

## Расчет напряжений, инициированных электрическим взрывом проводников в составном толстостенном цилиндре

*В. М. Кац, В. А. Морозов, Я. А. Севастьянов*

Санкт-Петербургский государственный университет,  
Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

**Для цитирования:** *Кац В. М., Морозов В. А., Севастьянов Я. А.* Расчет напряжений, инициированных электрическим взрывом проводников в составном толстостенном цилиндре // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2022. Т. 9 (67). Вып. 2. С. 294–304. <https://doi.org/10.21638/spbu01.2022.210>

В работе представлен анализ динамического нагружения материала, осуществляемого методом электрического взрыва проводников (ЭВП). В качестве экспериментального образца был выбран составной цилиндр, представляющий собой толстостенный цилиндр из полиметилметакрилата с осевым отверстием, запрессованный в алюминиевую оболочку. Нагружение образца осуществляется посредством подачи электрического напряжения на проводник в виде медной проволоки, помещенной вовнутрь осевого отверстия образца. Получено уравнение состояния при электрическом взрыве проводника; построены экспериментальные и расчетные графики зависимости давления в воздушном канале от коэффициента расширения продуктов ЭВП. Построена теоретическая модель, описывающая изменение возникающих в процессе нагружения радиальных напряжений с учетом граничных и начальных условий. Дано обоснование точности построенной модели посредством сравнения полученных результатов с экспериментальными данными. Проведена оценка окружного напряжения, при котором происходит непосредственно разрыв алюминиевой оболочки.

*Ключевые слова:* динамическое нагружение, радиальные напряжения, толстостенный цилиндр, электрический взрыв проводников.

**1. Введение.** В настоящее время интенсивно ведутся исследования методов высокоскоростного нагружения, деформирования и разрушения материалов. Особый интерес представляют электрофизические методы, основанные на электрическом взрыве проводников (ЭВП) [1, 2]. В качестве практических приложений этих методов следует отметить получение импульсных давлений для инициирования высокоскоростного соударения тел, производство мелкодисперсных частиц, деформирование и разрушение материалов. Интенсивное развитие исследований по анализу характеристик разрушения материалов при различных скоростях нагружения предъявляет все более жесткие требования к детальному пониманию процессов образования трещин. Возникает необходимость исследовать микроскопический рельеф разрушенной поверхности материала, связывая процессы разрушения с прохождением ударной волны внутри образца. Требуется разработка математических моделей, адекватно описывающих такого рода процессы.

В настоящей работе метод ЭВП используется для экспериментального исследования высокоскоростного нагружения составных образцов цилиндрической формы из полиметилметакрилата (ПММА) с наружной оболочкой из алюминия. Целью работы является разработка математической модели построения полей напряжений с учетом граничных и начальных условий.

**2. Методика эксперимента.** Исследуемый образец представляет собой толстостенный цилиндр из ПММА, запрессованный в алюминиевую оболочку. Внешний радиус цилиндра равен 3 мм, внутренний — 0.5 мм, толщина оболочки составляет 0.5 мм. Во внутрь осевого отверстия образца был помещен проводник в виде медной проволоки радиусом 60 мкм и длиной 18.5 мм.

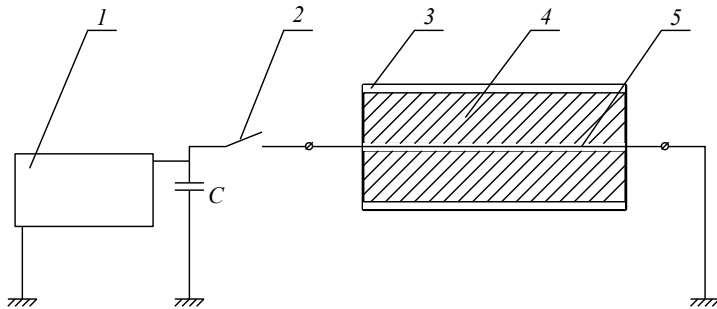


Рис. 1. Схема эксперимента: 1 — зарядное устройство, 2 — разрядник, 3 — алюминиевая оболочка, 4 — цилиндр из ПММА, 5 — канал взрыва проводника.

Нагружение образца осуществляется посредством подачи электрического напряжения на проводник, в результате чего происходит электрический взрыв. Схема эксперимента представлена на рис. 1.

