

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

Санкт-Петербургский государственный университет

**ОЦЕНКА ЭКОНОМИЧЕСКОГО КАПИТАЛА ПОД ПОКРЫТИЕ КРЕДИТНОГО  
РИСКА КОММЕРЧЕСКОГО БАНКА**

Выпускная квалификационная работа студентки 4 курса направление 38.03.02 – Менеджмент, шифр образовательной программы СВ.5070.2015, профиль

**БОРАНБАЕВОЙ Сандугаш Муратбековны**

---

Научный руководитель  
к.ф.-м.н, доцент  
БЕРЕЗИНЕЦ Ирина Владимировна

---

«СООТВЕТСТВУЕТ ТРЕБОВАНИЯМ»

---

*(подпись научного руководителя)*

---

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2020 г.

Санкт-Петербург  
2020

### **Заявление о самостоятельном выполнении выпускной квалификационной работы**

Я, Боранбаева Сандугаш Муратбековна, студентка 4 курса направления 38.03.02 «Менеджмент» (профиль подготовки – Финансовый менеджмент), заявляю, что в моей выпускной квалификационной работе на тему «Оценка экономического капитала под покрытие кредитного риска коммерческого банка», предоставленной в службу обеспечения программ бакалавриата для публичной защиты, не содержится элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее курсовых и выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Мне известно содержание п. 6.3 Правил обучения по основным образовательным программам высшего и среднего профессионального образования в СПбГУ о том, что «Требования к выполнению выпускной квалификационной работы устанавливаются рабочей программой учебных занятий», п. 3.1.4 Рабочей программы учебной дисциплины «Выпускная квалификационная работа по менеджменту» о том, что «Обнаружение в ВКР студента плагиата (прямое или контекстуальное заимствование текста из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций без соответствующих ссылок) является основанием для выставления комиссией по защите выпускных квалификационных работ оценки «неудовлетворительно (F)», и п.51 Устава федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный университет» о том, что «студент подлежит отчислению из Санкт-Петербургского университета за представление курсовой или выпускной квалификационной работы, выполненной другим лицом (лицами)».



\_\_\_\_\_  
(Подпись студента)

01.06.2020

\_\_\_\_\_  
(Дата)

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	5
Глава 1. ВИДЫ, РЕГУЛИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ БАНКОВСКИМИ РИСКАМИ .....	8
1.1. Определение и меры измерения риска .....	8
1.1.1. Определение риска .....	8
1.1.2. Меры риска .....	11
1.2. Банковский риск: понятие и управление .....	17
1.2.1. Понятие и управление банковским риском .....	17
1.2.2. Классификация и определения видов банковских рисков .....	18
1.3. Понятие и управление кредитным риском .....	22
1.3.1. Определение кредитного риска .....	22
1.3.2. Понятие дефолта контрагента .....	23
1.3.3. Оценка величины ожидаемых потерь по кредитному риску .....	25
1.3.2. Модели вероятностей дефолта .....	27
1.3.3. Модели оценки LGD и EAD .....	33
1.4. Выводы .....	36
Глава 2. ПОНЯТИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОГО КАПИТАЛА .....	37
2.1. Достаточность капитала банка .....	37
2.1.1. Достаточность капитала банка в соответствии с Базелем I .....	37
2.1.2. Достаточность капитала банка в соответствии с Базелем II .....	39
2.1.3. Экономический капитал .....	46
2.2. Взаимосвязь между оценками экономического капитала и кредитного риска .....	50
2.2.1. Модели оценки потерь по кредитным портфелям .....	50
2.2.2. Оценка экономического капитала для покрытия кредитного риска .....	54
2.3. Методы распределения экономического капитала .....	57
2.3.1. Условия когерентности и принцип распределения капитала .....	58
2.3.2. Метод распределения по видам деятельности .....	60
2.3.3. Бета метод .....	61
2.3.4. Метод Шепли .....	62
2.3.5. Метод Эйлера .....	64
2.4. Выводы .....	67
Глава 3. ЭМПИРИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ .....	69
3.1. Оценка экономического капитала под покрытие кредитного риска .....	69
3.1.1. Вычисление потерь контрагентов .....	69

3.1.2. Вычисление коэффициентов корреляции.....	74
3.1.3. Моделирование потерь по кредитному портфелю.....	79
3.1.2. Данные .....	81
3.2. Результаты оценки экономического капитала под покрытие кредитного риска.....	88
3.3. Распределение оценки экономического капитала под покрытие кредитного риска .....	93
3.4. Результаты распределения оценки экономического капитала по группам заемщиков.....	94
3.5. Выводы.....	96
Заключение .....	99
Список использованной литературы .....	102
Приложение А. ....	110
Свойство положительно определенной однородной функции степени $k$ .....	110
Приложение Б. ....	111
Доказательство метода Эйлера .....	111
Приложение В.....	113
Распределение экономического капитала под покрытие кредитного риска с помощью оценок Надарая-Уотсона .....	113

## ВВЕДЕНИЕ

Банковская отрасль играет одну из ключевых ролей в успешном функционировании экономической системы любой страны. Привлекая денежные средства и перераспределяя их, банковские организации фактически выступают посредниками, которые принимают риски, связанные с неисполнением обязательств как со стороны контрагентов, так и со стороны самого банка перед поручившими средства лицами. Соответственно, можно говорить о том, что управление рисками одна из важнейших задач, стоящая перед банками.

Данное утверждение подтверждается периодами потрясений, циклично происходящими в мире. На сегодняшний день наибольший урон, нанесенный банковской отрасли, произошел в 2007-2008 гг. В тот период в связи с наступившим финансовым и экономическим кризисом обанкротился ведущий банк мира Lehman Brothers в результате недооценки принимаемых рисков в рамках процесса управления ими.

В то же время кредитный риск является одним из наиболее значимых видов риска для банковских организаций. В ежегодном отчете Banking Banana Skins, подготавливаемом аудиторской компанией PricewaterhouseCoopers и Центром изучения финансовых инноваций (CSFI), кредитный риск в течение последних 20 лет неизменно находится в десятке рейтинга рисков, вызывающих наибольшую обеспокоенность со стороны ведущих риск-менеджеров мира. В свою очередь, в моменты происходящих рецессий данный вид риска входит в тройку значимых видов риска, упомянутого выше списка. Это подтверждает то, что в свете последних событий, происходящих в мире, профессиональные аналитики в сводках новостей все чаще освещают возросшую обеспокоенность относительно наступления кредитного кризиса<sup>1</sup>.

В целях оценки рисков и определения капитала для покрытия экономических последствий рискованных видов деятельности в 2004 г. принятие второго Базельского соглашения, помимо модификации правил по порядку существующего на тот момент расчета регулятивного капитала, рекомендовало банкам определять величину экономического капитала по каждому значимому виду риска, принимаемого банком, в частности по кредитному риску. При этом методы оценки данного показателя банки устанавливают сами,

---

<sup>1</sup> Boston C. Credit Is the Scariest Market to Watch, Not the Dow or S&P [Electronic Resource] // Bloomberg. NY, 2020. URL: <https://www.bloomberg.com/news/articles/2020-03-19/credit-is-the-scariest-market-to-watch-not-the-dow-or-s-p> (дата обращения 01.04.2020).

так как цель расчета заключается в определении внутренних требований организации к капиталу.

Помимо вычисления оценки экономического капитала, в рамках данной темы поднимается вопрос рискованности групп заемщиков. В России особый практический интерес вызывает проблема кредитования корпоративных заемщиков. Так, в декабре 2019 г. Центральным банком России было объявлено, что кредитный портфель крупнейших заемщиков превысил 5 трлн руб<sup>2</sup>. При этом в "Обзоре финансовой стабильности" Банк России обращает внимание на то, что банки могут недооценивать риски крупнейших корпоративных заемщиков. В подобных обстоятельствах часть данной работы будет сконцентрирована на распределении полученной оценки экономического капитала для покрытия кредитного риска по основным группам заемщиков.

В качестве актуальности данного исследования также можно привести то, что количество предложенных публикаций по запросу "economic capital for credit risk" в поисковой системе Google Scholar с начала 2020 г. составило 13300. Также вопросы методов оценки экономического капитала под покрытие кредитного риска поднимали аналитические и исследовательские отделы таких крупнейших корпораций, как JPMorgan Chase, Credit Suisse, Moody's Corporation, Fitch Ratings, McGraw Hill и др.

Таким образом, в данной работе ставится следующий исследовательский вопрос: "Существуют ли методы, способные адекватно оценить экономический капитал под покрытие кредитного риска и осуществить распределение рассчитанного значения между заемщиками?". Соответственно, цель данной работы состоит в оценке экономического капитала для покрытия кредитного риска коммерческого банка. Для достижения поставленной цели были сформулированы следующие задачи:

1. Представить определения видов банковских рисков, существующие международные и российские предписания, рекомендации по управлению рисками в коммерческих банках;
2. Проанализировать научную литературу, исследования и статьи, посвященные вычислению экономического капитала в банках и методам его распределения между заемщиками;

---

<sup>2</sup> Кошкина Ю. Кредитный риск крупнейших российских заемщиков превысил 5 трлн руб. [Электронный ресурс] // РБК. М., 1995-2020. URL: <https://www.rbc.ru/finances/02/12/2019/5de4dc439a7947ed6133ac56> (дата обращения (29.01.2020)).

3. Провести исследование, направленное на оценку экономического капитала под покрытие кредитного риска кредитного портфеля банка из топ-25 по величине активов, и распределить полученное значение между группами заемщиков, включенными в данный кредитный портфель;
4. Проанализировать полученные результаты, сделать соответствующие выводы.

Работа выполнена в формате эмпирического исследования, основным инструментом которого являлся эконометрический анализ.

Объектом данного исследования были выделены методы оценки экономического капитала под покрытие кредитного риска и распределения вычисленного значения по группам заемщиков, предметом – кредитный портфель российского банка из топ-25 по величине активов.

Теоретической основой для написания данной работы служили работы таких зарубежных исследователей, как R. Merton, O. Vasicek, C. Homburg, J. Hull, J.A. McNeil, L. Bathazar, J. Lopez и др. Нормативной базой исследования являлись инструкции, указания, письма Банка России, федеральные законы и документы Базельского комитета по банковскому надзору.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, основной части, состоящей из трех глав, заключения, списка использованной литературы и приложений.

В первой главе будут рассмотрены основные понятия риска и мер риска, выделены основные различия между существующими определениями. Особое внимание будет уделено рассмотрению циклического процесса управления риском в банковских организациях, в частности кредитного риска.

Вторая глава посвящена проблематике достаточности капитала коммерческого банка и, соответственно, представлению существующих рекомендаций Базельского комитета по банковскому надзору и требований Центрального банка Российской Федерации. В рамках изучения данного вопроса будут представлены концепция экономического капитала банка и важность данного показателя при управлении риском, а также при принятии стратегических решений.

В третьей главе раскрывается используемая в данной работе методология нахождения и распределения оценки экономического капитала под покрытие кредитного риска по основным группам заемщиков, анализируются полученные результаты.

# ГЛАВА 1. ВИДЫ, РЕГУЛИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ БАНКОВСКИМИ РИСКАМИ

## 1.1. Определение и меры измерения риска

### 1.1.1. Определение риска

Риск неизбежно сопровождает любую сторону человеческой деятельности, в некоторых случаях оказывая колоссальное влияние на ее результат. В последнее время, в связи с ростом неопределенности как в макро-, так и микроэкономической средах, проявляется все большая необходимость к изучению риска. Однако основная проблема при его исследовании — это многообразие определений, методов и подходов к управлению риском.

Ниже приведены некоторые определения риска, представленные в учебниках по финансам и риск-менеджменту:

- "Риск может быть определен как незапланированное событие с финансовыми последствиями, приводящим к потерям или уменьшенному заработку"<sup>3</sup>;
- "Риск — это возможность возникновения неблагоприятных ситуаций в ходе реализации планов и исполнения бюджетов предприятия"<sup>4</sup>;
- "В наиболее общем виде риск может быть определен как вероятность осуществления некоторого нежелательного события"<sup>5</sup>;
- "Под риском понимается возможная опасность потерь, вытекающая из специфики тех или иных явлений природы или иных видов деятельности человека"<sup>6</sup>.

Из представленных формулировок видно, что часто риск ассоциируется с возможными негативными последствиями.

В свою очередь, одно из первых и наиболее известных в профессиональной литературе определений риска говорит, что риск есть количественно выраженная неопределенность<sup>7</sup>. Данная формулировка по ряду причин часто подвергалась критике, в частности, из-за отсутствия учета возможных значимых последствий. Так, Holton, проанализировав

---

<sup>3</sup> Vasavada G., Kumar Sh., Rao S.U., Pai S. General Bank Management. Mumbai, 2005.

<sup>4</sup> Тэпман Л. Н. Риски в экономике: Учеб. пособие для вузов / под ред. проф. ВА Швандара. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. – С. 8.

<sup>5</sup> Ковалев В. В. Финансовый менеджмент; теория и практика. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2007. – С. 250.

<sup>6</sup> Финансовый менеджмент: теория и практика. Учебник/ под ред. Стояновой Е.С. – М: Перспектива, 1998. – С. 439.

<sup>7</sup> Kneigt F.H. Risk, Uncertainty, And Profit. Boston, 1921. P. 233.

ряд соответствующих данной теме работ Ф. Найта, Дж. Кейнса, Г. Марковица и других видных научных представителей, приходит к выводу, что определение риска должно включать две компоненты: неопределенность и вероятные воздействия на ожидаемый результат<sup>8</sup>.

А. Дамодаран рассмотрел сущность различий между используемыми определениями риска и пришел к заключению, что последние в целом могут иметь следующие расхождения<sup>9</sup>:

- Риск и вероятность

Одни дефиниции риска рассматривают его как вероятность наступления события в то время, как другие, более широкие, понятия рассматривают вероятность реализации события и его влияние на ожидаемый исход. Например, вероятность наступления катаклизма относительно невелика, однако последствия, идущие вслед за этим, могут оказаться катастрофическими. Соответственно, такое событие может быть классифицировано как высокорисковое.

- Риск и угрозы

В некоторых областях риск и угроза являются явлениями, противопоставляющими друг друга. Угроза – событие, которое произойдет с низкой вероятностью и несет за собой значительные негативные последствия. При этом обе характеристики оценить практически невозможно. Риск, наоборот, считается высоковероятным событием, вероятность наступления и последствия которого оценить можно.

- Все последствия и негативные последствия

В теории риск-менеджмента по-разному идентифицируются последствия реализации некоторого события. Согласно одной позиции в качестве последствий выделяют только негативные сценарии, другая позиция принимает во внимание как позитивные, так и негативные отклонения от ожидаемого результата.

Автор отмечает, что подобные различия могут быть объяснены природой возникновения риска. Так, ввиду связанности понятия "риск" с различными дисциплинами, начиная от страхования и производства до портфельной теории, в каждой из них его определение будет отличаться<sup>10</sup>.

---

<sup>8</sup> Holton G.A. Defining Risk. // Financial Analysts Journal. 2004. Vol. 60, Issue 6. P. 22.

<sup>9</sup> Дамодаран А. Стратегический риск-менеджмент: принципы и методики. Пер. с англ. – М.: ИД "Вильямс", 2018. – С. 25.

<sup>10</sup> Там же. С 24.

В международном стандарте по риск-менеджменту дефиниция риска приводится как "влияние неопределенности на цели". При этом среди существующего многообразия определений данное понятие можно отнести к "лучшим"<sup>11</sup> во многом благодаря включению в него следующих примечаний:

1. влияние рассматривается как отклонение (с позитивными или негативными последствиями) от ожидаемого результата;
2. неопределенность – это отсутствие информации относительно понимания или знания события, его последствий или вероятности;
3. цели могут быть разными (финансовые показатели; техническая безопасность и здоровье людей; экология), они могут относиться к различным уровням управления (стратегический уровень, организационный, уровень проекта, продукта или процесса);
4. риск характеризуется отношением к потенциальным событиям и последствиям или сочетанию данных пунктов;
5. риск часто выражается в комбинации последствия события и вероятности его наступления.

Аналогичное определение приведено и в национальном стандарте по риск-менеджменту Российской Федерации. Однако, несмотря на это принятое на уровне стандартов понятие, инструменты риск-менеджмента фокусируются на снижении вероятности возникновения риска с негативными последствиями<sup>12</sup>, поскольку для нефинансовых компаний с точки зрения рациональности реакция людей при прочих равных будет более ощутимой в случае возникновения нежелательной ситуации, чем желательной. Деятельность финансовой компании лежит в основе работы всей экономической системы, поэтому для регулирующих органов крайне важным является удостоверение в наличии контроля рисков с негативными последствиями со стороны таких организаций.

Рассмотрим основные меры измерения риска, используемые в службах риск-менеджмента, для оценки, мониторинга и корректировки принятых и принимаемых компанией рисков.

---

<sup>11</sup> Окулов В. Л. Риск-менеджмент: основы теории и практика применения: учебное пособие. СПб.: Изд-во С.-Петербург. гос. ун-та, 2019 – С. 18.

<sup>12</sup> Hillson D. Extending the Risk Process to Manage Opportunities. // International Journal of Project Management. 2002. Vol. 3, Issue 20. P. 235-236.

### 1.1.2. Меры риска

Ограничения, как время, деньги, рабочая сила, существующие навыки, восприятие управленческих решений, информирование общественности о рисках и политическое давление, оказывают влияние на то, каким образом будет осуществляться оценка рисков<sup>13</sup>. Соответственно, методы оценки рисков могут варьироваться от исключительно качественных подходов до более традиционных количественных, включая промежуточный между ними смешанный подход.

В рамках качественного подхода к оценке риска обычно разрабатываются различные сценарии, риск которых впоследствии ранжируется в порядке, установленном оценщиком. В результате подобного анализа можно судить только о том, выше или ниже риск ситуации А относительно риска ситуации Б. Таким образом, фактически при использовании данного подхода дается субъективный относительный прогноз.

Количественный подход позволяет получить численную оценку каждого выделенного сценария. Преимущество данного способа заключается в том, что можно объективно не только определить риск относительно отдельно взятых ситуаций, но и получить в выбранной единице измерения абсолютную величину риска конкретного сценария. Следовательно, при использовании рассматриваемого подхода необходимо установить меру риска и определить ее значение.

В финансовой математике под мерой риска  $\tau$  понимается функция, отображающая случайную величину  $\xi$ , например, доходность акции, на множестве вещественных чисел  $R$ . Математическая запись определения меры риска представлена в формуле (1):

$$\tau: \xi \rightarrow R \cup \{+\infty\} \quad (1)$$

где  $\tau$  – мера риска;

$\xi$  – случайная величина;

$R$  – множество положительных вещественных чисел.

В качестве основных мер риска принято выделять следующие:

1. Дисперсия и стандартное отклонение результатов;
2. Стоимость под риском (Value-at-Risk, VaR);

---

<sup>13</sup> Altenbach T.J. A Comparison of Risk Assessment Techniques from Qualitative to Quantitative. // Lawrence Livermore National Laboratory. 1995. P. 2.

### 3. Условная стоимость под риском (Conditional Value-at-Risk, CVaR, Expected Shortfall, ES).

Перед дальнейшим рассмотрением перечисленных показателей, в частности их преимуществ и недостатков, стоит ввести понятие когерентности мер риска, так как результаты получаемых оценок риска не должны противоречить здравому смыслу. Так, мера риска является когерентной, если выполняются все следующие условия<sup>14</sup>:

#### 1. Монотонность

Если  $L_1, L_2 \in \xi$  и  $L_1 \leq L_2$ , то будет справедливо неравенство:

$$\tau(L_1) \geq \tau(L_2), \quad (2)$$

где  $L_i, i = [1, n] \in N$  – значение случайной величины  $\xi$ ;

$\tau(\cdot)$  - мера риска.

С точки зрения практики данное условие означает, что, например, портфель, результат которого всегда хуже, чем результат другого портфеля, будет более рискованным<sup>15</sup>.

#### 2. Однородность

Для любого  $L_i \in L$  и константы  $a \geq 0$ , справедливым является равенство (3).

$$\tau(a*L) = a*\tau(L), \quad (3)$$

где  $a$  – константа, принимающая положительные значения;

$L$  – множество значений случайной величины  $\xi$ .

Условие однородности говорит нам, что увеличение размера портфеля в  $a$  раз приведет к увеличению меры риска этого портфеля также в  $a$  раз<sup>16</sup>.

