далее было проведено исследование термодинамических свойств молекулярного и свободного азота. Дана оценка влияния числа возбужденных электронных уровней на теплоемкости электронных степеней свободы, а также представлен сравнительный анализ полных теплоемкостей и теплоемкостей, учитывающих возбуждение только вращательных и колебательных степеней свободы.

Основное внимание в работе было уделено расчету коэффициентов переноса в однотемпературном приближении для смеси N/N₂ с электронным возбуждением. Коэффициенты теплопроводности, сдвиговой вязкости, диффузии вычислялись как функции молярных долей n_c/n и температуры газа в диапазоне температур 50–50000 К. Анализ полученных данных показал важность учета возбужденных электронных состояний при определении параметров высокотемпературного газа.

Kustova E.V., Puzyreva L.A. *Transport coefficients in N/N₂ mixtures with electronic excitation.*

In the present paper, an one-temperature model of transport properties of N/N₂ mixture flows with electronic excitation is developed. The zero and the first order distribution functions of the generalized Chapman–Enskog method and the closed system for macroscopic parameters taking into account excitation of the electronic degrees of freedom are derived. Transport coefficients are calculated in the temperature range 50–50000 K.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ
ВНУТРИ КАНАЛОВ С РАЗЛИЧНОЙ ФОРМОЙ СТЕНОК**Кутеева Г. А., Попова Е. М.***Санкт-Петербургский государственный университет*
gkut@rambler.ru

Рассматривается задача о течении вязкой несжимаемой жидкости внутри каналов с различными формами стенок. Предполагается двумерная и стационарная постановка. Движение жидкости происходит за счет перепада давления. Исследуются задачи с разными формами стенок, в том числе рассматривается симметричная форма, для которой одна из стенок может быть задана уравнением $y = A \sin(2\pi x/L)$. Здесь L — длина канала, x, y — декартовы координаты, направление оси x идет вдоль оси симметрии задачи, направление оси y перпендикулярно оси x . Задачи решались с помощью программного пакета ANSYS. Для каждого случая построено распределение скоростей и давлений. Проведено сравнение.

Kuteeva G.A., Popova E.M. *Numerical investigation of viscous flow into channels with different wall forms.*

A problem about the flow of viscid incompressible liquid into channels with the different forms of walls is examined. The two-dimensional and stationary statement is assumed. Motion of liquid takes place due to the overfall of pressure. Tasks are probed with the different forms of walls, including a symmetric form for which one of walls can be set as $y = A \sin(2\pi x/L)$. Here L — length of channel, x, y — cartesian co-ordinates, direction an axis x goes along the symmetry axis, direction an axis y is perpendicular axis x . Tasks decided by the program package of ANSYS. For every case, distributing of velocities and pressures is built. Comparison is conducted.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ ГАЗОВЗВЕСИ С
ПОВЕРХНОСТЬЮ ТЕЛА**Лашков В. А.***Санкт-Петербургский государственный университет*

valeriy.lashkov@paloma.spbu.ru

Работа посвящена обобщению имеющихся в литературе экспериментальных данных по коэффициентам восстановления скорости при прямом ударе тел. Проведен поиск безразмерных параметров, описывающих эрозионное и силовое воздействие ударника на мишень. Выявлены основные безразмерные параметры, которые определяют поведение этих процессов. Рассмотрены работы, в которых приведены результаты экспериментальных исследований коэффициента восстановления скорости при прямом ударе. Проведено обобщение этих результатов с использованием выявленных критериев. Основным критерием, который хорошо описывает коэффициент восстановления скорости, является параметр, характеризующий соотношение инерционных сил ударника и сил сопротивления внедрению. Получены эмпирические соотношения для коэффициента восстановления скорости для прямого удара сферического ударника и частиц неправильной формы в широком диапазоне изменения критериев.

Предложен метод расчета внедрения недеформируемой сферы под углом к поверхности полупространства. Проведено сравнение полученных результатов расчета с имеющимися в литературе данными экспериментальных исследований. Показано, что коэффициент восстановления нормальной составляющей скорости сферы при ударе в отсутствие упругих сил материала мишени не является нулевой величиной. Поведение экспериментального и расчетного коэффициентов восстановления нормальной составляющей скорости качественно совпадают. Количественно они отличаются на постоянную величину — на величину коэффициента восстановления при прямом ударе. Это позволяет говорить о том, что импульс упругих сил не зависит от угла удара. Таким образом, коэффициент восстановления скорости при прямом ударе является важной характерной величиной ударного взаимодействия тел.

Lashkov V.A. *Interaction of solid particles of two-phase flow with the surface of a body.*

Survey of theoretical and experimental investigations on solid particles to surface interaction has been carried out in order to determine the main criterions of the process. Summarizing of the available data of coefficient of restitution for straight impingement has been done. Empirical expressions, which define coefficient of restitution for straight impingement, have been obtained for wide range of criterions. Semi-empirical model of interaction of non deformable sphere with the surface under angle of attack has been made. Results of the investigation are being discussed.

ЛАБОРАТОРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ
СТОЛКНОВЕНИЙ МЕЛКОДИСПЕРСНЫХ ЧАСТИЦ С
ПОКРЫТИЯМИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Лукин А. А., Морозов В. А., Шипилов С. С.

Санкт-Петербургский государственный университет

Anton_Lukin@mail.ru

В работе предлагается метод лабораторного моделирования высокоскоростного столкновения мелкодисперсных частиц (МДЧ) с преградой в вакууме, основанный на их иницировании из анода сильноточного импульсного электронного ускорителя под действием прикатодной плазмы.

Сделана оценка подобия исследуемых явлений в лабораторном и натурном (космическом) эксперименте, основанная на предварительных измерениях размера и скорости частиц.

Представлены результаты предварительных экспериментов по воздействию МДЧ на элементы покрытий космических аппаратов: эмали на алюминиевой основе и стеклянного отражателя.

Lukin A.A., Morozov V.A., Shipilov S.S. *Laboratory simulation of high-speed particles collisions with spacecraft surface.*

Method of laboratory simulation high-speed collision particles in range of sizes 10 – 1000 mkm with obstacle in vacuum is offered. As particles source it was used anode under acting near cathode plasmas of high-current impulse electron accelerator.

The estimation of investigated appearances similarity in the laboratory and full-scale (space) experiment, grounded on measuring of a size and a particles velocity is made.

Result of preliminary experiments on interaction particles with such spacecraft surface as enamels on aluminium basis and as glass reflector are shown.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛН С ЧАСТИЧНО-ПРОНИЦАЕМЫМИ
ПРЕГРАДАМИ**Максимов В. В., Манойлин С. В., Нуднер И. С.***Научно-Исследовательский Центр**26 ЦНИИ Минобороны Российской Федерации, Санкт-Петербург*

vmaximov@mail.ru

Представлены результаты экспериментально-теоретических исследований воздействия волн на волнозащитное сооружение. Сооружение состоит из частично заглубленной в воду передней вертикальной стенки, задней стенки, полностью перекрывающую глубину воды, и верхней грани. Внутренний объем на некоторую высоту от дна заполнен наброской из бетонных блоков или камня. Форма сооружения предполагается прямоугольной. Предложена теоретическая модель взаимодействия поверхностных волн с рассматриваемой преградой. Считается, что жидкость идеальная и несжимаемая, движение - потенциальное. Внутри сооружения в области наброски происходит потеря волновой энергии. Вся область, занятая жидкостью, разбивается на 3 подобласти: полубесконечную полосу и 2 прямоугольные внутренние области – содержащую наброску и расположенную над ней. Определяются параметры отраженных волн и воздействий. Результаты расчета сравниваются с экспериментальными данными.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Solitt C.K., Cross R.H. (1972) «Wave transmission through permeable breakwaters» Proc. 13th Coast Engrg. Conf., Vol. 3, ASCE, New York, 1827-1846.*
- [2] *Нуднер И.С., Максимов В.В., Бабчик Д.В. Моделирование взаимодействия поверхностных волн с проницаемыми преградами// Нелинейный динамический анализ-2007. Международный конгресс, посвященный 150-летию со дня рождения академика А.М.Ляпунова 4-8 июня 2007г. (Тезисы докладов). СПб, 2007. С. 298.*

Maximov V.V., Manojlin S.V., Nudner I.S. *The interaction of the waves with the partly permeable obstacles.*

The results of the experimental and theoretical research concerning water-waves action on the wave-protective structure are presented. The structure consists of the partly emerged into the water vertical front wall, back sidewall of the full profile and upper edge. The internal volume is partly filled by the concrete blocks or stone. It is assumed that the structure has a rectangular shape. A theoretical model of the wave-structure interaction is proposed. The fluid is considered as inviscid and incompressible, and its motion has the potential function. The loss of wave energy takes place inside the structure. All the fluid area is divided to three subareas: semiinfinite strip and two rectangular interiors: one containing the fill and the other placed over the latter. The reflected waves and wave action parameters are specified. The theoretical data are compared with the laboratory data.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ СОПРЯЖЕННЫХ ЗАДАЧ В
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ**Маламанов С. Ю., Павловский В. А.***Санкт-Петербургский государственный университет*

stevmal@mail.ru

Изучение поведения жидкостей, до недавних пор, было в большой степени ограничено экспериментальными методами, а для нужд практики использованием приближенных методов решения. Однако, с быстрым ростом производительности вычислительной техники, стало возможным изучать подобные процессы и рассчитывать характеристики механизмов и устройств на персональном компьютере до их изготовления.

Многие интересные и важные физические явления, а также условия работы машин находятся на стыке различных областей, для которых справедлив так называемый междисциплинарный подход. Как правило, взаимодействие двух и более физических полей находит воплощение в названиях: гидроупругость, тепло-массообмен, термоупругость и т.п. Так в гидроупругости взаимодействие жидкой среды с телом осуществляется через давление жидкости на поверхность этого тела, деформация которого, в свою очередь, вызывает локальное изменение структуры течения. Современные программные вычислительные комплексы позволяют ставить и решать подобные задачи.

В данной работе, несущей в большей степени методический характер, на примере решения модельных задач рассмотрена «технология» использования пакета прикладных программ для междисциплинарной области, в качестве которой была выбрана гидроупругость.

Malamanov S.J., Pavlovski V.A. *Modelirovanie of some conjugate problems in computing hydrodynamics.*

In the given operation, having methodical character, on an example of a solution of modelling problems «process engineering» of use of a package of applied programs for interdisciplinary field in which quality the hydroelasticity has been chosen is considered.

УРАВНЕНИЯ ОБТЕКАНИЯ ТЕЛА, ОГРАНИЧЕННОГО ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ $S^N(x, y, z) = 0$

Мануйлов К. В.

ОАО «НПК Высокие Технологии», Санкт-Петербург

nesma@list.ru

Аналитическое определение движения жидкости (сплошной среды), обтекающей твердое тело, ограничено известной гладкой алгебраической поверхностью $S^N(x, y, z) = 0$ гомеоморфной сфере имеет три составляющие. Первая из них возникает в результате определения движения точки жидкости по поверхности $S^N(x, y, z) = 0$ твердого тела, как движения по этой поверхности точки ее соприкосновения с неподвижной плоскостью при качении по ней этого твердого тела. Дифференциальные уравнения, описывающие качение этого тела по плоскости, преобразуются в дифференциальные уравнения Эйлера, описывающие движение жидкости по поверхности этого тела, но эти уравнения не дают описания движения толщи жидкости, приведенной в движение, движением в ней твердого тела. Вторая составляющая, имеющая топологическое происхождение, служит для описания движения точек жидкости, отстоящих на различные расстояния от поверхности $S^N(x, y, z) = 0$. Для этого необходимо найти функции, описывающие изменение сечений (слоев) гладкого расслоения, базой которой является поверхность $S^N(x, y, z) = 0$. Третья составляющая имеет своим источником проективную геометрию, в которой Абсолютной поверхностью является поверхность тела. Она позволяет определить мгновенное положение осей вихревых движений жидкости, обтекающей твердое тело.

В связи с этим, естественно определить дифференциальные уравнения Эйлера, описывающие движение жидкости, обтекающей твердое тело, ограниченное известной алгебраической поверхностью $S^N(x, y, z) = 0$, потоком сплошной среды, как уравнения, заданные на гладком расслоении, базой которого является эта поверхность.

Нам представляется, что это единственная физическая задача, приложение к которой теории расслоенных пространств является содержательным.

Manuylov K.V. *Differential equations for the flow around a body bounded by the elliptic surface $S^N(x, y, z) = 0$.*

It is given analytical description of the motion to liquids, flowing around rigid body, based upon determination of the differential equations Euler's, as equations given on smooth fibre bundle, base of which is a surface, bounding this body.

ИССЛЕДОВАНИЕ ШЕРОХОВАТОСТИ ПОВЕРХНОСТИ
ВИНЧЕСТЕРОВ**Мемнонов В.П., Ульянов П.Г.***Санкт-Петербургский государственный университет*

pokusa@star.math.spbu.ru

В проектируемых сейчас системах магнитной записи винчестерного типа характерный размер, расстояние между магнитной головкой и жестким диском, становится порядка длины свободного пробега молекул λ , и даже меньше его. Поэтому течения воздуха в таких каналах соответствуют переходному режиму, и уравнения Навье-Стокса для их описания должны быть заменены на решение самого уравнения Больцмана или численное моделирование на молекулярном уровне, как в методе прямого статистического моделирования Монте-Карло (ПСМ). В этом методе на последовательных малых временных интервалах прослеживается движение отдельных молекул в канале и их взаимные столкновения. При этом для соударений молекулы со стенкой нужно учитывать ее шероховатость, так как несмотря на совершенствование обработки поверхностей на микроуровне всегда имеются различные неровности. Их, а также случайные рифленности и волнистости поверхности на большем масштабе приходится описывать статистически. Микро неровности можно приближенно представлять в простейшей форме в виде микроплощадок, с краями над и под средним уровнем поверхности и имеющими нормали к нему, отличные от $\pi/2$ на некоторый угол β . При расчете взаимодействия газа с поверхностью в ее малой локальной области применяется диффузная модель, в которой падающая на поверхность молекула после релаксации вылетает обратно по косинусному закону Кнудсена, т.е. пропорционально косинусу угла к нормали, поэтому статистические характеристики положения нормали площадки по отношению к средней плоскости имеют большое значение для описания взаимодействия молекул с шероховатой поверхностью. С появлением атомно-силовых микроскопов эти характеристики можно теперь получать экспериментально. В нашей работе для измерений применялся атомно-силовой микроскоп Solver PRO-M. Сканирование производилось зондом в полуконтактном режиме с использованием кантилеверов NSG03. Измерения проведены для образцов поверхностей жестких дисков винчестеров в воздухе при мощном адсорбционном слое. Но именно такие условия характерны на практике, и к тому же косинусный закон Кнудсена как раз хорошо выполняется благодаря адсорбционному слою. Полученные выборки экспериментальных значений углов отклонений β с помощью гистограмм преобразованы в приближенные плотности функций распределения во взаимно перпендикулярных направлениях на образцах.

Memnonov V.P., Ulyanov P.G. *Investigation of surface roughness for winchesters.*

With the help of the measurements by atomic force microscope Solver PRO-M staistical characteristics of winchester surface roughness were obtained.

ПРОСТОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ МАРКОВА В
ОБОБЩЕННОЙ ПРОБЛЕМЕ МОМЕНТОВ**Мирошин Р. Н.***Санкт - Петербургский государственный университет*

Anatoly.Ryabinin@pobox.spbu.ru

Метод моментов зародился в конце девятнадцатого века в трудах П.Л. Чебышева и А.А. Маркова и снискал славу «чуда анализа». Впервые проблема моментов сформулирована П.Л. Чебышевым на языке механики, но впоследствии она приняла абстрактный вид. Центральной теоремой является теорема о предельных величинах интегралов, сформулированная П.Л. Чебышевым для степенных моментов и доказанная А.А. Марковым. Современному изложению этой теоремы предшествует большая по объему теория обобщенных многочленов. В докладе предлагается простое доказательство этой теоремы на основе обобщенных функций с точки зрения изопериметрической вариационной задачи, решаемой с помощью множителей Лагранжа. Естественным образом вводятся верхнее и нижнее главные представления для решений. Обсуждаются преимущества такого подхода для обучения методу. Приведены примеры использования теоремы в теории разреженного газа [1, 2].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Мирошин Р.Н.* О построении моделей функции рассеяния атомов газа поверхностью по коэффициентам обмена // *Аэродинамика: сб. статей / Под ред. Р.Н.Мирошина.* СПб.: ВВМ, 2004. С. 114–125.
- [2] *Мирошин Р.Н.* *Случайные процессы и поля (учебное пособие).* СПб.: НИИХ СПбГУ, 2003. 284 с.

Miroshin R.N. *The simple proof of Markov theorem in the field of generalized moments problem.*

The proof mentioned in the title is based on the solution of isoperimetrical variational problem with Lagrange factors.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК
КРЫЛЬЕВ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ ДЛЯ СУДОВОГО РУЛЯ В
НЕОДНОРОДНОМ ПОТОКЕ ПО МЕТОДУ Н. Н. ПОЛЯХОВА В
МОДИФИЦИРОВАННОЙ ВЕРСИИ «ДВА ЛЯМБДА»

Николаев В. И.

Национальный университет кораблестроения, Николаев, Украина

В реальных конструкциях крыло, рассматриваемое как целое, может состоять из частей с различными хордами и удлинениями, имеющими разнообразную форму в плане (прямоугольник, трапеция и т.п.), имеющих отклоняющуюся часть, находящихся под разными углами атаки и т.д. Для расчета таких крыльев автором была выдвинута концепция расчета по частям: сложное крыло в неоднородном потоке делится на части в зависимости от конструкции крыла, его геометрии и от степени неоднородности потока. Определяются характеристики каждой части с учетом взаимного влияния прилегающих частей с помощью серийных расчетов тонких крыльев по методу Н.Н. Поляхова. В основу метода Н.Н. Поляхова положена разработанная им теория несущей поверхности крыла малого удлинения. В противоположность изложенному предлагается более простой способ учета взаимного влияния частей крыла. Известно, что крыло малого удлинения «лямбда», одним концом упирающееся в стенку, параллельную потоку, имеет практически те же гидродинамические характеристики, что и свободное крыло, но с удвоенным удлинением «два лямбда». Следует взять расчетное удлинение каждой части в два раза больше геометрического (в некоторых очевидных случаях для отдельных частей — в три раза). Проверка, выполненная на примере судового руля за винтом, показала, что модифицированный метод «два лямбда» отражает все зависимости гидродинамических характеристик руля (для заданной конструкции) от угла поворота (перекладки).

Nikolaev V.I. *Determination of hydrodynamic characteristics of a wing of composite shape for a ship rudder in a non-homogenous flow by use of N.N. Polyakhov's method in the modified version «two lambda».*

The method is based on a concept of partial calculation therewith a wing is divided into parts depending on its geometry, design and flow non-homogeneity, then the characteristics of each part being calculated. The interaction of parts is taken into account by assumption of doubled geometrical aspect ratio of every part («two lambda» modified method). Parts obtained characteristics permit to yield the characteristics of a composite wing as a whole. A ship rudder working in the twirl of the ship screw propeller has been chosen for the experiment. The latter had shown a satisfactory agreement with the calculation by using the described «two lambda» method.

СХЕМА ПОЛУЧЕНИЯ НОВЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРЕНОСА ИЗ КОМБИНАЦИЙ УРАВНЕНИЙ НЕРАЗРЫВНОСТИ, ДВИЖЕНИЯ, ЭНЕРГИИ

Павловский В. А.

Санкт-Петербургский государственный университет
v.a.pavlovsky@gmail.ru

Комбинации из уравнений неразрывности и движения позволяют получать новые соотношения, полезные при исследовании разного рода процессов переноса в области механики жидкости и газа. Так, если применить к уравнению неразрывности оператор производной по времени, а к уравнению движения — оператор дивергенции, то размерности обоих уравнений выравниваются, что позволяет их сложить и получить важное для акустики уравнение Лайтхилла. Другие комбинации этих уравнений оказываются полезными при поиске различных аппроксимаций для корреляций пульсационных величин в полуэмпирической теории турбулентности. Использование в качестве объекта для комбинаций уравнения энергии позволяет расширить круг такого рода соотношений, что оказывается важным при исследовании неизотермических течений жидкости. Возникающие при этом уравнения переноса различных физических величин помогают проведению анализа поведения этих величин в потоках жидкости и газа.

Pavlovsky V.A. *Mechanism of generation new transport equations from a combination of continuity, motion and energy equations.*

Various combinations of continuity, motion and energy equation are considered. New transport equations generation ability for liquid flow physical magnitudes conduct investigation are indicated.

РАЗНЫЕ СТАДИИ ПРОСТРАНСТВЕННО ОДНОРОДНОЙ РЕЛАКСАЦИИ ДИССОЦИИРУЮЩЕГО ДВУХАТОМНОГО ГАЗА

Панневиц О. В., Рыдалевская М. А.

Санкт-Петербургский государственный университет
rydalevska@rambler.ru

Исследуется процесс пространственно однородной релаксации диссоциирующего двухатомного газа из гомоядерных молекул. В выведенном из состояния равновесия изолированном объеме газа выделяются стадии поступательно-вращательной, начальной колебательной и несколько стадий колебательно-химической релаксации, последняя из которых приводит к установлению полного термодинамического и химического равновесия. На каждом из выделенных этапов релаксации вычисляются значения определяющих интенсивных параметров, химический состав газа и заселенности колебательных уровней.

Pannevits O.V., Rydalevska M.A. *Different stages of space homogeneous relaxation in dissociating diatomic gas.*

Relaxation process in space homogeneous dissociating diatomic gas of homonuclear molecules are studied. For each relaxation stage basic intensive parameters, chemical composition and the populations of vibrational levels are determined.

О КРУПНОМАСШТАБНЫХ ВОЛНОВЫХ ДВИЖЕНИЯХ В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОЙ ЖИДКОСТИ

Перегудин С. И., Холодова С. Е.

Санкт-Петербургский государственный университет

peregudinsi@yandex.ru

Проводится исследование механизмов генерации магнитного поля Земли вследствие трехмерного крупномасштабного движения невязкой, несжимаемой, неоднородной (стратифицированной) идеально проводящей электропроводной вращающейся жидкости, сосредоточенной в жидком земном ядре. Согласно имеющейся в настоящее время гипотезы С.И. Брагинского [1] в динамику магнитного поля существенный вклад вносит движение представленной жидкости непосредственно в тонком, примыкающем к мантии, слое.

Предложенная математическая модель исследуемого физического процесса представляет собой замкнутую систему уравнений в частных производных, состоящую из уравнений гидродинамики с учетом вращения Земли, силы Лоренца и соответствующих уравнений магнитной динамики с необходимыми граничными условиями. С использованием сферических координат и масштабов функций производится анализ математической модели, пригодной для расчета трехмерных движений с большими временным и пространственным горизонтальным масштабом, сравнимым с радиусом Земли. Указанный метод анализа позволяет, не ограничиваясь эвристическими рассуждениями, вывести общие геострофические уравнения, описывающие движения как однородной, так и стратифицированной электропроводной вращающейся жидкости. Основная идея анализа состоит в построении схемы последовательных приближений, в которой геострофическое приближения является первым шагом.

Получено аналитическое решение системы нелинейных уравнений в частных производных, моделирующей геострофическое движение в слое идеальной электропроводной стратифицированной вращающейся жидкости. Анализ структуры представленных полей магнитогидродинамических величин позволяет сделать вывод о справедливости гипотезы С.И. Брагинского о существовании сильных изменений в тонком слое земного ядра, примыкающем к границе с мантией.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Брагинский С.И.* Волны в устойчиво стратифицированном слое на поверхности земного ядра // *Геоматнеззм и аэрономга.* 1987. № 3. С. 476–482.

Peregudin S.I., Kholodova S.E. *About large-scale wave motions in the stratified electrical conducting liquid.*

This article is about large-scale wave motions in the stratified electrical conducting liquid.

К ВОПРОСУ ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ РОТОРА В ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПОДШИПНИКАХ

Подольский М. Е.

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет

ttt88@mail.ru

В работах по теории устойчивости движения в качестве примера дестабилизирующего действия циркуляционных сил рассматриваются роторы, вращающиеся в гидродинамических подшипниках или в аэродинамической среде. При этом обычно считается, что дестабилизирующим фактором являются силы трения. Анализ, выполненный в настоящей работе, показал, что основное влияние на потерю устойчивости оказывают гидродинамические давления в зазоре, а силы трения в их непосредственном воздействии на ротор могут играть как дестабилизирующую, так и стабилизирующую роль. Выяснен физический смысл и дана элементарная трактовка полученных результатов.

Podolsky M. E. *On the stability of rotor motion in hydrodynamic bearings.*

As an example of influence of circular forces on motion stability, rotor in hydrodynamic bearings or in aerodynamic medium is considered. It is usually supposed that the main factor of stability loss is existence of friction forces acting on the rotor. It is shown in present work that the main cause of instability is pressure in the clearance. Friction forces can play not only destabilization, but also stabilization role. Physical sense of results received is clarified and their elementary interpretation is done.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ВЛИЯНИИ ПЛАЗМЫ МИКРОВОЛНОВОГО РАЗРЯДА НА АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕЛ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

Полянский А. Ф., Лашков В. А., Цителов И. М.

Санкт-Петербургский государственный университет

Alexandr.Polyansky@paloma.spbu.ru

В работах [1, 2] и других был развит итерационно-маршевый метод (ИММ) численного интегрирования систем уравнений Навье–Стокса применительно к стационарным и нестационарным задачам о движениях несжимаемых и сжимаемых сред. Предложена и обоснована вытекающая из математического формализма ИММ модифицированная численная схема. Она применяется к уравнениям, записанным в нестационарной форме. Ее можно рассматривать как схему интегрирования на основе принципа установления. В отличие от существующих схем такого рода она одинаково эффективна для задач гидродинамики и газодинамики. В настоящей работе рассматривается продольное обтекание круглого цилиндра, имеющего плоский торец и плоский кормовой срез. Расчеты производились на неравномерной сетке со сгущением вблизи вертикальной стенки. Расчеты проводились для чисел Маха равных $M = 0.95, 2$. Безразмерное значение $r_0 = 1$, длина $l = 3$. Маршевое направление совпадает с направлением невозмущенного потока. Порядок аппроксимации вдоль маршевого направления снижается до первого лишь в соседних с вертикальными стенками граничных точках. Граничные условия: прилипания на твердой поверхности; условия симметрии на оси; на левой и внешней границах вектор скорости тот же, что и в набегающем потоке; нормальная производная от давления принимается равной нулю; на правой границе области давление то же, что и в набегающем потоке; для остальных переменных ставятся мягкие условия.

Получены аэродинамические характеристики в процессе взаимодействия тонкой ограниченной по длине области газа с пониженной плотностью с ударным слоем на затупленном цилиндре.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Полянский А.Ф., Скурин Л.И. Безытерационная маршевая схема решения нестационарных задач гидрогазодинамики на основе уравнений Навье–Стокса // Вестн. СПбГУ. Сер. 1. 2001. Вып. 2 (№8). С. 103-109.
- [2] Полянский А.Ф., Скурин Л.И. Решение нестационарных задач газодинамики итерационно-маршевым методом // Вестн. СПбГУ. Сер. 1. 2002. Вып. 2 (№8). С. 103-109.

Polyansky A.F., Lashkov V.A., Tsitelov I.M. *The solution of the problem on influence of plasma of the microwave discharge on aerodynamic characteristics of bodies in the supersonic stream.*

Results on distribution of pressure, general force of resistance in the course of interaction of the thin area of gas limited on length with the lowered density with a shock layer on the blunt-nose cylinder are received.

ВЛИЯНИЕ ДИСПЕРСИИ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ГАЗА С
ПОВЕРХНОСТЬЮ**Прозорова Э. В.***Санкт-Петербургский государственный университет*

prozorova@niimm.spbu.ru

В основе механики сплошной среды лежат законы сохранения массы, импульса и энергии. К основополагающим законам сохранения, кроме того, относится закон сохранения момента количества движения. При классическом подходе закон сохранения момента количества движения не выстраивается, он вырождается в условие симметрии тензора напряжений. Математически данное обстоятельство следует из выбора в качестве условия равновесия условия равновесия сил. Выбор в качестве условия равновесия условия равновесия момента приводит к новым формулировкам уравнений. Следовательно, при условии равновесия сил приходим к частной классической формулировке механики сплошной среды. Первоначальная (классическая) формулировка законов сохранения базировалась на замкнутости элементарных объемов для обмена касательными составляющими физических переменных, что и приводило к формулировкам условий равновесия для сил. Являясь открытой системой, элементарный объем обменивается компонентами всех физических величин во всех направлениях.

Учет вращательных движений внутри объема (результат действия момента) приводит к несимметричному тензору напряжений и дополнительному уравнению для момента количества движения, которое обычно выписывается только для ферромагнетиков или для частиц с внутренней структурой. Обычные предположения о пренебрежении процессами внутри объема, основанные на оценке порядков действующих на элементарный объем сил на его поверхности и внутри объема, требуют пересмотра.

Многообразие вариантов поверхности и внешних воздействий затрудняет создание единой методики построения граничных условий даже для классического случая.

Общепринятые граничные условия скольжения и температурного скачка для переходного режима течения, когда газ еще не разрежен, но проявляет дискретные свойства, заставляет пересмотреть концепции кнудсеновского слоя и функции рассеяния молекул газа поверхностью как функции скоростей падающей и отраженных молекул. В работе обсуждается вариант постановки граничных условий.

Prozorova E.V. *Influence of the dispersion at interaction gas with surface.*

Present paper is devoted to formulation of equilibrium conditions as conditions of equilibrium angular moment for continuous mechanics. Then equilibrium conditions of forces are the special case of more common conditions of equilibrium of angular moment. We discuss the problems that can be appearing to considerate the angular moment variation in an elementary volume near the surface.

EXPERIMENTAL INVESTIGATION AND SIMULATION OF THE HEAT EXCHANGE DURING COLD GAS DYNAMIC SPRAYING

Ryabinin A. N.¹, Irissou E.², Legoux J.-G.², Moreau C.²¹ *Saint-Petersburg State University, Russia*² *Industrial Materials Institute — National Research Council Canada*

anatoly.ryabinin@pobox.spbu.ru

We present the results on investigations of the temperature evolution of substrate surface during cold gas dynamic spray experiments. The experiments were performed without injection of solid particles in the supersonic jet.

Two dimensions, time-resolved thermographic measurements were carried out with a high speed infrared camera on substrates surface having impinging supersonic jet. The time resolution was set to 15 ms and the lens system provided a spatial resolution of approximately 0.6 mm. Two types of experiments were performed: (1) stationary nozzle in the middle of a substrate and (2) moving nozzle. The effect of gas stagnation pressure and temperature, stand of distance, gas nature (He, Air and N₂), substrate materials, substrate's dimensions and shapes, substrate temperature, and, nozzle traverse speed has been studied. The results were obtained with three cold spray systems having each specific axisymmetric nozzle designs. In addition, Schlieren technique has been used for imaging the supersonic flows. Differences between results obtained with different nozzle configurations are explained by the difference in the structure of gas flow.

A mathematical model of the heat exchange was developed. For the numerical heat exchange calculation, a computer based program was developed and some of the parameters have had to be determined from the experiments on one substrate material. The results of calculations are in good agreement with all experiments for different substrate materials and dimensions.

Рябинин А.Н., Ирису Э., Лёгу Ж.-Г., Моро К. *Экспериментальное исследование и моделирование теплообмена в холодном газодинамическом напылении.*

Настоящая работа посвящена исследованию теплового режима напыляемого образца в холодном газодинамическом напылении. Все эксперименты по измерению температуры поверхности образца проводились без частиц в потоке газа. Принятая модель теплообмена между сверхзвуковой струей газа и образцом дает результаты, согласующиеся с экспериментом.

ТРАНСЗВУКОВОЕ ОБТЕКАНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛ С
НАДКАЛИБЕРНОЙ ГОЛОВНОЙ ЧАСТЬЮ

Семенов Д. С.

Санкт-Петербургский государственный университет

semyonov_ds@mail.ru

Проведённые численные исследования трансзвукового обтекания ракет с надкалиберной головной частью показали наличие неустойчивости течения, связанной со слиянием-расщеплением локальных сверхзвуковых зон. При некотором значении скорости набегающего невозмущённого потока в районе головной части наблюдаются, как правило, две сверхзвуковые области, заканчивающиеся ударными волнами. С дальнейшим увеличением скорости данные области могут иметь тенденцию к сближению с последующим объединением и образованием одной общей области. Процессы объединения и расщепления сверхзвуковых областей до конца не изучены, однако было обнаружено, что, как и в случае с двумерными профилями [1, 2], для трёхмерного осесимметричного тела также возможно скачкообразное слияние-расщепление, приводящее к перестройке картины обтекания. При этом коэффициент подъёмной силы также изменяется скачкообразно.

В рамках данной работы сделана попытка оценить величину коэффициента подъёмной силы и его изменение в момент слияния-расщепления сверхзвуковых областей.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Hafez M.M. and Guo W.H.* Some anomalies of numerical simulation of shock waves. Part I: Inviscid flows // *Computers and Fluids*. 28, no 4-5, 1999, pp. 701-719.
- [2] *Кузьмин А.Г., Иванова А.В.* The structural instability of transonic flow associated with amalgamation/splitting of supersonic regions // *Journal of Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, Springer Vol. 18 № 5, Nov. 2004, pp. 335-344.

Semyonov D.S. *Transonic flow over axisymmetric bodies with enlarged payload fairings.*

Numerical simulation of transonic flow over enlarged payload fairings reveals flow instability at transonic regimes involving amalgamation/splitting of the local supersonic regions. Usually two supersonic regions terminating with shock waves exist in the flow for some subsonic value of the free-stream velocity. As the velocity increases these regions tend to approach each other followed by their amalgamation and making one joint supersonic region. Exact processes of the amalgamation/splitting are not yet well known but it has been found that, like in case of 2D airfoils [1,2], amalgamation/splitting with a jump is also possible for 3D axisymmetric body. It also results in jumps of the lift coefficient.

This project is focused on the determination of the lift coefficient values and its alteration when supersonic regions coalesce/split.

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ В ТИПОВЫХ ЭЛЕМЕНТАХ ГИДРОСИСТЕМ

Синильщиков В. Б.*Балтийский государственный технический университет, Санкт-Петербург*

vbsin@rambler.ru

Проблема математического описания работы гидросистем при ударных и высокочастотных нагрузках к настоящему времени не имеет удовлетворительного решения. Сложность представляет необходимость совместного учета вязких и инерционных эффектов с одной стороны и волновых процессов — с другой. Прямое решение уравнений динамики сжимаемой жидкости численными методами в практических задачах неприемлемо из-за большой вычислительной трудоемкости.

Продуктивнее следующий подход. Гидросистема разбивается на объемы (цилиндр, труба и др.), для которых записываются нульмерные или одномерные уравнения гидродинамики сжимаемой жидкости. Границами объемов являются местные гидравлические сопротивления (дроссель, клапан и др.). Для дросселя [1] средняя скорость истечения представляется в виде суммы гидродинамической и акустической составляющих. Первая характеризует течение жидкости и учитывает как инерционные, так и вязкие эффекты. Она определяется из уравнения динамики, записанного для определяемой эмпирически приведенной массы жидкости, истекающей через дроссель. Структура уравнения такова, что при установившемся течении оно превращается в обычное уравнение для потерь полного напора, используемое в гидравлике. Акустическая составляющая характеризует волновые процессы и определяется по соотношению для распада разрыва, причем из перепада давления исключаются гидравлические потери.

Для клапанов, как показывают оценки, можно пренебречь акустической составляющей скорости, рассматривая только гидродинамическую. Система является системой переменного состава и имеет 4 степени свободы: сам клапан, жидкость, истекающая через клапанный зазор, присоединенные массы жидкости со стороны наружной и внутренней поверхностей клапана (введение этих степеней свободы необходимо для корректного учета демпфирующих сил). Для данной системы записываются уравнения Лагранжа 2-го рода.

