

Отзыв на выпускную квалификационную работу  
“Algorithms for Incremental Voronoi Diagrams”  
студента 2 курса магистратуры 01.04.01 “Математика”  
Бориса Алексеевича Золотова

Магистерская работа Бориса состоит из двух частей. Первая (и более объемная) часть посвящена поддержанию явного представления графа диаграммы Вороного на плоскости для множества точек, позволяющего быстрые вставки точек. Если вставлять точки в уже построенную диаграмму, геометрический граф, соответствующий ей, может сильно меняться (есть последовательность вставок, где при каждой вставке меняется  $\Theta(n)$  ребер диаграммы, при том что количество ребер во всей диаграмме тоже оценивается как  $\Theta(n)$ .) Показано, что *комбинаторный* граф диаграммы меняется не сильно, а именно происходит амортизированно  $O(\sqrt{n})$  изменений за вставку. Однако как именно сделать комбинаторные изменения быстро, поддерживая явную структуру диаграммы (навигацию по ребрам), было известно только для одного частного случая, когда диаграмма является деревом.

Борис (с участием соавторов) показал, как поддерживать диаграмму в общем случае со вставками за  $O(n^{3/4} \cdot \text{polylog}(n))$ , что является первым суб-линейным по времени решением задачи (см. главу 3 дипломной работы). Этот результат доложен на небольшой конференции – JCDCG<sup>3</sup> 2019 – и опубликована в журнале Journal of Information Processing, причем сертификат “JIP Specially Selected Paper”. Продолжением этого результата является ответ на следующий вопрос: можно ли построить структуру данных, поддерживающую вставку за оптимальное (с точностью до полилогарифмического фактора) время  $O(\sqrt{n} \cdot \text{polylog}(n))$ ? Наша гипотеза заключается в том, что этого можно добиться, если динамически поддерживать иерархическую структуру, порожденную алгоритмом разделяй-и-властвуй. Первым, очень важным, шагом для проверки этой гипотезы является оценка количества комбинаторных изменений, связанных со вставками, в такой иерархической структуре (см. главу 3 дипломной работы). Борис показал, что это количество амортизированно оценивается как  $O(\sqrt{n})$ , так же, как и для одной диаграммы (без сопутствующей структуры).

Вторая часть работы – это продолжение бакалаврской работы, которое Борис получил во время семестра по обмену в Свободном Университете Брюсселя. Получена полиномиальная оценка на количество выпуклых многогранников, соответствующих реберным склейкам одинаковых квадратов. Это один из немногочисленных положительных результатов в направлении алгоритмических аспектов теоремы Александрова о развёртке. Этот результат будет доложен на молодежном форуме (YRF) конференции SOCG 2021.

В научной работе Борис проявил отличные математическую грамотность и кругозор, упорство и аккуратность, а также умение выделять подзадачи в большой задаче. При совместной работе с другими он играет ключевую роль в достижении результатов. Считаю, что он обладает большим научным потенциалом.

Работа достойна оценки “отлично”, а её автор заслуживает присвоения степени магистра.

Елена Александровна Арсеньева,  
Ph.D. в области информатики  
(признана в СПбГУ к. ф.-м. н. приказом 9482/1 от 02.10.2018),  
доцент Факультета Математики и Компьютерных Наук СПбГУ,



Санкт-Петербург,  
03.06.2021