#### 3. Трансляционная инвариантность

Если  $b \in R$  и  $L \in \xi$ , тогда

---

<sup>14</sup> Коновалов Л. А. Когерентные меры риска и предельный переход // Теория вероятностей и ее применение. 2009. Т. 4. № 3. С. 467-468.

<sup>15</sup> Mitra S. Risk Measures in Quantitative Finance. // International Journal of Business Continuity and Risk Management. 2009. P. 9.

<sup>16</sup> Hull J.C. Risk Management and Financial Institutions. – 4th ed. – Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2005. – P. 255.

$$\tau(L + b) = \tau(L) - b. \quad (4)$$

В реальном мире выполнение данного условия можно также проследить при управлении портфелем: если добавить в портфель денежные средства в размере  $b$ , то мера риска портфеля уменьшится также на величину  $b$ <sup>17</sup>.

#### 4. Субаддитивность

Для любых  $L_1, L_2 \in \xi$  справедливо неравенство (5).

$$\tau(L_1 + L_2) \leq \tau(L_1) + \tau(L_2). \quad (5)$$

Интерпретация четвертого условия когерентности может быть сформулирована следующим образом: общий риск двух портфелей должен быть меньше либо равен сумме рисков каждого из портфелей в отдельности<sup>18</sup>. Стоит отметить, что выполнение условий 1 и 4 говорит о том, что мера риска является выпуклой функцией и, следовательно, гладкой.

Введя определение когерентности мер риска, рассмотрим основные меры риска, используемые на практике.

Стандартное отклонение – статистическая величина, которая измеряет отклонение набора данных от ожидаемого значения и определяется как арифметический квадратный корень из дисперсии<sup>19</sup>:

$$\sigma[\xi] = \sqrt{V[\xi]} = \sqrt{(E[\xi - E[\xi]])^2}, \quad (6)$$

где  $\sigma[\xi]$  – стандартное отклонение случайной величины  $\xi$ ;

$V[\xi]$  – дисперсия случайной величины  $\xi$ ;

$E[\xi]$  – математическое ожидание случайной величины  $\xi$ .

Стандартное отклонение является полезным инструментом при инвестировании и формировании торговых стратегий, поскольку данная мера риска помогает измерять волатильность рынка и ценных бумаг. Помимо этого, благодаря легкости интерпретации вза-

---

<sup>17</sup> Hull J.C. Risk Management and Financial Institutions. P. 255.

<sup>18</sup> Ibid. P. 255.

<sup>19</sup> Березинец И. В. Практикум по теории вероятностей и математической статистике. – 9-е изд., испр. и доп. – СПб.: Изд-во "Высшая школа менеджмента", 2013. – С. 45.

имные фонды регулярно сообщают значение этой статистической величины своим клиентам и инвесторам.

В финансовом мире выбор и использование конкретной меры риска часто обусловлено выполнением условий когерентности. Стандартное отклонение удовлетворяет только условиям однородности и субаддитивности. В дополнение эта мера риска фактически трактует риск как неопределенность. Природа данного показателя не позволяет рассмотреть риск как вероятность получения катастрофически неблагоприятных результатов.

Для решения данной проблемы в конце 1980-х годов К. Гэрбриджем были представлены обоснования для расчета новой меры риска – стоимостная мера риска (Value at Risk, VaR). VaR на доверительном уровне  $\alpha$  задается таким наименьшим числом  $l$ , что вероятность того, что случайная величина  $L$  примет значение больше  $l$ , не превышает  $(1-\alpha)^{20}$ . Формально последнее утверждение можно представить следующим образом:

$$\text{VaR}_\alpha = \inf\{l \in \mathbb{R}: P(L > l) \leq 1 - \alpha\} = \inf\{l \in \mathbb{R}: F_L(l) \geq \alpha\}, \quad (7)$$

где  $\text{VaR}_\alpha$  – стоимостная мера риска;

$l$  – оценка величины убытков;

$F_L(\cdot)$  – функция распределения случайной величины  $L$ ;

$\alpha$  – заданный уровень доверительной вероятности;

$L$  – значение случайной величины.

В целом  $\text{VaR}_\alpha$  помогает осуществлять измерение потенциального падения стоимости некоторого рискованного актива или портфеля в течение конкретного промежутка времени при заданном доверительном интервале<sup>21</sup>. Например, если  $\text{VaR}_\alpha$  ценной бумаги равна 30 долларам на месячном временном горизонте при 95%-ом доверительном интервале, то это означает, что существует 5%-ая вероятность, того, что цена ценной бумаги в течение месяца упадет ниже 30 долларов. В банках концепция стоимость под риском – это выраженная в базовой валюте оценка величины убытков, которые с заданным уровнем доверительной вероятности не превысят потери портфеля в течение определенного периода времени<sup>22</sup>. Таким образом, суть концепции стоимостной меры риска сводится к ассо-

---

<sup>20</sup> McNeil J.A., Frey R., Embrechts P. Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques, and Tools. – Princeton [et al.]: Princeton University Press, 2005.

<sup>21</sup> Дамодаран А. Стратегический риск-менеджмент: принципы и методики. С. 270.

<sup>22</sup> Мотовилов О.В., Белозерова С. А. Банковское дело: учебник. – М.: Проспект, 2017.

циации с уровнем риска худшего результата, который в действительности будет превышен с высокой (заранее установленной) вероятностью<sup>23</sup>.

Популярность  $VaR_\alpha$  возросла после того, как в 1995 г. инвестиционный банк J.P.Morgan обеспечил свободный доступ для вычисления ее значения. На сегодняшний день, как отмечает А. Дамодаран,  $VaR_\alpha$  "стала устоявшимся показателем подверженности риску в компаниях финансового сектора и даже начала находить применение в нефинансовых компаниях"<sup>24</sup>.

А. Дамодаран выделяет три подхода для вычисления  $VaR_\alpha$ :

- 1) исторический метод;
- 2) метод ковариации-вариации;
- 3) имитационное моделирование Монте-Карло.

В большинстве случаев выбор в пользу конкретного способа расчета  $VaR_\alpha$  определяется доступностью данных и целями, преследуемыми организацией. Например, поскольку банки работают в условиях ограниченности количества данных и нуждаются в проведении сценарного анализа, риск-менеджеры используют метод имитационного моделирования Монте-Карло с достаточно большим количеством итераций. В свою очередь, если инвестор решает включить ли акцию в портфель и в рамках этого процесса желает узнать минимальную доходность акции, которую он может получить с заданным уровнем доверительной вероятности на рассматриваемом временном промежутке, то благодаря наличию информации о предыдущих доходностях ценной бумаги инвестор может воспользоваться историческим методом расчета  $VaR_\alpha$ .

Несмотря на удобность и широту применения  $VaR_\alpha$  на практике, данную меру риска часто критикуют за то, что она не является когерентной из-за нарушения условия субаддитивности. Однако в определенных условиях и предположениях аксиома субаддитивности выполняется и, соответственно,  $VaR_\alpha$  становится когерентной мерой риска. В частности, в документе "Messages from the trading literature on risk measurement for the trading book" Базельского комитета рассматриваются причины нарушения и различные случаи выполнения данного условия. Также по данному вопросу могут быть приведены работы McNeil et al. и Danielsson, Jorgensen, Samorodnitsky, Sarma и de Virus. В первой работе показано, что если совместное распределение факторов риска является эллиптическим, то

---

<sup>23</sup> Дамодаран А. Стратегический риск-менеджмент: принципы и методика. С. 270.

<sup>24</sup> Там же. С. 273.

условие субаддитивности для VaR выполняется. Во второй статье авторы доказали, что, если общие потери принимают дискретное значение, аксиома субаддитивности соблюдается на высоких уровнях доверительной вероятности.

Помимо невыполнения аксиомы субаддитивности, за исключением описанных выше частных случаев,  $VaR_\alpha$  не учитывает значений, лежащих за пределами установленного уровня доверительной вероятности. Соответственно, была разработана совместимая с данной концепцией условная мера риска – условная  $VaR_\alpha$  (Conditional Value at Risk, CVar) также известная, как Expected Shortfall (ES), – способная устранить перечисленные недостатки  $VaR_\alpha$ . Идея использования этой меры риска заключается в том, чтобы, с помощью методологии  $VaR_\alpha$  разделить на две части вероятностное распределение результатов – возможные и почти невозможные – и найти математическое ожидание для ограниченного "куска" функции распределения, включающего только невозможные результаты:

$$ES_\alpha = \frac{1}{1-\alpha} \int_\alpha^1 q_u(F_L) du, \quad (8)$$

где  $u \geq \alpha$ ,

$ES_\alpha$  – условная стоимость под риском на заданном уровне доверительной вероятности  $\alpha$ ;

$q_u(F_L)$  – квантиль функции распределения случайной величины  $L$ ;

Из формулы (8) можно сделать вывод, что  $ES_\alpha$  – это условное математическое ожидание вероятностного распределения результатов относительно результатов, являющихся хуже или равными  $VaR_\alpha$ . Мету риска ES экономически можно интерпретировать как убытки, которые следует ожидать в случаях реализации маловероятных катастрофических сценариев, которые считались почти невозможными при вычислении  $VaR_\alpha$ . Соответственно, поскольку меры риска  $VaR_\alpha$  и  $ES_\alpha$  являются взаимодополняющими, решения, касающиеся управления рисками, следует принимать, базируясь на совместном анализе их значений.

Таким образом, в первом параграфе были введены понятие и основные меры измерения риска. В рамках данной работы будет рассмотрен банковский риск, в частности его сущность, виды и процесс управления им. Банк, как и любая другая функционирующая в экономике фирма, подвержен различного рода рискам, однако последние в силу нахождения подобного рода организаций в рисковом условиях деятельности некоторым образом отличаются от общепринятых понятий.

## 1.2. Банковский риск: понятие и управление

В ФЗ "О банках и банковской деятельности" предлагается следующее определение банковской организации: "Банк – кредитная организация, которая имеет исключительное право осуществлять в совокупности следующие банковские операции: привлечение во вклады денежных средств физических и юридических лиц, размещение указанных средств ..., открытие и ведение банковских счетов физических и юридических лиц"<sup>25</sup>. Поскольку некоторые из основных функций банка заключаются в посреднической деятельности "от своего имени и за свой счет на условиях возвратности, платности, срочности" и, следовательно, напрямую связаны с риском, можно заключить, что принятие и управление рисками являются ключевыми для обеспечения деятельности банка.

### 1.2.1. Понятие и управление банковским риском

При проведении анализа российских публикаций по банковским рискам было обнаружено, что большинство авторов, в частности А. Пенюгалова и В. Попондопуло, вводя понятие банковского риска, ссылались на определение, предложенное Банком России в письме от 23.06.2004 г. № 70-Т "О типичных банковских рисках". В данном документе "под банковским риском понимается присущая банковской деятельности возможность (вероятность) понесения кредитной организацией потерь и(или) ухудшения ликвидности вследствие наступления неблагоприятных событий, связанных с внутренними факторами и(или) внешними факторами". Исходя из представленного определения, можно сделать вывод, что государственные органы, ответственные за регулирование деятельности крупных финансовых институтов, ассоциируют риск с негативно воздействующим на результаты событием. В особенности их будет интересовать вероятность возникновения катастрофических отрицательных последствий.

Принимая риск, банки должны соблюдать рациональность и разрабатывать грамотную систему управления им. Используя концепцию "аппетита к риску", определяемой как система количественных и качественных показателей, указывающих, какой совокупный риск организация считает для себя приемлемым<sup>26</sup>, каждый банк ищет для себя оптимальную величину риска, которую готов на себя взять. Таким образом, можно заключить, что

---

<sup>25</sup> О банках и банковской деятельности: Федеральный закон № 395-1 от 02.12.1990: (ред. от 27.12.2019) [Электронный ресурс]. // КонсультантПлюс: справ.-правовая система. М., 1997-2020. URL: [http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_5842/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_5842/) (дата обращения: 23.10.2019).

<sup>26</sup> Ведяхин А., Кулик В. Основы риск-менеджмента: учеб. пособие. – М.: АНО ДПО "Корпоративный университет Сбербанка" [и др], 2015.

управление рисками подразумевает под собой взвешенное решение, касающееся как принятия, так и ограничения рисков.

Для нахождения и поддержания оптимальной величины риска в банке вводится циклический процесс управления, состоящий в основном из четырех этапов<sup>27</sup>:

- Идентификация – этап выявления источников рисков, которым подвержена организация, и выделение наиболее значимых видов риска;
- Понимание – этап осознания источников и причин возникновения риска;
- Оценка – этап оценивания размера и вероятности отклонения от ожидаемого исхода и последствий в случае его реализации;
- Реагирование – этап определения уровня риска, который организация готова на себя принять, и способов ограничения или оптимизации принятых ранее рисков.

### **1.2.2. Классификация и определения видов банковских рисков**

В рамках этапа идентификации при формировании систем и процедур по управлению рисками риск-менеджеры банков сначала выделяют те виды рисков, с которыми организация может столкнуться.

Х. ван Брюнинг и С. Брайович Братанович выделяют четыре группы банковских рисков: финансовые риски, операционные риски, деловые риски и чрезвычайные риски. Более подробно с классификацией авторов можно ознакомиться на рис. 1. Ознакомившись с информацией, представленной на данном рисунке, следует, что некоторые виды рисков могут входить одновременно в несколько групп. Например, рыночный риск был отнесен как к финансовым, так и к деловым рискам.

Авторы также отмечают, что финансовые риски, в свою очередь, делятся на чистые и спекулятивные. Данная классификация показана на рис. 2. Разница между выделенными видами рисков заключается в том, что чистые риски могут при ненадлежащем исполнении привести к убытку, в то время как спекулятивные риски, в основе которых лежит арбитражная деятельность, способны приводить как к прибыли, так и к убыткам. Стоит отметить, что деятельность как международных, так и национальных банковских надзорных органов сфокусирована на регулировании операционного, чистых и спекулятивных видов риска.

---

<sup>27</sup> Ведяхин А., Кулик В. Основы риск-менеджмента: учеб. пособие. Там же.



**Рис. 1** Спектр банковских рисков

[Источник: ван Грюнинг Х., Брайович Братанович С.]



**Рис. 2** Финансовые риски

[Источник: ван Грюнинг Х., Брайович Братанович С.]

В Политике управления рисками Банка России используются понятия финансовых и нефинансовых рисков. Согласно документу, к первым были отнесены риск ликвидности,

кредитный риск и рыночный риск, ко вторым – стратегический, операционный и репутационный виды риска. В Письме Банка России от 23.06.2004 г. № 70-Т "О типичных банковских рисках" также выделяются и даются определения типичных банковских рисков, среди которых:

- кредитный риск;
- рыночный риск, включающий валютный, фондовый и процентный риски;
- риск ликвидности;
- операционный риск;
- правовой риск;
- риск потери деловой репутации;
- стратегический риск.

На следующем шаге выделяются значимые и незначимые для организации риски, в которые обычно включаются упомянутые виды рисков. Решение о том, в какую группу – значимых или незначимых рисков – включать конкретный вид риска, принимается топ-и/или риск-менеджерами. Следующие виды банковских рисков, как правило, всегда выделяются в качестве значимых для любого банка:

- Риск ликвидности;
- Процентный риск;
- Рыночный риск;
- Кредитный риск или риск дефолта;
- Операционный риск.

В Указании Банка России от 15.04.2015 г. № 3624-У "О требованиях к системе управления рисками и капиталом кредитной организации и банковской группы" даются рекомендации относительно организации управления перечисленными видами рисков и риска концентрации. Однако стоит отметить, что, согласно этому документу, Центробанк не обязывает банковские организации относить данные виды рисков к значимым.

Примечательным фактом является то, что система управления рыночным риском в большинстве банков составляется по банковской и торговым книгам. При этом последние подвергаются как валютному, так и процентному видам рисков, иногда "включая" их в себя. Также каждый из вышеуказанных видов риска может включать еще, как минимум, 4-5 подвидов риска, которые определит для себя банк. Таким образом, в среднем на этапе идентификации рисков, присущих деятельности банка, выделяется перечень, состоящий из 12-17 различных значимых видов риска.

Источники и причины возникновения, сформулированные на этапе понимания циклического процесса управления рисками, отчасти находят отражение в определении идентифицированных ранее видов риска. Соответственно, каждая банковская организация вводит для себя собственное понятие того или иного вида риска. Несмотря на это, в данной работе представлены дефиниции видов банковских рисков, предложенные Х. ван Брюнингом и С. Брайович Братановичем и Базельским комитетом по банковскому надзору. С определениями можно ознакомиться в таблице 1.

Таблица 1.

**Определения основных видов банковских рисков**

Нефинансовые риски	
Операционный риск	Операционный риск определяется как риск потерь в результате неадекватных или ошибочных внутренних процессов, действий сотрудников и систем или внешних событий. Это определение включает правовой риск, но исключает стратегический и репутационный риски.
Финансовые риски	
Кредитный риск	Риск неспособности или нежелания участника кредитного соглашения уплатить проценты или основную сумму долга
Риск ликвидности	Риск отсутствия у банка достаточных средств для выполнения текущих обязательств
Рыночный риск	Риск потери капитала в результате неблагоприятного изменения рыночных цен при инвестициях на товарных, фондовых или валютных рынках
Процентный риск	Риск изменения процентных ставок, способного отрицательно повлиять на доходы или расходы банка

В целях дальнейшего рассмотрения концепции экономического капитала под покрытие кредитного риска далее будет рассмотрена сущность кредитного риска в банке и обзор моделей оценки параметров, с помощью которых ведется расчет величины принимаемого риска.

### **1.3. Понятие и управление кредитным риском**

#### **1.3.1. Определение кредитного риска**

Несмотря на то, что в разных источниках понятие кредитного риска может различаться, в целом оно несет практически идентичную смысловую нагрузку. В параграфе 1.2. уже была введена дефиниция "кредитный риск", представленная в монографии Х. ван Брюнинга и С. Брайовича Братановича. Ниже дано понятие кредитного риска, используемое в банке, входящем в топ-25 российских банков по величине активов.

Кредитный риск (кредитный риск дефолта) определяется как риск возникновения потерь вследствие неисполнения, несвоевременного, либо неполного исполнения заемщиком/эмитентом/контрагентом своих финансовых обязательств перед банком в соответствии с условиями договора, параметрами выпуска и др.

Согласно Х. ван Брюнингу и С. Брайовичу Братановичу, существуют три основных вида кредитного риска в банке:

- личный или потребительский риск;
- корпоративный риск или риск компании;
- суверенный или страновой риск.

На практике обычно все кредитные требования, базируясь на особенностях заемщика, относят к одной из четырех основных групп:

- Требования к суверенным заемщикам;
- Требования к банкам и финансовым организациям;
- Требования к корпоративным заемщикам;
- Требования к розничным заемщикам, включая требования к субъектам малого и среднего предпринимательства.

В рамках данного вида риска выделяют также такой вид риска, как кредитный риск контрагента, определяемый как риск дефолта контрагента до завершения расчетов по операциям с производными финансовыми инструментами, сделкам РЕПО и аналогичным сделкам.

Здесь стоит обратить особое внимание на сущность явления "дефолт контрагента", поскольку так же, как и в ситуации с определением кредитного риска, для некоторых банковских организаций ситуации, которые можно причислить к дефолтным, похожи, но определяются по-своему.

### 1.3.2. Понятие дефолта контрагента

Согласно второму Базельскому соглашению, считается, что дефолт произошел в отношении конкретного должника тогда, когда произошло хотя бы одно из двух следующих событий<sup>28</sup>:

- Банк считает, что кредитор вряд ли сможет полностью погасить свои кредитные обязательства перед банковской группой, не прибегая при этом к таким действиям, как реализация обеспечения (если таковое имеется).
- Должник имеет просроченную задолженность более чем на 90 дней по любому существенному кредитному обязательству перед банковской группой. Овердрафты будут считаться просроченными, как только клиент нарушил рекомендованный лимит или был уведомлен о лимите, меньшем, чем текущие расходы.

Таким образом, общее понятие дефолта можно определить следующим образом: дефолт — это неисполнение, несвоевременное либо неполное исполнение должником финансовых обязательств перед кредитной организацией в соответствии с условиями договора.

Однако для определения дефолта в рамках управления кредитным риском, нужно работать в предположении, что риск — это количественная оценка наступления нежелательного события, поэтому в данном случае риск-менеджеров будет интересовать количественная оценка риска наступления дефолта (вероятности дефолта) и потерь, связанных с дефолтом. Соответственно, чтобы создать инструменты, позволяющие проводить подобные оценки, каждая банковская организация должна установить критерии, которые позволят определить выполнит ли клиент свои обязательства и/или будут они выполнены в установленный срок и в полном размере, то есть и тело долга, и проценты по нему будут возвращены. Именно это будет являться внутренним определением дефолта, для которых модели будут оценивать вероятность наступления и сопутствующие потери.