Для тестирования моделей была проведена серия сравнительных расчетов по данной модели и по модели, основанной на уравнениях гидродинамики сжимаемой жидкости. Расчеты показали хорошее совпадение, в том числе по условиям возникновения автоколебаний.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Синильщиков В.Б.* Расчет нестационарных процессов в элементах гидравлических систем // Межд. конф. «Пятое Окуневские чтения». Сб. тр. конф. СПб, 2007, т.1.

Sinilshchikov V.B. *The phenomenological model of non-stationary processes in standard elements of hydraulic systems.*

The model that describes non-stationary processes in the fluid flowing through a throttle and a valve is considered. The model takes into account inertial, viscous, and ripple effects.

СТОХАСТИЧЕСКИЕ ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В ГЕМОДИНАМИКЕ

Цибаров В. А.*Санкт-Петербургский государственный университет*
tsibarov@mail.ru

Движение форменных элементов крови в живом организме носит стохастический характер. Поэтому применение стохастических законов сохранения в гемодинамике оправдано и целесообразно. Однако такой подход не получил еще широкого распространения при описании указанных сред. Последовательно он развивался в работах автора и его соавторов, начиная с 1997 г. Но даже в рамках этих исследований предлагалось 3 модели, учитывающие влияние градиента скорости на результат соударения форменных элементов: модель с эффективной корреляционной функцией, что приводит к наиболее сложным макроскопическим уравнениям переноса (уравнениям гемодинамики); релаксационная стохастическая модель с модифицированным временем релаксации; модель, учитывающая влияние градиента скорости на результат соударения путем введения соответствующего множителя. Последняя модель позволяет максимально воспользоваться результатами, уже полученными в кинетической теории газов и газовзвесей [1]. Сказанное говорит о необходимости обсуждения предложенных стохастических моделей с точки зрения простоты, общности и целесообразности. Следует подчеркнуть, что для всех них доказана H-теорема, т. е. доказан выход на равновесный режим и удовлетворение принципу неубывания энтропии. Важным аспектом применения стохастического подхода является получение зависимости коэффициентов переноса от энергии хаотического движения включений, их частоты соударений, гидродинамического поля и объемной доли форменных элементов, чего не дает традиционный подход. Проблема строгой верификации стохастических моделей связана с интегральным характером экспериментальных данных, а обратная задача относится к классу некорректных. Для любых гетерогенных сред существует проблема перехода от лабораторных условий к натурным. Для крови это переход *in vitro* (*in glass*) \rightarrow *in vivo*. В методе оптимизации [1] этот переход также постулируется.

Дается замкнутая постановка иерархии задач макрогемодинамики.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Цибаров В.А. Кинетический метод в теории газовзвесей. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 1997. 192 с.

Tsibarov V.A. *Stochastic conservative laws in hemodynamics.*

Quality properties of stochastic models are discussed. Closed systems of hemodynamic equations are derived.

ПЛОСКОЕ НАПОРНОЕ ТЕЧЕНИЕ КУЭТТА В СВЕТЕ ЕДИНОЙ
ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОЙ МОДЕЛИ**Чистов А. Л.***Санкт-Петербургский государственный университет*
chisalex@mail.ru

Плоское напорное течение Куэтта является двухпараметрическим случаем простого сдвигового течения. Ввиду важности практических приложений ему посвящено большое количество экспериментальных и теоретических работ. Для турбулентного режима это течение является в определенном смысле эталонным, позволяющим выявить достоинства и недостатки тех или иных моделей турбулентности. В работе для исследования этого течения использована единая ламинарно-турбулентная модель, разработанная профессором В.А. Павловским. Расчеты по этой модели хорошо согласуются с опытом, а для многих значений параметров и с теоретическими результатами других авторов. Кроме того, при малых числах Рейнольдса имеет место предельный переход к известному решению для ламинарного режима.

Chistov A.L. *Flat enforced Couette flow from the standpoint of unified laminar-turbulent model.*

Flat Couette flow in the duct under constant longitudinal pressure gradient is considered. Unified laminar-turbulent model developed by professor Pavlovsky was used to obtain two-parameter task decision. Received quadratures are valid for whatever Reynolds numbers corresponding both laminar and turbulent flow regimes. Limitary transfer under small Reynolds numbers to well-known velocity profile analytical expressions contained in G. Schlichting monograph is demonstrated. Obtained velocity profiles and resistance laws are compared with experimental data and other authors calculation.

ПОДВИЖНОСТЬ И ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИОНОВ В
УМЕРЕННЫХ И СИЛЬНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ**Эндер А. Я.¹, Эндер И. А.², Герасименко А. Б.¹**¹ *Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе РАН, Санкт-Петербург*² *Санкт-Петербургский государственный университет*

andrei.ender@mail.ioffe.ru

Одним из важнейших современных методов расчета коэффициентов переноса и функции распределения (ФР) по скоростям является моментный метод, основанный на разложении ФР по собственным функциям линейного интеграла столкновений для максвелловских молекул. В [1, 2] предложен способ расчета матричных элементов интеграла столкновений, позволивший сделать моментный метод пригодным для построения ФР вплоть до 5-10-ти тепловых скоростей. Однако, как показали наши работы по изучению движения ионов в электрическом поле [3], если в слабых и умеренных полях этот метод прекрасно себя зарекомендовал, то в очень сильных полях разложенная по таким полиномам ФР расходится.

В докладе показано, как эта трудность преодолевается, если проводить разложение ФР только по сферическим гармоникам. При этом уравнение Больцмана переходит в систему интегро-дифференциальных уравнений с ядрами, зависящими только от модулей скоростей. Показано, как используя известные ядра для модели твердых шаров, можно существенно увеличить электрическое поле, при котором находится подвижность и ФР, а также расширить область сходимости ФР. Результаты проиллюстрированы большим количеством примеров.

Работа поддержана грантом РФФИ 06-08-01104.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Эндер А.Я., Эндер И.А.* Интеграл столкновений уравнения Больцмана и моментный метод. СПб. 2003. 224 с.
- [2] *Ender A.Ya., Ender I.A.* Polynomial expansions for the isotropic Boltzmann equation and invariance of the collision integral with respect to the choice of basis functions // *Phys. Fluids*.1999. Vol. 11. p. 2720.
- [3] *Ender A.Ya., Ender I.A.* Distribution function and transport properties of the ions moving in a neutral gas under external electric field. // *Proc. RGD 25th 2007.* p.1023.

Ender A.Ya., Ender I.A., Gerasimenko A.B. *Mobility and distribution function of ions at moderate and strong electric fields.*

Under discussion is an extension of the domain of convergence of the distribution function (DF) polynomial expansion during transition from an extension in terms of the Barnett's functions to that of the spherical harmonics. In so doing the value of the electric field, at which the mobility and DF are to be found, can be successfully increased, the domain of DF convergence being extended.

СЕКЦИЯ IV.
МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО
ТВЕРДОГО ТЕЛА

SECTION IV.
MECHANICS OF SOLIDS

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ КОНИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С МАЛЫМ УГЛОМ КОНУСНОСТИ

Абакумов П. А., Смирнов А. Л., Харунжий А. А.

Санкт-Петербургский государственный университет

a_l_smirnov@mail.ru

Целью данной работы стало сравнительное исследование свободных колебаний тонких конических оболочек с малым углом конусности численными (ортогональной прогонки, конечных элементов) и асимптотическими методами. Основное внимание уделялось поведению собственных частот и форм колебаний при изменении малого параметра – угла конусности. Рассматривались как осесимметричные, так и неосесимметричные колебания оболочек разной толщины и с разными граничными условиями.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 07.01.00250а.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Абакумов П. А., Смирнов А. Л.* Анализ осесимметричных колебаний цилиндрической оболочки // Труды семинара «Компьютерные методы в механике сплошной среды» 2006–2007 гг. Изд. СПбГУ. 2007. С. 142–151.
- [2] *Бауэр С. М., Смирнов А. Л., Товстик П. Е., Филиппов С. Б.* Асимптотические методы в механике твердого тела. Ижевск. Издат. рег. и стохаст. динамики. 2007.

Abakumov P.A., Smirnov A.L., Kharunzhy A.A. *Free vibrations of conic shells with small angle at the vertex.*

The purpose of the research is a comparative study of free vibrations of thin conic shells with small angle at the vertex by means of numerical (orthogonal sweep method and FEM) and asymptotic methods. The main attention was paid to behavior of free frequencies and vibration modes when small parameter of the vertex angle varies. Both axisymmetric and non-axisymmetric vibrations of the shell with different boundary conditions were considered.

ГАШЕНИЕ БЕГУЩИХ ЛОКАЛИЗОВАННЫХ ВИБРАЦИЙ В СЛОИСТОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАГНИТОРЕОЛОГИЧЕСКИХ КОМПОЗИТОВ

Авдошка И. В.¹, Михасев Г. И.²

¹ *Белорусский государственный аграрный технический университет, Минск*

² *Белорусский государственный университет, Минск*

Mikhasev@bsu.by

Рассматривается тонкая упругая трехслойная цилиндрическая оболочка с косыми краями, которая может быть некруговой и иметь переменную по окружной координате толщину.

В качестве исходных использованы уравнения [1], в основу которых положены обобщенные кинематические гипотезы Тимошенко [2].

Заполнителем является магнитоэологический композит, который характеризуется комплексным модулем сдвига, переменным по окружной координате и времени. Значения действительной и мнимой частей комплексного модуля сдвига обусловлены величиной магнитного поля.

Цель исследования – выявление закономерностей гашения бегущих вибраций при помощи переменного по времени магнитного поля.

Решение построено в виде суперпозиции бегущих в окружном направлении волновых пакетов, локализованных возле некоторых подвижных образующих оболочки. Проведены расчеты, показывающие зависимость характеристик волнового пакета от растущих во времени действительной и мнимой частей комплексного модуля сдвига.

Работа выполнена при финансовой поддержке и в рамках задания «Механика 2.22» ГКПНИ «Механика» Республики Беларусь.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Mikhasev G., Seeger F., Gabbert U.* Local buckling of composite laminated cylindrical shell with oblique edge under external pressure: Asymptotic and finite element simulations // *Technische Mechanik*. 2001. Band 21. Heft 1. P. 1–12.
- [2] *Григолюк Э.И., Куликов Г.М.* Многослойные армированные оболочки: расчет пневматических шин. М.: Машиностроение, 1988.

Avdoshka I.V., Mikhasev G.I. *Suppression of localized running vibration in laminated cylindrical shell using magnetorheological materials.*

The influence of increasing in time real and imaginary parts of complex shear modulus on localized near some generatrix wave packet motion is studied.

РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ КУСОЧНО-ОДНОРОДНЫХ ЗАДАЧ
ГЕОМЕХАНИКИ МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**Бобылев Д. Е.***Криворожский государственный педагогический университет, Украина*

bob_d@i.ua

Одно из перспективных направлений в вопросе охраны горных выработок состоит в локальном изменении напряженного состояния массива с целью искусственного управления горным давлением и деформационными процессами в горной выработке (разгрузка за счет пустот, сделанных вбок выработки, щелевая разгрузка и т.п.). Все эти способы связаны с образованием в приконтурном массиве горной выработки пустот. Исследовалось влияние этих пустот на напряжено-деформированное состояние в окрестности выработки. Одним с путей оптимизации данного метода разгрузки является изменение конфигурации продольного сечения щели. Основной задачей нашего исследования было выявление с помощью методов компьютерного моделирования оптимальных параметров разгрузочной щели. Решены следующие задачи: 1) определена оптимальная длина и высота разгрузочной щели; 2) исследован характер действия щели на расстоянии от концентратора напряжений. Вычисления проводились непрямым методом граничных элементов с регуляризацией с учетом того, что при создании разгрузочные щели наполняются сыпучим материалом, коэффициент бокового распора которого меньше, чем в других частях горного массива, т.е. расчетная схема учитывала кусочную однородность задачи.

Bobyliiev D.E. *The boundary-element method for zonally-homogeneous solids is applied to solve the problems of Geomechanics.*

The stress-strain state of mine using some local unloading method is investigated. The indirect boundary-element method for zonally-homogeneous solids is applied to solve the problems. The numerical solution algorithm is elaborated, the application of software is created, and numerical experiments demonstrating the capabilities the approach being proposed are carried out.

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ АДАПТИВНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯХ

Ватульян А. О.*Южный федеральный университет, Ростов-на Дону*

vatulyan@math.rsu.ru

Представлена модель адаптации биологических тканей к нагрузкам и изложены возможности ее приложения к ремоделированию костной ткани. В рамках модели линейной неоднородной теории упругости рассмотрены 2 подхода к вопросу адаптации твердых биологических тканей, которая происходит в силу изменении законов неоднородности под действием некоторых нагрузок в соответствии с законом Вольфа [1]. В рамках этих подходов принимается, что адаптация происходит либо 1) при удалении части ткани, 2) либо связана с заменой части ткани имплантантом с известными свойствами. Сформулирована задача отыскания законов изменения модулей упругости из некоторых оптимизационных задач при фиксированной нагрузке, причем в качестве механизма реализации предложено рассматривать закон изменения пористости как управляющую функцию. В качестве критериев оптимальности предложены 1) минимальность уровня общей потенциальной энергии системы 2) минимальность функционала невязки между полученным в результате перестройки уровнем деформаций и физиологическим уровнем при наличии некоторых ограничений на модули. Построено вариационное уравнение, в котором варьируются не только поля смещений, но и модули упругости. На основе предложенных критериев построен итерационный процесс, на каждом шаге которого решается краевая задача неоднородной теории упругости. Анализ этой последовательности задач позволяет определять искомые законы. Рассмотрены частные примеры определения законов неоднородности модулей для простейших видов деформаций для тел простой геометрии.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Резирер С. А., Штейн А. А.* Механические аспекты процессов роста, развития и перестройки биологических тканей // Итоги науки и техники. Комп. и спец.разделы механики. № 1. -М. ВИНТИ,1985. 3–142.

Vatulyan A.O. *On a model of adaptive elasticity theory and its applications.*

It is proposed to model bone tissue adaptation of loads using a variational approach. There are criteria for best value, and control function is a fabric porosity. A sequence of heterogeneous elasticity theory boundary problems defining adaptation laws as a dependency modulus of coordinates is built.

УСТОЙЧИВОСТЬ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ, АРМИРОВАННОЙ
НИТЯМИ**Викторов И. В.***Санкт-Петербургский государственный университет*

viktorov_i@inbox.ru

Рассматриваются локальные формы потери устойчивости безмоментного осесимметричного напряженного состояния тонкой упругой сферической оболочки. Предполагается, что оболочка подкреплена двумя системами нитей, наклонёнными под углами θ и $-\theta$ к образующим. Проводится сравнение результатов локального подхода и численного интегрирования системы при различных граничных условиях. В работе рассматривается изменение параметра критического нагружения и формы потери устойчивости в зависимости от угла армирования и распределения волокон по толщине. Обсуждается подкрепляющий эффект нитей в сравнении с изотропной оболочкой. Найдены наилучшее и наихудшее расположения волокон с точки зрения максимальной устойчивости оболочки.

При постоянном угле намотки нитей плотность армирования меняется с изменением расстояния до оси вращения, что является причиной локализации формы потери устойчивости вблизи наиболее слабой параллели. Использование локального подхода позволяет определить зависимость угла армирования от координаты вдоль образующей, при которой наиболее слабых параллелей у оболочки не образуется. Это позволяет уменьшить объём нитей без уменьшения параметра критического нагружения.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 07.01.00250а.

Viktorov I.V. *Stability of spherical shell reinforced by fibers.*

Local forms of the buckling of the momentless axisymmetric stress condition of the thin elastic spherical shell are considered. It is assumed that the shell is reinforced by two systems of fibres inclined at angles θ and $-\theta$ to the generatrix. The buckling forms of isotropic and orthotropic shells are considered and the comparison of these forms is conducted. The optimum reinforcement by fibers is suggested.

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ
ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УПРУГОГО ПРОСТРАНСТВА
СО СФЕРИЧЕСКИМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ**Гасратова Н. А.***Санкт-Петербургский государственный университет*
gasratova_na@mail.ru

Осесимметричная задача линейной теории упругости в большинстве литературных источников решается либо в перемещениях с использованием уравнения Ламе, либо с использованием функции Лява. В данной работе представлен иной подход. Решение задач ищется в напряжениях, когда основная система уравнений содержит два уравнения равновесия и два уравнения сплошности. Большое внимание уделено исследованию задач, которые содержат сферические неоднородности, так как на их основе можно получить решения задач с неоднородностями по форме близких к сферическим. Решение представлено в виде степенных рядов по косинусу угла между осью вращения и радиусом сферы. Коэффициенты этих рядов, зависящие от радиальной координаты сферической системы координат, вычисляются при помощи системы обыкновенных дифференциальных уравнений типа Эйлера. Преимущество представленного здесь подхода заключается в том, что неизвестные этой системы совпадают с кинематическими и статическими краевыми величинами, а это в свою очередь упрощает удовлетворение краевых условий на сферической поверхности. При этом вычисление напряжений сводится к алгебраическим операциям. В качестве примеров даны аналитические решения задач для упругого пространства:

- со сферической полостью под действием гидростатического давления;
- со сферической полостью при одноосном растяжении;
- с жестким сферическим включением при одноосном растяжении.

Gasratova N.A. *Some way for solving of linear axisymmetric problem of elastic medium with sphere-shaped heterogeneity.*

In linear theory of elasticity it is possible to solve problems in displacements or stresses. The second approach is preferable when displacements are not required. But this approach is convenient to use if the static boundary conditions as well as cinematic ones are formulated in stresses. It is possible for axisymmetric and plane problems and also for problems of linear shell theory. Therefore the basic equations in terms of stresses are used to investigate the axisymmetric stress-strain state of elastic space with spherical rigid inclusion or spherical cavity. Analogous problem is considered with the Boussinesq stress functions by W. Nowacki. The solution is presented as series of spherical functions and r – radial coordinate power. In the present paper the solution is expressed in the form of $\cos\theta$ power series. The series coefficients depending on r are defined from the system of differential equations that are reduced to the form that suitable for integrating. The derived relations may be useful to solve the axisymmetric problems in which boundary conditions are given at the close to sphere surfaces.

ИЗГИБНЫЕ КОЛЕБАНИЯ СВОБОДНОЙ СИСТЕМЫ ИЗ ДВУХ СОПРЯЖЕННЫХ ПОД УГЛОМ СТЕРЖНЕЙ

Гаврилов Д. Н., Зегжда С. А.

Санкт-Петербургский государственный университет
dimonicman@mail.ru

Рассматривается упругая система, состоящая из двух одинаковых стержней, жестко связанных с друг другом под заданным углом. Биссектриса этого угла лежит в плоскости симметрии системы, и концы стержней, не лежащие на ней, являются свободными. Для стержней в форме конуса и клина точное решение задачи об определении собственных частот и собственных форм найдено в функциях Бесселя. Построено также приближенное решение, основанное на рассмотрении изгибающего момента и перерезывающей силы, возникающих в месте соединения стержней как обобщенных лагранжевых координат [1]. Показано, что погрешность приближенной аналитической формулы для первой частоты не превосходит для клина 0.2%, а для конуса 0.5% при всех углах между стержнями.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Зегжда С.А., Солтаханов Ш.Х., Юшков М.П. Уравнения движения неголономных систем и вариационные принципы механики. Новый класс задач управления. М.: Наука, 2005. 269 с.

Gavrilov D.N., Zegzhda S.A. *Bending vibrations of free-ends mechanical system consisting of two connected angularly bar.*

For this system the exact solution for the bar in the wedge and cone shape is obtained. By considering moment of deflection and lateral force, applied to connection point, as the generalized Lagrangian coordinates the approximate solution is received. Comparison of the exact and approximate solution gives the small error on the first frequency.

НЕКОТОРЫЕ МОДЕЛИ ДЕФЕКТОВ СЛОИСТЫХ СТРУКТУР

Греков М. А.*Санкт-Петербургский государственный университет*
mgrekov@mg2307.spb.edu

Малые отклонения внешней границы и межфазной поверхности от плоскости, а также слабо искривленные трещины и тонкие включения на межфазной границе и вблизи нее относятся к дефектам слоистых структур. Модели таких дефектов рассматриваются в работе в приближении двумерной теории упругости и могут быть условно разделены на две группы.

К первой группе относятся дефекты, линейные размеры которых намного меньше минимального расстояния между ними и до ближайшей границы или интерфейса. В этом случае решение и анализ соответствующей задачи механики деформируемого тела осуществляются для одиночного дефекта в однородной среде или дефекта на одной поверхности. Объектами исследования в двумерной постановке, в частности, являются две полуплоскости с волнистой границей соединения, криволинейная трещина или тонкое включение в однородной плоскости или на границе раздела двух полуплоскостей.

Если одно из условий нарушено, дефект принадлежит второй группе. В качестве примера такого дефекта в работе рассмотрена слабо искривленная трещина, расположенная около прямолинейной границы раздела двух полуплоскостей.

Основным методом решения соответствующих задач для обоих типов дефектов является метод возмущений. В первом случае его применение дает алгоритм нахождения любого приближения в замкнутом виде. Для дефектов второй группы метод возмущений применяется в сочетании с методом суперпозиции, в результате чего решение задачи в каждом приближении сводится к последовательному решению интегральных уравнений Фредгольма второго рода (или системы интегральных уравнений), отличающихся только правой частью. Аналитическое выражение для последней также строится по определенной схеме. Основные идеи общего подхода излагаются для криволинейной трещины около межфазной границы. Результаты решения этой задачи, а также задачи о слабо искривленной межфазной границе и межфазной трещине приводятся в виде графических зависимостей для характерных параметров этих задач.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 08-01-00394).

Grekov M.A. *Some models of defects of layer structures.*

The defects of layer materials are represented as a small deviation of a boundary or an interface from a flat surface and also slightly curved interfacial cracks and cracks situated in a layer. The models of defects are considered within the limits of the 2-D problem of elasticity. In order to solve the corresponding problems, the boundary perturbation method is used alone or together with superposition technique which leads to Fredholm integral equation of the second kind. An application of the method and computing results is illustrated for two half-planes with a slightly curved interface, a slightly curved interfacial crack and crack located near an interface.

О ФОРМУЛАХ Г.В. КОЛОСОВА

Даль Ю. М.

Санкт-Петербургский государственный университет
ymdahl@yandex.ru

Формулы Гурия Васильевича Колосова для напряжений:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} + \sigma_{yy} &= 2 \left[\Phi(z) + \overline{\Phi(z)} \right], \\ \sigma_{yy} - \sigma_{xx} + 2i\sigma_{xy} &= 2 [\bar{z} \Phi'(z) + \Psi(z)]\end{aligned}\quad (1)$$

и перемещений:

$$\begin{aligned}2G(u + iv) &= \varkappa \int \Phi(z) dz - z \overline{\Phi(z)} - \int \overline{\Psi(z)} d\bar{z}, \\ G &= const, \quad \varkappa = const,\end{aligned}\quad (2)$$

выведенные сто лет тому назад, являются фундаментальными соотношениями плоской теории упругости в терминах двух регулярных функций $\Phi(z)$ и $\Psi(z)$ комплексного переменного $z = x + iy$. Значимость этих формул особенно возросла в последнее время. Без преувеличения можно утверждать, что они являются своеобразным фундаментом многих теоретических исследований по механике разрушения.

Как отмечал сам Г.В. Колосов, выражения (1), (2) не являются единственной формой представления напряжений и перемещений. К сожалению, на это важное замечание не обратили внимание ни математики, ни механики.

В данной работе приведены две другие формы представления уравнений (1), (2). В первой из них в правой части формулы (1)₂ сомножитель $\bar{z} = x - iy$ заменен на $(2x)$, а во второй – на $(-2iy)$. При этом, в (1)₂ вместо $\Psi(z)$ фигурируют соответственно $\Psi_2(z)$ и $\Psi_3(z)$. Подчеркнем, что $\Psi(z) \neq \Psi_2(z) \neq \Psi_3(z)$. Что касается функции $\Phi(z)$, то она во всех трех разновидностях формул Г.В. Колосова остается одной и той же.

Выведенные соотношения использовались для получения аналитических решений первых основных краевых задач для полуплоскости, прямолинейной трещины в бесконечной плоскости и прямолинейной полосы, нагруженной на продольных краях самоуравновешенной нагрузкой.

Dahl Yu.M. *About Kolosov's expressions.*

Three different Kolosov's expressions for stresses and strains in a problem of plane elasticity are found. It is shown the applicability of these expressions for analytical solution of different elastic problems.

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ОЦК-РЕШЕТКИ

Двас Н. Г.

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
dvas@dvas.ru

Работа посвящена исследованию устойчивости объемоцентрированной кубической кристаллической (ОЦК) решетки. В качестве модели решетки взята совокупность частиц, взаимодействие которых определяется парным потенциалом. В рамках работы получены критерии устойчивости как в терминах параметра потенциала, так и в терминах макропараметров материала. Также был разработан алгоритм определения параметров взаимодействия, исходя из известных величин для материала — модуля объемного сжатия, коэффициента Грюнайсена, периода кристаллической решетки. На основании построенных алгоритмов была произведена проверка критериев, показавшая, что предсказываемые результаты совпадают с действительными. Также было произведено численное моделирование разрушения ОЦК-металла, показавшее, что у материалов, находящихся вблизи границы устойчивости ОЦК-решетки, последняя теряется при повышении температуры; и при этом происходит переход в ГЦК-фазу. Было показано, что эффект потери устойчивости ОЦК-решетки можно объяснить, даже не учитывая влияния температуры на упругие модули, а ограничиваясь лишь тепловым расширением.

Автор благодарен А. М. Кривцову за постановку проблемы. Работа поддержана грантом администрации Санкт-Петербурга для студентов, аспирантов вузов и академических институтов, расположенных на территории Санкт-Петербурга.

Dvas N.G. *Stability analysis of BCC lattice.*

The presented study is dedicated to stability of body-centered cubic (BCC) lattice. The model of a lattice is a set of particles interacting pairwise. The stability criteria both in terms of potential parameters and in terms of material properties were obtained. An algorithm, determining the parameters of interaction via the bulk modulus, Grüneisen parameter and lattice period, was derived. The stability criteria were subject to verification by means of this algorithm and the results showed that the predicted facts coincide with the present ones. The numerical modelling of BCC metal destruction showed that the metals with parameters in the vicinity of the critical ones can experience the loss of stability of lattice when heated. The loss of stability of BCC lattice is accompanied by the transition to the FCC phase. The effect of the stability loss can be explained by the heat expansion without taking the thermal influence on the elastic moduli into account.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ МОЩНОСТИ АДГЕЗИОННОГО
ПРОЦЕССА ПРИ РАССЛОЕНИИ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ**Зимин Б. А.***Санкт-Петербургский государственный университет*
vovnenko@list.ru

В работе представлен анализ процесса расслоения композитных материалов на основе данных адгезиограммы. Показано, что экспериментальные результаты по расслоению позволяют рассматривать адгезиограмму как реализацию некоторого случайного процесса. Выявлено влияние масштабного эффекта на расслоение композитных материалов.

Zimin B.A. *Method path integration and evaluation of the functional based on lamination process stochastic.*

The work is concerned with a statistical analysis of composite damage by delamination during the lamination process. The lamination process of the composite materials is considered as a physical situation the analysis of which leads to the concept of the path integral (PI). It provides information on (PI) of the Gaussian forms that we have got from the experiments. The influence of the scale size effect on the lamination process of the composite materials has been discussed.

ВНУТРЕННИЕ НАПРЯЖЕНИЯ КАК ПОКАЗАТЕЛЬ НЕЭВКЛИДОВОСТИ ВНУТРЕННЕЙ МЕТРИКИ И ЗАТУХАНИЯ В ФИКТИВНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Зимин Б. А., Вовненко Н. В., Судьенков Ю. В.

Санкт-Петербургский государственный университет
vovnenko@list.ru

Внутренняя метрика среды $dS^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta$, в отличие от внешней, инвариантна относительно вложений среды в пространстве и связана с дефектами или внутренними напряжениями. При отсутствии дефектов внутренний метрический тензор совпадает с $\delta_{\alpha\beta}$. В качестве меры внутренней деформации принимается разность

$$\varepsilon_{\alpha\beta}(\bar{x}) = g_{\alpha\beta}(\bar{x}) - \delta_{\alpha\beta}.$$

Легко видеть, что внутренняя метрика может быть евклидовой лишь при отсутствии источников внутренних напряжений $g_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta}$.

В работе рассматривается модель внутренней метрики

$$g_{\alpha\beta} = \text{diag}[f_1(x), f_2(x)],$$

где $f_1(x), f_2(x)$ — неизвестные функции необходимой гладкости. Распространение трещины в твердом теле в соответствии с принципом Гамильтона-Остроградского происходит по геодезическим линиям.

Для данной модели строится уравнение геодезической линии. В частном случае можно интерпретировать данное уравнение как уравнение движения частицы в поле тяжести при квадратичном законе сопротивления.

Тогда, решая уравнение движения частицы, функции $f_1(x), f_2(x)$ можем выразить через коэффициент квадратичного демпфирования Λ . Для данной модели строится скалярная кривизна Риччи, которая показывает, что реализацией данной модели является плоскость Лобачевского. Действие Гамильтона данной модели может быть интерпретировано в виде колебательной цепочки с мнимой частотой.

Zimin B. A., Vovnenko N. V., Sudenkov U. V. *Eigen stresses are exponent of non-Euclidean inside metric geometry and attenuation in the fictitious space.*

The goals of this paper are to show that eigen stresses in material and the Riemann tensor $R_{\beta\mu\eta}^\alpha$ and motion of the quadratic damping case in the fictions two-dimensional space can be connected. To calculate the components of the Riemann tensor and Ricci scalar, we have to suggest that the equation of motion for a quadratically damped system can be identified as a geodesic equation in the space for metric $g_{\alpha\beta}$.

ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИЙ ОТКЛИК ПЛАСТИН ЦВЕТНОГО СТЕКЛА ПРИ СУБМИКРОСЕКУНДНЫХ ДЛИТЕЛЬНОСТЯХ НАГРЕВА

Зимин Б. А., Вовненко Н. В., Судьенков Ю. В.

Санкт-Петербургский государственный университет
vovnenko@list.ru

Для импульсных радиационных воздействий на материалы или элементы конструкций в широком диапазоне изменения их природы и характеристик (рентгеновское излучение, интенсивные атомные, ионные или электронные пучки, лазерное излучение, ЭМИ) наиболее характерными являются термомеханические явления. Они обусловлены термализацией зоны энерговклада, возникновением тепловых полей и напряжений, определяющих термодиффузионные процессы, эволюцию структуры, а также и возможность разрушения.

Лазерные источники являются наиболее гибким инструментом для моделирования и исследования термомеханических явлений в лабораторных условиях, позволяя исследовать процессы, характерные как для поверхностных, так и объемных тепловых источников.

В работе представлены результаты экспериментальных исследований термоупругого отклика при облучении пластин цветного оптического стекла импульсным лазерным излучением длительностью $t_u = 12 \cdot 10^{-8}$ сек. Исследованы зависимости параметров термоупругих напряжений от коэффициента поглощения излучения.

Показано различие термоупругой реакции для разных пространственных параметров теплового источника (поверхностный или объемный). Анализ полученных результатов показывает, что термодифформация пластин представляет собой совокупность волновых процессов и квазистатического прогиба пластины.

Zimin B.A., Vovnenko N.V., Sudenkov U.V. *Thermomechanical response in colored lens slab boards under sub-microsecond heating rate.*

Experimental results of the response of colored lens slab board thermo-introduced by short pulse heating of laser ($t_u = 12 \cdot 10^{-8}$ s) are presented. Dependence thermo-elasticity stress from absorption coefficient is shown. The difference of thermomechanical response for various dimensional parameters of heat source was found.

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ФОРМУЛИРОВКЕ СВЯЗАННОЙ ЗАДАЧИ ТЕРМОУПРУГОСТИ, ВКЛЮЧАЮЩЕЙ УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Иванова Е. А.*Санкт-Петербургский государственный политехнический университет*
elenaivanova239@post.ru

Предложена механическая модель, математическое описание которой сводится к уравнениям связанной задачи термоупругости, включающей в себя уравнение теплопроводности гиперболического типа. Показано, что для макроскопических образцов характер решения такой же, как в классической теории, а для образцов наноразмерного уровня наблюдается существенное отличие. Показано, что связанная задача содержит два спектра собственных частот. Первый спектр – акустический. Этот спектр существует и в классической постановке связанной задачи термоупругости. Второй спектр – тепловой. При значениях волнового числа меньше критического тепловые колебания отсутствуют. Неколебательное решение представляет собой совокупность двух затухающих во времени функций. При значениях волнового числа больше критического появляются тепловые колебания. В классической теории термоупругости колебания температуры также имеют место, но поскольку эти колебания связаны с акустическими частотами, амплитуда температурных колебаний значительно меньше значений температуры, соответствующих монотонно затухающему решению. В предлагаемой постановке задачи для образцов наноразмерного уровня монотонно затухающее решение исчезает, а амплитуда температурных колебаний существенно увеличивается. Результаты асимптотического анализа тепловых колебаний в связанной задаче термоупругости хорошо согласуются с результатами численных расчетов и с результатами точного решения уравнения теплопроводности гиперболического типа.

Ivanova E.A. *On one approach to formulation of coupled problem of the thermo-elasticity for the thermal conductivity equation of the hyperbolic type.*

The mechanical model which is reduced to the equations of coupled problem of thermo-elasticity for the thermal conductivity equation of the hyperbolic type is proposed. The problem of longitudinal vibrations is considered. It is shown that the problem has two spectra of eigenfrequencies. The first spectrum describes the acoustic branch. The second spectrum describes thermal effects.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРЕВРАЩЕНИЯ КЕРМЕТА В КЕРАМИКУ

Индейцев Д. А., Семенов Б. Н.

Санкт-Петербургский государственный университет

bsemenov@rambler.ru

Процессы взаимодействия металлов с газовой фазой, такие, как окисление, азотирование, образование гидридов и т.п., изучаются давно и экспериментально достаточно хорошо изучены. Теоретические же исследования таких сложных диффузионных процессов с источниками и стоками, изменяющихся самосогласованным образом, с учетом влияния изменяющегося напряженно-деформированного состояния на процессы требуют дальнейшего изучения. В теоретических работах, посвященных моделированию процессов образования новой фазы, отражалась лишь часть этой проблемы и связь процессов с напряженно-деформированным состоянием материала. В этой связи отметим работы [1], в которой сформулирована полная система уравнений в канонической форме, описывающая процесс образования частиц новой фазы при диффузионном насыщении, и [2], посвященную процессам взаимодействия водорода с конструкционными материалами. В работе [3] были исследованы процессы водородного охрупчивания с учетом влияния на них напряженно-деформированного состояния.

На основе теории многокомпонентных сред [4] предложена математическая модель окисления кермета, учитывающая как диффузионные процессы, так и влияние на процессы окисления порожденного изменением удельного объема итоговой керамики по сравнению с керметом напряженно-деформированного состояния. Проведено конечно-элементное моделирование тестовых задач и показана возможность зарастания пор при определенных условиях, определяемых изменением удельного объема окисленного материала.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Слезов В.В.* Теория образования выделений двойных химических соединений в разбавленных твердых растворах при диффузионном насыщении // Препринт ХФТИ АН УССР, ХТФИ 81-14, Харьков, 1981, 20 с.
- [2] *Zaika Yu.V., Chernov I.A.* Nonlinear dynamical boundary-value problem of hydrogen thermal desorption // Int. Journal of Mathematics and Mathematical Sciences, № 23, 2003, P. 1447–1463.
- [3] *I.A. Indeitsev, B.N. Semenov.* About one model of structural-phase transformations under hydrogen influence // Acta Mechanica 195, No.1-4, 295–304(2008)
- [4] *Zhilin P.A.* Advanced problems in mechanics. Vol. 2. St.Petersburg: Edition of the Institute For Problems in Mechanical Engineering of Russian Academy of Sciences. 2006. 271 p.

Indeitsev D.A., Semenov B.N. *Mathematical modeling of cermet transformation into ceramics.*

On the basis of the theory of multicomponent media the mathematical model of cermet oxidation is offered. This model takes into account the influence of the stress-strain condition, which are generated by change of the specific volume of final ceramics in comparison with cermet, on processes of oxidation. With finite-element modelling of test tasks is shown the opportunity of the pore overgrowing under certain conditions, determined by change of specific volume of the oxidized material.

