

**Отзыв научного руководителя**  
на выпускную квалификационную работу  
**“О правильных раскрасках графов”**

Иванова Михаила Павловича

Работа Михаила Иванова относится к теории графов, более точно — это решение экстремальной задачи теории графов — оценки максимума количества правильных реберных 3-раскрасок кубических графов.

Интерес к 3-раскраскам рёбер кубических графов связан в первую очередь со случаем планарных кубических графов — задача о существовании таких раскрасок не просто эквивалентна гипотезе 4 красок, что установлено в 19 веке Тэйтом — это единственный известный на настоящий момент путь к доказательству гипотезы 4 красок.

Несколько лет назад мне показалось интересным оценить сверху количество правильных 3-раскрасок связного кубического графа, и я быстро придумал несложную оценку  $3 \cdot 2^n$  для графа на  $2n$  вершинах, которая достигается на следующем примере: цикле длины  $2n$ , в котором чередуются двойные рёбра и одинарные. Но сразу видно, что для графов без кратных рёбер оценка не достигается. Через некоторое время ее удалось улучшить, но чувствовалось, что оценка неточна. Было трудно предположить, какой будет точная оценка, и я предложил задачу Михаилу: если и не будет найдена точная оценка, то я надеялся, что он сможет улучшить имеющуюся верхнюю оценку. В конце концов, не в каждой задаче удастся найти точную оценку, в некоторых случаях и понять, какого она порядка — хорошо.

Самым трудным мне казалось понять, какой же ответ и на какой серии графов он достигается. Тут Михаил продемонстрировал современный подход, причем совершенно самостоятельно — я бы точно не стал писать программу, перебирающую все графы и их раскраски. Но просто по результатам выполнения программы для малых графов ничего не докажешь, Михаил смог правильно эти результаты проанализировать, выделить экстремальные серии цилиндров и лент Мёбиуса. Даже после этого не все было так просто, доказать результат получилось не сразу. Очень полезной и, я бы сказал, взрослой идеей Михаила было посмотреть на все графы, кроме двух экстремальных серий, и доказывать более сложный, казалось бы, результат — оценку для графов, не принадлежащих к экстремальным сериям, но именно это получилось. Такое нередко бывает в комбинаторике, но далеко не каждое усиление задачи делает ее более простой для доказательства.

Хочу отметить, что работа была выполнена самостоятельно. Написана работа в весьма хорошем стиле, текст приятно читать, читателю помогают многочисленные иллюстрации. Работа была опубликована в ЗНС ПОМИ, правки по результатам рецензий были минимальными.

Считаю, что выпускная квалификационная работа М. П. Иванова является хорошим научным исследованием, выполненным самостоятельно, и безусловно заслуживает оценки **“отлично”**. Думаю, что эта работа является хорошим заделом для дальнейших исследований.

Научный руководитель, д. ф.-м. н.

Д. В. Карпов