В процессе формулирования внутреннего определения дефолта особое внимание уделяется соблюдению баланса «строгости» подхода. Так, в случае, когда дефолт определяется только при признании контрагентом наступления банкротства, будет получаться "положительная", но искаженная картина реального положения дел — обязательства могут быть не выполнены не только вследствие банкротства, и наоборот, если просрочка в

---

<sup>28</sup> Международная конвергенция измерения капитала и стандартов капитала: новые подходы // Базельский комитет по банковскому надзору. 2004.

несколько дней будет признаваться дефолтом, то у банка будет складываться нереалистичный взгляд на кредитный портфель.

Определение дефолта складывается из трех основных компонентов<sup>29</sup>:

- Понятия «дефолт» и «банкротство» могут показаться схожими, но существуют определенные различия между этими явлениями. При банкротстве имеется формальное подтверждение невозможности или частичной возможности погасить долги в то время, как возможный дефолт заемщика определяется вероятностью невозврата долга заемщиком, близкой к 100%. Таким образом, наступление дефолта не всегда означает наличие формального подтверждения невозможности погашения долгов;
- Критерии регулятора — заранее определенные критерии, которые, по мнению регулятора, характеризуют вероятность невозврата долга заемщиком, близкую к 100%;
- Критерии банка — заранее определенные критерии, дополняющие критерии регулятора и, по мнению кредитной организации, характеризующие вероятность невозврата долга заемщиком как близкую к 100%.

Используя представленную в пункте 1.3.1. практическую классификацию кредитных требований по клиентам и перечисленные выше три компонента, индикаторами дефолта для корпоративных клиентов определены следующие события<sup>30</sup>:

- наличие просроченной задолженности от 90 дней;
- банкротство заемщика;
- увеличение норматива резервирования по причине значительного ухудшения качества задолженности;
- реструктуризация задолженности или финансового обязательства по операциям на финансовых рынках;
- списание задолженности или финансового обязательства по операциям на финансовых рынках;
- уступка прав требования по задолженности с финансовыми потерями;
- инициирование процедуры принудительного взыскания всей суммы или части задолженности заемщика, неисполненных финансовых обязательств контрагентом по операциям на финансовых рынках в судебном порядке;

---

<sup>29</sup> Ведяхин А., Кулик В. Основы риск-менеджмента: учеб. пособие.

<sup>30</sup> Там же.

- принятие заемщиком или контрагентом решения о ликвидации или прекращении деятельности;
- ожидаемая неплатежеспособность: вероятное непогашение заемщиком задолженности;
- дефолт по операциям на финансовых рынках: вероятное неисполнение контрагентом финансовых обязательств по операциям на финансовых рынках;
- признание дефолта заемщика в рамках Группы.

Для розничных заемщиков дефолт определен на уровне кредитного договора. При этом индикаторами дефолта являются<sup>31</sup>:

- наличие просроченной задолженности от 90 дней (с учетом порога материальности);
- списание задолженности по кредитному договору;
- уступка прав требования по задолженности по кредитному договору с финансовыми потерями;
- реструктуризация просроченной задолженности по кредитному договору.

Из указанных выше различий критериев признания дефолта можно сделать вывод, что система управления кредитным риском для корпоративных и розничных заемщиков будет также различаться. Так, в начале сотрудничества между банком и контрагентом проводится оценка последнего на предмет его кредитоспособности и, следовательно, причисление клиента к тому или иному рисковому сегменту. В случае корпоративных заемщиков коммерческие банки могут выделять несколько десятков риск-сегментов в зависимости от факторов сделки, контрагента, отчетности контрагента и принципов риск-сегментации<sup>32</sup>. Каждому выделенному риск-сегменту зачастую соответствуют собственная модель оценки кредитного риска и объем проводимого анализа. В случае розничного кредитования риск-сегменты выделяются на уровне кредитного продукта. Каждому риск-сегменту также соответствует отдельная модель оценки розничного кредитного риска.

### **1.3.3. Оценка величины ожидаемых потерь по кредитному риску**

Согласно Базелю II, потери по кредитному риску делятся на ожидаемые (expected loss, EL) и неожиданные (unexpected loss, UL). Банки в цену продуктов и услуг, предо-

---

<sup>31</sup> Ведяхин А., Кулик В. Основы риск-менеджмента: учеб. пособие.

<sup>32</sup> Там же.

ставляемых ими, закладывают величину ожидаемых потерь. Поскольку нам никогда точно неизвестно, какой убыток может быть понесен в будущем, все ожидаемые потери должны компенсироваться за счет маржи, то есть надбавки к рыночной процентной ставке, или резервов на возможные потери. В идеальном случае величина ожидаемых потерь должна совпадать с величиной созданных под них резервов. Однако при их создании из суммы ожидаемых потерь следует вычесть ту часть, которая компенсируется повышением процентной ставки, иначе банк может получить двойное страхование одного и того же вида риска.

Для определения принимаемых банком величины ожидаемых потерь, используется рекомендованное БКБН равенство (9).

$$EL = \sum_{i=1}^n PD_i * LGD_i * EAD_i, \quad (9)$$

где  $EL$  – величина ожидаемых потерь банка;

$PD_i$  — вероятность наступления дефолта по  $i$ -ой сделке в течение периода времени, следующего за датой проведения оценки;

$LGD_i$  — доля суммы  $i$ -ого обязательства на момент дефолта, которую банк потеряет в случае выхода контрагента или сделки в дефолт в течение периода времени, следующего за датой проведения оценки;

$EAD_i$  — сумма обязательства на момент дефолта по  $i$ -ой сделке в случае выхода контрагента или сделки в дефолт в течение периода времени, следующего за датой проведения оценки.

В качестве периода времени берется годовой временной промежуток.

К неожиданным потерям относятся те потери, которые превышают ожидаемый для данных условий уровень, предусматриваемый ценой банковской услуги и создаваемыми резервами на возможные потери. Оценка величины неожиданных потерь находится при помощи нахождения значения  $VaR$  на заданном уровне доверительной вероятности  $\alpha$  и построения распределения потерь, что будет рассмотрено в следующей главе.

Далее будет представлен обзор моделей, оценивающих каждый из перечисленных выше компонентов кредитного риска.

### 1.3.2. Модели вероятностей дефолта

Следует отметить, что вероятность дефолта определяется на уровне контрагента для корпоративных заемщиков и на уровне каждой отдельной сделки — для розничных. Исключение может составлять специализированное кредитование корпоративных заемщиков, например, проектное финансирование, где вероятность дефолта оценивается по сделке.

Корректная и адекватная оценка вероятности наступления дефолта играет огромную роль при оценке величины принимаемого банком кредитного риска. Существуют три больших класса моделей, позволяющих оценить вероятность дефолта в банке<sup>33</sup>:

- Модели на основе рыночных показателей;
- Модели на основе фундаментальных показателей;
- Продвинутые модели.

Модели на основе рыночных показателей при оценке вероятности дефолта на входе используют доступную на фондовом рынке информацию по потенциальному заемщику, например, сведения о выпущенных им акциях и облигациях. В свою очередь, данный класс моделей можно разделить на две группы: структурные модели и модели сокращенных форм. Самым ярким представителем класса структурных моделей, берущего свои основы в теории ценообразования опционов, является модель Мертона.

Мертон первым предположил, что корпоративные ценные бумаги компании можно формально рассматривать как условные требования к активам фирмы<sup>34</sup>. В его статье при ведение доказательства работоспособности модели ведется в предположении, что дивиденды фирма не выплачивает и у нее имеется долг в сумме  $D$ , представленный как облигация с нулевым купоном. В момент времени  $T$  кредиторы представляют требования в размере всей суммы долга  $D$ . Если стоимость активов фирмы не может обеспечить сумму долга, то есть  $V_T < D$ , то кредиторы в счет своих требований присваивают то, что имеется у фирмы; если сложилась противоположная ситуация, то кредиторам выплачивается номинальная сумма долга  $D$ . Таким образом, модель Мертона позволяет оценить ценность собственного капитала в момент времени  $T$ :

---

<sup>33</sup> Тотьмянина К.М. Обзор моделей оценки вероятности дефолта // Управление финансовыми рисками. 2011. Т. 25, № 01. С. 18.

<sup>34</sup> Lando D. Credit Risk Modeling. New Jersey, 2004. P. 7-10.

$$V_E = \max\{V_A - D, 0\}, \quad (10)$$

где  $V_E$  – ценность собственного капитала в момент времени  $T$ ;

$V_A$  – ценность активов фирмы в момент времени  $T$ ;

$D$  – номинальная сумма выданного долга.

Равенство (10) показывает, что предоставление кредита интерпретируется в качестве покупки активов компании у акционеров и передачи им европейского колл-опциона на данные активы с ценой исполнения, равной стоимости кредита, и временем исполнения, равным сроку погашения кредита.

Ценность собственного капитала в нулевой момент времени показана в формуле (11).

$$V_E = V_A * N(-d_1) + De^{-r_f T} * N(d_2), \quad (11)$$

где  $d_1 = \frac{\ln(V_A/D + r_f + 0,5 * \sigma_V^2 * T)}{\sigma_V * \sqrt{T}};$

$$d_2 = d_1 - \sigma_V * \sqrt{T};$$

$V_E$  – стоимость собственного капитала фирмы в момент времени 0;

$V_A$  – стоимость активов фирмы в момент времени 0;

$D$  – номинальная сумма выданного долга;

$r_f$  – безрисковая процентная ставка;

$T$  – время до погашения долга;

$N(\cdot)$  – значение функции распределения нормально распределенной случайной величины с параметрами (0,1);

$\sigma_V$  – волатильность (стандартное отклонение) активов компании.

Мертоном показано, что вероятность наступления ситуации, когда при предъявлении требований по выплате номинальной суммы долга, стоимость активов фирмы не может ее обеспечить, определяется по формуле (12).

$$PD = N(-d_2) = 1 - N(d_2). \quad (12)$$

где  $d_2 = \frac{\ln(V_A/D + r_f + 0,5 * \sigma_V^2 * T)}{\sigma_V * \sqrt{T}} - \sigma_V * \sqrt{T};$

PD – вероятность наступления дефолта контрагента в течение периода времени, следующего за датой проведения оценки;

$V_A$  – стоимость активов фирмы в момент времени 0;

D – номинальная сумма выданного долга;

$r_f$  – безрисковая процентная ставка;

T – время до погашения долга;

$N(\cdot)$  – значение функции распределения нормально распределенной случайной величины с параметрами (0,1);

$\sigma_V$  – волатильность (стандартное отклонение) активов компании.

Однако, несмотря на популярность и относительную релевантность модели, она была разработана при включении большого числа ограничений<sup>35</sup>:

- отсутствуют транзакционные издержки, налоги и любые проблемы, связанные с неделимостью активов;
- существует достаточное число инвесторов с сопоставимым уровнем богатства так, что каждый инвестор убежден, что он может купить или продать столько активов, сколько он захочет, по рыночной цене;
- существует биржевой рынок для заимствования и кредитования по одним и тем же процентным ставкам;
- разрешены короткие продажи всех активов с полным использованием средств;
- теория Модильяни-Миллера, что ценность фирмы  $V$ , не зависит от структуры капитала, работает;
- торговля активами непрерывна во времени;
- изменение ценности активов фирмы описывается геометрическим броуновским движением.

Часть перечисленных ограничений и предположений относится к значительным недостаткам рассматриваемой модели, поскольку не применима в реальной жизни.

Суть моделей сокращенных форм заключается в применении информации о текущей стоимости долговых обязательств заемщика, спредах доходности данных обязательств в сравнении с безрисковой ставкой<sup>36</sup>. Согласно идее, лежащей в основе данных

---

<sup>35</sup> Merton R.C. On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates. // Journal of Finance. 1974. Vol. 29, № 2. P. 450-452.

<sup>36</sup> Тотьянина К.М. Обзор моделей оценки вероятности дефолта. С. 14.

моделей, дефолт – экзогенная случайная величина, подчиняющаяся пуассоновскому процессу. Хотя эти модели не могут назвать причину наступления дефолта, они могут помочь оценить его вероятность, что фактически отвечает заявленной цели.

В целом к существенным недостаткам использования рыночных моделей на практике относится необходимость удовлетворения условий публичности компаний и эффективности рынков. Поэтому для большинства банков, представленных в развивающихся странах, задача адаптации этих моделей для оценки вероятности дефолта трудновыполнима. Однако, несмотря на это, часть банков, в частности российских, при разработке собственных моделей оценки потерь по кредитному портфелю используют в основе идеи, предложенные Мертоном.

Более универсальной, по сравнению с рассмотренным классом моделей, является группа моделей, использующих в основе расчета вероятности дефолта, фундаментальные показатели. Так же, как и в рыночных моделях, в ней заключены три подгруппы: модели на основе данных рейтинговых агентств, модели на основе финансовых показателей, макроэкономические модели. Как видно из названия, основное различие между ними заключается в источниках получения данных.

Модели на основе финансовых показателей в качестве источников информации используют данные, содержащиеся в бухгалтерской отчетности корпоративных заемщиков. К ним относятся следующие модели:

- модели кредитного скоринга, в частности однофакторные и множественные модели дискриминантного анализа;
- модели бинарного выбора.

Кредитный скоринг - статистический инструмент, предложенный в начале 40-х годов исследователем Д. Дюраном. Основная цель моделей кредитного скоринга – оценить финансовое состояние корпоративного заемщика и понять, сможет ли он осуществлять своевременные выплаты по своим обязательствам, путем присвоения ему определенного балла. Так, при использовании скоринг-модели каждому заемщику присваивался рейтинг, характеризовавший его способность выплатить вовремя и в полной сумме долг. Далее диапазон полученных рейтингов разбивался на рейтинговые группы, для которых впоследствии проводилась калибровка и ставилась в соответствие вероятность дефолта. Однако модель Дюрана была простой и малочувствительной: потенциальный заемщик признавался платежеспособным если значение скорингового балла превышало 1,25, и наоборот. Поэтому были предприняты попытки усложнения скоринг-моделей в целях достижения их большей чувствительности по отношению к оценке вероятности дефолта.

На сегодняшний день к наиболее распространенным и известным скоринговым моделям относится предложенная в 1968 г. модель Альтмана. В своей первой статье по данной теме автор предложил использовать множественный дискриминантный анализ в целях выявления операционных и финансовых проблем компании и предсказания ее банкротства.

Множественный дискриминантный анализ (МДА) – статистическая техника, используемая для классификации того или иного наблюдения в одну из заранее созданных групп, зависящих от индивидуальных характеристик этого наблюдения<sup>37</sup>. Эта техника применяется главным образом для классификации и/или прогнозирования в задачах, где зависимая переменная является номинальной или бинарной, например, мужчина или женщина. В исследовании Альтмана были сформированы две группы, состоящие, с одной стороны, из обанкротившихся групп и, с другой стороны, не обанкротившихся. Метод МДА позволял сократить размерность пространства для проведения дальнейшего анализа до величины, равной  $G-1$ , где  $G$  – количество заранее сформированных групп. Соответственно, в исследовании Альтмана проведение анализа трансформировалось в простейшую одномерную форму (13).

$$Z = v_1x_1 + v_2x_2 + \dots + v_nx_n, \quad (13)$$

где  $Z$  – значение дискриминанта;

$v_1, v_2, \dots, v_n$  – дискриминантные коэффициенты;

$x_1, x_2, \dots, x_n$  – независимые переменные.

Дискриминантная функция (13) трансформирует каждое значение переменной в единую дискриминантную оценку или просто  $Z$ -оценку, которая затем используется для классифицирования объекта. Путем проведения регрессионного анализа Альтман определил финальную дискриминантную функцию, в которую вошли такие переменные, как доли оборотного капитала в активах компании, нераспределенной прибыли в активах, отношение прибыли до уплаты процентов и налогов к величине активов, отношение рыночной стоимости собственного капитала к балансовой стоимости общего долга, отношение вы-

---

<sup>37</sup> Altman E.I. Financial ratios. Discriminant analysis, and the prediction of corporate bankruptcy. // Journal of Finance. 1968. Vol. 23, Issue 4.

ручки к активам. Вычисление Z-оценки по модели Альтмана до сих пор актуально в процессе оценки вероятности дефолта в некоторых банках.

Интерпретация результатов, полученных с помощью моделей кредитного скоринга следующая: чем ниже значение скорингового балла, тем ниже вероятность дефолта, чем выше балл – тем выше вероятность дефолта. Однако получение величины кредитного скоринга не является оценкой вероятности дефолта. Для соотнесения скорингового балла и вероятности дефолта применяется процедура калибровки, целью которой является постановка в соответствие каждой величине скорингового балла определенной величины вероятности дефолта<sup>38</sup>.

Отличный от класса скоринговых моделей представляет класс моделей бинарного выбора, оценка вероятности дефолта по которым осуществляется двухэтапно. На первом этапе определяются риск-факторы, имеющие взаимосвязь с вероятностью наступления дефолта, затем на основе полученных результатов производится оценка вероятности дефолта. Для реализации второго этапа используются логит- и пробит-модели, так как зависимой переменной у является бинарная переменная. Таким образом, у может принимать два значения: 1 – заемщик признается дефолтным, 0 – в обратном случае. Для оценки вероятности дефолта в случае использования моделей этого класса используется метод максимального правдоподобия, в то же время функциональная зависимость в случае использования логит-модели представлена в формуле (14).

$$P\{Y = 1|X\} = \frac{e^z}{1 + e^{-z}}, \quad (14)$$

где  $z = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \dots + \beta_nx_n$ ;

$P\{Y = 1|X\}$  – вероятность наступления дефолта контрагента в течение периода времени, следующего за датой проведения оценки;

$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$  – коэффициент регрессии для n-ого признака;

$x_1, x_2, \dots, x_n$  – величина n-ого признака.

Макроэкономические модели используют построение регрессионных моделей, где в качестве независимых переменных используются такие показатели, применяемые на макроуровне, как ВВП, ВНП, уровень бедности, индекс потребительских цен. Причина появления данного класса моделей, заключалась в лежащей в их основе идеи: вероятность

---

<sup>38</sup> Ведяхин А., Кулик В. Основы риск-менеджмента: учеб. пособие.

дефолта всех типов заемщиков определяется текущим экономическим циклом и, соответственно, носит циклический характер.

Класс моделей, использующих в основе данные рейтинговых агентств, в целом включает в себя простейшую балльную систему и матрицу переходов, где для первых каждому заемщику присваивается балл от 0 до 100 в зависимости от величины веса факторов, добавленных в модель, и находится средневзвешенное, а для вторых в рамках заданной выборки компаний оцениваются частоты перехода заемщика из одной величины кредитного рейтинга в другую соответственно. Здесь в качестве вероятности дефолта может выступать относительная частота дефолта, то есть отношение числа компаний, осуществивших переход в другой рейтинг, к общему числу компаний в выборке на момент оценки вероятности дефолта, и получение оценки ее значения с помощью построения модели.

С развитием технологий, в частности машинного обучения и искусственного интеллекта, все большую популярность приобретают передовые модели, включающие в себя модели нейронных сетей, методы нечеткой логики, методы k ближайших соседей и другие. При рассмотрении модели нейронных сетей становится, ясно: оценка вероятности дефолта, полученная с их помощью, является максимально правдоподобной и достаточно близкой к реальному положению дел<sup>39</sup>, но она не может объяснить причину возможного наступления подобных ситуаций.

### **1.3.3. Модели оценки LGD и EAD**

Сумма задолженности на момент дефолта EAD является показателем аддитивным, и, следовательно, для нахождения величины EAD кредитного портфеля необходимо сложить все обязательства, включенные в него в конкретный момент времени. Таким образом, выбор той или иной модели для расчета EAD зависит не от типа заемщика, а от кредитного продукта, который этот заемщик хочет приобрести у банка, и для разных кредитных продуктов порядок расчета будет отличаться. Например, кредитная нагрузка клиента, оформившего ипотеку или автокредит, по основному долгу будет стабильно уменьшаться, однако схожих паттернов у клиента, открывшего кредитную карту, не будет: незадолго до дефолта с большей долей вероятности можно сказать, что клиент увеличит задолженность.

---

<sup>39</sup> Altman E.I., Marco G., Varetto F. Corporate distress diagnosis: comparisons using linear discriminant analysis and neural networks (the Italian experience). *Journal of Banking and Finance*, 1994. Vol. 18, Issue 3.

