

Санкт–Петербургский государственный университет

ЦАРЬКОВ Никита Владимирович

Выпускная квалификационная работа
*Моделирование структурных продуктов типа
«Автоколл»*

Уровень образования: бакалавриат

Направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Основная образовательная программа СВ.5005.2015 «Прикладная математика, фундаментальная информатика и программирование»

Профиль: «Математическое и программное обеспечение вычислительных машин»

Научный руководитель:
кандидат физ.-мат. наук,
доцент кафедры математической теории
игр и статистических решений
Панкратова Ярославна Борисовна

Рецензент:
доктор физ.-мат. наук,
профессор кафедры математического
моделирования энергетических систем
Крылатов Александр Юрьевич

Санкт-Петербург
2021 г.

Содержание

Введение	3
Постановка задачи	5
Структура работы	6
Обзор литературы	7
Глава 1. Структурные продукты	10
1.1. Основные положения	10
1.2. Классификация	13
Глава 2. Структурный продукт типа «Автоколл»	16
2.1. Основные характеристики	16
2.2. Механизм работы	19
2.3. Доходность структурного продукта	24
2.4. Модель расчётов. NPV	26
Глава 3. Моделирование	30
3.1. Подходы к оценке продуктов	30
3.2. Основные принципы	31
3.3. Метод Монте-Карло	36
Глава 4. Практика	37
4.1. Программная реализация	37
4.2. Анализ работы	38
Заключение	41
Список литературы	42
Приложение	45

Введение

В настоящее время в мире активно развиваются финансовые рынки и сфера инвестиций. Большинство людей хоть раз слышало об акциях и облигациях – это наиболее известные и широко обращающиеся на биржах виды ценных бумаг. Помимо них существуют производные финансовые инструменты, или *деривативы* – ценные бумаги, стоимость которых зависит от стоимости других ценных бумаг. Примерами деривативов являются опционы и фьючерсы.

Каждый финансовый инструмент обладает своей степенью риска, к примеру, облигации являются наименее рискованным видом инвестиций и вместе с этим, наименее доходным, в то время как акции являются более рискованными и могут приносить больший доход. Как правило, с высокой доходностью идёт вместе и высокий риск, но сам по себе высокий риск не гарантирует высокую доходность. Идеальных инвестиционных инструментов, которые удовлетворили бы всех инвесторов, не существует, и поэтому опытные инвесторы составляют портфели активов: комбинируя их, они получают портфель с оптимальным для них уровнем риска и доходности.

Структурные продукты многие банки позиционируют как альтернативу портфелям акций. Они представляют собой комбинацию различных финансовых инструментов и при этом имеют очень важное достоинство – возможность снизить риск и, кроме того, сохранить доходность на достаточно приемлемом уровне. В последнее время объем сделок со структурными продуктами активно растёт в США и Европе, но на российском рынке они еще мало представлены.

В научной работе речь пойдет о структурных продуктах типа «Автоколл» (*Autocallable Structured Products*). Такие структурные продукты имеют ключевую особенность – возможность досрочного погашения при определённых рыночных условиях.

Пока что сделки со структурными продуктами доступны только для квалифицированных инвесторов, но сфера инвестиций активно развивается в России, а рынок структурных продуктов становится более регламентированным в законодательном плане. Представляя собой альтернативу

портфелям акций, вполне возможно, что структурные продукты в будущем займут большую долю рынка инвестиций. Калькулятор доходности и стоимости структурного продукта, который будет продемонстрирован в этой работе будет являться полезным инструментом для инвесторов, желающих приобрести «Автоколл»¹.

¹В дальнейшем, словосочетание «структурный продукт типа «Автоколл» будет часто сокращаться до слова «Автоколл»

Постановка задачи

Целью данной работы является разработка программного продукта, предназначенного для оценки теоретической стоимости и доходности структурных продуктов вида «Автоколл».

В соответствии с поставленной целью необходимо решить ряд следующих задач:

- Изучить, что из себя представляют структурные продукты как финансовый инструмент, в чем ключевые особенности продуктов вида «Автоколл», от чего зависит их доходность и теоретическая стоимость.
- Изучить существующие модели ценообразования активов и методы оценки теоретической стоимости. «Автоколлов».
- Разработать программную модель, которая будет решать две задачи:
 - При заданных условиях продукта и заданном размере купона рассчитать теоретическую стоимость продукта.
Смысл этой задачи заключается в нахождении разницы между теоретической (смоделированной, оценочной) стоимостью и номинальной ценой продукта (ту, что платит инвестор эмитенту). По этой разнице можно понять, какую комиссию (премию) от сделки забирает себе эмитент.
 - При заданных условиях продукта и заданной теоретической стоимости продукта (или заданной комиссии/премии эмитента), оценить годовую доходность продукта.²
- Провести анализ работы программной модели.

²Термины «купон», «теоретическая стоимость», «номинальная цена», «годовая доходность» будут объяснены во 2-й главе.

Структура работы

В *первой* главе кратко рассказывается о структурных продуктах, их ключевых характеристиках и особенностях, приводятся классификации по некоторым признакам. Во *второй* главе подробно рассматривается продукт типа «Автоколл», приводится его механизм работы, модель расчётов при использовании чистого дисконтированного дохода (*Net Present Value, NPV*).

В *третьей* главе предлагается подход к оценке стоимости продукта и его ожидаемой годовой доходности с помощью геометрического броуновского движения и метода Монте-Карло.

В *четвертой* главе демонстрируется программная реализация и проводится анализ работы программы на выборке из структурных продуктов зарубежных эмитентов.

Обзор литературы

При написании данной работы была использована научная, учебно-методическая литература, публикации из научных изданий, а также источники из Интернета и информация от финансовых организаций – эмитентов структурных продуктов: Goldman Sachs, Royal Bank of Canada, UBS, Barclays, БКС, Сбербанк и ВТБ. Стоит отметить, что подавляющая часть литературы – англоязычная, что неудивительно, так как структурные продукты пользуются большей популярностью за рубежом, чем в России.

Многие определения, связанные с финансовым рынком и со структурными продуктами, были взяты из книг, так как в них рассказывается о том, как функционируют рынки, формируются цены на финансовые инструменты, такие как опционы, фьючерсы, облигации, какие модели используются для оценки их стоимости.

Использовались следующие книги:

- *Options, Futures, and Other Derivatives*, John. C. Hull [1]

В ней охватывается огромный фундаментальный материал по финансовому рынку, ценным бумагам и деривативам, рассказывается об их особенностях, описывается то, как формируется их цена, предлагаются многие стратегии торговли и некоторые математические формулы для оценки стоимости.

- *How to Invest in Structured Products: A Guide for Investors and Asset Managers*, Andreas Bluemke [2]

В этой книге более подробно рассказывается о структурных продуктах, как особом виде инвестиций, описываются их ключевые характеристики, виды, то, что происходит во время срока действия, от каких параметров зависит доходность и многие другие аспекты, связанные с этим видом деривативов.

Что касается научных публикаций, то информация из них использовалась для описания состояния рынка структурных продуктов как в России, так и в остальном мире. Помимо этого, рассматривались статьи, в которых предлагаются теоретические подходы для оценки стоимости «Автоколлов». Среди научных статей и публикаций хотелось бы выделить:

- ***Valuation of Structured Products***, Geng Deng, Tim Husson, Craig McCann [5]

В статье описываются четыре подхода к оценке теоретической стоимости структурных продуктов, рассказывается о их преимуществах и недостатках, демонстрируется их применение.

- ***Modeling Autocallable Structured Products***, Geng Deng, Joshua Mallett, Craig McCann [4]

В этой работе более подробно рассказывается об оценке теоретической стоимости «Автоколлов» через подход, связанный с решением частного дифференциального уравнения Блэка-Шоулза (*Black Scholes PDE*). Метод описывается отдельно для продуктов с европейским барьером и отдельно для продуктов с американским барьером³.

Предлагаются варианты оценки через обычное решение уравнения и через определение вероятности автоотзыва продукта. В практической части демонстрируется применение этих методов. Также говорится о причинах, почему значения теоретической стоимости, полученной при моделировании, могут отличаться от теоретической стоимости продукта от эмитента.

- ***A pricing and performance study on auto-callable structured products***, Fredrik Hansson [10]

В этой работе сравниваются методы оценки продукта: PDE и методы Монте-Карло с генерацией ценовых путей (*price paths*) через геометрическое броуновское движение и через комбинацию моделей Хестона

³Термины «европейский барьер», «американский барьер» будут объяснены в 2-й главе.

и Васичека. Предлагается общий подход к оценке стоимости продукта. Кроме того, автор останавливается на оценке рисков инвесторов и проводит факторный анализ на примере продуктов от шведских эмитентов.

Глава 1. Структурные продукты

1.1 Основные положения

Впервые структурные продукты были размещены на внутренних биржах США в 1969 году [2], они оформлялись как структурные ноты – ценные бумаги, доходность которых зависит от цены базового актива. Одной из первых широко распространённых форм таких продуктов была конвертируемая облигация – ценная бумага, дающая инвестору право выбора: рассматривать её как облигацию с определенной доходностью, или по достижении срока погашения конвертировать её в определённый финансовый актив: товар, акция или что-то другое.