Энергия заряда конденсатора равняется 100 Дж. Давление от взрывающегося проводника в воздушном канале передается ударной волной в материал из ПММА и далее в алюминиевую оболочку. Цилиндр из ПММА при этом разрушается [3] (рис. 2).

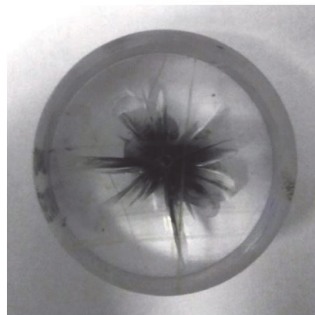


Рис. 2. Разрушение образца из ПММА.

В общем виде методика эксперимента подробно изложена в работе [3].

**3. Построение уравнения состояния при электрическом взрыве проводника.** На основе экспериментальных данных по ЭВП [4] можно построить урав-

нение состояния в форме

$$P \left( \frac{\rho_0}{\rho} \right) = A e^{-\alpha \frac{\rho_0}{\rho}}, \quad (1)$$

где  $P$  — давление,  $\rho_0/\rho$  — коэффициент расширения продуктов ЭВП,  $\rho_0$  — начальная плотность проводника,  $\rho$  — плотность продуктов ЭВП;  $A$ ,  $\alpha$  — параметры, основанные на экспериментальных данных по ЭВП.

Сделано предположение, что в момент взрыва проводника радиус канала взрыва  $r$  равен нулю. По данным [4], непосредственно после ЭВП плотность продуктов взрыва  $\rho$  составляет  $0.15 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, а плотность вложенной энергии  $\varepsilon$  —  $13 \cdot 10^6$  Дж/кг. Коэффициент расширения продуктов ЭВП при этом составит  $\rho_0/\rho = 59.5$ . Также перечисленные параметры были определены для радиусов 0.2, 0.4, 0.5 мм. Давление в воздушном канале вычислялось по формуле Грюнайзена:

$$P = \gamma \rho \varepsilon, \quad (2)$$

где  $\gamma$  — параметр Грюнайзена (для воздуха  $\gamma = 0.75$ ).

На основе экспериментальных данных [4] были определены коэффициенты в уравнении состояния:  $A = 6.38 \cdot 10^9$  Па,  $\alpha = 0.024$ . Расчет давления в канале был проведен по уравнению (1), а также с использованием результатов эксперимента по уравнению (2). Экспериментальные и расчетные данные представлены в табл. 1, построенные по ним расчетные (сплошная линия) и экспериментальные (точки) графики  $P(\rho_0/\rho)$  приведены на рис. 3.

Таблица 1. Экспериментальные и расчетные данные

$r, 10^{-3}$ м	$V, 10^{-9}$ м <sup>3</sup>	$\rho, 10^3$ кг/м <sup>3</sup>	$\rho_0/\rho$	$\varepsilon, 10^6$ Дж/кг	$P, 10^9$ Па (эксп.)	$P, 10^9$ Па (расч.)
0	0	0.15	59.5	13.00	1.46	1.53
0.2	3.14	0.12	74.4	11.50	1.04	1.07
0.4	12.56	0.10	89.3	10.00	0.75	0.75
0.5	19.62	0.09	99.2	8.50	0.57	0.59

Передача энергии взорвавшегося проводника в материал окружающего ее газа в канале взрыва происходит в большей степени за счет образования в газе ударной волны [4]. Для определения давления в ударной волне, прошедшей через границу между каналом взрывающейся проволоки и ПММА, используем соотношение [5]

$$P_{\text{прош}} = \frac{2\rho_2 c_2}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} P_{\text{пад}}, \quad (3)$$

где  $\rho_2, c_2$  — плотность и скорость звука в ПММА,  $\rho_1, c_1$  — плотность и скорость волны в канале,  $P_{\text{пад}}$  — давление в падающей волне в канале. Давление  $P_{\text{прош}}$  имеет смысл радиального нормального напряжения или контактного давления.

Давление в падающей волне в канале  $P_{\text{пад}} = 574$  МПа берем из табл. 1 для радиуса  $r = 0.5$  мм. Используя соотношение (3), определяем контактное давление в ПММА:  $P_{\text{прош}} = 1067$  МПа.