В процессе оценки EAD обычно рассчитывается номинальный непогашенный остаток за вычетом каких-либо конкретных резервов. Однако для забалансовых статей, например, кредитных карт, EAD оценивается в соответствии с формулой (16)<sup>40</sup>, поскольку текущий риск, как правило, не является адекватным показателем окончательной величины EAD.

$$EAD_i = E(t_{i,r}) + CCF(L(t_{i,r}) - E(t_{i,r})), \quad (16)$$

где  $EAD_i$  — сумма обязательства на момент дефолта по  $i$ -ой сделке в случае выхода контрагента или сделки в дефолт в течение периода времени, следующего за датой проведения оценки;

$E(t_{i,r})$  — текущая сумма заимствования по  $i$ -ой сделке;

$L(t_{i,r})$  — кредитный лимит по  $i$ -ой сделке в течение периода времени, следующего за датой проведения оценки;

CCF — коэффициент конверсии  $i$ -ого обязательства, отражающий возможность для заемщика осуществить заем дополнительных кредитных средств к моменту дефолта, превратив свои забалансовые обязательства перед банком в балансовые.

Коэффициент кредитной конверсии может быть определен как процент неиспользованных кредитных линий (unused credit lines, UCL), то есть средства, которые на момент оценки не были использованы заемщиком, но будут взяты к моменту возможного наступления дефолта<sup>41</sup>. Причина расчета CCF для забалансовых статей заключается в том, что, как уже отмечалось, по мере приближения контрагента к моменту дефолта, вероятность повышения нагрузки по кредитной линии увеличивается. Другими словами, основанием для изменения количественной оценки риска является возможность дополнительных изъятий денежных средств, когда лимит это позволяет. Однако расчет CCF не требуется для обеспеченных видов кредитов.

Таким образом, модель EAD часто сводится к оценке коэффициентов CCF для различных продуктов на базе дефолтной статистики, имеющейся в банке. Для деривативных

---

<sup>40</sup> Brown, I. Developing Credit Risk Models Using SAS Enterprise Miner and SAS/STAT: Theory and Applications. / I. Brown. — Caryn, NC: SAS Institute Inc, 2014.

<sup>41</sup> Gruber W., Parchert R. Overview of EAD Estimation Concepts. // The Basel II Risk Parameters. — Heidelberg, 2006.

контрактов величина EAD зависит от текущей справедливой стоимости, срочности сделки и типа базового актива<sup>42</sup>.

Что касается оценки показателя LGD, то выбор модели для его оценки не настолько очевиден, как в случае модели для оценки EAD. К причинам подобного относят следующее<sup>43</sup>:

- Закон распределения LGD неизвестен, так как разброс сопровождающих каждый дефолт значений рассматриваемого показателя является большим. В одних случаях банк может не потерять ничего, в других – всю сумму под риском.
- Для модели LGD нужна разнородная и труднодоступная информация относительно структуры активов компании, состава и характеристик обеспечения;
- Разработка модели оценки LGD происходит с использованием данных о произошедших дефолтах, а не данных кредитного портфеля в целом. Более того, могут пройти годы до того, как окончательно завершится цикл взыскания у должника, осуществившего дефолт, поэтому службам риск-менеджмента приходится работать с возможно нерелевантными данными.
- Оценка LGD зависит от различных факторов, поскольку, как было определено ранее, критерии для того, чтобы признать наступление дефолта, сильно отличаются друг от друга. Дефолтом можно признать и банкротство заемщика, в случае которого значение LGD, скорее всего, будет не слишком велико, и просрочку в 90 дней, вызванную временными трудностями.

Однако банки для решения перечисленных выше проблем разрабатывают определенные подходы. Если рассматривать методологию оценки LGD в ПАО "Сбербанк", то она рассчитывается с помощью базы дефолтов по исходам: списание, выздоровление, реструктуризация, уступка или продажа прав требования и другие исходы, выделенные в службах Банка. Для каждого из исходов моделируется его вероятность возникновения в соответствии с информацией о клиенте и сделке. Итоговая модель имеет структуру, продемонстрированную в формуле (17).

---

<sup>42</sup> Ведяхин А., Кулик В. Основы риск-менеджмента: учеб. пособие.

<sup>43</sup> Там же.

$$LGD = P(\text{Исход}_1) * LGD(\text{Исход}_1) + \dots + P(\text{Исход}_n) * LGD(\text{Исход}_n), \quad (17)$$

где LGD – доля суммы i-ого обязательства на момент дефолта, которую банк потеряет в случае выхода контрагента или сделки в дефолт в течение периода времени, следующего за датой проведения оценки;

$P(\text{Исход}_n)$  – вероятность возникновения n-ого исхода в течение периода времени, следующего за датой проведения оценки;

$LGD(\text{Исход}_n)$  – доля суммы обязательства на момент дефолта, которую банк потеряет в случае возникновения n-ого исхода в течение периода времени, следующего за датой проведения оценки.

#### 1.4. Выводы

В данной главе были введены понятия риска, мер риска и условий их когерентности, представлены классификации банковских рисков и циклический процесс управления ими. В частности, подробно были рассмотрены определения кредитного риска и дефолта.

Существуют различия в понятиях дефолта корпоративных и розничных заемщиков. Данный факт, в свою очередь, оказывает влияние на разработку системы управления соответствующим риском в банке, но не воздействует на процедуру оценки величины потерь по кредитному портфелю. Распределение потерь по кредитному портфелю может быть разделено на две большие группы: ожидаемые потери (EL) и неожиданные потери (UL). В рамках этой главы был изучен механизм расчета ожидаемых убытков, согласно рекомендациям Базельского комитета.

Вычисление ожидаемых потерь может сопровождаться определенными сложностями на этапе определения входных параметров: вероятность наступления дефолта по i-ой сделке ( $PD_i$ ), доли суммы обязательства на момент дефолта по i-ой сделке, которую банк потеряет в случае выхода контрагента или сделки в дефолт ( $LGD_i$ ) и суммы обязательства на момент дефолта по i-ой сделке в случае выхода контрагента или сделки в дефолт ( $EAD_i$ ). В целях оценки трех перечисленных параметров разрабатываются отдельные классы моделей, общая логика которых также была продемонстрирована в Главе 1. Далее рассчитанная в соответствии с формулой (9) величина ожидаемых потерь необходима для определения значения неожиданных потерь по кредитному портфелю, подходы для расчета которых будут представлены в Главе 2.

## ГЛАВА 2. ПОНЯТИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОГО КАПИТАЛА

### 2.1. Достаточность капитала банка

#### 2.1.1. Достаточность капитала банка в соответствии с Базелем I

Прирост риска, связанный с ростом бизнеса и кредитного портфеля, должен покрываться увеличением "подушки безопасности"<sup>44</sup>. Уровень достаточности собственного капитала банка, основной принцип которого заключается в том, что "размер собственного капитала должен соответствовать размеру активов с учетом степени их риска"<sup>45</sup>, является ее индикатором<sup>46</sup>.

При этом оценка данного показателя в банке – один из важнейших аспектов надзорного процесса Базельского комитета по банковскому надзору (БКБН). В первом соглашении БКБН указано, что система измерения достаточности капитала «фокусируется в основном на кредитном риске и сопутствующему ему риске страны»<sup>47</sup>. Также, согласно рассматриваемому документу, был введен норматив достаточности капитала, известный также как коэффициент Кука, который устанавливал «минимальное соотношение между капиталом банка и его балансовыми и забалансовыми активами, взвешенными по степени риска в соответствии с нормами, которые могут различаться по отдельным странам, но при этом соблюдается определенная логика»<sup>48</sup>. Так, активы банка делились на 5 категорий; каждой группе назначался весовой коэффициент риска, принимающий значения 0, 10, 20, 50 и 100 процентов: чем рискованнее был актив, тем большая величина устанавливаемого коэффициента была у него. Подробнее с примерами распределения значений данных показателей можно ознакомиться в табл. 2.

---

<sup>44</sup> Цехомский Н. В. Финансы банка: Учеб. пособие / Н. В. Цехомский, Д. Л. Волков, О. Н. Щербакова [и др.]; под ред. Н. В. Цехомского, Д. Л. Волкова. – М.: АНО ДПО «Корпоративный университет Сбербанка», 2015. С. 53.

<sup>45</sup> Банковское дело. Экспресс-курс: учебное пособие / кол. авторов; под ред. БЗ О.И. Лаврушина. — 3-с изд., перераб. и доп. — М.: КНОРУС, 2009. С. 86.

<sup>46</sup> Никифорова В. Д. Достаточность собственного капитала как основа регулирования банковских рисков // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия «Экономика и экологический менеджмент». 2016. № 3. С. 41.

<sup>47</sup> Международная гармонизация измерений и стандартов капитала. // Базельский комитет по банковскому надзору. 1988. С. 4.

<sup>48</sup> Банковское дело. Экспресс-курс: учебное пособие. С. 86.

**Распределение весовых коэффициентов риска в зависимости от качества актива**

Примеры активов	Весовой коэффициент риска
Касса, государственные ценные бумаги	0%
Долговые обязательства некоторых общественных организаций	10%
Межбанковские кредиты	20%
Кредиты, полностью обеспеченные залогом жилой недвижимости в собственности или в аренде	50%
Задолженность частного сектора	100%

Таким образом, размер активов, взвешенных по риску, рассчитывался как произведение данного множителя и суммы активов, отнесенных в ту или иную группу.

Капитал делился на два уровня: основной и дополнительный (вспомогательный).

Основной капитал включает в себя акционерный капитал и объявленные резервы, распределенные из доходов после налогообложения. Также величина основного капитала может изменяться в результате переоценки и амортизации нематериальных активов, убытков или прибыли по окончании отчетного года, непокрытых убытков предыдущих лет, вложений в акции (долю) на сумму или часть уставного капитала.

Дополнительный капитал состоит из необъявленных резервов, резервов под переоценку, основного обеспечения/резервов на покрытие сомнительной задолженности, капитального инвентаря под составную задолженность - инструменты, имеющие определенное сходство с акциями (например, долгосрочные привилегированные акции, бессрочный субординированный долг), а также срочных долговых обязательств (срочные привилегированные акции, срочный субординированный долг). При этом последние можно включать в состав вспомогательного капитала, только если срок исполнения по ним составляет более пяти лет; их величина не должна превышать "50% от основных элементов капитала, и должны подвергаться принятому порядку амортизации"<sup>49</sup>.

Следует подчеркнуть, величина капитала позволяла покрывать неожиданные потери в случае дефолта контрагента в значительной степени с помощью своего акционерного

---

<sup>49</sup> Международная гармонизация измерений и стандартов капитала. С. 7.

капитала, нежели через использование потребительских депозитов и других источников финансирования.

Введение методики расчета активов, взвешенных с учетом риска (RWA), и понятия двухуровневой структуры капитала нужно было для того, чтобы рассчитать значение коэффициента Кука. Так, Базельский комитет постановил, что минимальная норма достаточности должна определяться неравенством (18).

$$\text{КДК} = \frac{K}{A_p} * 100\% \geq 8\%, \quad (18)$$

где  $K$  - капитал банка, состоящий из капиталов первого и второго уровней,

$A_p$  - активы банка, взвешенные с учетом риска.

Соответственно, минимальная величина требуемого надзорными органами капитала банка, а именно 8% от суммы риск-взвешенных активов, являлась регулятивным капиталом<sup>50</sup>.

При этом коэффициент достаточности основного капитала должен был удовлетворять неравенству (19).

$$\text{КДК} = \frac{K_1}{A_p} * 100\% \geq 4\%, \quad (19)$$

где  $K_1$  – капитал первого уровня (основной капитал).

Таким образом, мы можем увидеть, что определение достаточности капитала в соответствии с Базелем I отличается простотой, универсальностью и включением для целей выявления его суммы забалансовых активов. Более того, принятый в 1988 г. стандарт методики вычисления нормы достаточности капитала являлся актуальным на международном банковском рынке почти 15 лет, вплоть до утверждения следующего Базельского соглашения.

### **2.1.2. Достаточность капитала банка в соответствии с Базелем II**

По мере развития глобального финансового рынка поднимался вопрос обновления и усложнения процедур расчета нормы достаточности капитала. Так, в 2004 г. был принят

---

<sup>50</sup> Elizalde A., Repullo R. Economic and Regulatory Capital in Banking: What Is the Difference? // International Journal of Central Banking. 2007. Vol. 3, Issue 3. P. 87-88.

Базель II, в соответствии с которым устанавливалась новая модель банковского регулирования, состоящая из трех компонентов: минимальные требования к капиталу, надзорный процесс и рыночная дисциплина. В соответствии с первым компонентом Комитетом предлагалось измерение достаточности капитала двумя способами: 1) регулятивная достаточность, метод вычисления которой базировался на методе, представленном в Базеле I; 2) IRB-подход. Рассмотрим каждый из них по отдельности.

Согласно стандартизованному подходу к измерению достаточности капитала, также использовался метод расчета активов, взвешенных с учетом риска. Однако, если предыдущая система их вычисления сосредотачивалась практически только на кредитном риске и была достаточно плоской и грубой в расчетах, новый метод позволял охватывать операционный риск и являлся более сложным и комплексным. Так, если банковские организации ранее присваивали весовой коэффициент риска 100% всем видам корпоративных кредитов, то теперь они при определении значения данного коэффициента опирались также на кредитный рейтинг эмитента. Кратко с весовыми коэффициентами риска, учитывающих последнее дополнение, можно ознакомиться в табл. 3.

Таблица 3.

**Весовой коэффициент риска с учетом кредитного рейтинга**

<b>Государство</b>						
Кредитный рейтинг	AAA - AA-	A+ - A-	BBB+ - BBB-	BB+ - B-	Ниже B-	Без рейтинга
Весовой коэффициент риска	0%	20%	50%	100%	150%	100%
<b>Банки (1-ый вариант)</b>						
Кредитный рейтинг	AAA - AA-	A+ - A-	BBB+ - BBB-	BB+ - B-	Ниже B-	Без рейтинга
Весовой коэффициент риска	20%	50%	100%	100%	150%	100%
<b>Банки (2-ой вариант)</b>						
Весовой коэффициент риска	20%	50%	50%	100%	150%	100%
Весовой коэффициент риска для требований сроком	20%	20%	20%	50%	150%	20%

менее 3-х месяцев						
<b>Корпорации</b>						
Кредитный рейтинг	AAA - AA-	A+ - A-	BBB+ - BB-	Ниже BB-	Без рейтинга	
Весовой коэффициент риска	20%	50%	100%	150%	100%	
<b>Розничные портфели</b>						
Весовой коэффициент риска	75%					
<b>Кредиты с залогом</b>						
Весовой коэффициент риска	35%					
<b>Коммерческие кредиты</b>						
Весовой коэффициент риска	100%					
<b>Просроченные кредиты с залогом</b>						
Весовой коэффициент риска	100%					
<b>Другие ссуды</b>						
Весовой коэффициент риска	150%					

Поясним два варианта распределения весовых коэффициентов риска для коммерческих банков. В 1-ом варианте все банки, зарегистрированные в определенной стране, получают весовой коэффициент риска на одну категорию хуже присвоенных требованиям к данному государству. Однако требованиям к банкам стран, имеющих суверенный рейтинг между BB+ и B-, и к банкам стран, не имеющих рейтинга, будет присваиваться весовой коэффициент риска 100%.

Во 2-ом варианте присвоение весовых коэффициентов риска основывается на внешних кредитных рейтингах самого банка, причем требованиям к банкам без рейтинга присваивается весовой коэффициент риска 50%. В данном варианте льготный весовой коэффициент риска на одну категорию лучше может быть присвоен требованиям, имеющим изначальный срок погашения не более трех месяцев, при условии нижнего порога в 20%.

Данный режим применим к банкам с рейтингом и без рейтинга, но не к банкам, имеющим весовой коэффициент риска 150%"<sup>51</sup>.

Стоит отметить, что требования к определению регулятивного капитала и 8%-ое условие нормы достаточности капитала, согласно рассматриваемому подходу, оставались прежними вместе с запретом на превышение величины вспомогательного капитала величины основного капитала<sup>52</sup>.

Однако, помимо того, что стандартизированный подход, несмотря на попытку его детализации, остался достаточно простым и плоским, он практически не решал проблему отсутствия внешних рейтингов у ряда компаний. Поэтому был предложен второй способ расчета достаточности капитала, заключающийся в использовании подхода на основе внутренних рейтингов или IRB-подход (internal ratings-based approach).

Подход IRB основан на определении неожиданных убытков и ожидаемых убытков. Функции весовых коэффициентов риска, используемые после распределения кредитного портфеля по классам активов, определяют требования к капиталу для непредвиденных потерь. Вычисление значения ожидаемых потерь в рамках данного подхода осуществляется отдельно. Рассмотрим подробнее метод расчета регулятивного капитала в соответствии с данным способом.

В первую очередь "в рамках подхода IRB банки должны распределить кредитные требования банковского портфеля по широким классам активов с различными базовыми характеристиками рисков, согласно изложенным, – в Базеле II, определениям"<sup>53</sup>. В качестве классов активов выделяются:

- корпоративные;
- суверенные;
- банковские;
- розничные;
- вложения в капитал (акции).

При этом некоторые из перечисленных классов активов делятся на несколько подклассов. Каждый из определенных классов активов включает в себя три ключевых элемента<sup>54</sup>:

---

<sup>51</sup> Международная конвергенция измерения капитала и стандартов капитала: новые подходы. // Базельский комитет по банковскому надзору. 2004. С. 26.

<sup>52</sup> Там же.

<sup>53</sup> Там же. С. 58.

<sup>54</sup> Там же. С. 67.

- Компоненты риска – оценки параметров риска, предоставленные банками, некоторые из которых являются оценками органов надзора;
- Функции взвешивания по риску – инструмент, посредством которого компоненты риска трансформируются во взвешенные по риску активы и, таким образом, в требования по капиталу;
- Минимальные требования – минимальные стандарты, которые должны быть соблюдены для того, чтобы банк мог использовать подход IRB для данного класса активов.

Из перечисленного выше можно сделать заключение, что компоненты риска являются входными данными для функций весовых коэффициентов риска, разработанных для каждого класса активов. Компоненты риска включают показатели:

- вероятности дефолта (PD);
- удельного веса убытков в случае дефолта (LGD);
- стоимости под риском дефолта (EAD);
- эффективных сроков погашения (M).

Каждый из перечисленных компонентов риска был изучен в предыдущей Главе.

Таким образом, определив классы активов, воспользовавшись функциями взвешивания по риску с помощью компонентов риска и, соответственно, получив сумму активов, взвешенных по риску, рассчитывают величину требуемого регулятивного капитала.

БКБН было предложено два варианта использования IRB-подхода для многих классов активов: базовый и продвинутый. В рамках фундаментального подхода банки по общему правилу предоставляют собственные оценки PD и полагаются на надзорные оценки прочих компонентов риска. В рамках продвинутого подхода банки предоставляют собственные оценки PD, LGD и собственный расчет M при условии соблюдения минимальных стандартов<sup>55</sup>.

Рассмотрим пример расчета взвешенных по риску активов и величину требуемого капитала, воспользовавшись материалами, предоставленными Корпоративным университетом Сбербанка. Сначала будет продемонстрирован расчет регулятивного капитала компании А с помощью стандартизированного подхода в двух условиях: 1) внешний рейтинг компании А известен – А+; 2) компании не присваивается рейтинг. Сумма выданного кредита в обоих случаях одинакова и равна миллиону рублей. Воспользовавшись табл. 3,

---

<sup>55</sup> Международная конвергенция измерения капитала и стандартов капитала: новые подходы. С. 68.

найдем весовые коэффициенты риска для каждого случая, эквивалентные 50% и 100% соответственно, рассчитаем RWA и требования к капиталу. Краткий обзор проблемы и результаты решения представлены в табл. 4.

Таблица 4.

**Расчет регулятивного капитала компании А с помощью стандартизированного подхода**

	Рейтинг А+	Без рейтинга
Сумма кредита	1 000 000 рублей	
Весовой коэффициент риска	50%	100%
RWA (Сумма кредита*Весовой коэффициент риска)	500 000 рублей	1 000 000 рублей
Требования к капиталу (RWA*8%)	40 000 рублей	80 000 рублей

Далее, рассмотрим случай расчета требований к капиталу с использованием IRB-подхода, оставляя неизменной сумму выданного компании А кредита. Возьмем также 2 условия: 1) компании А присвоен внутренний рейтинг, равный 7; 2) компании А присвоен внутренний рейтинг, равный 18. В данном случае будет использован базовый подход IRB, то есть значение внутреннего рейтинга будет влиять только на оценку PD контрагента. Параметр LGD будет равен 60%, EAD – сумме выданного кредита, М – 2,5 годам. Воспользовавшись формулой для нахождения весового коэффициента риска, представленной в Базельском соглашении, найдем значение RWA и регулятивного капитала соответственно. С условиями примера и результатами можно ознакомиться в табл. 5.

