

Отзыв научного руководителя  
на дипломную работу Ольги Мартыновой  
«Bounds on the size of graph-walking automata»

Дипломная работа Ольги Мартыновой посвящена *графоходным автоматам* (graph-walking automata, GWA), то есть конечным автоматам, обходящим графы — модели, изучавшейся начиная с 1970-х. В работе впервые предлагается метод доказательства оценок числа состояний в таких автоматах, и с помощью этого метода получается несколько важных результатов.

Первый результат работы — асимптотически точные оценки сложности преобразования графоходных автоматов к особым видам: к *останавливающимся* автоматам, которые не закливаются ни на каком входе, к *возвращающимся* автоматам, которые должны вернуться в начальную вершину, чтобы принять, и к *обратимым* автоматам, в которых по текущей конфигурации можно однозначно восстановить предыдущую. Сама возможность построения автоматов таких видов по произвольному автомату была ранее доказана в работе Кунца и Охотина (MFCS 2013) — однако не было известно никаких способов установить, какого размера должны быть построенные автоматы.

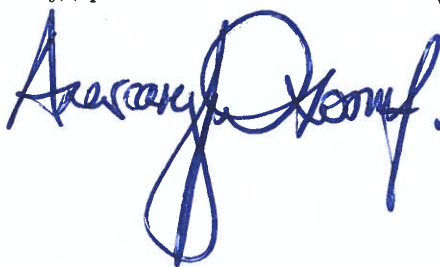
В работе Ольги Мартыновой верхние оценки размера преобразованных автоматов из статьи Кунца и Охотина (2013) улучшаются в константное число раз, и одновременно доказываются нижние оценки, асимптотически совпадающие с улучшенными верхними оценками и тем самым подтверждающие их оптимальность. Метод доказательства нижних оценок весьма непросто: определяется хитроумный подграф — «диод» — который легко пройти в одну сторону и трудно в другую, то есть автомату требуется для этого много дополнительных состояний. Из таких диодов строятся графы, которые распознаются графоходными автоматами общего вида, однако останавливающиеся, возвращающиеся или обратимые автоматы, решающие ту же задачу, должны иметь существенно больше состояний. Полученные таким образом построения для нижних оценок настолько точны, что асимптотически достигают верхних.

Второй вопрос, изученный в работе — это сложность преобразования графоходного автомата к автомату, принимающему те же графы, к каждому из которых применена некоторая операция. Рассматриваются две операции: инъективные гомоморфизмы графов и обратные гомоморфизмы (множества прообразов). Показывается, во-первых, что класс множеств графов, распознаваемых графоходными автоматами, замкнут относительно обратных гомоморфизмов, причём находится точное число состояний, достаточное и в худшем случае необходимое для представления обратного гомоморфного образа; при этом для доказательства нижней оценки используются построения, основанные на диодах из первой части работы. Также показывается незамкнутость этого класса относительно инъективных гомоморфизмов — доказательство основано на новой характеристике класса регулярных древесных языков, полученной в работе.

Открытые Ольгой Мартыновой новые методы исследования графоходных автоматов придают новый импульс изучению этой непростой модели и вносят значительный вклад в теорию автоматов. Результаты работы получили одобрение научного сообщества: статья, представляющая первый результат работы, была принята на конференцию STACS 2021, и г-жа Мартынова сделала на ней доклад. Вторая статья с результатами о гомоморфизмах представлена к публикации.

Это выдающаяся работа, превосходящая самые высокие ожидания от дипломной работы. Все основные идеи работы принадлежат автору и получены ею самостоятельно, вклад научного руководителя ограничивался помощью в организации материала и представлении результатов. Считаю, что работа Ольги Мартыновой с большим запасом соответствует критериям оценки «отлично», изложенным в Программе государственной итоговой аттестации.

Александр Охотин, Ph.D.  
профессор Санкт-Петербургского  
государственного университета



9 июня 2021 г.