Были проведены эксперименты по измерению профилей радиального нормального напряжения в образцах из ПММА разных радиусов: 3, 17, 29.5, 37.5, 51.5 мм. Длина образцов составляла 30–40 мм. Профиль радиального напряжения в образце фиксировался при помощи широкополосного пьезодатчика, закрепленного на боковой поверхности образца. Амплитуды радиальных нормальных напряжений на

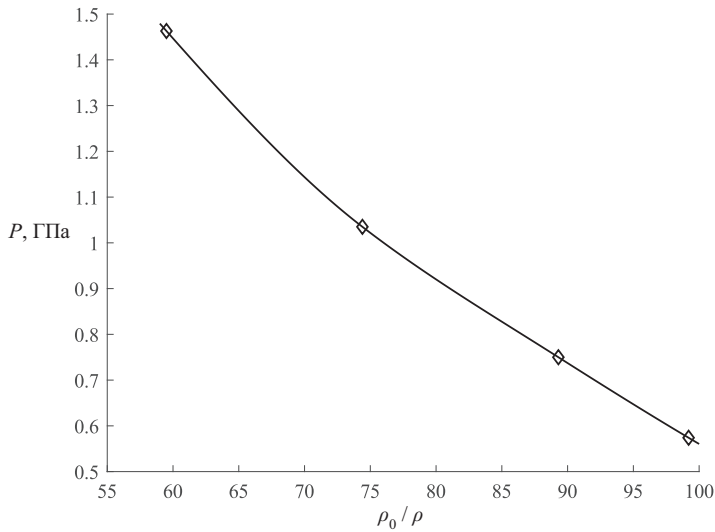


Рис. 3. Графики зависимости  $P(\rho_0/\rho)$ .

разных радиусах образцов из ПММА, полученные из эксперимента, приведены в табл. 2, построенная по этим данным экспериментальная зависимость амплитуды радиального нормального напряжения от радиуса представлена на рис. 4.

Таблица 2. Амплитуды радиальных нормальных напряжений ( $P$ ) на различных радиусах образца ( $r$ )

$r$ , мм	0.5	3	17	29.5	37.5	51.5
$P$ , МПа	1067	970	485	242	194	155

**4. Разработка математической модели для построения полей напряжений с учетом граничных и начальных условий.** Рассмотрим задачу о динамическом деформировании толстостенного цилиндра под действием внутреннего давления. Пусть  $a$  — внутренний радиус цилиндра,  $b$  — его внешний радиус. В обозначениях, используемых в теории квазистатического упругого поля в осесимметричной геометрии и в условиях плоской деформации, а также с учетом предположения о бесконечно длинной конфигурации при условии отсутствия внешней силы, определяющее уравнение движения толстостенного цилиндра в полярной системе координат имеет форму [6]

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}, \quad (4)$$

где  $U = u_r$  — радиальное смещение,  $\sigma_r$  — радиальное напряжение,  $\sigma_\theta$  — окружное напряжение,  $r$  — радиус цилиндра,  $\rho$  — плотность,  $t$  — время развития процесса деформирования. Согласно принципу Сен-Венана, отклонение поля напряжений от радиально симметричного должно наблюдаться только вблизи торцов цилиндра, влиянием которых пренебрегаем. Следовательно, будем считать, что поперечные сечения цилиндра останутся плоскими и напряженное состояние в них будет одинаково. Таким образом, искомые функции будут зависеть только от радиуса цилиндра  $r$ .

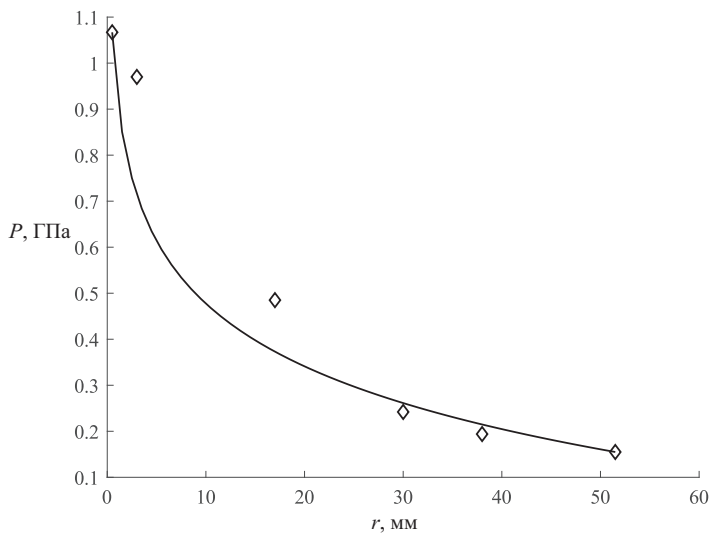


Рис. 4. Зависимость радиального нормального напряжения от радиуса в ПММА.