Со временем эмитенты придумывали всё более сложные формы таких продуктов с новыми комбинациями базовых активов. Широкое распространение структурные продукты получили в 1990-х годах и со временем этот сегмент финансового рынка постепенно рос. Во время финансового кризиса 2007-2008 гг. структурные продукты подвергли огромной критике из-за слабого законодательного регламентирования и непрозрачности: эмитентами не раскрывалась информация об объёме продаж, методах оценки стоимости, и после кризиса в развитых странах были разработаны и внедрены регулятивные меры, обязывающие эмитентов раскрывать информацию о структурных продуктах в своих отчётностях, а также в документах — условиях структурного продукта более подробно расписывать механизмы работы, методы оценки и другую необходимую для инвесторов информацию [2].

Так по оценкам Bloomberg [15], в 2008 году в США объём рынка структурных продуктов оценивался около 60 млрд долларов, на 2016 год объём уже оценивался в 220 млрд долларов [15], на 2019 год – 434 млрд долларов [12], при этом объём рынка во всём мире оценивался в 2 трлн долларов [12].

В России объём рынка структурных продуктов на 2019 год оценивался в 110 млрд рублей [22]. Этот сегмент финансового рынка по-прежнему слабо развит и плохо регламентирован в законодательстве, но активно рас-



Рис. 1: Объём рынка структурных продуктов на 2-й квартал 2019 г.

тёт: эмитенты (БКС, Сбербанк, ВТБ) выпускают новые продукты, а Центробанк вносит изменения в ФЗ «О рынке ценных бумаг» в части эмиссии и обращения структурных продуктов [18].

Под понятие структурного продукта может подходить большое разнообразие различных финансовых инструментов. Существует несколько подходов к определению структурных продуктов. Вот какие определения можно встретить в российском законодательстве и у разных эмитентов: ⁴

Определение 1.1а (ФЗ «О рынке ценных бумаг») [22, 23]. Структурная облигация – облигация, предусматривающая право её владельца на получение выплат по ней в зависимости от наступления или ненаступления одного или нескольких событий. Эмитентами структурных облигаций могут быть организации, которые в соответствии с целями и предметом их деятельности вправе осуществлять их эмиссию. Структурные облигации являются бумагами, предназначенными для квалифицированных инвесторов, выпуски структурных облигаций подлежат регистрации Банком России, обстоятельства выплат по облигациям закреплены на уровне закона.

Определение 1.1б (БКС) [20]. Структурный продукт – готовая инвестиционная стратегия, комплексный финансовый инструмент с заранее

⁴В некоторых определениях вместо слова «продукт» встречаются слова «облигация», «нота» – это формы структурных продуктов, которые выпускают эмитенты.

определенным сроком, дающий возможность инвестировать в определенный актив и при этом полностью или частично защитить вложения от возможных убытков. Основан на более простых финансовых активах и состоит из нескольких частей, каждая из которых выполняет свою функцию, защитную или инвестиционную. В структуру продукта могут входить депозиты, ценные бумаги, валюта, драгметаллы, сырье и другие активы, а также производные на них.

Определение 1.1в (Сбербанк) [19]. Структурная нота – ценная бумага, доходность которой привязана к цене некоторого актива.

Определение 1.1в (ВТБ) [21]. Структурная облигация – это комплексный инструмент, который состоит из сочетания долговых и производных финансовых инструментов. За счет использования производных инструментов ценообразование структурных облигаций и их доходность зависят от динамики базовых активов.

Такие определения можно встретить у иностранных эмитентов:

Определение 1.1г (BNP Paribas) [16]. Структурный продукт – инвестиционный продукт, доходность которого зависит от базового актива и заранее определенных характеристик (срок погашения, купон, уровень защиты капитала). Его можно рассматривать как пакет продуктов, состоящий из трех основных компонентов: облигации, одного или нескольких базовых активов и производных финансовых инструментов (опционы, фьючерсы).

Определение 1.1д (UBS) [17]. Структурный продукт – ценная бумага, обычно структурная нота, являющаяся сочетанием облигации, вклада с несколькими деривативами и выполняющая множество функций по удовлетворению особых предпочтений инвестора.

В этой работе будем придерживаться такого определения:

Определение 1.1. *Структурный продукт, СП* – финансовый инструмент, доходность которого зависит от базовых активов (облигация, акция, индекс, деривативы), входящих в его состав, и который выпускается эмитентом с целью удовлетворения особых потребностей инвестора.

1.2 Классификация

Стоит отметить, что в основе структурного продукта лежит уникальная инвестиционная стратегия, поэтому существует большое количество видов структурных продуктов с различными характеристиками. Несмотря на это, некоторые организации (*SRP*, *EUSIPA* [12, 13]) выделяют три основные категории:

- **Продукты с защитой капитала (Capital Protection)**

У этих продуктов в случае негативного рыночного сценария максимальные убытки ограничены, ввиду присутствия частичной или полной защиты капитала. Доход может выплачиваться в виде гарантированных купонов во время действия продукта или при погашении, при этом доходность таких продуктов зачастую низкая, на уровне облигации.

- **Продукты с повышенной доходностью (Yield Enhancement)**

Данное семейство продуктов является самым популярным, исходя из статистике по Европе, и включает в себя множество различных видов деривативов, отличающихся по механике выплат и конструкции. У большинства продуктов из этой группы максимальная доходность фиксирована, доход может выплачиваться как гарантированными, так и условными купонами, и при этом предлагается либо частичная, либо условная защита капитала, возможны убытки вплоть до полной потери капитала. Главной целью таких продуктов является повышение доходности, по сравнению с облигациями, однако, зачастую доходность таких продуктов ниже, чем у акций.

- **Продукты участия (Participation)**

Эти продукты отслеживают динамику базового актива. В таких продуктах часто предлагается условная защита капитала, или она может отсутствовать, максимальная доходность неограничена, выплата купонов не предусматривается. Суть таких продуктов заключается в

том, что доход от продукта включает в себя некоторый коэффициент участия (*leverage, плечо*) на динамику актива: чем больше этот коэффициент, тем больше доход или убыток, в зависимости от роста или падения стоимости базового актива. Это семейство структурных продуктов является самым рискованным.

Определение 1.2 [2]. *Базовый актив (underlying asset)* – актив, динамика стоимости которого отслеживается во время действия продукта и является основанием расчётов для выплат.

Определение 1.3 [2]. *Коэффициент участия (leverage)* – параметр, определяющий какая доля от доходности базового актива будет выплачена инвестору при погашении структурного продукта.

Определение 1.4 [2]. *Уровень защиты* – параметр, определяющий какая доля от инвестированных средств будет возвращена инвестору при погашении структурного продукта при негативном рыночном сценарии.

Данная классификация наиболее часто используется на рынке, существуют карты структурных продуктов, в которых предлагается более подробное разбиение на подсемейства, и в которых описываются основные характеристики продуктов из этих подсемейств [14]. Хотелось бы отметить, что формы и названия для структурных продуктов даются из маркетинговых побуждений, и определить к какому семейству тот или иной СП относится, можно только подробно изучив его проспект эмиссии (*termsheet*).

Также, в разных источниках [2, 5, 12] встречаются другие классификации:

- *По уровню допустимого риска*: полная, частичная или условная защита капитала,
- *По базовому активу*: акция, индекс, корзина акций, фьючерс, процентная ставка и др.,
- *По сроку жизни продукта*: может быть зафиксирован или может быть предложена максимально возможная дата погашения, при этом погашение может наступить и раньше,

- *По выплатам:* с гарантированным купоном, с условным купоном или без купонов (выплаты при погашении),
- *По наличию дополнительных опций:* барьеры, досрочное погашение (*autocall*), частота выплаты купонов и др.

Глава 2. Структурный продукт типа «Автоколл»

2.1 Основные характеристики

Определение 2.1. «Автоколл» (*Autocallable*) – это структурный продукт с возможностью досрочного погашения (*англ.: "autocall"*) которое может произойти при наступлении определённых событий в течение срока жизни продукта.

«Автоколл» по своей сути является подсемейством структурных продуктов, его относят к продуктам с повышенной доходностью [12], но технические характеристики продуктов могут сильно отличаться внутри этого подсемейства. Выделим ряд определяющих его признаков:

- **Срок действия**

Обычно он составляет от 1 до 5 лет, то есть инструмент подходит для среднесрочного инвестирования

- **Барьеры** (*level, barrier*)

В самом общем случае «Автоколла» вводится три вида барьера:

- барьер автоотзыва (*autocall, knock-out*),
- барьер купонных выплат (*coupon*),
- барьер защиты капитала (*capital protection, principal protection*).

При преодолении одного из барьеров запускается сценарий, влияющий на выплаты продукта.

- **Частота оценки продукта**

Этот пункт зависит от того, какого вида барьеры у структурного продукта:

- если барьер американский (*continious autocallable*) – то продукт оценивается непрерывно с момента начала его действия.

На практике продукты с американским барьером встречаются очень редко, ввиду большой сложности оценки их стоимости и доходности [5].

