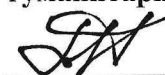


ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ
Профессор с возложенными
обязанностями заведующего
Кафедрой информационных
систем в искусстве и
гуманитарных науках

 (Борисов Н.В.)

“ 21 ” 05 2021 г.

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Направление 09.03.03 «Прикладная информатика»

Уровень Бакалавриат

Основная образовательная программа

«Прикладная информатика в области искусств и гуманитарных наук»

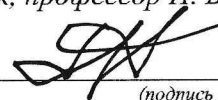
«Мультимедийные технологии при создании видеофильма «Фракталы»»

Студентки Бурматовой Кристины Андреевны



(подпись студента)

Руководитель Доктор физ.-мат. наук, профессор Н. В. Борисов



(подпись руководителя)

Консультанты: Ст. преп. Л. Л. Никитина, ст. преп. В. Е. Слободянюк,
кан. тех. наук, доцент И. А. Посов

Санкт-Петербург
2021

Оглавление

Оглавление	2
Определения	5
Введение.....	6
I. Цели и задачи жанра учебно-просветительских фильмов	7
I.1. Когнитивные законы восприятия сложного учебного материала.....	7
II. Поиск материалов и общее исследование темы “Фракталы”	9
II.1. Отбор и систематизация как методика фильма “Фракталы”	15
III. Разработка сценарного плана видеофильма «Фракталы».....	16
III.1. Концепция видеофильма.....	16
III.2. Понятие сценарного плана, его структура в жанре учебно-просветительского фильма.....	17
III.3. Написание сценарного плана.....	18
IV. Особенности создания дикторского текста для учебно-просветительского фильма.....	19
IV.1. Запись дикторского текста.....	19
V. Создание учебно-практических эпизодов видеофильма.....	23
V.1. Обзор и мотивация выбора технологий визуализации фракталов в эпизодах	27
V.1.1. Inkscape	30
V.1.2. GeoGebra	35
V.2. Видеозапись материала для эпизодов.....	40
VI. Создание режиссёрского сценария и раскадровок	42
VI.1. Поиск и отбор, обработка архивных фото- и видеоматериалов	44
VII. Постпродакшн учебно-просветительского видеофильма “Фракталы”	45
VII.1. Монтаж фильма в комплексных компьютерных технологиях мультимедиа	45
VII.2. Сведение и цифровой мастеринг видеофильма “Фракталы”	46
Заключение	47
Использованные источники	48

Приложение А	50
Иллюстрации фракталов	50
Приложение Б	52
Эпизодник	52
Приложение В.....	54
Дикторский текст	54
Приложение Г	62
Сценарный план	62

АННОТАЦИЯ
выпускной квалификационной работы

Бурматовой Кристины Андреевны

«Мультимедийные технологии при создании видеофильма «Фракталы»»

Цель данной работы: создание учебно-просветительского видеофильма «Фракталы».

Отчёт состоит из семи глав. В первой главе описываются особенности создания фильмов учебно-просветительского жанра, во второй — исследование темы фильма, в третьей — создание сценарного плана, в четвёртой — создание дикторского текста, в пятой — разработка учебно-практических эпизодов, в шестой — режиссёрского сценария и раскадровок, в седьмой — постпродакшн.

Результаты работы: видеофильм "Фракталы", дающий зрителю общее представление о фракталах и их месте в окружающем нас мире. Часть фильма демонстрирует способы создания и визуализации некоторых фракталов, предлагая возможность самостоятельного прикладного исследования. Особое значение в видеофильме имеет научно-философский взгляд на место парадигмы фрактальной геометрии в науке и искусствах. Различные этапы создания фильма реализованы с помощью мультимедийных технологий.

В процессе работы использовались программные средства: Adobe Premiere Pro, Adobe After Effects, Adobe Photoshop, Adobe Media Encoder, REAPER, FastStone Capture, Inkspace, GeoGebra.

Отчёт 76 с., 7 гл., 39 рис., 14 источников, 4 прил.

Ключевые слова: МУЛЬТИМЕДИА, ФРАКТАЛ, УЧЕБНО-ПРОСВЕТИТЕЛЬСКИЙ ВИДЕОФИЛЬМ, ДИКТОРСКИЙ ТЕКСТ, СЦЕНАРИЙ, МОНТАЖ

Автор работы _____
подпись (фамилия, имя, отчество)

Руководитель работы _____
подпись (фамилия, имя, отчество)

Определения

В настоящем отчёте о выпускной квалификационной работе применяют следующие термины с соответствующими определениями.

Фрактал. Термин ввёл Бенуа Мандельброт, взяв за основу латинское причастие *fractus* — дроблённый, сломанный, разбитый, и соответствующий глагол *frangere* — ломать, разламывать, т.е. создавать фрагменты неправильной формы. В своих работах Б. Мандельброт определил термин далеко не сразу, и в целом в течение своей исследовательской деятельности предлагал разные варианты и говорил, что стоит использовать определение, подходящее каждому частному случаю [1]. Поэтому я представляю ряд определений здесь и ряд иллюстраций в приложении А для создания представления об этом термине. Фракталом называется множество, размерность Хаусдорфа-Безиковича для которого строго больше его топологической размерности. Любое множество с нецелым значением фрактальной размерности или размерности Хаусдорфа-Безиковича является фракталом. Фрактальные фигуры стремятся к масштабной инвариантности — состоянию, в котором степень их неправильности и/или фрагментации неизменна во всех масштабах. Фрактал является самоподобным или приближённо самоподобным.

Учебно-просветительский жанр фильма не требует глубокого погружения в математическую теорию, но показывает необходимость использования более широкого определения понятия «фрактал» для полного представления темы и её значимости для массового зрителя. Например, в таком случае можно называть природным фракталом естественную структуру, которая с той или иной целью может быть представлена в виде фрактального множества (например, броуновское движение).

Введение

Учебная программа направления “Прикладная информатика в области искусств и гуманитарных наук” СПбГУ предлагает студентам вариативную дисциплину “Фрактальная геометрия природы” под руководством Борисова Николая Валентиновича и Слободянюк Веры Евгеньевны. Хотя в сети Интернет и существует на данный момент довольно много ресурсов о фракталах в виде книг, статей, видео и т.д., часто они фокусируются на определённом концепте, небольшой части науки, не давая представления о сфере науки в целом. Таким образом, актуально и полезно создание фильма, который бы был вступлением к этой дисциплине, знакомил студентов (и других зрителей) с темой «Фракталы» и рассказывал, что такое фрактальная геометрия природы и какое значение для нас она имеет, побуждал к изучению её теории и практики. Отдельно можно выделить то, что было решено разработать для видеофильма практические учебные эпизоды с целью дополнения программы дисциплины.

Целью дипломной работы стало создание учебно-просветительского видеофильма «Фракталы». Для выполнения цели потребовалось решить задачи исследования темы и создания визуального решения фильма, а также создания практических учебных эпизодов фильма. Цель и задачи реализованы с помощью мультимедийных технологий.

I. Цели и задачи жанра учебно-просветительских фильмов

Учебно-просветительский фильм можно определить как фильм, снятый по заранее разработанному литературному сценарию и решающий учебно-методическим путём ряд задач по изучению и популяризации научных явлений и науки для массового зрителя.

На данный момент учебно-просветительское кино — одна из более востребованных областей видеопроизводства. Значение научной коммуникации трудно переоценить во времена, когда обилие информации (правдивой или нет) доступно каждому человеку в пару касаний на смартфоне.

Цель фильма — передать знание о достижениях науки в широкие массы людей. Учебно-просветительское кино должно быть информативно и наглядно, выражать значимость открытий для нас сейчас и в будущем на доступном зрителю языке. Эти задачи решаются сопровождением видеоряда методически созданной закадровой речью; презентацией информации с учётом законов восприятия человека.

I.1. Когнитивные законы восприятия сложного учебного материала

Чтобы восприятие учебного материала, а впоследствии и понимание, были достигнуты, представленная информация должна структурирована и целостна, её элементы и их подача должны быть продуманы в соответствии с методикой учебного процесса [2].

Почти 90 процентов информации, поступающей человеку в мозг, поступает через его зрение [3], но лучшее восприятие и запоминание

складывается при задействовании нескольких органов чувств: в случае фильмов это зрение и слух [4].

Каждый человек имеет свой способ, с помощью которого он лучше воспринимает информацию. Кто-то при запоминании и вспоминании мыслит визуально, кто-то представляет слова и предложения (мыслит аудиально), кто-то лучше усваивает информацию, если может использовать её при выполнении практического задания. «Сочетание визуального образа, текста, устного пояснения ... подводит студента к стереоскопичности восприятия...» [2], что значит большее количество зрителей в более полной мере усвоят информацию при просмотре фильмов, которые как раз имеют одновременно звуковую и визуальную составляющие. Особенно визуальная составляющая важна для темы «фракталы», потому что их невозможно изучать без иллюстраций и других визуализаций [5].

Другая важная составляющая процесса восприятия учебного материала — поддержание направления внимания зрителя на информацию, его сфокусированность [3]. В учебно-просветительских фильмах динамичность информации в виде кусочков видео, анимаций, фотографий и текста помогают добиться этих целей. Также для вовлечения зрителя в процесс обучения полезным может оказаться призыв выполнить какое-либо действие (например, построить фрактал). Ещё одно достоинство фильмов — возможность большего эмоционального воздействия, например, с помощью музыки, что также играет роль в поддержании сфокусированности зрителя на материале.

II. Поиск материалов и общее исследование темы “Фракталы”

Первым этапом создания учебно-просветительского фильма является исследование его темы. Отправной точкой в данном случае послужила рабочая программа учебной дисциплины «Фрактальная геометрия природы» и все её доступные нам материалы, а именно: презентации и другие материалы учебной дисциплины в системе BlackBoard, а также книга из дополнительной литературы к занятиям — Сергей Деменок «Просто фрактал». Они впоследствии помогли в отборе и систематизации информации для представления в видеофильме: что следует представить, а что можно опустить для дальнейшего изучения.

2.2. Структура и содержание учебных занятий

	Наименование разделов	Темы	Объемы выделяемого времени (час)	
Модуль 1 (3 семестр обучения)				
СЗ	Тема 1. Введение.	Темы 1-6	лекции	24
	Тема 2. Регулярные фракталы.		практические занятия	24

	Тема 3. Размерности множеств.		сам. работа в присутствии преподавателя	12
	Тема 4. Спирали, деревья, звезды.			
	Тема 5. Программирование фракталов.		сам. раб с методическими материалами	47
	Тема 6. Итерации линейных систем.			
	Тема 7. Случайность во фракталах.			
	Тема 8. Одномерные комплексные отображения.			
	Тема 9. Фракталы Жюлиа и Мандельброта.			
	Тема 10. Фракталы и информатике.			
	Тема 11. Фракталы в природе.			
	Тема 12. Фракталы в искусстве.			

Рисунок 1 — Фрагмент рабочей программы учебной дисциплины «Фрактальная геометрия природы»

The screenshot shows a BlackBoard course page titled "Материалы к занятиям" (Materials for lessons). On the left is a navigation menu with the following items: "Фрактальная геометрия природы (Bachelor program, 2018-2019)", "Начальная страница", "Преподаватели", "Аннотация", "Содержание курса", "Материалы к занятиям", "Тесты", "Практические задания", "Контрольные работы", "Опрос студентов", "Вопросы к зачету", and "Справка". The main content area is titled "Материалы к занятиям" and contains four entries, each with a folder icon and a link:

- [Красота фракталов. История фракталов. Расчет береговой линии](#)
- [Фракталы в искусстве](#)
- [Классификация фракталов. Пыль Кантора](#)
- [Самоподобные фракталы](#)
Кривая Коха, Снежинка Коха, Салфетка Серпинского, Паутина Серпинского, Губка Менгера, Кривая Пеано

Below the fourth entry, there is a list of fractals: "Лента Минковского, Кривая Гильберта, Кривая Госпера, фрактал линия дракона Хартера-Хейтуэя, фрактал Дерево Пифагора, обобщенный фрактал Пифагора, фрактал Леви, фрактал Аполлона".

Рисунок 2 — Страница учебной дисциплины “Фрактальная геометрия природы” в системе BlackBoard

The slide is from a presentation titled "Фрактальная геометрия природы" (Fractal Geometry of Nature) and "Фракталы в искусстве" (Fractals in Art). It features the logo of Saint-Petersburg State University (SPBU) and the website "www.spbu.ru". The main image is a photograph of a dense, textured surface, likely a piece of art or a natural formation, showing complex, self-similar patterns. To the right of the image, the text reads:

Джексон Поллок 1947 год использовал ритм своего тела и позволял краске ритмично капать на холст

At the bottom left of the slide, the website "spbu.ru" is displayed.

Рисунок 3 — Слайд одной из презентаций учебной дисциплины “Фрактальная геометрия природы”

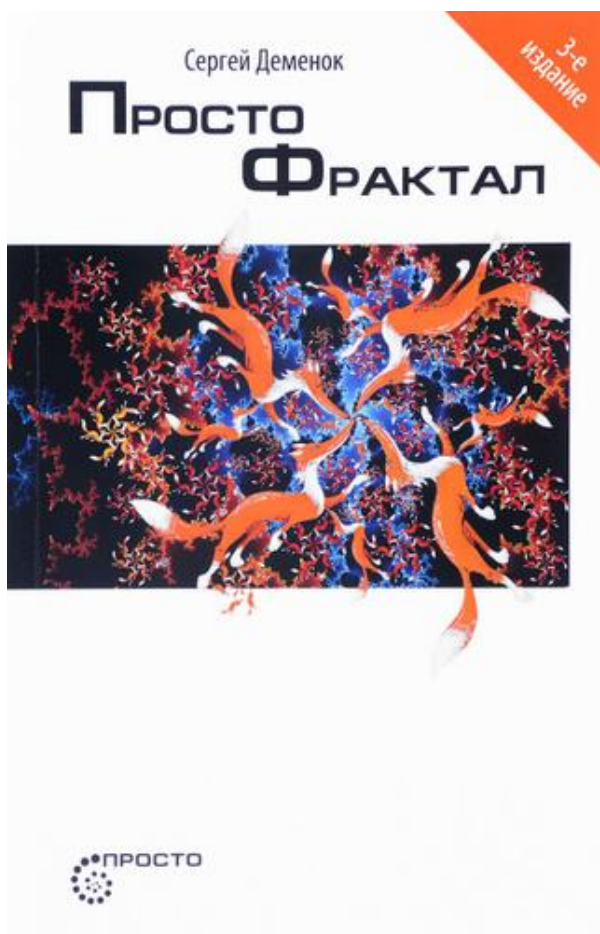


Рисунок 4 — Лицевая обложка книги «Просто фрактал» с изображением фрактала

Затем большое время было уделено на поиск и изучение информации о фракталах, доступной в интернете: книги, статьи, различные фильмы, лекции и другие видео. Всё стало предметом изучения: история фрактальной геометрии и персоны, в ней участвовавшие, множество различных фракталов и способы их построения, способы использования фрактальной геометрии и фрактального анализа в большом количестве научных сфер, связь фракталов с искусством и касающиеся фрактальной геометрии области исследования такие, как, например, теория хаоса.

Из текстовых источников информации можно выделить статью Holly Trochet (University of St Andrews) «A History of Fractal Geometry», а также книги Przemyslaw Prusinkiewicz, Aristid Lindenmayer «The Algorithmic

Beauty of Plants» и М. И. Б. Басса «Новый взгляд на мир. Фрактальная геометрия».



Рисунок 5 — Лицевые обложки книг «The Algorithmic Beauty of Plants», на которой изображены алгоритмически созданные цветы, и «Новый взгляд на мир. Фрактальная геометрия»

Но невозможно узнать что-то о фракталах, не узнав имя Бенуа Мандельброта (фр. Benoît B. Mandelbrot) — создателя фрактальной геометрии. В исследовании темы фракталов большое внимание было обращено на его интервью, выступления и лекции в видеоформате.



Рисунок 6 — Бенуа Мандельброт

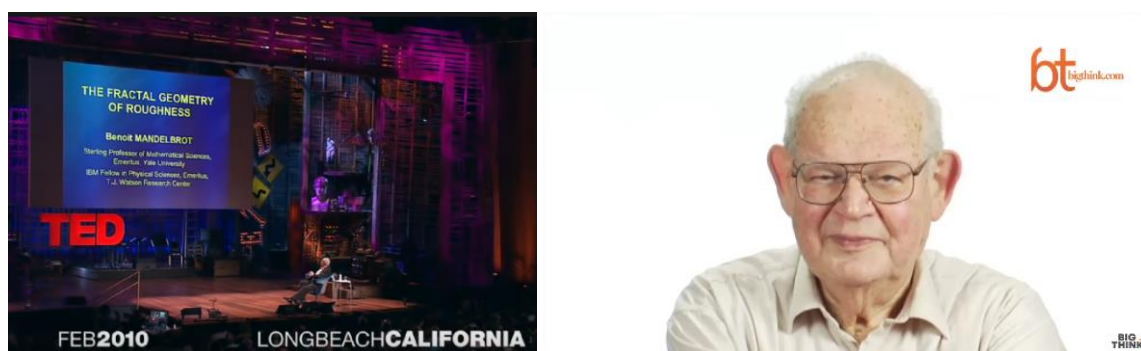


Рисунок 7 — Скриншоты из выступления и интервью Бенуа Мандельброта

Чтобы приблизиться именно к его видению фрактальной геометрии, её значения, была изучена, среди прочих, его работа “Фрактальная геометрия природы”. Само эссе, хотя оно и имеет строгую математическую часть, можно считать в некоторой степени популяризаторским; общий стиль выдержан в неформальном ключе, и структура работы такова, что мысли и идеи Б. Мандельброта доступны широкому кругу читателей. Эта книга— научное эссе—сборник прецедентов-манифест "...открывает изумлённому взгляду совершенно новый мир пластичной красоты" [5]. Так как изучение фракталов по своей сути не представляется без изобразительной

составляющей, работа имеет множество иллюстраций, которые, по словам Б. Мандельброта, «...незаменимы при поиске новых концепций и создании новых теорий». Основной приём этой работы: приведение примеров природных фракталов, рассматриваемых на фоне математических, которые пусть и приближённо, но могут служить моделями рассматриваемых феноменов; таким образом, даётся возможность изучать явления, ранее представлявшиеся трудными для моделирования с помощью евклидовой геометрии. В работе присутствуют отступления с историями из жизни автора, ссылки на множество учёных, деятелей и мыслителей и их работы, раскрывающие мысль о текущем предмете разговора и интересные любому читателю.