Решение задачи проводим для несжимаемого материала. Условие несжимаемости имеет вид [7]

$$\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{U}{r} = 0. \quad (5)$$

Запишем выражения для деформаций:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{\partial U}{\partial r}, \\ \varepsilon_\theta &= \frac{U}{r}. \end{aligned}$$

Обобщенный закон Гука для рассматриваемой изотропной среды имеет вид

$$\sigma_{ij} = \lambda I_1(\varepsilon)\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij}, \quad (6)$$

где  $I_1(\varepsilon) = \varepsilon_{11}$  — первый инвариант тензора деформаций,  $\lambda, \mu$  — постоянные Ламе,  $\delta_{ij}$  — символы Кронекера. Ввиду предположения о несжимаемости среды требуется определить только девиаторную часть тензора напряжений, следовательно формула (6) примет вид

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij}. \quad (7)$$

В цилиндрической системе координат имеем

$$\sigma_r = 2\mu\varepsilon_r, \quad \sigma_\theta = 2\mu\varepsilon_\theta, \quad (8)$$

откуда следует, что  $\sigma_r - \sigma_\theta = s_r - s_\theta = 2\mu(\varepsilon_r - \varepsilon_\theta)$ , где  $s_r$  и  $s_\theta$  — девиаторы напряжений.

Введем безразмерные параметры

$$\bar{r} = \frac{r}{a}, \quad \bar{t} = \frac{t}{t^*} = \frac{tC_0}{a},$$

где  $t^* = a/C_0$ ,  $C_0 = \sqrt{\mu/\rho}$  — скорость сдвиговой волны.

Уравнение движения при безразмерном радиусе запишется следующим образом:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial \bar{r}} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{\bar{r}} = \rho a \frac{\partial^2 U}{\partial \bar{t}^2}. \quad (9)$$

Условие несжимаемости при безразмерном радиусе  $\bar{r}$  будет иметь вид

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{U}}{\bar{r}} = 0. \quad (10)$$

Решение данного уравнения таково:

$$\bar{U} = \frac{U(r, t)}{a} = \frac{C(t)}{\bar{r}}, \quad (11)$$

где  $C(t)$  — не зависящая от координаты  $r$  функция, о выборе которой поговорим ниже. Здесь же отметим, что решение задачи мы проводим с целью нахождения только амплитуды радиального напряжения в зависимости от радиуса цилиндра. Учитывая данное решение уравнения несжимаемости, запишем выражения для деформаций:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial U}{a \partial \bar{r}} = -\frac{C(t)}{\bar{r}^2}, \\ \varepsilon_\theta &= \frac{U}{r} = \frac{U}{a \bar{r}} = \frac{C(t)}{\bar{r}^2}. \end{aligned}$$

Разность напряжений будет иметь вид

$$\sigma_r - \sigma_\theta = 2\mu(\varepsilon_r - \varepsilon_\theta) = -4\mu \frac{C(t)}{\bar{r}^2}.$$

Инерционный член в уравнении движения с учетом безразмерного времени преобразуется следующим образом:

$$\rho a \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \rho a^2 \frac{C''(\bar{t})}{\bar{r}} \frac{C_0^2}{a^2} = \mu \frac{C''(\bar{t})}{\bar{r}}.$$

Тогда уравнение движения можно представить в виде

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial \bar{r}} = \mu \left( \frac{C''(\bar{t})}{\bar{r}} + 4 \frac{C(\bar{t})}{\bar{r}^3} \right). \quad (12)$$

Зададим граничные и начальные условия:

$$\begin{aligned} \bar{r} = \bar{r}_* &= \frac{b}{a}, & \sigma_r &= -P_2, \\ \bar{r} &= 1, & \sigma_r &= -P_1, \end{aligned}$$

