

Отзыв научного руководителя  
на выпускную квалификационную работу  
Приезжева Петра Андреевича

«Вероятностное отслеживание для убывающих погрешностей с  
постоянной скоростью»

Теория отслеживания динамических систем играет важную роль в качественной теории динамических систем. Наиболее известным результатом является «лемма об отслеживании» (shadowing lemma), утверждающая, что в окрестности гиперболического множества любая псевдотраектория может быть приближена точной траекторией. Лемма об отслеживании, доказательство которой восходит к Аносову и Боуэну (1960-ые годы), играет важную роль в теории структурной устойчивости. Несложно построить примеры негиперболических отображений, обладающих свойством отслеживания. Однако такие примеры являются нетипичными, это было показано в работах Абденура, Диаца и Сакай. При этом, если накладывать количественные ограничения на качество отслеживания, Пилюгин и Тихомиров показали, что система с Липшицевым (или Гельдеровым с высоким показателем) отслеживанием обязательно является структурно устойчивой.

При этом при численном моделировании оказывается, что для многих не гиперболических систем псевдотраектории могут быть хорошо отслежены в течение долгого времени. На примере логистического отображения и отображения Эно это очень подробно описано в работах Хаммел, Гребоджи, Йорка в 1990-х. Теоретического обоснования этого феномена на данный момент нет.


В работе Петра Приезжева изучается вопрос о длине хорошо отслеживаемой псевдотраектории в случае, когда погрешность в псевдотраектории убывает с номером итерации. В качестве динамической системы рассматривается специальный класс неравномерно гиперболических отображений – линейные косые произведения над сдвигом Бернулли. В работе использован вероятностный подход и оценивается вероятность того, что псевдотраектория определенной длины может быть отслежена. Отметим, что определение понятий псевдотраекторий и отслеживания для погрешностей, меняющихся со временем, не является классическим.

Приведены условия «равномерного» убывания для размеров скачков, при которых удастся определить точную границу длины псевдотраекторий, которые могут быть хорошо отслежены. Это новый результат, сильно обобщающий работу Тихомирова 2015 года, в которой была найдена длина отслеживающихся псевдотраекторий для одинаковых погрешностей. Все утверждения сформулированы в виде лемм и теорем, в работе приведены полные доказательства. Основными используемыми методами являются неоднородные разностные уравнения и принцип больших уклонений для случайных величин. Работа находится на стыке теории динамических систем и теории вероятностей.

Полученные результаты являются новыми и представляют интерес для специалистов по качественной теории динамических систем, в работе приведены строгие математические доказательства всех сформулированных утверждений.

Считаю, что работа Приезжева Петра Андреевича заслуживает оценки «Отлично», и её автор заслуживает присвоения степени бакалавра.

Профессор факультета математики и компьютерных наук  
Доктор физико-математических наук  
Сергей Борисович Тихомиров



С.Б. Тихомиров