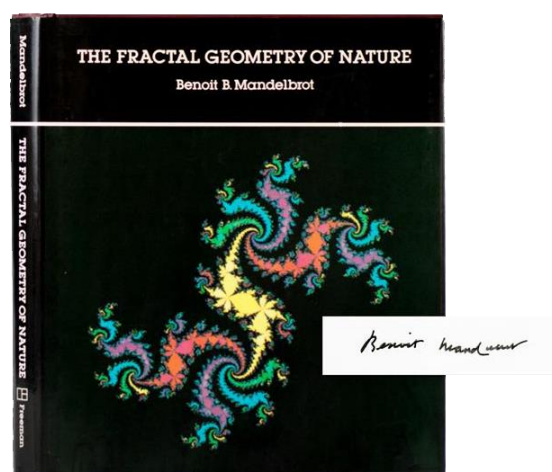


Рисунок 8 — Лицевые обложки разных изданий книги «Фрактальная геометрия природы» с изображениями фракталов

II.1. Отбор и систематизация как методика фильма “Фракталы”

Тема фракталов сложна и обширна, было бы очень сложно самостоятельно создать визуальное решение фильма, поэтому из огромного количества материала, в том числе визуальной информации, было отобрано нужное с точки зрения методики.

Методика — это:

- «1. Совокупность методов, приемов практического выполнения чего-либо.
2. Учение о методах преподавания той или иной науки.» [6]

Иными словами, в процессе исследования темы составлялась «библиотека» информации, систематизированной по категориям: что относится к истории фрактальной геометрии, какие фракталы относятся к каким категориям, различные методы построения фракталов и так далее.

На этом этапе стали явны «темы», о которых можно говорить, рассказывая о фрактальной геометрии. Впоследствии из этих тем с учётом рабочей программы учебной дисциплины «Фрактальная геометрия природы» был создан сценарный план, в соответствии с которым для дальнейшего создания фильма «библиотека» расширялась.

III. Разработка сценарного плана видеофильма «Фракталы»

Так как понятие учебно-просветительского видеофильма включает в себя в первую очередь психологию восприятия сложной научной темы, при его создании методика и её структура должны лежать в основе его драматургического, информационного и сценарного строя. Важно решить, какую информацию можно опустить, а какая необходима, в каком порядке представлять темы и как осуществлять между ними переход для сохранения повествовательной логики и хорошего восприятия информации.

Научная теория фракталов обширна, тема визуально и информационно сложна и требует представления в увлекательной форме. Было бы очень трудно кратко, ясно и исчерпывающе её изложить, не составив сценарный план.

III.1. Концепция видеофильма

Чтобы написать сценарный план, нужно определиться с тем, *какой* будет видеофильм. Каким способом будет представляться информация с точки зрения звука, с визуальной стороны? Какие идеи ключевые? Какие ресурсы есть на производство? На все эти вопросы были найдены ответы.

Видеофильм "Фракталы" даёт зрителю общее представление о фракталах и их месте в окружающем нас мире. Особое значение в видеофильме имеет научно-философский взгляд на место парадигмы фрактальной геометрии в науке и искусствах. Учебно-просветительский жанр предполагает массового зрителя (в данном случае студент первого курса, скорее всего не знакомый с фракталами), а поэтому и малое

количество теории, знакомой только ограниченному ряду специалистов. Такие условия требуют глубокого понимания темы, чтобы была возможность представить понятия и концепты доступным способом для данной аудитории с помощью сравнений, примеров, иллюстраций и других приёмов.

Видеофильм представляет собой «рассказ», прочитанный методом закадрового текста, тогда как сопровождающая его визуальная часть — технологически составленный видеоряд из видео, фотографий, иллюстраций, текстовых элементов и, по необходимости, анимаций, поддерживающих текст и раскрывающих неотъемлемую изобразительную часть фрактальной геометрии.

III.2. Понятие сценарного плана, его структура в жанре учебно-просветительского фильма

«Сценарий (ит. *scenario*, от лат. *scaena (scena)* — сцена) — предметно-изобразительная и композиционная основа сценического представления или фильма в кратком суммирующем изложении либо в тщательной детализации.» [7]

В сценарном плане излагается последовательность действий и событий, происходящих в фильме. Жанровая специфика видеофильма «Фракталы» предполагает, что эта последовательность должна представлять собой эпизоды о темах-аспектах изучаемой предметной области. Для увлекательной подачи сложной математической темы необходимо было обратить большое внимание на то, какая информация полезна для передачи основной мысли, а какая только усложняла бы восприятие зрителю.

Трудная задача при создании данного учебно-просветительского фильма заключалась в следующем: с одной стороны фильм должен быть понятен без предварительной подготовки к теме, а с другой стороны должен содержать в себе учебный материал по созданию некоторых фракталов. Поэтому было решено разместить его в часть фильма, следующую после общепознавательного материала, после того как зритель уже ознакомлен с основными понятиями о фракталах, и способен воспринимать информацию о том, как они могут реализоваться практически.

Учебно-просветительский фильм и его структура всегда имеют методическую основу. Это не видеолекция, и поэтому в фильме присутствуют как научные отрывки, так и более эмоциональные сцены, все выстроенные в логической связи изложения материала.

III.3. Написание сценарного плана

Полученное в процессе его исследования представление о предмете видеофильма позволило выделить список тем для рассказа, которые стали основой для сценарного плана. Ориентировочная длина видеофильма – 24 минуты, что достаточно много с учётом его учебно-просветительского жанра, поэтому эпизодов должно быть достаточное количество.

При написании сценарного плана часть тем из ранее выбранных были более удачно сформулированы и стали названиями эпизодов. При этом были учтены материалы дисциплины “Фрактальная геометрия природы”. Было решено, сколько и каких эпизодов будет в структуре фильма, в каком порядке. Всего эпизодов было выделено 14. Для каждого эпизода затем было описано, что о чём в нём будет рассказываться — был создан эпизодник. Он приведён в приложении Б.

IV. Особенности создания дикторского текста для учебно-просветительского фильма

Отталкиваясь от эпизодника, был написан дикторский текст – «рассказ», который звучит на протяжении всего фильма и является основным методом представления информации зрителю. Длина текста рассчитывалась из ориентировочной длины видеофильма: на секунду два слова. Текст в фильме с такой большой степенью нагруженности информацией должен хорошо восприниматься на слух; он по возможности писался простым, доступным языком, большое внимание было обращено на логику повествования.

При написании текста учебных практических эпизодов необходимо было обратить внимание на то, что между фразами может быть довольно продолжительная пауза, пока на экране происходит построение фрактала. Дикторский текст приведён в приложении В.

IV.1. Запись дикторского текста

Так как дикторский текст является основой всего фильма, на него было обращено большое внимание — запись была произведена, а позже обработана, профессионально. Было принято решение, что в фильме будет звучать голос автора данной выпускной квалификационной работы.

Но перед тем, как записывать текст, необходимо его подготовить, чтобы он способствовал хорошему чтению и звучанию. Текст был разделён на блоки, которые будут прочитываться отдельно друг от друга; один блок не может быть на двух разных страницах, чтобы посередине фразы не

приходилось их перелистывать. Внутри каждого блока текст разнесён на разные строки — между ними находятся небольшие паузы чтения. Жирным выделяются слова, несущие главный смысл фразы — при её произношении на них должен быть сделан акцент.

1.

Что
общего
между деревьями,
линией берега,
звёздами в космосе
и лёгкими человека?

**Все они
имеют фрактальную структуру.**

Фракталами
можно назвать фигуры,
которые **в любом масштабе**
сохраняют
сложность своей структуры.

Они заключают в себе
одновременно **простоту и сложность.**

Их бесконечно повторяющиеся узоры
завораживают.

НО
какое значение
они имеют для нас?

Рисунок 9 — Отрывок из документа, подготовленного для записи
чтения

Обстановка для записи должна максимально способствовать тишине, не иметь эха; в нашем случае ей стало помещение аудитории.

Перед записью диктору важно подготовить голос — иметь горячую воду, выполнять упражнения, способствующие чёткости речи.

Во время записи текста диктору и звуковому режиссёру необходимо следить за тем, чтобы на голос не накладывались шумы (такие как шелест бумаги); слова должны быть произнесены максимально чётко и ровно, не слишком быстро.

Для записи был использован микрофон Schoeps: предусилитель CMC 6, капсула кардиооида МК 4, поп фильтр; звуковой интерфейс Digidesign MBox 2 и программная среда для аудио производства, записи и аудио инженеринга REAPER.

Для дальнейшей работы записи были нормализованы по стандартам громкости и подчищены — были вырезаны все неудачные попытки и лишние звуки.



Рисунок 10 — Запись дикторского текста

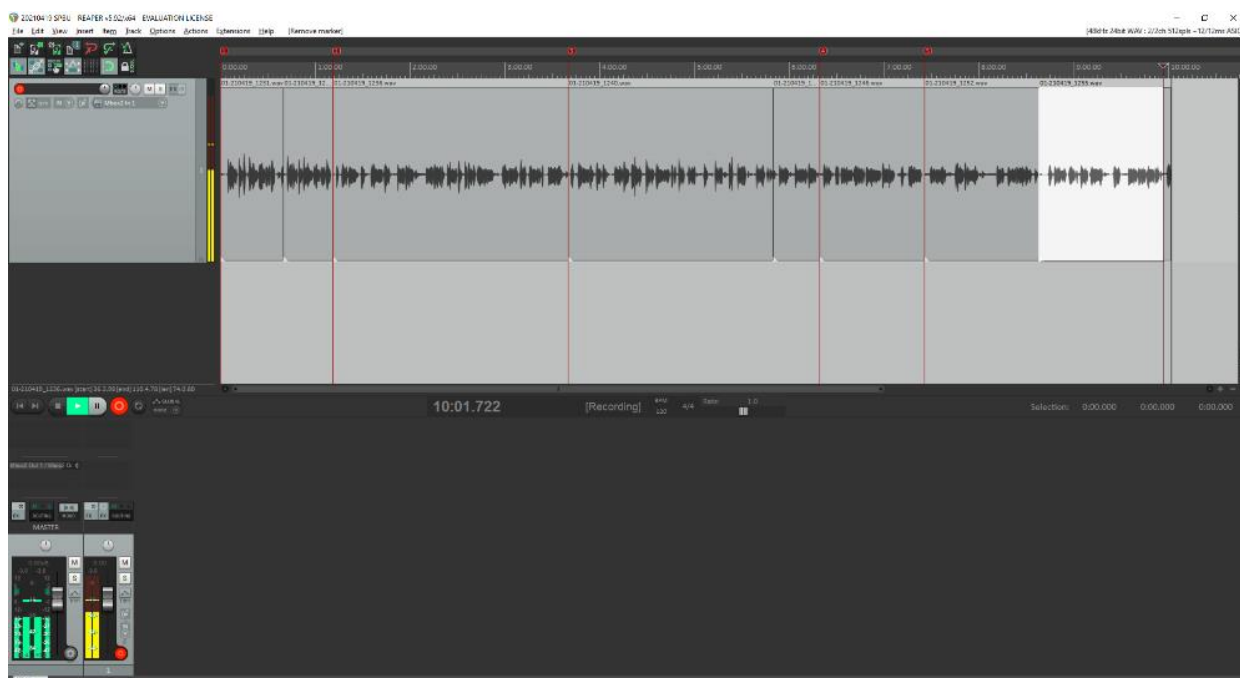


Рисунок 11 — Интерфейс программы REAPER во время записи.
Маркеры с номерами отмечают номера эпизодов



Рисунок 12 — Предусилитель CMC 6, капсула кардиоида МК 4,
звуковой интерфейс Digidesign MBox 2

V. Создание учебно-практических эпизодов видеофильма

Для видеофильма отдельно были разработаны материалы для визуальной составляющей практических учебных эпизодов.

Треугольник Серпинского, или «салфетка» Серпинского, был выбран как один из фракталов для представления по ряду причин. Это один из двумерных аналогов множества Кантора, раннего примера фрактала, описанного в 1883 году Георгом Кантором ещё до того, как были определены понятия самоподобия (в 1905) и фрактала (в 1975) [8]. Канторово множество можно получить, удалив из единичного отрезка среднюю треть, затем удалив среднюю треть оставшихся двух отрезков, затем четырёх и так далее. Оно самоподобно - если взять и увеличить какую-то часть множества, то можно снова получить всё множество. По такому же алгоритму можно построить треугольник Серпинского итеративным методом: за основу берётся равносторонний треугольник, и удаляется треугольник, полученный соединением отрезками середин сторон. То же действие производится с полученными тремя треугольниками и так далее. Треугольник Серпинского самоподобен и состоит из трёх точных копий самого себя, уменьшенных в два раза [9].

Представляет интерес то, что тот же итеративный метод можно применить на квадрат, получив ковёр Серпинского, а также к трёхмерным фигурам, получив пирамиду Серпинского и губку Менгера. Таким образом, представление зрителю одного алгоритма построения треугольника даёт ему возможность исследовать несколько фракталов.

Другая причина выбора треугольника Серпинского – возможность его построения несколькими способами, что тоже представляет интерес, так как

позволяет ссылаться на него из других частей фильма и проводить аналогии с другими фракталами, использующими те же методы построения.

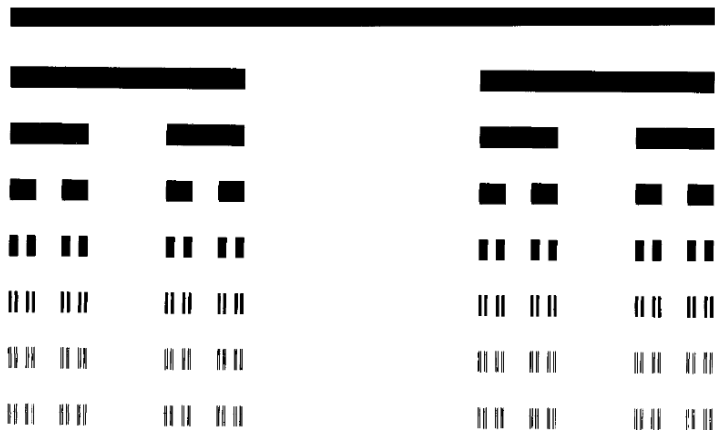


Рисунок 13 — Множество Кантора

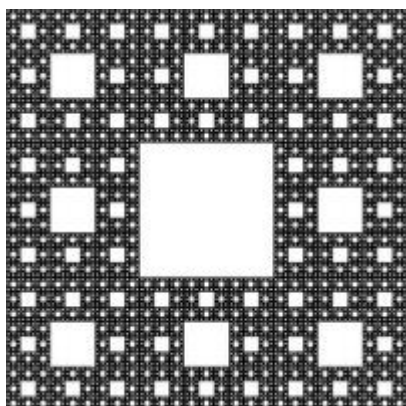


Рисунок 14 — Ковёр Серпинского

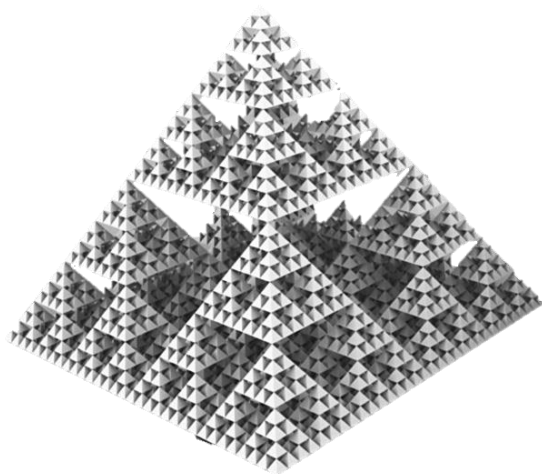


Рисунок 15 — Пирамида Серпинского

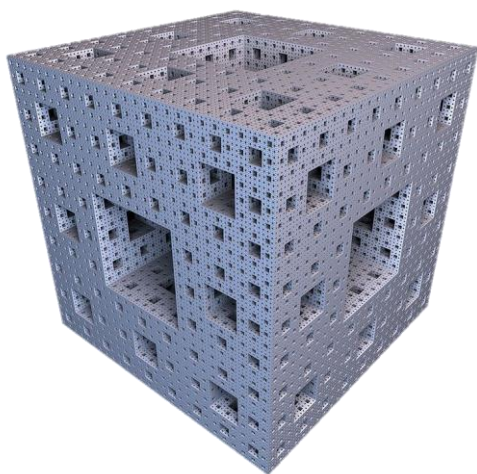


Рисунок 16 — Губка Менгера

Дракон Хартера-Хейтуэя был выбран для визуализации по нескольким причинам: интересное название, возможность замостить часть плоскости этой фрактальной фигурой, а также то, что, хоть «дракон» и имеет несколько способов своего построения, как треугольник Серпинского, его построение происходит в виде манипуляций с отрезками, а не двумерными фигурами.

