Отзыв научного руководителя
на выпускную квалификационную работу бакалавра

Операторы Теплица на пространстве Пэли-Винера

Петра Алексеевича Куликова

Выпускная квалификационная работа студента образовательной программы "Математика" Петра Алексеевича Куликова посвящена изучению свойств важного класса ограниченных операторов на пространстве Пэли-Винера целых функций конечного экспоненциального типа. Этот класс операторов является непрерывным аналогом конечных теплицевых матриц, его представители унитарно эквивалентны сверточным операторам Винера-Хопфа на отрезке вещественной оси.

В существующей литературе исследование операторов Теплица на пространстве Пэли-Винера ограничивается гильбертовым случаем, который подробно разбирается в статьях Р.Рохберга, В.Пеллера, М.Карлссона и др. В работе, выносимой на защиту, базовые результаты и техника классической статьи *R.Rochberg, Toeplitz and Hankel operators on the Paley-Wiener space, Integral Equations and Operator Theory, vol 10, pp 187–235 (1987)* перенесены на случай банахова пространства Пэли-Винера с произвольным показателем суммируемости $1 < p < \infty$. Основные трудности, возникающие на этом пути, заключаются в следующем:

- при $p \neq 2$ преобразование Фурье не является унитарным оператором в пространстве $L^p(\mathbb{R})$,
- при $p \neq 2$, $a > 0$, проектор на пространство Пэли-Винера PW_a^p перестает быть ортогональным,
- при $p \neq 2$, $q = p/(p-1)$, $a > 0$, отсутствует факторизационная теорема Рисса $PW_{2a}^1 \cap \{f : f \geqslant 0\} \subset PW_a^p \cdot PW_a^q$.

Основной результат работы заключается в двусторонней оценке нормы оператора Теплица в терминах L^∞-нормы одного из его символов. Как доказывает П.А.Куликов, константы, входящие в эту оценку, не зависят от рассматриваемого оператора и экспоненциального типа a функций из пространства PW_a^p, в котором он действует, а зависят лишь от показателя суммируемости p, причем явным образом. Доказательство основано на технике расщепления оператора на три части: аналитическую, тригонометрическую и антианалитическую. Адаптация этой техники, предложенной Р.Рохбергом в гильбертовом случае (при $p = 2$) уже представляет собой интересный результат. Он открывает возможность описания операторов Теплица из классов Шаттена-фон Неймана посредством изучения дискретных пространств Бесова, аналогично гильбертовому случаю. Другое интересное направление, продвижение в котором делают возможным результаты П.А.Куликова, состоит в доказательстве новых теорем о слабой факторизации целых функций конечного экспоненциального типа.

Таким образом, актуальность и научная значимость результатов работы, выносимой на защиту, не вызывают сомнений. Ее подготовка, включая разработку планов доказательств, их реализацию и записывание готовых результатов, потребовала несколько большего участия научного руководителя, чем следует для оценки "отлично". В связи с этим, предлагаю членам государственной экзаменационной комиссии учитывать при вынесении окончательной оценки качество самостоятельной работы Петра Алексеевича Куликова по итогам его выступления во время защиты, которое будет подготовлено им полностью самостоятельно.

Научный руководитель,
к. ф.-м. н.
доцент СПбГУ
научный сотрудник ПОМИ РАН
Роман Викторович Бессонов