БОЛЬШИЕ ДЕФОРМАЦИИ В РАМКАХ ЭНДОХРОННОЙ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ

Кадашевич Ю. И., Помыткин С. П.

*Санкт-Петербургский государственный технологический университет
растительных полимеров
sppom@yandex.ru*

Эндохронные геометрически нелинейные определяющие соотношения связи между девиаторами тензоров напряжений σ и деформаций ε в форме

$$\frac{\alpha\tau}{2G} \sigma^\circ + \frac{|\dot{r}|}{2G} \sigma = \tau r^\circ + \frac{|\dot{r}|}{g + \alpha} r, \quad \varepsilon^\circ = D,$$

$$r = \varepsilon - (1 - \alpha) \frac{\sigma}{2G}, \quad \tau = \tau(|r|, |\dot{r}|), \quad \varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{K}$$

применяются для исследования поведения материала в процессе ползучести. Здесь α – параметр эндохронности ($0 < \alpha \leq 1$), g – аналог коэффициента упрочнения, τ – аналог деформационного предела текучести, G – модуль сдвига, K – объемный модуль, $\varepsilon_0 = \varepsilon_{ii}$, $\sigma_0 = \sigma_{ii}$, $|A| = \sqrt{A : A}$ – норма тензора A , $A^\circ = \dot{A} + A\Omega - \Omega A$ – его объективная производная, $\Omega = \dot{Q}Q^T$, Q – ортогональный тензор поворота, D – тензор скоростей деформации, $D = (L + L^T)/2$, причем $L = \dot{F}F^{-1}$ – полярное разложение ортогонального тензора поворота, F – градиент деформации, u – правый тензор удлинения. (В вышеприведенных формулах использована безындексная форма записи тензоров).

Для иллюстрации возможностей подхода в докладе приводятся многочисленные примеры неупругого поведения материалов на стадии ползучести, полученные по уравнениям теории для различных схем пропорционального, сложного, ступенчатого и циклического нагружения. Расчеты сравниваются с экспериментальными наблюдениями. Показывается, что учет геометрической нелинейности не только не противоречит основным проявлениям процесса ползучести, но и описывает тонкие эффекты второго порядка, не обнаруживаемые в рамках линейных соотношений.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 08-01-00036).

Kadashevich Yu.I., Pomytkin S.P. *Finite deformations within the framework of endochronic theory of creep.*

Nonelastic constitutive equations of endochronic theory at finite deformations are applied for description of material behaviour under creep. Numerous examples are presented in report. Calculated results are compared with experimental data. The second-order effects are predicted.

ПОЛЗУЧЕСТЬ, УСТАЛОСТНОЕ РАЗРУШЕНИЕ И
«КРИТИКО–КИНЕТИЧЕСКОЕ ПРОТИВОСТОЯНИЕ»

Каштанов А.В.

Санкт-Петербургский государственный университет
kashto@mail.ru

Нарушение сплошности среды в процессе разрушения может описываться с точки зрения кинетики накопления поврежденности (кинетический подход) или критерием разрушения, типа критерия критических напряжений или критерия Гриффитса–Ирвина (критический подход). Оба этих подхода появились достаточно давно, и с тех пор длится «противостояние» между их сторонниками. Основная сложность в «применении» этих двух точек зрения заключается в том, что соответствующие подходы применяются для решения принципиально различных задач. Кинетический подход используется для описания процессов длительной прочности при нагрузках намного меньших предела прочности материала (или его вязкости разрушения в задачах с трещинами), в то время как критический подход применяют для определения кратковременной (мгновенной) прочности при предельных нагрузках. В настоящей работе представлен новый обобщенный подход, позволяющий из условия сохранения массы материала в процессе разрушения сформулировать кинетическое уравнение эволюции поврежденности.

Показано, что полученное уравнение является как обобщением уравнения Работнова (используемого для описания процесса ползучести), так и уравнения Пэриса (применяемого в механике роста усталостных трещин). Кроме того, в предельном случае приложения к материалу нагрузки, равной пределу его прочности, предлагаемое обобщенное уравнение переходит в критерий критических напряжений, а при рассмотрении задач с трещинами – в критерий Ирвина, если концентрация напряжений в вершине трещины равна величине критического коэффициента интенсивности напряжений. Кроме того, и для уравнения ползучести Работнова, и для уравнения роста усталостных трещин Пэриса получены аналитические соотношения, связывающие параметры соответствующих кинетических уравнений.

Автор благодарит за поддержку его исследований Федеральное агентство по науке и инновациям (г/к 02.513.11.0017), Российский фонд фундаментальных исследований (грант 08-01-09256) и Совет по грантам при Президенте Российской Федерации (грант МК-3528.2008.1).

Kashtanov A.V. *Creepage, Fatigue and «Critical-Kinetic Confrontation».*

The new kinetic equation describing the evolution of damage during fracture processes is presented. It is shown that proposed equation having the form of kinetic equation describing creepage or fatigue (if the applied stress is less than the static strength or fracture toughness of material) gives the fracture criteria of critical stress and critical fracture toughness in limit cases. It eliminates a confrontation between supporters of kinetical and critical approaches in fracture mechanics. Besides that, the analytical relations between parameters of Rabotnov as well as Paris equation are obtained.

КРИТИЧЕСКИЕ ТОЧКИ И ЭТАЛОННЫЕ СТРУКТУРЫ ПОСТУЛАТА И. НЬЮТОНА

Квасников Б. Н.

Петербургский государственный университет путей сообщения, Санкт-Петербург

Под критическими понимаются точки предельно-скачкообразного перехода от двух к трем ведущим членам постулата И. Ньютона [1], которые порождают эталонные структуры [2] — основу асимптотико-симметричной алгебры эталонных (абсолютно-точных) уравнений сопряженных эталонных кратных, комплексных, действительных корней и их эталонных аналитических решений с предельными значениями параметров математической погрешности уравнений и решений за рамками теоремы Н. Абеля.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Ньютон И.* Метод флюксий и бесконечных рядов с приложением его к геометрии кривых // Математические работы. М. 1937. С. 33–34.
- [2] *Квасников Б.Н.* Укороченные уравнения и асимптотический портрет в теории тонких оболочек // Асимптотические методы в механике деформируемого твердого тела. Сборник трудов, посвященный 70-летию профессора П.Е. Товстика. СПб.: Изд-во ВВМ. 2006. С. 36–59.

Kvasnikov B.N. *Critical points and standard structures of I. Newton's postulate.*

By means of asymptotic methods symmetric algebra of standard structures of the conjugate roots and critical points of a I. Newton's postulate in which N. Abel's theorem loses validity is received. That allows to build analytical solutions of the algebraic equations of 5-th and higher orders.

УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛАСТИН И ОБОЛОЧЕК, ОСЛАБЛЕННЫХ ОТВЕРСТИЯМИ

Лебедев А. В.

Санкт-Петербургский государственный университет
privater@mail.ru

В докладе приведены результаты исследования с помощью численных методов влияния формы, вида, положения, величины и количества отверстий на устойчивость тонких упругих прямоугольных пластин и цилиндрических оболочек, находящихся под действием нагрузжений (осевой сжимающей силы, гидростатического давления). В ходе численных экспериментов с помощью метода конечных элементов был установлен эффект влияния резонансных форм на устойчивость перфорированных оболочек. Выявлена нечувствительность критической нагрузки к граничным условиям и смещению отверстия в осевом направлении. Исследовано влияние величины отверстия на устойчивость прямоугольной пластины с отверстием под действием сжимающей силы, причем, если в случае свободных ненагруженных краев критическая нагрузка уменьшается с увеличением площади отверстия, то для шарнирно опертой пластины наблюдается, кажущийся парадоксальным, рост критической нагрузки с увеличением отверстия. Причины такого эффекта представляют предмет дальнейшего изучения.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 07.01.00250а.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Лебедев А. В.* Устойчивость цилиндрической оболочки, ослабленной отверстием // Труды семинара «Компьютерные методы в механике сплошной среды» за 2004–2005 гг. Изд. СПбГУ. 2005. С. 99–115.
- [2] *Преображенский И. Н.* Устойчивость и колебания пластинок и оболочек с отверстиями. М.: Машиностроение, 1981.

Lebedev A. V. *Buckling of plates and shells weakened by cutouts.*

The effect of the shape, ratio, position, size and number of cutouts on the values of critical loadings and buckling modes of thin rectangular plates and cylindrical shells under different types of external loads (axial compression, hydrostatic pressure) analyzed by means of numerical methods are reported. In the numerical experiments by means of FEM elements the effect of «resonance» forms on buckling of the perforated shells has been revealed. The sensitivity of the critical buckling load to boundary conditions and displacement of an cutout in an axial direction is revealed as well as an influence of the size of an cutout on stability of a rectangular plate under compressive force. In the case of the plate with two supported loaded edges and two free edges the critical buckling load decreases with increase of the area of the cutouts. But for simply supported plates the growth of the critical loading with increase of the hole area was observed, what seemed to be paradoxical. The cause of such effect is under investigation.

РАЗВИТИЕ МЕТОДА ДЕКОМПОЗИЦИИ В МЕХАНИКЕ
ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА**Лохов В. А., Няшин Ю. И., Кучумов А. Г., Туктамышев В. С.***Пермский государственный технический университет*

lva@pstu.ru

Идея использования декомпозиции гильбертова пространства для решения краевых задач принадлежит польскому математику С. Зарембе (1909). Позже этот метод был назван методом ортогональных проекций (Г. Вейль, 1940). Применительно к задачам МДТТ метод был развит в работах С. Михлина (Вариационные методы в математической физике, М., Наука, 1970), где гильбертово пространство являлось пространством напряжений. В работе авторов гильбертово пространство строится с помощью тензоров собственной деформации. Это понятие для геометрически линейных задач ввел Х. Рейсснер (1931) как разность тензоров полной и упругой деформации, определяемой по закону Гука. В роли собственной деформации могут быть температурные, пластические деформации, деформации ползучести, деформации при фазовых превращениях, различные деформации в живых тканях и т.д. Такой подход позволяет выявить важные свойства решений краевых задач МДТТ, не зависящие от природы собственных деформаций. В данной работе доказана теорема о том, что собственная деформация, существующая в теле, может быть однозначно разложена на две ортогональные (в смысле введенного гильбертова пространства) составляющие: собственную деформацию, не вызывающую напряжений, и собственную деформацию, не вызывающую полной деформации в любой точке тела. Это позволяет полностью разделить задачи управления напряжениями и деформациями (или перемещениями) с помощью собственных деформаций. Даны постановка и алгоритмы решения ряда соответствующих задач (управление формой элементов конструкций, работающих в условиях космоса, управление остаточными напряжениями в задачах термоупругопластичности, использование материалов с памятью формы в медицине и др.).

Авторы благодарят профессора Венского технического университета Ф. Циглера за полезные дискуссии и РФФИ за финансовую поддержку (проекты № 07-01-96061-р_Урал-а и № 07-01-92168-НЦНИ_a).

Lokhov V.A., Nyashin Y.I., Kuchumov A.G., Tuktamishev V.S. *Development of decomposition method in mechanics of solids.*

The method of the orthogonal projection is extended to the case where Hilbert function space is formed by tensors of eigenstrain. The latter notion was introduced as a difference between tensors of total strain and elastic strain defined by Hooke's law. This approach allows us to find important features of boundary value problems of solid which are independent on origin of eigenstrain. The authors prove the theorem on unique decomposition of eigenstrain into two parts: stress-free and deformation-free. Some examples are considered (shape control for space constructions, residual stress control in processes of thermoelastoplasticity, application of shape memory alloys in medicine, etc.).

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПЛАСТИН И ОБОЛОЧЕК С ОТВЕРСТИЯМИ

Микрюков С. Н.

Санкт-Петербургский государственный университет
sergei_mikr@mail.ru

В работе рассматриваются свободные колебания тонких пластин и круговых цилиндрических оболочек, ослабленных отверстиями. Основной задачей исследования является выяснение характера влияния размера, формы, пропорций, положения и числа отверстий на низшие собственные частоты.

Расчет собственных частот и форм свободных колебаний проводился с использованием метода конечных элементов в программном комплексе ANSYS 11.0. При решении находились шестнадцать низших собственных частот и форм. Сравнивались значения частот, полученные с помощью метода конечных элементов и метода Бубнова-Галеркина.

Наличие отверстия приводит к расщеплению кратных частот цилиндрической оболочки и изменению порядка следования форм. Обнаружено значительное падение первой собственной частоты цилиндрической оболочки, сопровождающееся сильным искажением формы колебаний в окрестности отверстия с увеличением его размера. В то же время, низшая частота для квадратной пластины растет с увеличением размера отверстия. Одновременно наблюдались формы колебания, мало изменяющиеся даже при больших размерах выреза. Для таких форм колебаний изменение частоты также было незначительным. Наибольшее влияние на частоты наблюдается в случае «взаимодействия» отверстия(й) с формами колебаний (резонансные формы).

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 07.01.00250а.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Микрюков С. Н.* Численный анализ свободных колебаний тонкой цилиндрической оболочки с отверстиями // Труды семинара «Компьютерные методы в механике сплошной среды» за 2004–2005 гг. Изд. СПбГУ. 2005. С. 99–115.
- [2] *Преображенский И.Н.* Устойчивость и колебания пластинок и оболочек с отверстиями. М.: Машиностроение, 1981. 191 с.
- [3] *Крысько В.А., Куцемако А.Н.* Устойчивость и колебания неоднородных оболочек. Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т, 1999. 202 с.

Mikryukov S.N. *Free vibrations of plates and shells with cutouts.*

The effect of the shape, ratio, position, size and number of cutouts on vibrations frequencies and modes of thin rectangular plates and cylindrical shells studied by means of numerical methods are reported. The values of the natural frequencies obtained by means of program package ANSYS 11.0 and Bubnov-Galerkin method are compared.

The cutouts affect bifurcation of multiple frequencies of cylindrical shells and the sequence of modes. The fundamental frequency and the corresponding mode shape at the vicinity of the hole are affected significantly with the size of the hole. Though the square plate fundamental frequency increases with the cutout size. Some vibration modes are scarcely influenced even by large holes, and the shift of the frequencies for such modes is also small. When the cutouts «interact» with the vibration modes the effect on the frequencies is maximal.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ МЕХАНИЗМА ПЕРЕДАЧИ ЭНЕРГИИ
ВИБРАЦИОННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ СМЕРЗШИМСЯ ПОРОДАМ**Минеев А. С.***Национальный горный университет, Днепрпетровск, Украина*

skullik@i.ua

В настоящее время в различных отраслях промышленности широкое распространение получило развитие вибротехнологий, позволяющих направленно использовать виброэффекты, реализуемые в средах. Например, для повышения эффективности разгрузки смерзшихся сыпучих грузов при транспортировании их в железнодорожных полувагонах используются специальные виброрыхлительные установки.

Рассматривая рыхление смерзшейся (неупругой) углеродной массы, необходимо отметить, что при вибрационном воздействии в результате периодического изменения напряжений важное значение играет эффект упругого последствия — отставание деформаций от напряжений, связанных с внутренним трением среды. По мере развития пластических деформаций между элементами системы возникают упругие взаимодействия, макроскопически воспринимаемые как упрочнение материала при возрастании нагрузки и разупрочнение его при пластическом деформировании в обратном направлении, из чего вытекает эффект вибрационного последствия. При циклическом нагружении работа, затрачиваемая на пластическую деформацию, растет с числом циклов пульсаций и примерно ему пропорциональна, а величины пластических деформаций ограничиваются заданными пределами — колеблются между некоторыми максимальными и минимальными значениями. С возрастанием числа циклов роль микроупругих эффектов доминирует над эффектом изменения внутреннего трения, величина которого с течением времени стремится к стабилизации, и поэтому в среде весьма существенное значение приобретает остаточное пластическое изменение объема — «пластическое разрыхление». Для оценки происходящих в среде изменений при передаче виброволновой энергии по среде с учетом наследуемой циклической деформации и ее неупругими свойствами было выполнено моделирование.

В результате численного моделирования получен вывод о том, что эффективность генерирования энергии вибрационного возмущения в неупругих материалах базируется на многочастотном воздействии в пределах рационального частотного диапазона, рассчитываемого для конкретных условий и поставленных задач по виброобработке среды. Такой режим позволяет целенаправленно и с максимальной отдачей использовать на практике различные этапы развития механизма вибропоследствия, протекающего в смерзшихся углеродных материалах при вибрационных нагрузках. Отсюда вполне понятна целесообразность проведения дальнейших исследований по автоматизации управления параметрами вибрации при виброрыхлении смерзшегося угля, например, в железнодорожных полувагонах.

Mineev A.S. *Efficiency of the mechanism of a transmission of energy of vibrating influence to the frozen together breeds.*

The overview of the mechanism of transfer of vibrating energy to the frozen together loose breeds is considered. The effective mode of using of vibration for destruction of the frozen together coal is described.

УСТОЙЧИВОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПЕРЕМЕННОЙ ЖЕСТКОСТИ ПРИ ОДНОСТОРОННИХ ОГРАНИЧЕНИЯХ НА ПЕРЕМЕЩЕНИЯ

Михайловский Е. И., Тулубенская Е. В.

Сыктывкарский государственный университет
vetamile@rambler.ru

Для решения задачи об устойчивости цилиндрической оболочки переменной жесткости на границе разномодульных винклеровских сред под действием продольных сжимающих сил применяется алгоритм локального перебора вариантов [1], который предполагает конечно-разностную аппроксимацию задачи, определение качественно адекватной формы осесимметричного изгиба на «редкой сетке» с последующим удвоением числа узлов сетки и перебором вариантов лишь вблизи корней собственной формы.

Задача на устойчивость формулируется как задача на собственные значения для уравнения $Au + Bu_+ + Cu_- = \lambda Qu$, где A, Q — операторы, действующие в некотором гильбертовом пространстве; B, C — операторы умножения на неотрицательную функцию; $u_+ = \max\{0, u\}$, $u_- = \min\{0, u\}$ — срезки функции u ; λ — параметр, характеризующий критическую нагрузку. Особенностью задачи является нелинейность в виде срезов функции прогиба.

Расчеты показали, что при плавном переходе к однородной упругой среде критическая нагрузка также плавно изменяется, стремясь к соответствующему аналитическому решению, что является косвенным подтверждением сходимости предложенного алгоритма.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Михайловский Е. И., Тулубенская Е. В. Алгоритм локального перебора вариантов в задаче об устойчивости круглой пластины на границе винклеровских сред // Механика и процессы управления: Тр. XXXVII Уральского семинара, посвященного 150-летию К.Э. Циолковского, 100-летию С.П. Королева и 60-летию Государственного ракетного центра «КБ им. академика В.П. Макеева». Екатеринбург: УрО РАН, 2007. С. 109–116.

Mikhailovskii E.I., Tulubenskaya E.V. *The stability of the longitudinally compressed cylindrical shell with unconstant rigidity at the border of two Winkler's ambiances.*

The algorithm of local search variants is illustrated by the example of problem post buckling behavior of longitudinal compressed cylindrical shell at the border of two Winkler's ambiances. It allows avoiding "curse of di-mension". The essence of algorithm is concluded in exposure of qualitative identical proper form on the base of exhaustive search variants on "rare net" with further consequent reduplication of number of its nodes and search variants only nearby the roots of the own form.

УСТОЙЧИВОСТЬ ОБОЛОЧЕК НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ,
АРМИРОВАННЫХ СИСТЕМАМИ МАЛОРАСТЯЖИМЫХ НИТЕЙ**Михеев А. В.***Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет*
pop1011@ya.ru

Рассматривается задача локальной устойчивости оболочек на упругом основании, армированных n системами малорастяжимых нитей ($n = 1, 2, 3$) при различных видах нагружения. Пусть у нас имеется оболочка на упругом основании, состоящая из изотропного материал (матрицы), в которую внедрены n систем нитей, наклоненных под углами ξ_k к линиям кривизны, параллельным выделенному направлению α . Будем предполагать, что нити распределены равномерно по толщине оболочки. Напряжения в оболочке σ_{ij} состоят из двух слагаемых — напряжений в матрице и осредненных напряжений сжатия/растяжения нитей. Мы приходим к модели конструктивно ортотропной оболочки с упругими параметрами, зависящими от взаимного расположения нитей, плотности армирования, а также упругих характеристик матрицы и нитей. Таким образом, становится возможным получить зависимость параметра критической нагрузки от угла наклона нитей по отношению к направлению α и найти значение данного угла, соответствующее наибольшей величине критической нагрузки.

MiheeV A.V. *Stability of shells on elastic base reinforced with systems of fibers.*

In this work we consider the problem of local stability of thin shells on elastic base, reinforced with n systems of elastic fibers ($n = 1, 2, 3$), under different types of load. We come to model of constructively orthotropic shell with elastic parameters depending on relative positioning of fibers, density of fibers, and also elastic characteristics of matrix and fibers. Thus we have a possibility to find dependence of parameter of critical load on angle of inclination of fibers in relation to the fixed direction α and to receive the value of this angle, corresponding to the greatest value of the critical load.

РАЗВИТИЕ НЕУПРУГОЙ ДЕФОРМАЦИИ ПРИ СТАНДАРТНЫХ ИСПЫТАНИЯХ СТАЛЬНЫХ ОБРАЗЦОВ

Молотников В. Я.¹, Молотникова А. А.²

¹ Ростовская-на-Дону государственная академия с.-х. машиностроения

² Ростовская академия сервиса ЮРГУЭС

Molotnikov@mail.ru

При стандартных испытаниях на растяжение образцов конструкционных материалов типа малоуглеродистых сталей и некоторых других тел наблюдается следующая картина. После упругой деформации имеет место малый нелинейный участок диаграммы, за которым действующее на образец усилие быстро падает, обнаруживая так называемый зуб текучести. Затем некоторое время усилие сохраняет почти постоянное значение; соответствующий участок диаграммы называют площадкой текучести, после чего на диаграмме начинается участок упрочнения.

В работе рассматривается физическая картина, описываемая указанными выше графическими образами. Получено условие текучести типа условия Коттрелла–Кэмпбелла:

$$\sigma = \sigma_{\infty} - \int_t^{T_0} F[\sigma(\xi)] d\xi,$$

где σ – предел текучести при нагружении с конечной скоростью; σ_{∞} – то же, при бесконечно быстром нагружении; $(t; T_0)$ – отрезок времени от момента достижения предела упругости до момента достижения предела текучести; $F(\sigma)$ – функция структурного разупрочнения.

При этом величина скачка напряжения в момент начала текучести образца определяется формулой

$$\sigma(t) = \sigma - \frac{\Delta x(\sigma - k_0)\sqrt{E\rho}}{\Delta x\sqrt{E\rho} + k_1}, \quad (k_0, k_1 - const), \quad (1)$$

где E – модуль Юнга, ρ – плотность материала образца, а Δx – длина начальной области неупругой деформации.

Как следует из формулы (1), скачок напряжения оказывается зависящим от величины Δx , которая, в свою очередь, зависит от точности геометрической формы образца, однородности и изотропности его материала и т. п., а потому является, вообще говоря, случайной величиной, если только образец достаточно длинный.

Molotnikov V.Ja., Molotnikova A.A. *Evolution of the inelastic deformation of steel model during standard experiments.*

Process of the anelastic deformation of ductile material model under uniaxial tension is considered.

НЕЛИНЕЙНАЯ ОСЕСИММЕТРИЧНАЯ ДЕФОРМАЦИЯ
СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ И ПОЛОГО КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА**Морщина А. А.***Санкт-Петербургский государственный университет*
morshinina_alina@mail.ru

На основе дельта-метода [1] получено аналитическое решение геометрически нелинейной задачи для осесимметричной деформации сферической оболочки и тонкостенного кругового цилиндра. Материал тел считается несжимаемым, оболочка и цилиндр нагружены постоянным давлением p .

Давление представляется в виде суммы

$$p = \sum_{i=1}^n \Delta p_i, (n \gg 1).$$

Решение соответствующей геометрически нелинейной задачи сводится к суммированию n решений линейных задач [2, 3] для тела, деформированная конфигурация которого определена по результатам $(n - 1)$ предшествующих нагружений давлениями Δp_i ($i = \overline{1, n - 1}$).

В результате выполнения этих операций получены замкнутые выражения для деформированной толщины оболочки и цилиндра и радиуса их срединной поверхности после деформации. Аналогичным образом выведены соотношения для главных напряжений.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Дымников С. И., Лавендел Э. Э., Павловский А.-М. А., Снегс М. И.; Под ред. Лавендела Э. Э. Прикладные методы расчета изделий из высокоэластичных материалов. Рига: «Зинатне». 1980. С. 238.
- [2] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. М.: Наука, 1987. С. 248.
- [3] Хан Х. Теория упругости. М.: Мир, 1988. С. 344.
- [4] Даль Ю. М., Морщина А. А. Линейные и нелинейные математические модели склеры и сосудов зрительного нерва при глаукоме // Вестник СПбГУ. Сер. 10. 2008. Вып. 3.

Morshinina A. A. *Nonlinear axis-symmetrical deformation of the spherical shell and the hollow circular cylinder.*

Linear solution of theory of elasticity for spherical shell and cylinder were considered. On this base nonlinear solution of theory of elasticity for spherical shell and cylinder were obtained.

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ УПРУГОГО КРУГОВОГО ДИСКА, ЗАГРУЖЕННОГО СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ СИЛАМИ И МОМЕНТАМИ

Морщинина Д. А.

Санкт-Петербургский государственный университет
diana_morshinina@mail.ru

В данной работе рассматривается плоская задача теории упругости для изотропного упругого диска радиуса R , нагруженного на контуре двумя сосредоточенными силами \mathbf{P} , приложенными в точках $z_1 = R$, $z_2 = -R$, или двумя сосредоточенными моментами \mathbf{M} , действующими в тех же точках.

Компоненты тензора напряжений $(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy})$ и вектора перемещений (u, v) для диска под действием таких нагрузок найдены на основе формул Г. В. Колосова [1]:

$$\sigma_{xx} + \sigma_{yy} = 2 \left[\Phi(z) + \overline{\Phi(z)} \right], \quad \sigma_{yy} - \sigma_{xx} + 2i\sigma_{xy} = 2 \left[\bar{z}\Phi'(z) + \Psi(z) \right],$$

$$\frac{E}{(1+\nu)}(u+iv) = k\varphi(z) - z\overline{\varphi'(z)} - \overline{\psi(z)},$$

где $\varphi(z) = \int \Phi(z) dz$; $\psi(z) = \int \Psi(z) dz$; $k = (3-\nu)/(1+\nu)$; E и ν — соответственно модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала, из которого изготовлен диск.

Найденные решения сопоставлены с аналогичными результатами для полуплоскости $y \leq 0$ [2, 3]. В результате сравнения выявлены границы совпадения значений нормальных напряжений, возникающих в диске и полуплоскости, на которые действуют сосредоточенные силы и моменты.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Колосов Г. В. Применение комплексной переменной к теории упругости. Л.–М.: 1935. 224 с.
- [2] Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: 1966. 707 с.
- [3] Хан Х. Теория упругости. М.: Мир. 1988. 343 с.
- [4] Даль Ю. М., Морщинина Д. А. О напряженно-деформированном состоянии интраокулярной линзы (ИОЛ) // Вестник СПбГУ. Сер. 1. 2008. Вып. 4.

Morshinina D.A. *Stress-strain state of elastic circular disk loading concentrated forces and moments.*

Exact analytical solution of the plane problem of the linear theory of elasticity for disk loading concentrated forces and moments on the contour was obtained by using methods of the theory of function of complex variable. Received results were compared with analogous solutions for half-plane.

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ
НЕРАВНОЖЕСТКОГО СТЕРЖНЯ**Муницын А. И.***Ивановский государственный энергетический университет*
munitsyn@rambler.ru

Рассматривается задача о вынужденных пространственных изгибных колебаниях стержня с неподвижными шарнирными опорами. Стержень имеет близкие собственные частоты изгибных колебаний в двух взаимно перпендикулярных плоскостях вследствие близких значений главных осевых моментов инерции поперечного сечения. Учитывается геометрическая нелинейность, обусловленная изменением длины средней линии стержня при его пространственном движении. Решение в окрестности главного резонанса получено в одномодовом приближении. В результате аналитических и численных исследований обнаружено существование нескольких устойчивых решений. Рассмотрен практически важный случай колебаний стержня под действием нагрузки, лежащей в одной плоскости. В зависимости от параметров задачи определен диапазон частот, в котором возможны колебания стержня в плоскости возбуждения с «большой» и «малой» амплитудами и два пространственных движения с вращением средней линии стержня в двух противоположных направлениях.

Munitsyn A.I. *Three-dimensional non-linear oscillations of a rod with different flexural stiffnesses.*

Oscillations of a rod with different natural frequencies of flexural oscillations in two mutually perpendicular directions as a consequence of the variance in the flexural stiffnesses of the rod are considered. The geometrical non-linearity due to the change in the length of the central line of the shaft accompanying its motion is taken into account. Forced oscillations in the neighbourhood of the principal resonance are investigated. Closed value of the flexural stiffnesses of the rod leads to existent of three-dimension form of oscillations due to relation between the oscillations in two different directions.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ПЛОСКИХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ
УПРУГОСТИ В СИСТЕМЕ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ
«Mathematica»

Нарбут М. А.

Санкт-Петербургский государственный университет
narbut@mn7503.spb.edu

Исследование плоских задач теории упругости связано с выполнением трудоемких, хотя и сравнительно элементарных преобразований аналитических выражений. Известные в настоящее время системы компьютерной алгебры Maple, Mathematica и др. позволяют эффективно находить аналитические решения этих и многих других математических задач, а также представлять результаты решения в удобной графической форме. В докладе обсуждается методика работы с пакетом Mathematica при решении классических задач теории упругости — задач Кирша, Фламана, Ламе, задачи о растяжении пластинки, ослабленной эллиптическим вырезом и, в частности, трещиной и т.п.

Narbut M.A. *Analytical solutions of plane problems in the theory of elasticity using «Mathematica».*

Many interesting problems in the theory of elasticity may be efficiently solved in the analytic form using Mathematica or other computer algebra packages. Some examples are presented in this talk, among them the classical problems solved by Kirsch, Inglis, Flamant and others.

ДЕФОРМАЦИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ В ПОТОКЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Наумова Н. В., Ершов Б. А., Иванов Д. Н.

Санкт-Петербургский государственный университет

nat_n75@mail.ru

Рассмотрим задачу об обтекании покоящейся сферы радиуса a потоком вязкой несжимаемой жидкости, имеющим на бесконечности постоянную по величине и направлению скорость U . В работе [1] приведено решение такой задачи в случае, когда сфера является абсолютно жесткой, т.е. деформации поверхности не рассматриваются, и движение осуществляется при малых числах Рейнольдса. За число Рейнольдса в рассматриваемом случае взято $\mathbf{R} = \frac{\rho U a}{\mu}$, где ρ — плотность жидкости, μ — коэффициент динамической вязкости. Сферические координаты введены следующим образом

$$x = a \cos \theta, \quad y = a \sin \theta \cos \lambda, \quad z = a \sin \theta \sin \lambda.$$

Задача обладает осевой и центральной симметрией. Пренебрегая членами второго порядка малости по относительной толщине h , запишем систему двух дифференциальных уравнений с неизвестными функциями T_1 и T_2 , описывающую прогиб оболочки [2]

$$\frac{1}{a} \frac{\partial T_1}{\partial \theta} - \frac{1}{a} \operatorname{ctg} \theta \cdot (T_1 - T_2) = -\frac{3 \mu U}{2 a} \sin \theta, \quad (1)$$

$$\frac{T_1}{a} + \frac{T_2}{a} = \frac{3 \mu U}{2 a} \cos \theta. \quad (2)$$

Решая систему уравнений (1) — (2) с учетом граничных условий $u_1 = u_3 = 0$ при $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$, определяем неизвестные перемещения u_1, u_3 точек срединной поверхности. Сравнение асимптотических результатов с численными показывает достаточно хорошее совпадение. Численные расчеты проведены с помощью метода конечных элементов с использованием пакета ANSYS.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.Е.* Теоретическая гидромеханика. Т. 2. М.: 1963.
 [2] *Гольденвейзер А.Л., Лидский В.Б., Товстик П.Е.* Свободные колебания тонких упругих оболочек. М.: 1979.

Naumova N.V., Ershov B.A., Ivanov D.N. *Deformation of a spherical shell under hydrostatic pressure.*

A spherical shell in viscous fluid flow is considered. Comparison of the asymptotic and numerical results of the investigation is presented.

ИЗГИБ ПЕРФОРИРОВАННОЙ ПЛАСТИНЫ

Наумова Н. В., Иванов Д. Н.

Санкт-Петербургский государственный университет
nat_n75@mail.ru

В настоящее время практически во всех областях техники применяются композитные материалы, состоящие из чередующихся объемов веществ, обладающих различными свойствами. В данной работе рассматривается квадратная пластина со стороной L и толщиной h . Толщина пластины мала по сравнению с ее размерами в плане ($\frac{h}{L} < 0.1$). Пластина представляет собой среду с периодически повторяющейся структурой (элемент волокна цилиндрической формы, помещенный в параллелепипед с размерами $\varepsilon \times \varepsilon \times h$). При построении математической модели рассматриваемой пластины принимаются две основные гипотезы. Первая гипотеза, принадлежащая Кирхгофу, предполагает, что нормаль к срединной поверхности пластины остается нормалью к ней после деформации. Вторая гипотеза утверждает, что напряженное состояние в точках пластины является двусосным.

В работе создана новая математическая модель, описывающая поведение рассматриваемой пластины, а также разработан пакет алгоритмов и программ, на основе которых проведенные исследования позволят детально изучить свойства композиционных материалов. Результаты работы могут быть также в дальнейшем использованы

- при конструировании композиционных материалов с заданными свойствами, а также оптимизации свойств материалов по каким-либо характеристикам;
- при выборе материалов при проектировании различных оболочечных конструкций, что позволит сократить дорогостоящие экспериментальные исследования.

Сравнение асимптотических результатов с численными показывает достаточно хорошее совпадение. Численные расчеты проведены с помощью метода конечных элементов с использованием пакета ANSYS.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 07.01.00250а.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Аргатов И.И.* Асимптотическое моделирование в механике. СПб.: 2004. 270 с.
- [2] *Бахвалов Н.С., Панасенко Г.П.* Осреднение процессов в периодических средах. М.: 1984. 512 с.

Naumova N.V., Ivanov D.N. *A bend of a perforated plate.*

A bend and a vibration of a rectangular thin plate perforated by cylindrical fibres is considered. Comparison of the asymptotic and numerical results of the investigation is presented.

СПЕКТРЫ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ И ФОРМЫ СВОБОДНЫХ И ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ КОНСОЛЬНОЙ БАЛКИ ТИМОШЕНКО

Павилайнен В. Я.

Санкт-Петербургский государственный университет

Исследованы спектры собственных частот и формы свободных и вынужденных колебаний консольной балки Тимошенко при учете двух различных видов инерционных нагрузок при повороте сечений, а также деформаций сдвига.

Результаты выполненных расчетов показывают особенности напряженно-деформированного состояния балки для каждого варианта постановки задачи.

Pavilaynen V. Ya. *Spectra and modes of the free and forces vibrations of cantilever Timoshenko beam.*

Spectra and modes of the free and forces vibrations of cantilever Timoshenko beam are studied. Two different types of inertial loads, rotation and shear deformations, are taking into consideration.

The specific features of the stress-strain states of the beam are revealed for each type of loadings.

УТОЧНЕНИЕ КРИТЕРИЯ ТЕКУЧЕСТИ ДЛЯ
ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНОГО МАТЕРИАЛА
С ЭФФЕКТОМ SD

Павилайнен Г. В., Юшин Р. Ю.