Таблица 5.

**Расчет регулятивного капитала компании А с помощью IRB-подхода**

	Внутренний рейтинг: 7	Внутренний рейтинг: 18
EAD	1 000 000 рублей	
LGD	60%	60%
М	2,5 года	
PD	0,18%	6,2%
Весовой коэффициент риска	58,55%	200%
RWA (Сумма кредита*Весовой	585 548 рублей	2 000 000 рублей

	Внутренний рейтинг: 7	Внутренний рейтинг: 18
коэффициент риска)		
Требования к капиталу (RWA* 8%)	47 923 рубля	282 216 рублей

В завершение рассмотрения подходов по расчету регулятивного капитала нужно отметить, что одобрение на использование IRB-подхода должно быть получено от надзорных органов, в случае России – Банка России. В свою очередь, для получения одобрения банком должны быть соблюдены минимальные требования, основа для формулирования регуляторами стран которых предписана в Базеле II.

Нормативы Центробанка, относящиеся к вопросу достаточности капитала, представлены на официальном сайте Центробанка в разделе "Сведения об обязательных нормативах, показателе финансового рычага и нормативе краткосрочной ликвидности (публикуемая форма) на 1.07.2016". В данном документе нормативы достаточности собственных средств, значения которых представлены в табл. 6, сформированы в группу нормативов Н1.

Таблица 6.

#### Нормативы группы Н1

Наименование показателя	Нормативное значение (в %)
Норматив достаточности базового капитала банка (Н1.1)	4,5
Норматив достаточности основного капитала банка (Н1.2)	5,5
Норматив достаточности собственных средств (капитала) банка (Н1.0)	8

Необходимо подчеркнуть, что базовый капитал, норматив достаточности которого представлен в табл. 6, является частью основного капитала. Также, проанализировав информацию, представленную выше, можно сделать вывод, что норматив достаточности собственных средств (капитала) банка составлен на основе рекомендаций второго Базельского соглашения.

### 2.1.3. Экономический капитал

Второй компонент Базеля II нацелен на обеспечение адекватности размера капитала банков при регулировании принимаемых ими рисков и на стимулирование развития и использования лучших практик риск-менеджмента в мониторинге и управлении этими видами риска. Так, для минимизации рисков, в том числе носящих макроэкономический характер, банки работают не только с регулятивным капиталом, но и с так называемым экономическим капиталом<sup>56</sup>.

Появление понятия "экономический капитал" обусловило риск-ориентированный характер изменений банковского регулирования, который учитывает риски, принятые банком, и качество их управления<sup>57</sup>. Несмотря на его длительное существование, до сих пор ведущими международными и национальными банковскими регуляторами не дано единой четкой формулировки:

- БКБН, определяя экономический капитал как "методы или практики, которые позволяют банкам последовательно оценивать риск и определять капитал для покрытия экономических последствий вида деятельности, связанного с этим риском"<sup>58</sup>, фактически приравнивают данную концепцию к актуальной для банка мере риска;
- В материалах Корпоративного университета Сбербанка приводится следующая дефиниция: "экономический капитал определяет величину капитала, необходимую для покрытия неожиданных потерь, связанных с реализацией существенных рисков банка, на временном горизонте один год с установленным уровнем доверительной вероятности";
- Т. Владимирова и Д. Пашкин пишут, что «экономический капитал – размер капитала, необходимого для покрытия с определённой вероятностью всех рисков, с которыми сталкивается бизнес»<sup>59</sup>.

В целом обозначим, что экономический капитал — это те возможные потери, которые могут быть понесены на установленном периоде времени с вероятностью не выше за-

---

<sup>56</sup> Владимирова Т. А., Пашкин Д. Г. Экономический капитал как инструмент антикризисного управления в коммерческих банках. // Вестник Томского государственного университета. 2009. Т. 8, № 4.

<sup>57</sup> Мануйленко В.В. Концепция экономического капитала коммерческого банка. // Финансы и кредит. 2011. Т. 445, № 13.

<sup>58</sup> Range of practices and issues in economic capital frameworks [Electronic Resource] // Bank of International Standards. Basel. URL: <https://www.bis.org/publ/bcbs152.pdf> (дата обращения: 16.10.2019).

<sup>59</sup> Владимирова Т.А., Пашкин Д.Г. Экономический капитал как инструмент антикризисного управления в коммерческих банках.

данного уровня. Зачастую интересующим промежутком является 1 год, а уровень доверительной вероятности выбирается таким образом, чтобы обеспечить высокую доходность капитала для акционеров с защитой держателей долгов и вкладчиков, а также поддержанием желаемого кредитного рейтинга.

Расчет экономического капитала необходим в первую очередь самим банкам, так как регулятивный капитал может давать неполную картину покрытия рисков организации.<sup>60</sup> Например, согласно табл. 6 норматив достаточности собственных средств (капитала) банка равен 8%. Допустим, сумма собственных средств банка А равна 100 млн руб., тогда для него величина регулятивного капитала составит 8 млн руб. Однако рассчитанная на заданном уровне доверительной вероятности величина экономического капитала составила 16 млн руб. Соответственно, руководство банка А, предполагая, что обеспечение только регулятивного капитала является достаточным для покрытия своих рисков, и принимая последующие решения на основе данной логики, на самом деле недооценивает реальное положение дел. Таким образом, в то время как регулятивный капитал – это минимальная сумма, необходимая банку для получения лицензии, экономический капитал – это сумма, необходимая для ведения банковского бизнеса с заданной доверительной вероятностью в отношении принимаемых рисков.

При этом экономический капитал для покрытия всех видов риска, с которыми сталкивается банковская организация, определяется путем вычисления экономического капитала по каждому виду риска. Для некоторых из них существуют отдельные модели оценки экономического капитала. Например, для рыночного или операционного видов риска. Однако по таким видам риска, как риск потери деловой репутации или комплаенс-риск, в крупных банках собственных моделей оценки экономического капитала может не быть, поэтому в таких случаях его оценка для них вычисляется агрегировано.

В коммерческих банках России экономический капитал зачастую оценивается под покрытие кредитного, рыночного и операционного рисков. В банках развитых стран оценка данного вида капитала проводится под большее количество рисков. Во многом это связано с накопленным опытом в исследуемой области и рекомендациями локальных центральных банков по использованию тех или иных подходов.

Если посмотреть на практики западных банков, то, например, Deutsche Bank рассчитывает экономический капитал для покрытия риска дефолта, риска трансферта, риска расчетов в составе кредитного риска, а также для рыночного, операционного рисков и об-

---

<sup>60</sup> Ведяхин А., Кулик В. Основы риск-менеджмента: учеб. пособие.

шего риска бизнеса<sup>61</sup>. Группа Barclays определяет экономический капитал по семи видам рисков: кредитный риск, рыночный риск, риск бизнеса, операционный риск, риск страхования, риск активов с фиксированной доходностью, риск частных инвестиций<sup>62</sup>.

Тем не менее расчет экономического капитала под покрытие кредитного риска для банков является принципиально важным, так как кредитный портфель, как правило, может составлять от 50% до 80% активов. Доля в общей сумме экономического капитала банка приблизительно равна доле процентного дохода, получаемого в результате кредитования. Например, в ПАО "Сбербанк" при 70%-ой доле кредитов в активах доля изучаемого показателя равна 76% от общей суммы экономического капитала<sup>63</sup>.

Рассмотрим подробнее, основные этапы расчета экономического капитала для покрытия кредитного риска, предлагаемые ПАО "Сбербанк". Напомним, что каждая банковская организация сама устанавливает процедуру оценки экономического капитала, поэтому единственного верного и универсального пути к его расчету нет. В первую очередь, определяется целевой кредитный рейтинг банка. Допустим значение последнего равно BBB, соответственно, для него устанавливается уровень доверительной вероятности равный 99,8%. Далее, предварительно проведя с помощью метода Монте-Карло достаточно большое число итераций для построения функции распределения потерь, находится значение  $VaR_{99,8\%}$  интересующей нас случайной величины. В конце вычисляется оценка экономического капитала.

Традиционно экономический капитал рассчитывается для поглощения неожиданных потерь при заданном уровне доверительной вероятности, в то время как кредитные резервы необходимы для покрытия ожидаемых потерь. Таким образом, экономический капитал обычно определяется как разница между стоимостью портфеля под риском и ожидаемыми потерями портфеля и равен величине неожиданных потерь. Математическая запись данного утверждения для рассматриваемого примера представлена в формуле (20).

$$\begin{aligned} \text{Экономический капитал}_{99,8\%} &= \text{Неождаемые потери (UL)} = & (20) \\ &= VaR_{99,8\%} - \text{Ожидаемые потери (EL)}, \end{aligned}$$

---

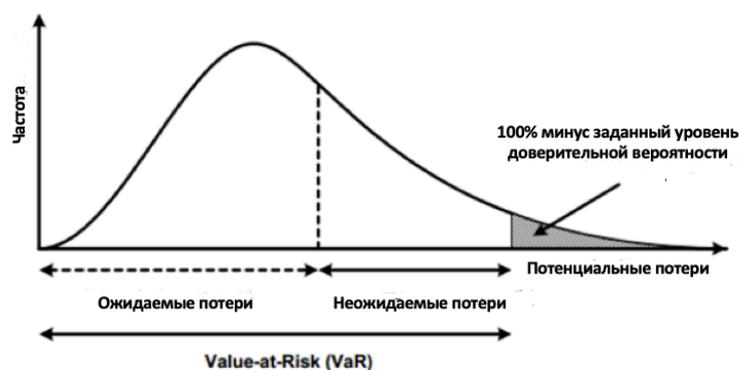
<sup>61</sup> Владимирова Т.А., Пашкин Д.Г. Экономический капитал как инструмент антикризисного управления в коммерческих банках.

<sup>62</sup> Там же.

<sup>63</sup> Морозов А. В. Управление рисками ALM и ликвидности банка. Учебное пособие / под ред.: А. В. Морозова, А. Ю. Лякина, И. В. Малаховой, М. В. Воробь-ева. – М.: АНО ДПО «Корпоративный университет Сбербанка», 2017. С. 47.

где Экономический капитал<sub>99,8%</sub> – величина капитала, необходимая для покрытия неожиданных потерь, связанных с реализацией существенных рисков банка, на временном горизонте один год с 99,8%-ым уровнем доверительной вероятности.

На рис. 3 можно ознакомиться с графическим представлением распределения потерь кредитного портфеля, стоимостной меры риска и неожиданных потерь.



**Рис. 3** Стоимостная мера риска и распределение потерь кредитного портфеля

[Источник: An Explanatory Note on the Basel II IRB Risk Weight Functions, 2005, с. 30]

Если доступные финансовые ресурсы, покрывают неожиданные потери, то есть разницу между  $VaR_{\alpha}$  и ожидаемыми потерями, и при этом ожидаемые потери покрываются резервами или текущей прибылью, то вероятность того, что банк сохранит платежеспособность в течение следующего года, равна уровню доверительной вероятности.

Процедура расчета экономического капитала изначально вводилась банками как инструмент оценки эффективности деятельности. Сегодня многие банки могут использовать оценку экономического капитала во время переговоров и собраний со внешними стейкхолдерами<sup>64</sup>. Кроме того, Samuel пишет, что в последние годы банки с разной степенью детализации раскрывают качественные и количественные аспекты их методологии вычисления экономического капитала, в том числе описание моделей экономического капитала, методы оценки конкретных рисков, использование экономического капитала с точки зрения деятельности раскрывающей методологию организации, а также распределение этого показателя по видам риска и бизнес-единицам<sup>65</sup>.

<sup>64</sup> Range of practices and issues in economic capital frameworks [Electronic Resource] // Bank of International Standards. Basel. URL: <https://www.bis.org/publ/bcbs152.pdf> (дата обращения: 27.10.2019).

<sup>65</sup> Samuel. Disclosure of Economic Capital // Federal Reserve Bank of New York. 2008.

Величина экономического капитала может являться основанием для принятия решений в таких областях, как рентабельность, ценообразование и оптимизация портфеля, особенно на уровне бизнес-единицы. Так, банки могут находить величину скорректированной на риск доходности (risk-adjusted return on capital, RAROC), вычисляемой по формуле (21).

$$\text{RAROC} = \frac{\text{Выручка} - \text{Затраты} - \text{Ожидаемые потери}}{\text{Экономический капитал}}, \quad (21)$$

где RAROC – скорректированная на риск доходность.

Стоит отметить, что если величина RAROC рассчитывается, например, для конкретной бизнес-единицы, то используемые при вычислении показатели должны тоже относиться к данной бизнес-единице, в том числе и величина экономического капитала. Помимо вышеуказанных вопросов, значение RAROC может быть принято во внимание при принятии решений о приобретении и отчуждении активов.

Рост использования банками экономического капитала обусловлен быстрым развитием методологии количественной оценки рисков, усложнением портфелей банков, а также ожиданиями надзорных органов в отношении того, что банки должны разработать внутренние процессы оценки достаточности капитала, выходящие за рамки руководящих принципов нормативной достаточности капитала, которые не предназначены для полного отражения всех основных существенных рисков в деятельности конкретного банка.

## **2.2. Взаимосвязь между оценками экономического капитала и кредитного риска**

### **2.2.1. Модели оценки потерь по кредитным портфелям**

Использование моделей оценки потерь по кредитным портфелям обусловлено необходимостью нахождения оценки величины принимаемого кредитного риска, в частности потенциальных неожиданных потерь. В течение последних 20 лет ведущими мировыми консультационными и финансовыми организациями были разработаны собственные модели оценки потерь по кредитным портфелям, однако из них выделяют четыре основных. Различие между ними заключается в компаниях, разработавших их, и лежащих в основе и рассмотренных в предыдущей Главе моделях вероятности дефолта. В данном параграфе будут показаны сущность и логика применения моделей оценки возможных потерь по кредитному риску.

В 1997 г. J.P.Morgan предложил первый доступный подход для оценки кредитного риска – метод CreditMetrics. Он позволяет консолидировать кредитный риск по всей организации и представляет отчет об оценке величины  $VaR_\alpha$  с помощью анализа кредитной миграции, то есть вероятности перемещения из одного кредитного рейтинга в другой в течение конкретного промежутка времени. Вместе с этим учитывается и случай наступления дефолта, так как он является поглощающим состоянием. По заявлению авторов данный подход предоставляет методологию количественной оценки кредитного риска по широкому спектру инструментов, включая традиционные кредиты, обязательства и аккредитивы; инструменты с фиксированным доходом; коммерческие контракты, такие как торговые кредиты и дебиторская задолженность; и рыночные инструменты, такие как свопы, форварды и другие производные инструменты.

Реализации модели CreditMetrics для оценки потерь по кредитному риску осуществляется в три этапа. Так, в первую очередь, устанавливается профиль риска каждого заемщика в портфеле. Профиль риска – это совокупность характерных для организации специфических аспектов его деятельности и стратегических целей и задач, обуславливающих величину риска, принимаемую на себя банком. Во-вторых, вычисляется волатильность стоимости каждого инструмента, которая вызвана возможными повышениями, понижениями кредитного рейтинга и дефолтами. В-третьих, принимая во внимание корреляции между каждым из этих событий, объединяются волатильности отдельных инструментов для получения волатильности совокупного портфеля с учетом корреляционной зависимости между каждым включенным в портфель инструментом.

Модель KMV относится к классу структурных моделей и разработана на основе модели Мертона. Популярность модели заключается не в теоретической, а в ее практической инновационности. Для ее реализации были введены новые понятия, как относительная частота до дефолта (expected default density, EDF) и расстояние до дефолта (distance to default, DD), первое из которых официально зарегистрировано как торговая марка разработавшей эту модель компании, то есть KMV, а впоследствии Moody's. EDF – по сути, вероятность того, что данная фирма объявит о наступлении дефолта в течение установленного промежутка времени, в соответствии с методологией KMV. Зачастую берется промежуток 1 год. Для расчета показателя понадобилась модель Мертона. Преобразовав ее, авторы определили вероятность дефолта заемщика, как показано в формуле (22).

$$P(V_T \leq D) = N\left(\frac{\ln(D/V_A - r_f + 0,5 * \sigma_V^2 * T)}{\sigma_V * \sqrt{T}}\right), \quad (22)$$

где  $V_A$  – стоимость активов фирмы в момент времени 0;  
 $V_T$  – стоимость активов фирмы в момент времени T;  
 $D$  – номинальная сумма выданного долга;  
 $r_f$  – безрисковая процентная ставка;  
 $\sigma_V$  – волатильность (стандартное отклонение) активов компании;  
 $T$  – время до погашения кредита;  
 $N(.)$  – значение функции распределения нормально распределенной случайной величины с параметрами (0,1).

Фактически вероятность дефолта, оцененная по формуле (22), является EDF по Мертону. Однако, чтобы снизить количество допущений, использовавшихся в изначальной модели, разработчики модели KMV предложили заменить аргумент нормальной функции распределения на показатель, называемый расстояние до дефолта и определяемый по формуле (23).

$$DD = \frac{V_A - \tilde{D}}{\sigma_V V_A}, \quad (23)$$

где DD – расстояние до дефолта;  
 $V_A$  – стоимость активов фирмы в момент времени 0;  
 $\sigma_V$  – волатильность (стандартное отклонение) активов компании;  
 $\tilde{D}$  – сумма краткосрочных обязательств и половины долгосрочных обязательств, определяющиеся на основании данных бухгалтерской отчетности.

Расстояние до дефолта также интерпретируется практиками как "число стандартных отклонений от дефолта". Стоит отметить, что замена аргумента из формулы (22) в формулу (23) оказалась возможна только в предположении, что безрисковая процентная ставка и волатильность активов близки к нулю. Помимо этого,  $N(.)$  заменяется на некоторую убывающую функцию, оцениваемую эмпирически.

Используя огромный исторический набор данных, KMV оценила практически для каждого значимого временного горизонта и для многих небольших интервалов значений расстояний до дефолта ("ячеек") долю фирм, которые в каждой ячейке объявили о дефолте в пределах указанного временного горизонта. Эта информация используется для замены  $N(.)$  эмпирической функцией, которую можно обозначить  $\bar{F}_{KMV}$ . Последняя является интеллектуальной собственностью компании Moody's и позволила обойти одни из глав-

ных недостатков модели Мертона – предположение о нормальном законе распределения и признание дефолтом только банкротство компании.

Две оставшиеся модели Credit Risk+ и Credit Portfolio View так же, как и предыдущие рассмотренные модели являются практическим развитием теоретических моделей вероятностей дефолта. Модель Credit Risk+, принадлежащая Credit Suisse и предложенная в 1997 г., основана на результатах актуарной науки. В данном подходе особое внимание уделяется описанию вероятности дефолта и не рассматриваются причины его возникновения. В рамках модели CreditRisk+ выдвигаются четыре гипотезы:

- Каждый индивидуальный кредит представляет только два возможных состояния: дефолт или его отсутствие;
- Вероятность дефолта индивидуального кредита невелика;
- Вероятность дефолта для большой группы заемщиков очень низкая;
- Число дефолтов в течение периода не зависит от любого другого периода.

Последний пункт позволяет банкам получать оценку кредитного риска, не используя методы стохастического моделирования, что значительно упрощает задачу. Основная идея данной модели заключается в следующем: предыдущая информация о вероятности наступления определенного количества дефолтов может быть объединена с распределением потерь, возникающих при дефолте определенного типа контрагента. Это, в свою очередь, приводит к построению распределения общих потерь и позволяет вычислить такие меры риска, как  $VaR_\alpha$  и  $ES_\alpha$ . Стоит также учесть тот факт, что модель включает в себя такие компоненты, как, например, долю дефолтов и макроэкономические показатели.

Credit Portfolio View – это модель с несколькими факторами, используемая для симуляции общего условного распределения вероятности дефолта и миграции для различных групп заемщиков и в разных отраслях промышленности.

Разработанный McKinsey подход базируется на макроэкономической модели оценки вероятности дефолта, то есть выдвигается предположение, что вероятности дефолта и миграции между кредитными рейтингами связаны с экономическими циклами. Когда экономика находится в состоянии рецессии, то циклы кредитования меньше, и наоборот. Другими словами, кредитные циклы следуют тенденции экономических циклов.