где  $P_1 = 1067$  МПа — контактное давление на границе канал — ПММА (берется из эксперимента),  $P_2 = 155$  МПа — радиальное нормальное напряжение в ПММА при фиксированном радиусе  $r = b$  (берется из эксперимента);

$$\begin{aligned} U(r, 0) = 0 &\Rightarrow C(0) = 0, \\ U'(r, 0) = 0 &\Rightarrow C'(0) = 0. \end{aligned}$$

Интегрируя уравнение движения (9) при использовании граничных условий  $r = b$ ,  $\bar{r} = \bar{r}_*$ , получим выражение для  $\sigma_r$ :

$$\sigma_r + P_2 = \mu \left[ \ln \left( \frac{\bar{r}}{\bar{r}_*} \right) C''(\bar{t}) - 2 \left( \frac{1}{\bar{r}^2} - \frac{1}{\bar{r}_*^2} \right) C(\bar{t}) \right]. \quad (13)$$

Используя второе граничное условие при  $\bar{r} = 1$ , получим уравнение для определения функции  $C(\bar{t})$ :

$$P_1 - P_2 = \mu \left[ \ln \bar{r}_*^2 C''(\bar{t}) + 2 \left( 1 - \frac{1}{\bar{r}_*^2} \right) C(\bar{t}) \right]. \quad (14)$$

Решение данного уравнения при начальных условиях  $C(0) = 0$ ,  $C'(0) = 0$  имеет вид

$$C(\bar{t}) = \frac{P_1 - P_2}{2\mu} \frac{\bar{r}_*^2}{\bar{r}_*^2 - 1} (1 - \cos \omega \bar{t}). \quad (15)$$

Здесь

$$\omega^2 = \frac{2(\bar{r}_*^2 - 1)}{\bar{r}_*^2 \ln \bar{r}_*}.$$

Первая и вторая производные по времени от функции  $C(\bar{t})$  будут иметь вид

$$C'(\bar{t}) = \frac{P_1 - P_2}{2\mu} \frac{\bar{r}_*^2}{\bar{r}_*^2 - 1} \omega \sin \omega \bar{t}, \quad (16)$$

$$C''(\bar{t}) = \frac{P_1 - P_2}{2\mu} \frac{\bar{r}_*^2}{\bar{r}_*^2 - 1} \omega^2 \cos \omega \bar{t}. \quad (17)$$

Вернемся к вопросу о выборе значения функции  $C(t)$  в решении уравнения несжимаемости (10). Поскольку нас интересует только зависимость амплитуды радиального напряжения от радиуса при распространении волны сжатия, то правая часть уравнения (13) должна быть отрицательной и максимальной по модулю. Можно показать, что правая часть этого уравнения при выбранных параметрах сводится к выражению

$$\mu [-A - B \cos \omega \bar{t}],$$

где  $A$  и  $B$  — положительные числа. Это выражение отрицательно и максимально по модулю, когда  $\cos \omega \bar{t} = 1$ , т. е. когда  $\omega \bar{t} = 0$  ( $\bar{t} = 0$ ), что удовлетворяет начальным условиям. С учетом вышеизложенного можно отметить, что  $C(0) = 0$  и

$$C''(0) = \frac{P_1 - P_2}{2\mu} \frac{\bar{r}_*^2}{\bar{r}_*^2 - 1} \omega^2,$$

тогда выражение (13) можно записать следующим образом:

$$\sigma_r + P_2 = \mu \left[ \ln \left( \frac{\bar{r}}{\bar{r}_*} \right) \frac{P_1 - P_2}{2\mu} \frac{\bar{r}_*^2}{\bar{r}_*^2 - 1} \omega^2 \right]. \quad (18)$$

По данному выражению была построена зависимость радиального напряжения от радиуса цилиндра  $\sigma_r(r)$  (сплошная линия), представленная на рис. 4 в сопоставлении с экспериментальными данными (точки). Необходимо отметить, что построенная простая математическая модель динамического деформирования толстостенного цилиндра достаточно близко отражает полученные экспериментальные результаты.

**5. Расчет напряжений, инициированных электрическим взрывом проводников в составном толстостенном цилиндре.** С помощью полученной модели произведем расчет напряжений в составном толстостенном цилиндре, состоящем из отрезка алюминиевой трубки, в которую запрессовывается цилиндр из ПММА. Расчет проводим для двух элементов составного цилиндра: в цилиндре из ПММА диаметром 6 мм и в алюминиевой оболочке с наружным диаметром 7 мм.