Санкт-Петербургский государственный университет
oreh@GP11596.spb.edu

Рассматривается задача уточнения критерия текучести для исследования изгиба анизотропных пластин. Предполагается, что материал пластины является трансверсально изотропным и обладает эффектом SD. Предлагается использовать критерий текучести, предложенный О.Г. Рыбакиной для ортотропного материала с эффектом SD. Запишем этот критерий в полярных координатах при трансверсальной изотропии материала

$$\sqrt{\sigma_r^2 - A\sigma_r\sigma_\theta + \sigma_\theta^2} + \alpha_1\sigma_r + \alpha_2\sigma_\theta = k.$$

Через A , α_1 , α_2 и k обозначены величины, связанные с пределами текучести в плоскости пластины при растяжении σ_{sr}^* и при сжатии σ_{ss}^* , а также с соответствующими пределами σ_{sr} и σ_{ss} в поперечном направлении. Для того, чтобы критерий текучести соответствовал требованиям задачи, необходимо удовлетворить пяти условиям начала пластического течения при выполнении условий плоского напряженного состояния и трансверсальной изотропии, а именно

$$\begin{aligned} (\sqrt{2-A} + \alpha_1 + \alpha_2)\sigma_{sr} &= k, & (\sqrt{2-A} - \alpha_1 - \alpha_2)\sigma_{ss} &= k, \\ (1 + \alpha_1)\sigma_{sr}^* &= k, & (1 - \alpha_1)\sigma_{ss}^* &= k, & \alpha_1 &= \alpha_2 \end{aligned}$$

Очевидно, что задача является переопределенной, следовательно, для ее корректного решения необходимо найти связь между пределами текучести и исследовать только те материалы, которые будут удовлетворять этой связи. В противном случае необходимо рассматривать материал пластины как ортотропный, что, как показано авторами, существенно осложняет задачу нахождения аналитического решения. Итак, связь между пределами текучести имеет вид

$$2 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \sigma_{sr}^* & \sigma_{ss}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \sigma_{sr} & \sigma_{ss} \end{pmatrix} \quad (1)$$

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 07-01-00250а.

Pavilaynen G.V., Ushin R.U. *Clarification of yield criterion for anisotropic materials with SD effect.*

The problem of yield criterion for anisotropic plates with effect SD is considered. The results are present as tables, pictures and plots.

МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО
НАГРУЖЕННЫХ СОЛЯНЫХ ПОРОД В ОКРЕСТНОСТИ ГОРНЫХ
ВЫРАБОТОК**Пестренин В. М., Пестренина И. В.***Пермский государственный университет*

pestreninvm@mail.ru

Строятся нелинейные физические уравнения наследственного типа предварительно нагруженных соляных пород. Принимается, что как в нетронутым предварительно напряженным соляном массиве, так и после прохождения в нем какой-либо выработки физические свойства среды остаются неизменными. Приводится основанный на методе интегрирования Ньютона подход к решению уравнений поставленной краевой задачи, на базе которого изучается напряженно деформированное состояние окрестности круговой горной выработки. Показано, что при малых глубинах нелинейные свойства среды, зависящие от напряжений, не проявляются, и напряженно деформированное состояние в окрестности выработки стабилизируется с течением времени. На глубинах 300–400 м сказываются нелинейные свойства соляного массива, поэтому его ползучесть с течением времени не прекращается.

Pestrenin V.M., Pestrenina I.V. *Preliminarily loaded soft formation modeling and calculation in the vicinity of the excavation.*

Nonlinear physical equations with memory of preliminarily loaded salt formation are constructed. It is assumed, that physical properties of the material before and after excavation remain unchanged. Newton integration method, approached to boundary problem solution, is used for the stress-strain consideration of the salt formation in the vicinity of the circular excavation. It is shown that at small depth there are no notable nonlinear properties depending on stress and stress-strain state near the excavation becomes stable in time. At the depth of 300–400m nonlinearity of salt formation physical properties make creep sustain with time.

МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГИХ СВОЙСТВ ГЕКСАГОНАЛЬНОЙ ПЛОТНОУПАКОВАННОЙ РЕШЕТКИ

Подольская Е. А.

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
ttd88@mail.ru

Работа посвящена построению моделей идеальной (без учета дефектов) гексагональной плотноупакованной (ГПУ) кристаллической решетки. Моделирование проводится на основе метода динамики частиц, согласно которому материал представляется в виде совокупности материальных точек, взаимодействующих друг с другом по определенным законам. Основная задача — получение связи между макроскопическими и микроскопическими упругими характеристиками, а именно между компонентами тензора жесткости решетки и жесткостью связи между отдельными частицами. В данной работе уточнены составленные ранее [1] две силовые модели (однопараметрическая, не учитывающая геометрическую неидеальность решеток реальных металлов, и двухпараметрическая, которая эту неидеальность учитывает), а также построена моментная модель. Для ряда металлов на основании экспериментальных данных вычислены жесткости связи, а затем осуществлена проверка по модулю объемного сжатия. Сравнение с экспериментальными данными показало, что моментная модель работает лучше, чем силовые. Таким образом, во-первых, правильный выбор взаимодействия в большинстве случаев важнее, чем учет геометрии конкретной решетки; во-вторых, выбор взаимодействия зависит от типа электронной оболочки металла.

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства Санкт-Петербурга (решение от 20.06.08 № 68).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Упругие свойства одноатомных и двухатомных кристаллов. Учебное пособие под ред. А.М. Кривцова. СПб.: Изд-во Политехнического университета. 2008. (принято к печати)

Podolskaya E.A. *Modeling of elastic characteristics of HCP crystal lattice.*

This work is devoted to modeling of ideal hexagonal close-packed (HCP) crystal lattices. The aim of this work is to link macro elastic characteristics with micro ones for HCP metals. Three models are proposed, on the base of which a formula for tensor of stiffness is derived. With regard to the experimental data stiffness of interatomic bonds is estimated. Bulk modulus is calculated and compared to its experimental value for a range of HCP metals. The best coincidence was obtained by means of model which considers moment interaction. Thus, firstly, in most cases the right choice of interaction is more important than the specific geometry of the lattice, and secondly, the choice of interaction depends on the type of electron shell of metal.

О НЕКОТОРЫХ ПРЕДЕЛЬНЫХ ПЕРЕХОДАХ В ПЛОСКОЙ ЗАДАЧЕ
ТЕОРИИ УПРУГОСТИ**Пронина Ю. Г.***Санкт-Петербургский государственный университет*
dearjuly@gmail.com

В теории упругости места приложения сосредоточенных воздействий принято рассматривать как изолированные особые точки аналитических функций. Типичные частные решения, обладающие особыми точками, соответствуют действию сосредоточенной силы, двойных сил с моментом и без момента, центра расширения-сжатия и сосредоточенного момента (пары). Замкнутые выражения для этих особенностей могут быть выведены с помощью определенных предельных переходов несколькими способами [1, 2]. Разница в результатах, полученных различными путями, наглядно объясняется с физической точки зрения [3]. Исследование задач о сосредоточенных воздействиях в упругой полуплоскости показало, что влияние границы на распределение напряжений в окрестности этих точек зависит от типа особенностей. С использованием формул суммирования рядов из указанных сингулярных решений можно получить решения соответствующих периодических задач. Интересно, что при увеличении периода системы стремление напряжений на границе полуплоскости с периодическими воздействиями к аналогичным величинам в полуплоскости с одной особенностью не всегда монотонно.

Работа написана при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 06-01-00171, 08-01-00394).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Ляв А.* Математическая теория упругости. М.–Л.: ОНТИ, 1935. 674 с.
- [2] *Мусхелишвили Н.И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 707 с.
- [3] *Пронина Ю.Г.* Центры расширения-сжатия в упругой полуплоскости // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 140–149.

Pronina J.G. *On some passages to the limit in two-dimensional elastic systems.*

The report deals with typical nuclei of strain in two dimensions. Some passages to the limit used to obtain different types of singular points have been considered. Formulas for single and periodic singular points in an elastic half-plane with free and clamped boundary have been derived. Effect of period of singularities on maximum stress on a boundary has been investigated.

ВЛИЯНИЕ АНИЗОТРОПИИ НА СВЯЗАННОСТЬ
ИЗГИБНО-КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ
ТОНКОСТЕННЫХ СТЕРЖНЕЙ ЗАМКНУТОГО ПРОФИЛЯ

Рябов В. М.¹, Ярцев Б. А.²

¹ Санкт-Петербургский государственный университет

² ЦНИИ им.акад.А.Н.Крылова, Санкт-Петербург

riabov@VR1871.spb.edu

Обсуждается возможность управления инерционной связанностью собственных изгибно-крутильных колебаний тонкостенных стержней из полимерных композиционных материалов за счет использования неклассических эффектов, возникающих в анизотропных структурах.

Использование энергетического подхода позволило ввести в качестве меры связанности два коэффициента, интегрально учитывающие влияние геометрии, а также структуры армирования на параметры динамического отклика конструкции. Первый из них характеризует упругую, а второй — инерционную связанности собственных форм.

Численные эксперименты выполнены для консольного стержня авиационного профиля, образованного совокупностью слоев высокомодульного углепластика. Установлено, что в зависимости от ориентации армирующих волокон возможно как увеличение, так и уменьшение (вплоть до полного подавления) инерционной связанности взаимодействующих мод колебаний, достигаемое либо за счет их взаимной трансформации, либо за счет возникающей в материале упругой связанности.

Ryabov V.M., Yartsev B.A. *Influence of anisotropy on coherence of natural flexural-torsion vibrations of thin-walled bars of closed profile.*

An opportunity of management by inertial coherence of natural flexural-torsion vibrations of thin-walled polymer composite bars due to use of the nonclassical effects arising in anisotropic structures is discussed.

Energetic approach permits to enter as a measure of coherence of two factors, considering as a whole influence of geometry and also structure of reinforcing on parameters of the dynamic response of a construction. First of them characterizes elastic, and the second — inertial coherence of natural flexural-torsion vibrations.

Numerical experiments are executed for a console bar of an aviation profile, formed by set of high module carbon fibre reinforced plastic layers. It is established, that depending on orientation of reinforcing fibres probably both increase, and reduction (down to full suppression) inertial coherence of coupled vibrations, reachable or due to their mutual transformation, or due to arising in a material of elastic coherence.

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ НАНОТРУБОК И ФУЛЛЕРЕНА

Товстик Т. П.

Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург
 tovstik_t@mail.ru

Предложена модель парного моментного взаимодействия, позволяющая построить устойчивую модель нанотрубки и фуллерена. Парный моментный потенциал является обобщением на трехмерный случай потенциала [1], где были проведены аналитические исследования по подбору констант D_i , ρ в потенциале. Здесь мы предлагаем потенциал в виде суммы трех слагаемых

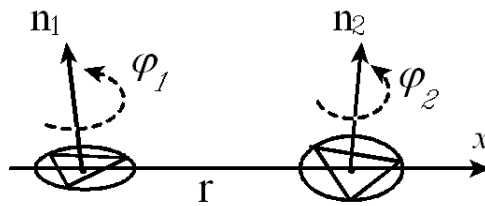


Рис. 1. Пространственная модель взаимодействия атомов

$$U = D_1 \left[\left(\frac{\rho}{r} \right)^{12} - 2 \left(\frac{\rho}{r} \right)^6 \right] + D_2 \left(\frac{\rho}{r} \right)^{12} F(\varphi_1, \varphi_2) + D_3 \left(\frac{\rho}{r} \right)^{12} F(n_1, n_2). \quad (1)$$

Первое слагаемое в (1) — потенциал Леннарда-Джонса, второе — моментный потенциал [1], позволяющий атомам занимать узлы гексагональной решетки. Третье слагаемое — парный моментный потенциал, служащий для описания пространственных движений атомов. При отклонении нормали атома (рис. 1) создается восстанавливающий момент. Проводятся расчеты колебаний модели нанотрубок и фуллерена.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Беринский И.Е., Иванова Е.А., Кривцов А.М., Морозов Н.Ф. Применение моментного взаимодействия к построению устойчивой модели кристаллической решетки графита // Изв. РАН. МТТ. 2007. № 5. С. 6–16.

Tovstik T.P. *The construction of stable model of the nanotubes and fulleren.*

The model of the graphite nanotubes and fulleren with the pair moment interaction between the atoms is proposed as the generalization to the 3D case the model of the graphite crystal lattice with the pair moment potential. The analytical results are supported numerically. Some kinds of nanotubes and fulleren motion are investigated numerically for arbitrary initial deformations.

КОЛЕБАНИЯ СТЕРЖНЕВОЙ СИСТЕМЫ АТОМНО-СИЛОВОГО
МИКРОСКОПА (АСМ) НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ С.П. ТИМОШЕНКО**Тулкина А. Н.***Санкт-Петербургский государственный университет*
anyatoolkina@mai.ru

Рассматривается задача расчета свободных и вынужденных колебаний системы двух консолей, незащемленные опоры которых соединены шарнирно. Такая система балок является моделью кантилевера АСМ и исследуемого объекта.

Постановка задачи основывается как на классическом варианте теории, так и на теории С.П. Тимошенко.

Проведенные расчеты показывают зависимость напряженно-деформированного состояния консолей от различных исходных геометрических и жесткостных параметров системы. Результаты расчетов представлены в таблицах и на графиках.

Tulkina A.N. *Vibrations of frame structure of a nuclear-power (atomic-powered) microscope based on Timoshenko theory.*

The problem of the free and forced vibrations of two consoles connected by a hinge is considered. Such system of beams is tip of a microscope model. Statement of a problem is based both on a classical variant of the theory, and on the theory of S.P. Timoshenko. Results of the calculations show dependence of the stress-strain state on various parameters. Results of calculations are presented in tables and on graphics.

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧИ
СЕН-ВЕНАНА ИЗГИБА ЕЗС ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛОЙ

Устинов Ю. А., Курбатова Н. В., Чумакова Е. С.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

nvk@math.rsu.ru

Построение решения трехмерной задачи Сен-Венана для естественно закрученного стержня (ЕЗС) с осесимметричным поперечным сечением сводится [1] к решению двумерных краевых задач на сечениях, которые соответствуют задачам растяжения-сжатия, кручения [2], чистого изгиба и изгиба поперечной силой. В работе рассматривается случай задачи изгиба поперечной силой, которая, по сути, завершает построение решения Сен-Венана для ЕЗС.

Для исследования выбирается поперечное сечение прямоугольной формы, и численное решение строится с помощью метода конечных элементов, адаптированного для данной задачи. Специфика задачи заключается в том, что в ее вариационной постановке учитывается предварительно построенное конечно-элементное решение задачи чистого изгиба [3], а единственность решения обеспечивается выполнением дополнительных условий с помощью метода множителей Лагранжа.

Эти обстоятельства существенно усложняют процесс дискретизации задачи, получения аналитических выражений локальных матриц. Авторами предложена методика программируемой дискретизации задачи, позволяющая сделать процесс менее сложным, и результат – надежным.

В ходе конечно-элементного исследования были получены численные результаты напряженно-деформированного состояния серии сечений естественно закрученного стержня для различных значений крутки, характеризующих степень скрученности стержня.

Работа выполнена в рамках гранта РФФИ 07-01-00254а.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Устинов Ю.А. Задачи Сен-Венана для псевдоцилиндров. М.: Наука. 2003. 128 с.
- [2] Natalya V. Kurbatova. On a stretching-torsion of a naturally twisted rod // XXXIII Summer School – Conference «Advanced Problems in Mechanics» June-July 5, St. Peterburg, Russia, 2005. P. 59–60.
- [3] Курбатова Н. В., Романова Н. М. Конечно-элементное решение задачи изгиба для естественно закрученного стержня // Современ. пробл. мех. спл. среды. 2006 г. Ростов н/Д, Т.1. ООО «ЦВВР». 2006. С. 172–176.

Ustinov Yu.A., Kurbatova N.V., Chumakova E.S. *Finite element modeling of Saint-Venant problem for naturally twisted rod bending by transverse force.*

For a naturally twisted rod we adapted the finite element method (FEM) realization taking into account the FEM solution of the pure bending problem. The distribution of the stresses in deformed cross-section is presented.

О МАСШТАБИРОВАНИИ ВРЕМЕНИ В МЕХАНИКЕ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И ПОВРЕЖДАЕМОСТИ

Федоровский Г. Д.

Санкт-Петербургский государственный университет

g.fed@pobox.spbu.ru

Среди теорий линейной и нелинейной вязкоупругопластичности и повреждаемости все более высокое место занимают подходы с применением обобщенного времени, которые постепенно все более развиваются и находят использование для описания поведения разнообразных сред (полимеров, бетонов, металлов, грунтов и горных пород) при разных физико-химико-механических воздействиях на среды, вызывающих различные состояния сред, например, физические (структурные, фазовые) переходы, старение, повреждаемость. При использовании концепции обобщенного времени важным параметром является масштаб (мера) времени, физическая и математическая форма (соответствие) которого зависит от вида среды и вида воздействия. Известны «простые» и «сложные» соответствия, в частности, температурно-временное, влаго-, радиационно-, структурно-, напряженно-, деформационно-временное, когда масштаб времени зависит от одного параметра (температуры) или от двух параметров (температуры и лабораторного времени), т.е. является простой или сложной функцией. Для описания влияния немонотонных процессов воздействий получены еще более сложные линейные и нелинейные масштабы-функционалы, имеющие иерархическую структуру описания, при использовании масштаба-функции при монотонном воздействии и функции (функционала) учитывающей немонотонность. Для сред с физическими переходами (например, температурно-временными) масштаб имеет точки перехода. Его удобно применять для целей прогнозирования (экстраполирования) поведения среды на далекие и малые времена. В области текучести роль времени может играть деформация (по эндохронной концепции Ильюшина и Валаниса) с соответствующим масштабом, зависящим от деформации (и времени). Физический смысл плотности источников энтропии имеет масштаб «термодинамического» времени Вакуленко. Зависящий от лабораторного времени масштаб Бугакова учитывает старение. Нами получены масштабы времени для теории нелинейной вязкоупругости Больцмана-Вольтерра-Персо и модифицированных нелинейных уравнений ползучести Работнова и Москвитина в случае немонотонного изменения напряжения.

Fedorovsky G.D. *About scaling time in the mechanics of deformation and damageability.*

The comparative analysis of «simple», «complex» and «functional» scaling of time in the mechanics of deformable media is spent in case of different physics-chemicals-mechanics influences.

УСТОЙЧИВОСТЬ КОЛЬЦЕВОЙ ПЛАСТИНКИ

Филиппов С. Б.*Санкт-Петербургский государственный университет*

sbf@petrodvorets.spb.ru

Задача о потере устойчивости кольцевой пластинки представляет интерес в связи с тем, что кольцевая пластинка может рассматриваться как модель шпангоута, подкрепляющего оболочку вращения. Подкрепленные оболочки широко используются в технике и строительстве.

Рассматривается потеря устойчивости кольцевой пластинки под действием радиальных усилий, равномерно распределенных по внутреннему или внешнему контуру. В работе Мансфилда [1] было получено аналитическое решение уравнения, описывающего потерю устойчивости кольцевой пластинки, однако эта работа имеет существенный недостаток. Используемые в ней начальные напряжения не удовлетворяют граничным условиям, которые обычно встречаются на практике.

В данной работе получено уравнение устойчивости кольцевой пластинки для реальных начальных напряжений, возникающих в шпангоутах. Это уравнение не имеет аналитического решения. Для узких пластинок с помощью асимптотических методов получены приближенные формулы для вычисления критических нагрузок и форм потери устойчивости. Показано, что замена начальных напряжений Мансфилда реальными напряжениями может привести к уменьшению критической нагрузки в 20 раз. Достоверность полученных результатов подтверждается путем численного интегрирования уравнений устойчивости методом прогонки.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 07.01.00250а.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Mansfield E.H.* On the buckling of an annular plate // *Quart. J. Mech. and Applied Math.* 1960. Vol. 13. P. 16–23.

Filippov S.B. *Buckling of an annular plate.*

Buckling of an annular plate under action of the radial load uniformly distributed on inner or outer circle of the plate is considered. For narrow plates by means of asymptotic methods the approximate formulas for calculation of critical loadings and buckling modes are received.

The problem of buckling of an annular plate is of interest in connection with buckling of stiffened shell of rotation because such plate can be considered as model of the supporting frame of the shell.

ОБ АЛГОРИТМЕ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ДВУХМЕРНЫХ НЕСВЯЗАННЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕРМОУПРУГОСТИ

Хвисевич В. М., Веремейчик А. И.

Брестский государственный технический университет

vai_mrtm@tut.by

Потребности современной техники во многих случаях требуют исследования напряженно-деформированного состояния конструкций, которые подвергаются воздействию изменяющихся во времени температур. Сложность геометрических форм конструктивных элементов наряду со сложным характером упомянутых воздействий требуют развития исследований нестационарных задач термоупругости, связанных со строгим удовлетворением граничных условий по всей границе области при произвольном распределении в ней тепловых полей.

В настоящей работе для решения задачи в случае произвольной геометрии границы области используется метод граничных интегральных уравнений (ГИУ), который реализован в два этапа. На первом этапе получено решение краевой задачи теплопроводности с применением преобразования Лапласа, второй формулы Грина и квадратурных формул посредством разбиения границы на множество сегментов, которые позволяют выполнить переход от системы интегральных уравнений к их дискретным аналогам. С их помощью определены значения трансформанты Лапласа температуры как функции параметра преобразования. Для получения окончательного решения проводится обращение преобразования Лапласа. Искомая функция от времени приближенно представляется в виде полинома, коэффициенты которого определяются путем его преобразования по Лапласу и сравнения с полученным ранее изображением функции для температуры. На втором этапе решается задача термоупругости. Полученные при этом интегральные уравнения имеют вид уравнений Фредгольма первого или второго рода в зависимости от конкретной краевой задачи. Для численного решения построенных интегральных уравнений аппроксимируется геометрия рассматриваемой области и входящие в ГИУ краевые функции. Аппроксимация по времени граничных функций осуществляется с помощью интерполяции относительно временных узлов на заданном интервале времени. В ходе пошагового продвижения по времени найдены неизвестные граничные перемещения и напряжения. На основании построенного алгоритма разработана программа решения данной задачи на ПЭВМ. Проведенные расчеты тестовых задач для ряда простых областей свидетельствуют о высокой точности метода.

Khvisevich V.M., Veremejchik A.I. *On the algorithm of the numerical solution of decoupled two-dimensional boundary value problems of non-stationary thermoelasticity.*

The method of boundary integral equations is used to develop the algorithm of solution of coupled two-dimensional problems of non-stationary thermoelasticity of homogeneous isotropic bodies.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОХЛАЖДЕНИЯ НАГРЕТОЙ
СТАЛЬНОЙ ПЛАСТИНКИ В КОНЕЧНО – ЭЛЕМЕНТНОМ МОДУЛЕ
ANSYS CFX**Юркевич К. С., Босяков С. М.***Белорусский государственный университет, Минск*

kirill.bsu@gmail.com

Одной из проблем, возникающих при термообработке изделий, является подбор оптимальных условий охлаждения закаляемых деталей с учетом деформаций, возникающих в заготовке после охлаждения. Традиционно такой анализ осуществляется экспериментальными методами с применением разрушающих методов контроля и металлографии, что связано с большими затратами времени и материальных средств. Основной целью настоящей работы является проведение вычислительных экспериментов по определению остаточных деформаций, возникающих в металлических пластинках после охлаждения.

На первом этапе эксперимента проводился нестационарный анализ температурных полей, возникающих в стальной пластинке при охлаждении ее в водной среде с использованием функциональных возможностей конечно-элементного пакета ANSYS CFX. В результате получены значения температуры для точек пластинки в зависимости от времени охлаждения, которые использованы на втором этапе вычислительного эксперимента для формулировки граничных условий при статическом анализе модели в конечно-элементном комплексе ANSYS Multiphysics и нахождения распределений перемещений и напряжений в пластинке.

На основании полученных качественных и количественных данных о напряженно – деформированном состоянии пластинок сформулированы рекомендации по подбору параметров режимов охлаждения и условий закрепления образцов, позволяющие устранить или минимизировать остаточные деформации.

Yurkevich K.S., Bosiakov S.M. *The modeling of cooling process of the heated steel plate using finite – element module ANSYS CFX.*

In the present paper results of computing experiments by definition of fields of temperatures and the residual deformations arising in metal plates with apertures at cooling are submitted. Calculations are carried out with use of finite – element module ANSYS CFX and ANSYS Multiphysics.

**СЕКЦІЯ V.
БИОМЕХАНІКА**

**SECTION V.
BIOMECHANICS**

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РАЗЛИЧНЫХ СПОСОБОВ
ИЗМЕРЕНИЯ ТОЛЩИНЫ РОГОВИЦЫ ГЛАЗА

Балашевич Л. И.¹, Качанов А. В.¹, Бауэр С. М.²,
Зимин Б. А.²

¹ МНТК «Микрохирургия глаза», Санкт-Петербург

² Санкт-Петербургский государственный университет
s_bauer@mail.ru

Толщина роговицы является важным показателем, который необходимо учитывать при планировании рефракционных операций и измерении внутриглазного давления. Известно три способа измерения толщины роговицы живого глаза – кератопахиметрии: оптический, ультразвуковой и интерферометрическая томография. 60 пациентов с нормальным зрением (эмметропией) и аметропией без патологий были подвергнуты стандартному офтальмологическому обследованию, включающему кератопахиметрию: ультразвуковую (УЗ) (D6H-5100, Humphrey), оптическую (оптико-секущая кератопахиметрия (РЕНТАКАМ («Osubu»)) и когерентную томографию 800 нм (ОСТ-«Visante» – Carl Zeiss – Meditec). Возраст пациентов был от 18 до 60 лет. Результаты кератопахиметрии для различных методов следующие. УЗ кератопахиметрия показала среднее значение толщины роговицы в центральной зоне (ССТ – central corneal thickness) – $541,0 \pm 33,4$ мкм; оптическая кератопахиметрия дает ССТ – $560,0 \pm 30,5$ мкм; методом когерентной томографии получается ССТ – $524,6 \pm 30,8$ мкм. Статистически значимые различия в ССТ во всех трех группах объясняются физическими особенностями способов измерений.

Balashovich L.I., Kachanov A.V., Bauer S.M., Zimin B.A. *The comparative analysis of different methods for measurement of the central corneal thickness.*

The data on the corneal thicknesses measured for a group of 60 patients by means of three different methods are reported. The disagreements in results of measurements due to different methods are discussed.

О ВЛИЯНИИ ФОРМЫ РОГОВИЦЫ И СКЛЕРЫ НА ПОКАЗАТЕЛИ
ВНУТРИГЛАЗНОГО ДАВЛЕНИЯ**Бауэр С. М., Типясев А. С.***Санкт-Петербургский государственный университет*

s_bauer@mail.ru

Тонометр Маклакова оценивает внутриглазное давление по диаметру зоны контакта роговицы и груза с плоским основанием определенной массы (обычно 10 г). Математическая модель измерения ВГД по методу Маклакова, учитывающая свойства склеры и роговицы, описана в работе [1]. При этом глазное яблоко моделируется двумя сферическими сегментами. Составная оболочка заполнена несжимаемой жидкостью. Известно, что модуль упругости роговицы много меньше модуля Юнга для склеры, поэтому роговица моделируется мягкой оболочкой. В реальности близорукие и дальнозоркие глаза имеют отклонения от сферической формы. В связи с этим в данной работе глазное яблоко моделируется при тех же предположениях, что и в работе [1], но и склера, и роговица моделируются сегментом более общей формы – эллипсоидальным. Как и прежде, оболочка заполнена несжимаемой жидкостью, находящейся под давлением. Роговица подвергается большим деформациям, поэтому ее состояние описывается нелинейными уравнениями мягких (безмоментных) оболочек. Склера в процессе деформации лишь незначительно растягивается, поэтому деформация склеры также описывается уравнениями безмоментной теории. Исследуется, как могут меняться показатели ВГД при изменении формы глазного яблока.

Проведены расчеты при различных механических и геометрических параметрах корнеосклеральной оболочки. Получено, что показатели ВГД практически не зависят от формы склеры, но величина исследуемого начального внутриглазного давления тем меньше, чем более вытянута роговица вдоль передне-задней оси глаза, при равных зонах контакта груза и роговицы. То есть при миопии, связанной с большой кривизной роговицы, показатели ВГД могут быть завышенными.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №07-01-00250а.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Бауэр С.М., Любимов Г.А., Товстик П.Е.* Математическое моделирование метода Маклакова измерения внутриглазного давления // Известия РАН «Механика жидкости и газа». 2005. № 1. С. 24–39.

Bauer S.M., Tipyasev A.S. *The effect of the shapes of cornea and sclera on the intraocular pressure reading.*

A model of the applanation method for measurement of the IOP is considered in assumption that the cornea and sclera are the parts of elliptic shells.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО – ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПРИ КОРРЕКЦИИ АРТЕРИАЛЬНЫХ СОСУДОВ

Бегун П. И., Кривохижина О. В.

Санкт-петербургский государственный электротехнический университет
begun@fromru.com

Разработан биомеханический метод исследования артериальных сосудов, позволяющий проводить диагностику их состояния при коррекции. Этот интегральный компьютерный метод исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) в реальном масштабе времени представляет симбиоз биомеханического компьютерного моделирования и анализа биологических структур по данным клинических (томографического, ангиографического, эхографического) исследований. Исследования необходимы для совершенствования технологий вновь разрабатываемых хирургических операций и выбора обоснованного метода лечения при выполнении традиционных операций. По клиническим данным определяются геометрические параметры сосуда. Приведенный модуль нормальной упругости и допускаемые напряжения в структурах аналогичного сосуда определены *in vitro* на образцах, помещенных в раствор Кребса после иссечения во время хирургических операций.

Вычисления НДС в сосудах проведены в конечно-элементном пакете Cosmos Works, интегрированном в САД — систему Solid Works. Для анализа используются линейные тетраэдральные элементы.

Построены содержательные и компьютерные модели: а) дилатации стенозированных артерий в общем случае неравномерного профиля с криволинейными сегментами; б) артериальных сосудов, пораженных аневризмой; в) коарктации аорты. Проведены исследования влияния геометрических параметров и механических свойств рассмотренных артериальных сосудов на НДС. Разработаны методики, позволяющие прогнозировать критическое состояние аневризм и результаты эндоваскулярных рентгенохирургических операций при дилатации и стентировании артериальных кровеносных сосудов.

Begun P.I., Krivohizina O.V. *On the stress-strain state of vessels.*

The biomechanical method of diagnostics of the state of vessels in health and disease and under surgery is developed.

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И
КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫЙ АНАЛИЗ
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
ОРТОДОНТИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С ЧЕТЫРЬМЯ КОРОНКАМИ

Босяков С. М.¹, Доста А. Н.²

¹ *Белорусский государственный университет, Минск*

² *Белорусский государственный медицинский университет, Минск*

bosiakov@bsu.by

Одним из актуальных направлений современной ортопедической стоматологии является проектирование ортодонтических аппаратов, предназначенных для исправления дефектов и аномалий в прикусе, с учетом функционального состояния периодонта и индивидуальных особенностей пациентов. В настоящей работе представлены результаты конечно-элементных расчетов напряжений и перемещений, возникающих в стержнях ортодонтического аппарата с четырьмя коронками, в результате раскручивания винта. Вычисления проведены в программной среде ANSYS Workbench для аппаратов с различными углами наклона стержней, различными диаметрами и длинами стержней для случаев, когда конструкция выполнена из сплавов стали или титана. Граничные условия соответствовали жесткому закреплению коронок на зубах. Влияние сопротивления костной ткани и периодонта, препятствующих перемещению корня зуба по направлениям осей координат, в ходе расчета учитывалось посредством различных коэффициентов жесткости. Значения перемещений пластинок аппарата, связанных винтом, по отношению к вертикальной плоскости, расположенной посередине винта, задавались из диапазона от нуля до 2 мм.

Генерация трехмерных твердотельных моделей осуществлена на основании базовой параметрической модели ортодонтического аппарата, разработанной в САД-пакете CATIA и позволяющей в интерактивном режиме изменять положение центров основания коронок, диаметры коронок, точки закрепления стержней по высоте и по длине дуги коронки.

Полученные результаты непосредственно использованы в практической деятельности стоматологических лабораторий Белорусского государственного медицинского университета при проектировании ортодонтических аппаратов для исправления прикуса у пациентов с расщелиной неба.

Bosiakov S.M., Dosta A.N. *Parametric modeling and finite-element analysis of the stress-deformed condition of the orthodontic appliances with four crowns.*

In the present paper results of development of parametrical model of the orthodontic appliance with four crowns and the screw are submitted on the basis of functionalities CAD-complex CATIA. For various models of appliances in program ANSYS Workbench calculations of displacements and stresses arising in rods of a constructions, under action of kinematic loading are carried out.

О МОДЕЛЯХ ОБОЛОЧКИ ГЛАЗА ДЛЯ АНАЛИЗА КЛИНИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ ЗАВИСИМОСТИ «ОБЪЕМ-ДАВЛЕНИЕ»

Воронкова Е. Б.¹, Бауэр С. М.¹, Котляр К. Е.²

¹ *Санкт-Петербургский государственный университет, Россия*

² *Мюнхенский технический университет, ФРГ*

frumen@yandex.ru

Зависимость между изменением внутриглазного давления (ВГД) и соответствующим ему изменением объема корнеосклеральной оболочки глаза связывают в офтальмологии с понятием ригидности глаза и используют для оценки динамики водянистой влаги, кровоснабжения глаза, а также для косвенной оценки упругих характеристик тканей глазного яблока [1, 3]. Однако, большинство формул, используемых для описания таких зависимостей, носят эмпирический характер, а существующие теоретические обоснования не учитывают структурные и биомеханические особенности строения фиброзной капсулы глаза.

На основе трехмерной теории упругости и уточненной теории анизотропных оболочек Родионовой В.А.–Черныха К.Ф. получены аналитические формулы, связывающие изменение давления в трансверсально-изотропной оболочке с изменениям ее внутреннего объема [2].

Численные эксперименты показали соответствие этих аналитических зависимостей современным данным прижизненных клинических исследований как для глаз с нормальным зрением, так и при близорукости и дальнозоркости. Проведенные расчеты позволяют также оценить степень анизотропии склеральной оболочки, влияния геометрических и механических характеристик склеры на коэффициент ригидности глаза.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РНП № 2.2.2.3.16141, РФФИ № 07-01-00250.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Silver D., Geyer O.* Pressure-volume relation for the living human eye // *Curr. Eye Res.* 2000 Vol. 20 № 2. P. 115–120.
- [2] *Воронкова Е.Б., Бауэр С.М.* О деформации трансверсально-изотропного сферического слоя // *Материалы докладов Международной конференции «VI Шестые Окуневские чтения», Санкт-Петербург, 2008.* С 53–57.
- [3] *Pallikaris I.G., Kymionis G.D., Ginis H.S., Kounis G.A., Tsilimbaris M.K.* Ocular Rigidity in Living Human Eyes // *Investigative Ophthalmology & Visual Science*, February 2005, Vol. 46, № 2. P 409–414

Voronkova E.B., Bauer S.M., Kotliar K.E. *On the models for the pressure-volume relationship clinical data analysis.*

A mathematical model, related to pressure-volume changes within a spheric transversal isotropic shell, was developed with the 3-dimensional theory of elasticity and theory of anisotropic shell by Rodionov–Tschernykh. The model was applied to the description of pressure-volume relationship in the human eye. The results of mathematical modelling are in accord with contemporary clinical experiments.

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ
ПАТОЛОГИЧЕСКИ ИЗВИТЫХ АРТЕРИЙ**Грамакова А. А., Павлова О. Е.***Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского*
pavlovaoe@yandex.ru

Проводимое исследование поведения патологически извитых артерий (бифуркации сонной артерии (БСА) и позвоночной артерии (ПА)) направлено на решение медицинской и социальной проблемы, связанной с оптимизацией хирургического лечения расстройств кровообращения. Заболевания сердечно-сосудистой системы на протяжении многих лет занимают одно из лидирующих положений в структуре заболеваемости и смертности. Очевиден значительный социально-экономический ущерб. Основными причинами нарушения мозгового кровообращения, приводящего к инсульту головного мозга, являются окклюзия и/или стеноз артерий, а также патологическая извитость артерий. Причем среди причин, патологическая извитость занимает особое место. С одной стороны, это связано с ее высокой распространенностью. С другой стороны, до сих пор нет единого мнения о гемодинамической значимости аномалий артерий и целесообразности ее хирургической коррекции. Поэтому разработка оптимальных методов лечения данной патологии является актуальной проблемой сосудистой хирургии.