При условии наличия данных эта методология может применяться в каждой стране, в различных секторах и в различных классах заемщиков, которые по-разному реагируют в рамках экономического цикла.

Этапы реализации модели Credit Portfolio View следующие:

- Моделирование состояния экономики;
- Корректировка уровня дефолта в соответствии с полученными ранее результатами;
- Определения вероятности дефолта для каждого заемщика при помощи логит-функции, представленной в формуле (9), на основе смоделированного состояния экономики;
- Определение стоимости отдельных сделок, относящихся к должникам в соответствии с вероятностью возникновения дефолта, на основе смоделированного состояния экономики;
- Расчет возможного убытка портфеля путем сложения результатов по стоимости отдельных сделок;
- Повтор всех этапов, перечисленных выше определенное количество раз для получения распределения потерь.

### 2.2.2. Оценка экономического капитала для покрытия кредитного риска

Достаточное количество крупных научных работ посвящено оценке экономического капитала под покрытие кредитного риска.

В работе O. Antwi et al. исследуется сложность количественного измерения экономического капитала и предлагаются два метода моделирования потерь по кредитному портфелю. В статье подробно рассматривается однофакторная модель формирования распределения убытков, устанавливающая необходимые составляющие для измерения величины кредитного риска в кредитном портфеле. Выделяются общие элементы моделирования кредитного риска, а затем предлагается модель, используемая в рамках моделирования по методу Монте-Карло. Далее приведен пример расчета величины риска по кредитному портфелю, из которого на заключительном этапе исследования получен экономический капитал под покрытие кредитного риска портфеля<sup>66</sup>.

В документе "Ряд практик и проблем в структурах экономического капитала" (Range of practices and issues in economic capital frameworks) Банка международных расчетов указано, что модели оценки кредитного риска портфеля составляют важный компонент структуры экономического капитала. Особенно важным и сложным аспектом моделирования кредитного риска портфеля является моделирование структуры зависимости,

---

<sup>66</sup> Antwi O., Mensah A.C., Amoamah M.O, Joseph D. Measuring Economic Capital Using Loss Distributions. // International Journal of Economics. 2013. Vol. 1, No. 6.

включающей как линейные, так и нелинейные отношения между заемщиками. Понимание того, как моделируются зависимости, важно для надзорных органов, когда они изучают процесс оценки внутренней достаточности капитала банка в рамках второго компонента Базельского соглашения, поскольку эти структуры зависимости не учитываются в мерах регулирования капитала<sup>67</sup>.

В 2006 г. в проведенном Международной ассоциацией менеджеров кредитных портфелей (IACPM) и Международной ассоциацией свопов и деривативов (ISDA) исследовании была проанализирована степень конвергенции оценок экономического капитала между имеющимися на рынке моделями кредитного портфеля и внутрибанковскими моделями кредитного риска. Учитывая, что большинство банков используют одну из четырех представленных выше моделей оценки кредитного риска или самостоятельно разработанные модификации тех же моделей, можно сказать, что фактически сравнивались оценки экономического капитала, полученные с помощью моделей, в основе которых лежат либо методы стохастического моделирования, либо режим "по умолчанию" (default mode), когда существуют только 2 состояния кредитного договора в течение указанного срока – дефолт или его отсутствие. Результаты показали значительные различия в оценках экономического капитала между используемыми моделями как в режиме "по умолчанию", так и при использовании методов стохастического моделирования. Авторы подобные различия объясняли следующими факторами:

- наличие корреляции между активами заемщиков;
- учет процентных платежей, причитающихся от момента оценки и до момента объявления дефолта;
- прочие различия в моделировании.

После получения основных результатов исследования особый интерес для авторов представлял следующий вопрос: "В какой степени разница в оценках экономического капитала обусловлена допущениями, производящимися при моделировании корреляционной структуры/зависимостей между активами заемщиков?". Авторы показали, что в моделях с режимом "по умолчанию", корреляционная структура в объяснении полученных различий играет лишь незначительную роль в то время, как при использовании моделей с применением методов стохастического моделирования около четверти наблюдаемой разницы в оценках экономического капитала объясняется предположениями о корреляции.

---

<sup>67</sup> Range of practices and issues in economic capital frameworks [Electronic Resource] // Bank of International Standards. Basel. URL: <https://www.bis.org/publ/bcbs152.pdf> (дата обращения: 13.11.2019).

Другой вопрос был связан с чувствительностью оценок экономического капитала к изменениям в структуре портфеля и параметрах модели. Анализ чувствительности, проведенный в рамках того же исследования, показал, что изменение отраслевой или страновой структуры портфеля оказывает значительное влияние на получаемые результаты. Например, оценка экономического капитала могла быть в два раза больше или меньше первоначального значения. Кроме того, подобное влияние для той или иной модели кредитного риска было различным. Данное наблюдение дало эмпирическое обоснование представления о том, что получаемые оценки существенно зависят от лежащей в основе моделей кредитного риска корреляционной структуры между активами.

М. Fisher и К. Jakob отмечают, что часто оценка экономического капитала происходит с помощью таких моделей кредитных портфелей, как Credit Metrics и Credit Risk+. Также ими упомянуто, что, руководствуясь существующими нормативными требованиями, банки должны проанализировать, насколько чувствительны используемые ими модели оценки того или иного вида риска и, соответственно, получаемые показатели риска по отношению к базовым предположениям. В этом контексте, в рамках упомянутых выше моделей, авторы сосредоточились на исследовании структуры зависимости между активами заемщиков в терминах копул. Используя различные широко применимые виды копул, М. Fisher и К. Jakob провели количественную оценку влияния корреляционной структуры активов на хвост распределения потерь в целом и на показатели риска гипотетического кредитного портфеля. В статье Р. Li, Х. Wang и Н. Wang использовалась факторная модель копулы вместе с методом анализа главных компонент для расчета оценки кредитного VaR для портфеля.

А. Bandyopadhyay и S. Ganguly провели оценку корреляции дефолта и активов для крупных корпораций и банков Индии с целью управления и измерения кредитного риска портфеля. Авторы утверждают, что найденные оценки корреляции могут быть полезны и важны для крупных банков и страховых компаний в процессе оценки экономического капитала под покрытие кредитного риска.

Z. Hu, A. Levy, J. Zhang иллюстрируют валидационный подход и приводят эмпирические доказательства о способности моделей оценки потерь по кредитному портфелю строить распределение потерь. Для построенного ими с помощью двух способов параметризации – в течение всего цикла (through-the-cycle) и в момент времени (point-in-time) – годового портфеля сравнивались процентиля реализованных дефолтов по отношению к прогнозируемым распределениям дефолта. Результаты показали, что параметризация through-the-cycle приводит к менее консервативному взгляду на экономический капитал и

существенной автокорреляции в оценках изучаемого показателя в то время, как point-in-time параметризация помогает производить последовательные и консервативные оценки экономического капитала с течением времени.

### **2.3. Методы распределения экономического капитала**

На последнем этапе процедуры оценки экономического капитала службы управления рисками обычно занимаются распределением данного показателя по отдельным составляющим риска в портфеле. Основными причинами для проведения аллокации могут являться:

- Определение значимости составляющей риска

Сравнив значения экономических капиталов, распределенных для отдельных составляющих, можно понять, стоит ли сохранять данную компоненту в портфеле. Например, если величина RAROC бизнес-единицы окажется небольшой, у руководителей будет основание для поднятия вопроса о продолжении ее функционирования.

- Оценка рискованности позиции составляющей

Поскольку сумма общего экономического капитала определяется как квантиль распределения всего портфеля за вычетом ожидаемых потерь, можно оценить рискованность каждой составляющей, вычислив доли экономического капитала отдельных единиц и сравнив их значения друг с другом.

- Вознаграждение менеджеров

Расчетные значения, полученные в результате разделения экономического капитала, предоставляют дополнительный механизм оценки эффективности работы менеджеров. Подобная оценка, зачастую базирующаяся на вычисленной для каждого подразделения величине RAROC, может влиять на величину получаемого вознаграждения.

- Ценообразование

В банках аллокация экономического капитала может быть также обусловлена ценообразованием кредитных продуктов. Ранее упоминалось, что в зависимости от величины ожидаемых потерь банк устанавливает цену предоставляемых товаров или услуг, руководствуясь концепцией "риск – доходность". Распределив величину рассматриваемого показателя по подразделениям, появится дополнительный фактор, который можно будет учесть при определении степени риска и, соответственно, запрашиваемой доходности.

### 2.3.1. Условия когерентности и принцип распределения капитала

Пусть  $L_i$ ,  $i = [1, n]$  – потери в случае дефолта  $i$ -ого клиента. Тогда потери по кредитному портфелю будут равны:

$$L = \sum_{i=1}^n L_i. \quad (24)$$

где  $L$  – потери по кредитному портфелю.

Обозначим сумму экономического капитала и ожидаемых потерь по кредитному портфелю как  $\tau(L)$ , где  $\tau$  – это мера риска, в нашем случае это будет  $\text{VaR}_\alpha$ . Для того, чтобы понять какое количество экономического капитала выделить под покрытие кредитного риска  $i$ -ого заемщика, нужно, во-первых, вычислить значение  $\tau(L)$ , распределить рассчитанную величину по составляющим портфеля в соответствии с принципом распределения капитала и затем вычесть сумму ожидаемых потерь  $EL_i$ . При этом, распределяя величину  $\tau(L)$ , фактически банки получают сумму капитала  $AC_i$ , необходимого для покрытия потерь  $i$ -ого контрагента.

Риск-менеджеры при аллокации капитала сталкиваются с проблемами, связанными с характером структуры зависимости между несколькими составляющими риска. Так, Hull пишет, что расчет экономического капитала по кредитному портфелю позволяет учесть эффект диверсификации ввиду того, что, как правило, существует взаимосвязь между этими составляющими. Сумма значений экономического капитала, рассчитанных по отдельности, например, по контрагентам, всегда будет больше либо равна сумме экономического капитала по кредитному портфелю.

В дополнение к вышесказанному распределение капитала так же, как и выбранная мера риска, должно удовлетворять условиям когерентности, которые в этом случае будут следующими<sup>68</sup>:

#### 1. Полная аллокация

$$\sum_{i=1}^n AC_i = \tau(L), \quad (25)$$

где  $AC_i$ ,  $i = [1, n]$  – маргинальный вклад в риск  $i$ -ого заемщика,

---

<sup>68</sup> Homburg C., Sherpereel P. How should the cost of joint risk capital be allocated for performance measurement? // European Journal of Operational Research. 2008. № 187. P. 210-211.

$\tau(L)$  – значение меры риска портфеля.

Данное условие говорит, что вся сумма потерь (не больше и не меньше) должна распределяться между всеми заемщиками. Принцип распределения капитала (capital allocation principle) также известен, как принцип полной аллокации.

## 2. Основная совместимость (core compatibility)

Риск любого подмножества  $M$  из множества  $N$  всегда больше суммы отдельных рисков этого подмножества:

$$\forall M \subseteq N, \sum_{i \in M} AC_i \leq \tau(\sum_{i \in M} L_i). \quad (26)$$

Наличие аксиомы основной совместимости означает, что портфель не должен иметь подмножества, сумма индивидуальных потерь контрагентов которого была бы больше, чем общая сумма потерь в случае выделения этого подмножества в качестве отдельного портфеля.

## 3. Симметрия

Если компоненты  $i$  и  $j$  при добавлении в любое подмножество  $M \subseteq N \setminus \{i, j\}$  вносят одинаковый вклад в риск подмножества  $M$ , то  $A_i = A_j$ . Данное свойство гарантирует, что распределение потерь по составляющим портфеля зависит только от их маргинального вклада в риск.

## 4. Безрисковое распределение

$$\tau(\alpha * D) = -\alpha, \quad (27)$$

где  $D$  – безрисковая ставка дисконтирования.

Условие безрискового распределения говорит, что, добавив безрисковый актив, например, денежные средства, в портфель, риск последнего должен быть уменьшен на величину этого безрискового актива. Эта аксиома связана с аксиомой трансляционной инвариантности когерентных мер риска.

Помимо выполнения условий когерентности для практиков важно, чтобы найденное в результате аллокации число можно было использовать для оценки производительности, в частности для целей вознаграждения и ценообразования продуктов. Поэтому при выборе метода распределения капитала также проверяют правило RAROC-сравнимости.

Зная маргинальные вклады в риск  $AC_1, AC_2, \dots, AC_n$  для заемщиков 1, 2, ..., n, могут быть найдены значения скорректированных на риск доходностей RAROC портфеля и заемщиков, определяемых соответственно по формуле (28).

$$RAROC(X_i) = \frac{E[X_i]}{AC_i - EL_i}, \quad (28)$$

где  $RAROC(X_i)$  – скорректированная на риск доходность по  $i$ -ому заемщику;

$E[X_i]$  – ожидаемая доходность по  $i$ -ому заемщику;

$EL_i$  – ожидаемые потери по  $i$ -ому заемщику.

Правило RAROC-сравнимости говорит, что при добавлении в портфель нового элемента с большей доходностью, скорректированная на риск доходность нового портфеля также увеличится.

Таким образом, рассмотрев условия, рассматриваемые при выборе метода аллокации экономического капитала, перейдем к рассмотрению самого перечня методов, используемых на практике, в частности к изучению преимуществ и недостатков каждого из них.

### 2.3.2. Метод распределения по видам деятельности

Одним из самых понятных способов разделения капитала является метод по видам деятельности (activity-based method). Он осуществляется в предположении, что совместные потери должны быть аллоцированы пропорционально уровню риска, вносимого каждой компонентой портфеля:

$$AC_i = \frac{\tau(L_i)}{\sum_{i=1}^n \tau(L_i)} * \tau(L), \quad (29)$$

где  $AC_i$  – величина потерь, распределяемая на  $i$ -ого контрагента;

$\tau(L)$  – совокупная сумма потерь с учетом диверсификации;

$\tau(L_i)$  – потери  $i$ -го контрагента без учета диверсификации;

$\sum_{i=1}^n \tau(L_i)$  – совокупная сумма потерь без учета диверсификации.

Таким образом, в рамках данного подхода в первую очередь отдельно рассчитываются меры риска для каждого компонента и после этого соразмерно их доле распределяется общая сумма потерь с учетом диверсификации. Такой подход гарантирует принцип полного распределения и удовлетворяет аксиомам когерентного распределения. Однако

из-за простоты расчета и отсутствия количественного учета взаимосвязи между составляющими портфеля сумма, подлежащая распределению, может показаться неточной. Поэтому ведущие банки мира пытались найти и использовать более продвинутые подходы.

### 2.3.3. Бета метод

Суть бета метода также известного как ковариационно-вариационного метода заключается в расчете внутренних бет как относительных вкладов в риск каждой составляющей портфеля<sup>69</sup>. Внутренняя бета вычисляется с помощью формулы:

$$\beta_i = \frac{\text{cov}(R_i, R)}{V[R]} = \frac{\sum_{j=1}^n \text{cov}(R_i, R_j)}{V[R]}, \quad (30)$$

где  $\text{cov}(R_i, R)$  – ковариация между доходностями  $i$ -ой составляющей портфеля и портфеля;

$\sum_{j=1}^n \text{cov}(R_i, R_j)$  – сумма ковариаций между доходностями  $i$ -ой и  $j$ -ой составляющих портфеля;

$V[R]$  – дисперсия доходности портфеля.

После нахождения значения внутренней беты вклад в риск  $i$ -ой составляющей вычисляется пропорционально совокупной сумме потерь  $\tau(L)$ :

$$AC_i = \beta_i * \tau(L). \quad (31)$$

Бета метод получил распространение ввиду его применения Deutsche Bundesbank<sup>70</sup>. Однако в отличие от классического способа Немецкий федеральный банк использует модифицированный подход вычисления внутренней беты и маргинального вклада в риск:

$$\beta_i = \frac{A}{V[R]} \sum_{j=1}^n \omega_j * \text{cov}(R_i, R_j), \quad (32)$$

$$AC_i = \omega_i * \beta_i * \tau(L), \quad (33)$$

---

<sup>69</sup> Ralph C.K. Economic profit and performance measurement in banking. // New England Economic Review. 1998. № 7.

<sup>70</sup> Chorafas D.N. Economic capital allocation with Basel II: Cost, Benefit and Implementation. – Oxford: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2004. – P. 158.

где  $A$  – стоимость активов портфеля;

$\omega_i$  – удельный вес  $i$ -ой компоненты в стоимости активов портфеля.

Преимуществом данного способа распределения капитала в сравнении с предыдущим рассмотренным методом является то, что благодаря учету корреляции между доходностями компоненты портфеля и самого портфеля распределение капитала между его составляющими ведется в соответствии с их фактическим вкладом в совокупный риск и доходность портфеля. Помимо этого, в обоих случаях соблюдается принцип распределения капитала при нахождении маргинального вклада в риск, поскольку сумма бета-коэффициентов и сумма произведений удельных весов и бета-коэффициентов всегда равна 1. Nomburg с помощью корреляций, лежащих в основе расчета внутренних бет, также показал выполнение условия полной аллокации.

Однако, несмотря на преимущества данного метода, к недостаткам можно отнести необходимость в проведении дополнительных калькуляций и запроса данных, не доступных службам риск-менеджмента. Последнее может являться ресурсозатратным, поскольку требует согласования и одобрения руководителей различных департаментов.

#### **2.3.4. Метод Шепли**

Ранее были рассмотрены подходы распределения экономического капитала, полученные эвристическим путем и на основе популярной в финансах портфельной теории. Однако менеджеры банков искали более "утонченные" методы предельного (маргинального) анализа, основанные на взаимосвязи между предельными изменениями вклада заемщиков в риск портфеля и предельными требованиями, вытекающими из этих изменений. Первый аксиоматически выведенный предельно-аналитический подход, предложенный Mango, состоял в том, чтобы распределить риск пропорционально значению Шепли из теории кооперативных игр.

Кооперативная (коалиционная) игра  $(N, \tau)$  состоит из игроков, число которых равно  $n \in N$ , и функции потерь,  $\rho$ , которая связывает реальное число,  $\tau(S)$ , с подмножеством (коалицией)  $S$  из  $N$ . Каждый игрок хочет минимизировать свои потери и, следовательно, его стратегия состоит в том, чтобы соглашаться или не соглашаться быть частью коалиции. Основным вопросом в коалиционных играх остается распределение потерь  $\tau(N)$  между всеми игроками, и данный вопрос формализуется концепцией ценности. Ценность в данном случае определяется как функция  $\Pi$ , отображающая каждую игру  $(N, \tau)$  в уникальную аллокацию  $AC_i$ :

$$\begin{bmatrix} \Pi_1(N, \tau) \\ \dots \\ \Pi_2(N, \tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} AC_1 \\ \dots \\ AC_n \end{bmatrix}. \quad (34)$$

При условии выполнения  $\tau$  аксиомы субаддитивности у участников игры есть стимул объединяться в коалиции, поскольку это позволяет им минимизировать общие потери в сравнении с теми, которые игроки имели бы, участвуя в игре по отдельности. В противном случае игрок с рациональным поведением не участвовал бы в коалиции. Набор распределений, позволяющий абсолютно всем игрокам объединяться с другими, называется ядром. Следовательно, ядро коалиционной игры  $(N, \tau)$  – это набор аллокаций  $AC \in R^n$ , для всех коалиций  $S \subseteq N$  которого выполняется условие:

$$\sum_{i \in S} AC_i \leq \tau(S). \quad (35)$$

где  $\tau(S)$  – значение функции потерь;

$AC_i$  – аллокация по  $i$ -ому игроку.

Shapley предложил метод нахождения значения  $AC_i$ , получившее название значение Шепли и позволяющее каждому игроку ожидать выгоды от участия в игре. Соответственно, значение Шепли для игры  $(N, \rho)$  равно:

$$AC_i^{S, \tau} = \sum_{S \subseteq N} \frac{(|s| - 1)! (n - |s|)!}{n!} (\tau(S) - \tau(S \setminus \{i\})), \quad (36)$$

где  $s$  – число игроков в коалиции  $S$ ;

$n$  – общее число игроков.

Преимуществом метода Шепли является то, что он дает представление того, как коалиции могут быть сформированы таким образом, что ни один из игроков по отдельности не приобретает выгод больше, чем если бы он получал, будучи в составе группы. Также в работе Denault показано, что аллокация, производившаяся с помощью описываемого подхода, удовлетворяет всем условиям когерентности.