Существует также интересный и оригинальный способ построения первых итераций «дракона» с помощью всего лишь листа бумаги. Для этого нужно взять длинную и тонкую полоску бумаги и сложить её несколько раз пополам в одном направлении, а затем развернуть её, образовав на сгибах прямой угол [10].

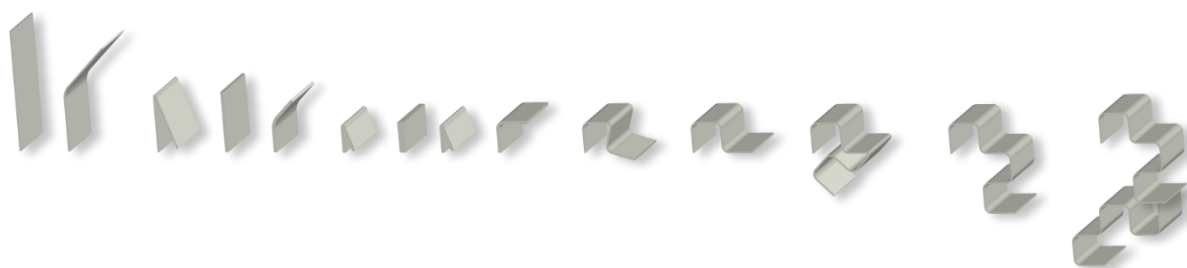


Рисунок 17 — Иллюстрация построения дракона Хартера-Хейтуэя с помощью бумаги

Неудивительно, что **множество Мандельброта** было выбрано для визуализации. Это один из самых известных массовой публике фракталов, изображение которого стало знаковым после популяризации фрактальной геометрии благодаря работам Бенуа Мандельброта.

Множество Мандельброта очень интересно своими свойствами: от возможности часами исследовать цветные структуры разных его координат и тесной связи с множеством Жюлиа до скрытых в его структуре чисел Фибоначчи.

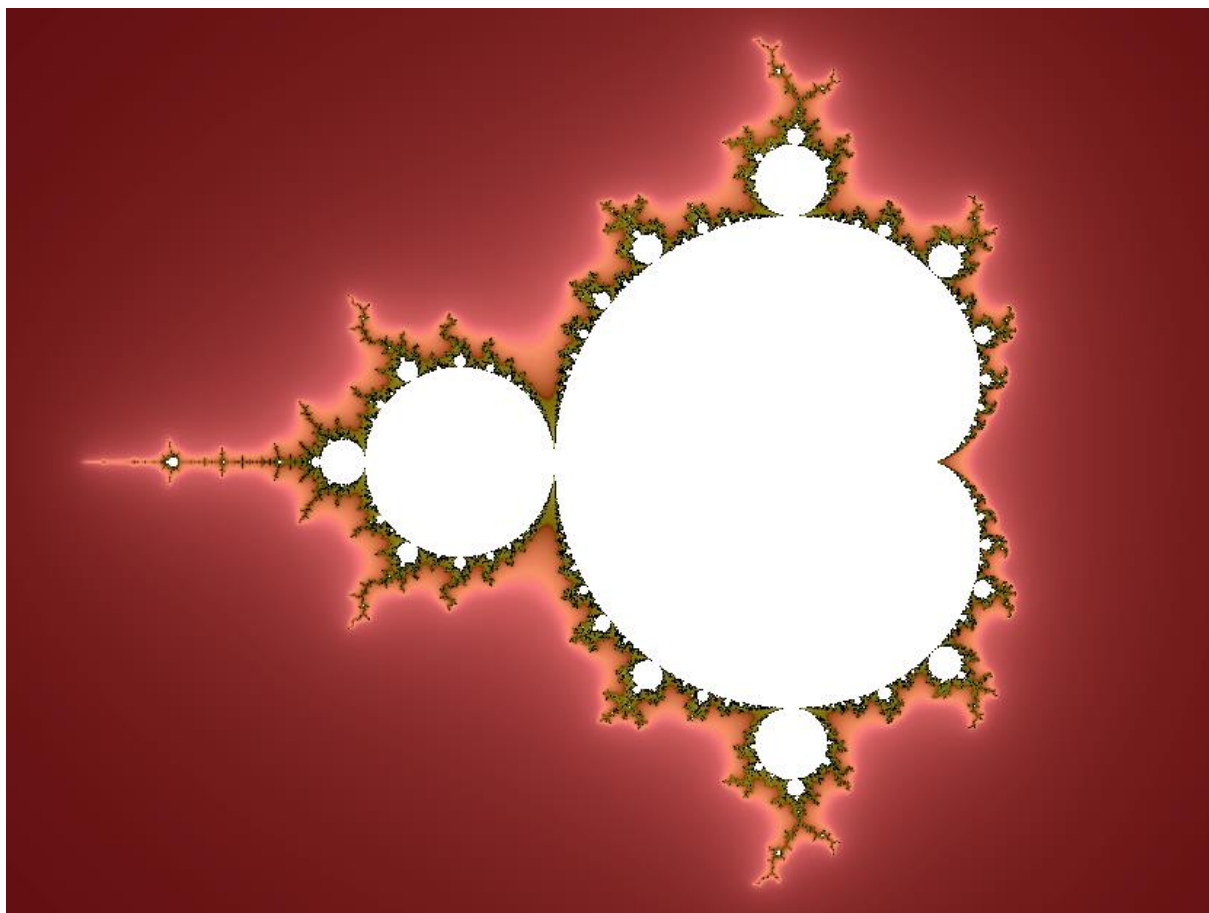


Рисунок 18 — Множество, или фрактал, Мандельброта

V.1. Обзор и мотивация выбора технологий визуализации фракталов в эпизодах

Фракталы особенны и интересны тем, что с помощью довольно простых алгоритмов и формул можно получить завораживающие своей красотой картины. Возможно это благодаря итеративности процесса их построения, и после того, как компьютеры дали нам возможность легко осуществлять множество повторений, нужных для визуализации фракталов, а работы Бенуа Мандельброта познакомили с ними широкую публику, было создано множество способов и инструментов для их построения. В то время как существуют сложные программы с множеством настроек, доступных для исследования пользователем, первые шаги построения многих фракталов можно совершить с помощью лишь листа бумаги и карандаша.

Вместо бумаги и карандаша для построения фракталов можно использовать различные графические редакторы. Возможности построения определённых фигур (треугольники, квадраты), выделения, удаления элементов, копирования, поворота, перемещения, масштабирования и другие позволяют легко создавать намного более детализированные изображения.



Рисунок 19 — Иконки графических редакторов (слева направо): Adobe Photoshop, GIMP, CorelDRAW, Adobe Illustrator

Также существует большое количество программ-генераторов фракталов, некоторые из которых могут быть установлены на компьютер, другие доступны в браузере. Большинство из них предлагает возможность каким-либо образом настраивать отображаемый фрактал: выбрать тип, цветовую палитру, изменить какие-то другие характеристики.

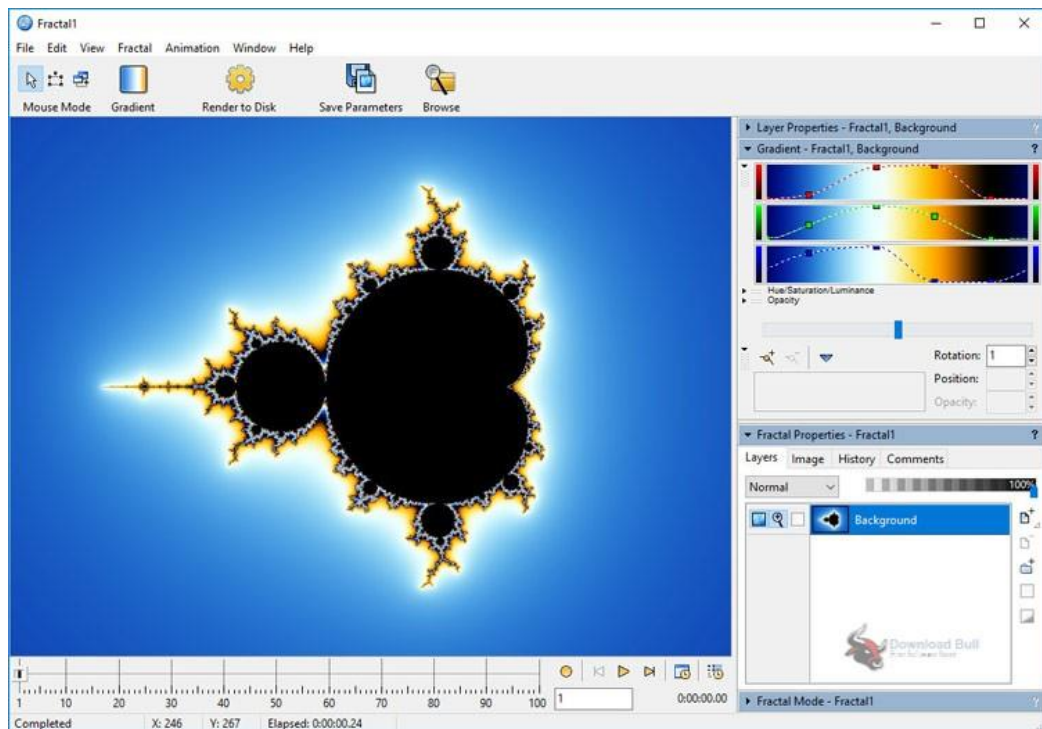


Рисунок 20 — Интерфейс программы Ultra Fractal 6

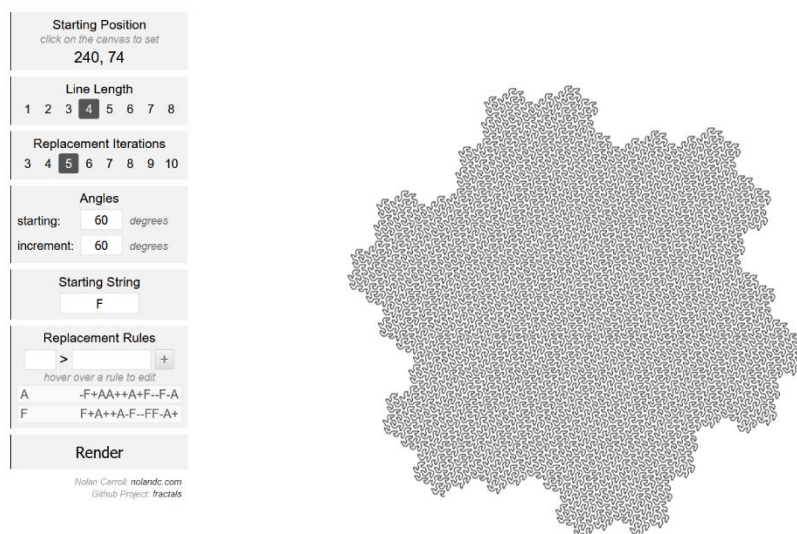


Рисунок 21 — Онлайн-генератор L-систем [11]

Программы генерации 3д фракталов, такие, как Mandelbulber, даже предоставляют возможность перемещения камеры, позволяя пользователю «летать» внутри фрактала, а также выбирать текстуры и другие настройки отображения модели.

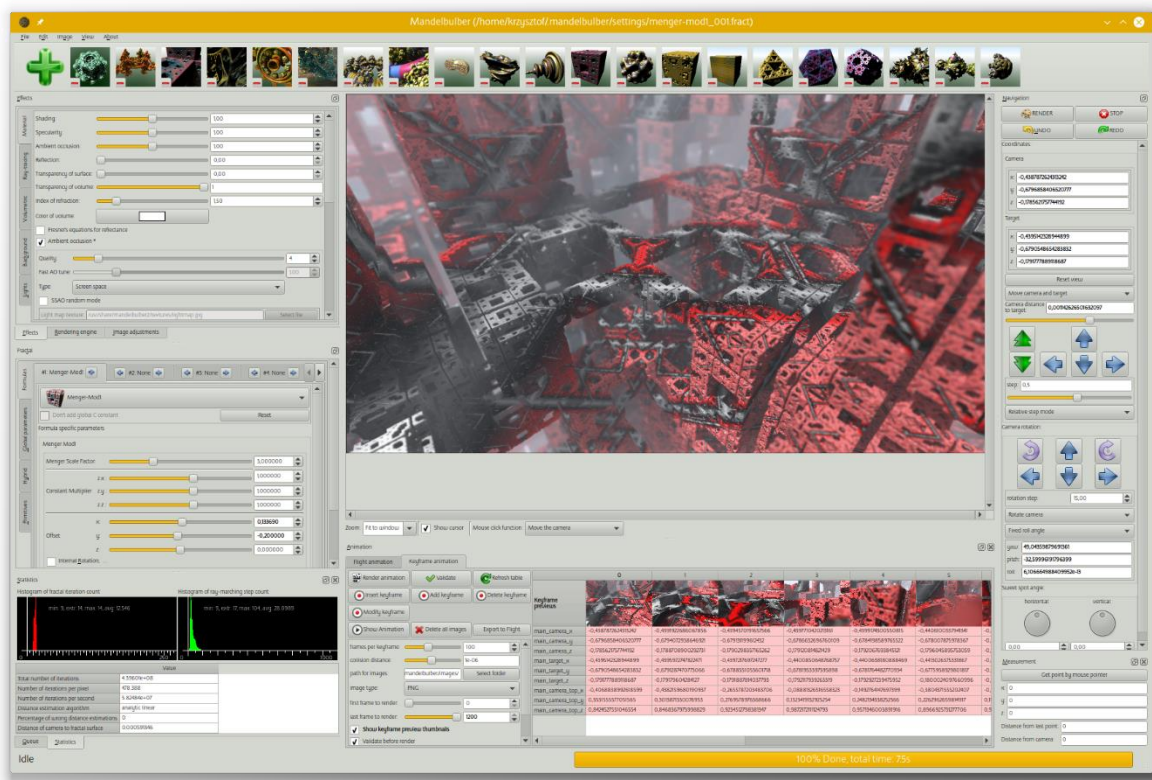


Рисунок 22 — Интерфейс программы Mandelbulber

Конечно же, все эти программы были сначала созданы их авторами, поэтому ещё один способ нарисовать фрактал – это запрограммировать его самостоятельно на одном из языков, поддерживающих возможность работы с графикой.

V.1.1. Inkscape



Рисунок 23 — Иконка программы Inkscape

Для визуализации геометрических фракталов (треугольник Серпинского и дракона Хартера-Хейтуэя) был выбран графический редактор Inkscape. Он бесплатен и прост в освоении, что значит, что зритель в будущем сможет легко повторить увиденное в фильме. Немаловажен тот факт, что графический редактор именно векторный – при увеличении масштаба полученного фрактала для рассмотрения деталей не будет теряться качество изображения. Также именно в нём есть «притяжение» элементов друг к другу по определённым набору параметров, что помогает в построении фракталов.

Применение Inkscape для построения «треугольника»

Стоит отметить, что все свойства треугольника Серпинского у строящейся фигуры появятся только при бесконечном повторении этих действий, в пределе. Но для целей видеоэпизода достаточно конечное количество операций: с одной стороны визуализация точно достаточно подробна, когда человеческий глаз не может отличить продукт одной итерации и итерации, следующей за ней, а с другой существуют ограничения способностей компьютера к проведению манипуляций с большим количеством объектов в приложении. В целом многие

визуализации фракталов, встречающиеся в сети интернет, имеют небольшое количество итераций и даже показывают этапы построения, что достаточно для обретения представления о том, какой фрактал будет в пределе.

Для начала построения с помощью инструмента «Рисовать звёзды и многоугольники» был построен чёрный равносторонний треугольник. Затем он копируется два раза, и три треугольника совмещаются в один большой. Затем они объединяются в один объект, и уже с ним производятся те же самые действия. Через несколько их повторений получается достаточно детальное изображение треугольника Серпинского.