Целью данной работы являлось исследование методами математического моделирования гемодинамических (механических) факторов, влияющих на поведение патологически извитых артерий. В процессе исследования были проведены серии экспериментов для определения физико-механических параметров стенок БСА и ПА. Проведен анализ гистологического и морфометрического строения общей сонной артерии и ее ветвей, а также ПА. Отработана методика создания точных трехмерных геометрий артерий на различных стадиях заболевания и после хирургического вмешательства. Проведено построение численно-аналитической трёхмерной модели динамики кровотока и напряженно-деформированного состояния патологических извитостей артерий: S-образная извитость, C-образная извитость и петля. По результатам численного эксперимента получены данные по движению крови и стенок артерий, проведен анализ результатов и сравнение с клиническими данными.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 06-01-00564.

Gramakova A.A., Pavlova O.E. *Finite element modeling of pathologically coiled arteries.*

Knowledge on the blood flow and vessel walls movement of pathological tortuosities of carotids (kinking, coiling (or looping)) was obtained by means of numerical simulation. The result analyses and correlations with the clinical data showed that in the transverse cut of the vessel arch, local blood pressure was minimal at the outer wall, grew while approaching to the inner wall and took its maximum value immediately at the latter structure. There was an inverse relationship for the blood flow speed: it reached its maximum at the outer wall of the vessel arch. The transverse circulation streams of the blood flow appeared due to the blood pressure disparity between the inner and the outer radii of the vessel arch.

БИОМЕХАНИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ В СТОМАТОЛОГИИ

Демидова И. И.

Санкт-Петербургский государственный университет

maria_ib@mail.ru

В настоящей работе с точки зрения механики деформируемого твердого тела анализируются некоторые биомеханические аспекты зубочелюстной системы (ЗЧС) от ее зарождения до реставрации. На функционирование системы с одной стороны влияет окружающая среда (ОС), а с другой стороны ее функционирование зависит от состояния организма (О), т.е. на ЗЧС действуют следующие факторы: P — жевательная нагрузка, p_{atm} — атмосферное давление, T — температура ОС, $T(t)$ — температура О, p_{phis} — физиологическое давление в разных сосудах, зависящее от состояния О, и агрессивные среды (АС) ОС, О и самой ЗЧС. Что касается действия АС, то их влияние сказывается как в изменении свойств тканей, так и напряженного состояния ЗЧС, особенно в областях с растягивающими напряжениями.

ЗЧС — сложная составная композитная конструкция, в которой характеристики механических свойств тканей различаются на несколько порядков. Из анализа свойств тканей ЗЧС формулируются критерии прочности тканей. Для определения напряженно-деформированного состояния в ЗЧС применяются математическое и физическое моделирование. При математическом моделировании используются как наиболее простые модельные задачи механики деформируемого твердого тела (стержень или цилиндр при одноосном растяжении-сжатии, задача о внецентренном сжатии, задача о кручении стержня, изгиб консолей и кривых стержней, задача о диске или кольце, нагруженных сосредоточенными по диаметру силами, контактная задача), так и метод конечных элементов. При физическом моделировании применялись поляризационно-оптические методы фотоупругости и фототермовязкоупругости, с помощью которых были решены как изотермические, так и неизотермические задачи ползучести.

Применение классических задач теории упругости для решения проблем стоматологии позволяет найти зоны разрушения и осложнений ЗЧС, а также позволяет снизить травматичность оперативных вмешательств. Для механики твердого тела значительно расширяется область применения известных простых решений. Показывается, что для обучения студентов-стоматологов наиболее полезным будет метод фотоупругости.

Demidova I.I. *Biomechanical problems of stomatology.*

The teeth-jaw system TJS is very complicated. The state of the TJS depends on the organism state and surrounding media. The information about the stress distribution in the TJS may be getting by the different investigating methods: the analytic, numeric and many experimental methods. It would be better to choose a more simple and informative method but for the education of the university students the photoelasticity is more attractive and useful.

РАЗРАБОТКА КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО ПАКЕТА ДЛЯ
РЕШЕНИЯ СВЯЗАННЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ И
ГИДРОДИНАМИКИ**Добдин А. С., Иванов Д. В., Сафонов Р. А., Панкратов И. А.***Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского*
ivanovdv@info.sgu.ru

Заболевания сердечно-сосудистой системы на протяжении многих лет занимают одно из лидирующих положений в структуре смертности населения России. Одной из основных причин расстройства кровообращения является окклюзия и/или стеноз артерий. Действенным методом лечения подобных заболеваний является хирургическая операция. Положительный исход операции в основном предрешен опытом и интуицией хирурга. В связи с интенсивным развитием вычислительной техники и информационных технологий в настоящее время появилась возможность рассчитать и оптимизировать динамические параметры поведения элементов сердечно-сосудистой системы человека с целью прогнозирования результатов реконструктивной хирургической операции, то есть уже на стадии предоперационного обследования пациента провести так называемую «виртуальную» операцию.

Для внедрения таких технологий в повседневную клиническую практику необходимо создание простой в использовании и недорогой компьютерной системы. Существующие компьютерные программы, как правило, универсальны и поэтому дорогостоящи и сложны в применении. Разработанный конечно-элементный пакет, ориентированный на узкий круг задач и требующий от пользователя минимальной настройки, представляет собой комплекс программ для расчета кровотока в двумерных и трехмерных моделях сосуда с гибкими стенками методом конечных элементов.

При создании пакета программ для крови была использована модель вязкой несжимаемой жидкости, течение которой описывается уравнениями Стокса и Навье-Стокса, а стенки сосуда считались идеально упругим телом [1], напряженно-деформированное состояние которого определяется решением уравнений теории упругости в форме Навье-Ламе. При решении систем линейных алгебраических уравнений, получаемых в ходе применения метода конечных элементов (модификация Галекрина), использовалась библиотека UMFPACK [2].

Работа выполнена в рамках Инновационно-образовательной программы Саратовского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Бегун П.И., Шукейло Ю.А.* Моделирование в биомеханике: учеб. пособие. М.: Высшая школа, 2004. 390 с.
- [2] <http://www.cise.ufl.edu/research/sparse/umfpack>. University of Florida. Department of computer and information science and engineering.

Dobdin A.S., Ivanov D.V., Safonov R.A., Pankratov I.A. *Development of finite element software for solving connected fluid dynamics and elasticity theory problems.*

Finite element software for solving problems which describe blood flow in arteries in 2D and 3D was designed. Blood was modeled as homogeneous, incompressible newtonian fluid. The material of wall of the arteries was assumed to be perfectly elastic.

К ВОПРОСУ О ДЕФОРМИРОВАНИИ СКЛЕРЫ

Ермаков А. М.*Санкт-Петербургский государственный университет*

Khopesh_ra@mail.ru

Внешняя оболочка глаза (корнеосклеральная) состоит из роговицы и склеры. Склеральная оболочка составляет более 90% всей фиброзной оболочки глаза человека, поэтому в задачах, связанных с изменением объема глазного яблока под действием внутреннего давления, биомеханические свойства склеры играют решающую роль, и вся внешняя оболочка глаза рассматривается, как состоящая целиком из склеры.

В данной работе склеральная оболочка рассматривается как анизотропный эллипсоид вращения, находящийся под действием внутреннего давления и близкий к сферической оболочке. Изучается деформация склеры при различных отношениях трех основных модулей упругости и при различных соотношениях горизонтального и вертикального диаметров оболочки.

Решение строится по теории Родионовой–Титаева–Черныха [1]. Это линейная теория однородных анизотропных оболочек постоянной толщины с учетом малой податливости поперечным сдвигам и деформированию в направлении нормали к срединной поверхности, а так же поперечных нормальных напряжений и нелинейного распределения компонент вектора перемещения по толщине оболочки.

Система из трех дифференциальных уравнений 10-го порядка с 10-ю граничными условиями и тремя неизвестными функциями перемещений решается с помощью программы, реализующей конечно-разностный численный метод в пакете «Matematica 6.0».

Многочисленные расчеты, проведенные при различных параметрах, позволяют оценить степень влияния геометрических и механических характеристик склеры на ее форму при разных значениях внутриглазного давления.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 07-01-00250.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Родионова В.А., Титаев Б.Ф., Черных К.Ф. Прикладная теория анизотропных пластин и оболочек // Изд-во СПбГУ. 1996. 280 с.

Ermakov A.M. *On the deformation of a scleral shell.*

The anisotropic elliptic shells under inner pressure are considered. The effect of mutual relation of modulus of elasticity in tangential direction on the deformation is estimated.

ПРОВЕДЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПРИ
ПРОЕКТИРОВАНИИ МОСТОВИДНЫХ ЗУБОЧЕЛЮСТНЫХ
ПРОТЕЗОВ**Журавков М. А.¹, Коновалов О. Л.¹, Доста А. Н.²**¹ *Белорусский государственный университет, Минск*² *Белорусский государственный медицинский университет, Минск*

zhuravkov@bsu.by

В стоматологической практике при конструировании различных зубочелюстных протезов важно знать как распределение нагрузки на опоры, так и распределения напряжений и деформаций в перемычках протеза, поскольку это позволяет сделать их менее громоздкими и тяжелыми при сохранении необходимых прочностных характеристик. Аналитические исследования в этом направлении выполнены в работе [1]. Настоящая работа дополняет эти результаты данными вычислительных и натуральных экспериментов по определению напряжений и деформаций, возникающих в опорных зубах и перемычках мостовидных протезов под действием сосредоточенной нагрузки.

Вычислительный эксперимент проводился в конечно-элементном программном комплексе ANSYS Workbench на основании трехмерных твердотельных моделей, полученных с использованием библиотеки ACIS. Для этого разработана технология генерации моделей мостовидных протезов, позволяющая учитывать данные томографического сканирования зубных рядов пациентов. В результате получены распределения напряжений и деформаций для нагруженных сосредоточенной силой протезов, имеющих два или три опорных зуба, а также одну или две коронки. В ходе расчета задавались граничные условия, соответствующие жесткому закреплению опорных зубов, физико-механические свойства материала описывались техническими константами керамики или стали, величина нагрузки составляла 100 Н. Проведено сравнение полученных результатов с данными тензометрических испытаний по нагружению мостовидных протезов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Наумович С.А., Крушевский А. Е.* Определение реакций опор и перемещений мостовидного протеза // Современная стоматология. 1998. № 2. С. 29–30.

Zhuravkov M.A., Konovalov O.L., Dosta A.N. *The realization of computing experiments during the designing of dental bridges.*

In the present paper results of finite – element calculations of stresses and the deformations arising in crowns and crosspieces of dental bridges with different bearing teeth under action of concentrated loading, applied to crowns under various angles are submitted. Three–dimensional solid state models of dental bridges are developed on the basis of the data tomographic scanning of dentition of patients.

К ПОСТРОЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ГЛАУКОМЫ

Золотухина Л. А.*Санкт-Петербургский Государственный Университет*

l_karamshina@mail.ru

Решается задача о напряженно-деформированном состоянии решетчатой пластины диска зрительного нерва. Решетчатая пластина рассматривается как многослойная оболочка вращения с упругими связями между слоями.

Ранее подобная задача рассматривалась в [1], однако пластинка рассматривалась как многослойная «мягкая» — безмоментная оболочка. В работе [2] экспериментально показано, что при увеличении внутриглазного давления на кривой, описывающей форму прогиба решетчатой пластины, появляется «точка перегиба» — точка, в которой производная от нормального прогиба по радиальной координате имеет максимальное значение. Модель безмоментной оболочки не позволяет определить данную точку, в связи с этим рассмотрена моментная постановка задачи [1].

Модель, представленная в данной работе, учитывает изменения параметров жесткости слоев и особенности строения решетчатой пластины глаза. Полученные численные результаты согласуются с экспериментальными данными [2] и позволяют определить «точку перегиба». Данная модель показывает, что наиболее сильные относительные смещения слоев решетчатой пластины глаза имеют место близко к краю пластины. Кроме того, если последний слой, как отмечается в [3], является более плотным, то наибольшие смещения имеют место на уровне последнего слоя.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 07-01-00250.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Бауэр С.М., Зимин Б.А., Товстик П.Е.* Простейшие модели теории оболочек и пластин в офтальмологии. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2000. 92 с.
- [2] *Yan D.B., Flanagan J.G., Farra T., Trope G.E., Ethier C.R.* Study of regional deformation of the optic nerve head using scanning laser tomography. *Current Eye Research*. 1998, Vol. 17, pp. 903 – 916.
- [3] *Нестеров А.П.* Глаукома // А.П. Нестеров. – М.: Медицина, 1995. 256 с.

Zolotukhina L.A. *On the mathematical modeling of glaucoma.*

The stress-strain state of the lamina cribrosa is analyzed. The lamina cribrose is modeled as multilayer shell of revolution with elastic ties between the layers. The results of calculation for the proposed model provide deflection mode that well agrees with experimental data [2].

РАСПРОСТРАНЕНИЕ И ОТРАЖЕНИЕ ПУЛЬСОВЫХ ВОЛН В
МОДЕЛЯХ АРТЕРИАЛЬНЫХ РУСЕЛ**Кизилова Н. Н.***Харьковский национальный университет*

nnk_@bk.ru

В работе представлены результаты моделирования закономерностей распределения давления и расхода жидкости, распространения и отражения волн в системах вязкоупругих трубок, которые являются моделями системного артериального русла и внутриорганных артериальных русел человека. Параметры русел были получены путем измерений (Зенин О. К., 2006). В ходе статистической обработки результатов измерений были выявлены закономерности строения различных русел, представленные в виде зависимостей между диаметрами, длинами, коэффициентами ветвлений и номером порядка ветвления (Зенин О. К., Кизилова Н. Н., Филиппова Е. Н., 2006, 2007). Эти данные позволяют генерировать модели в виде самоподобных бинарных деревьев.

В последнее время значительное внимание уделялось разработке алгоритмов расчетов, в которых для дерева системных артерий используется двумерная теория, а для внутриорганных русел — трехэлементный 0d элемент, учитывающий резистивные, емкостные и инерционные свойства русла в целом или же самоподобные бинарные деревья, течение в которые описывается на основе 1d теории (Quarteroni, Formaggia, Olufsen, Shreiner). В докладе представлены результаты расчетов параметров стационарного и волнового течений жидкости по модели системного русла, дополненной замыкающими моделями внутриорганных русел, построенных на основе точных морфометрических данных или на основе закономерностей строения русел разных органов. При численных расчетах использовалась нелинейная теория плоских волн в упругих трубках, а расчеты проводились методом характеристик. Для сравнения были проведены расчеты на основе линейной теории цилиндрических волн в вязкоупругих трубках (модель Womersley). Сравнительный анализ показал, что результаты численных расчетов с удовлетворительной точностью совпадают для средних артерий ($d = 0.1 - 0.5$ см). Для крупных внеорганных артерий ($d = 0.5 - 2.5$ см) количественные различия становятся заметными, что связано с пренебрежением вязкостью стенки в одномерной модели и нелинейностью задачи — в двумерной модели. В малых артериях рассчитанные зависимости давление–расход качественно соответствуют, а количественно отличаются для разных теорий.

Kizilova N.N. *Wave propagation and reflection in the models of arterial vasculatures.*

The results of numerical calculations on the models of the arterial beds as complex systems of the viscoelastic tubes are presented. The models based on the detailed morphometric data and the self-similar binary trees with certain relationships between the lengths, diameters, branching asymmetry and branching orders have been used. The comparative analysis of the 1d and 2d models of the blood flow and pulse wave propagation together with the lumped parameter models for the terminal vasculatures has been carried out and the results are presented.

УСТОЙЧИВОСТЬ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ БИОМЕХАНИКИ

Королев В. С.*Санкт-Петербургский государственный университет*
vokorol@bk.ru

Для известных математических моделей динамики живых систем [1-2], которые описывают изменение параметров биологических и химических процессов системой нелинейных дифференциальных уравнений, предлагаются модификации или дополнения для оценки устойчивости решений.

Рассматриваются стационарные неравновесные состояния и поведение решений в окрестности положений равновесия. Биологические системы относятся к так называемым открытым системам, которые обмениваются с окружающей средой энергией и веществом. В открытых системах могут возникать стационарные неравновесные состояния [3], в которых основные параметры остаются постоянными. Процесс обмена может носить характер возмущений или управляющих воздействий.

Для сравнения проведены вычисления интегрированием системы дифференциальных уравнений для возможных вариантов начальных данных.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Ризниченко Г.Ю.* Математические модели в биофизике и экологии. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003, 184 с.
- [2] *Новоселов В.С.* Статистические модели нейродинамики. СПб: СПбГУ, 2004. 64 с.
- [3] *Новоселов В.С., Королев В.С.* Модель возбуждения мышцы // Труды IV международной конференции «Идентификация систем и задачи управления». М.: ИПУ РАН, 2005. С. 367-374.

Korolev V.S. *Stabilization of dynamical model in biomechanic.*

Behavior of solution in the vicinity of equilibrium position for biomechanical problem are investigated.

MECHANICAL WORK PREDICTS MUSCLE FORCE MODIFICATION AFTER NON-ISOMETRIC CONTRACTION

Kosterina N.¹, Eriksson A.¹, Westerblad H.²

¹ *The Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden*

² *Department of Physiology and Pharmacology, Karolinska Institutet, SE-171 77*

Stockholm, Sweden

natalia.kosterina@mech.kth.se

The main function of the skeletal muscle is to provide force during walking, running and other everyday movements, and it is important to know the mechanism underlying such processes as muscle shortening and stretch. In particular, the understanding of transient force production under various length regimes is a necessity for improved description of muscular action in numerical simulations of movement, [2]. We investigate a history dependence of skeletal muscle force production, specifically, the steady-state force after active muscle shortening and stretch not being equal to the isometric force, [1]. We show that the isometric force production is not only dependent on current muscle length and length derivative, but depends on memory of preceding contraction history. Isolated extensor digitorum longus and soleus muscles from mice (NMRI strain) were used to investigate the force produced by a muscle, and some parameters hypothetically influencing this history-dependent force modification. The muscles were pre-stimulated at fixed length, then a stretching/shortening history was introduced, whereafter induced changes of active force were recorded while the muscles were held isometrically to reach a steady-state force before de-stimulation. The mechanical work during active stretching and shortening was evaluated by integrating the product of force and ramp velocity over the length-varying period. The results show a negative linear correlation between the force modification and the mechanical work produced by or on the muscle. Modification of the passive force component following each stimulation was also observed. Experiments show that the fully stimulated redevelopment of isometric force after transient-length contraction follows a time function similar to the creation of force when isometric muscle is initially stimulated. The conclusion is that the isometric force development can be well described by an asymptotic force which is decided by the mechanical work, and the initial isometric time constant.

REFERENCES

- [1] *Kosterina, N., and Westerblad, H., and Lännergren, J., and Eriksson, A.* Muscular force production after concentric contraction // *Journal of Biomechanics*. 2008. № 44(11). P. 2422–2429.
- [2] *Kaphle, M., and Eriksson, A.* Optimality in forward dynamics simulations // *Journal of Biomechanics*. 2008. № 41(6). P. 1213–1221.

Kosterina N., Eriksson A., Westerblad H. *Изменение мускульной силы после неизометрических стимуляций.*

Численное моделирование движения человека требует знание силы, производимой мышцами в различных условиях. В данной работе исследуется временная зависимость силы, производимой мышцами, в частности, определяется изменение силы после удлинения и укорочения мышцы. Таким образом, мышечная сила зависит не только от текущей длины и скорости удлинения мышцы, но и от произведённых ею сокращений. Эксперименты показали, что по совершенной мышцей механической работе и по исходному значению изометрической силы можно определить значение изометрической силы после стимуляций.

О ВОЗМОЖНОСТИ ПРЯМЫХ КЛИНИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ РИГИДНОСТИ СОСУДОВ СЕТЧАТКИ

Котляр К. Е., Lanzl I. M.

Мюнхенский технический университет, ФРГ
kotliar@lrz.tum.de

Параметр «скорость прохождения пульсовой волны», измеряемый в крупных артериях большого круга кровообращения, широко используется в клинической практике как косвенная характеристика степени ригидности сосудистой стенки и как индикатор факторов риска сердечно-сосудистых заболеваний [1]. По своим структурным и функциональным особенностям сосуды сетчатки глаза похожи на сосуды головного мозга [2].

В работе представлен новый уникальный неинвазивный метод прижизненной оценки ригидности стенок сосудов сетчатки, в котором скорость пульсовой волны в сосудах сетчатки измеряется оптическим способом с помощью серийного медицинского оборудования, динамического анализатора сосудов сетчатки (Dynamic Vessel Analyzer (DVA), фирма IMEDOS, Йена, ФРГ). Этот прибор позволяет с помощью метода цифровой обработки изображений изучать динамические изменения диаметра кровеносных сосудов сетчатки неинвазивно в реальном времени вдоль выбранного участка сосуда [3, 4]. На основе полученных данных, после необходимой обработки, вычисляется скорость прохождения пульсовой волны вдоль участка артерии сетчатки, и можно оценить степень ригидности сосудистой стенки.

Скорость прохождения пульсовой волны в артериях сетчатки так же, как и в крупных артериях человека, увеличивается с возрастом, что позволяет сделать вывод о возрастном увеличении ригидности стенок артерий как макро- так и микроциркуляторного сосудистого русла. Этот процесс является частью общего процесса старения организма человека и, возможно, является одной из причин возрастных сердечно-сосудистых заболеваний. Количественное измерение скорости прохождения пульсовой волны может быть использовано как косвенный метод диагностики состояния церебральных сосудов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Vyas M, Izzo JL, Jr., Lacourciere Y, et al.* Augmentation index and central aortic stiffness in middle-aged to elderly individuals // *Am J Hypertens.* 2007. № 20. P. 642–647. Естественные науки. 2000. № 3. С. 184–188.
- [2] *Alm A.* Ocular circulation // In: Hart WM (ed), *Adler's physiology of the eye.* Baltimore: Mosby; 1992 P. 198–227.
- [3] *Vilser W, Nagel E, Lanzl I.* Vessel Analysis—new possibilities // *Biomed Tech (Berl).* 2002. № 47 Suppl 1 Pt 2. P 682–685.
- [4] *Котляр К.Е., Дроздова Г.А., Шамшинова А.М.* Гемодинамика глаза и современные методы ее исследования. Часть III. Неинвазивные методы исследования кровообращения глаза. 2. Статистические и динамические методы измерения состояния и реакции сосудов сетчатки на стимулы // *Глаукома.* 2007; № 20. P. 64–71.

Kotliar K.E., Lanzl I.M. *On the possibility of direct clinical measurements of retinal vessel rigidity.* An in-vivo clinical method to characterise arterial stiffness of the central microcirculation was developed. Pulse wave velocity, as an indirect measure of vessel wall stiffness was assessed in retinal arteries optically using the Dynamic Vessel Analyzer.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГРЕБКОВЫХ
ДВИЖЕНИЙ ПРОСТЕЙШИХ ОРГАНИЗМОВ**Кривовичев Г. В.***Санкт-Петербургский государственный университет*
gera1983k@bk.ru

Работа посвящена моделированию движений органелл клеток, носящих название ресничек, как одного из частных случаев биологической подвижности.

Механической моделью реснички служит совокупность абсолютно твердых стержней одинаковой массы и длины, шарнирно закрепленная на неподвижном основании [1]. Гидродинамика окружающей среды не рассматривается. Уравнения движения выписываются в форме уравнений Лагранжа второго рода.

Задача моделирования разбивается на два этапа. На первом этапе находятся обобщенные силы по известным законам движения как функции времени $Q(t)$. Аппроксимация получаемых из эксперимента законов движения осуществляется с помощью сглаживающих кубических сплайнов. На втором этапе задается структура обобщенных сил — их зависимость от обобщенных координат \mathbf{q} и обобщенных скоростей $\dot{\mathbf{q}}$. Коэффициенты жесткости и сопротивления предполагаются кусочно-постоянными функциями времени и являются параметрами модели, требующими определения. Ставится задача идентификации этих параметров с учетом того, что обобщенные силы известны как функции времени. Поставленная задача решается численно как задача нелинейного программирования. При компьютерном моделировании исследовались гребковые движения ресничек микроорганизмов *Paramecium* и *Sabellaria*.

Предлагаемый подход к моделированию движений органелл клеток представляется более оптимальным и экономичным, чем традиционно применяемый в данной области исследований подход, основанный на решении второй основной задачи динамики (к примеру, см. [2]).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Кривовичев Г.В., Трегубов В.П.* Математическое моделирование биологической подвижности одноклеточных организмов // Вестник СПбГУ. Сер. 10. 2007. № 3. С. 45–53.
- [2] *Dillon R.H., Fauci L.J.* An integrative model of internal axoneme mechanics and external fluid dynamics in ciliary beating // Journal of Theoretical Biology. 2000. № 207. P. 415–430.

Krivovichev G.V. *Mathematical modelling of protozoan movements.*

The problem of mathematical modelling of protozoa motility is considered. Original approach to the modelling of ciliary movements is discussed.

МЕХАНИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ КОМПРЕССИОННОЙ ТОНОГРАФИИ

Любимов Г. А., Моисеева И. Н., Штейн А. А.

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, НИИ механики
stein.msu@bk.ru*

Метод компрессионной тонографии основан на достаточно длительном (несколько минут) приложении фиксированной внешней нагрузки к главному яблоку и измерении внутриглазного давления как функции времени за период нагружения. Цель процедуры — определить гидравлическую проводимость путей оттока, которая меняется при патологиях и знание которой существенно для диагностики заболеваний.

Получение этой характеристики, не измеряемой непосредственно, по существу связано с выбором механической модели глазного яблока, учитывающей динамику течения внутриглазной жидкости и упругое поведение глазной оболочки. При общепринятой методике обработки считается, что под нагрузкой скорость притока жидкости и проводимость выводящих путей не меняются по сравнению с ненагруженным состоянием, а давление на выходе (в эписклеральных венах) увеличивается в сравнении с ненагруженным состоянием на фиксированную величину, одинаковую для всех глаз. Методика оперирует с величинами, вычисляемыми только в начальный и конечный моменты приложения нагрузки. Таким образом, используются только начальная и конечная точки тонографической кривой, которая фактически заменяется отрезком прямой.

Для анализа возможностей тонографического теста применялась разработанная нами ранее достаточно общая нестационарная модель течения внутриглазной жидкости с учетом упругого деформирования оболочки глаза. Рассмотрены различные варианты общей модели. Выполнены расчеты, которые сопоставлялись с данными клинических измерений. При более полном, чем при стандартной обработке, использовании информации, содержащейся в тонографической кривой (без ее спрямления) одновременное выполнение всех традиционных гипотез оказалось невозможным. При этом интерпретация полученных данных становится неоднозначной. В частности, если сохранить гипотезы о совпадении скорости притока и выходной проводимости в нагруженном и ненагруженном состоянии, то тогда приходится допустить значительное возрастание под нагрузкой выходного давления. С другой стороны, если потребовать фиксированного приращения этой величины (и даже ее неизменности), то объяснить результаты измерений можно изменением под нагрузкой проводимости выводящих путей. Обсуждаются возможные эксперименты, позволяющие уточнить физический смысл определяемых при тонографии характеристик. Существенно также использование корректных зависимостей, описывающих упругое поведение системы с учетом индивидуальных особенностей. Приведены примеры расчета соответствующих функций.

Работа поддержана РФФИ (проект № 08-01-00492) и Государственной программой поддержки ведущих научных школ (проект № НШ-1792.2008.1).

Lyubimov G.A., Moiseeva I.N., Stein A.A. *Mechanical models of compression tonography.*

The data of eye tonography are interpreted on the basis of our model of unsteady flow in the eye with account for the elastic behavior of its coat. The assumptions on which the routine procedure of processing the tonography data is based are formulated. It is shown that these assumptions cannot be simultaneously satisfied for the realistic shapes of tonographic curves. The model can be specified only basing on additional calculations and experiments.

МОДЕЛИРОВАНИЕ БИОРЕМЕДИАЦИИ ПОЧВ ПРИ
УГЛЕВОДОРОДНОМ ЗАГРЯЗНЕНИИ**Малов П. В., Поташев К. А.***Казанский государственный университет*

KPotashev@mail.ru

В современных условиях нефтяные углеводороды (УВ) часто выступают в качестве загрязнителей поверхностных слоев почв. Такие соединения входят в состав моторных топлив, промышленных растворителей и других нефтепродуктов. В лаборатории химии окружающей среды Казанского государственного университета предложена технология вторичной очистки и восстановления почв, основанная на сочетании биологических и физико-химических методов. Основным принципом технологии является использование биосорбционного комплекса (БСК) – сорбентов, инокулированных активными штаммами углеводородокисляющих микроорганизмов. Это позволяет одновременно снизить количество подвижного УВ в почве за счет сорбционного удерживания и повысить устойчивость микроорганизмов за счет содержащихся в БСК питательных веществ.

В качестве теоретического обоснования и оснащения указанной технологии создана математическая модель поведения УВ в почвах с учетом их фильтрации, сорбции и биodeградации. Модель построена на основе балансовых соотношений для загрязнителя, биомассы и питательных веществ. Сорбция УВ на внесенном БСК предполагается равновесной. Развитие микроорганизмов описывается трехфакторной кинетикой Моно и линейным законом их гибели. Математическая модель реализована в виде расчетной программы. Выявлено взаимовлияние процессов микробной и сорбционной иммобилизации УВ, а также влияние параметров среды на протекание данных процессов.

Разработанная в рамках построенной модели расчетная программа позволяет оптимизировать выбор технологического регламента для конкретных условий загрязненной среды, а также является инструментом для прогноза эффективности выбранного режима очистки.

Работа выполнена при поддержке гранта МНТЦ № 3419.2

Malov P.V., Potashev K.A. *Modeling of bioremediation of soil polluted by hydrocarbon.*

This work is devoted to modeling of technological process of bioremediation of soil polluted by hydrocarbon. The remediation technology is based on using biosorptional complex. The mathematical formulation of model includes balance equations for pollutant, biomass and nutrients, and also closing relations which describe processes of sorption, pollutant decay, nutrients consumption and change of microorganisms number. In this work the analysis of results of numerical calculations of the constructed model is submitted. The developed program allows making calculations of base parameters of bioremediation process, and also can be used as a tool for planning optimal scenarios of soil remediation depending on pollution conditions.

РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
РЕКОНСТРУИРОВАННОГО СРЕДНЕГО УХА ПРИ
ТИМПАНОПЛАСТИКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕХНОЛОГИИ
«LARGE ISLAND»

Михасев Г. И.¹, Ермоченко С. А.²

¹ *Белорусский государственный университет, Минск*

² *Витебский государственный университет*

mikhasev@bsu.by

Рассматривается реконструированное среднее ухо с использованием технологии «large island», предполагающей наложение хрящевой ткани на остатки тимпанальной мембраны (ТМ) и введение Т-образного протеза типа PORP, замещающего цепь косточек «молоточек–наковальня». При установке протеза его круглое основание склеивается с восстановленной ТМ, а другой конец анкируется на головку стремени.

Восстановленная ТМ моделируется как двухслойная кольцевая пластина (состоящая из хрящевой ткани, склеенной с остатками ТМ), сопряженная с однослойной кольцевой пластиной (состоящей только из хрящевой ткани). По внутреннему контуру пластинка сопряжена с круглым основанием протеза, по внешнему контуру — с тканями среднего уха. На внутреннем и внешнем контурах рассматриваются условия жесткой и упругой заделки, соответственно. В общем случае внешний контур и контур сопряжения пластин имеют произвольную, близкую к круговой, форму. Уравнения равновесия ТМ интегрируются с использованием асимптотического метода [1], а также метода конечных разностей. Исследуется влияние параметров протеза, его пространственная ориентация на НДС всей системы, а также на устойчивость самого протеза.

Работа выполнена по заданию «Механика 4.09», входящему в ГКПНИ «Механика», Республики Беларусь на 2006-2010 гг.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Mikhasev G., Yermochenko S., Bornitz M.* Calculation of the strain-stress state of the reconstructed middle ear after inserting a malleus-incus prosthesis // *Journal of Biomechanics*. 2006, Vol. 39, Supplement 1. P. S389.

Mikhasev G.I., Yermochenko S.A. *Calculation of the stress-stress state of the middle ear under tympanoplasty using the «large island» technology.*

The problem on calculation of the reconstructed middle ear subjected to tympanoplasty is considered. The technology like «large island» is applied for a reconstruction of the eardrum.

БИОМЕХАНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗУБОЧЕЛЮСТНОЙ СИСТЕМЫ ЧЕЛОВЕКА

Няшин Ю. И., Тверье В. М., Лохов В. А.
Пермский государственный технический университет
nyashin@inbox.ru

Зубочелюстная система современного человека, возникшая в результате длительного процесса филогенеза, представляет собой сложную биомеханическую систему. Клинические и морфологические исследования позволяют выделить два основных твердотканых блока системы: 1) костно-мышечный блок в районе височно-нижнечелюстных суставов, 2) зубо-альвеолярный блок, образованный дугами верхних и нижних зубов. Соединение блоков осуществляется рядом мышечных блоков (язык, мягкое небо и др.). Анализируется биомеханическое строение каждого элемента блоков и связь между ними. Анализируется роль механического давления в эволюции и функционировании блоков и их элементов, а также биологические остаточные напряжения в элементах блоков. Особое внимание уделено теоретическому и экспериментальному исследованию периодонтальной связки зуба. Анализируется также роль периодонтальной жидкости для амортизации нагрузок на зуб при жевании, ортодонтическом лечении и других нагрузках. Рассмотрена биомеханика височно-нижнечелюстных суставов при различных нагрузках, в частности, роль пороупругости диска сустава.

Проводится биомеханический анализ лечения врожденной расщелины твердого неба («волчьей пасти»). Важным элементом модели является учет ростовых деформаций живой ткани, параметры соответствующих определяющих соотношений (Hsu, 1968) найдены экспериментально. Проводится биомеханический анализ методики лечения врожденной расщелины твердого неба и даны рекомендации по ее усовершенствованию.

Большое значение в аспекте влияния биомеханического давления играет естественное и искусственное вскармливание детей раннего возраста. В настоящее время во всех развитых странах мира большинство детей вскармливается искусственно. Известно, что при рождении все дети имеют врожденную прогнатию, то есть нижняя челюсть смещена назад по сравнению с ее положением у взрослого, нормально развитого человека. Постепенное исправление этого дефекта осуществляется под действием механического усилия: сосания при молочном вскармливании и жевания при появлении зубов. Биомеханический анализ позволяет дать рекомендации по правильному осуществлению искусственного вскармливания детей.

Авторы благодарят Российский фонд фундаментальных исследований за финансовую поддержку (проекты № 07-01-96061-р_Урал-а и № 07-01-92168-НЦНИ_а).

Nyashin Yu.I., Tverie V.M., Lokhov V.A. *Biomechanical modelling of a human dentofacial system.*

The human dentofacial system represents a very complicated biomechanical system consisting of different hard and soft tissue elements. The biomechanical analysis substantiates the conclusion on importance of mechanical load to processes of growth and development of the jawbones and their elements. The authors consider in detail the problems of biomechanical modelling of the periodontium, treatment of the congenital cleft of the hard tissue, natural and artificial feeding, etc.

СОКРАЩЕНИЕ ПОПЕРЕЧНОПОЛОСАТОЙ МЫШЦЫ

Селицкая Е. А.*Санкт-Петербургский государственный университет*

Velikova_e@mail.ru

На основе математической модели, предложенной в работах [1, 2], проводится численный эксперимент сокращения поперечнополосатой мышцы. Данная модель позволяет связать в живой системе информационные импульсы, поступающие из центральной нервной системы, с микроскопическими процессами в функциональных элементах мышцы. В результате численного интегрирования получены следующие результаты. Одиночный импульс вызывает в мышечном волокне распространение одиночной волны сокращения. Если импульсы следуют друг за другом, происходит суммация одиночных сокращений; при достаточно высокой частоте импульсов одиночные сокращения сливаются в гладкий тетанус, т.е. устойчивое сокращение, которое поддерживается до прекращения стимуляции или до утомления мышцы. При многократной стимуляции мышцы с различными функциональными перекрытиями наблюдается линейная зависимость усилия, развиваемого в мышце, и количества миозиновых головок, содержащихся в волокне. Результаты полностью соответствуют макроскопическим измерениям над препарированной мышцей, изложенным, например, в [3]. Также исследуется характер поведения математической модели в зависимости от скорости ферментной реакции, протекаемой в мышечном волокне.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Новоселов В.С. Статистические модели нейродинамики. СПб, 2004. 64 с.
- [2] Новоселов В.С., Королев В.С. Модель возбуждения мышцы // Труды 4-й Международной конференции «Идентификация систем и проблемы управления». М., 2005. С. 367–374.
- [3] Бэгшоу К. Мышечное сокращение. М.: Мир, 1985. 159 с.