Тем не менее серьезным недостатком данного способа распределения потерь является возрастающая сложность процедуры вычисления с увеличением значения  $n$ , так как любая игра с  $n$  игроками содержит  $2^n - 1$  непустых возможных коалиций. В дополнение метод Шепли часто критикуют за то, что в ситуации, когда один заемщик в портфеле разде-

лен на два и при этом их агрегация остается идентичной исходному неразделенному члену, значения, присвоенные другим неразделенным членам, как правило, меняются. Поэтому Aumann и Shapley расширили предложенную концепцию значения Шепли для неатомных игр, то есть для делимых игроков или портфелей. Значение Ауманна-Шепли может быть получено с помощью формулы (37).

$$AC_i^{A\&S,\tau} = u_i \int_0^1 \frac{\partial}{\partial u_i} \tau(tX(u)) dt, \quad (37)$$

где  $X(u) = \sum_{i=1}^n u_i X_i$  – совокупная величина потерь в игре;

$u_i$  – маргинальный вклад в риск  $i$ -ого игрока.

В случае положительно определенной, однородной, выпуклой и дифференцируемой функции потерь ядро такой игры состоит из одного элемента – градиента функции потерь ввиду нормированного веса игроков. Соответственно, градиент в такой ситуации будет также являться уникальным справедливым распределением потерь для каждого игрока.

Denault, рассматривая аллокацию экономического капитала и применив существующие в теории игр практики, утверждает, что метод Ауманна-Шепли является одновременно когерентным и практикоориентированным подходом при решении данной задачи. Powers показал, что данный способ дает возможность осуществить распределение экономического капитала для как однородно-, так и неоднородно распределенных потерь. Полученный результат, в свою очередь, позволяет банкам аллоцировать рассчитанную величину в подавляющем большинстве случаев.

### 2.3.5. Метод Эйлера

В финансовом мире особой популярностью пользуется, базирующийся на тождестве Эйлера для однородной функции степени  $k$ , метод (аллокация) Эйлера. Согласно ему для проведения нахождения маргинального вклада  $i$ -ого заемщика в значение меры риска  $\tau(L)$  рассматривается чувствительность функции  $\tau$  к весам заемщиков в кредитном портфеле.

Пусть  $\omega_i, i = [1, n]$  – потери, которые банк может понести в случае дефолта заемщика  $i$ , а  $D_i$  – индикатор дефолта, где 1 обозначает дефолт, 0 – его отсутствие, тогда общая сумма потерь портфеля равна сумме произведений  $\omega_i$  и  $D_i$ . Если в качестве меры риска  $\tau$  берется  $VaR_\alpha$ , то, поскольку она удовлетворяет условию положительно определенной од-

нородности первой степени<sup>71</sup>, для вычисления вклада каждой составляющей в общую сумму потерь по портфелю можно представить тождество Эйлера (см. Приложение Б) как<sup>72</sup>:

$$\tau(L) = \sum_{i=1}^n \omega_i * \frac{\partial \tau(L)}{\partial \omega_i} \equiv \sum_{i=1}^n \tau_{\text{Euler}}(L_i|L) = \sum_{i=1}^n E[L_i|L = \tau(L)] \quad (38)$$

где  $\omega_i * \frac{\partial \tau(L)}{\partial \omega_i}$ ,  $i = [1, n]$  – маргинальные вклады в риск заемщика  $i$  в  $\tau(L)$ ;

$E[L_i|L = \tau(L)]$  – математическое ожидание потерь  $i$ -ого клиента в ситуации, когда потери кредитного портфеля равны значению меры риска  $\tau$ .

Из формулы (38) можно заключить, что в случае  $\text{VaR}_\alpha$  капитал, выделенный  $i$ -ому заемщику в соответствии с методом Эйлера, является частной производной меры риска  $\tau(L)$  по  $\omega_i$ , а также равен условному математическому ожиданию потерь заемщика по отношению к редким событиям  $G = \{L = \tau(L)\}$  в хвосте распределения потерь кредитного портфеля. Использование метода Монте-Карло является одним из немногих способов нахождения условных математических ожиданий. Так, Tasche приводит, что, если при моделировании потерь методом Монте-Карло потери принимают дискретные значения, то существует  $D[L = \text{VaR}_\alpha] > 0$  и, следовательно,  $E[L_i|L = \text{VaR}_\alpha]$ :

$$E[L_i|L = \text{VaR}_\alpha] = \frac{E[L_i 1_{\{L = \text{VaR}_\alpha(L)\}}]}{D[L = \text{VaR}_\alpha(L)]}, \quad (39)$$

где  $D[L = \text{VaR}_\alpha]$  – наблюдаемая в общем числе итераций частота случаев, когда потери по кредитному портфелю равны величине  $\text{VaR}_\alpha$  на заданном уровне доверительной вероятности  $\alpha$ .

Однако, если  $D[L = \text{VaR}_\alpha] = 0$ , то  $E[L_i|L = \text{VaR}_\alpha] = 0$  и использование представления (39) является невозможным. Следовательно, для измерения маргинальных вкладов в риск используются ядровые методы оценки (kernel estimation methods), например, оценка ядра по методу Надарайя-Уотсона для условных математических ожиданий.

---

<sup>71</sup> Tasche D. Capital Allocation with Kernel Estimators. // Quantitative Finance. 2009. Vol. 9(5). P. 581-595.

<sup>72</sup> Kwok Y.K., Zheng W. Saddlepoint Approximation Methods in Financial Engineering – Cham: Springer International Publishing AG, 2018.

Для положительно однородной и дифференцируемой меры риска значения, полученные методом Аумана-Шепли и методом Эйлера совпадают. Tasche отмечает, что предельные вклады в риск, определенные методом Эйлера, удовлетворяют всем условиям когерентной аллокации. Применение данного метода в целях распределения экономического капитала было обосновано в различных работах, основные результаты которых представлены в таблице 7.

Таблица 7.

**Результаты направленных на проверку адекватности применения метода Эйлера для распределения экономического капитала исследований**

<b>Автор</b>	<b>Год</b>	<b>Основные результаты</b>
Littermann	1996	Экономический капитал, приходящийся на $i$ -ого заемщика и определенный по методу Эйлера, удовлетворяет критерию RAROC-сравнимости
Tasche	1999	
Patrick et al.	1999	С точки зрения практики вклады в риск, определенные по методу Эйлера, удовлетворяют принципу распределения капитала
Denault	2001	Значения, полученные методом Ауманна-Шепли и методом Эйлера для положительно однородных и дифференцируемых мер риска, совпадают. Соответственно, метод Эйлера можно отнести к теоретико-игровым методам
Kalkbrener	2005	В рамках работы представлен аксиоматический подход для распределения экономического капитала в случае вычисления последнего с помощью субаддитивных и положительно однородных мер риска. Автор пришел к выводу, что метод Эйлера является единственным существующим способом распределения рассчитанной величины меры риска, совместимым с предложенной им аксиомой "диверсификации"
Balog	2010	В результате исследования, направленного на проверку соответствия известных методов распределения мер риска выдвинутому в работе требованию базовой сравнимости (core compatibility), выявлено, что аллокация методом Эйлера дает наибольшую долю удовлетворяющих ему случаев

Распределение экономического капитала по заемщикам может быть также найдено через распределение значения  $VaR_\alpha$  пропорционально вкладу каждого заемщика в стандартное отклонение:<sup>73</sup>.

$$\tau_{\text{Euler}}(L_i|L) = \frac{\text{cov}(L_i, L)}{\sqrt{V[L]}} * VaR_\alpha, \quad (40)$$

где  $\text{cov}(L_i, L)$  – ковариация между потерями  $i$ -ого заемщика и совокупной суммой потерь по портфелю;

$VaR_\alpha$  – значение стоимостной меры риска на заданном уровне доверительной вероятности;

$V[L]$  – дисперсия потерь по кредитному портфелю.

Однако при осуществлении аллокации, как показано в формуле (40), часть условий когерентности распределения мер риска не выполняется<sup>74</sup>.

## 2.4. Выводы

На данном этапе были рассмотрены вопросы достаточности капитала, различий между регулятивным и экономическим капиталами. Было выявлено, что регулятивный капитал – это минимальная сумма, необходимая для получения лицензии от Центробанка на ведение деятельности, экономический капитал – это сумма, необходимая для ведения банковского бизнеса с установленным уровнем доверительной вероятности в отношении принимаемых рисков.

Резюмируя вышеизложенное, можно сделать вывод, что банк, предвидя определенную рискованность своих операций, страхует себя от потерь в первую очередь ценой операции, во вторую очередь – формированием резерва на возможные потери по данным операциям и уже в последнюю очередь – экономическим капиталом<sup>75</sup>.

Если в Базельских соглашениях и документах Центробанка даны правила и рекомендации вычисления величины оценки ожидаемых потерь, то оценить неожиданные потери, фактически представляющие экономический капитал банка, является нетривиальной задачей. Для этих целей часто используются модели оценки потерь по кредитному порт-

---

<sup>73</sup> McNeil J.A., Frey R., Embrechts P. Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques, and Tools.

<sup>74</sup> Tasche D. Euler Allocation: Theory and Practice. // Fitch Ratings. 2007. – P. 8.

<sup>75</sup> Мануйленко В.В. Концепция экономического капитала коммерческого банка.

фелю, разработанные ведущими мировыми финансовыми и консультационными организациями.

Однако, несмотря на существующие модели по расчету оценки экономического капитала под покрытие кредитного риска, Банк международных расчетов выделяет в качестве одной из основных проблем этих моделей учет дефолтной зависимости между заемщиками. Оценки корреляции, предоставляемые текущими моделями, по-прежнему в значительной степени зависят от явных или неявных допущений модели. В качестве одного из эффективных инструментов для решения этого вопроса Банком выделяется использование копула-функций.

В последнем параграфе рассмотренной Главы были изучены проблемы распределения экономического капитала для каждого заемщика в портфеле. При исследовании этого вопроса было выделено 4 базовых метода, а также описаны их преимущества и недостатки. Один из них является наиболее предпочтительным практиками и представителями научного сообщества – метод Эйлера. В следующей главе будет рассмотрено распределение экономического капитала с помощью данного способа.

## ГЛАВА 3. ЭМПИРИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

### 3.1. Оценка экономического капитала под покрытие кредитного риска

Для нахождения оценки экономического капитала необходимо найти значение  $VaR_\alpha$ . В Главе 1 было упомянуто, что, поскольку банки работают в условиях ограниченности данных и необходимости осуществления сценарного анализа, для вычисления значения стоимости под риском предпочтительным является проведение имитационного моделирования Монте-Карло, по результатам которого осуществляется построение эмпирического распределения потерь по кредитному портфелю. Вследствие этого в качестве подхода к определению значения  $VaR_\alpha$  в данной работе был сделан выбор в пользу метода Монте-Карло. В дополнение выбор в пользу данного метода был обусловлен осуществление последующего распределения полученной оценки в соответствии с методом Эйлера.

Выбранный подход всегда требует использование надежной факторной модели для определения кредитоспособности заемщика. Помимо того, что при процедуре оценки кредитного риска аналитики стремятся определить изменчивость экономического успеха фирмы с точки зрения происходящих внешних событий, в банках необходимость факторных моделей обусловлена следующими причинами. Во-первых, корреляция между потерями заемщиков, полученных в результате проведенной итерации, должна быть интерпретирована с точки зрения экономической логики для аргументирования больших потерь по портфелю. Например, они могут быть вызваны снижением темпов роста отрасли, общим для большинства контрагентов в портфеле. Вторая причина заключается в снижении вычислительных усилий. Например, для портфеля, состоящего из 1000 заемщиков, необходимо будет рассчитать  $(n^2-n)/2$  коэффициентов корреляций. В то же время моделирование корреляций в портфеле с помощью факторной модели с 2 переменными позволяет снизить количество калькуляций в 250 раз.

#### 3.1.1. Вычисление потерь контрагентов

Пусть последовательность случайных величин  $\{L_n\}$  обозначает сумму потерь  $n \in \mathbb{N}$  контрагентов, составляющих кредитный портфель, на заданном горизонте прогнозирования. При этом выдвинем предположение о равенстве числа кредитов в портфеле числу контрагентов, что может быть достигнуто через агрегирование нескольких кредитов, оформленных  $i$ -ым заемщиком, в один кредит. Сумма обязательств под риском контрагентов на момент дефолта EAD и соответствующая доля суммы обязательств под риском, которую потеряет банк в случае наступления дефолта, LGD являются детерминированными

величинами. Случайная величина  $D_i$  отображает наступление дефолта контрагента и принимает два значения: 1 – наступление дефолта – и 0 – отсутствие дефолта – в обратном случае. При этом в случае наступления дефолта контрагента, то есть в ситуации, когда величина  $D_i$  примет значение 1, вероятность дефолта  $PD_i$  будет равна 100%. Тогда потери по кредитному портфелю в конкретном сценарии будут определяться следующим образом:

$$L_n = \sum_{i=1}^n LGD_i * EAD_i * 1_{D_i}, \quad (41)$$

где  $L_n$  – потери по кредитному портфелю;

$LGD_i$  – доля суммы обязательств под риском  $i$ -ого контрагента, которую потеряет банк в случае наступления дефолта;

$EAD_i$  – сумма обязательств под риском  $i$ -ого контрагента на момент дефолта;

$1_{D_i}$  – индикатор дефолта  $i$ -ого контрагента.

Для того, чтобы определить, когда величина  $D_i$  примет значение, равное 1, используется одно из предположений, выдвинутое Мертоном при разработке модели вероятности дефолта: описание изменения ценности активов фирмы геометрическим броуновским движением. Так, выполнив некоторые преобразования, в логарифмической форме ценность активов в момент времени  $t$  может быть записана следующим образом<sup>76</sup>:

$$\log A_i(t) = \log A_i(0) + \mu_i t - \frac{1}{2} \sigma_i^2 t + \sigma_i W_i(t), \quad (42)$$

где  $A_i(t)$  – стоимость активов  $i$ -ого заемщика в момент времени  $t$ ;

$A_i(0)$  – стоимость активов  $i$ -ого заемщика в момент времени 0;

$\mu_i$  – годовая ожидаемая доходность активов  $i$ -ого заемщика;

$\sigma_i$  – годовая волатильность доходности активов  $i$ -ого заемщика;

$W_i(t)$  – винеровский случайный процесс, описывающий изменчивость ценности активов  $i$ -ого заемщика.

Одним из свойств винеровского процесса  $W_i$  является:

$$W_i(t) \sim N(0, t), \quad (43)$$

---

<sup>76</sup> Lando D. Credit Risk Modelling. P. 49.

где  $N(\cdot)$  – функция распределения нормальной случайной величины.

Если горизонт прогнозирования равен одному году, то винеровский процесс  $W_i(1)$  (далее –  $W_i$ ) будет следовать стандартному нормальному закону распределения. Таким образом, используя данное свойство и зная определение вероятности дефолта в соответствии с моделью Мертона, более точную формулировку наступления дефолта  $i$ -ого заемщика можно записать как:

$$D_i = \{W_i < S_i\}, \quad (44)$$

где  $S_i = N^{-1}(PD_i)$  – граница дефолта  $i$ -ого контрагента;

$N^{-1}(\cdot)$  – обратная функция стандартного нормального распределения;

$D_i$  – наступление дефолта  $i$ -ого контрагента;

$PD_i$  – вероятность наступления дефолта  $i$ -ого контрагента;

Зная значения вероятностей дефолта контрагентов на заданном временном промежутке, с помощью статистических пакетов можно найти значения обратных функций распределения соответствующих величин. Однако вычисление значений  $W_i$ ,  $i = [1, n]$  могло вызывать определенные трудности.

Адаптируя модель Мертона к кредитному портфелю, Васичек показал, что, введя  $W_i$  как латентную переменную, обозначающую изменчивость ценности активов  $i$ -ого контрагента во времени, она может быть представлена в виде однофакторной модели:

$$W_i = \sqrt{\rho}Y + \sqrt{1 - \rho}Z_i, \quad (45)$$

где  $Y$  – систематический фактор, общий для всех заемщиков;

$Z_i$  – специфический для каждого заемщика фактор;

$\rho$  – коэффициент корреляции между стоимостями активов контрагентов;

$W_i$  – латентные случайные переменные, формирующие изменчивость ценности активов заемщика.

Основными предположениями модели (45) являлись стандартное нормальное распределение и взаимная независимость случайных величин  $Y$  и  $Z_1, \dots, Z_n$ . Таким образом, в этом случае  $W_1, \dots, W_n$  являются условно независимыми относительно случайной величины  $Y$ , общей для всех заемщиков.

Однако риск-менеджеры для расчета потерь в целях оптимизации расчета  $VaR_\alpha$  и проведения дальнейшего анализа могут формировать субпортфели из  $m$  заемщиков, ссуды которых имеют характеристики, производящие в среднем одинаковый вклад в общий кредитный риск по данному портфелю, или портфели однородных ссуд (ПОС). В данном случае будет некорректно моделировать наступление дефолта всего портфеля в соответствии с формулами (44)-(45), поскольку вероятность того, что все заемщики в данном субпортфеле выйдут в дефолт, маленькая. Для решения данной задачи Васичек вывел функцию, преобразующую безусловные вероятности дефолта в вероятности дефолта, обусловленные одним систематическим фактором риска:

$$PD_{cond} = N\left[\frac{N^{-1}[PD_j] - \sqrt{\rho}Y}{\sqrt{1-\rho}}\right], \quad (46)$$

где  $PD_{cond}$  – условная вероятность наступления дефолта субпортфеля  $j$ , состоящего из  $m$  однородных ссуд;

$\rho$  – коэффициент корреляции между стоимостями активов контрагентов;

$N(\cdot)$  – функция распределения стандартного нормального распределения;

$PD_j$  – вероятность наступления дефолта субпортфеля  $j$ , состоящего из  $m$  однородных ссуд.

Потери по подобным субпортфелям будут рассчитаны, как показано в формуле (47).

$$L_m = \sum_{j=1}^m LGD_j * EAD_j * PD_{cond}, \quad (47)$$

где  $L_m$  – потери по субпортфелям кредитного портфеля;

$LGD_j$  – доля суммы обязательств под риском  $j$ -ого субпортфеля, которую потеряет банк в случае наступления дефолта;

$EAD_i$  – сумма обязательств под риском  $j$ -ого субпортфеля на момент дефолта.

Таким образом, потери по всему кредитному портфелю в каждом сценарии вычисляются следующим образом:

$$L_{портфель} = L_n + L_m, \quad (48)$$

где  $L_{портфель}$  – потери по кредитному портфелю;

$L_n$  – потери по отдельным контрагентам кредитного портфеля, определяемые согласно формуле (41).

Таким образом, Васичек показал, что аналитические результаты, получаемые с помощью модели Мертона, можно применить при оценке потерь по кредитному портфелю. Позднее к схожему выводу пришли Gordy, Wilde и Martin. Однако все подобные расширения модели Мертона были основаны на предположении, что только один фактор является драйвером доходностей активов. На практике доходности активов и вероятности дефолта происходят под воздействием различных факторов, среди которых можно выделить отраслевые и отраслевые факторы.

В 2004 г. Rukhtin показал, как однофакторная модель Васичека может быть расширена для инкорпорирования нескольких систематических факторов при оценке потерь по кредитному портфелю и, соответственно, представил, что изменение ценности активов  $i$ -ого заемщика находится под влиянием специфичной для контрагента комбинации систематических факторов:

$$W_i = \rho_i Y_i + \sqrt{1 - (\rho_i)^2} Z_i, \quad (49)$$

где  $Y_i = \sum_{k=1}^N \alpha_{i,k} * Q_k$  – систематический фактор, общий для всех заемщиков;

$Q_k$  – независимые систематические факторы, имеющие стандартное нормальное распределение;

$\alpha_{i,k}$  – элемент разложенной методом Холецкого межотраслевой корреляционной матрицы;

$Z_i$  – специфический для каждого заемщика фактор, имеющий стандартное нормальное распределение;

$\rho_i$  – коэффициенты корреляции между активами контрагента и индексом соответствующей отрасли, скорректированные на рыночные данные;

$W_i$  – латентные случайные переменные, формирующие изменчивость ценности активов заемщика.