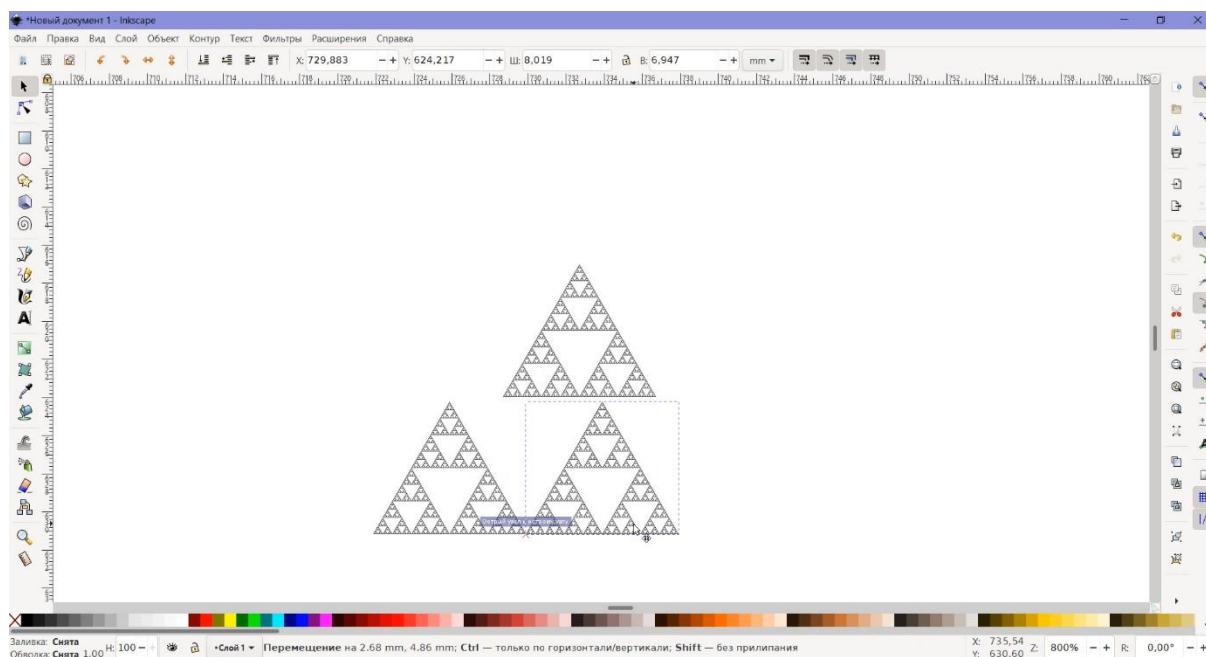


Рисунок 24 — Скриншот процесса построения треугольника Серпинского в интерфейсе Inkscape

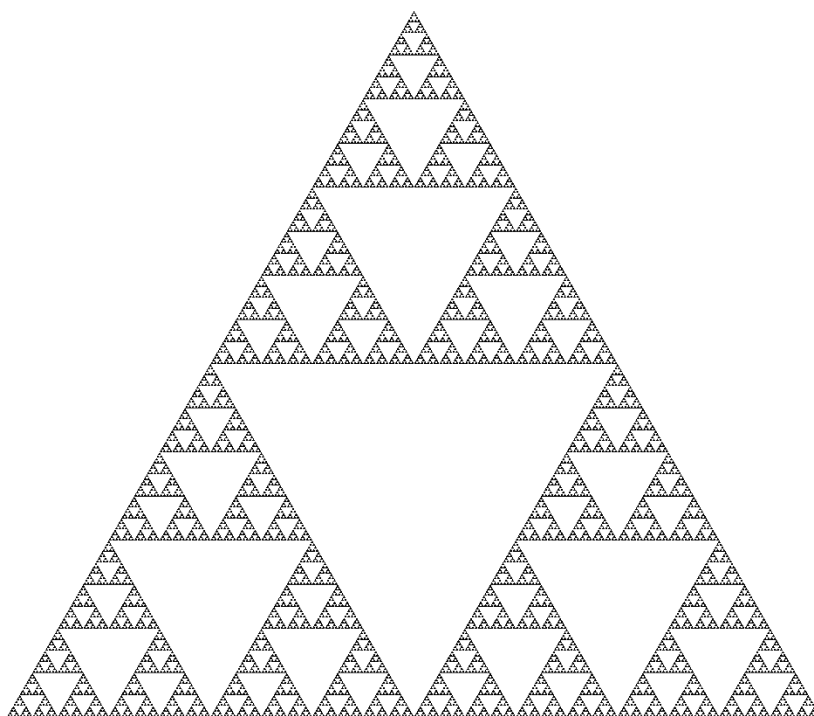


Рисунок 25 — Полученный в Inkscape треугольник Серпинского

Применение Inkscape для построения «дракона»

Похожий принцип используется в методе, который будет применён для построения «дракона» в графическом редакторе Inkscape. Построение будет начинаться с отрезка, построенного с помощью инструмента «Рисовать кривые Безье и прямые линии». Затем он дублируется, копия поворачивается на 90 градусов по часовой стрелке, и совмещается своим концом с концом исходного отрезка так, что, если поворачивать копию на оси в точке её соединения с оригиналом, она с ним полностью совместится. Затем оба отрезка объединяются в один объект, который становится исходным для следующей шага. После нескольких итераций такого алгоритма начинает проявляться форма «дракона», и с каждым этапом она становится более детализированной.

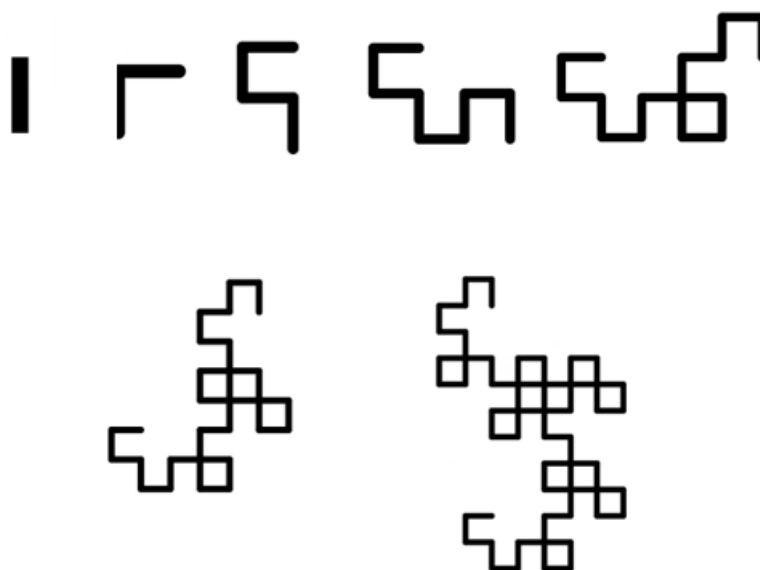


Рисунок 26 — Первые итерации построения кривой «дракона»

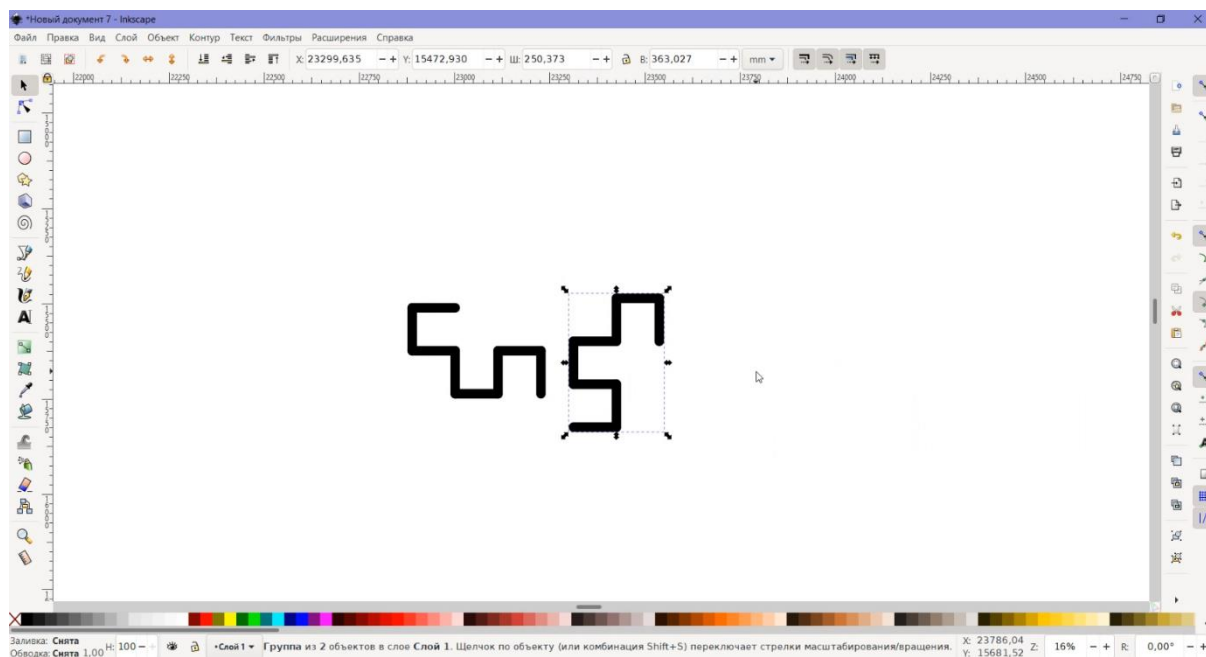


Рисунок 27 — Скриншот процесса построения Дракон Хартера-Хейтуэя в интерфейсе Inkscape. Слева исходная фигура, справа – повёрнутая на 90 градусов по часовой стрелке

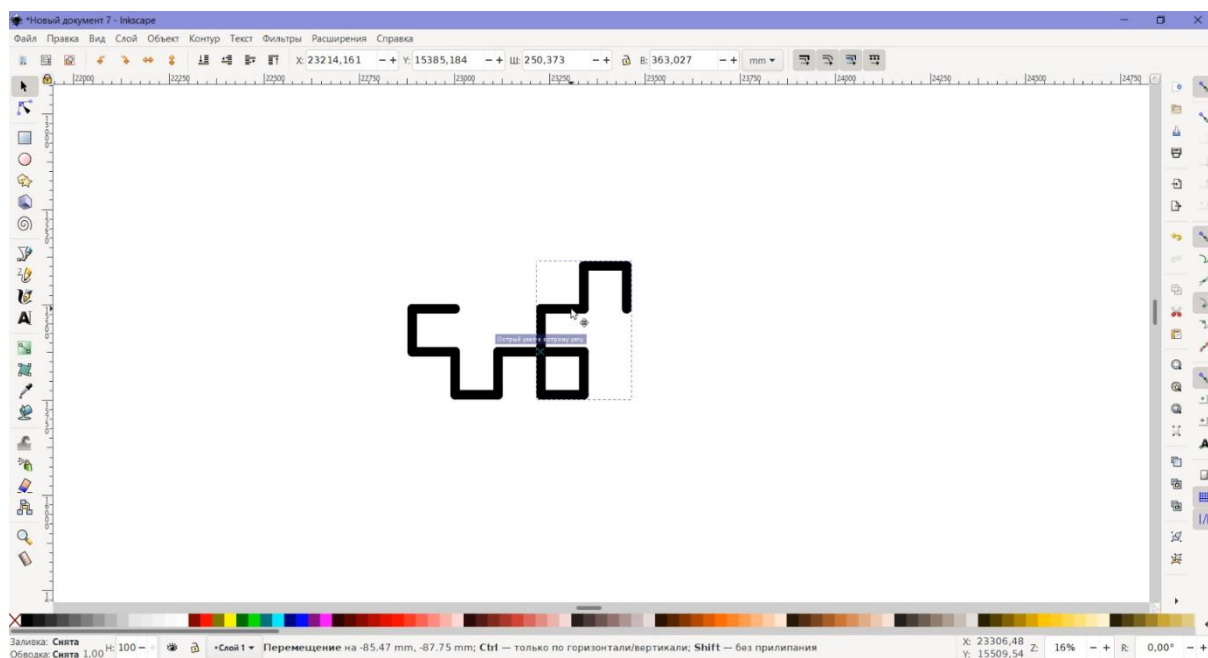


Рисунок 28 — Скриншот процесса построения Дракон Хартера-Хейтуэя в интерфейсе Inkscape. Исходная фигура и её копия были соединены

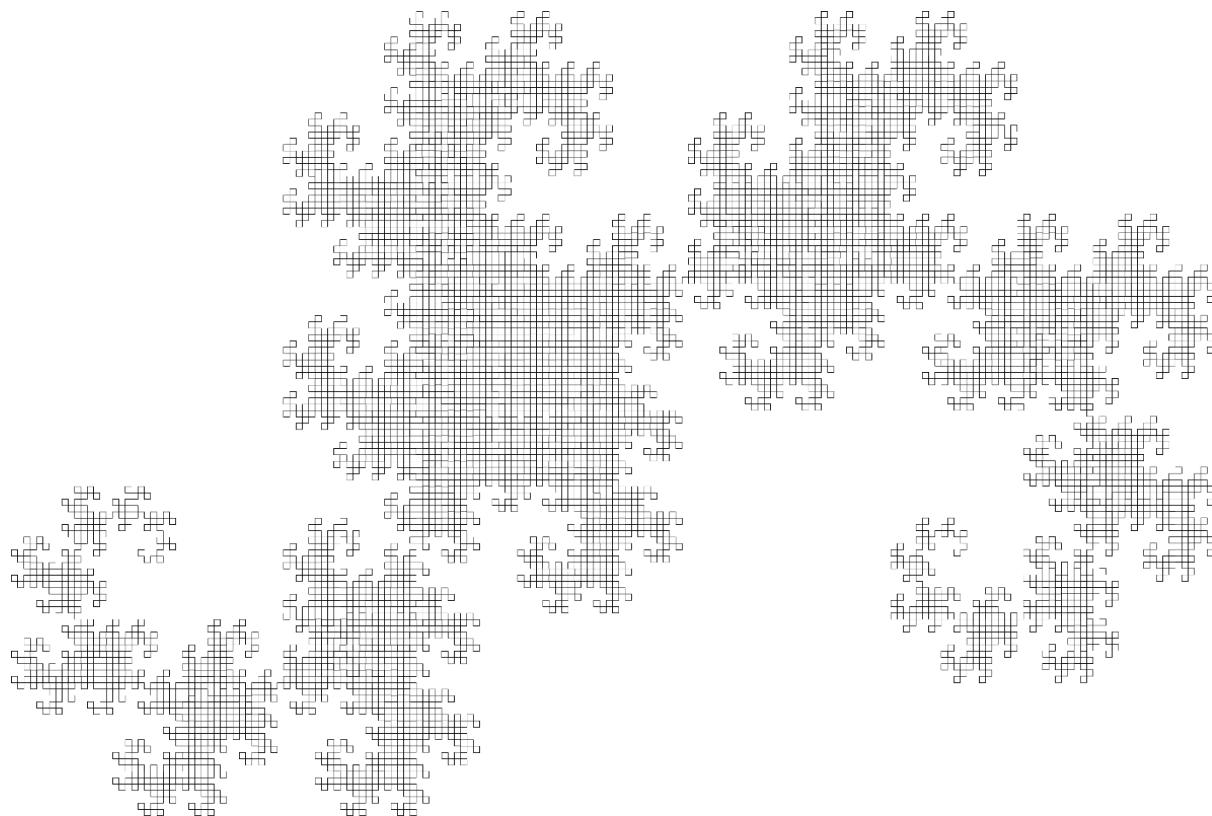


Рисунок 29 — Дракон Хартера-Хейтуэя, построенный в Inkscape

V.1.2. GeoGebra

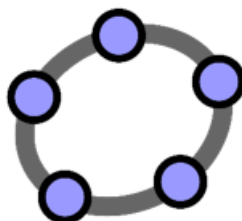


Рисунок 30 — Иконка программы GeoGebra

Динамические фракталы (в данном случае фрактал Мандельброта) возникают при изображении по определённым правилам точек на плоскости, для визуализации каждой из которых происходит свой ряд вычислений. Для них в этом случае обязательно необходим компьютер, но рассказ о написании программы был бы неуместен в фильме учебно-просветительского жанра ввиду своей длины и сложности, поэтому был выбран способ объяснения алгоритма построения с приведением примера его применения в программе GeoGebra. Она также бесплатна, предназначена для использования в образовании, и включает в себя инструменты алгебры, геометрии, таблицы, функции, статистику и арифметику, и поэтому идеально подходит для наших целей. В построении фрактала она возьмёт на себя графическую составляющую и вычисление значений функций, позволяя наглядно представить шаги, требуемые для достижения изображения.

Применение GeoGebra для построения фрактала Мандельброта

Для того, чтобы более плавно ввести зрителя в тему, рассказ эпизода начинается с представления концептов итерации, а также устойчивых и неустойчивых процессов. Создана точка «Point on Object» А на оси

координат, вдоль которой её можно свободно двигать. В панели «Algebra» задана функция возведения числа в квадрат. С помощью функционала таблиц «Spreadsheet» задано ещё 6 точек: точка A1 задана формулой «=A», в этой ячейке будет изменяться значение в зависимости от перемещения самой точки на основной панели «Graphics», а остальным задаётся формула применения функции возведения в квадрат ячейки выше и преобразования в точку. Опция «Auxiliary Object» позволяет точки, созданные в таблице, отображать на графике. У них отключено отображение названий и проведены векторы от предыдущей точки, квадратом которой является её значение. Данная визуализация позволяет показать, какие точки при неоднократном возведении в квадрат стремятся к конечному числу (устойчивые), а какие к бесконечности (неустойчивые).