Selitskaya E.A. *Striated muscle's contraction.*

The research of striated muscle's contraction was carried out in the mathematical model. The dependence of muscle tension on nervous excitability was obtained by numerical integration.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ СКЕЛЕТНЫХ
МЫШЦ**Трегубов В. П.***Санкт-Петербургский государственный университет*

tregoubov@apmath.spbu.edu

Современное представление о механизме мышечного сокращения базируется на теории скользящих нитей. Втягивание белковых нитей в возбужденном волокне осуществляется в результате образования между нитями мостиков, которые и проталкивают одну нить относительно другой. В работе [1] мышечное сокращение представлялось как результат коллективного действия мостиков, переходящих из одного состояния в другое. Наряду с сократительными скелетные мышцы проявляют также и упругие свойства, которые были формализованы [2] как параллельная и последовательная упругие компоненты.

В предлагаемой работе модель сократительной компоненты была усовершенствована так, чтобы описывать не только однонаправленные, но и попеременные движения. С этой целью была изменена схема перехода мостиков из одного состояния в другое с учетом изменения знака скорости. Далее модель сократительной компоненты была инкорпорирована в четырехэлементную механическую модель мышцы с параллельной и задемпфированной последовательной компонентой. Поскольку движение в суставах осуществляется, как минимум, двумя мышцами, действующими в противоположном направлении, то следующим шагом была построена модель системы мышц-антагонистов. Кроме того, была построена модель управления мышцами-антагонистами со стороны нервной системы.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Дещеревский В. И.* Математические модели мышечного сокращения. М.: Наука, 1977. 160 с.
- [2] *Хилл А.* Механика мышечного сокращения. М.: Мир, 1972. 143 с.

Tregoubov V.P. *Mathematical modelling of muscle contraction.*

The proposed mathematical model of skeletal muscle-antagonists is based on the sliding filament theory. The nerve system control is incorporated into the model.

МЕХАНОЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ СТЕНКИ МЕЛКИХ
АРТЕРИАЛЬНЫХ СОСУДОВ И ЕЕ СЛЕДСТВИЯ
(МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ)

Шадрина Н. Х.¹, Бучин В. А.²

¹ Институт физиологии им. И.П.Павлова РАН, Санкт-Петербург

² Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, НИИ механики
nshadrina@bk.ru

Чувствительность стенки мелких артериальных сосудов к изменениям разности внутреннего и внешнего давлений, а также касательного напряжения у стенки сосуда имеет немаловажное значение в регуляции кровотока. По существу, регуляция кровотока механическими стимулами сводится к регуляции просвета сосуда. Рассматривается задача о квазиодномерном течении крови в сосуде, способном изменять свой просвет под действием указанных стимулов. Кровь считается ньютоновской жидкостью, сосуд – цилиндрическим. Уровень сократимости гладкомышечных клеток в стенке описывается двумя регулирующими параметрами, которым придается смысл концентрации кальция в цитоплазме гладкомышечных клеток (C_m) и средней концентрации оксида азота в гладкомышечном слое (C). Полагается, что статические значения C_m зависят от окружного напряжения в стенке. Для определения C решается задача о радиальной диффузии оксида азота, выделяемого эндотелием. Материал стенки считается несжимаемым, продольные деформации стенки не учитываются. При построении уравнений для радиуса и C_m используются литературные данные, полученные в опытах на сегментах мозговых артерий крыс. Результаты численного решения уравнений модели реалистично описывают регуляцию просвета сосуда механическими стимулами, динамику изменений радиуса и концентрации внутриклеточного кальция при разной скорости и длительности механического воздействия, позволяют оценить участие каждого из рассматриваемых механических стимулов в регуляции.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 07-01-00377а.

Shadrina N.Kh., Buchin V.A. *Wall sensitivity of small arterial vessels to mechanical stimuli and its effects (mathematical model).*

The response of small arterial (resistance) vessels to variations in luminal pressure and wall shear stress contributes significantly to autoregulation in vascular bed. Regulation of blood flow by mechanical stimuli comes to internal vascular radius regulation. A new compact model of resistance vessel is presented and used to consider quasioone-dimensional blood flow in a single vessel. Results show realistic behaviour of vascular diameter and intracellular calcium concentration in static and dynamic conditions, and enables one to value participation of pressure either shear stress in regulation.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ ЗУБНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ НА ПРИМЕРЕ КОРОНОК ДЛЯ РЕЗЦА И КЛЫКА

Юркевич К. С.*Белорусский государственный университет, Минск*

kirill.bsu@gmail.com

Исследование напряженно-деформированного состояния цельнокерамических коронок традиционно является актуальной задачей ортопедической стоматологии. Применение современных конечно-элементных программных комплексов позволяет дополнить известные результаты в этом направлении. В настоящей работе выполнен компьютерный анализ напряжений и деформаций, возникающих в коронках клыка и резца под действием сосредоточенных или распределенных нагрузок с учетом особенностей геометрической формы этих зубов, а также для случаев различной толщины клеевого шва. В качестве материалов коронок рассматривались два вида керамики.

Поскольку поверхность зуба имеет сложную форму, геометрическое моделирование проводилось с использованием данных о поперечных сечениях реальных зубов. Количественно сечения описывались совокупностью декартовых координат точек, принадлежащих контуру, содержащему сечение зуба. На основании построенных точек выполнялась генерация сплайнов, используемых для получения поверхности и создания трехмерных твердотельных моделей. На рис. 1 представлены результаты построения резца и клыка.

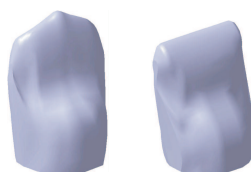


Рис. 1. Твердотельные трехмерные модели клыка и резца

Расчеты моделей проведены для трех вариантов приложения жевательной нагрузки с учетом контактных взаимодействий между поверхностями зуба и клея, клея и коронки. Полученные результаты могут быть непосредственно использованы в ортопедической стоматологии для проектирования коронок с учетом факторов, влияющих на их прочность и долговечность.

Yurkevich K.S. *Computer modeling of complex dental surfaces by the example of crowns for a incisor and a canine.*

In the present paper results of finite – element calculation stress – deformed conditions of crowns for a incisor and the canine arising under action of concentrated or distributed loadings are submitted. Geometrical modeling is executed on the basis of the real numerical data.

**СЕКЦИЯ VI.
ИСТОРИЯ МЕХАНИКИ**

**SECTION VI.
HISTORY OF MECHANICS**

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ СВЕРХЗВУКОВЫХ СТРУЙНЫХ
ТЕЧЕНИЙ**Акимов Г. А.***Балтийский государственный технический университет, Санкт-Петербург*
akimov32@mail.ru

Сильнейшим стимулом развития газодинамики струйных течений в 1950-х гг. была необходимость решения ряда проблем аэрокосмической техники. В последующие годы область приложений быстро увеличилась, включив в себя вопросы проектирования газоструйных аппаратов, разработку технологических процессов, создание газодинамических излучателей звука, использование высокоскоростных газовых струй для бурения горных пород и т.д. За прошедшие годы накоплен обширный экспериментальный материал, выполнен большой объем численных исследований, предложены приближенные аналитические и полуэмпирические методы определения основных параметров сверхзвуковых газовых струй.

История исследований сверхзвуковых газовых струй начинается в XIX в. Практические приложения исследуемых газодинамических явлений тогда были неясны. Поэтому работы, как правило, не имели системного характера, но являлись весьма интересными с научной точки зрения, поскольку охватывали разнообразные стороны этих явлений. Первые исследования волновых процессов в сверхзвуковой струе были проведены Э. Махом и П. Зальхером. Также следует отметить замечательную работу С.А. Чаплыгина «О газовых струях» (1903). Путем введения новых независимых переменных в плоскости годографа скоростей Чаплыгин привел нелинейные уравнения газовой динамики к системе линейных уравнений. Развитые в этой работе методы создали перспективу для дальнейших теоретических исследований сверхзвуковых течений.

В 1950-е гг. начался современный этап исследования газоструйных течений, которые почти одновременно проводились во многих организациях в нашей стране и за рубежом. Во всех случаях в начале проводилась серия экспериментов в широком диапазоне параметров. Выявлялись особенности явления (процесса), строилась его физическая модель и соответствующая ей математическая модель (на основе законов сохранения в интегральной или дифференциальной форме).

В результате многолетней исследовательской работы были созданы методы расчета начального (ударно-волнового) участка сверхзвуковых струй различных видов и их взаимодействия с преградами (поверхностями). Были решены задачи важные, в первую очередь, для практики проектирования летательных аппаратов.

В последующие годы основным методом исследования стал численный эксперимент.

Akimov G.A. *Methods of supersonic streams' investigation.*

The article analyses different research methods of supersonic streams investigation. Special attention is given to investigation of initial parts of supersonic streams.

УЧАСТИЕ УЧЕНЫХ ПЕТЕРБУРГА (ЛЕНИНГРАДА) В МЕЖДУНАРОДНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ КОНГРЕССАХ

Архангельская Л. А.¹, Дмитриева С. И.²

¹ *Санкт-Петербургский государственный университет*

² *Санкт-Петербургский государственный технологический университет
растительных полимеров
Alexandr.Polynsky@paloma.spbu.ru*

У истоков Международных математических конгрессов стояли немецкие ученые Ф. Клейн, Д. Гильберт, А. Гурвиц, Г. Минковский и французский математик и философ А. Пуанкаре.

Первый (официальный) конгресс математиков состоялся в 1897 г. в Цюрихе, II-й – в 1900 г. в Париже, III-й – в 1904 г. в Гейдельберге, IV-й – в 1908 г. в Риме, V-й – в 1912 г. в Кембридже. На II-м конгрессе были сделаны два принципиальных доклада А. Пуанкаре и Д. Гильбертом. Ученые пытались предсказать будущее математики, причем Гильберт видел его в развитии алгебраических направлений, Пуанкаре – в развитии математической физики. Гильберт изложил 23 математические проблемы, требующие решения, и в течение более 100 лет на них было сосредоточено внимание лучших математиков мира. На V-м конгрессе с докладом выступал С.Н. Бернштейн, а акад. В.А. Стеклов был избран вице-президентом от России.

На VII-м конгрессе в 1924 г. в Торонто В.А. Стеклов выступал с докладом о работах А.М. Ляпунова, вызвавшим большой интерес. VIII-й конгресс проходил в 1928 г. в Болонье, с докладом от СССР выступал ленинградский ученый Б.Н. Делоне, изложивший свой новый метод по теории квадратичных форм. IX-й конгресс состоялся в 1932 г. в Цюрихе и совпал со 100-летием со дня смерти французского ученого Э. Галуа. Пленарный доклад о развитии идей Галуа был прочитан Н.Г. Чеботаревым, что явилось признанием российской, в частности ленинградской алгебраической школы.

XV-й конгресс, который состоялся в 1966 г. в Москве, был самым представительным (более 4500 чел.). На XVI-м конгрессе в 1970 г. в Ницце большой интерес вызвал доклад 23-летнего ленинградца Ю.В. Матиясевича об алгоритмической неразрешимости 10-й проблемы Гильберта. Президентом Международного математического союза в 1986 г. был избран ленинградский ученый академик Л.Д. Фаддеев.

На конгрессе 1986 г. в Беркли (США) с пленарными докладами, получившими высокую оценку, выступили молодые ленинградцы А.А. Суслин, М.Л. Громов.

XXIV-й конгресс 2002 г. в Пекине продемонстрировал успехи петербургских ученых в области дифференциальных и динамических игр.

На XXV-м конгрессе 2006 г. в Мадриде главной научной сенсацией было признание доказательства гипотезы Пуанкаре петербургским математиком Г.Я. Перельманом. Отмечалось, что математика стоит на пороге новых открытий.

Arkhangelskaja L.A., Dmitrieva S.I. *Participation of Saint Petersburg (Leningrad) scientists in International mathematic congresses.*

In the paper the fundamental reports, main ideas, and scientific results in International mathematic congresses are presented.

ОБ ИСТОРИИ ИССЛЕДОВАНИЙ ОПТИМАЛЬНОГО УГЛА
РАСТВОРА РАСШИРЯЮЩЕГОСЯ КОНИЧЕСКОГО СОПЛА
РАКЕТНОГО ДВИГАТЕЛЯ

Григорьев А. Ю., Терентьев А. Д.

Калининградский государственный технический университет
anta@kaliningrad.ru

Развитие техники реактивного движения в XX веке потребовало применения разгонных каналов – сопел, при этом в основу теории была положена континуальная модель потока, дополненная термодинамическими соотношениями для сжимаемой среды. Согласно этой концепции поток газа ускоряется под действием разности давлений: вначале – до критической скорости при уменьшении своего сечения, затем – в результате расширения при истечении, например, в вакуум. Однако в опытах с ракетными двигателями обнаружено, что форма сужающегося сопла практически не влияет на удельный импульс тяги, т.к. сужающийся профиль увеличивает только плотность потока, истекающего всегда с критической скоростью, если давление в камере более чем в два раза превышает давление внешней среды. Увеличение удельного импульса тяги обеспечивает только расширяющийся канал типа конуса, либо имеющий специальный профиль в зависимости от ряда условий.

В докладе дан обзор оригинальных работ, где впервые вводится понятие о коэффициенте коничности и сделаны попытки объяснить обнаруженный в опыте оптимальный интервал углов раствора конических сопел противоположным влиянием коэффициента коничности и трения, а также степени расширения. Кроме того, проведён анализ работ, в которых учитывается механизм ускорения потока в расширяющемся канале. Наличие этого ускорения объясняется преобразованием углового распределения импульса при отражении частиц газового потока от стенок канала.

Представлены результаты расчетов тяги расширяющегося конического сопла, учитывающих молекулярную структуру потока и наличие адсорбционного слоя на стенках канала. Полученные данные хорошо согласуются с экспериментом и, следовательно, подтверждают принцип ударного взаимодействия между телом и отделяющимися от него частицами. Этот подход использован И.В. Мещерским в 1897 г. для вывода формулы реактивной силы.

Grigoriev A.J., Terentev A.D. *On the history involving investigations of cone angle of expanding conical rocket nozzle.*

Presented in the report are original data, which are explained the optimal thrust of conical rocket nozzle having cone half-angle in interval 10-20 degrees.

ТЕОРИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН В ЗАПОЛНЕННЫХ
ЖИДКОСТЬЮ ПОДАТЛИВЫХ ТРУБКАХ
ОТ ЭЙЛЕРА ДО НАШИХ ДНЕЙ**Кизилова Н. Н.***Харьковский национальный университет*
nnk_@bk.ru

Исследование распространения волн в деформирующихся трубках, заполненных жидкостью, исторически связано с анализом пульсовых волн в артериях. Многовековые эмпирические данные легли в основу метода пульсовой диагностики восточной медицины. Математическая теория пульсовых волн восходит к работе Л. Эйлера «Principia pro motu sanguinis per arterias determinando» (1755), в которой была впервые выписана и проанализирована система уравнений одномерной теории. В этой и ряде последующих работ Эйлера по динамике жидкости были заложены основы современной теоретической гидромеханики. Последующие этапы развития теории пульсовых волн в артериях связаны с работами Т. Юнга (1808), Римана (1860), Моенса и Кортвега (1877 – 1878), Ламба (1879), Дж. Маррея (1881), И.С. Громеки (1883) и других известных физиков, механиков, математиков и физиологов. Нульмерная теория (windkessel model) была предложена О.Франком (1899) и легла в основу многих моделей сосудистых русел и системы кровообращения в целом. В 1955 г. Womersley предложил модель осесимметричных двумерных волн в цилиндрических трубках из вязкоупругого материала, которая остается одной из наиболее используемых вплоть до настоящего времени. Линейная теория плоских волн в трубках и системах трубок была развита Дж. Лайтхиллом в применении к анализу артериального пульса.

Современный этап развития теории характеризуется, во-первых, разработкой моделей распространения волн в системах, которые насчитывают десятки тысяч трубок. Основой расчетных схем является комбинация нульмерных, одномерных и двумерных моделей. Во-вторых, накапливаются данные расчетов, выполненных методом конечных элементов, для отдельных сосудов и сосудистых бифуркаций с учетом сложной геометрии и неоднородности свойств материала стенки. В-третьих, разрабатываются новые методы анализа пульсовых кривых, регистрируемых *in vivo* в клинике и в экспериментах на животных, а также новые подходы к анализу кривых давления $P(t)$ и скорости $U(t)$ кровотока с целью своевременного выявления патологий и недостаточности кровообращения. В работе представлен анализ основных направлений исследований в области теории волн давления в трубках, а также результатов, полученных для сосудистых русел.

Kizilova N.N. *Theory of wave propagation in the fluid-filled compliant tubes from Euler to day.*

A brief survey of the theoretical approaches and models of the wave propagation and reflection in arteries is given. Some historical evidence and novel interpretations are presented. The 0d (O. Frank), 1d (L. Euler, J. Lighthill) and 2d (J. Womersley) theories are described and discussed in application to numerical computations of the pulse wave propagation and reflection in the complex arterial systems.

К 300-ЛЕТИЮ Л. ЭЙЛЕРА: ШВЕДСКИЙ МАТЕМАТИК ГУСТАВ
ЯЛМАР ЭНЕСТРЕМ — АВТОР ПОЛНОЙ БИБЛИОГРАФИИ РАБОТ
ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

Коблик В. В., Поляхова Е. Н.

Санкт-Петербургский государственный университет
pol@astro.spbu.ru

Густав Ялмар Энестрем (Gustav Hjalmar Enestroem, 1852–1923) — шведский математик, историк и библиограф математики, профессор Стокгольмского университета, работавший в области математической статистики, истории математики, истории и практики календаря. Он прославился также своей библиографической и библиотечной деятельностью. Являясь историком и библиографом науки, он активно участвовал в инициативе шведского математика Густава Миттаг-Леффлера (Gustav Mittag-Leffler, 1845–1927) и его коллег по созданию международного математического журнала «Acta Mathematica» и вошел в состав его редколлегии в качестве секретаря. Самым значительным вкладом в историю науки являются его публикации, посвященные творчеству Леонарда Эйлера (1707–1783). Так в 1904 г. он публикует переписку Эйлера с его базельским учителем Иоганном I Бернулли, в 1906 г. — переписку Эйлера с Даниилом Бернулли, в 1910–1913 г.г. он издает свой знаменитый библиографический «список Энестрема» публикаций работ Леонарда Эйлера из 856 названий. Этот список до сих пор является непревзойденным по тщательности библиографическим описанием работ Л. Эйлера (G. Enestroem. Verzeichnis der Schriften Leonhard Eulers. Jahresbericht Dtsch. Math.-Ver. 1910–1913. Ergaenzungsb. IV. Lief. 1-2. S. 1-388).

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам президента РФ для поддержки ведущих научных школ (грант НШ-1323.2008.2).

Koblik V.V., Polyakhova E.N. *To Leonhard Euler's tercentenary: Swedish mathematician Gustav Hjalmar Enestroem — the author of the complete bibliography of Leonhard Euler's works.*

Swedish mathematician, Professor of Stockholm University, Gustav Hjalmar Enestroem (1852–1923) was the eminent specialist in Mathematical Statistics, History and Bibliography of Mathematics. Since 1880 he was the member of the Editorial Board of the journal «Acta Mathematica» organized in Stockholm by G. Mittag-Leffler. His colleagues in Editorial Board were 13 persons, Gustav Mittag-Leffler, Edward Frøymen, Marius Sofus Lie, Anders Lindstedt, Sofia Kovalevskaya, Hugo Gylden among them. His main bibliographical work was the detailed description of Leonhard Euler's works original publications. It was published in 1910–1913 in Reports of German Mathematicians Union. Enestroem's «List» remains till now the most detailed and exact list of Euler's works.

О НЕОПУБЛИКОВАННОЙ РАБОТЕ ПРОФЕССОРА Н.Н. ПОЛЯХОВА

Лопатухина И. Е.¹, Лопатухин А. Л.²

¹ *Санкт-Петербургский государственный университет*

² *ООО Региональный центр ВПК*

irevlo@gmail.com

Совсем недавно в архиве профессора Н.Н. Поляхова была найдена считавшаяся утраченной рукопись сообщения на тему «Деятельность И.В. Мещерского в Петербургском университете».

И.В. Мещерский после окончания в 1882 году физико–математического факультета Санкт-Петербургского университета проработал в нем 20 лет и только в 1902 году после образования Политехнического института перешел на работу в последний. В сообщении Николая Николаевича подробно разбирается педагогическая деятельность И.В. Мещерского на физико–математическом факультете.

Lopatukhina I.E., Lopatukhin A.L. *Unpublished article of Professor N.N. Polyakhov.*

One missed manuscript has been found in the archive of Professor N.N. Polyakhov. It is a manuscript of article *Work of Professor I.V. Meschersky in Saint-Petersburg University* .

О РАБОТАХ ПРОФЕССОРА Н.Н. ПОЛЯХОВА ПО ИСТОРИИ МЕХАНИКИ

**Лопатухина И. Е.¹, Лопатухин А. Л.², Поляхова Е. Н.¹,
Поляхов Н. Н. (мл.)³**

¹ Санкт-Петербургский государственный университет

² ООО Региональный центр ВПК

³ Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
irevlo@gmail.com

Профессор математико-механического факультета Николай Николаевич Поляхов читал курс по истории механики студентам 5 курса механического отделения. Кроме этого, он активно сотрудничал с секцией истории механики Ленинградского отделения Института истории естествознания и техники (ИИЕТ), часто выступал с докладами по истории на семинарах ИИЕТа. К сожалению, не все выступления были опубликованы, часть была утеряна. Совсем недавно удалось обнаружить в архивах проф. Н.Н. Поляхова сообщение о деятельности И.В. Мещерского в Петербургском университете.

Из трудов Николая Николаевича по истории механики следует отметить глубокую обстоятельную работу по составлению примечаний к работам М.В. Остроградского по механике, опубликованную в книге «Избранные труды М.В. Остроградского» (Изд-во АН СССР, 1958, с. 512–540).

В книге «История механики в России» (под ред. А.Н. Боголюбова, И.З. Штокало. Киев. Наукова Думка. 1987. 392 с.) опубликованы три работы: «Развитие механики в Петербургском университете» (с. 177–178), «Научное наследие Д.К. Бобылева» (с. 274–275) и «Аэродинамика крыла в работах С.А. Чаплыгина» (с. 355–358). Статья «Исследования Л. Эйлера по аналитической механике первого петербургского периода» опубликована в книге «Развитие идей Леонарда Эйлера и современная наука» (под ред. А.Н. Боголюбова, Г.К. Михайлова, А.П. Юшкевича. М. Наука. 1987, с. 229–232).

Большое внимание было уделено Николаем Николаевичем истории кафедр математико-механического факультета, о чем свидетельствуют следующие работы: «Развитие кафедры механики в Петербургском — Ленинградском университете» — опубликована в сборнике «Очерки по истории Ленинградского университета. Л. ЛГУ. 1962, вып. 1, с. 20–28, а также две работы, опубликованные в разные годы в «Вестнике Ленинградского университета»: «Основные этапы развития механики на кафедрах Ленинградского университета за 1917–1967 гг.» (совместно с И.П. Гинзбургом, А.А. Грибом, Л.М. Качановым) — № 13, 1967, с. 5–20 и «Математика, механика, астрономия в Петербургском — Ленинградском университете» (совместно со В.И. Смирновым и К.Ф. Огородниковым), №1, 1969, с. 5–28.

Lopatukhina I.E., Lopatukhin A.L., Polyakhova E.N., Polyakhov N.N.(Jr.) *Articles of Professor N.N. Polyakhov on history of mechanics.*

Articles of Professor N.N. Polyakhov on history of mechanics are discussed.

ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ И МАСШТАБНЫЙ ФАКТОР ГАЛИЛЕЯ

Миркин М. А.

Санкт-Петербургский государственный университет

Опыт показывает, что имеет место обобщенный принцип относительности. Согласно этому принципу многие законы природы одинаковы во всех инерциальных системах Галилея. Это значит, что уравнение, описывающее некоторый физический процесс, будучи выражено через координаты и время, в различных подобных системах имеет один и тот же вид. В таких, например, механических системах, взаимодействие материальных тел частично можно описать посредством потенциальной энергии стационарного взаимодействия, являющейся функцией координат.

В случаях нестационарных процессов, рассматриваемых в пространстве Минковского, часто пользуются вместо времени t другой переменной τ , связанной с t соотношением, включающим скорость ϑ распространения взаимодействия $\tau = i\vartheta t$, что позволяет разделить общее пространство на ряд областей по характеру взаимодействия, определяющих конкретные события или явления. При этом подразделение временных интервалов позволяет выделить среди них пространственноподобные и времениподобные, которые в силу их инвариантности являются понятиями абсолютными. Это значит, что подобное свойство интервала не зависит от системы отсчета. Интервал между событиями S можно определить в декартовой системе координат по формуле

$$ds^2 = -(dx^2 + dy^2 + dz^2 + d\tau^2).$$

Такая четырехмерная геометрия, определяемая квадратичной формой, была введена в связи с теорией относительности Минковским.

Поскольку законы природы одинаковы только в инерциальных системах, то «системы отсчета», связанные с неподвижными телами и с движущимися, могут обладать разными свойствами. Поэтому промежуток времени, измеряемый во времениподобном интервале событий, согласно формуле Ньютона-Лейбница, можно выразить:

$$\frac{1}{\vartheta} \int_a^b dS,$$

и он имеет максимальное значение. При этом предполагается, что точки a , b и соединяющая их линия таковы, что все элементы dS вдоль линии времениподобны. Указанное свойство связано с тем, что одна из координат мнимая ($\tau = i\vartheta t$); если все четыре координаты оказываются действительными, то интервал был бы, конечно, минимален. В действительности, оба интеграла появляются в сочетании, выбранном из статистической совокупности взаимодействующих тел, что позволяет ввести обобщенное многомерное пространство Минковского. В таком пространстве функционал, характеризующий весь спектр взаимодействия тел, должен быть достаточно сложным, включающим в себя случайную составляющую из пространственноподобного интервала.

Mirkin M.A. *Relativity and Galilei's scaling factor.*

Relativity and Galilei's scaling factor are used. Integral characteristics of action of Hamiltonian of statistics and reciprocity process in mechanic are connected.

НЬЮТОН, ЭЙЛЕР И СТАНОВЛЕНИЕ НЬЮТОНОВОЙ МЕХАНИКИ

Михайлов Г. К.*Российский национальный комитет по теоретической и прикладной механике,**Москва*

gkmikh@prosc.ru

Иногда думают, что современная «ньютонова механика» была создана Ньютоном в его «Началах» (1687). На самом деле Ньютон сформулировал некоторые законы механики, придав им квазиаксиоматическую форму, вызывающую споры до наших дней. Он дал также решение широкого круга задач механики материальной точки. Однако Ньютон не указал пути к построению динамики механических систем, твердого тела и механики сплошной среды. Становление «ньютоновой механики» связано прежде всего с трудами Эйлера, который обобщил результаты Ньютона и наметил пути дальнейшего развития механики.

В 1752 году Эйлер сформулировал «новый принцип механики», предложив записывать основной динамический закон механики в неподвижных декартовых координатах и применять его к бесконечно малому элементу тела. Это, сегодня самоочевидное, предложение сыграло определяющую роль в последующем развитии механики. Трехвековая дискуссия об основных законах и понятиях ньютоновой механики.

Самостоятельная ли наука механика?

Mikhailov G.K. *Newton, Euler and the formation of Newtonian mechanics.*

Sometimes one thinks that the modern «Newtonian Mechanics» was created in Newton's Principia (1687). However, Newton formulated indeed some laws of Mechanics in a quasi-axiomatic form stimulating discussions during more than three centuries. He has solved many problems of Dynamics of a particle but he did not point the way to the construction of Mechanics of systems, rigid bodies and Continuum Mechanics. The modern «Newtonian Mechanics» was created only in the 1750s under the influence of the pathbreaking works of Euler.

Discussions on the general laws and main conceptions of the Newtonian Mechanics.

Is Rational Mechanics an independent science?

О РАБОТАХ Л. ЮНСЕНА ПО НЕГОЛОНОМНОЙ МЕХАНИКЕ

Нездеров А. А.

Санкт-Петербургский государственный университет

Дается критический анализ малоизвестных работ норвежского ученого Л. Юнсена в области неголономной механики. Показывается, что он, наряду с П. Аппелем, Дж. Гибсом, Н.Г. Четаевым, Г. Гамелем ввел понятие возможных перемещений системы при наложении на ее движение идеальных нелинейных неголономных связей. Работы Л. Юнсена подытожены в обширной статье [1], имеющей вид небольшой монографии по неголономной механике. Дается перевод на русский язык некоторых работ Л. Юнсена.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Johnsen L.* Dynamique générale des Systèmes non-holonomes // Skrifter Utgitt av det Norske Videnskaps-Akademi Oslo. I. Matematik-Naturvidenskab Klasse. 1941. № 4. S. 1–75.

Nezderov A.A. *On the works by L. Johnson on nonholonomic mechanics.*

A brief review of the works by the Norwegian scientist L. Johnson on nonholonomic mechanics, which are not so widely known, is given.

О ПЕРЕПИСКЕ Н.Н. ПОЛЯХОВА И В.В. РУМЯНЦЕВА ОТНОСИТЕЛЬНО ПОНЯТИЯ ВОЗМОЖНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПРИ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕГОЛОНОМНЫХ СВЯЗЯХ

Нездеров А. А., Юшков М. П.

Санкт-Петербургский государственный университет

Mikhail.Yushkov@MJ16561.spb.edu

Дается краткий обзор переписки профессоров Н.Н. Поляхова и В.В. Румянцева, посвященной обсуждению одного из основных вопросов неголономной механики — понятие возможных перемещений механической системы при наличии нелинейных неголономных связей. Приводятся четыре письма из этой переписки, сохранившихся в архиве Николая Николаевича Поляхова.

Nezderov A.A., Yushkov M.P. *On the correspondence of N.N. Polyakhov and V.V. Rumyantsev about the notion of virtual displacements under nonlinear nonholonomic constraints.*

A brief review of the correspondence of Professors N.N. Polyakhov and V.V. Rumyantsev, which is devoted to one of the basic questions of nonholonomic mechanics — the notion of virtual displacements of a system in the presence of nonlinear nonholonomic constraints, is given. Four letters from this correspondence that has been kept in the archive of Nikolai Nikolaevich Polyakhov are presented.

ОПЫТ ПОДГОТОВКИ ТЕРМИНОЛОГИЧЕСКОГО
 ЛАТИНСКО-РУССКОГО СЛОВАРЯ ПО КЛАССИЧЕСКОЙ
 МЕХАНИКЕ НА БАЗЕ ЛАТИНСКИХ ТЕКСТОВ И.НЬЮТОНА,
 Я.ГЕРМАНА, Л.ЭЙЛЕРА И ДРУГИХ КЛАССИКОВ МЕХАНИКИ
 XVIII В.

Поляхов Н. Н. (мл.)

Санкт-Петербургский политехнический университет
pol@astro.spbu.ru

Сделана попытка создания латинско-русского словаря терминов и выражений по классической механике в виде словаря-пособия по научной латыни на базе текстов И. Ньютона (1643–1727) по механике (*Principia Naturalis*, 1687), текстов одного из первых петербургских академиков математика Якоба Германа (1678–1765), текстов Леонарда Эйлера (1707–1783) из *Mechanica* (1736). Фрагментарно использованы тексты Г.В. Лейбница (1646–1716), Иоганна I Бернулли (1667–1748), Даниила Бернулли (1700–1782), М.В. Ломоносова (1711–1765). Для сравнительного анализа перевода отдельных терминов и формулировок по законам механики сопоставлены русский перевод книги Ньютона А. Н. Крыловым, русские переводы трудов Эйлера, Бернулли и др. При терминах, вызывающих противоречия между оригиналом и переводом, дан авторский комментарий. В качестве базы русской терминологии используется подборка базовых терминов по теоретической механике, составленная с участием автора. В связи с упоминанием книги И. Ньютона напомним, что она была написана по латыни и при его жизни издана в Англии три раза: в 1687, 1713 и 1726 гг. Следующая использованная нами для перевода публикация принадлежит Якобу Герману (*Phoronomia*, 1716). Что касается Л. Эйлера, то в 1736 г. он издает трактат по механике (*Mechanica*), в 1765 г. выходит его знаменитая книга по динамике твердого тела (*Theoria Motus Corporum Solidorum*). Этим эйлеровым трактатом мы заканчиваем перечень использованных нами оригинальных латинских текстов.

Polyakhov N.N.(Jr.) *About the submission of terminological Latin-Russian Dictionary-Textbook in Classical Mechanics on the base of Latin texts of Isaak Newton, Jacob Hermann, Leonhard Euler and others classics of XVIII century.*

The experience of preparation of terminological Latin-Russian Dictionary or Textbook in Classical Mechanics on the base of Isaak Newton's texts of «*Principia Naturalis*» and of Leonhard Euler's «*Mechanica*» and Jacob Herrmann's (one of the first Russian academician since 1724) books and papers. The translations of «*Principia*» into the Russian made by russian Academician Alexei Krylov (published in 1913–1914, then in 1936, then in 1983) and the partly translation of two Euler's treatises in Mechanics of 1736 and 1765 united into one volume in 1936 are considered. The history of first publications and first translations of discussed books are presented.

О РЕДАКТОРСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРОФЕССОРА
Н.Н. ПОЛЯХОВА**Поляхов Н. Н. (мл.)¹, Сабанеев В. С.²**¹ Санкт-Петербургский государственный политехнический университет² Санкт-Петербургский государственный университет

pol@astro.spbu.ru

Николай Николаевич Поляхов много сил и времени уделял работе по редактированию монографий, учебников, сборников научных трудов, журнальных статей. Его многолетняя работа в издательстве Ленинградского университета была подробно освещена на Поляховских чтениях (1997) в докладе Т.В. Волошиновой. Остановимся только на его работе по редактированию монографий и учебников.

В 1958 г. Издательство АН СССР публикует однотомник избранных трудов акад. М.В. Остроградского. Титульным редактором этого издания был акад. В.И. Смирнов. Для редактирования работ по механике он привлек Н.Н. Поляхова. Кроме авторских текстов в однотомник были помещены подробные комментарии ведущих ученых к публикуемым работам Остроградского, в частности, комментарий Н.Н. Поляхова к работам по механике.

Во второй половине 1950-х годов то же издательство выпускает избранные труды (в 2-х томах) видного аэродинамика, одного из основателей науки о динамике самолета В.П. Ветчинкина, учителя и коллеги Н.Н. Поляхова по Центральному аэрогидродинамическому институту. Титульными редакторами второго тома этого издания были Н.В. Зволинский и Н.Н. Поляхов. В этот том вошли избранные работы по теории гребных винтов (раздел I) и вопросам прочности авиаконструкций (раздел II). Н.Н. Поляхов редактировал I раздел, им же написана часть предисловия, касающаяся теории гребных винтов.

В конце 1970-х годов Н.Н. Поляхов провел большую работу по редактированию университетского учебника своего коллеги по Ленинградскому университету профессора С.В. Валландера «Лекции по гидроаэромеханике». Н.Н. Поляховым написано и предисловие к этой книге.

В 1980-е годы Н.Н. Поляхов был ответственным редактором книги А.П. Мандрыки по истории развития технических наук. В те же годы Н.Н. Поляхов принимал посильное участие в подготовке и редактировании коллективной монографии «История механики в России», изданной в 1987 г. в Киеве. Для этой монографии он написал три статьи: о развитии механики в Петербургском университете, о научном наследии Д.К. Бобылева и о работах С.А. Чаплыгина по аэродинамике крыла.