Сначала определим распределение амплитуды радиального напряжения в цилиндре из ПММА диаметром 6 мм. Условие на границе канала взрыва проводника и ПММА уже было поставлено. Контактное давление в прошедшей ударной волне  $P_{\text{прош}}$  составило 1067 МПа. Из графика зависимости радиального давления от радиуса в ПММА (рис. 3) при  $r = 3$  мм (т. е. на границе ПММА — алюминиевая оболочка) находим значение контактного давления:  $P_{\text{пад}} = 970$  МПа. На рис. 5 представлен график зависимости радиального напряжения от радиуса, рассчитанного по модели (18).

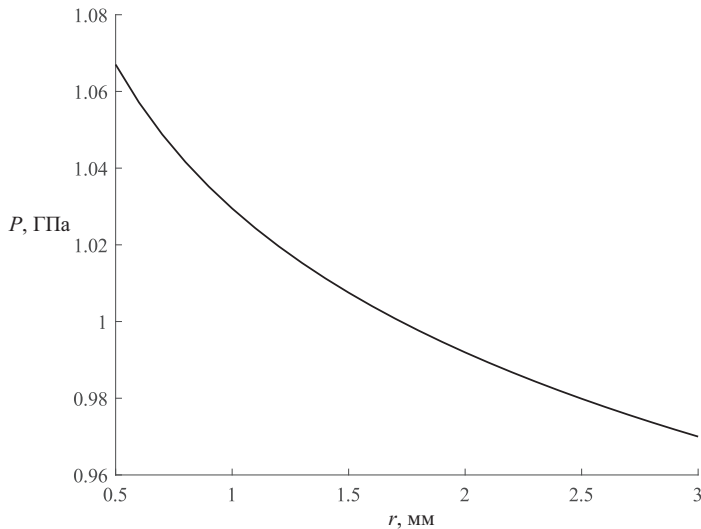


Рис. 5. Зависимость радиального напряжения от радиуса в образце из ПММА.

Теперь определим амплитуду радиального напряжения в алюминиевой оболочке. Для этого находим контактное давление в прошедшей ударной волне через границу ПММА — алюминиевая оболочка, воспользовавшись соотношением (3):

$$P_{\text{прош}} = \frac{2\rho_3c_3}{\rho_3c_3 + \rho_2c_2} P_{\text{пад}},$$



где  $\rho_3, c_3$  — плотность и скорость волны в алюминии ( $\rho_3 = 2.7 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_3 = 6.3 \cdot 10^3$  м/с),  $\rho_2, c_2$  — плотность и скорость волны в ПММА ( $\rho_2 = 1.18 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_2 = 2.67 \cdot 10^3$  м/с),  $P_{\text{пад}} = 970$  МПа. В результате получаем  $P_{\text{прош}} = 1630$  МПа.

Из работы [8] следует, что в толстостенных цилиндрах разница между радиальным и окружным напряжениями незначительная:  $\sigma_r = P_{\text{прош}} = 1.1\sigma_\theta$ . Отсюда имеем  $\sigma_\theta = 1480$  МПа. При данном напряжении произошел разрыв алюминиевой оболочки. Поэтому полученный результат можно рассматривать как напряжение разрыва оболочки. Результат находится в согласии с данными работы [9].

**6. Заключение.** В результате проведенного исследования получены следующие результаты.

1. На основе построенного уравнения состояния электрического взрыва проводника проведена оценка давления в канале взрыва и переданного контактного давления в ударной волне через границу в ПММА.

2. Разработана математическая модель для построения полей радиальных напряжений в толстостенном цилиндре из ПММА с учетом начальных и граничных условий и проведен расчет напряжений. Сделано сравнение с экспериментальными данными.

3. Проведена оценка окружного разрушающего напряжения в алюминиевой оболочке составного толстостенного цилиндра. Полученные данные не противоречат известным литературным источникам.