- если барьер европейский (*discrete autocallable*), то продукт оценивается в определенные моменты времени, называемыми купонными датами или датами наблюдения (*coupon dates, observation dates, fixing dates*). Зачастую продукты оценивают с определенной периодичностью: ежемесячно, ежеквартально, каждые полгода или ежегодно.

- **Купонные выплаты**

Продукт может быть с гарантированным или условным (*contingent*) купоном (для этого и вводится купонный барьер). Также часто встречается особый вид условного купона – купоном с эффектом памяти (*memory coupon, snowball effect, phoenix autocall*).

- **Базовые активы и метод оценки**

Зачастую базовым активом являются фондовые индексы, к примеру, S&P 500. Также базовым активом может быть акция, товар, процентная ставка или другое.

Когда базовый актив один, то оценивается его динамика его стоимости. Когда базовый актив представляет собой корзину активов (обычно это корзина акций), то рассматривается либо оценка по наихудшей динамике стоимости актива из корзины (*worst-of performance*) или средневзвешенная динамика стоимости всех активов (*average-of performance, weighted basket*)

- **Досрочное погашение, автоотзыв**

Особенность продукта, позволяющая досрочно погасить продукт с выплатой инвестору инвестированного капитала (номинала) в ту дату оценки, когда были выполнены условия досрочного погашения.

- **Реализация негативного сценария**

В условиях продукта всегда прописывается, что происходит при погашении структурного в случае негативного рыночного сценария. Зачастую инвестор либо получает прямой убыток, то есть некоторую долю от инвестированных средств, рассчитанной по специальной формуле, описанной в договоре, либо инвестору поставляются ценные бумаги. Часто встречается формула, по которой инвестор получает обратно номинал, умноженный на динамику базового актива.

Определим некоторые термины, которые были введены выше:

Определение 2.2. Номинальная цена, номинал (Notional) – сумма денежных средств, инвестированных в структурный продукт.

Определение 2.3. Барьер автоотзыва – параметр, указывающийся в процентах от цены базового актива на начало действия продукта. Если цена базового актива в какую-либо дату оценки находится на этом уровне или выше, то структурный продукт досрочно прекращает своё действие, инвестору возвращается 100% номинала и выплачивается купон.

При этом на рынке встречаются продукты с разными вариантами досрочного погашения. Например, продукт может быть с заморозкой (досрочное погашение может произойти только после определённого количества дней с момента выпуска продукта) или уровень автоотзыва на каждый момент наблюдения изменяется (растет или падает) [28].

Определение 2.4. Барьер купонных выплат, купонный барьер – параметр, указывающийся в процентах от цены базового актива на начало действия продукта. Если цена базового актива находится на этом уровне или выше в любую дату оценки, то инвестору будет выплачен купон.

Определение 2.5. Барьер защиты капитала – параметр, указывающийся в процентах от цены базового актива на начало действия продукта. Если цена базового актива в последнюю дату оценки на этом уровне или выше, то инвестор гарантированно получит 100% номинала обратно. Если ниже, то возврат капитала производится по специальной формуле (*Final Redemption Formula*), которую можно найти в проспекте эмиссии структурного продукта.

2.2 Механизм работы

Чтобы более понятно объяснить механизм работы «Автоколла», рассмотрим пример структурного продукта с такими условиями:

- Срок = 1 год
- Номинал = 100 000 рублей
- Частота оценки продукта, выплаты купонов = 3 месяца (ежеквартально)
- Метод оценки = по наихудшей в корзине (*worst-of*)
- Базовый актив = корзина из 3 акций (будем их обозначать акция 1, акция 2, акция 3)
- Купон = 20% годовых
- Барьер автоотзыва = 100%
- Барьер купонных выплат = 80%
- Барьер защиты капитала = 60%
- При негативном сценарии – вернуть инвестору денежные средства, рассчитанные по формуле: *Динамика актива* × *Номинал*

В начале действия продукта фиксируются текущие цены базовых активов. Относительно них в процентном соотношении выражаются ценовые значения барьеров для каждого актива. В начале действия продукта каждый актив имеет цену, равную 100% от начальной.

Будем поэтапно рассматривать сценарии, которые могут произойти в даты оценки продукта, кроме последней:

1. Цена одного или нескольких активов ниже уровня купонного барьера, а других выше (в том, числе и уровня барьера автоотзыва):

В этой ситуации инвестору не выплачивается купон и продукт продолжает действовать. В случае продукта с купоном с эффектом памяти, купон запоминается, но не выплачивается.

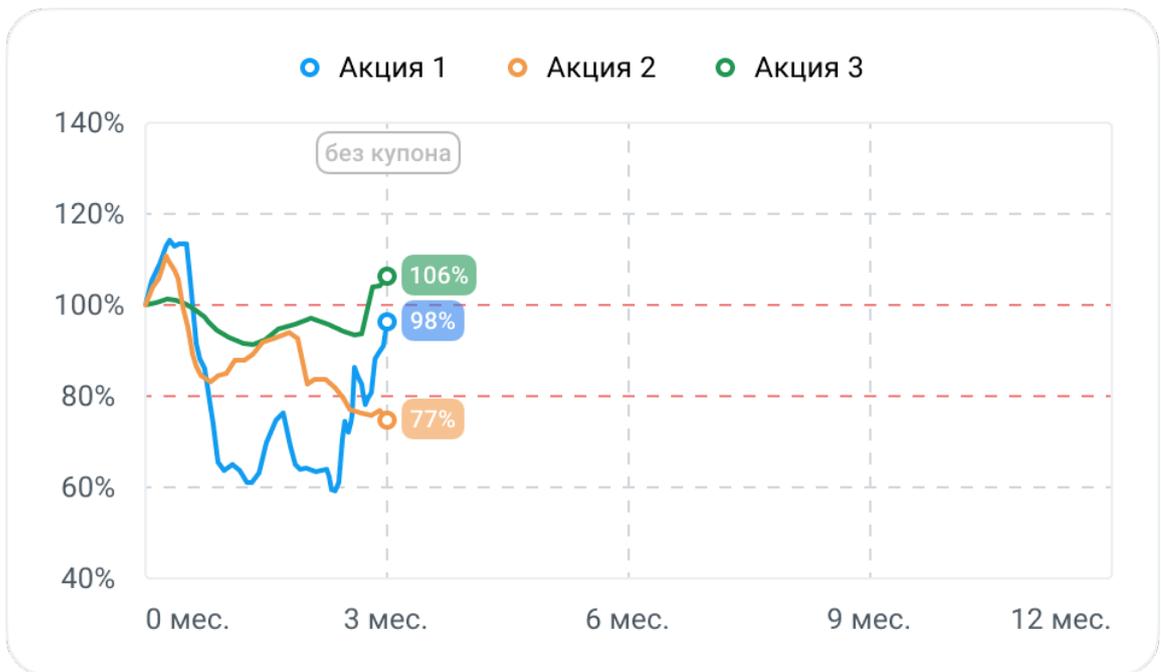


Рис. 2: 1-й сценарий: купонный барьер

2. Цены всех активов выше уровня купонного барьера, но ниже уровня барьера автоотзыва:

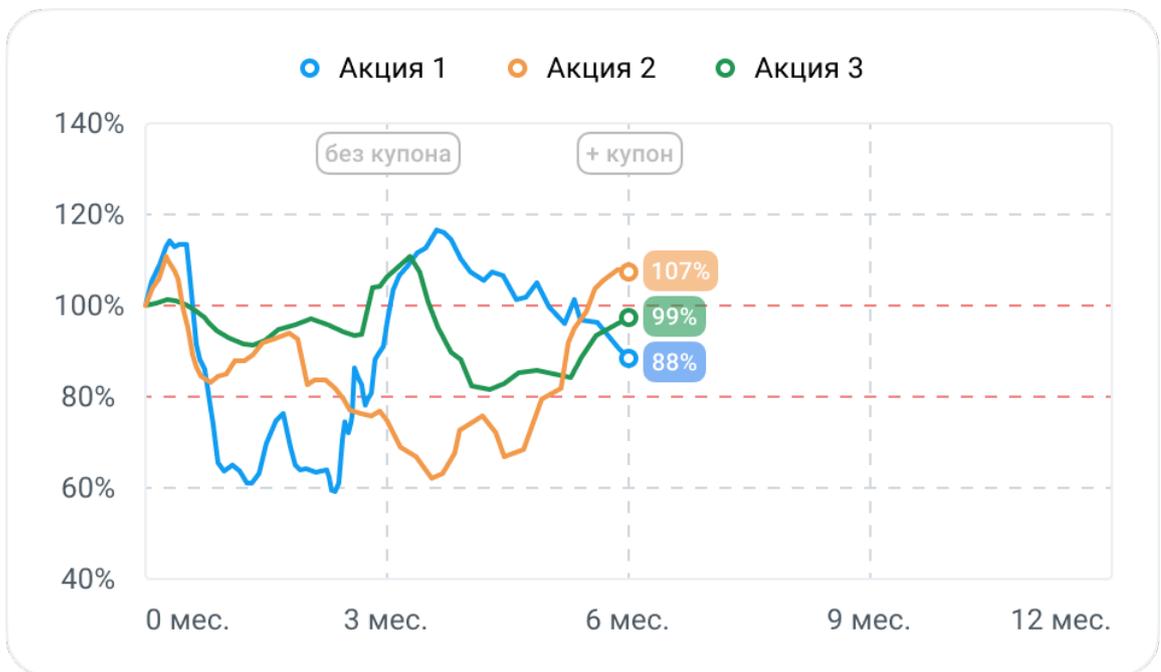


Рис. 3: 2-й сценарий: купонный барьер и барьер автоотзыва

В этой ситуации инвестору выплачивается купон, а в случае продукта, у которого купон с эффектом памяти, то инвестору платятся еще и все невыплаченные до этого купоны.