Polyakhov N.N.(Jr.), Sabaneev V.S. *About editorial activity of professor N.N. Polyakhov.*

The editorial activity of professor N.N. Polyakhov is discussed. His most important works in this area are the commentation of the selected works in mechanics of academician M.V. Ostrogradsky and in aerodynamics of screw propeller of professor V.P. Vetchinkin. He was the editor-in-chief of lectures textbook by professor S.V. Vallander in hydromechanics and several books and transactions in the history of mechanics.

ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ НЕГОЛОНОМНОЙ МЕХАНИКИ И ЕЕ СВЯЗЬ С ЗАДАЧАМИ УПРАВЛЕНИЯ

Солтаханов Ш. Х.

Чеченский государственный университет, Грозный

Mikhail.Yushkov@MJ16561.spb.edu

Приводятся основные этапы развития неголономной механики. Подчеркивается роль сервосвязей, введенных А. Бегеном и П. Аппелем [1, 2]. Опираясь на их понятие, В.И. Киргетов применил аппарат аналитической механики для решения ряда задач управления из динамики полета [3]. Еще более востребован оказался аппарат неголономной механики, распространенный на связи высокого порядка [4], для решения нового класса задач управления, когда программа движения задана в виде дополнительной системы дифференциальных уравнений выше третьего порядка. В частности, для решения задач гашения колебаний полезным оказалось применение обобщенного принципа Гаусса (принципа Поляхова–Зегжды–Юшкова).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Беген А.* Теория гироскопических компасов Аншютца и Сперри и общая теория систем с сервосвязями. М.: Физматлит, 1967. 171 с.
- [2] *Аппель П.* Теоретическая механика. М.: Физматгиз. Т. I. 1960. 516 с.; Т. II. 1960. 488 с.
- [3] *Киргетов В.И.* О движении управляемых механических систем с условными связями (сервосвязями) // Прикл. мат. и мех. 1967. Т. 31. Вып. 3. С. 433–446.
- [4] *Зегжда С.А., Солтаханов Ш.Х., Юшков М.П.* Уравнения движения неголономных систем и вариационные принципы механики. Новый класс задач управления. М.: Наука, 2005. 269 с.

Soltakhanov Sh.Kh. *The history of non-holonomic mechanics and its relationship to control problems.*

The main stages of history of non-holonomic mechanics are outlined. The possibility of applying the apparatus of non-holonomic mechanics to solving some control problems with high-order constraints is shown.

Перечень авторов

- Абакумов П.А., 153
Аббасов М.А., 103
Авдошка И.В., 154
Айрапетян В.В., 104
Акимов Г.А., 225
Аксенов А.В., 105
Аксенова О.А., 106
Акуленко Л.Д., 77
Алдошин Г.Т., 23
Алмазова С.В., 24
Анолик М.В., 107
Архангельская Л.А., 226
Атанацкович Т.М., 25
- Бабарыкин К.В., 108
Бакалейников Л.А., 109
Балашевич Л.И., 199
Барабанов И.Н., 26
Батый М.Б., 110
Бауэр С.М., 199, 200, 203
Бегун П.И., 201
Бестужева А.Н., 111
Бобылев Д.Е., 155
Богатко В.И., 112
Богданов С.Р., 113
Босяков С.М., 196, 202
Буров А.А., 79
Бучин В.А., 221
Быков В.Г., 27
- Ватульян А.О., 156
Веремейчик А.И., 195
Викторов И.В., 157
Власенко Д.Ю., 28
Вовненко Н.В., 164, 165
Волков А.А., 114
Волошинова Т.В., 29
Воронкова Е.Б., 203
Ворошилова Ю.Н., 114
- Гаврилов Д.Н., 159
Гасратова Н.А., 158
- Гелиев А.В., 118
Герасименко А.Б., 150
Глухих Ю.Д., 80
Гончаренко В.И., 30
Горбачев Ю.Е., 124
Грамакова А.А., 204
Гребенюков К.А., 115
Греков М.А., 160
Григорьев А.Ю., 68, 227
Григорьев И.С., 81
Груничева Е.В., 116
- Даль Ю.М., 161
Двас Н.Г., 162
Демидова И.И., 205
Диевский А.В., 31
Диевский В.А., 31
Дмитриев Н.Н., 32
Дмитриева С.И., 226
Добдин А.С., 206
Докучаев Л.В., 82
Долидович Н.Ю., 117
Досаев М.З., 43
Доста А.Н., 202, 208
- Егоров Б.В., 118
Ермаков А.М., 207
Ермолаева Н.Н., 119
Ермоченко С.А., 217
Ершов Б.А., 119, 182
- Журавков М.А., 208
- Завьялов О.Г., 120
Зайцев Д.К., 121
Заплетин М.П., 81
Зегжда С.А., 11, 159
Зимин Б.А., 163–165, 199
Зимовщиков А.С., 83
Зинкевич Я.С., 77
Зобова А.А., 33, 34
Золотухина Л.А., 209

- Иванов А.П., 35
 Иванов Д.В., 206
 Иванов Д.Н., 182, 183
 Иванова Е.А., 166
 Ивочкин М.Ю., 36
 Индейцев Д.А., 167
 Ириссу Э., 145
 Ишханян М.В., 37
- Кадашевич Ю.И., 168
 Каленова В.И., 49
 Капранов И.Е., 122
 Карапетян А.В., 33, 38
 Каспер Р., 28
 Качанов А.Б., 199
 Каштанов А.В., 169
 Каштанова С.В., 123
 Квасников Б.Н., 170
 Кизилова Н.Н., 210, 228
 Климина Л.А., 62
 Кобелев Н.С., 114
 Коблик В.В., 229
 Кожаленко А.М., 126
 Колесников Е.К., 84, 85
 Колесниченко Е.Г., 124
 Колтон Г.А., 112
 Коляри И.Г., 39
 Кондратьев Б.П., 86
 Конкина Л.И., 40
 Коновалов О.Л., 208
 Кононенко В.А., 125
 Королев В.С., 87, 211
 Корсаков А.Б., 121
 Косенко И.И., 79
 Котляр К.Е., 203, 213
 Кочерыжкин В.А., 127
 Кривовичев Г.В., 214
 Кривохижина О.В., 201
 Крохалева Г.В., 41
 Крячко А.Ф., 89
 Кузнецов М.М., 128
 Кузьмина В.Е., 108
 Кулешова Ю.Д., 128
 Куницын А.Л., 88
 Курбатова Г.И., 116, 119
 Курбатова Н.В., 192
 Кустова Е.В., 15, 126, 129, 130
 Кутеева Г.А., 93, 119, 131
 Кучумов А.Г., 172
- Лашков В.А., 132, 143
 Лебедев А.В., 171
 Лебедев Д.А., 42
 Легу Ж.-Г., 145
 Лещенко Д.Д., 77
 Лихачев В.М., 89
 Локшин В.Я., 62
 Лопатухин А.Л., 230, 231
 Лопатухина И.Е., 230, 231
 Лохов В.А., 172, 218
 Лукин А.А., 133
 Любимов Г.А., 215
- Майлыбаев А.А., 44
 Макаренков О.Ю., 45
 Максимов В.В., 134
 Маламанов С.Ю., 135
 Малов П.В., 216
 Манойлин С.В., 134
 Мануйлов К.В., 136
 Маркачѐв Ю.Е., 118
 Мартыненко Ю.Г., 12
 Матвеев С.К., 108
 Мельников А.Е., 47
 Мельников В.Г., 48
 Мемнонов В.П., 104, 137
 Микрюков С.Н., 173
 Минеев А.С., 174
 Миркин М.А., 232
 Мирошин Р.Н., 138
 Михайлов Г.К., 233
 Михайловский Е.И., 175
 Михасев Г.И., 154, 217
 Михеев А.В., 176
 Моисеева И.Н., 215
 Молотников В.Я., 177
 Молотникова А.А., 177
 Моро К., 145
 Морозов В.А., 133
 Морозов В.М., 42, 49
 Морщенина А.А., 178
 Морщенина Д.А., 179
 Мошкин Р.П., 50
 Музыченко А.И., 71
 Муницын А.И., 180
 Муницына М.А., 51
- Нагнибеда Е.А., 11, 15
 Нарбут М.А., 181
 Наумова Н.В., 182, 183

- Нездеров А.А., 52, 234
Николаев В.И., 139
Нуднер И.С., 134
Няшин Ю.И., 172, 218
- Окунев Ю.М., 53
Остов Ю.Я., 35
- Павилайнен В.Я., 184
Павилайнен Г.В., 185
Павлова О.Е., 204
Павловский В.А., 135, 140
Панкратов И.А., 206
Панневиц О.В., 140
Панова С.А., 54
Паскаль М., 54
Пасынкова И.А., 55, 56
Перегудин С.И., 141
Перегудова О.А., 57
Пережогин А.А., 80
Пестренин В.М., 186
Пестренина И.В., 186
Петров Н.А., 91
Петрова В.Н., 108
Пилишкин В.Н., 58
Подольская Е.А., 187
Подольский М.Е., 142
Полянский А.Ф., 143
Поляхов Н.Н.(мл.), 231, 235, 236
Поляхова Е.Н., 229, 231
Помыткин С.П., 168
Попова Е.А., 116
Попова Е.М., 131
Поташев К.А., 216
Потехина Е.А., 112
Привалова О.Г., 53
Прозорова Э.В., 125, 144
Прокопьев Е.П., 59
Пронина Ю.Г., 188
Пузырёва Л.А., 130
- Рачинская А.Л., 77
Родюков Ф.Ф., 60, 61
Рыдалевская М.А., 114, 140
Рябинин А.Н., 145
Рябов В.М., 189
- Сабанеев В.С., 11, 236
Салмина М.А., 34
Самсонов В.А., 53, 62
- Сафонов Р.А., 206
Сейранян А.П., 25, 44
Селицкая Е.А., 219
Селюцкий Ю.Д., 43
Семенов Б.Н., 167
Семенов Д.С., 146
Сергеев В.С., 63
Силантьев М.В., 80
Синильщиков В.Б., 147
Смирнов А.Л., 153
Смирнов Е.М., 121
Смирнова Л.В., 92
Соколов Л.Л., 93
Соколов Н.Л., 94
Солтаханов Ш.Х., 64, 237
Степанов С.Я., 64
Степанова П.П., 55
Стрелкова Н.А., 65
Судьенков Ю.В., 164, 165
Сулейманов Р.Х., 68
Сухоручкин Д.А., 66
- Тверев К.К., 67
Тверье В.М., 218
Терёшкина К.Б., 118
Терентьев А.Д., 68, 227
Типясев А.С., 200
Тихонов А.А., 95
Товстик П.Е., 17
Товстик Т.П., 190
Трегубов В.П., 220
Туктамышев В.С., 172
Тулкина А.Н., 191
Тулубенская Е.В., 175
Тхай В.Н., 18, 26, 69, 83
Тхай Н.В., 70
- Ульянов П.Г., 137
Устинов Ю.А., 192
- Федоровский Г.Д., 193
Филаткина Е.В., 57
Филер З.Е., 71
Филиппов С.Б., 194
Флегонтова Е.Ю., 109
- Хабалов В.Д., 107
Халидов И.А., 106
Ханукаев Ю.И., 72
Харунжий А.А., 153

Хватков Г.Е., 56
Хвисевич В.М., 195
Холодова С.Е., 141
Христинич В.Б., 115

Цветков Б.Н., 121
Цибаров В.А., 117, 148
Цителов И.М., 143

Чернов С.В., 84, 85
Черняев С.П., 24
Чистов А.Л., 149
Чумакова Е.С., 192
Чуркина Т.Е., 98

Шадрина Н.Х., 221
Шамолин М.В., 73
Швыгин А.Л., 69
Шепелявый А.И., 61
Шиманчук Д.В., 96
Шипилов С.С., 133
Шишкин А.В., 125
Шмыров А.С., 96, 97
Шмыров В.А., 97
Штейн А.А., 215

Эндер А.Я., 109, 150
Эндер И.А., 109, 150

Юдин А.В., 34
Юркевич К.С., 196, 222
Юшин Р.Ю., 185
Юшков М.П., 11, 52, 234

Яковенко Г.Н., 99
Яковлев А.Б., 100
Ярцев Б.А., 189

Author index

- Abakumov P.A., 153
Abbasov M.A., 103
Airapetyan V.V., 104
Akimov G.A., 225
Aksenov A.V., 105
Akulenko L.D., 77
Aldoshin G.T., 23
Almazova S.V., 24
Anolik M.V., 107
Arkhangelskaja L.A., 226
Atanackovic T.M., 25
Avdoshka I.V., 154
- Babarykin K.V., 108
Bakaleinikov L.A., 109
Balashevich L.I., 199
Barabanov I.N., 26
Baty M.B., 110
Bauer S.M., 199, 200, 203
Begun P.I., 201
Bestuzheva A.N., 111
Bobyliiev D.E., 155
Bogatko V.I., 112
Bogdanov S.R., 113
Bosiakov S.M., 202
Bosiakov S.M., 196
Buchin V.A., 221
Burov A.A., 79
Bykov V.G., 27
- Chernov S.V., 84, 85
Chernyaev S.P., 24
Ching-Huei Lin, 62
Chistov A.L., 149
Chumakova E.S., 192
Churkina T.E., 98
- Dahl Yu.M., 161
Demidova I.I., 205
Dievsky A.V., 31
Dievsky V.A., 31
Dmitriev N.N., 32
Dmitrieva S.I., 226
- Dobdin A.S., 206
Dokuchaev L.V., 82
Dolidovich N.Yu., 117
Dosaev M.Z., 43
Dosta A.N., 202, 208
Dvas N.G., 162
- Egorov B.V., 118
Ender A.Ya., 109, 150
Ender I.A., 109, 150
Eriksson A., 212
Ermakov A.M., 207
Ermolaeva N.N., 119
Ershov B.A., 119, 182
- Fedorovsky G.D., 193
Filatkina E.V., 57
Filier Z.E., 71
Filippov S.B., 194
Flegontova E.Yu., 109
- Gasratova N.A., 158
Gavrilov D.N., 159
Geliev A.V., 118
Gerasimenko A.B., 150
Glukhikh Yu.D., 80
Goncharenko V.I., 30
Gorbachev Yu.E., 124
Gramakova A.A., 204
Grebenukov K.A., 115
Grekov M.A., 160
Grigoriev A.J., 68, 227
Grigoriev I.S., 81
Grunicheva E.V., 116
- He Guang, 14
Hwang Shyh-Shin, 43
- Indeitsev D.A., 167
Irissou E., 145
Ishkhanyan M.V., 37
Ivanov A.P., 35
Ivanov D.N., 182, 183

- Ivanov D.V., 206
 Ivanova E.A., 166
 Ivochkin M.Y., 36
- Kachanov A.B., 199
 Kadashevich Yu.I., 168
 Kalenova V.I., 49
 Kapranov I.E., 122
 Karapetyan A.V., 33, 38
 Kashtanov A.V., 169
 Kashtanova S.V., 123
 Kasper R., 28
 Khabalov V.D., 107
 Khanukaev Y.I., 72
 Kharunzhy A.A., 153
 Kholodova S.E., 141
 Khristinich V.B., 115
 Khvatkov G.E., 56
 Khvisevich V.M., 195
 Kizilova N.N., 210, 228
 Klimina L.A., 62
 Kobelev N.S., 114
 Koblik V.V., 229
 Kocheryzhkin V.A., 127
 Kolesnichenko E.G., 124
 Kolesnikov E.K., 84, 85
 Kolton G.A., 112
 Kolyari I.G., 39
 Kondratyev B.P., 86
 Konkina L.I., 40
 Kononenko V.A., 125
 Konovalov O.L., 208
 Korolev V.S., 87, 211
 Korsakov A.B., 121
 Kosenko I.I., 79
 Kosterina N., 212
 Kotliar K.E., 203, 213
 Kouzmina V.E., 108
 Kozhachenko A.M., 126
 Krivohizina O.V., 201
 Krivovichev G.V., 214
 Krokhaleva G.V., 41
 Kryachko A.F., 89
 Kuchumov A.G., 172
 Kuleshova J.D., 128
 Kunitsyn A.L., 88
 Kurbatova G.I., 116, 119
 Kurbatova N.V., 192
 Kustova E.V., 16, 126, 129, 130
- Kuteeva G.A., 93, 119, 131
 Kuznetsov M.M., 128
 Kvasnikov B.N., 170
- Lanzl I.M., 213
 Lashkov V.A., 132, 143
 Lebedev A.V., 171
 Lebedev D.A., 42
 Legoux J.-G., 145
 Leshchenko D.D., 77
 Likhachev V.M., 89
 Lokhin B.Ya., 62
 Lokhov V.A., 172, 218
 Lopatukhin A.L., 230, 231
 Lopatukhina I.E., 230, 231
 Lu Wen-Lung, 43
 Lukin A.A., 133
 Lyubimov G.A., 215
- Mailybaev A.A., 44
 Makarenkov O.Yu., 45
 Malamanov S.J., 135
 Malov P.V., 216
 Manojlin S.V., 134
 Manuylov K.V., 136
 Markachev Yu.M., 118
 Martynenko Yu.G., 13
 Mattioli G., 46
 Matveev S.K., 108
 Maximov V.V., 134
 Mei Fengxiang, 14
 Melnikov A.E., 47
 Melnikov V.G., 48
 Memnonov V.P., 104, 137
 Miheev A.V., 176
 Mikhailov G.K., 233
 Mikhailovskii E.I., 175
 Mikhasev G.I., 154, 217
 Mikryukov S.N., 173
 Mineev A.S., 174
 Mirkin M.A., 232
 Miroshin R.N., 138
 Moiseeva I.N., 215
 Molotnikov V.Ya., 177
 Molotnikova A.A., 177
 Montazeri Ali, 90
 Moreau C., 145
 Morozov V.M., 42
 Morozov V.A., 133
 Morozov V.M., 49

- Morshinina A.A., 178
Morshinina D.A., 179
Moshkin R.P., 50
Munitsyn A.I., 180
Munitsyna M.A., 51
Muzychenko A.I., 71
- Nagnibeda E.A., 11, 16
Narbut M.A., 181
Naumova N.V., 182, 183
Nezderov A.A., 52
Nezderov A.A., 234
Nikolaev V.I., 139
Nudner I.S., 134
Nyashin Y.I., 172
Nyashin Yu.I., 218
- Okunev Yu.M., 53
Ostov Y.J., 35
- Pankratov I.A., 206
Pannevits O.V., 140
Panova S.A., 54
Pascal M., 54
Pasyukova I.A., 55, 56
Pavilaynen G.V., 185
Pavilaynen V.Ya., 184
Pavlova O.E., 204
Pavlovski V.A., 135
Pavlovsky V.A., 140
Peregudin S.I., 141
Peregudova O.A., 57
Perezhogin A.A., 80
Pestrenin V.M., 186
Pestrenina I.V., 186
Petrov N.A., 91
Petrova V.N., 108
Pilishkin V.N., 58
Podolskaya E.A., 187
Podolsky M. E., 142
Polyakhova E.N., 229, 231
Polyakhov N.N.(Jr.), 231, 235, 236
Polyansky A.F., 143
Pomytkin S.P., 168
Popova E.A., 116
Popova E.M., 131
Potashev K.A., 216
Potekhina E.A., 112
Privalova O.G., 53
Prokop'ev E.P., 59
- Pronina J.G., 188
Prozorova E.V., 125, 144
Puzyreva L.A., 130
- Rachinskaya A.L., 77
Rodyukov F.F., 60, 61
Ryabinin A.N., 145
Ryabov V.M., 189
Rydalevskaya M.A., 114, 140
- Sabaneev V.S., 11
Sabaneev V.S., 236
Safonov R.A., 206
Salmina M.A., 34
Samsonov V.A., 53, 62
Scalia M., 46
Selitskaya E.A., 219
Selyutsky Yu.D., 43
Semenov B.N., 167
Semyonov D.S., 146
Sergeev V.S., 63
Seyranian A.P., 25, 44
Shadrina N.Kh., 221
Shamolin M.V., 73
Shepeljavyi A.I., 61
Shipilov S.S., 133
Shishkin A.V., 125
Shmyrov A.S., 96, 97
Shmyrov V.A., 97
Shvygin A.L., 69
Shymanchuk D.V., 96
Silantiev M.V., 80
Sinilshchikov V.B., 147
Smirnov A.L., 153
Smirnov E.M., 121
Smirnova L.V., 92
Sokolov L.L., 93
Sokolov N.L., 94
Soltakhanov Sh.Kh., 64, 237
Stein A.A., 215
Stepanov S.Ya., 64
Stepanova P.P., 55
Strelkova N.A., 65
Sudakov U.V., 164, 165
Sukhoruchkin D.A., 66
Suleymanov R.H., 68
- Terentev A.D., 227
Terentiev A.D., 68
Tereshkina K.B., 118

- Tikhonov A.A., 95
Tipyasev A.S., 200
Tkhai V.N., 18, 26, 69, 83
Tkhay N.V., 70
Tovstik P.E., 17
Tovstik T.P., 190
Tregubov V.P., 220
Tsibarov V.A., 117, 148
Tsitelov I.M., 143
Tsvetkov B.N., 121
Tuktamishev V.S., 172
Tulkina A.N., 191
Tulubenskaya E.V., 175
Tvarev K.K., 67
Tverie V.M., 218
- Ulyanov P.G., 137
Ushin R.U., 185
Ustinov Yu.A., 192
- Vatulyan A.O., 156
Vaziri Porya, 90
Veremejchik A.I., 195
Viktorov I.V., 157
Vlasenko D., 28
Volkov A.A., 114
Voloshinova T.V., 29
Voronkova E.B., 203
Voroshilova Yu.N., 114
Vovnenko N.V., 164, 165
Vujcic V. A., 78
- Westerblad H., 212
- Yakovenko G.N., 99
Yakovlev A.B., 100
Yartsev B.A., 189
Yermochenko S.A., 217
Yudin A.V., 34
Yurkevich K.S., 196, 222
Yushkov M.P., 11, 52, 234
- Zaitsev D.K., 121
Zapletin M.P., 81
Zavyalov O.G., 120
Zegzhda S.A., 11, 159
Zhuravkov M.A., 208
Zimin B.A., 163–165, 199
Zimovshchikov A.S., 83
Zinkevich Ya.S., 77
Zobova A.A., 33, 34

Оглавление

Пленарное заседание	9
Зегжда С. А., Нагнибеда Е. А., Сабанеев В. С., Юшков М. П. О научной, педагогической, методической и общественной деятельности профессора Н. Н. Поляхова	11
Мартыненко Ю. Г. Методы неголономной механики в задачах управления автономными колесными роботами	12
Mei Fengxiang, He Guang. On a generalization of birkhoffian mechanics	14
Нагнибеда Е. А., Кустова Е. В. Новые модели кинетики и переноса в неравновесных потоках и их применение в газовой динамике	15
Товстик П. Е. Локализованные формы потери устойчивости	17
Тхай В. Н. Грубые по периодическому движению модели	18
Секция I. Теоретическая и прикладная механика	21
Алдошин Г. Т. К вопросу о линеаризации уравнений Лагранжа.	23
Алмазова С. В., Черняев С. П. Использование методов голономной механики для определения собственных частот и форм колебаний системы упругих тел	24
Атанацкович Т. М., Сейранян А. П. Задачи бимодальной оптимизации для упругих стержней	25
Барабанов И. Н., Тхай В. Н. Стабилизация однопараметрического семейства колебаний	26
Быков В. Г. Автоматическая балансировка статически и динамически неуравновешенного жесткого ротора в упругих опорах	27
Власенко Д. Ю., Каспер Р. Методы стабилизации, применяемые при компьютерном моделировании динамики систем многих тел	28
Волошинова Т. В. Перенос граничных условий с деформированной поверхности на недеформированную	29
Гончаренко В. И. Пример стабилизации гироскопическими силами с вырожденной матрицей коэффициентов	30
Диевский В. А., Диевский А. В. Об одной задаче Н. Е. Жуковского	31
Дмитриев Н. Н. Математические модели движения твердых тел по плоскости с анизотропным трением	32
Зобова А. А., Карапетян А. В. Динамика волчка тип-топ на плоскости с реальным сухим трением	33
Зобова А. А., Салмина М. А., Юдин А. В. Динамика мобильного робота с омни-колесами: теория и эксперименты	34
Иванов А. П., Остов Ю. Я. К задаче динамики полета	35

Ивочкин М. Ю. Необходимые условия существования дополнительных интегралов в задаче о движении тела по гладкой неподвижной поверхности	36
Ишханян М. В. Динамика однородного шара на плоскости с трением	37
Карапетян А. В. Двухпараметрическая модель трения	38
Коляри И. Г. Удар трех тел	39
Конкина Л. И. Об инвариантной нормализации неавтономных гамильтоновых систем	40
Крохалева Г. В. Динамика волчка Томсона	41
Лебедев Д. А., Морозов В. М. Устойчивость и стабилизация стационарных движений неголономных систем, уравнения движения которых написаны в квазиординатах	42
Lu Wen-Lung, Hwang Shyh-Shin, Досаев М. З., Селюцкий Ю. Д. О переходных режимах работы ветроэнергетической установки.	43
Майлыбаев А. А., Сейранян А. П. Бимодальные бифуркации положений равновесия в симметричных потенциальных системах	44
Макаренков О. Ю. Устойчивость скорости тела, перемещаемого вибрациями	45
Mattioli G., Scalia M. On some chaotic aspects modelling abrupt climate change	46
Мельников А. Е. Математическая модель гибкого неуравновешенного ротора на основе уравнений Лагранжа второго рода	47
Мельников В. Г. Метод идентификации твердых тел на реверсивно-симметричных сферических движениях	48
Морозов В. М., Каленова В. И. Многомерные нестационарные системы второго порядка и их приложения	49
Мошкин Р. П. Обобщенные уравнения Пуанкаре–Четаева, В. В. Румянцева, Э. Картана, Гамеля, Эйлера–Лагранжа, Дирака, Вранчану, Синга И Схоутена, Риччи и Леви-Чивита	50
Муницына М. А. Относительные равновесия точки в гравитационном поле динамически симметричного твердого тела	51
Нездеров А. А., Юшков М. П. О взаимосвязи принципа Суслова–Журдена и обобщенного принципа Даламбера–Лагранжа	52
Окунев Ю. М., Привалова О. Г., Самсонов В. А. Устойчивость режима винтового торможения оперенного тела в сопротивляющейся среде	53
Панова С. А. Колебания автомобиля на двухбарабанном тормозном стенде с учетом упругости рессор	54
Паскаль М. Периодические движения осцилляторов типа «stick-slip» с двумя степенями свободы	54
Пасынкова И. А., Степанова П. П. Цилиндрическая прецессия неуравновешенного ротора в массивно-податливых опорах	55
Пасынкова И. А., Хватков Г. Е. Исследование конической прецессии жесткого неуравновешенного ротора с учетом нелинейного внешнего трения.	56
Перегудова О. А., Филаткина Е. В. О стабилизации движений неголономных механических систем	57
Пилишкин В. Н. Исследование ограниченности движения по характеристическим точкам на симметричных многогранниках	58

Прокопьев Е. П. О влиянии свободных объемов нанообъектов пустоты на эволюцию свойств наноматериалов	59
Родюков Ф. Ф. Нелокальный анализ устойчивости корректных уравнений синхронного двигателя	60
Родюков Ф. Ф., Шепелявый А. И. Нелокальный анализ устойчивости уравнений системы «синхронный генератор — три асинхронных двигателя»	61
Ching-Huei Lin, Климина Л. А., Локшин В. Я., Самсонов В. А. Теоретико-механические аспекты динамики ветроустановки с вертикальной осью вращения	62
Сергеев В. С. Первый метод Ляпунова в исследовании систем, описываемых интегродифференциальными уравнениями типа Вольтерра	63
Солтаханов Ш. Х. К вопросу о гашении поперечных колебаний стержня	64
Степанов С. Я. Построение предельных циклов колебаний двойного осциллятора, возбуждаемого сухим трением	64
Стрелкова Н. А. О задаче Дарбу	65
Сухоручкин Д. А. Управление маятником на струне в режиме одноосного гироскопа, свободного в азимуте	66
Тверев К. К. Примеры управляющих связей в электромеханических системах	67
Терентьев А. Д., Григорьев А. Ю., Сулейманов Р. Х. Результаты исследования механики центрифугирования в инерциальной системе отсчета	68
Тхай В. Н., Швыгин А. Л. Существование и устойчивость маятниковых движений твердого тела в ньютоновском поле сил.	69
Тхай Н. В. Алгоритм исследования устойчивости рождающихся изолированных колебаний в периодической системе, близкой к консервативной системе с одной степенью свободы	70
Филер З. Е., Музыченко А. И. Устойчивость линейных систем	71
Ханукаев Ю. И. О гамильтоновой механике в избыточных координатах и независимых импульсах	72
Шамолин М. В. Некоторые случаи полной интегрируемости в пространственной динамике твердого тела, взаимодействующего со средой	73
Секция II. Динамика космического полета	75
Акуленко Л. Д., Зинкевич Я. С., Лещенко Д. Д., Рачинская А. Л. Вращение спутника с полостью, заполненной вязкой жидкостью, под действием момента сил светового давления	77
Vučjić V. A. Inverse problem of three body	78
Буров А. А., Косенко И. И. О периодических движениях орбитального гантелеобразного тела с кабиной-лифтом	79
Глухих Ю. Д., Пережогин А. А., Силантьев М. В. О реализации проекта создания шторы для защиты Земли от перегрева	80
Григорьев И. С., Заплетин М. П. Об оптимизации полетов космического аппарата к астероидам	81
Докучаев Л. В. О проблемах динамики космического аппарата	82
Зимовщиков А. С., Тхай В. Н. Диаграмма устойчивости для треугольных точек либрации двойной звездной системы, подобной Сириусу	83

Колесников Е. К., Чернов С. В. О возможности длительного орбитального существования наночастиц, инжектируемых в околоземное космическое пространство в плазмосфере земли	84
Колесников Е. К., Чернов С. В. О возможности длительного орбитального существования микрочастиц, инжектируемых в околоземное космическое пространство на вытянутых эллиптических орбитах с низким перигеем	85
Кондратьев Б. П. Векторный подход к проблеме физической либрации Луны . .	86
Королев В. С. Оптимальное маневрирование при обслуживании системы космических аппаратов с учетом ограничений	87
Куницын А. Л. О геометрической интерпретации областей устойчивости точек либрации классической задачи трех тел и ее модификаций	88
Лихачев В. М., Крячко А. Ф. Асимптотика интеграла Зоммерфельда в краевых задачах дифракции волн в угловых областях	89
Ali Montazeri, Porya Vaziri. Jet damping in a solid-propellant rocket	90
Петров Н. А. Исследование геометрических и динамических параметров движения астероида в ограниченной плоской круговой задаче трех тел в резонансе 1:1 с Юпитером.	91
Смирнова Л. В. Движение пояса Гульда в гравитационном поле Галактики . . .	92
Соколов Л. Л., Кутеева Г. А. Резонансные орбиты и опасные траектории АСЗ . .	93
Соколов Н. Л. Приближенный аналитический метод расчета пространственных маневров космического аппарата в атмосфере	94
Тихонов А. А. Об использовании модифицированных параметров Родрига — Гамильтона в динамике твердого тела	95
Шиманчук Д. В., Шмыров А. С. Задача перехвата в окрестности коллинеарной точки либрации системы Земля-Солнце	96
Шмыров А. С., Шмыров В. А. Построение асимптотически устойчивых траекторий орбитального движения КА в окрестности коллинеарной точки либрации . .	97
Чуркина Т. Е. Об устойчивости вращений спутника при резонансе меркурианского типа	98
Яковенко Г. Н. Симметрии в поле всемирного тяготения — орбиты и законы сохранения	99
Яковлев А. Б. Применение обобщенных зарядово-полевых потенциалов в задаче о вертикальном движении пылевых частиц у поверхности Луны	100
Секция III. Гидроаэромеханика	101
Аббасов М. А. Влияние диссоциации на пространственно-однородную релаксацию CO_2 в трехтемпературном приближении	103
Айрапетян В. В., Мемнонов В. П. Численное моделирование течений разреженного газа в цилиндрических каналах	104
Аксенов А. В. Нелинейные периодические волны в газоподобных средах	105
Аксенова О. А., Халидов И. А. Учет вклада шероховатости поверхности при численном моделировании микромасштабных течений разреженного газа	106
Анолик М. В., Хабалов В. Д. Аэродинамические характеристики шероховатых тел в разреженном газе	107

Бабарыкин К. В., Кузьмина В. Е., Матвеев С. К., Петрова В. Н. Высокочастотные автоколебания в импактной струе	108
Бакалейников Л. А., Флегонтова Е. Ю., Эндер А. Я., Эндер И. А. Нелинейное ядро интеграла столкновений уравнения Больцмана.	109
Батый М. Б. Управление горением углерода в случае сложной реакции	110
Бестужева А. Н. Решение задачи о дифракции волн на конусе, близком к развернутому, вызванной перемещением поверхности конуса	111
Богатко В. И., Колтон Г. А., Потехина Е. А. Об определении параметров течения газа за фронтом сильной ударной волны, форма которой близка к некоторой кривой	112
Богданов С. Р. «Спектральное замыкание» для развитой турбулентности	113
Волков А. А. Динамические процессы в адсорбционном слое на поверхности твердого тела	114
Ворошилова Ю. Н., Кобелев Н. С., Рыдалевская М. А. Коэффициенты переноса в газе из ангармонических осцилляторов. Модельное приближение	114
Гребенюков К. А., Христинич В. Б. Стохастическое моделирование динамики полета самолета	115
Груничева Е. В., Курбатова Г. И., Попова Е. А. Решение одной неизотермической задачи о нестационарном течении газа по морским газопроводам	116
Долидович Н. Ю., Цибаров В. А. Медленные течения плотных газов	117
Егоров Б. В., Маркачев Ю. Е., Терёшкина К. Б., Гелиев А. В. Квази-химическая кластерная модель газа – уравнение состояния, кинетика, термодинамические и транспортные свойства	118
Ермолаева Н. Н., Курбатова Г. И. Тепловые процессы в расширяющемся жидком сферическом слое	119
Ершов Б. А., Кутеева Г. А. Обтекание тела с осевой симметрией потоком вязкой несжимаемой жидкости	119
Завьялов О. Г. Задача качения шара с учетом деформации поверхности при наличии несжимаемой смазки	120
Зайцев Д. К., Корсаков А. Б., Смирнов Е. М., Цветков Б. Н. Численное моделирование турбулентного потока при его косом прохождении через бесконечную решетку круглых цилиндров	121
Капранов И. Е. Решение связанных задач механики средствами современных информационных технологий	122
Каштанова С. В. Движение тонкой сферической оболочки в идеальной жидкости с переменной скоростью	123
Колесниченко Е. Г, Горбачев Ю. Е. Химические реакции в неравновесной газовой смеси	124
Кононенко В. А., Прозорова Э. В., Шишкин А. В. Влияние дисперсии в автомодельных задачах пограничного слоя	125
Кожаненко А. М., Кустова Е. В. Модели колебательной релаксации в смеси CO_2/N_2 за ударными волнами	126
Кочерыжкин В. А. Колебания цилиндрической оболочки в потоке идеальной жидкости	127
Кузнецов М. М., Кулешова Ю. Д. Об эффектах поступательной неравновесности в гиперзвуковых ударных слоях и ударных волнах	128