## Литература

1. Imber J., Rahmaan T., Worswick M. Interrupted pulse electromagnetic expanding ring test for sheet metal. *11<sup>th</sup> International Conference on the Mechanical and Physical Behavior of Materials under Dynamic Loading* **94**, 242–248 (2015). <https://doi.org/10.1051/epjconf/20159401048>

2. Morozov V. A., Lukin A. A., Atroshenko S. A., Gribanov D. A., Petrov Yu. V. Deformation and fracture of metal ring samples under the explosion of conductors. *21<sup>st</sup> European Conference on Fracture* **2**, 1002–1006 (2016). <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2016.06.128>

3. Атрошенко С. А., Морозов В. А., Кац В. М. Разрушение пластиков при электрическом взрыве проводников. В: *Физико-химические аспекты предельных состояний и структурных превращений в сплошных средах, материалах и технических системах*. Вып. 2, 58–65 (2018). <https://doi.org/10.25960/7325-1134-5.58>

4. Булгаков А. В., Булгакова Н. М., Бураков И. М., Быков Н. Ю., Волков А. Н., Гаррисон Б. Дж., Гурье К., Жигилей Л. В., Иванов Д. С., Итина Т. Е., Кускова Н. И., Кьеллберг М., Кэмпбелл Е. Е. Б., Левашов П. Р., Левегль Э., Лин Ж., Лукьянов Г. А., Марин В., Озеров И., Перекос А. Е., Поварницын М. Е., Рудь А. Д., Седой В. С., Хансен К., Хеден М., Хищенко К. В. *Синтез наноразмерных материалов при воздействии мощных потоков энергии на вещество*. Новосибирск, Институт теплофизики СО РАН (2009).

5. Исакович М. А. *Общая акустика*. Москва, Наука (1973).

6. Vullo V. *Circular Cylinders and Pressure Vessels*. Vol. 3. Cham, Switzerland, Springer (2014).

7. Тишин П. В. Исследование распространения уругопластической границы в трубе из идеального уругопластического материала под действием динамических нагрузок различного вида. *Фундаментальная и прикладная математика* **21** (3), 201–216 (2016). <https://doi.org/10.1007/s10958-019-04172-6>

8. Bagheri S. M., Zamani Ja., Ghezelayagh M. H. Dynamic expansion modeling of a thick-walled cylinder under internal high strain rate loading. *Mechanics of advanced materials and structures* **24** (1), 36–44 (2015). <https://doi.org/10.1080/15376494.2015.1095374>

9. Канель Г. И., Разоренов С. В., Уткин А. В., Фортгов В. Е. *Экспериментальные профили ударных волн в конденсированных веществах*. Москва, Физматлит (2008).

Статья поступила в редакцию 18 марта 2021 г.;

доработана 29 ноября 2021 г.;

рекомендована к печати 2 декабря 2021 г.

Контактная информация:

Кац Виктор Михайлович — канд. физ.-мат. наук, доц.; v.kats@spbu.ru

Морозов Виктор Александрович — д-р физ.-мат. наук, проф.; v.morozov@spbu.ru

Севастьянов Ярослав Александрович — аспирант; st016959@student.spbu.ru

## Calculation of stresses initiated by an electric explosion of conductors in a composite thick-walled cylinder

V. M. Kats, V. A. Morozov, Ya. A. Sevastyanov

St Petersburg State University, 7–9, Universitetskaya nab., St Petersburg, 199034, Russian Federation

**For citation:** Kats V. M., Morozov V. A., Sevastyanov Ya. A. Calculation of stresses initiated by an electric explosion of conductors in a composite thick-walled cylinder. *Vestnik of Saint Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2022, vol. 9 (67), issue 2, pp. 294–304. <https://doi.org/10.21638/spbu01.2022.210> (In Russian)

The paper presents a dynamic loading analysis of a material carried out by the exploding wire method (EWM). A composite cylinder is chosen as an experimental sample. It is a thick-walled cylinder made of polymethyl methacrylate with an axial bore formed therein, pressed into an aluminium shell. The sample was loaded by applying an electric voltage to a conductor in the form of a copper wire placed inside the axial bore of the sample. An equation of state for an electric explosion of a conductor obtained. Dependence between the pressure in the air channel and the expansion coefficient of the EWM products demonstrated with comparison charts of the experimental and theoretical values. A theoretical model that describes the amplitude characteristic of the radial stresses arising during the loading is constructed, taking into account the boundary and initial conditions. The substantiation of the model accuracy is given by comparing the obtained results with experimental data. The estimation of the circumferential stress at which the aluminium shell breaks directly performed.