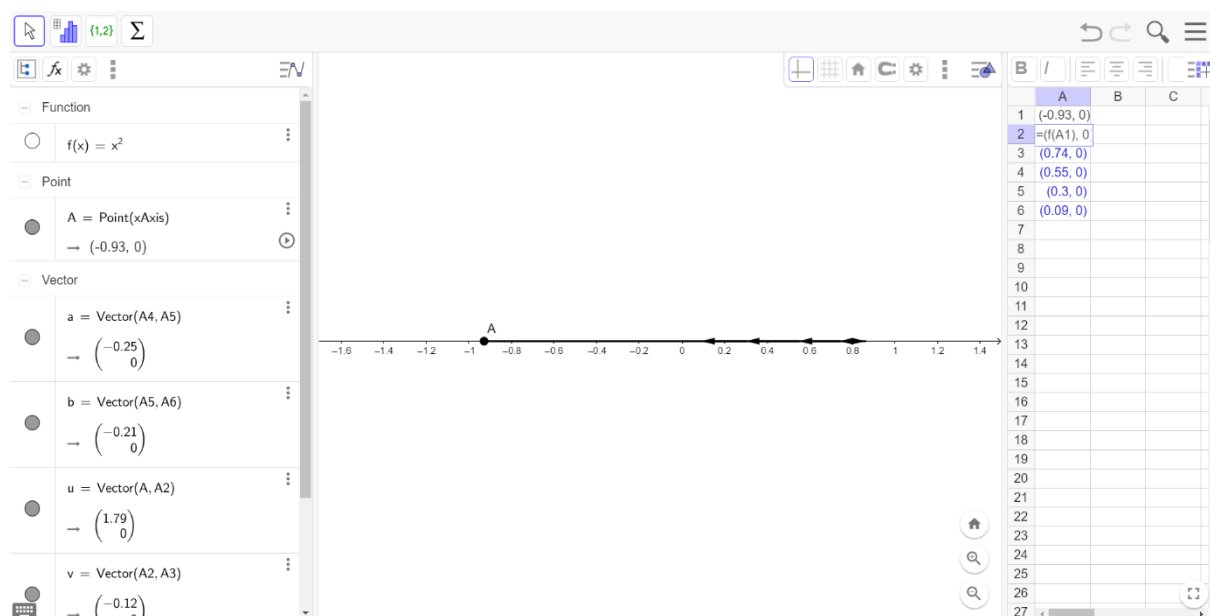


Рисунок 31 — Построение визуализации итераций функции $f(x) = x^2$ на вещественных числах

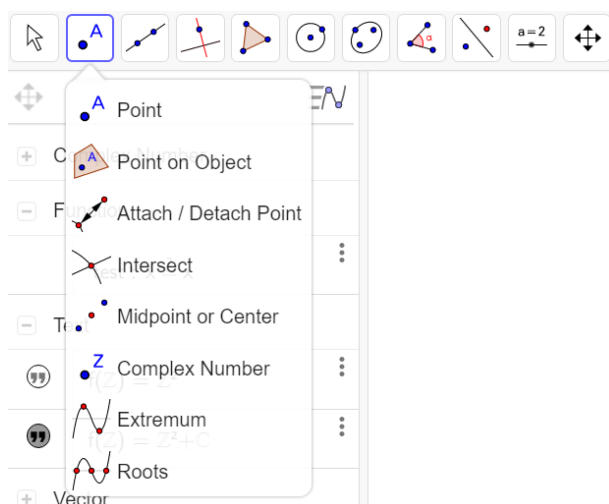


Рисунок 32 — Инструментарий для создания точек на плоскости в интерфейсе

Фрактал Мандельброта наглядно показывает, как ведёт себя хаотический процесс функции $z = z^2 + c$ [12]. В данном случае z и c – комплексные числа, но GeoGebra позволяет работать с ними совершенно так же, как с точкой в прошлом примере – единственное различие в том, что точка может двигаться по всей системе координат.

Аналогично с первым примером, с помощью таблицы было построено 30 точек-результатов итераций функции с векторами, показывающими этот процесс, только в данном случае возможно изменять положение и значение двух точек – z и c .

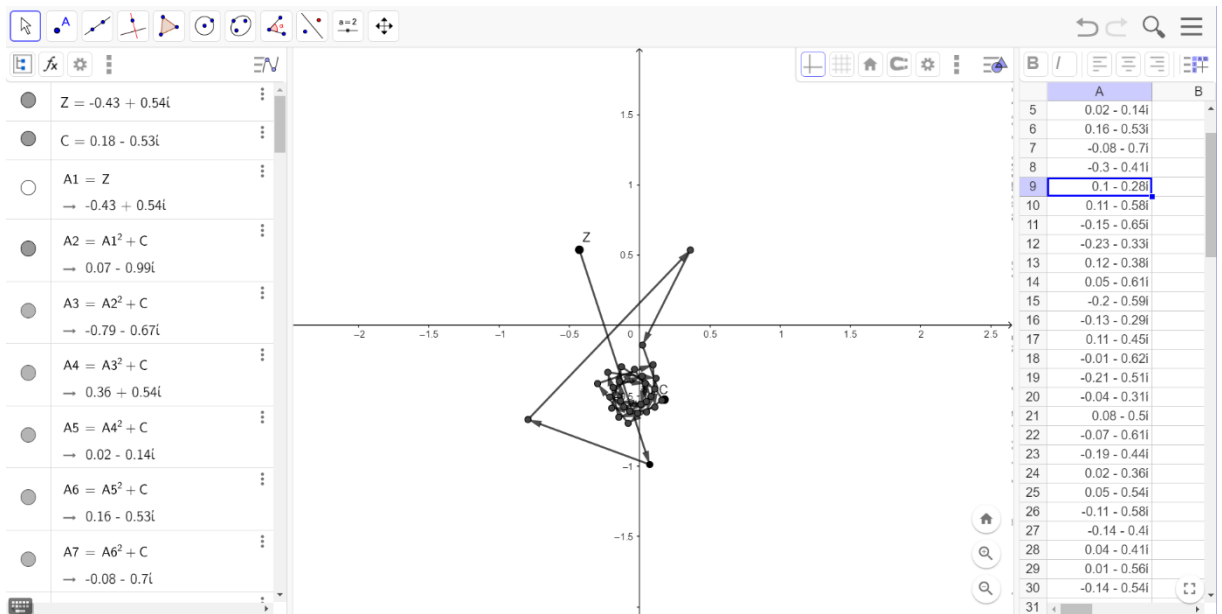


Рисунок 33 — Построение визуализации итераций функции $z = z^2 + c$ на комплексных числах

Для целей объяснения алгоритма построение фрактала z установлено нулевое значение. Двигая точку c , можно наблюдать тот же феномен, как и в возведении в квадрат вещественных чисел: в некоторых положениях процесс рекурсии устойчивый, в других неустойчивый. Можно ли это различие как-то изобразить на плоскости?

Оставим видимым на графике только точку c . В GeoGebra у объектов есть опция «Dynamic Colors», где было задано значение RGB для красного и зелёного 0, а синего через функцию $test$, определяющую, устойчивый процесс для данного положения точки (значение цвета – 0) или нет (значение цвета – 1). Функция $test$ проверяет, равно ли значение точки A_{30} самому себе – если значение равно бесконечности, результат будет False.

12	-28981135195461
13	806171481030110
14	?
15	?
16	?
17	?
18	?
19	?
20	?
21	?
22	?
23	?
24	?
25	?
26	?
27	?
28	?
29	?
30	?

Рисунок 34 — Значения последних итераций функции при неустойчивом процессе

Последний шаг – включить для точки с опцию «Show trace», теперь точка будет оставлять при её передвижении след. Там, где процесс был устойчивый, она будет оставлять чёрные следы, где неустойчивый – синие.

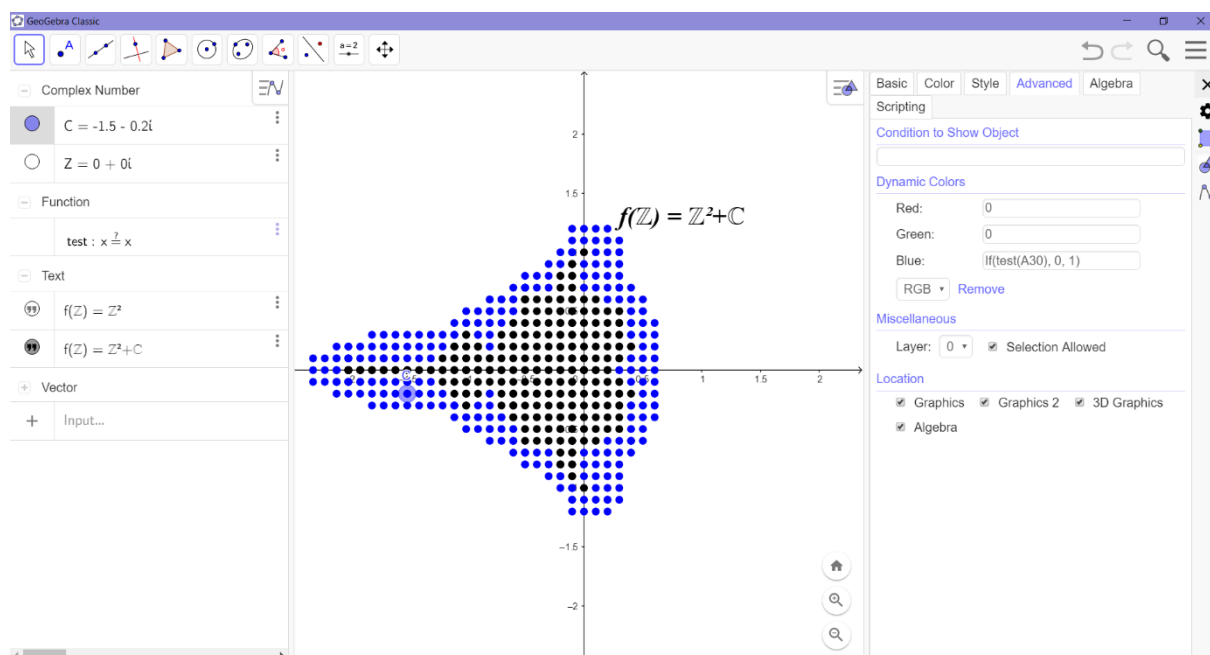


Рисунок 35 — Изображение, полученное при перемещении точки с клавишами →, ←, ↑ и ↓

V.2. Видеозапись материала для эпизодов

В связи с невозможностью организовать сложные съёмки в условиях пандемии и несмотря на то, что эта часть фильма будет более инструктивна в отличие от других, было принято решение использовать тот же метод представления, что и в остальных его частях: повествование закадровым голосом совместно с визуальной компонентой в виде снятого с экрана видеоматериала.

Для его создания использовался инструмент для захвата экрана FastStone Capture, позволивший записать видео процессов визуализации фракталов. В случае тех из них, реализуемых с помощью Inkscape, достаточно было записать сам процесс построения, начиная с чистого документа. Для фрактала Мандельброта, реализуемого в GeoGebra, потребовалась предварительная подготовка файлов с созданием необходимых построений, и только после создания дикторского текста были записаны соответствующие логике повествования иллюстрирующие клипы.

FastStone Capture — очень лёгкий и простой, но одновременно мощный инструмент, который в течение всей работы был использован каждый раз, когда нужно было сделать скриншот, или, как в данном случае, записать видео.

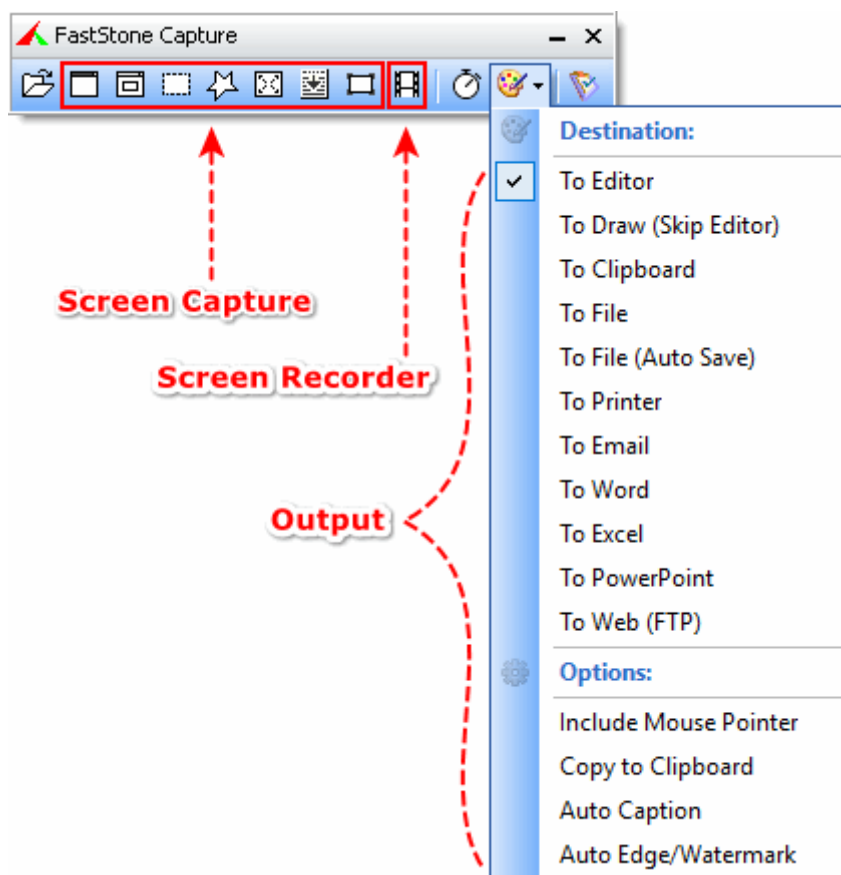


Рисунок 36 — Интерфейс инструмента FastStone Capture. Элементы слева направо: захват экрана, запись экрана, опции вывода

VI. Создание режиссёрского сценария и раскадровок

Следующим этапом после написания дикторского текста и разработки практических эпизодов было создание режиссёрского сценария. В нём продумывается, какая именно визуальная составляющая будет сопровождать какие части текста. В соответствии с ним затем происходит создание раскадровок, и, после, монтаж видеофильма. Структура таблицы режиссёрского сценария для данной работы выглядела так: первый столбец под названием «№» для нумерации «сцен», столбец «ИЗО» для описания визуальной части, столбец «Текст» — закадровый дикторский текст в сцене, и «Музыка, шумы» с описанием звукового сопровождения, где оно было предусмотрено. Сценарий приведён в приложении Г.

№	ИЗО	Текст	Музыка, шумы
1	Титр "Фракталы"		Музыка
2	Фото. Деревья, линия берега, звёзды и лёгкие человека	Что общего между деревьями, линией берега, звёздами в космосе и легкими человека? Все они являются явлениями фрактальными.	
3	Анимация. Приближение в фракталы (Т-квадрат, Н-фрактал, кривая Леви)	Фракталами можно назвать фигуры, структура которых в крупном масштабе остаётся такой же детализированной.	
4	Анимация. Приближение в фрактал Мандельброта	Они заключают в себе одновременно простоту и сложность, их бесконечно повторяющиеся узоры завораживают, но какое значение они имеют для нас?	
5	Анимация. Приближение к границе окружности, проведение касательной к графику	В математике мы привыкли, что всё будет гладким при достаточно большом увеличении: очень маленькая часть окружности будет похожа на прямую, у гладкой функции обязательно есть производная.	
6	Фото К.	Но в 1872 году произошло что-то	

Рисунок 37 — Фрагмент из режиссёрского сценария

Затем по сценарию были созданы раскадровки. Они были совершены сразу в видеоформате, так как съёмки на площадке, для которых потребовалось бы заранее зарисовывать положение актёров, света, и т.д., концепцией данного видеофильма не было предусмотрено.



Рисунок 38 — Кадры раскадровки

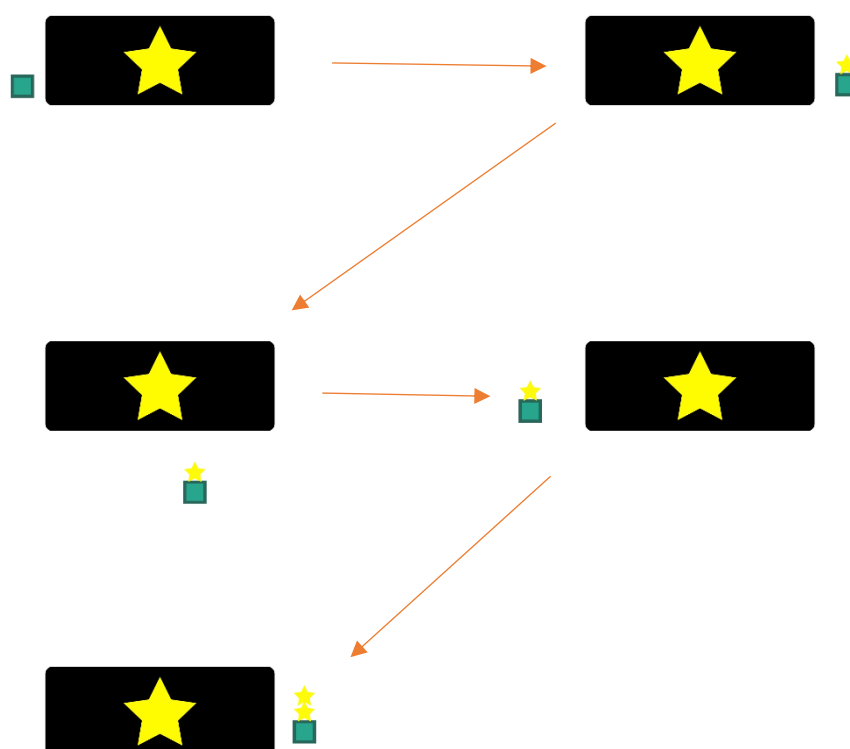


Рисунок 39 — Кадры раскадровки анимации, иллюстрирующей концепт итерации.

VI.1. Поиск и отбор, обработка архивных фото- и видеоматериалов

Ещё во время исследования темы была создана базовая визуальная «библиотека» иллюстративных материалов, но после того, как был написан дикторский текст, необходимо было найти материалы, наилучшим способом иллюстрирующие закадровую речь каждой отдельной сцены, каждого кадра, чтобы было возможно создать раскадровки.