3. Цены всех базовых активов превысили уровень барьера автоотзыва:

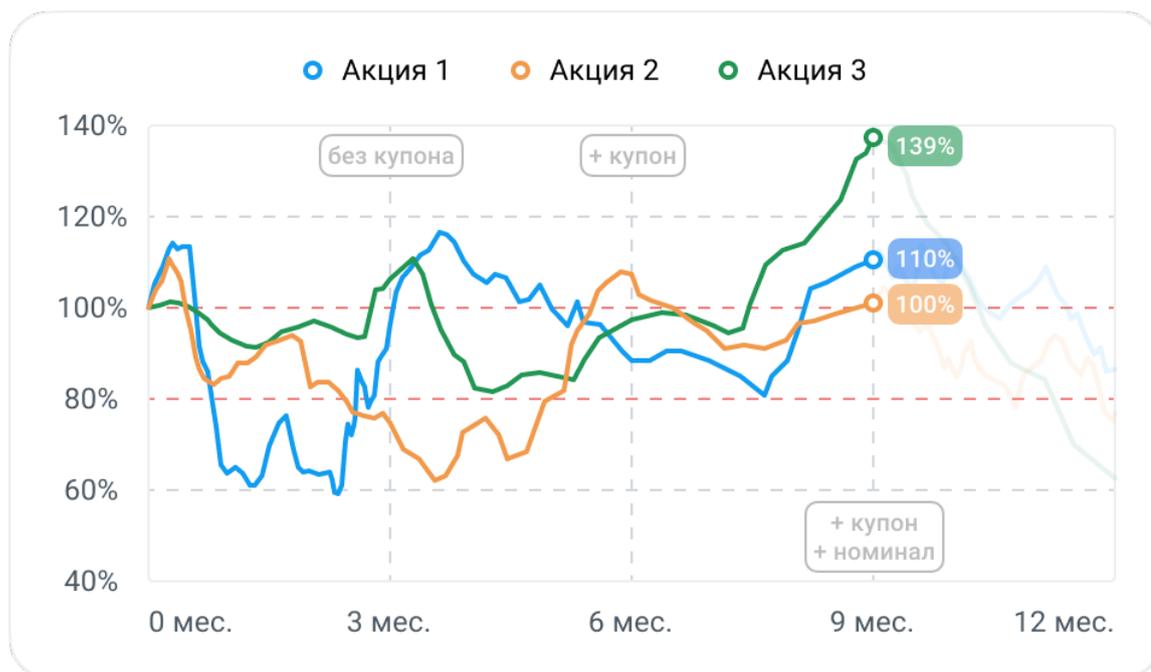


Рис. 4: 3-й сценарий: досрочное погашение

Инвестору выплачивается купон и возвращается сумма инвестированных средств. Продукт прекращает своё действие, т.е. погашается. Если до этого были невыплаченные купоны, и купон обладает эффектом памяти, то инвестор их также получает.

Итого, при таком рыночном сценарии инвестор получает:

1. на первом наблюдении 0 рублей
2. на втором наблюдении $0.2 \times \frac{3}{12} \times 100\,000 = 5\,000$ рублей
3. на третьем наблюдении $5\,000 + 100\,000 = 105\,000$ рублей

Итого: 110 000 рублей, прибыль 10 000 рублей

Предположим такой рыночный сценарий, при котором не произошло автоотзыва до последней даты оценки продукта. В общем случае, на последнем наблюдении возможны три варианта рыночных сценариев:

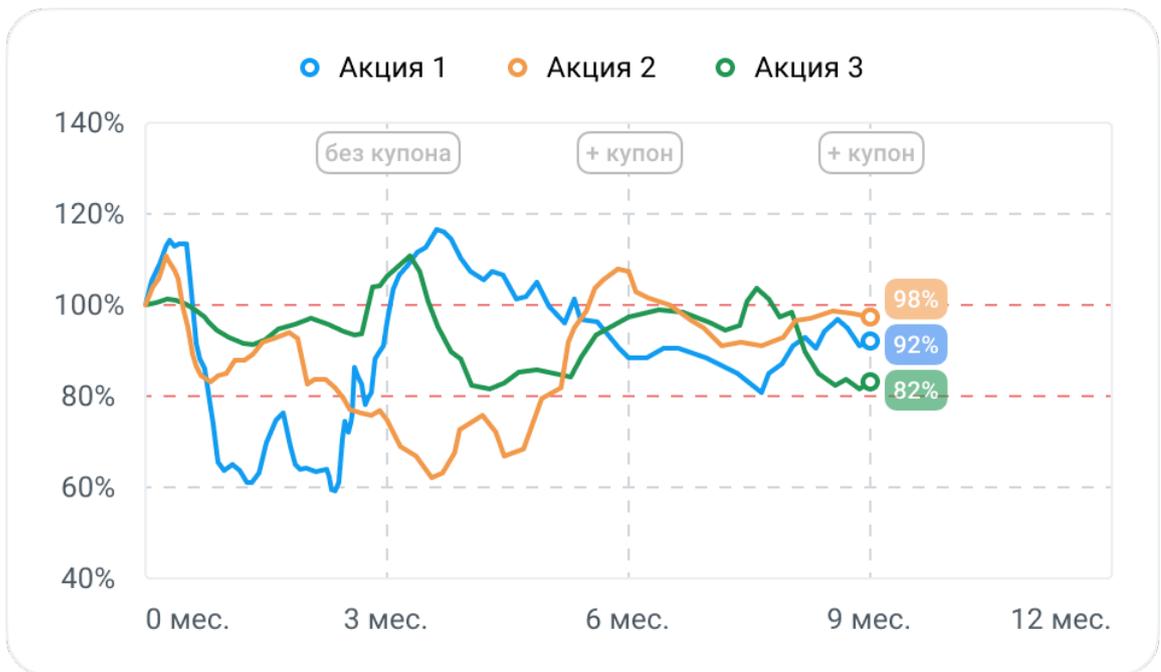


Рис. 5: Рыночный сценарий, при котором не произошло автоозыва

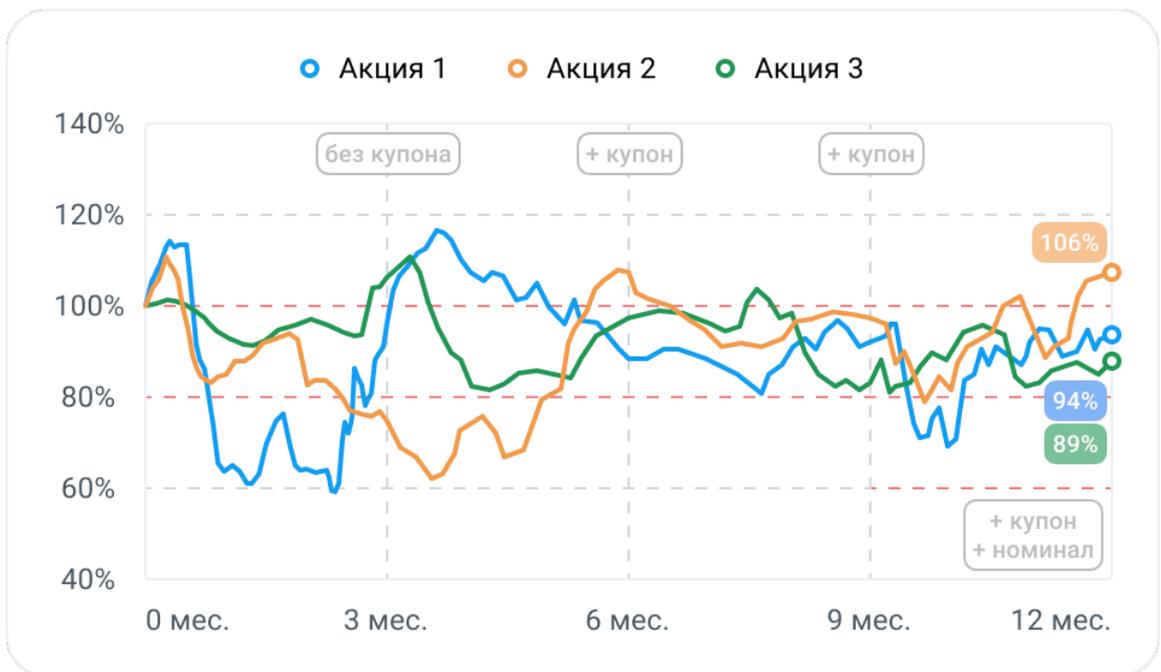


Рис. 6: 1-й вариант на последнем наблюдении: купонный барьер

1. Цены всех базовых активов выше уровня купонного барьера:

При такой ситуации инвестору выплачивается купон, возвращается номинал, продукт погашается. Если до этого были невыплаченные купоны, и купон обладает эффектом памяти, то инвестор их также получает.

