

Отзыв на выпускную квалификационную работу
“Сложность приближения задач реберной модификации до графов без
порожденного фиксированного подграфа”

студента 2 курса магистратуры

01.04.01 Математика

Беловой Татьяны Сергеевны

Задачи модификации графов -- это большое семейство задач, в которых требуется произвести минимальное количество разрешенных изменений так, чтобы получить граф с определенными свойствами. Так, задачи о вершинном покрытии, хордальном дополнении, наибольшей клике и многие другие являются примерами таких задач. Татьяна в своей работе изучала подсемейство задач модификации графов, в котором разрешенные модификации -- это удаление, добавление ребер. При этом измененный граф не должен содержать в качестве порожденного подграфа граф H , где граф H заранее фиксирован. Изучению таких задач посвящено большое количество работ, много работ изучают эту задачу и с точки зрения параметризованных алгоритмов. Так, в 2009 году Кратч и Вольстрэм привели пример первого графа H , для которого задача H -free Edge Deletion (удаление ребер для получения графа без порожденных подграфов H) не допускает полиномиального ядра, если класс NP не содержится в классе $coNP/poly$. В 2013 году Цаи и Цаи существенно расширили данный результат и показали, что если H -- это достаточно большой путь/цикл или трехсвязный граф, то задача так же не допускает полиномиального ядра при тех же предположениях. Позже возник вопрос, влечет ли наличие полиномиального ядра наличие приближенного алгоритма с точностью $f(OPT)$, где f -- какой-то полином и наоборот. На данный вопрос был дан отрицательный ответ в общем случае в работе Джаннопулу и др. Но данная работа не отрицала наличие такой связи для задач удаления ребер до H -свободных графов. В 2016 году Близнац, Комоса, Пилипчук, Цыган показали, что результат Цаи и Цаи об отсутствии полиномиальных ядер может быть модифицирован для доказательства отсутствия приближенного алгоритма в предположении P не равно NP . Совсем недавно в 2020 году Маркс и Сандип предприняли попытку полностью классифицировать вопрос о существовании полиномиального ядра для H -free Edge Deletion/Completion/Editing задач. Им удалось свести ответ на этот вопрос к конечному числу графов H . Татьяна в своей работе предприняла попытку перенести данный результат для получения классификации H -free Edge Deletion/Completion/Editing задач с точки зрения наличия приближенных алгоритмов.

Татьяна успешно справилась с поставленной задачей, получив в целом аналогичный результат: для того чтобы завершить классификацию задач H -free Deletion/Completion/Editing по сложности приближения, остается показать неприближаемость задач для конечного числа графов H .

В отличие от работы Близнаца, Комоса, Пилипчука и Цыгана, в дипломной работе также рассмотрен случай одновременного удаления и добавления ребер, также Татьяна выявила некоторые неточности в определениях в упомянутой работе.

Существенным отличием от результата Маркса и Сандипа является наличие открытого вопроса о точном статусе неприближаемости задачи Min Horn Deletion. Так, известно, что задача H-free Edge Deletion не допускает полиномиального ядра, если H -- клика на n вершинах без одного ребра, но статус приближения этой задачи неизвестен, поскольку она является Min Horn Deletion полной задачей. По этой причине в работе Татьяне приходится вводить новый класс графов U и придумывать оригинальные методы для доказательства неприближаемости задачи H-free Edge Deletion для графов из класса U.

Для достижения результата была проделана объемная техническая работа. Несмотря на значимый размер текста дипломной работе, в нем практически отсутствуют опечатки. Работа написана понятным языком, и ее приятно читать. Потенциальным недостатком можно назвать введение некоторых определений существенно раньше их первого использования.

Поскольку работа вносит значимый вклад в понимание сложности приближения задач реберной модификации, считаю, что работа достойна оценки "отлично", а её автор заслуживает присвоения степени магистра.

«11» июня 2021 г.



Близнец Иван Анатольевич,

Санкт-Петербургский государственный университет,
Факультет математики и компьютерных наук,
доцент, кандидат физико-математических наук