Не весь архивный материал всегда хорошо подходит под параметры текущего проекта. Специфика тематики позволила нам иметь некоторую свободу в выборе материалов — одного и того же фрактала изображений может существовать если не тысячи, то сотни. Поэтому сразу выбирались видео — в наилучшем качестве, в формате, подходящем к формату видеофильма; иллюстрации и фотографии — тоже наиболее качественные и обладающие желаемыми характеристиками для визуализации рассказа. Если видео всё-таки было необходимо подправить, то это производилось средствами программы Adobe Premiere Pro, в которой происходил монтаж фильма. Для практических эпизодов захват экрана производился сразу в желаемом формате.

Больше работы потребовали фотографии. Большинство их обработок производились в программе Adobe After Effects — слияние с визуальным пространством кадра, движение или эффекты, создание анимаций. Adobe Photoshop использовался в более редких случаях, когда средств Adobe After Effects для обработки было недостаточно — по большей части этим являлись удаление фона за сложными объектами или разделение одного изображения на несколько его частей.

VII. Постпродакшн учебно-просветительского видеофильма “Фракталы”

Таким образом, когда была произведена вся подготовка к работе над фильмом (препродакшн, или предпроизводство), когда были разработаны и записаны учебные практические эпизоды и записан дикторский текст, собраны другие материалы (продакшн), остался постпродакшн фильма, в котором всю проделанную работу оставалось объединить в конечный объект — учебно-просветительский видеофильм «Фракталы».

VII.1. Монтаж фильма в комплексных компьютерных технологиях мультимедиа

Чтобы из собранного материала соткать пространство фильма, были использованы мультимедийные технологии. Основная сложность учебно-просветительских фильмов - выработка темпо-ритмического восприятия зрителя, и этому на данном этапе было уделено огромное внимание. Есть возможность, что зритель слышит о фракталах в первый раз, и несмотря на это, фильм ему должен быть понятен. Над этим была проделана большая работа. Учитывались специфика материала, законы жанра, всё, на что было обращено внимание при выполнении предыдущих этапов производства видеофильма.

Эти особенности влияли на вид, местоположение, способ и продолжительность показа фото- и видеоматериалов. Были выбраны шрифты для текста, появляющегося на экране, и его анимации, оформлены

переходы между сценами и эпизодами, множество других аспектов визуального представления информации.

Данный монтаж фильма был произведён в профессиональной программе нелинейного монтажа Adobe Premiere Pro; в нём находятся вставки элементов таких, как текст и анимации, созданных в программе Adobe After Effects.

VII.2. Сведение и цифровой мастеринг видеофильма “Фракталы”

Как и запись, остальная работа со звуком также происходила в программе REAPER. В конце работы над фильмом, когда уже был готов визуальный ряд под подобранный его и дикторского текста темпо-ритм, была произведена окончательная работа над звучанием фильма, чтобы достичь баланса речи, музыки и шумов, их гармоничного звучания. Для этого производится удаление шумов, эквалазация (коррекция отношений частот) и компрессия звука. В результате такого сведения получается одна окончательная фонограмма, включающая в себя все звуки. Для её мастеринга были совершены доведение громкости до номинального значения, другие последние корректировки перед финальным рендером фильма.

Рендер видеофильма был произведён с помощью программы Adobe Media Encoder, так как она даёт большую стабильность при экспорте и работает на фоне, позволяя пользователю дальше работать в Premiere Pro (в отличие от обычного экспорта Premiere Pro). Потребовалось выбрать такие формат конечного видео и настройки экспорта, чтобы получить максимальное качество при минимальном весе файла, чтобы позже его было легко размещать на разнообразных ресурсах.

Заключение

Итак, в результате данной выпускной квалификационной работы был создан видеофильм «Фракталы». Был пройден весь производственный процесс работы над фильмом — от творческой задумки, исследования темы и написания дикторского текста до монтажа сложного визуального пространства, иллюстрирующего этот текст. Главная цель достигнута, по пути её достижения были решены все поставленные задачи. В процессе выполнения работы был получен редкий опыт создания видеофильма учебно-просветительского жанра и знания о том, как для этого используются мультимедийные технологии; улучшены навыки использования таких программ, как Adobe Premiere Pro, Adobe After Effects, Adobe Media Encoder, REAPER.

Видеофильм «Фракталы» готов к показу студентам как вступление к вариативной дисциплине “Фрактальная геометрия природы”, как и было задумано в начале работы, а также для представления массовому зрителю.

Использованные источники

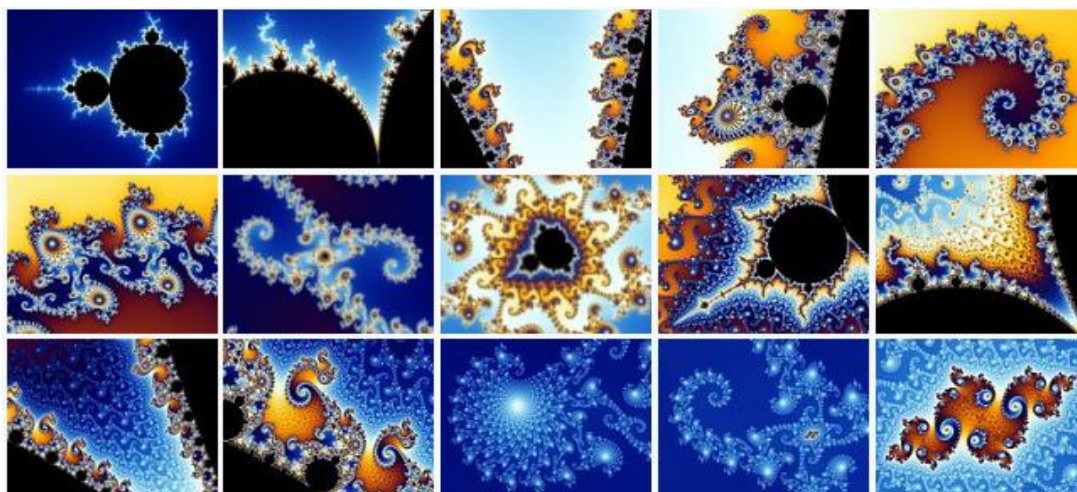
1. Gerald, E. Measure, Topology, and Fractal Geometry. — New York: Springer-Verlag, 2008. — 272 p. — ISBN: 978-0-387-74748-4
2. «ИННОВАЦИОННЫЕ ОБУЧАЮЩИЕ ТЕХНОЛОГИИ В ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКЕ СПЕЦИАЛИСТОВ» [Электронный ресурс] / Г.В. Лаврентьев, Н.Б. Лаврентьева, Н.А. Неудахина — Режим доступа: www2.asu.ru/cppkp/index.files/ucheb.files/innov/Part2/index.html, свободный. Загл. с экрана. — Яз. рус.;
3. Стариченко Б. Е. Методика использования информационно-коммуникационных технологий в учебном процессе. ч. 1. Концептуальные основы компьютерной дидактики. Учебное пособие/ Урал. гос. пед. ун-т. Екатеринбург, 2013. —139с.
4. Смирнов, С. Д. Педагогика и психология высшего образования / С.Д.Смирнов. -М.: Академия, 2005. -400 с. — ISBN 5-7567-0012-9
5. Мандельброт, Б. Фрактальная геометрия природы. — Москва: Институт компьютерных исследований, 2002. — 656 с. — ISBN 5-93972-108-7
6. Словарь русского языка: В 4-х т. / РАН, Ин-т лингвистич. исследований; Под ред. А. П. Евгеньевой. — 4-е изд., стер. — М.: Рус. яз.; Полиграфресурсы, 1999. — ISBN 5-200-02672-5
7. Хализев, В. Е. Драматургия писательская и режиссерская // Он же. Драма как явление искусства. М., 1978. В.Е.Хализев Сценарий // Литературная энциклопедия терминов и понятий / Под ред. А. Н. Николюкина. — Институт научной информации по общественным

наукам РАН: Интелвак, 2001. — Стб. 1047 — 1596 с. — ISBN 5-93264-026-X

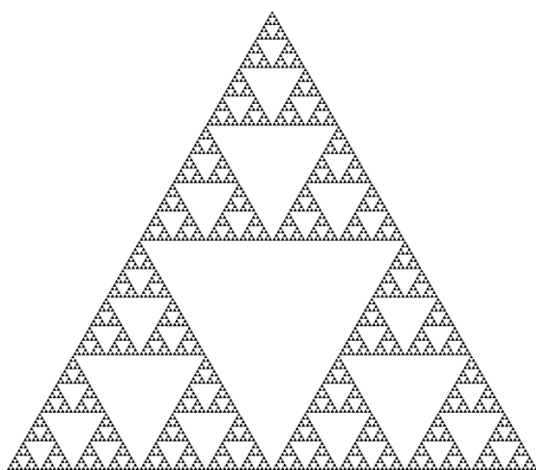
8. «A History of Fractal Geometry» [Электронный ресурс] / Holly Trochet – Режим доступа: mathshistory.st-andrews.ac.uk/HistTopics/fractals/, свободный. Загл. с экрана. – Яз. англ.;
9. «Треугольник Серпинского» [Электронный ресурс] / Wikipedia – Режим доступа: ru.wikipedia.org/wiki/Треугольник_Серпинского, свободный. Загл. с экрана. – Яз. рус.;
10. «Кривая дракона» [Электронный ресурс] / Wikipedia – Режим доступа: ru.wikipedia.org/wiki/Кривая_дракона, свободный. Загл. с экрана. – Яз. рус.;
11. «Lindenmayer System Generator» [Электронный ресурс] / Nolan Carroll – Режим доступа: nolandc.com/sandbox/fractals/, свободный. Загл. с экрана. – Яз. англ.;
12. «Множество Мандельброта» [Электронный ресурс] / Wikipedia – Режим доступа: ru.wikipedia.org/wiki/Множество_Мандельброта, свободный. Загл. с экрана. – Яз. рус.;
13. Видеохостинг YouTube [Электронный ресурс] / YouTube – Режим доступа: youtube.com, свободный. Загл. с экрана. – Яз. рус., англ.;
14. Свободная интернет-энциклопедия [Электронный ресурс] / Wikipedia – Режим доступа: wikipedia.org, свободный. Загл. с экрана. – Яз. рус., англ.;

Приложение А

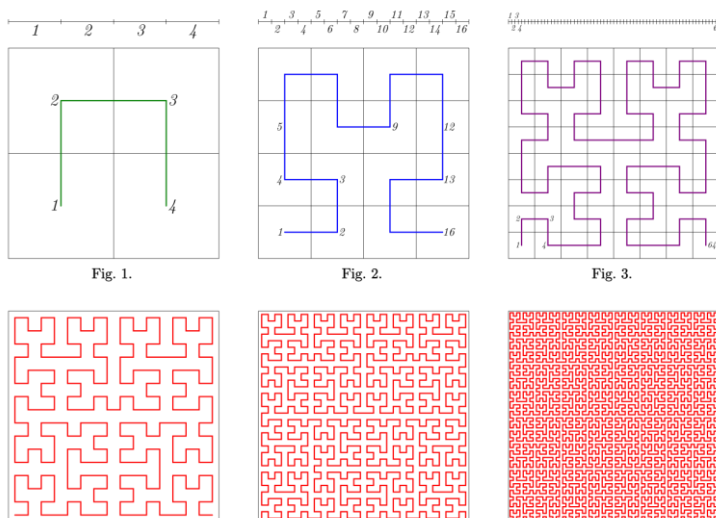
Иллюстрации фракталов



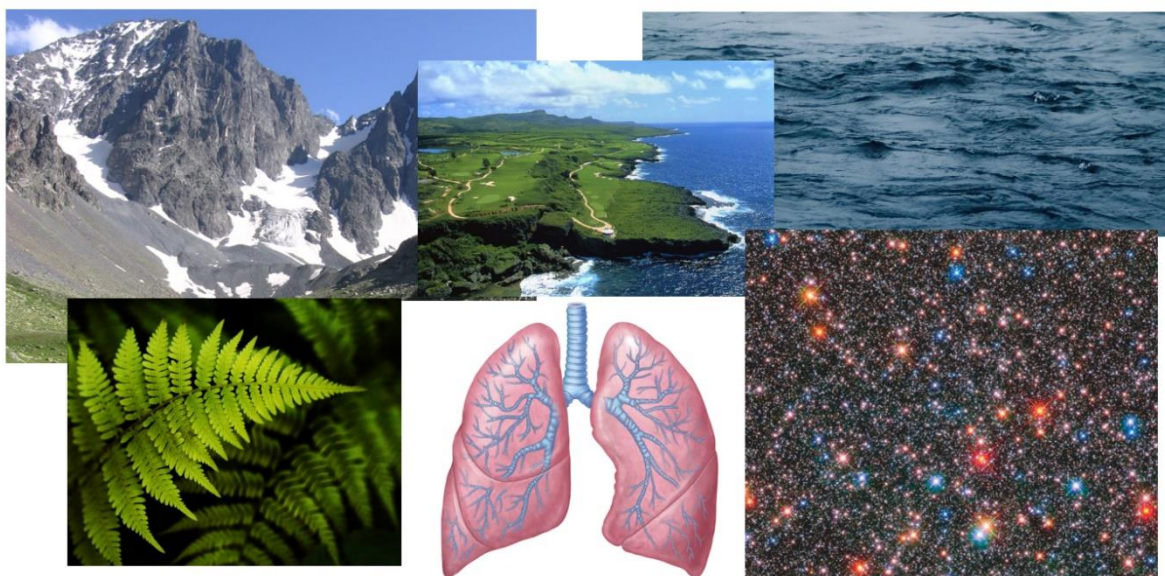
1. Визуализации некоторых фрагментов фрактала Мандельброта



2. Треугольник Серпинского – пример самоподобного фрактала



3. Шесть итераций построения кривой Гильберта, в пределе заполняющей пространство. Так как это линия, то топологическая размерность у неё – 1, но в пределе она проходит по каждой точке квадрата, то есть образует плоскость, фрактальная размерность – 2



4. Природные объекты с фрактальной структурой

Приложение Б

Эпизодник

1. Введение

Зритель знакомится с темой “Фракталы” с помощью примеров из жизни и сравнения с евклидовой геометрией.

2. Первая встреча математиков с фракталами

Рассказывается о математических работах, положивших начало и основу фрактальной геометрии, впоследствии описанной Бенуа Мандельбротом.

3. Бенуа Мандельброт и фрактальная геометрия

Рассказывается о самом Б. Мандельброте, его качествах и других обстоятельствах, позволивших совершиться открытию фракталов.

4. Влияние фрактальной философии на представление человечества о мире

О том, как были приняты работы Б. Мандельброта и как это позволило по-другому думать об окружающем мире.

5. Определения фрактала и фрактальной размерности

Определение понятия “фрактал” в контексте данного фильма, фрактальная размерность.

6. Геометрические фракталы

Перечисление разных способов типизации фракталов. Описание геометрических фракталов, примеры. Заполняющие плоскость кривые, L-системы.

7. Алгебраические фракталы

Описание динамических фракталов, примеры. Множество Жюлиа, множество Мандельброта.

8. Как построить треугольник Серпинского?

Описание треугольника Серпинского и практическое представление одного из способов его визуализации.

9. Как построить дракона Хартера-Хейтуэя?

Описание дракона Хартера-Хейтуэя и практическое представление одного из способов его визуализации.

10. Как построить фрактал Мандельброта?

Объяснение математической теории за множеством Мандельброта и описание алгоритма его визуализации с примером.

11. Фракталы в природе

Примеры фрактальных объектов в природе, варианты их моделирования математическими фракталами.

12. Применение фрактальной геометрии в науке

Рассказывается о том, как фрактальная геометрия позволяет развивать науку.

13. Фракталы в искусстве

Примеры фрактальности в работах творцов, связь фрактальной геометрии с искусством.

14. Заключение

Сведение всего рассказанного к тому, насколько распространены и значимы фракталы для человека и множества сфер его деятельности, а потому полезны для изучения.

Приложение В

Дикторский текст

1.

Что общего между деревьями, линией берега, звёздами в космосе и лёгкими человека? Все они имеют фрактальную структуру. Фракталами можно назвать фигуры, которые в любом масштабе сохраняют сложность своей структуры. Они заключают в себе одновременно простоту и сложность. Их бесконечно повторяющиеся узоры завораживают, но какое значение они имеют для нас?

2. Первая встреча математиков с фракталами

Мы привыкли, что математика изучает гладкие объекты. Например, функции имеют производные, а кривые при достаточно большом увеличении становятся похожими на прямые, и даже окружность не является исключением из этого правила. Но в 1872 году произошло что-то неожиданное - математик Карл Вейерштрасс представил первый пример функции непрерывной, но нигде не дифференцируемой. В математическом анализе гладкость функции это то же самое, что возможность найти её производную. А у этой функции её не было. Она выглядела вот так, но у Карла Вейерштрасса тогда не было возможности её построить и увидеть. Такие функции сопротивлялись методам традиционного анализа, и не зная, что с ними делать, математическое сообщество того времени прозвало их монстрами и решило игнорировать эту тему.

Математик Шарль Эрмит в 1893 году в письме своему ученику писал об ужасе и отвращении, которые вызывает у него "это наказание Господне, эти жалкие функции без производных".

3. Бенуа Мандельброт и фрактальная геометрия

Научная область фрактальной геометрии как таковая появилась совсем недавно, в 1975 году, благодаря работам математика Бенуа Мандельброта.