2. Один или несколько базовых активов имеет цену ниже уровня купонного барьера, но выше уровня барьера защиты капитала:

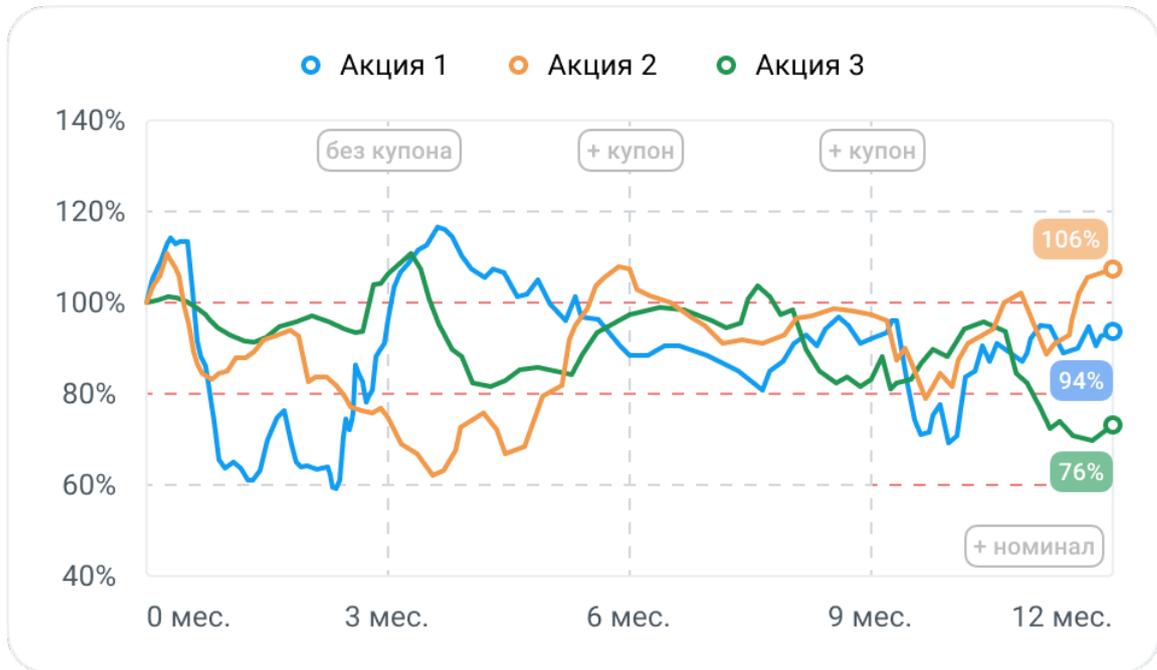


Рис. 7: 2-й вариант на последнем наблюдении: барьер защиты капитала

В этом случае, инвестору возвращается номинал и продукт погашается. Если продукт предполагает купон с эффектом памяти, то все невыплаченные до этого купоны сгорают.

3. Один или несколько активов имеет цену ниже уровня барьера защиты капитала:

Инвестор несёт прямые убытки. В проспекте эмиссии структурного продукта описывается, что происходит при таком сценарии. Для данного графика, инвестор получит обратно 48% от инвестированных средств, исходя из описанных в самом начале условий структурного продукта.

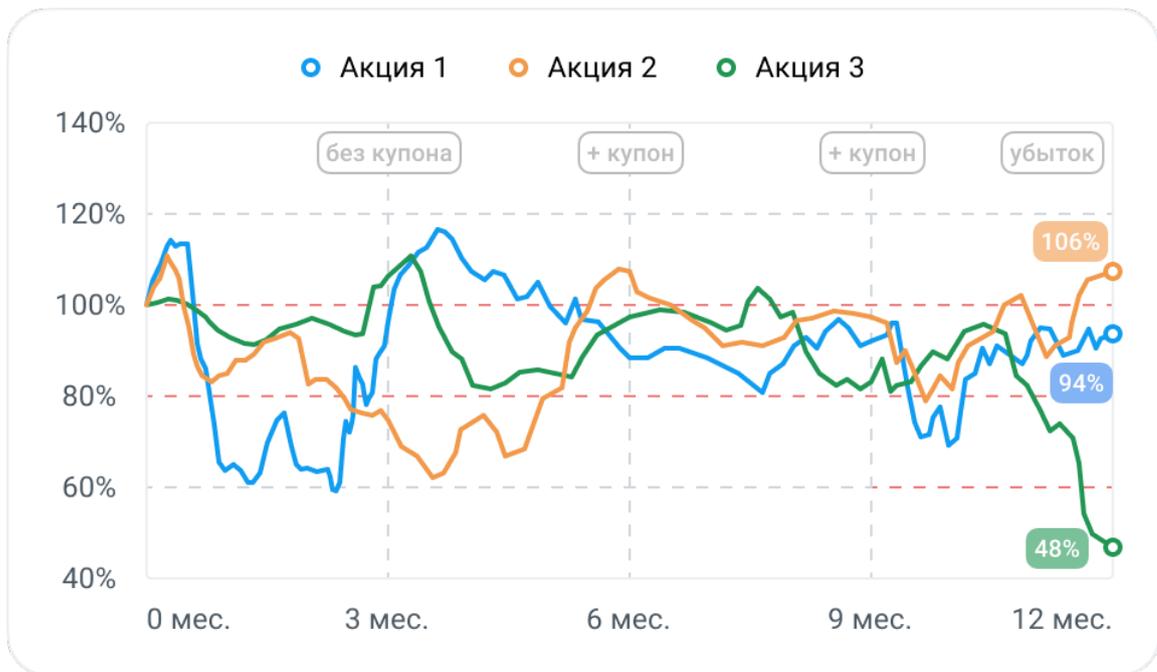


Рис. 8: 3-й вариант на последнем наблюдении: барьер защиты капитала

2.3 Доходность структурного продукта

Как понятно из примера выше, доходность структурной ноты с досрочным погашением зависит от того, как изменяется цена активов. Однако доходность зависит также и от многих других факторов. Так, уровни барьеров оказывают значительное влияние на доходность продукта. Кроме того, многие факторы взаимосвязаны.

Например, величина гарантированного купона напрямую влияет на доходность продукта: чем выше купон, тем выше доходность. Однако, если купон имеет уже условный характер, то его величина будет зависеть от уровня купонного барьера и барьера защиты капитала, так как при высоких барьерах увеличивается вероятность их пробития, что может привести к потере части инвестированного капитала, а также лишить инвестора купона. Продукт с высоким уровнем барьера обычно выплачивает высокие купоны.

Также стоит упомянуть волатильность активов в корзине. Рост волатильности ведет к снижению доходности, так как она увеличивает вероятность пробития барьеров. Высокая волатильность базового актива сопровождается низким уровнем барьера защиты капитала.

Обращая внимание на динамику базовых активов, стоит подчеркнуть корреляцию между активами внутри корзины, которая может играть важнейшую роль не только для инвестора, но и для эмитента. При фиксации по наихудшей динамике слабая корреляция оказывает отрицательный эффект на доходность структурной ноты. Кроме того, с ростом количества активов в корзине растет вероятность пробития барьеров [2].

С пробитием уровня досрочного погашения инвестор получает купон и номинал, однако, сталкивается с проблемой реинвестирования капитала. Оптимальный рыночный сценарий для инвестора заключается в динамике базового актива в промежутке между купонным барьером и уровнем автоотзыва, так достигается наибольшая доходность и при этом не возникает проблемы реинвестирования.

2.4 Модель расчётов. NPV

«Автоколл» можно представить как совокупность его характеристик:

$$A = \{N, c, t_0, t_1, t_2, \dots, t_n = T, b_a, b_c, b_p, S, \tilde{\mu}, PV(A)\}$$

, где

- N – номинал
- c – купон в % годовых
- t_0 – дата начала действия структурного продукта
- T – срок истечения структурного продукта
- $t_0, t_1, t_2, \dots, t_n = T$ – это даты оценки, указываются в долях от года (т.е 1 год = 1, полгода = 0.5) и $\Delta t_j = t_j - t_{j-1}, j = \overline{1, n}$.
- b_a – барьер автоотзыва,
- b_c – барьер купона, $b_c < b_a$,
- b_p – барьер защиты капитала, $b_p \leq b_c$,
- $\tilde{\mu}$ – величина процентной ставки дисконтирования
- S – цена базового актива. Если базовый актив только один, то его цену можно представить в виде вектора $S = (S_0, S_1, \dots, S_j, \dots, S_n)$, компоненты которого являются значениями цены базового актива на j -ю дату оценки: $S_j = S(t_j)$
Если базовых активов несколько, к примеру k штук, то цену базового актива можно представить в виде матрицы $S = \{S_j^i\}, i = \overline{1, k}, j = \overline{0, n}$, где S^i – это вектор значений цен i -го актива во все даты оценки, S_j – это вектор значений цен базовых активов в j -ю дату оценки и $S_j^i = S^i(t_j)$ – цена i -го актива в j -ю дату оценки
- $PV(A)$ – приведённая стоимость продукта на момент времени t_0

Для определения целесообразности инвестирования в структурный продукт, рассматриваются задачи:

1. При заданных параметрах продукта N , $t_0, t_1, t_2, \dots, t_n = T$, b_a, b_c, b_p , S , $\tilde{\mu}$ и размере купона c определить его теоретическую приведённую стоимость $PV(A)$
2. При заданной теоретической стоимости $PV(A)$ и параметрах N , $t_0, t_1, t_2, \dots, t_n = T$, b_a, b_c, b_p , S , $\tilde{\mu}$ определить размер годовой доходности c

Для решения задачи опишем модель расчётов структурного продукта вида «Автоколл».