**Keywords:** dynamic loading, radial stress, thick-walled cylinder, electric explosion of conductors.

## References

1. Imber J., Rahmaan T., Worswick M. Interrupted pulse electromagnetic expanding ring test for sheet metal. *11<sup>th</sup> International Conference on the Mechanical and Physical Behavior of Materials under Dynamic Loading* **94**, 242–248 (2015). <https://doi.org/10.1051/epjconf/20159401048>
2. Morozov V. A., Lukin A. A., Atroshenko S. A., Gribanov D. A., Petrov Yu. V. Deformation and fracture of metal ring samples under the explosion of conductors. *21<sup>st</sup> European Conference on Fracture* **2**, 1002–1006 (2016). <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2016.06.128>
3. Atroshenko S. A., Morozov V. A., Kats V. M. Destruction of plastics by electrical explosion of conductors. In: *Physicochemical aspects of limiting states and structural transformations in continuous media, materials and technical systems*. Iss. 2, 58–65 (2018). <https://doi.org/10.25960/7325-1134-5.58> (In Russian)
4. Bulgakov A. V., Bulgakova N. M., Burakov I. M., Bykov N. Yu., Volkov A. N., Garrison B. J., Gouriet K., Zhigilei L. V., Ivanov D. S., Itina T. E., Kuskova N. I., Kjellberg M., Campbell E. E. B., Levashov P. R., Leveugle E., Lin Zh., Lukianov G. A., Marine W., Ozerov I., Perekos A. E., Povarnitsyn M. E., Rud A. D., Sedoi V. S., Hansen K., Heden M., Khishchenko K. V. *Nanosized material synthesis by action of highpower energy fluxes on matter*. Novosibirsk, Institute of Thermophysics, SB RAS Publ. (2009). (In Russian)
5. Isakovich M. A. *General acoustics*. Moscow, Nauka Publ. (1973). (In Russian)
6. Vullo V. *Circular Cylinders and Pressure Vessels*. Vol. 3. Cham, Switzerland, Springer (2014).

7. Tishin P. V. A Study of Elastic-Plastic Boundary Propagation in a Tube of Elastic-Perfectly Plastic Material Under Dynamic Loadings of Different Types *Fundamentalnaya i Prikladnaya Matematika* **21** (3), 201–216 (2016). <https://doi.org/10.1007/s10958-019-04172-6> (In Russian) [Eng. transl.: *Journal of Mathematical Sciences* **237**, 473–484 (2019). <https://doi.org/10.3103/S1063454119010126>].

8. Bagheri S. M., Zamani Ja., Ghezelayagh M. H. Dynamic expansion modeling of a thick-walled cylinder under internal high strain rate loading. *Mechanics of advanced materials and structures* **24** (1), 36–44 (2015). <https://doi.org/10.1080/15376494.2015.1095374>

9. Kanel G. I., Razorenov S. V., Utkin A. V., Fortov V. E. *Experimental profiles of shock waves in condensed matter*. Moscow, Fizmatlit Publ. (2008). (In Russian)

Received: March 18, 2021  
Revised: November 29, 2021  
Accepted: December 2, 2021

#### Authors' information:

Victor M. Kats — v.kats@spbu.ru

Viktor A. Morozov — v.morozov@spbu.ru

Yaroslav A. Sevastyanov — st016959@student.spbu.ru

## ХРОНИКА

27 октября 2021 г. на заседании секции теоретической механики им. проф. Н. Н. Поляхова в Санкт-Петербургском Доме ученых им. М. Горького РАН выступили ассистент А. С. Смирнов и кандидат физ.-мат. наук, доцент Б. А. Смольников (СПбПУ Петра Великого) с докладом на тему «Оптимизация режимов гашения колебаний пространственного двойного маятника».

Краткое содержание доклада:

В докладе обсуждаются вопросы оптимального гашения колебаний пространственного двойного маятника, шарнирные оси которого не коллинеарны друг другу. При этом рассматривается возможность как пассивного гашения (вязкое демпфирование), так и активного гашения (коллинеарное управление), а также их совместного действия. Принимаются два критерия оптимальности, характеризующие эффективность процессов затухания движений системы: максимизация степени устойчивости и минимизация энерго-временного показателя. В ходе точного решения задачи в рамках линейной модели можно получить оптимальные параметры каждого из вариантов гашения по обоим критериям и сопоставить результаты. Сделанные выводы могут быть полезны при исследовании движений манипуляторов и различных робототехнических конструкций.