Графические возможности компьютеров того времени открыли дверь к изучению фракталов. До этого это было невозможно без их визуализации. Бенуа Мандельброт говорил: “Бездонные чудеса рождаются из простых правил, повторяемых без конца”. Благодаря компьютерам появилась возможность получать безумно сложный результат из простых начальных условий с помощью процесса итерирования. То есть через циклическое выполнение действия над результатами предыдущего выполнения этого же действия, и это нужно было делать очень много раз, что человеку было бы не под силу.

4. Влияние фрактальной философии на представление человечества о мире

Бенуа Мандельброт определил понятие фрактала и дал математике возможность говорить о них научным языком. В 1993 году ему была присуждена престижная премия Вольфа за то, что “осознав широкую распространённость фракталов и разработав математические инструменты для их описания, он изменил наше представление о природе”. Его работы, такие как книга “Фрактальная геометрия природы”, сделали фрактальную геометрию известной широкой публике. И представили нам инструменты моделирования природы - всего, что окружает нас - таким способом, чтобы учитывалась неровность.

5. Определения фрактала и фрактальной размерности

Слово фрактал пришло от латинских слов *fractus*, *frangere* со значениями ломать, разламывать, то есть создавать фрагменты неправильной формы. Интересно то, что к точному определению фрактала Мандельброт пришёл не сразу. Да и потом он писал, что следует брать нужные и имеющие смысл аспекты фрактальной геометрии для каждого отдельного применения.

Нам сейчас достаточно знать, что у фракталов есть свойство самоподобия. То есть они в точности или приближённо совпадают с частью себя самого, и что при увеличении масштаба они остаются такими же неровными. Также мы не будем углубляться в определение такого важного понятия фрактальной геометрии как фрактальная размерность. Так как насчёт неё тоже есть разные определения и соглашения. Насчёт неё я скажу, что она может быть, а точнее чаще всего будет не целым числом.

Это может показаться странным, потому что мы привыкли к целым топологическим размерностям. Линии одномерны, плоскости двумерны, объёмные предметы трёхмерны. Но фрактальная размерность даёт нам численный способ описать неровность. С помощью неё мы можем сравнивать фракталы.

Например то, что морской берег одной страны более изрезан (неровен), чем берег другой, можно увидеть по тому, что фрактальная размерность первого будет больше. Что очень полезно, потому что до установления этого факта с измерением длин береговых линий были некоторые трудности. Дело в том, что чем меньше была единица измерения, тем больше получалась вычисленная длина берега. И в итоге она потенциально стремилась к бесконечности.

6. Геометрические фракталы

Береговые линии - это пример природных фракталов. Фракталы же, которые человек может получить с помощью математики, можно разделить на геометрические и алгебраические.

Геометрические фракталы строятся поэтапно в итеративном процессе.

Например, снежинку Коха можно построить, если взять равносторонний треугольник, а затем у каждого отрезка треть посередине заменять на две стороны равностороннего треугольника. В пределе - в результате бесконечного повторения - получается геометрический фрактал. Площадь фигуры, ограниченной снежинкой, равна восьми пятым площади базового треугольника. А её периметр бесконечен.

В принципе при таком построении при ограниченном количестве итераций наступает момент, когда изменения становятся визуально незаметными. И тогда построенная фигура даёт достаточно хорошее представление о фрактале. Многие такие фракталы можно начинать строить буквально карандашом на листке бумаги.

Для генерации некоторых фракталов можно использовать L-системы. Суть их состоит в том, что имеются стартовая строка символов и правила, по которым символ заменяется на какой-то другой ряд символов. Например, множество Кантора можно построить, имея два таких правила и начиная со строки из всего одного символа. А - значит рисуем отрезок, Б - просто движемся. В итоге получается самоподобное множество.

Вот фрактал дерево Пифагора, построенный таким способом. L-системы очень хорошо подходят для создания моделей растений. Удивительно, какое разнообразие невероятно реалистичной растительности возможно создать таким способом.

7. Алгебраические фракталы

Алгебраические фракталы возникают при исследовании нелинейных динамических систем (функций).

Для их построения точки в пространстве комплексных чисел окрашиваются в разные цвета в зависимости от того, как они себя ведут при многократном применении к ним функции.

Получаются фракталы, невероятно красивые и интересные своими математическими свойствами. Например, из изображений множеств Жюлиа можно как мозаику составить фрактал Мандельброта.

8. Как построить треугольник Серпинского?

Каждый из вас прямо сейчас может построить несколько фракталов.

Начнём с треугольника Серпинского. Это двумерный аналог множества Кантора. Треугольник Серпинского рекурсивен, состоит из трёх идеальных копий самого себя, каждая в два раза его меньше.

Достаточно в любом графическом редакторе построить равносторонний треугольник, скопировать его два раза, объединить их все вместе, и проделать то же самое с получившимся треугольником. После недолгого повторения этих действий получается довольно детализированный треугольник Серпинского.

То же самое можно сделать с квадратом, пирамидой и кубом.

Треугольник Серпинского, на самом деле, можно построить большим количеством разных способов: удалением треугольников из изначального треугольника, методом хаоса, из фрактального дерева или из кривой Наконечник Серпинского.

Кстати, существует ещё Кривая Серпинского. Она является примером заполняющих пространство кривых. Такие кривые полностью заполняют собой единичный квадрат, поэтому обладают фрактальной размерностью, равной двум. Первым примером такой кривой была кривая Пеано.

9. Как построить дракона Хартера-Хейтуэя?

Другой фрактал - кривая Дракона.

Если вы возьмёте полоску обычной бумаги, сложите её пополам несколько раз в одну сторону. Затем развернёте и уложите все сгибы под прямым углом, то можно будет увидеть первые шаги построения этой кривой.

Но чтобы увидеть, как она строится дальше, вернёмся к компьютеру. Нарисуем прямую линию, скопируем её и повернем на 90 градусов. Совместим их в одну ломаную кривую и сделаем с ней то же самое. Мы по сути делаем те же сгибы, как на бумаге, но уже в развёрнутом виде. Так дракон становится всё более прорисованным. Интересно то, что этим фракталом можно замостить плоскость как плиткой, причём несколькими способами.

10. Как построить фрактал Мандельброта?

А вот множество Мандельброта таким способом взять и начать рисовать не получится. Для обсуждения алгоритма построения этого фрактала вернёмся к идее итерации.

Если взять, например, число четыре и циклически возводить его в квадрат, то результаты применения такой функции к числу устремятся в бесконечность. Если представить числа на оси и двигать по ней точку, то видно, что все числа, по модулю большие единицы, при таком многократном возведении в квадрат стремятся к бесконечности - назовём такое поведение неустойчивым процессом. Точки минус один и один всегда дают единицу, а точки между ними стремятся к нулю - такое поведение будем называть устойчивым процессом.

Возьмём теперь точку, которую можно свободно перемещать по плоскости. Она изображает собой комплексное число, по горизонтальной оси идёт вещественная часть числа, а по вертикальной - мнимая.

Так же, как и в прошлом примере, будем возводить число в квадрат. С комплексными числами это делается немного по-другому, чем с вещественными, но, как можно увидеть, процесс итерирования функции в этом случае оказывается похожим - внутри единичной окружности он устойчив, а снаружи - неустойчив.

А вот, что будет получаться, если каждый раз после возведения в квадрат к результату будет прибавляться другое комплексное число C .

Зафиксируем начальное число Z в нуле - то есть будем каждый раз начинать итерации с нуля, и станем менять C . При некоторых значениях C процесс устойчив, а при других - неустойчив, но граница разницы между ними это уже далеко не простая окружность.

Сделаем так, чтобы точка окрашивала координаты, на которых побывала, черным цветом, если процесс устойчивый, синим - если неустойчивый.

Удивительно, но проявляется форма множества Мандельброта.

Этот несложный алгоритм можно реализовать в любом языке программирования, в котором есть возможность работать с графикой - можно создать свой собственный фрактал и раскрасить его как угодно,

достаточно связать цвета со скоростью ухода процесса функции на точке в бесконечность.

11. Фракталы в природе

Геометрические и алгебраические фракталы - всего лишь часть всего фрактального разнообразия нашего мира.

С помощью обычных гладких геометрических фигур невозможно точно описать большинство природных объектов, потому что облака это не сферы, а горы - не пирамиды.

Многие природные формы неправильны и фрагментированы. Тот смысл, в котором многие природные объекты самоподобны - это их неровность, которая остаётся постоянной на разных масштабах.

Этот папоротник был построен с помощью алгоритма. А вот настоящий. С помощью фрактальной геометрии можно построить модель пути молнии, снежинки нарастают по фрактальным правилам, броуновское движение фрактально, а вот ракушка с рисунком треугольника Серпинского.

Человеческие лёгкие, почки, кровеносные сосуды имеют фрактальную структуру, фрактальны ритмы сердца, траектория движения глаза.

Почему так происходит? Кажется, что сама природа основывается на фрактальных законах. На практике фрактальная форма натурально более гибкая. Система такого строения может лучше противостоять любым экологическим стрессам и стимулам и в целом более устойчива к любому воздействию.

12. Применение фрактальной геометрии в науке

То, что у науки теперь есть такой мощный инструмент, как фрактальная геометрия, позволяет создавать модели для всего этого разнообразия фракталов вокруг нас и использовать их в широком множестве сфер. Фрактальную структуру могут иметь закономерности рынка акций и шумы при передаче сигналов. Модели кровеносных сетей и определение их фрактальной размерности помогает в диагностике рака. Фрактальная структура одного дерева и всего леса позволяет рассчитать, сколько углекислого газа перерабатывает весь широколиственный лес, что может быть полезно в прогнозах процесса глобального потепления. Тот факт, что броуновское движение фрактально, позволяет моделировать и изучать движение на нанодиапазонных размерах - это различные механизмы работы клеток живых организмов и область нанороботики. Фрактальные антенны широко используются в технике - это позволяет уменьшить их

размер и себестоимость при сохранении эффективности. Фракталы используются для генерации рисунков камуфляжа. Использование фракталов в структуре солнечных батарей улучшает их эффективность и внешнюю привлекательность (а это значит, что больше людей их приобретут).

Теория фракталов объединяет похожие идеи из многих наук. То, что фракталы настолько распространены, только подтверждает, насколько полезна фрактальная геометрия может быть для нас.

13. Фракталы в искусстве

Когда работы Бенуа Мандельброта стали известны, изображения фракталов сразу привлекли внимание всех своей невероятной красотой и визуальной сложностью.

Первое изображение фрактала, представленное как предмет искусства, скорее всего было изображение части фрактала Мандельброта на обложке журнала *Scientific American* августа 1985.

Появилось художественное направление фрактального искусства - алгоритмически созданные фрактальные объекты запечатлеваются в форме изображений, анимаций и видео.

В настоящее время существует много программ для создания разных типов фракталов, где от пользователя обычно требуется только настройка параметров самого фрактала и его отображения.

Можно найти множество видео с зумом во фрактал Мандельброта на разные координаты с красочными палитрами длиной вплоть до нескольких часов.

Фрактальные алгоритмы часто используются для моделирования природных объектов, например, в видеоиграх. Можно смоделировать целый мир из минимального количества данных с помощью математических алгоритмов - ландшафт, его текстуры и такие элементы как песок и камни, облака, воду, землю и растения.

Или можно просто взять объёмный фрактал и сделать его интересным и оригинальным окружением в игре.

В то же время мы начали замечать фрактальность в произведениях искусства творцов, живших задолго до нас. Это неудивительно, ведь как может человек, видя вокруг настолько фрактальный мир, полный самоподобных объектов, не пытаться его хотя бы отчасти воспроизвести? В известной работе японского художника Кацусика Хокусай “Большая волна в Канагаве” большая волна на своей вершине делится на более мелкие, которые, в свою очередь, тоже состоят из небольших завихрений.

В других его картинах тоже нетрудно заметить, насколько точно, со всеми неровностями, изображены вихри волн и кроны деревьев.

Картины известного художника Джексона Поллока имеют фрактальную структуру. Было подсчитано, что со временем фрактальная размерность его картин увеличивалась с единицы в 1943 году до одной целой, семидесяти двух сотых в 1952 году.

У Сальвадора Дали самоподобие более явное можно наблюдать в картине “Лицо войны”, где черепа в черепах в черепах выражают бесконечность смерти.

Фракталы можно заметить в архитектурных постройках в разных местах мира. Кажется, что у людей есть врождённая любовь к фракталам, даже при том, что мы построили для себя мир, полный простых фигур и прямых углов, линий и гладких поверхностей.

Более того, некоторые исследования утверждают, что вид фракталов уменьшает стресс и умственную усталость, и потенциально в целом оказывает благоприятное воздействие на человека, в связи с чем появляются проекты целенаправленного помещения фракталов определённой размерности в интерьеры и в целом архитектуру.

Они утверждают, что человеку наиболее полезны и приятны фракталы с размерностью где-то от одной целой, трёх десятых до одной целой, пяти десятых, и большинство природных пейзажей имеют именно такую размерность. Любопытно, но при большей размерности, если структура более изрезанная, на неё уже может быть не так приятно смотреть.

14. Заключение

Фрактальная геометрия - пример свежей концепции в науке, предлагающей нам новые методы изучения мира, открывающей новые горизонты. Гладкие кривые и поверхности подходят для моделирования мира, построенного человеком, но мир, созданный природой, включая нас самих, полон неровностей и построен по правилам фрактальной геометрии. При должном внимании она позволит изучить и понять мир лучше, чем когда-либо до этого.

Приложение Г

Сценарный план

№	ИЗО	Текст	Музыка, шумы
<u>1</u>	Титр “Фракталы”		Музыка
<u>2</u>	Фото. Деревья, линия берега, звёзды и лёгкие человека	Что общего между деревьями, линией берега, звёздами в космосе и легкими человека? Все они являются явлениями фрактальными.	
3	Анимация. Приближение в фракталы (Т-квадрат, Н-фрактал, кривая Леви)	Фракталами можно назвать фигуры, структура которых в крупном масштабе остаётся такой же детализированной.	
4	Анимация. Приближение в фрактал Мандельброта	Они заключают в себе одновременно простоту и сложность, их бесконечно повторяющиеся узоры завораживают, но какое значение они имеют для нас?	
<u>5</u>	Анимация. Приближение к границе окружности, проведение касательной к графику	В математике мы привыкли, что всё будет гладким при достаточно большом увеличении: очень маленькая часть окружности будет похожа на прямую, у гладкой функции обязательно есть производная.	
6	Фото К. Вейерштрасса, формула функции непрерывной, но не дифференцируемой	Но в 1872 году произошло что-то неожиданное - математик Карл Вейерштрасс представил первый строго доказанный	

		пример функции непрерывной, но не дифференцируемой.	
7	Анимация. Изображение графика функции аналитической, но не дифференцируемой. Неудачные попытки построить касательную к графику функции	Она выглядела вот так, но у него тогда не было возможности её построить и увидеть. Такие функции сопротивлялись методам традиционного анализа, и не зная, что с ними делать, современное математическое сообщество прозвало такие функции монстрами и решило игнорировать эту тему.	
8	Анимация. Написание текста письма на листе бумаги	Математик Шарль Эрмит в 1893 году в письме своему ученику писал об ужасе и отвращении, которые вызывает у него "это наказание Господне, эти жалкие функции без производных".	
9	Фото Б. Мандельброта с времён работы в IBM	Научная область фрактальной геометрии как таковая появилась совсем недавно, в 1975 году, благодаря работам математика Бенуа Мандельброта.	
10	Фото/видео. Экран компьютера с изображением фракталов	Графические возможности компьютеров того времени открыли дверь к изучению фракталов, потому что это было невозможно без их визуализации.	
11	Анимация. Фото Б. Мандельброта, появляется текст цитаты. Пример процесса итерирования	Бенуа Мандельброт говорил: "Бездонные чудеса рождаются из простых правил... повторяющиеся без конца". Благодаря компьютерам появилась возможность получать результат безумно сложный из простых условий с помощью процесса итерирования через цикл	

		<p>обратной связи. Это значит циклическое выполнение действия на результате предыдущего выполнения этого же действия, и нужно было это делать очень много раз, что человеку было бы не под силу.</p>	
12	<p>Фотография Бенуа Мандельброта 1993 года, фонд Вольфа и медаль</p>	<p>Бенуа Мандельброт определил понятие фрактала и дал математике возможность говорить о них научным языком. В 1993 году ему была присуждена престижная премия Вольфа за то, что “осознав широкую распространённость фракталов и разработав математические инструменты для их описания, он изменил наше представление о природе”.</p>	
13	<p>Фотографии Б. Мандельброта</p>	<p>Его работы сделали фрактальную геометрию известной широкой публике и представили нам инструменты моделирования природы - всего, что окружает нас - таким способом, чтобы учитывалась неровность.</p>	
14	<p>Возникают слова fractus, frangere. Второй экспозицией возникает приближение к фрактальному изображению коры дерева</p>	<p>Слово фрактал пришло от латинских слов fractus, frangere со значениями ломать, разламывать, то есть создавать фрагменты неправильной формы.</p>	
15	<p>Видео. Примеры разных сфер применения - видео учёных (биологи, геологи, физики) в работе</p>	<p>Интересно то, что к точному определению фрактала Мандельброт пришёл не сразу, да и потом он писал, что следует брать нужные и имеющие смысл аспекты фрактальной геометрии</p>	

		для каждого отдельного применения.	
16	Анимация. Иллюстрация самоподобия на примере приближения во фрактал Н-фрактал	Нам сейчас достаточно знать, что у фракталов есть свойство самоподобия, то есть они в точности (как в рекурсии) или приближённо совпадают с частью себя самого	
17	Анимация. Иллюстрация сохранения неровности при приближении к линии берега	, и что при увеличении масштаба они остаются такими же неровными.	
18	Возникает текст “Размерность Минковского, Размерность Хаусдорфа, Корреляционная размерность, Упаковочная размерность, Размерность Ассойда”	Также мы не будем углубляться в определение такого важного понятия фрактальной геометрии как фрактальная размерность, так как насчёт неё тоже есть разные определения и соглашения.	
19	Рисунок фрактала с текстом размерности. Ковёр Аполлония размерность 1.3057, фрактал Слово Фибоначчи размерность 1.6379, фрактальный додекаэдр размерность 2.3296, 2D DLA Cluster размерность 1.7	Насчёт неё я скажу, что она может быть, а точнее чаще всего будет, не целым числом.	
20	Анимация с текстом топологической размерности. Точка (0) разворачивается линию (1) в квадрат (2) в куб (3)	Это может показаться странным, потому что мы привыкли к целым топологическим размерностям евклидовой (обычной) геометрии - линии одномерны, плоскости двумерны, объёмные предметы трёхмерны. Но фрактальная размерность даёт нам численный способ описать неровность. С помощью неё мы можем сравнивать фракталы.	