Будем считать, что каждую дату наблюдения во время действия продукта происходит денежный поток (в том числе и нулевой).

Пусть CF – вектор денежных потоков во время действия структурного продукта: $CF = (CF_0, CF_1, \dots, CF_j, \dots, CF_n)$, компонентами которого являются денежные потоки в j -ю дату оценки: $CF_j = CF(t_j)$. Для их расчётов введём в определение следующее понятие:

Определение 2.6 [1]. Динамикой базового актива за период владения называется величина

$$s_t = \frac{S_t}{S_0}$$

где S_0 и S_t – это стоимость актива на начало и конец владения

В случае нескольких базовых активов: $s_j^i = S_j^i/S_0^i$ – это динамика i -го актива на j -ю дату оценки по сравнению с ценой на начало действия структурного продукта (т.е. на период владения $t_j - t_0$)

В случае, если базовых активов несколько, то введём дополнительную функцию $f_j, j = \overline{1, n}$, которая описывается следующим образом:

- Если в условиях продукта прописан метод *worst-of*, то $f_j = \min_i \{s_j^i\}, j = \overline{1, n}$
- если *average-of*, то $f_j = \frac{\sum_{i=1}^k s_j^i}{k}, j = \overline{1, n}$.
- если актив один, то $f_j = s_j, j = \overline{1, n}$

Рассмотрим денежные поступления, приходящие инвестору во время действия структурного продукта во все даты оценки, кроме последней:

$$\begin{cases} f_j \geq b_a & \Rightarrow CF_j = N + c\Delta t_j \cdot N, CF_{j+1} = \dots = CF_n = 0 \\ b_a > f_j \geq b_c & \Rightarrow CF_j = c\Delta t_j \cdot N \\ f_j < b_c & \Rightarrow CF_j = 0 \end{cases}$$

На первой строке мы проверяем условие автоотзыва, на второй и третьей – условие выплаты купона.

Теперь рассмотрим денежный поток в последнюю дату оценки:

$$\begin{cases} f_n \geq b_c & \Rightarrow CF_n = N + c\Delta t \cdot N, \\ b_c > f_n \geq b_p & \Rightarrow CF_n = N \\ f_n < b_p & \Rightarrow CF_n = FRF(N, f_n) \end{cases}$$

На первой строке мы проверяем условие купона, а на второй – условие защиты капитала. Если цена актива удовлетворяет ему, то инвестору возвращается назад номинал, в противном случае рассматривается негативный сценарий, описанный эмитентом в проспекте эмиссии (*Final Redemption Formula, FRF*) [28].

Если в условиях структурного продукта указано, что купон с эффектом памяти, то модель расчётов заметно усложняется. Пусть t_{prev} - дата последней выплаты купона, изначально $t_{prev} = t_0$.

Рассмотрим все даты оценки, кроме последней ($j = \overline{1, n-1}$):

$$\begin{cases} f_j \geq b_a & \Rightarrow \begin{cases} CF_j = N + c(t_j - t_{prev}) \cdot N, \\ CF_{j+1} = \dots = p_n = 0, \end{cases} \\ b_a > f_j \geq b_c & \Rightarrow \begin{cases} CF_j = c(t_j - t_{prev}) \cdot N, \\ t_{prev} = t_j \end{cases} \\ f_j < b_c & \Rightarrow \begin{cases} CF_j = 0 \end{cases} \end{cases}$$

Теперь опишем, что происходит на последней дате наблюдения t_n :

$$\begin{cases} f_n \geq b_c & \Rightarrow CF_n = N + c(t_j - t_{prev}) \cdot N, \\ b_c > f_n \geq b_p & \Rightarrow CF_n = N \\ f_n < b_p & \Rightarrow CF_j = FRF(N, f_n) \end{cases}$$

Определение 2.7 [1]. Чистая приведённая стоимость (Net Present Value, NPV) – сумма всех денежных потоков, производимых во время действия структурного продукта, дисконтированных на дату начала действия продукта. Для «Автоколлы», NPV рассчитывается по следующей формуле:

$$NPV(A) = \sum_{j=0}^n \frac{CF_j}{(1 + \tilde{\mu})^{(t_j - t_0)}} = -N + \sum_{j=1}^n \frac{CF_j}{(1 + \tilde{\mu})^{(t_j - t_0)}}$$

Для решения *1-й задачи* нужно просуммировать все приведённые денежные поступления:

$$PV(A) = \sum_{j=1}^n \frac{CF_j}{(1 + \tilde{\mu})^{(t_j - t_0)}}$$

Поскольку денежный поток зависит от размера купона, то для решения *2-й задачи* нужно найти такую годовую доходность \tilde{c} , чтобы $NPV(A) = 0$. Эта задача решается аналитическим образом, если обе части уравнения поделить на N .

Глава 3. Моделирование

3.1 Подходы к оценке продуктов

В большинстве статей, рассмотренных в процессе подготовки, оценка стоимости структурных продуктов проводилась одним из двух методов:

- через решение частного дифференциального уравнения Блэка-Шоулза (*Black-Scholes PDE*) [4, 5, 6]
- через моделирование методом Монте-Карло [5, 10]

В работах, основанных на PDE авторы предлагали либо аналитическое, либо численное решение уравнения. Этот метод очень хорошо подходит для оценки «Автоколлов» с одним базовым активом, а так же для продуктов с американским барьером и при этом показывает хорошую точность и достойное время работы. Недостатком такого метода является то, что его можно использовать только для продуктов с одним базовым активом, а также большая сложность реализации модели.

Подход, связанный с методом Монте-Карло является более универсальным, более простым в реализации и более гибким. С помощью такого подхода можно оценивать «Автоколлы» с различными характеристиками, включая продукты с несколькими базовыми активами.

В этой работе будет использоваться подход, связанный с моделированием методом Монте-Карло.

3.2 Основные принципы

При разработке программной реализации будет придерживаться некоторых предположений, которые часто используются в финансовом моделировании.

Геометрическое броуновское движение

Приведем небольшие выкладки из теории стохастических процессов:

Определение 3.1 [3, 26]. Пусть задано вероятностное пространство (Ω, \mathcal{F}, P) и некоторое множество индексов N . Будем называть отображение $\xi : \Omega \times N \rightarrow \mathbb{R}$ случайным (или стохастическим) процессом, если при каждом фиксированном $n \in N$, $\omega \in \Omega$ отображение $\xi(\omega, n)$ является случайной величиной.

Определение 3.2 [3, 26]. Случайный процесс W_t , $t \in [0, T]$ называется винеровским процессом, если он обладает следующими свойствами:

1. Случайный вектор $(W_{t_1}, \dots, W_{t_n})$, $0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_n \leq T$ имеет нормальное распределение и $W_0 = 0$ п.н.
2. $\mathbb{E}W_t = 0$ и $\text{cov}(W_t, W_s) = \min(t, s)$
3. Траектории $t \rightarrow W_t(\omega)$ непрерывны для всех $\omega \in \Omega$

Важное свойство винеровского процесса заключается в том, что изменение ΔW на протяжении малого промежутка времени Δt подчиняется равенству:

$$\Delta W = \varepsilon \sqrt{\Delta t},$$

где ε – случайная величина, подчиняющаяся стандартному нормальному распределению $\mathcal{N}(0, 1)$

Определение 3.3 [1]. *Обобщённый винеровский процесс* для переменной X_t определяется уравнением вида:

$$dX_t = a dt + b dW_t,$$

где W_t – винеровский процесс

Определение 3.4 [1]. *Стохастическим процессом Ито* называется процесс X_t , определяемый стохастическим дифференциальным уравнением вида:

$$dX_t = a(t, X_t)dt + b(t, X_t)dW_t, \quad (1)$$

в котором параметры a и b являются функциями, зависящими от t и X_t и W_t – винеровский процесс

Определение 3.5 [1]. *Геометрическое броуновское движение (GBM)* для переменной S задаётся следующим уравнением:

$$dS_t = S_t\mu dt + S_t\sigma dW_t, \quad (2)$$

где μ – это коэффициент сноса (*drift rate*), σ – коэффициент диффузии (*diffusion rate*), W_t – винеровский процесс.

Предполагается, что цены базовых активов подчиняются геометрическому броуновскому движению, при этом коэффициенты μ и σ определяются соответственно как величины ожидаемой доходности и волатильности.

