

ОТЗЫВ научного руководителя об аспирантской ВКР  
ЧЕРМНЫХ Александра Сергеевича  
"Кубические нормальные формы, их классификация и фазовые портреты."

Работа А. С. Чермных посвящена вопросам, связанным с классификацией двумерных однородных кубических систем ОДУ относительно линейных неособых замен переменных, в ходе которой в каждом классе эквивалентности согласно разработанным структурным и нормировочным принципам выделяется наиболее простая система или  $(2 \times 4)$  матрица, называемая канонической формой (КФ).

Подобная классификация актуальна как сама по себе, так и совершенно необходима для сведения двумерных систем с однородными кубическими многочленами в невозмущенной части к обобщенным нормальным формам (ОНФ) – наиболее простым системам, которые можно получить из исходной системы обратимыми заменами. Дело в том, что все возможные структуры ОНФ зависят исключительно от вида невозмущенной части и чем она проще, тем, естественно, больше шансов конструктивно выделить указанные структуры. Поэтому В.В.Басов в ряде работ с различными соавторами получал ОНФ систем с предварительно выделенными КФ в невозмущенных частях, имеющих линейно-квадратичную, линейно-кубическую, квадратично-кубическую, квадратичную и кубическую структуры.

Осуществление последней классификации, осуществляющейся для двумерных вещественных систем  $\dot{x} = P(x)$ , где  $P(x)$  – векторный однородный кубический многочлен, столкнулось с большими техническими трудностями как в связи объемом – выделилось около сотни КФ, так и в связи поставленной максимальной задачей – для каждой КФ в явном виде выписать: 1) условия на коэффициенты исходной кубической системы, при которых она линейно эквивалентна своей КФ, 2) линейную замену, осуществляющую эту эквивалентность, 3) получаемые значения элементов КФ.

Работа Чермных связана как с дополнением, уточнением или улучшением ряда результатов, полученных ранее при решении поставленной задачи, так и с применением созданной классификации для нахождения топологических инвариантов в круге Пуанкаре. При этом аспирантская ВКР является непосредственным продолжением бакалаврской и магистерской ВКР.

Аспирант разобрался в разработанной ранее теории, она в кратком виде приведена во Введении, и обновил пакет программ, написанных для ее практической реализации в системе Maple, улучшив некоторые из них и добавив ко всем подробные пояснения, позволяющие при желании использовать их любому пользователю.

Далее, аспирант в полном объеме решил поставленную выше максимальную задачу для случаев, когда правая часть системы имеет общий множитель второго или первого порядков, а в случае, когда общий множитель отсутствует, получил все важнейшие кубические нормальные формы, которые могут иметь реальное практическое применение. В полном объеме этот случай исследовать невозможно в связи с необходимостью решать алгебраические уравнения с параметрами высоких степеней.

Полученная классификация, в частности, позволила нарисовать топологические портреты траекторий в круге Пуанкаре для всех кубических нормальных форм, правые части которых имеют не более трех членов и не имеют общего множителя. Хочется отметить, что, если бы эта работа была продолжена и были бы рассмотрены нормальные формы при наличии общего множителя хотя бы с четырьмя членами в правой части, что, на мой взгляд, не представляется достаточно сложным, то этого бы хватило аспиранту для защиты кандидатской диссертации. Надеюсь, что недостающие результаты будут получены в ближайшее время.

А. С. Чермных работал самостоятельно, регулярно, аккуратно и вдумчиво, что позволило без обычной предзащитной спешки записать и проверить полученные результаты, что особенно важно, поскольку многие из них имеют табличный характер.

Считаю, что аспирантская ВКР А. С. Чермных заслуживает оценки отлично.

Научный руководитель  
канд. ф.-м. наук, доцент

/ В. В. Басов /