21	Изображения берегов стран и их размерности. Ирландия 1.22 ± 0.02 , Норвегия 1.52	То, что берег одной страны более изрезан (неровен), чем берег другой, можно увидеть по тому, что его фрактальная размерность будет больше.	
22	Возникает рисунок с текстом “Парадокс береговой линии” Иллюстрация изменения длины берега Великобритании в зависимости от единицы измерения. Текст “Фрактальная размерность - 1.25”	Что очень полезно, потому что до этого с измерением длин береговых линий были некоторые трудности. Дело в том, что чем меньше была единица измерения, тем больше получалась вычисленная длина берега, и в итоге она потенциально стремилась к бесконечности.	
<u>23</u>	Рисунок. Кривая Минковского и Множество Жюлиа с подписями	Береговые линии - это пример природных фракталов. Фракталы же, которые человек может получить с помощью математики, можно разделить на геометрические и алгебраические.	
24	Анимация. Построение снежинки Коха с надписью “Периметр = знак бесконечности”, “Площадь = $8/5$ ”	Геометрические фракталы строятся поэтапно в итеративном процессе. Например, снежинку Коха можно построить, если взять равносторонний треугольник, а затем у каждого отрезка треть посередине заменять на две стороны равностороннего треугольника. В пределе - в результате бесконечного повторения - получится фрактал в самом строгом смысле. Периметр снежинки бесконечен, а площадь равна восьми пятым площади базового треугольника.	
25	Анимация. Этапы построения кривой Леви	В принципе при таком построении при ограниченном	

		<p>количестве итераций наступает момент, когда изменения становятся визуально незаметными, и тогда построенная фигура даёт достаточное представление о фрактале - многие такие фракталы можно начинать строить буквально карандашом на листке бумаги.</p>	
26	<p>Фото Линденмаера и надпись “L-система, или система Линденмайера</p>	<p>Ещё для генерации некоторых фракталов можно использовать L-системы.</p>	
27	<p>Видео. Пример построения фракталов L-системами</p>	<p>Суть их состоит в том, что имеется стартовая строка символов и правила, по которым символ заменяется на какой-то другой ряд символов. Например, множество Кантора можно построить, имея два таких правила и начиная со строки из всего одного символа. А - значит рисуем отрезок, Б - просто движемся. Получается самоподобное множество.</p>	
28	<p>Фото фрактала дерево Пифагора с двойной экспозицией или перед видео примеров моделей растений</p>	<p>Вот фрактал дерево Пифагора, построенный таким способом. L-системы очень хорошо подходят для построения растений. Удивительно, какое разнообразие невероятно реалистичной растительности возможно создать.</p>	
29	<p>Видео и фото. Бассейны Ньютона. Динамические изображения разных координаты Жюлиа</p>	<p>Фракталы алгебраические возникают при исследовании нелинейных динамических систем (функций).</p>	
30	<p>Копия иллюстрации процесса той циклической итерации из пункта 11</p>	<p>Для их построения точки в пространстве комплексных</p>	

		чисел окрашиваются в зависимости от того, как они себя ведут при многократном применении к ним функции.	
31	Рисунок и анимация. Zoom out. Мозаика изображений множеств Жюлиа на разных координатах, на которых демонстрируется множество Мандельброта.	Получаются фракталы, невероятно красивые и интересные своими математическими свойствами. Например, из изображений множеств Жюлиа можно как мозаику составить фрактал Мандельброта.	
32	Анимация. Из трех треугольников собирается треугольник Серпинского. Приближаемся к нему рекурсивно	Каждый из вас прямо сейчас может построить несколько фракталов. Начнём с треугольника Серпинского. Это двумерный аналог множества кантора. Он рекурсивен, состоит из трёх идеальных копий самого себя, каждая в два раза его меньше.	
33	Анимация построения. Возникает надпись “Программа - InkScape”. Построение фрактала Серпинского.	Достаточно в любом графическом редакторе построить равносторонний треугольник, скопировать его два раза, объединить их все вместе, и проделать то же самое с получившимся треугольником.	
34	Рисунок построенного треугольника серпинского	После недолгого повторения этих действий получается довольно детализированный треугольник Серпинского.	
35	Рисунки и фотографии. Ковёр Серпинского, пирамида Серпинского, губка Менгера	Тоже самое можно сделать с квадратом, пирамидой и кубом.	
36	Анимация.	Треугольник Серпинского, на самом деле, можно построить	

	Получение треугольника Серпинского удалением треугольников	большим количеством разных способов: удалением треугольников из изначального треугольника	
37	Анимация. Получение треугольника Серпинского методом хаоса	методом хаоса	
38	Анимация. Получение треугольника из фрактального дерева	из фрактального дерева	
39	Анимация. Получение треугольника Серпинского из кривой Серпинского	или из кривой Серпинского, которая является примером заполняющих пространство кривых.	
40	Анимация. Первые этапы построения кривой Гильберта	Как и намекает название, это непрерывные кривые, построение которых в пределе полностью заполняет пространство, например кривая Гильберта.	
<u>41</u>	Рисунок. Пример дракона	Другой фрактал - кривая Дракона - строится из линии.	
42	Анимация. Складывание бумаги	Если вы возьмёте полоску обычной бумаги, сложите её пополам несколько раз в одну сторону, а затем развернёте и уложите все сгибы под прямым углом, то можно будет увидеть первые шаги построения этой кривой.	
43	Анимация. Построение кривой Дракона	Но чтобы увидеть, как он строится дальше, вернёмся к компьютеру. Нарисуем прямую линию, скопируем её и повернем на 90 градусов. Совместим их в одну ломаную кривую и сделаем	

		с ней то же самое. Мы по сути делаем те же сгибы, как на бумаге, но уже в развёрнутом виде.	
44	Рисунок построенной кривой Дракона	Так дракон становится всё более прорисованным.	
45	Рисунок. Разные плиточные комбинации драконов	Что интересно, этим фракталом можно замостить плоскость как плиткой, причём несколькими способами.	
46	Анимация. Числовая ось и движение на ней точки. От точки исходят лучи, иллюстрирующие процесс функции	А вот множество Мандельброта таким способом взять и начать рисовать не получится. Для обсуждения алгоритма построения этого фрактала вернёмся к идее итерации. Если взять, например, число четыре и циклически возводить его в квадрат, то результаты такой функции устремятся в бесконечность. Если представить числа на оси и двигать по ней точку, то видно, что все числа, по модулю большие единицы, при таком возведении в квадрат стремятся к бесконечности, назовём это неустойчивым процессом. Точки минус один и один всегда дают единицу, а точки между ними стремятся к нулю - эти процессы назовём устойчивыми.	
47	Анимация. Система координат и движение на ней точки-комплексного числа. От точки исходят лучи, иллюстрирующие процесс функции	Возьмём теперь точку, которую можно свободно перемещать по системе координат. Это комплексное число, на горизонтальной оси останется вещественная часть числа, а по вертикальной идёт мнимая часть числа.	

		<p>Так же, как и в прошлом примере, будем возводить число в квадрат. Это делается немного по-другому, чем с обычными числами, но можно увидеть, что процесс в этом случае такой же - внутри единичной окружности он устойчив, снаружи неустойчив.</p>	
48	<p>Анимация. Система координат и движение на ней точки Z и точки C. От Z исходят лучи, иллюстрирующие процесс функции</p>	<p>А вот, что будет получаться, если каждый раз после возведения в квадрат к результату будет прибавляться C.</p>	
49	<p>Анимация. Система координат и движение на ней точки C. От Z в исходят лучи, иллюстрирующие процесс функции</p>	<p>Зафиксируем Z в нуле - то есть будем каждый раз начинать с нуля, и станем менять C. В некоторых местах процесс устойчив, а в некоторых неустойчив, но граница разницы между ними это уже далеко не простая окружность.</p>	
50	<p>Анимация. Точка двигается и оставляет окрашенные следы</p>	<p>Сделаем так, чтобы точка окрашивала координаты, на которых побывала, черным если процесс устойчивый, синим если неустойчивый.</p>	
51	<p>Рисунок множества Мандельброта</p>	<p>Удивительно, но проявляется форма множества Мандельброта.</p>	
52	<p>Фото и видео. Примеры разных раскрасок множества Мандельброта</p>	<p>Этот несложный алгоритм можно реализовать в любом языке программирования, в котором есть возможность работать с графикой - можно создать свой собственный фрактал и раскрасить его как угодно, достаточно связать цвета со скоростью ухода процесса</p>	

		функции на точке в бесконечность.	
53	Видео-хроника. Различные природные ландшафты сменяют друг друга комбинированным переходом	Геометрические и алгебраические фракталы - всего лишь часть всего фрактального разнообразия нашего мира.	
54	Анимация. Визуальная попытки разместить овалы и треугольники на фоне гористого пейзажа	Обычная, евклидова геометрия неспособна описать формы большинства природных объектов, потому что облака это не сферы, а горы - не пирамиды.	
55	Фото. Холмистая равнина средней полосы. Технология 3д камеры	Многие формы природы неправильны и фрагментированны. Тот смысл, в котором многие природные объекты самоподобны - это неровность, которая остаётся постоянной на разных масштабах.	
56	Фото. Модель фрактального папоротника и реальный папоротник. Фотографии сменяются :реальной молнии и анимация модели, анимация броуновское движение, изображение ракушки.	Этот папоротник был построен с помощью алгоритма. А вот настоящий. С помощью фрактальной геометрии можно построить модель пути молнии, снежинки нарастают по фрактальным правилам, броуновское движение фрактально, а вот ракушка с рисунком треугольника Серпинского.	
57	Фотографии и видео сменяются: человеческих лёгких, кровеносных сосудов, ритма сердца, процесса трекинга траектории движения глаза человека	Человеческие лёгкие, почки, кровеносные сосуды имеют фрактальную форму, фрактальны ритмы сердца, траектория движения глаза.	
58	Архивное видео. Иллюстрация разнообразия животного мира	Почему так происходит? Кажется, вся природа исходит из фрактальных законов. На	

		<p>практике, фрактальное распределение или фрактальная форма натурально более гибкая. Система такого строения может отвечать любым экологическим стрессам и стимулам и в целом любому воздействию.</p>	
<u>59</u>	<p>Архивные видео и рисунки. Звёзды в небе, река, материки и их фрактальные модели</p>	<p>То, что у науки теперь есть такой мощный инструмент, как фрактальная геометрия, позволяет создавать модели для всего этого разнообразия фракталов вокруг нас и использовать их в широком множестве сфер.</p>	
60	<p>Технология “динамичная мозаика”. Множество фотографий и видео, иллюстрирующих содержание дикторского текста</p>	<p>Фрактальную структуру имеют закономерности рынка акций и шумы при передаче сигналов. Модели кровеносных сетей и определение их фрактальной размерности помогает в диагностике рака. Фрактальная структура лесов позволяет рассчитать, сколько углекислого газа поглощает весь дождевой широколиственный лес после измерения всего одного дерева, что можно использовать в прогнозах процесса глобального потепления. Тот факт, что броуновское движение фрактально, позволяет моделировать и изучать движение на нанодиапазоне размеров - это различные механизмы работы клеток живых организмов и область нанороботики. Фрактальные антенны используются в большинстве техники - это единственный способ уменьшить их размер и себестоимость при сохранении</p>	

		<p>эффективности. Фракталы используются для генерации рисунков камуфляжа. Использование фракталов в структуре солнечных батарей улучшает их эффективность и внешнюю привлекательность (что значит больше людей их приобретут).</p>	
61	Технология “динамичная мозаика”. Множество фотографий и видео, иллюстрирующих содержание дикторского текста	Теория фракталов объединяет похожие идеи из многих наук. Это только подтверждает то, насколько полезна фрактальная геометрия может быть для нас, когда фракталы настолько распространены вокруг.	
62	Фото. Разные координаты множества Мандельброта	Когда работы Бенуа Мандельброта стали известны, изображения фракталов сразу зацепили всех своей невероятной красотой и визуальной сложностью.	
63	Фото. Обложка журнала Scientific American августа 1985	Первое изображение фрактала, представленное как предмет искусства, скорее всего было изображением части фрактала Мандельброта на обложке журнала Scientific American августа 1985.	
64	Рисунки и видео. Работы фрактального искусства	Появилось художественное направление фрактального искусства - алгоритмически созданные фрактальные объекты запечатлеваются в форме изображений, анимаций и видео.	
65	Фото. Примеры интерфейсов программ	В настоящий день существует много программ для создания разных типов фракталов, где от	

		пользователя обычно требуется только настройка параметров самого фрактала и его отображения.	
66	Видео фрактала Мандельброта	Можно найти множество видео с зумом в множество Мандельброта на разные координаты с красочными палитрами длиной вплоть до нескольких часов.	
67	Видео и фото. Примеры фрактальных моделей природных объектов.	Фрактальные алгоритмы часто используются для моделирования природных объектов для, например, видеоигр. Можно смоделировать целый мир из минимального количества данных с помощью математических алгоритмов - ландшафт, его текстуры и такие элементы как песок и камни, облака, воду, землю и растения.	
68	Видео. Геймплей игры Marble Marcher	Или можно просто взять объёмный фрактал и сделать его интересным и оригинальным окружением в игре.	
69	Фото. Пейзажи древнего и средневекового Китая, картины Мауриц Корнелис Эшера, коты-калейдоскопы Луиса Уэйна	В то же время мы начали замечать фрактальность в искусстве людей, живших далеко до нас. Это неудивительно, ведь как может человек, видя вокруг настолько фрактальный мир, полный самоподобных объектов, не пытаться его хотя бы отчасти воспроизвести?	
70	Фото. Картина “Большая волна в Канагаве”, другие работы Кацусика	В известной работе японского художника Кацусика Хокусай “Большая волна в Канагаве”	

	Хокусай с фрактальными элементами	большая волна на своей вершине делится на более мелкие, которые, в свою очередь, тоже состоят из небольших завихрений. В других его картинах тоже нетрудно заметить, насколько точно, со всеми неровностями, изображены вихри волн и кроны деревьев.	
71	Фото. В хронологическом порядке картины Джексона Поллока от 1943 года до 1952 года	Картины Джексона Поллока имеют фрактальную структуру. Было подсчитано, что со временем фрактальная размерность его картин увеличивалась с 1 в 1943 году до 1,72 в 1952 году.	
72	Фото. Картина “Лицо Войны”	У Сальвадора Дали самоподобие более явное можно наблюдать в картине “Лицо войны”, где черепа в черепах в черепах выражают бесконечность смерти.	
73	Фото. Фрактальная структура храмов, потолков в храмах, фрактальная структура деревни в Замбии	Фракталы можно заметить в архитектурных постройках в разных местах мира. Кажется, у людей есть врождённая любовь к фракталам, даже при том, что мы построили для себя мир, полный простых фигур из прямых углов, линий и гладких поверхностей.	
74	Фото. Ковры и интерьеры с фрактальными дизайнами. Природные фракталы (кроны деревьев, волны на воде), появляется надпись “1,3—1,5”. Кристаллизация слезы и фигура Лихтенберга, появляются надписи “1,8565” и “1,75”	Более того, вид фракталов уменьшает стресс и умственную усталость, и потенциально просто оказывает благоприятное действие на человека, в связи с чем появляются проекты целенаправленного помещения фракталов определённой	

		<p>размерности в интерьеры и в целом архитектуру.</p> <p>Человеку наиболее полезны и приятны фракталы с размерностью где-то от 1, до 1,5, и большинство фрактальных объектов, созданных природой, имеют именно такую размерность. Любопытно, но при большей размерности, если структура более изрезанная, на неё уже может быть не так приятно смотреть.</p>	
75	<p>Архивное видео. Разнообразные изображения природы и окружающего мира</p>	<p>Фрактальная геометрия - пример свежей концепции в науке, предлагающей нам новые методы изучения мира, раскрывающей наши горизонты. Евклидова геометрия и классический подход к математике подходит для мира, построенного человеком, но мир, созданный природой, включая нас, построен по правилам фрактальной геометрии. При должном внимании она позволит изучить и понять мир лучше, чем когда-либо до этого.</p>	Музыка