При решении этого уравнения используется лемма Ито, описывающая формулу замены переменной для стохастического дифференциального уравнения:

Лемма Ито [1]. Пусть переменная X_t подчиняется процессу Ито вида (1). Тогда существует некоторая функция G , зависящая от переменных t и X_t и подчиняющаяся стохастическому процессу Ито вида:

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial x} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial x} b dW,$$

где W_t – винеровский процесс из уравнения (1).

Для решения уравнения геометрического броуновского движения (2) нужно сделать замену $G = \ln S$, тогда

$$dG = d \ln S = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dW$$

Для произвольного S_0 , решением уравнения (2) будет:

$$S_t = S_0 \exp \left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma dW_t \right)$$

В уравнении геометрического броуновского движения считается, что коэффициенты μ и σ не меняются со временем. В реальном мире это не так: ожидаемая доходность и волатильность актива всегда со временем изменяются.

Существуют обобщения, как например, модель Хестона [9] – модель стохастической волатильности, в которой цена актива описывается уравнением, похожим на уравнение геометрического броуновского движения, а волатильность отдельным стохастическим процессом, и модель Васичека, которая описывает изменение ожидаемой доходности со временем. Калибровать максимально обобщенную модель крайне сложно и долго, а результат работы модели не будет особо отличаться от упрощенной модели с геометрическим броуновским движением [10].

Ожидаемая доходность и ставка дисконтирования

При моделировании используется концепция риск-нейтрального мира, описанная Блэком и Шоулзом в работе [6]. Расчёты в риск-нейтральном мире позволяют обойти проблему оценки «истинной» ожидаемой доходности финансового актива и «истинной» ставки дисконтирования. Предполагается, что ожидаемая доходность всех финансовых активов и ставка дисконтирования равны безрисковой процентной ставке. В реальном мире инвесторы чувствительны к рискам, но расчёты в риск-нейтральном мире заметно упрощаются.

Кроме того, при таком подходе считается, что процесс цены актива обладает марковским свойством, т.е будущее значение цены актива зависит только от текущего, а все предыдущие значения игнорируются. Этот факт объясняют тем, что текущая цена актива уже содержит в себе информацию о его предыдущих значениях, тем самым отображая рыночное настроение инвесторов.

Итак, в общем виде ожидаемая доходность базового актива выражается следующим соотношением:

$$\mu = r - q,$$

где r – безрисковая процентная ставка, q – дивидендная доходность актива (если актив не приносит дивидендов, то его дивидендная доходность равна нулю). Так как в выплатах по структурному продукту дивидендные выплаты не производятся, то мы должны их учитывать при моделировании цен на базовый актив, поэтому будем уменьшать величину безрисковой процентной ставки r на величину дивидендной доходности q .

Чтобы оценить стоимость структурного продукта на дату выпуска, все денежные потоки, полученные во время действия структурного продукта, необходимо продисконтировать, чтобы учесть временную стоимость денег. Помимо риска базового актива, структурный продукт подвержен кредитному риску эмитента, и поэтому чтобы его учесть, во многих научных работах используется *CDS* – спред кредитного дефолтного свопа эмитента⁵.

Таким образом, денежные потоки необходимо дисконтировать на величину:

$$\tilde{\mu} = r + CDS$$

Безрисковая процентная ставка

Ранее было сказано, что при моделировании используется безрисковая процентная ставка. Однако, проблема состоит в том, что нужно выбрать прокси ставку, которая соответствовала бы безрисковой ставке для валюты, в которой происходят расчёты инвестора с эмитентом.

После кризиса 2008 года многие инвесторы решили поменять прокси

⁵Спред кредитного дефолтного свопа (CDS spread) – фиксированная сумма, которую платит покупатель кредитного дефолтного свопа в год, но, как правило, на поквартальной основе. CDS спред выражается в базисных пунктах.

Например, если 5-ти годового CDS спред на опр. эмитента равен 250 базисных пунктов, то покупатель кредитного дефолтного свопа будет выплачивать 2.5% от застрахованной суммы (номинала) до истечения срока CDS контракта.

для безрисковой ставки с LIBOR⁶ на ее аналоги в силу того, что данная ставка оказалась не совсем безрисковой. В книге [1] отмечается, что в качестве новой прокси ставки многие инвесторы после кризиса стали использовать ставку по овернайт свопу (OIS rate), которая обычно ниже ставки LIBOR на 10 базисных пунктов (0.1%).

$$r = Libor - 0.1\%.$$

В открытом доступе можно найти ставки LIBOR на день, неделю, месяц, квартал и год [29]. Для определения размера ставки на момент выплаты купонов использовался метод линейной интерполяции.

Волатильность базового актива

Волатильность σ доходности базового актива из формулы (2) обычно оценивается как подразумеваемая волатильность, необходимая для обеспечения теоретической стоимости опционов на этот актив с использованием модели Блэка-Шоулза [6].

Если имеются данные опционов на этот актив, то мы сопоставляем срок действия опциона и срок погашения структурного продукта. В случаях когда срок погашения структурного продукта приходится на период между двумя сроками действия опциона, то мы используем линейную или квадратичную интерполяцию для оценки предполагаемой волатильности.

В том редком случае, когда на актив нет данных по опционам, то рассчитываем историческую волатильность (к примеру, на год).

⁶LIBOR рассчитывается как средняя ставка, по которой крупные международные банки предлагают друг другу кредиты, для каждой валюты своя ставка.

3.3 Метод Монте-Карло

Моделирование Монте-Карло является практичным и полезным инструментом для оценки финансовых продуктов [7]. Такой подход полагается на вычислительную мощность компьютера, поскольку при таком подходе перебирается большое количество различных рыночных сценариев. Приведем алгоритм, который использовался при моделировании Монте-Карло.

Алгоритм

1. Сгенерировать с помощью геометрического броуновского движения большое количество ценовых путей (*англ.: price paths*) для базовых активов – т.н. рыночных сценариев.
2. Для каждого рыночного сценария рассчитать денежные потоки, проинтегрировать их и найти теоретическую стоимость продукта (PV) или годовую доходность.
3. Взять среднее от полученных значений на каждом рыночном сценарии соответственно.

В результате выполнения такого алгоритма получится ожидаемая теоретическая стоимость структурного или его ожидаемая годовая доходность, которые и будут являться решением поставленных задач.

Глава 4. Практика

4.1 Программная реализация

Источники данных

Безусловным лидером в сфере предоставления финансовой информации является Bloomberg Terminal [15]. Но ввиду того, что стоимость его использования крайне высока, а в университет доступ к нему ограничен, то использовались открытые данные с интернет-источников.

Большое количество финансовой информации по активам (стоимость акции, данные по опционам, волатильности и дивидендной доходности) собиралось при помощи API сервиса Yahoo Finance. Сайт обновляет данные с небольшой задержкой в реальном времени, но иногда случаются неполадки при обновлении данных по опционам на стороне сервиса.

Поэтому в качестве альтернативного источника данных по опционам использовался сайт Optionistics, которые предоставляет рыночные данные на конец дня закрытия биржи (*Market Closed Data*).

Для расчёта безрисковой процентной ставки использовалась ставка LIBOR. Она бралась с сайта global-rates.com

Для расчёта ставки CDS эмитента использовались данные с соответствующих сайтов эмитентов.

Исходный код

При создании программного продукта использовался язык программирования Python, его стандартная библиотека, библиотека Numpy для численных и матричных вычислений, библиотека BeautifulSoup для скрайпинга веб-страниц.

Более подробно ознакомиться с исходным кодом продукта можно по ссылке: <https://github.com/tsarkov90/autocall.git>

4.2 Анализ работы

При анализе работы программы, проверялась *относительная погрешность* вычислений. На проверку было взято 55 структурных продуктов типа «Автоколл» от зарубежных эмитентов. Эти продукты были выбраны благодаря полным и прозрачным проспектам эмиссии от эмитентов, что упрощало процесс поиска потенциальных ошибок в работе калькулятора.

Продукты имеют некоторые общие характеристики, а именно:

1. только один базовый актив
2. известна предполагаемая волатильность (*implied volatility*) и дивидендная доходность актива
3. продукт имеет неизменяющийся купон
4. уровень досрочного погашения постоянен все время действия продукта и равен 100%

Краткие характеристики этих продуктов можно посмотреть в таблице №1.

Полученные результаты работы калькулятора теоретической цены продукта весьма интересны. Перед тем, как выпустить структурный продукт, эмитент в США обязан обозначить в проспекте эмиссии (*termsheet*) его теоретическую стоимость, посчитанную по собственным алгоритмам. В исследовании эти значения будут приниматься за «истинные». Приведенные результаты исследования изображены в таблице №2. Исходя из полученных данных, можно сказать, что эмитенты забирают себе явной премией ⁷ в среднем 4.04% от номинальной цены структурной ноты.

Полученная процентная разница составляет выручку для эмитента от продажи продукта в процентном отношении от номинальной цены. Однако, эмитент сталкивается с издержками по созданию и продвижению продукта (Pricing и Marketing). В среднем данная величина составляет 0,5%, однако

⁷Премия рассчитывается как разница между теоретической стоимостью и номиналом продукта

присутствие информации по затратной стороне не всегда оглашается эмитентами. Явная прибыль, которую получают эмитенты состоит в разнице между явной премией (4.24%) и издержками (0.5%).