Кустова Е. В. Тензор напряжений и скорость реакций в неравновесных течениях вязкого газа	129
Кустова Е. В., Пузырёва Л. А. Коэффициенты переноса в смеси N/N ₂ с учетом электронного возбуждения	130
Кутеева Г. А., Попова Е. М. Численное исследование течения вязкой жидкости внутри каналов с различной формой стенок	131
Лашков В. А. Взаимодействие твердых частиц газозвеси с поверхностью тела	132
Лукин А. А., Морозов В. А., Шипилов С. С. Лабораторное моделирование высокоскоростных столкновений мелкодисперсных частиц с покрытиями космических аппаратов	133
Максимов В. В., Манойлин С. В., Нуднер И. С. Взаимодействие волн с частично-проницаемыми преградами	134
Маламанов С. Ю., Павловский В. А. Моделирование некоторых сопряженных задач в вычислительной гидродинамике	135
Мануйлов К. В. Уравнения обтекания тела, ограниченного эллиптической поверхностью $S^N(x, y, z) = 0$	136
Мемнонов В. П., Ульянов П. Г. Исследование шероховатости поверхности винчестеров	137
Мирошин Р. Н. Простое доказательство теоремы Маркова в обобщенной проблеме моментов.	138
Николаев В. И. Определение гидродинамических характеристик крыльев сложной формы для судового руля в неоднородном потоке по методу Н. Н. Поляхова в модифицированной версии «два лямбда»	139
Павловский В. А. Схема получения новых уравнений переноса из комбинаций уравнений неразрывности, движения, энергии	140
Панневиц О. В., Рыдалевская М. А. Разные стадии пространственно однородной релаксации диссоциирующего двухатомного газа	140
Перегудин С. И., Холодова С. Е. О крупномасштабных волновых движениях в стратифицированной электропроводной жидкости	141
Подольский М. Е. К вопросу об устойчивости движения ротора в гидродинамических подшипниках	142
Полянский А. Ф., Лашков В. А., Цителов И. М. Решение задачи о влиянии плазмы микроволнового разряда на аэродинамические характеристики тел в сверхзвуковом потоке	143
Прозорова Э. В. Влияние дисперсии при взаимодействии газа с поверхностью	144
Рябинин А. Н., Ирису Э., Легу Ж.-Г., Моро К. Экспериментальное исследование и моделирование теплообмена в холодном газодинамическом напылении	145
Семёнов Д. С. Трансзвуковое обтекание осесимметричных тел с надкалиберной головной частью	146
Синильщиков В. Б. Феноменологическая модель нестационарных процессов в типовых элементах гидросистем	147
Цибаров В. А. Стохастические законы сохранения в гемодинамике	148
Чистов А. Л. Плоское напорное течение Куэтта в свете единой ламинарно-турбулентной модели	149

Эндер А. Я., Эндер И. А., Герасименко А. Б. Подвижность и функция распределения ионов в умеренных и сильных электрических полях	150
Секция IV. Механика деформируемого твердого тела	151
Абакумов П. А., Смирнов А. Л., Харунжий А. А. Свободные колебания конических оболочек с малым углом конусности	153
Авдошка И. В., Михасев Г. И. Гашение бегущих локализованных вибраций в цилиндрической оболочке с использованием магнитореологических композитов	154
Бобылев Д. Е. Решение некоторых кусочно-одномерных задач геомеханики методом граничных элементов	155
Ватульян А. О. Об одной модели адаптивной теории упругости и ее приложениях	156
Викторов И. В. Устойчивость сферической оболочки, армированной нитями	157
Гасратова Н. А. Об одном способе решения линейной осесимметричной задачи для упругого пространства со сферическими неоднородностями	158
Гаврилов Д. Н., Зегжда С. А. Изгибные колебания свободной системы из двух сопряженных под углом стержней	159
Греков М. А. Некоторые модели дефектов слоистых структур	160
Даль Ю. М. О формулах Г. В. Колосова	161
Двас Н. Г. Исследование устойчивости ОЦК-решетки	162
Зимин Б. А. Распределение средней мощности адгезионного процесса при расслоении композитных материалов	163
Зимин Б. А., Вовненко Н. В., Судьенков Ю. В. Внутренние напряжения как показатель неевклидовости внутренней метрики и затухания в фиктивном пространстве.	164
Зимин Б. А., Вовненко Н. В., Судьенков Ю. В. Термомеханический отклик пластин цветного стекла при субмикросекундных длительностях нагрева	165
Иванова Е. А. Об одном подходе к формулировке связанной задачи термоупругости, включающей уравнение теплопроводности гиперболического типа	166
Индейцев Д. А., Семенов Б. Н. Математическая модель превращения кермета в керамику	167
Кадашев Ю. И., Помыткин С. П. Большие деформации в рамках эндохронной теории ползучести	168
Каштанов А. В. Ползучесть, усталостное разрушение и «критико-кинетическое противостояние»	169
Квасников Б. Н. Критические точки и эталонные структуры постулата И. Ньютона	170
Лебедев А. В. Устойчивость пластин и оболочек, ослабленных отверстиями	171
Лохов В. А., Няшин Ю. И., Кучумов А. Г., Туктамышев В. С. Развитие метода декомпозиции в механике деформируемого твердого тела	172
Микрюков С. Н. Свободные колебания пластин и оболочек с отверстиями.	173
Минеев А. С. Эффективность механизма передачи энергии вибрационного воздействия смерзшимся породам	174
Михайловский Е. И., Тулубенская Е. В. Устойчивость цилиндрической оболочки переменной жесткости при односторонних ограничениях на перемещения	175
Михеев А. В. Устойчивость оболочек на упругом основании, армированных системами малорастяжимых нитей	176

Молотников В. Я., Молотникова А. А. Развитие неупругой деформации при стандартных испытаниях стальных образцов	177
Морщинина А. А. Нелинейная осесимметричная деформация сферической оболочки и полого кругового цилиндра	178
Морщинина Д. А. Напряженно-деформированное состояние упругого кругового диска, нагруженного сосредоточенными силами и моментами	179
Муницын А. И. Пространственные нелинейные колебания неравножесткого стержня	180
Нарбут М. А. Аналитические решения плоских задач теории упругости в системе компьютерной алгебры «Mathematica»	181
Наумова Н. В., Ершов Б. А., Иванов Д. Н. Деформация сферической оболочки в потоке вязкой жидкости	182
Наумова Н. В., Иванов Д. Н. Изгиб перфорированной пластины	183
Павилайнен В. Я. Спектры собственных частот и формы свободных и вынужденных колебаний консольной балки Тимошенко	184
Павилайнен Г. В., Юшин Р. Ю. Уточнение критерия текучести для трансверсально-изотропного материала с эффектом SD	185
Пестренин В. М., Пестренина И. В. Моделирование и расчет предварительно нагруженных соляных пород в окрестности горных выработок	186
Подольская Е. А. Моделирование упругих свойств гексагональной плотноупакованной решетки	187
Пронина Ю. Г. О некоторых предельных переходах в плоской задаче теории упругости	188
Рябов В. М., Ярцев Б. А. Влияние анизотропии на связанность изгибно-крутильных колебаний тонкостенных стержней замкнутого профиля	189
Товстик Т. П. Построение модели нанотрубок и фуллерена	190
Тулкина А. Н. Колебания стержневой системы атомно-силового микроскопа (АСМ) на основе теории С.П. Тимошенко.	191
Устинов Ю. А., Курбатова Н. В., Чумакова Е. С. Конечно-элементное моделирование задачи Сен-Венана изгиба ЭЗС поперечной силой	192
Федоровский Г. Д. О масштабировании времени в механике деформирования и повреждаемости	193
Филиппов С. Б. Устойчивость кольцевой пластинки	194
Хвисевич В. М., Веремейчик А. И. Об алгоритме численного решения двумерных несвязанных краевых задач нестационарной термоупругости	195
Юркевич К. С., Босяков С. М. Моделирование процесса охлаждения нагретой стальной пластинки в конечно-элементном модуле ANSYS CFX	196
Секция V. Биомеханика	197
Балашевич Л. И., Качанов А. Б., Бауэр С. М., Зимин Б. А. Сравнительный анализ различных способов измерения толщины роговицы глаза	199
Бауэр С. М., Типясев А. С. О влиянии формы роговицы и склеры на показатели внутриглазного давления	200
Бегун П. И., Кривожижина О. В. Исследование напряженно-деформированного состояния при коррекции артериальных сосудов	201

Босяков С. М., Доста А. Н. Параметрическое моделирование и конечно-элементный анализ напряженно-деформированного состояния ортодонтических аппаратов с четырьмя коронками	202
Воронкова Е. Б., Бауэр С. М., Котляр К. Е. О моделях корнеосклеральной оболочки глаза для анализа клинических исследований зависимости «объем-давление»	203
Грамакова А. А., Павлова О. Е. Конечно-элементное моделирование поведения патологически извитых артерий	204
Демидова И. И. Биомеханические проблемы в стоматологии	205
Добдин А. С., Иванов Д. В., Сафонов Р. А., Панкратов И. А. Разработка конечно-элементного пакета для решения связанных задач теории упругости и гидродинамики	206
Ермаков А. М. К вопросу о деформировании склеры	207
Журавков М. А., Коновалов О. Л., Доста А. Н. Проведение вычислительных экспериментов при проектировании мостовидных зубочелюстных протезов	208
Золотухина Л. А. К построению математической модели глаукомы	209
Кизилова Н. Н. Распространение и отражение пульсовых волн в моделях артериальных русел	210
Королев В. С. Устойчивость динамических моделей биомеханики	211
Kosterina N., Eriksson A., Westerblad H. Изменение мускульной силы после неизометрических стимуляций	212
Котляр К. Е., Lanzl I. M. О возможности прямых клинических измерений ригидности сосудов сетчатки	213
Кривовичев Г. В. Математическое моделирование гребковых движений простейших организмов	214
Любимов Г. А., Моисеева И. Н., Штейн А. А. Механические модели компрессионной тонографии	215
Малов П. В., Поташев К. А. Моделирование биоремедиации почв при углеводородном загрязнении	216
Михасев Г. И., Ермоченко С. А. Расчет напряженно-деформированного состояния реконструированного среднего уха при тимпанопластике с использованием технологии «large island»	217
Няшин Ю. И., Тверье В. М., Лохов В. А. Биомеханическое моделирование зубочелюстной системы человека	218
Селицкая Е. А. Сокращение поперечнополосатой мышцы	219
Трегубов В. П. Математическое моделирование работы скелетных мышц	220
Шадрина Н. Х., Бучин В. А. Механочувствительность стенки мелких артериальных сосудов и ее следствия (математическая модель)	221
Юркевич К. С. Компьютерное моделирование сложных зубных поверхностей на примере коронок для резца и клыка	222
Секция VI. История механики	223
Акимов Г. А. Методы исследования сверхзвуковых струйных течений	225
Архангельская Л. А., Дмитриева С. И. Участие ученых Петербурга (Ленинграда) в международных математических конгрессах	226
	255

Григорьев А. Ю., Терентьев А. Д. Об истории исследований оптимального угла раствора расширяющегося конического сопла ракетного двигателя	227
Кизилова Н. Н. Теория распространения волн в заполненных жидкостью податливых трубках от Эйлера до наших дней	228
Коблик В. В., Поляхова Е. Н. К 300-летию Л. Эйлера: шведский математик Густав Ялмар Энестрем — автор полной библиографии работ Леонарда Эйлера	229
Лопатухина И. Е., Лопатухин А. Л. О неопубликованной работе профессора Н. Н. Поляхова	230
Лопатухина И. Е., Лопатухин А. Л., Поляхова Е. Н., Поляхов Н. Н.(мл.) О работах профессора Н. Н. Поляхова по истории механики	231
Миркин М. А. Принцип относительности и масштабный фактор Галилея	232
Михайлов Г. К. Ньютон, Эйлер и становление ньютоновой механики	233
Нездеров А. А. О работах Л. Юнсена по неголономной механике	234
Нездеров А. А., Юшков М. П. О переписке Н. Н. Поляхова и В. В. Румянцева относительно понятия возможных перемещений при нелинейных неголономных связях	234
Поляхов Н. Н.(мл.) Опыт подготовки терминологического латинско-русского словаря по классической механике на базе латинских текстов И. Ньютона, Я. Германна, Л. Эйлера и других классиков механики XVIII в.	235
Поляхов Н. Н.(мл.), Сабанеев В. С. О редакторской деятельности профессора Н. Н. Поляхова	236
Солтаханов Ш. Х. История развития неголономной механики и ее связь с задачами управления	237
Перечень авторов	239

Contents

Plenary session	9
Zegzhda S.A., Nagnibeda E.A., Sabaneev V.S., Yushkov M.P. About scientific, pedagogical, methodical and public activity of Professor N.N. Polyakhov	11
Martynenko Yu.G. Methods of nonholonomic mechanics in control problems of autonomous mobile wheeled robots	13
Mei Fengxiang, He Guang. On a generalization of birkhoffian mechanics	14
Nagnibeda E.A., Kustova E.V. Models of kinetic and transport processes and their applications in gas dynamics	16
Tovstik P.E. On the localized buckling modes	17
Tkhai V.N. Structurally stable models in the sence of periodic motion	19
Section I. Theoretical and applied mechanics	21
Aldoshin G.T. To a question about linearization of Lagrange's equations	23
Almazova S.V., Chernyaev S.P. Studying forms and frequencies of elastic bodies system oscillation using holonomic mechanics methods	24
Atanackovic T.M., Seyranian A.P. Bimodal optimization problems for elastic columns	25
Barabanov I.N., Tkhai V.N. Stabilization of the monoparametric family of oscillations	26
Bykov V.G. Automatic balancing of the static and couple unbalanced rigid rotor on compliant bearings	27
Vlasenko D., Kasper R. Stabilization methods for simulation of multibody dynamics	28
Voloshinova T.V. Dynamics of the tippe-top on the plane with real dry friction	29
Goncharenko V.I. Example of gyroscopic stabilization when the gyroscopic coefficients are a singular matrix	30
Dievsky V.A., Dievsky A.V. About one problem of N.E. Zhukovsky	31
Dmitriev N.N. Mathematical models movement solids on plan with anisotropic friction.	32
Zobova A.A., Karapetyan A.V. Dynamics of the tippe-top on the plane with real dry friction	33
Zobova A.A., Salmina M.A, Yudin A.V. Dynamics of the omni-mobile vehicle	34
Ivanov A.P., Ostov Y.J. About the problem of flight dynamics	35
Ivochkin M.Y. The necessary conditions of the existence of additional integrals in the problem of motion of a body on a smooth fixed surface	36
Ishkhanyan M.V. Dynamics of a homogeneous ball on a plane with friction	37
Karapetyan A.V. New two-parametric model of dry friction	38
Kolyari I.G. Impact of three bodies	39
Konkina L.I. About invariant normalization non-autonomous Hamiltonian systems	40

Krokhaleva G.V. Motion of the Tippe-Top	41
Lebedev D.A., Morozov V.M. Stability and stabilization stationary motions of non-holonomic systems, which motion equations are written via quasi-coordinates	42
Lu Wen-Lung, Hwang Shyh-Shin, Dosaev M.Z., Selyutsky Yu.D. On transient regimes of operation of wind turbines.	43
Mailybaev A.A., Seyranian A.P. Bimodal bifurcations of equilibria in symmetric potential systems	44
Makarenkov O.Yu. Stability of the velocity of a mass vibration-induced displacement	45
Mattioli G., Scalia M. On some chaotic aspects modelling abrupt climate change	46
Melnikov A.E. Mathematical model of a flexible unbalanced rotor based on the Lagrange's equations of the second kind	47
Melnikov V.G. A method for solid bodies identification on program reverse-symmetric spherical motions	48
Morozov V.M., Kalenova V.I. Multidimensional time-varying systems of second order and its applications	49
Moshkin R.P. Generalized Equations of Poincaré's and Chetaev's, V.V. Rumyantsev's, E. Kartan's, Gamel's, Euler's and Lagrange's, Dirac's, Vrančanu's, Singh's and Shouten's, Richi's and Levi-Civita's.	50
Munitsyna M.A. Relative equilibriums of a point in gravitational field of a dynamically symmetrical rigid body	51
Nezderov A.A., Yushkov M.P. On the association of the Suslov–Jourdain principle and the generalized D'Alembert–Lagrange principle	52
Okunev Yu.M., Privalova O.G., Samsonov V.A. The stability of the helical deceleration regime for a finned body in resisting medium	53
Panova S.A. Vibrations of a car on the double-drum brake stand with taking into consideration spring flexibility	54
Pascal M. Periodic motions of stick-slip oscillators with two degrees of freedom	54
Pasynkova I.A., Stepanova P.P. Cylindrical precession of a Jeffcott rotor mounted in massive compliant supports	55
Pasynkova I.A., Khvatkov G.E. Investigation of conic precession of a rigid unbalanced rotor with non-linear viscous external friction	56
Peregudova O.A., Filatkina E.V. On motions stabilization of nonholonomic mechanical systems	57
Pilishkin V.N. Limited motion research based on characteristic points of symmetric polyhedrons	58
Prokop'ev E.P. About influence of free volumes of nanoobjects emptiness on evaluation of nanomaterial properties	59
Rodyukov F.F. Nonlocal analysis of the stability of the correct equations of synchronous motor	60
Rodyukov F.F., Shepeljavyi A.I. Nonlocal analysis of stability of the system «synchronous generator — three induction motors»	61
Ching-Huei Lin, Klimina L.A., Lokshin B.Ya., Samsonov V.A. Vertical axis wind turbine as an object of the theoretical mechanics	62
Sergeev V.S. Lyapunov's first method in investigation of the systems described by integrodifferential equations of the Volterra type	63

Soltakhanov Sh.Kh. On the suppression of lateral vibration of a beam	64
Stepanov S.Ya. Finding of self-induced oscillations for double oscillator excited by dry friction	64
Strelkova N.A. On Darboux problem	65
Sukhoruchkin D.A. Control of a string pendulum as free-in-azimuth uniaxial gyro	66
Tverev K.K. Control constraints samples for the electromechanical systems	67
Terentiev A.D., Grigoriev A.J., Suleymanov R.H. The results of centrifugation mechanics investigation carried out relative to inertial frame of reference	68
Tkhai V.N., Shvygin A.L. Existence and stability of pendulum motions of rigid body in a central Newtonian force field	69
Tkhay N.V. Algorithm of stability analysis for separate oscillations appearing in a system close to the one degree of freedom conservative system	70
Filier Z.E., Muzychenko A.I. Stability of linear systems.	71
Khanukaev Y.I. The results of centrifugation mechanics investigation carried out relative to inertial frame of reference. On hamiltonian mechanics in excessive coordinates and independent impulses	72
Shamolin M.V. Some cases of complete integrability in spatial dynamics of a rigid body interacting with a medium	73
Section II. Dynamics of space flight	75
Akulenko L.D., Zinkevich Ya.S., Leshchenko D.D., Rachinskaya A.L. Rotation of a satellite with cavity filled with a viscous fluid under the action of light pressure torque	77
Vujicic V. A. Inverse problem of three body	78
Burov A.A., Kosenko I.I. On periodic motions of a dumbbell satellite equipped by the elevator cabin	79
Glukhikh Yu.D., Perezhogin A.A., Silantiev M.V. The realization of the project to make blind for saving of Earth from overheating	80
Grigoriev I.S., Zapletin M.P. On optimization of flights of the spacecraft to the asteroid	81
Dokuchaev L.V. About problems of spacecraft dynamics	82
Zimovshchikov A.S., Tkhai V.N. The diagram of stability for triangular libration points the double star system similar to Sirius	83
Kolesnikov E.K., Chernov S.V. About possibility of long orbital existence of nanoparticles injected in Earth's plasmasphere	84
Kolesnikov E.K., Chernov S.V. About possibility of long orbital existence of microparticles injected on oblong elliptic orbits with low perigee altitude in the Near Earth Space	85
Kondratyev B.P. Vector approach to the Lunar physical libration	86
Korolev V.S. Optimum maneuver for service in spaceship system with restriction	87
Kunitsyn A.L. On the construction of stability regions by the method of elimination of parameter	88
Likhachev V.M., Kryachko A.F. The asymptotics of the Sommerfeld integral in boundary problems of waves diffraction in the angular regions	89
Ali Montazeri, Porya Vaziri. Jet damping in a solid-propellant rocket	90

Petrov N.A. The investigation of geometrical and dynamical parameters of an asteroid motion in restricted planar circular three-body problem in the case of 1:1 resonance with Jupiter	91
Smirnova L.V. The motion of the Gould Belt in the gravitation field of the Galaxy	92
Sokolov L.L., Kuteeva G.A. Resonant orbits and hazard trajectories of near Earth objects	93
Sokolov N.L. Approximate analytical design method of atmospheric space maneuvers of a spacecraft	94
Tikhonov A.A. On the usage of modified Rodrigues-Hamilton parameters in the attitude dynamics of rigid body	95
Shymanchuk D.V., Shmyrov A.S. Rendezvous problem in the neighborhood of collinear libration point of Earth-Sun system	96
Shmyrov A.S., Shmyrov V.A. The construction of asymptotic stable trajectories of orbital movement of space vehicle in the neighborhood of collinear libration point	97
Churkina T.E. About stability of satellite rotation at resonance of mercurial type	98
Yakovenko G.N. Symmetries in field of the worldwide gravity — orbits and laws of the conservation	99
Yakovlev A.B. Generalized charge field potentials using in problem of dust particle vertical motion near lunar surface	100
Section III. Mechanics of fluids and gases	101
Abbasov M.A. On the influence of dissociation on spatial homogeneous relaxation of CO ₂ in the three-temperature approach	103
Airapetyan V.V., Memnonov V.P. Numerical simulation of the rarefied gas flows in circular channels	104
Aksenov A.V. Nonlinear periodic waves in gase-similar media	105
Aksenova O.A., Khalidov I.A. Account of surface roughness in numerical calculations of micro-scale rarefied gas flows	106
Anolik M.V., Khabalov V.D. Aerodynamical characteristics for rough bodies in rarefied gas	107
Babarykin K.V., Kouzmina V.E., Matveev S.K., Petrova V.N. A hi-frequency self-oscillations in the impinging jet	108
Bakaleinikov L.A., Flegontova E.Yu., Ender A.Ya., Ender I.A. Nonlinear kernel of collision integral of Boltzmann equation	109
Baty M.B. Control of the carbon combustion in the case of complex reaction	110
Bestuzheva A.N. Solution of the problem about diffraction of waves on the surface cone closed to a flat induced by motion of surface cone	111
Bogatko V.I., Kolton G.A., Potekhina E.A. About the gas flow parameters determination past a strong shock wave front, which form approaches some curve	112
Bogdanov S.R. «Spectral closure» for fully developed turbulence	113
Volkov A.A. Dynamic processes in adsorption layer on the surface of a solid	114
Voroshilova Yu.N., Kobelev N.S., Rydalevskaya M.A. Transport coefficients in gas of anharmonic oscillators. Model approximation	114
Grebenukov K.A., Khristinich V.B. Stochastic modeling of flight plane dynamics	115
Grunicheva E.V., Kurbatova G.I., Popova E.A. The solution of a non-isothermal problem for non-stationary model of a gas flow into marine pipelines	116

Dolidovich N.Yu., Tsibarov V.A. Slowly flowing of dense gases	117
Egorov B.V., Markachev Yu.M., Tereshkina K.B., Geliev A.V. Quasi-chemical cluster model of gas – equation of state, kinetics, thermodynamic and transport properties .	118
Ermolaeva N.N., Kurbatova G.I. Thermal processes in expending spherical liquid shell	119
Ershov B.A., Kuteeva G.A. Flow of viscid incompressible liquid around a body with axial symmetry	119
Zavyalov O.G. The task of sphere rolling in consideration of deformation of surface on conditions that liquid is incompressible	120
Zaitsev D.K., Korsakov A.B., Smirnov E.M., Tsvetkov B.N. Numerical simulation of turbulent flow passing obliquely through a row of circular cylindere	121
Kapranov I.E. Studying of coupled mechanical problems using numerical simulation software	122
Kashtanova S.V. Motion of thin spherical shell inside of ideal liquid with variable speed	123
Kolesnichenko E.G., Gorbachev Yu.E. Chemical reactions in the non-equilibrium gas mixture	124
Kononenko V.A., Prozorova E.V., Shishkin A.V. Influence of the dispersion in auto-modelling problems for the boundary layer.	125
Kozhachenko A.M., Kustova E.V. Models of vibrational relaxation in CO_2/N_2 mixture behind shock waves	126
Kocheryzhkin V.A. Vibration of cylindrical shells submerged in flowing fluid	127
Kuznetsov M.M., Kuleshova J.D. About the effects of translation nonequilibrium in the hypersonic shock layers and the shock waves	128
Kustova E.V. Stress tensor and reaction rates in non-equilibrium viscous gas flows . .	129
Kustova E.V., Puzyreva L.A. Transport coefficients in N/N_2 mixtures with electronic excitation	130
Kuteeva G.A., Popova E.M. Numerical investigation of viscous flow into channels with different wall forms	131
Lashkov V.A. Interaction of solid particles of two-phase flow with the surface of a body	132
Lukin A.A., Morozov V.A., Shipilov S.S. Laboratory simulation of high-speed particles collisions with spacecraft surface	133
Maximov V.V., Manojjlin S.V., Nudner I.S. The interaction of the waves with the partly permeable obstacles	134
Malamanov S.J., Pavlovski V.A. Modelirovanie of some conjugate problems in computing hydrodynamics	135
Manuylov K.V. Differential equations for the flow around a body bounded by the elliptic surface $S^N(x, y, z) = 0$	136
Memnonov V.P., Ulyanov P.G. Investigation of surface roughness for winchesters . .	137
Miroshin R.N. The simple proof of Markov theorem in the field of generalized moments problem	138
Nikolaev V.I. Determination of hydrodynamic characteristics of a wing of composite shape for a ship rudder in a non-homogenous flow by use of N.N. Polyakhov's method in the modified version «two lambda»	139
Pavlovsky V.A. Mechanism of generation new transport equations from a combination of continuity, motion and energy equations	140

Pannevits O.V., Rydalevskaya M.A. Different stages of space homogeneous relaxation in dissociating diatomic gas	140
Peregudin S.I., Kholodova S.E. About large-scale wave motions in the stratified electrical conducting liquid	141
Podolsky M. E. On the stability of rotor motion in hydrodynamic bearings	142
Polyansky A.F., Lashkov V.A., Tsitelov I.M. The solution of the problem on influence of plazma of the microwave discharge on aerodynamic characteristics of bodies in the supersonic stream	143
Prozorova E.V. Influence of the dispersion at interaction gas with surface	144
Ryabinin A.N., Irissou E., Legoux J.-G., Moreau C. Experimental investigation and simulation of the heat exchange during cold gas dynamic spraying	145
Semyonov D.S. Transonic flow over axisymmetric bodies with enlarged payload fairings	146
Sinilshchikov V.B. The phenomenological model of non-stationary processes in standard elements of hydraulic systems	147
Tsibarov V.A. Stochastic conservative lows in hemodynamics	148
Chistov A.L. Flat enforced Couette flow from the standpoint of unified laminar-turbulent model	149
Ender A.Ya., Ender I.A., Gerasimenko A.B. Mobility and distribution function of ions at moderate and strong electric fields	150
Section IV. Mechanics of solids	151
Abakumov P.A., Smirnov A.L., Kharunzhy A.A. Free vibrations of conic shells with small angle at the vertex	153
Avdoshka I.V., Mikhasev G.I. Suppression of localized running vibration in laminated cylindrical shell using magnetorheological materials	154
Bobylied D.E. The boundary-element method for zonally-homogeneous solids is applied to solve the problems of Geomechanics	155
Vatulyan A.O. On a model of adaptive elasticity theory and its applications	156
Viktorov I.V. Stability of spherical shell reinforced by fibers	157
Gasratova N.A. Some way for solving of linear axisymmetric problem of elastic medium with sphere-shaped heterogeneity	158
Gavrilov D.N., Zegzhda S.A. Bending vinrations of free-ends mechanical system consisting of two connected angularly bar	159
Grekov M.A. Some models of defects of layer structures	160
Dahl Yu.M. About Kolosov's expressions	161
Dvas N.G. Stability analysis of BCC lattice	162
Zimin B.A. Method path integration and evaluation of the functional based on lamination process stochastic	163
Zimin B.A., Vovnenko N.V., Sudenkov U.V. Eigen stresses are exponent of non-Euclidean inside metric geometry and attenuation in the fictitious space	164
Zimin B.A., Vovnenko N.V., Sudenkov U.V. Thermomechanical response in colored lens slab boards under sub-microsecond heating rate	165
Ivanova E.A. On one approach to formulation of coupled problem of the thermo-elasticity for the thermal conductivity equation of the hyperbolic type	166

Indeitsev D.A., Semenov B.N. Mathematical modeling of cermet transformation into ceramics	167
Kadashevich Yu.I., Pomytkin S.P. Finite deformations within the framework of endochronic theory of creep	168
Kashtanov A.V. Creepage, Fatigue and «Critical-Kinetic Confrontation»	169
Kvasnikov B.N. Critical points and standard structures of I. Newton's postulate . . .	170
Lebedev A.V. Buckling of plates and shells weakened by cutouts	171
Lokhov V.A., Nyashin Y.I., Kuchumov A.G., Tuktamishev V.S. Development of decomposition method in mechanics of solids	172
Mikryukov S.N. Free vibrations of plates and shells with cutouts	173
Mineev A.S. Efficiency of the mechanism of a transmission of energy of vibrating influence to the frozen together breeds	174
Mikhailovskii E.I., Tulubenskaya E.V. The stability of the longitudinally compressed cylindrical shell with unconstant rigidity at the border of two Winkler's ambiances . .	175
Miheev A.V. Stability of shells on elastic base reinforced with systems of fibers	176
Molotnikov V.Ja., Molotnikova A.A. Evolution of the inelastic deformation of steel model during standard experiments	177
Morshinina A.A. Nonlinear axis-symmetrical deformation of the spherical shell and the hollow circular cylinder	178
Morshinina D.A. Stress-strain state of elastic circular disk loading concentrated forces and moments	179
Munitsyn A.I. Three-dimensional non-linear oscillations of a rod with different flexural stiffnesses	180
Narbut M.A. Analytical solutions of plane problems in the theory of elasticity using «Mathematica»	181
Naumova N.V., Ershov B.A., Ivanov D.N. Deformation of a spherical shell under hydrostatic pressure	182
Naumova N.V., Ivanov D.N. A bend of a perforated plate	183
Pavilaynen V.Ya. Spectra and modes of the free and forces vibrations of cantilever Timoshenko beam	184
Pavilaynen G.V., Ushin R.U. Improvement of yield criterion for anisotropic materials with SD effect	185
Pestrenin V.M., Pestrenina I.V. Preliminarily loaded soft formation modeling and calculation in the vicinity of the excavation	186
Podolskaya E.A. Modeling of elastic characteristics of HCP crystal lattice	187
Pronina J.G. On some passages to the limit in two-dimensional elastic systems	188
Ryabov V.M., Yartsev B.A. Influence of anisotropy on coherence of natural flexural-torsion vibrations of thin-walled bars of closed profile	189
Tovstik T.P. The construction of stable model of the nanotubes and fulleren	190
Tulkina A.N. Vibrations of frame structure of a nuclear-power (atomic-powered) microscope based on Timoshenko theory	191
Ustinov Yu.A., Kurbatova N.V., Chumakova E.S. Finite element modeling of Saint-Venant problem for naturally twisted rod bending by transverse force	192
Fedorovsky G.D. About scaling time in the mechanics of deformation and damageability	193

Filippov S.B. Buckling of an annular plate	194
Khvisevich V.M., Veremejchik A.I. On the algorithm of the numerical solution of decoupled two-dimensional boundary value problems of non-stationary thermoelasticity	195
Yurkevich K.S., Bosiakov S.M. The modeling of cooling process of the heated steel plate using finite – element module ANSYS CFX	196
Section V. Biomechanics	197
Balashovich L.I., Kachanov A.B., Bauer S.M., Zimin B.A. The comparative analysis of different methods for measurement of the central corneal thickness	199
Bauer S.M., Tipyasev A.S. The effect of the shapes of cornea and sclera on the intraocular pressure reading	200
Begun P.I., Krivohizina O.V. On the stress–strain state of vessels	201
Bosiakov S.M., Dosta A.N. Parametric modeling and finite-element analysis of the stress-deformed condition of the orthodontic appliances with four crowns	202
Voronkova E.B, Bauer S.M., Kotliar K.E. On the models for the pressure-volume relationship clinical data analysis	203
Gramakova A.A., Pavlova O.E. Finite element modeling of pathologically coiled arteries	204
Demidova I.I. Biomechanical problems of stomatology	205
Dobdin A.S., Ivanov D.V., Safonov R.A., Pankratov I.A. Development of finite element software for solving connected fluid dynamics and elasticity theory problems	206
Ermakov A.M. On the deformation of a scleral shell	207
Zhuravkov M.A., Konovalov O.L., Dosta A.N. The realization of computing experiments during the designing of dental bridges	208
Zolotukhina L.A. On the mathematical modeling of glaucoma	209
Kizilova N.N. Wave propagation and reflection in the models of arterial vasculatures .	210
Korolev V.S. Stabilization of dynamical model in biomechanic	211
Kosterina N., Eriksson A., Westerblad H. Mechanical work predicts muscle force modification after non-isometric contraction	212
Kotliar K.E., Lanzl I.M. On the possibility of direct clinical measurements of retinal vessel rigidity	213
Krivovichev G.V. Mathematical modelling of protozoan movements	214
Lyubimov G.A., Moiseeva I.N., Stein A.A. Mechanical models of compression tonography	215
Malov P.V., Potashev K.A. Modeling of bioremediation of soil polluted by hydrocarbon	216
Mikhasev G.I., Yermochenko S.A. Calculation of the stress-stress state of the middle ear under tympanoplasty using the «large island» technology	217
Nyashin Yu.I., Tverie V.M., Lokhov V.A. Biomechanical modelling of a human dentofacial system	218
Selitskaya E.A. Striated muscle’s contraction	219
Tregoubov V.P. Mathematical modelling of muscle contraction	220
Shadrina N.Kh., Buchin V.A. Wall sensitivity of small arterial vessels to mechanical stimuli and its effects (mathematical model)	221
Yurkevich K.S. Computer modeling of complex dental surfaces by the example of crowns for a incisor and a canine	222

Section VI. History of mechanics	223
Akimov G.A. Methods of supersonic streams' investigation	225
Arkhangelskaja L.A., Dmitrieva S.I. Participation of Saint Petersburg (Leningrad) scientists in International mathematic congresses	226
Grigoriev A.J., Terentev A.D. On the history involving investigations of cone angle of expanding conical rocket nozzle	227
Kizilova N.N. Theory of wave propagation in the fluid-filled compliant tubes from Euler to day	228
Koblik V.V., Polyakhova E.N. To Leonhard Euler's tercentenary: Swedish mathematician Gustav Hjalmar Enestroem — the author of the complete bibliography of Leonhard Euler's works	229
Lopatukhina I.E., Lopatukhin A.L. Unpublished article of Professor N.N. Polyakhov.	230
Lopatukhina I.E., Lopatukhin A.L., Polyakhova E.N., Polyakhov N.N.(Jr.) Articles of Professor N.N. Polyakhov on history of mechanics	231
Mirkin M.A. Relativity and Galilei's scaling factor	232
Mikhailov G.K. Newton, Euler and the formation of Newtonian mechanics	233
Nezderov A.A. On the works by L. Johnson on nonholonomic mechanics	234
Nezderov A.A., Yushkov M.P. On the correspondence of N.N. Polyakhov and V.V. Rumyantsev about the notion of virtual displacements under nonlinear nonholonomic constraints	234
Polyakhov N.N.(Jr.) About the submission of terminological Latin-Russian Dictionary-Textbook in Classical Mechanics on the base of Latin texts of Isaak Newton, Jacob Hermann, Leonhard Euler and others classics of XVIII century	235
Polyakhov N.N.(Jr.), Sabaneev V.S. About editorial activity of professor N.N. Polyakhov	236
Soltakhanov Sh.Kh. The history of non-holonomic mechanics and its relationship to control problems	237
Author index	243

Научное издание

Пятые Поляховские чтения:

Тезисы докладов Международной научной конференции по механике,
Санкт-Петербург, 3-6 февраля 2009 г.

Сдано в набор 04.01.2009. Подписано в печать 15.01.2009.

Формат бумаги 60× 84 1/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.

Печать офсетная. Усл. печ. л. 15,4. Тираж 200 экз. Заказ 01

Отпечатано на оборудовании ООО «Пантон».

198504, Санкт-Петербург, Старый Петергоф, Университетский пр., д.28