При исследовании каждого продукта из выборки проводилось сразу три моделирования, которые отличаются числом симуляций Монте-Карло (1 000, 10 000, 100 000). Дальнейшее увеличение количества симуляций (по сути, вариаций эволюции цены актива – ценовых путей) не имеет смысла, так как время работы программы заметно увеличивалось, а результат не сильно изменялся. При таких моделированиях были получены средние значения премии, которые равнялись 6.05%, 6.06% и 6.08% для случаев 1 000, 10 000 и 100 000 симуляций Монте-Карло соответственно.

Из таких результатов можно понять, что эмитенты переоценивают свои продукты в среднем на 1.5%. При этом относительная погрешность между «истинной» теоретической стоимостью и смоделированной составляла 2.08-2.12%, что говорит о хорошей точности работы программы.

В таблице №2 можно также заметить наличие выбросов (продукты с премией больше 10%), если их убрать из выборки, то относительная погрешность станет равной 1.68-1.74%, а премия – 5.11% (при этом «истинная» премия станет равной 3.85%).

Большинство работ по оценке структурных продуктам типа «Автоколл» базируются на оценке одного наблюдения (case-study), поэтому сравнение полученных результатов с результатами данных работ ставит под вопрос их надежность. С другой стороны, можно рассматривать премию по «Autocallable» в сравнении с премиями по более простым продуктам, например, премия по продуктам типа «barrier reverse convertible», «discount certificate»⁸ и «bonus certificate» в среднем составляет около 4-6%. Следовательно, 4-6% является нижней границей для продуктов с досрочным погашением.

Что касается времени работы программы, то 100 000 ценовых путей программа обрабатывает за 2-5 секунд, в зависимости от того, сколько базовых активов включено в продукт. Данный показатель считается очень

⁸Эти виды продуктов относятся к продуктам повышенной доходности и могут иметь такую характеристику, как досрочное погашение [14]

хорошим, так как альтернативные модели из других научных работ работали заметно дольше: порядка 1-5 минут, некоторые работали около часа.

Что касается годовой доходности, то программа выдаёт значение доходности, близкое в районе 1-3% к значению годового купона. В случае выбросов, модель очень сильно ошибается ввиду того, что оценивает теоретически ожидаемую годовую доходность, которая может и не являться действительно такой. Важно отметить, что при оценке годовой доходности программа выдаёт результаты, в которых соблюдаются закономерности, связанные с факторами доходности, описанными в 3-ем параграфе 2-й главы.

Таким образом, калькулятор доходности и стоимости структурного продукта, продемонстрированный в этой работе является хорошим и полезным инструментом для инвесторов, желающих приобрести «Автоколл».

Change to ticker mode

Underlyings and rates

Dividend Yields (%)

1.40

Implied volatilities (%)

45.76

Notional

1000

Risk-free rate

Modify (%; year frac.)

Leave as currency r-f rate

Barriers

Issuer Premium (%)

6.50%

Principal Protection Level (%)

70

Coupon Level (%)

70

Coupon Period (%)

Monthly

Autocall (KO) Level (%)

100

KO Period

Semiannually

Inputs

Solve for

Annualized Yield

Initial Prices of Underlyings

149.46

Term (Months)

24

Weighting

Single

Coupon

Contingent

Currency

USD

Calculate

USD Autocallable Note for 24 Months

Asset with IP 1000 and 1.25% DY and IV 45.76% Underlyings

10.00% Annualized Yield

100% Autocall Barrier

70% Coupon Barrier

70% Principal Protection Barrier

Single Weighting Monthly Contingent Coupon

LIBOR risk-free-rate

939.00 Annualized Yield 1000.00 Notional

Рис. 9: Демонстрация продукта: оценка доходности

Change to ticker mode

Underlyings and rates

Dividend Yields (%)

Implied volatilities (%)

Notional

Risk-free rate

Modify (%; year frac.)

Leave as currency r-f rate

Barriers

Annual Coupon (%)

Principal Protection Level (%)

Coupon Level (%)

Coupon Period (%)

Autocall (KO) Level (%)

KO Period

Inputs

Solve for

Initial Prices of Underlyings

Term (Months)

Weighting

Coupon

Currency

Calculate

USD Autocallable Note for 24 Months

Asset with IP 1000 and 1.25% DY and IV 45.76% Underlyings

931.03 100% Autocall Barrier
Theoretical Price 70% Coupon Barrier
70% Principal Protection Barrier

Single Weighting Monthly Contingent Coupon

LIBOR risk-free-rate

7% Annual Coupon 1000.00 Notional

Рис. 10: Демонстрация продукта: оценка стоимости

Заключение

В этой работе были достигнуты и выполнены поставленная цель и задачи для её достижения. Рассмотрены структурные продукты типа «Автоколл», описана механизм его работы и факторы доходности. Изучены модели ценообразования и подходы к оценке теоретической стоимости и годовой доходности структурных продуктов.

Разработан программный продукт на основе метода Монте-Карло и модели геометрического броуновского, показывающий относительную погрешность при оценке теоретической стоимости в районе 1.5-2% и при оценке годовой доходности около 1-3% в случае, если эмитент не переоценил свой продукт. Кроме того, время работы программы заметно быстрее, чем аналогичные программы от других авторов научных работ

Список литературы

- [1] Hull, John C. *Options, Futures and Other Derivatives, 8th edition*. ISBN 978-0-132-7774212.
- [2] Blumke, Andreas. *How to invest in structured products: a guide for investors and asset managers*. ISBN 978-0-470-74679-03.
- [3] Вентцель А.Д., *Курс теории случайных процессов*. М. Наука, 1975
- [4] Geng Deng, Joshua Mallett, Craig McCann. *Modeling Autocallable Structured Products*. Journal of Derivatives & Hedge Funds, Vol. 17, pp. 326-340, 2011
- [5] Geng Deng, Tim Husson, Craig McCann. *Valuation of Structured Products*. Journal of Alternative Investments, Vol. 16, No. 4, pp. 71-87, 2014
- [6] F. Black, M. Scholes. *The pricing of options and corporate liabilities*. Journal of Political Economy, Vol. 81 pp. 637–654, 1973.
- [7] P. Glasserman. *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*. Springer, 2003.
- [8] T. Bjork. *Arbitrage Theory in Continuous Time*. Oxford, second edition, 2008
- [9] S. Heston. *A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options*. Review of Financial Studies, Vol. 6 pp. 327–343, 1993.
- [10] Fredrik Hansson. *A pricing and performance study on auto-callable structured products*, 2012
- [11] Fries, C., Joshi, M. *Conditional Analytic Monte-Carlo Pricing Scheme of Auto-Callable Products*, 2008
- [12] Structured Retail Products (SRP): Database, News, Events
<https://structuredretailproducts.com>

- [13] European Structured Investment Products Association (EUSIPA)
<https://eusipa.org>
- [14] EUSIPA Derivatives Map
https://eusipa.org/wp-content/uploads/European_map_20200213_web.pdf
- [15] Bloomberg L. P., Bloomberg Terminal
<https://bloomberg.com>
- [16] BNP Paribas
<https://group.bnpparibas>
- [17] UBS
<https://www.ubs.com>
- [18] Национальная ассоциация участников фондового рынка (НАУФОР)
<https://naufor.ru>
- [19] СберБанк
https://sberbank.ru/ru/person/investments/sructur_notes
- [20] БКС Премьер
https://bcspremier.ru/investment/struct_product
- [21] ВТБ
<https://broker.vtb.ru/trade/products>
- [22] Центральный банк РФ
<https://cbr.ru>
- [23] Консультант Плюс
<http://consultant.ru>
- [24] Python
<https://python.org>,
<https://docs.python.org/3>

- [25] Numpy
<https://numpy.org>
- [26] А. В. Колесников, Лекции по теории вероятностей
<https://www.hse.ru/data/2011/03/16/1211437621/ProbTheory3mod.pdf>
- [27] Сравнительная таблица
https://docs.google.com/spreadsheets/d/1WwUf8_iMCUAj1PeY2h1vt5CkJcPDR5A56VWWF7aBSeQ/edit?usp=sharing
- [28] Таблица со структурными продуктами зарубежных эмитентов
<https://docs.google.com/spreadsheets/d/18knacVxfFYWbbvnx08k60R63JFBb196GamF9HAXsNU/edit?usp=sharing>
- [29] Сайт со ставками LIBOR
<https://global-rates.com/en/interest-rates/libor/libor.aspx>

Приложение

Ввиду того, что таблицы для работы имеют большую ширину, не предоставляется возможным их вставить в работу, поэтому будет ссылка на таблицу в сервисе Google Docs

- Исходный код
<https://github.com/tsarkov90/autocall.git>
- Таблица №1. Краткие характеристики структурных продуктов от зарубежных эмитентов
<https://clck.ru/V6z32>
- Таблица №2. Результаты работы модели
<https://clck.ru/V6z2m>