Аналогичным образом в обобщенном случае расчета латентных переменных  $W_i$  корректируется вычисление условной вероятности дефолта для субпортфелей:

$$PD_{cond} = F\left[\frac{F^{-1}[PD_j] - \rho_j Y_j}{\sqrt{1 - \rho_j^2}}\right], \quad (50)$$

где  $F(\cdot)$  – функция распределения;

$F^{-1}(\cdot)$  – обратная функция распределения;

$\rho_j$  – коэффициенты корреляции между активами заемщиков, составляющими суб-портфель, и индексом соответствующей отрасли, скорректированные на рыночные данные;

$PD_j$  – вероятность наступления дефолта портфеля  $j$ , состоящего из  $m$  однородных ссуд.

Модель Пыхтина в сравнении с моделью Васичека позволяет более точно оценить изменчивость ценности активов фирмы, незначительно увеличивая вычислительные усилия, поэтому в данной работе для описания моделируемого процесса в рамках метода Монте-Карло была выбрана она.

### 3.1.2. Вычисление коэффициентов корреляции

Нахождение корреляции между активами клиента и индексом соответствующей ему отрасли является одним из ключевых моментов при вычислении значений латентных переменных  $W_i$ ,  $i = [1, n]$  и, следовательно, при определении суммы потерь по кредитному портфелю. Из формул (49)-(50) видно, что коэффициенты корреляции должны быть рассчитаны на основе рыночных данных. Однако, на данном этапе менеджеры часто сталкиваются с проблемой отсутствия доступа к информации о рыночной стоимости активов клиентов<sup>77</sup>. Для решения данной проблемы выбирают косвенный показатель (прокси-показатель).

В качестве прокси-показателя доходности активов исследователями и практиками может использоваться месячная доходность акций публичных компаний<sup>78</sup>. В частности, в модели оценки потерь по кредитному портфелю CreditMetrics применяется данный подход. Также в ряде работ по оценке кредитного риска в банковских организациях тестируются и модифицируются существующие модели оценки потерь по кредитному портфелю с использованием этого метода. Например, в исследованиях Zhuo, Zanganeh, de Servigny и Renault. Более того, модель Пыхтина была разработана как продолжение идеи, лежащей в основе модели Мертона. К предположениям модели Мертона относились жизнеспособность теории Модильяни-Миллера и наличие только тех долговых обязательств заемщика,

---

<sup>77</sup> Balthazar L. From Basel 1 to Basel 3: The Integration of State-of-the-Art Risk Modeling in Banking Regulation / L. Balthazar. – London: Palgrave Macmillan, 2006. – P. 224.

<sup>78</sup> Düllman K., Scheicher M., Schmieder Ch. Asset correlations and credit portfolio risk – an empirical analysis [Electronic Resource] // Deutsche Bundesbank. Frankfurt am Main, 2007. – URL: [https://gsom.spbu.ru/files/upload/library/bibliographia\\_text.pdf](https://gsom.spbu.ru/files/upload/library/bibliographia_text.pdf) (дата обращения 07.03.2020).

которые он собирается взять в момент времени 0 у кредитора. Как следствие, структура капитала не будет оказывать влияние на стоимость компании и рыночная стоимость активов будет равна капитализации заемщика.

Таким образом, в данной работе для вычисления корреляции между активами публичного клиента и индексом соответствующей отрасли вместо доходности активов была использована логарифмированная месячная доходность акций клиентов, расчет которой производился в соответствии с формулой (51). Стоит отметить, что, после анализа документов, принятых БКБН, доходность акций рассматривалась на десятилетнем временном горизонте<sup>79</sup>.

$$r_{i,t} = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right), \quad (51)$$

где  $r_{i,t}$  – месячная доходность  $i$ -ого контрагента за период времени  $(t-1;t)$ ;

$P_t$  – цена акции в момент времени  $t$ ;

$P_{t-1}$  – цена акции в момент времени  $t-1$ .

На следующем этапе была найдена оценка линейного коэффициента корреляции Пирсона между логарифмированными доходностями акции клиента, очищенными от выбросов, и соответствующего индекса отрасли. Выражение для расчета рассматриваемого показателя показано в формуле (52). Значения логарифмированных доходностей индексов отраслей рассчитывались в соответствии с методикой банка из топ-25 по величине активов.

$$\rho_{i,ind_i} = \frac{\sum_{t=1}^{T_i} (r_{i,t} - \bar{r}_{i,t}) * (r_{index_{ind_i,t}} - \bar{r}_{index_{ind_i,t}})}{\sqrt{\sum_{t=1}^{T_i} (r_{i,t} - \bar{r}_{i,t})^2 * (r_{index_{ind_i,t}} - \bar{r}_{index_{ind_i,t}})^2}}, \quad (52)$$

где  $\rho_{i,ind_i}$  – коэффициент корреляции между логарифмированными доходностями  $i$ -ого клиента и соответствующего индекса;

$r_{i,t}$  – месячная доходность  $i$ -ого контрагента за период времени  $(t-1;t)$ ;

---

<sup>79</sup> Frequently asked questions on risk capital requirements [Electronic Resource] // Bank of International Standards. Basel. URL: <https://www.bis.org/bcbs/publ/d437.pdf> (дата обращения: 05.03.2020).

$r_{\text{index}_{\text{ind}_i,t}}$  – логарифмированная доходность индекса отрасли, к которой относится  $i$ -ый клиент, за период времени  $(t-1;t)$ ;

$\overline{r_{i,t}}$  – среднее значение логарифмированной доходности акций  $i$ -ого клиента за период времени  $T_i$ ;

$\overline{r_{\text{index}_{\text{ind}_i,t}}}$  – среднее значение логарифмированной доходности индекса отрасли, к которой относится  $i$ -ый клиент, за период времени  $T_i$ .

К недостаткам линейного коэффициента корреляции относится предположение о совместном двумерном нормальном распределении случайных величин, также имеющих маргинальные нормальные распределения<sup>80</sup>. Соответственно, в данной работе для расчета корреляции между клиентом и отраслью и получения более точной оценки  $\text{VaR}_\alpha$  было предложено использование копула-функции. Ее использование было обусловлено тем, что она является удобным инструментом для нахождения корреляции между интересующими величинами, если предполагается наличие между ними нелинейной взаимосвязи. Основания для выдвижения подобного предположения будут представлены в следующих пунктах этого параграфа.

Функция  $C(u_1, u_2, \dots, u_n)$  от  $n$  переменных, определенная на единичном гиперкубе  $\Gamma^n = [0, 1]^n$  (т.е.  $u_i \in [0, 1]$ ,  $i = [1, n]$ ), называется копула-функцией, если она обладает следующими свойствами<sup>81</sup>:

1. область значений функции — единичный интервал  $[0, 1]$ ;
2. если  $u_i = 0$  по крайней мере для одного  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ , то  $C(u_1, u_2, \dots, u_n) = 0$ ;
3.  $C(1, \dots, 1, u_i, 1, \dots, 1) = u_i$  для любых  $u_i \in [0, 1]$ ;
4.  $C(u_1, u_2, \dots, u_n)$  является  $n$ -возрастающей функцией в том смысле, что для всех  $(a_1, \dots, a_n), (b_1, \dots, b_n) \in [0, 1]^n$  с  $a_i \leq b_i$  справедливо неравенство:

$$\sum_{i_1=1}^2 \dots \sum_{i_n=1}^2 (-1)^{i_1 + \dots + i_n} C(u_{1i_1}, \dots, u_{ni_n}) \geq 0, \quad (53)$$

где  $u_{j1} = a_j$  и  $u_{j2} = b_j$  для всех  $j \in \{1, \dots, n\}$ .

---

<sup>80</sup> Фантаццини Д. Моделирование многомерных распределений с использованием копула-функций. I. // Прикладная эконометрика. 2011. Т. 22, № 2. С. 105.

<sup>81</sup> Там же. С. 100.

Пусть  $H(\cdot)$  –  $n$ -мерная функция распределения с частными распределениями  $F_1, \dots, F_n$ . Тогда по теореме Склара существует такая  $n$ -мерная копула-функция  $C(\cdot)$ , что для всех действительных  $x_1, \dots, x_n$ <sup>82</sup>:

$$H(x_1, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)), \quad (54)$$

где  $F_1, \dots, F_n$  – одномерные частные распределения;

$C(\cdot)$  –  $n$ -мерная копула-функция;

$H(\cdot)$  –  $n$ -мерная функция распределения с частными распределениями  $F_1, \dots, F_n$ .

Аналогично, если  $C(\cdot)$  — копула-функция, а  $F_1, \dots, F_n$  — маргинальные функции распределения, то функция  $H(\cdot)$ , определяемая выражением (52), является совместной функцией распределения с частными распределениями  $F_1, \dots, F_n$ <sup>83</sup>.

Интерпретируя выражение (54), можно заключить, что копула-функция – это функция, позволяющая при знании маргинальных распределений случайных величин получить подходящую многомерную функцию распределения. Одновременно копула-функции дают возможность разделить описание распределения случайного вектора на две части: частные распределения компонент и структура их зависимостей, так как функция распределения случайного вектора описывает его вероятностную структуру, в которую также включается корреляционная структура компонент копула-функции<sup>84</sup>.

Итак, в ситуации, когда известны маргинальные распределения случайных величин и вид копула-функции, можно получить оценки коэффициентов корреляции. Для этого используется метод максимального правдоподобия и мощности определенных статистических пакетов. Тип копула-функции может быть задан исследователем при анализе взаимосвязи между случайными величинами, лежащими в основе многомерного распределения. При этом выделяют различные классы копула-функций<sup>85</sup>:

- Эллиптические копула-функции;
- Архимедовы копула-функции;
- Лозовые копула-функции и другие.

---

<sup>82</sup> Фантаццини Д. Моделирование многомерных распределений с использованием копула-функций. I. С. 101.

<sup>83</sup> Там же.

<sup>84</sup> Там же. С. 98.

<sup>85</sup> McNeil J.A., Frey R., Embrechts P. Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques, and Tools.

В этом исследовании использовалась копула-функция из класса эллиптических копул, к которому относят Гауссову копулу и копулу Стьюдента. Однако для расчета корреляции между активами клиента и индексом отрасли было решено использовать копула-функцию Стьюдента.

Для двумерной копула-функции Стьюдента справедливо соотношение:

$$C^{t\text{-copula}}(u_1, u_2, \rho, \nu) = T^2(t_\nu^{-1}(u_1), t_\nu^{-1}(u_2); \rho, \nu) \quad (55)$$

где  $T^2(\dots; \rho, \nu)$  – функция распределения двумерного распределения Стьюдента с корреляцией  $\rho$  и  $\nu$  степенями свободы;

$t_\nu^{-1}(\cdot)$  – обратная функция одномерного распределения  $n$  Стьюдента. При  $\nu \rightarrow \infty$  копула-функция Стьюдента сходится к нормальной копула-функции, а при  $\nu \rightarrow 1$  сходится к копула-функции распределения Коши.

Выбор именно этого вида копулы обусловлен его способностью улавливать хвостовую зависимость между факторами риска в отличие от Гауссовой копулы и возможной нелинейной зависимостью между доходностями акции клиента и индекса соответствующей отрасли. Помимо этого, в работе Shaw, Smith и Spivak утверждается, что при расчете экономического капитала популярным является использование Гауссовой копулы, однако будет целесообразным использовать также копулу Стьюдента.

Соответственно, после вычисления логарифмированной доходности акций клиентов и индексов отраслей были получены оценки коэффициентов корреляции между активами клиентов и индексами соответствующих отраслей с помощью копула-функции Стьюдента.

Оценки корреляции для непубличных корпоративных клиентов и кредитующихся государственных учреждений были получены в соответствии с методологией банка из топ-25 по величине активов. Однако в рамках данной работы была также предложена модель логистической регрессии для получения оценок корреляции между активами клиентов и индексом отрасли. Она устанавливает прямую взаимосвязь между искомым показателем и выручкой фирмы:

$$\rho_{i, \text{ind}_i} = \frac{2}{1 + e^{-Z}} - 1, \quad (56)$$

где  $Z = \beta * x + \varepsilon$ ,

$x$  – логарифм выручки клиента;

$\rho_{i,ind_i}$  – коэффициент корреляции между активами клиента и индексом соответствующей отрасли.

Вывод о существовании взаимосвязи между корреляцией клиента и отрасли и масштабом деятельности фирмы был сделан из исследования Deutsche Bundesbank и работ Duellmann, Scheule и Lopez, при этом нахождение оценки коэффициента корреляции с помощью модели логистической регрессии показано в работе Manning и обуславливается возможностью установки ограничений на значения получаемых оценок коэффициентов корреляции от -1 до 1.

Оценки коэффициентов корреляций между физическими лицам, включенными в кредитный портфель, и отраслью по объективным причинам найдены быть не могли. Следовательно, в данной работе использовались оценки данных показателей, предоставленные банком из топ-25 по величине активов.

Таким образом, был произведен расчет оценок коэффициентов корреляций между корпоративными клиентами и отраслями на основании двух методологий и двух инструментов вычисления коэффициентов корреляций:

1. Линейный коэффициент корреляции Пирсона и методология банка;
2. Копула-функция Стьюдента и методология банка;
3. Линейный коэффициент корреляции Пирсона и модель логистической регрессии;
4. Копула-функция Стьюдента и модель логистической регрессии.

Необходимо отметить, что первый способ учета корреляции между клиентом и отраслью применяется на данный момент в банке, предоставившем данные.

### **3.1.3. Моделирование потерь по кредитному портфелю**

После расчета корреляций между активами клиентов и индексов соответствующих отраслей начинается реализация второго этапа вычисления экономического капитала – имитационное моделирование Монте-Карло. Так, согласно формуле (44), была найдена граница дефолта  $S_i$  для каждого клиента. Затем было установлено число необходимых итераций, которое составило 1 000 000. Определение данного значения обусловлено тем, что для проведения дальнейшего распределения искомого значения по методу Эйлера

должно быть проведено достаточно большое число симуляций<sup>86</sup>. Все расчеты были осуществлены с помощью статистического пакета R.

Таким образом, опираясь на формулу (49), был составлен следующий алгоритм моделирования потерь по кредитному портфелю:

1. Разложение межотраслевой матрицы корреляций методом Холецкого;
2. Генерация вектора-столбца, состоящего из распределенных по стандартному нормальному закону величин для каждой выделенной отрасли;
3. Перемножение разложенной на первом шаге межотраслевой корреляционной матрицы и сгенерированного вектора-столбца;
4. Генерация для каждого заемщика специфического фактора, закон распределения которого является стандартным нормальным;
5. Вычисление значения латентной переменной  $W_i$ ,  $i = [1, n]$  для каждого заемщика в соответствии с формулой (49);
6. Сравнение вычисленного значения  $W_i$  с границей дефолта  $i$ -ого заемщика  $S_i$ . В случае выполнения условия (44) и наступления дефолта контрагента, то есть ситуации  $D_i = 1$ , потери по  $i$ -ому клиенту будут определяться согласно формуле (57).

$$L_n = \sum_{i=1}^n LGD_i * EAD_i * 1_{D_i}, \quad (57)$$

где  $L_n$  – потери по кредитному портфелю;

$LGD_i$  – доля суммы обязательств под риском  $i$ -ого контрагента, которую потеряет банк в случае наступления дефолта;

$EAD_i$  – сумма обязательств под риском  $i$ -ого контрагента на момент дефолта;

$1_{D_i}$  – индикатор дефолта  $i$ -ого контрагента.

7. Вычисление суммы потерь по отдельным контрагентам кредитного портфеля, определяемых согласно формуле (41).

В случае расчета потерь по портфелям однородных ссуд алгоритм моделирования был следующим:

1. Разложение межотраслевой матрицы корреляций методом Холецкого;

---

<sup>86</sup> Власов В. Е. Модель оценки и аллокации капитала на покрытие убытков операционного риска коммерческого банка: автореф. дис. ... канд. эк. наук: 08.00.13. – Екб., 2015. – С. 20.

2. Генерация вектора-столбца, состоящего из распределенных по стандартному нормальному закону величин для каждой выделенной отрасли;
3. Перемножение разложенной на первом шаге межотраслевой корреляционной матрицы и сгенерированного вектора-столбца;
4. Вычисление условной вероятности дефолта субпортфеля в соответствии с формулой;
5. Вычисление суммы потерь по портфелю однородных ссуд, определяемых согласно формуле (47).

Потери по отдельным клиентам  $L_n$  и по субпортфелям  $L_m$  кредитного портфеля были вычислены с использованием формул (41) и (48). После проведения всех симуляций были найдены значения квантили распределения потерь по кредитному портфелю, то есть  $VaR_\alpha$ , и ожидаемых потерь по формуле (9). Для расчета VaR был задан 99%-ый уровень доверительной вероятности. На последнем шаге данного этапа расчетов была вычислена величина экономического капитала коммерческого банка.

### 3.1.2. Данные

Данные по кредитному портфелю были предоставлены одним из крупнейших по величине активов российских коммерческих банков. На анализируемую дату объем его кредитного портфеля составил приблизительно 360 млрд руб.

В данной работе рассматривается весь кредитный портфель банка, состоящий из кредитов, выданных как юридическим и физическим лицам, так и государственным учреждениям. Структура данного портфеля по группам заемщиков представлена на рис. 4.

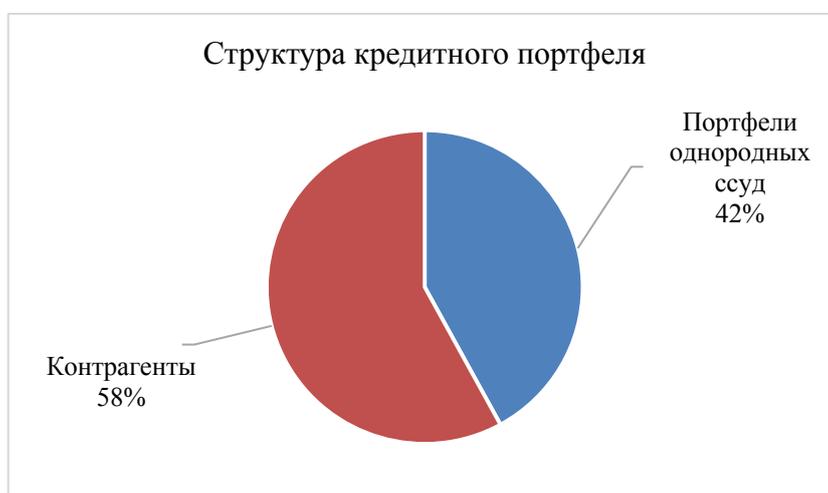


Рис. 4 Структуру портфеля по группам заемщиков

В перечень предоставленных банком данных входила следующая информация:

- вероятность наступления дефолта контрагента (PD);
- доля суммы обязательств под риском, которые потеряет банк, в случае наступления дефолта контрагента (LGD);
- сумма обязательств под риском (EAD);
- межотраслевая корреляционная матрица;
- выручка клиентов;
- цены акций клиентов в период с апреля 2008 г. по ноябрь 2018 г.;
- отраслевой идентификатор отрасли клиента.

Рассматриваемый кредитный портфель включает портфели однородных ссуд (ПОС), сформированные с использованием критериев однородности, предполагающих наличие у ссуд данного портфеля однородных ссуд некоторых признаков, обеспечивающих в среднем одинаковый взнос кредитного риска по каждой ссуде в общий кредитный риск по ПОС, и обязательства контрагентов. На рис. 5 показана структура кредитного портфеля, представленная с учетом данной информации.



**Рис. 5** Структура кредитного портфеля

В таблицах 8-9 представлена описательная статистика обязательств контрагентов и портфелей однородных ссуд соответственно.

Таблица 8.

**Описательная статистика обязательств контрагентов**

	Минимальное значение	Максимальное значение	Среднее	Стандартное отклонение
Обязательства под	$4 \cdot 10^{-6}$ млн руб.	10 867 млн	303, 95 млн	972, 98 млн

	Минимальное значение	Максимальное значение	Среднее	Стандартное отклонение
риском		руб.	руб.	руб.
Потери в случае дефолта контрагентов	$4 \cdot 10^{-6}$ млн руб.	7684, 94 млн руб.	210, 96 млн руб.	662, 27 млн руб.

Таблица 9.

### Описательная статистика портфелей однородных ссуд

	Минимальное значение	Максимальное значение	Ожидаемые потери	Стандартное отклонение
Обязательства под риском	$74 \cdot 10^{-3}$ млн руб.	64 652 млн руб.	2553, 65 млн руб.	10233, 04 млн руб.

Существенный размах вариации в обоих случаях свидетельствует о характерном для кредитного портфеля значительном разбросе величин выдаваемых займов.

Также по результатам анализа данных был сделан вывод, что банк имеет достаточно диверсифицированный кредитный портфель, так как, согласно текущей банковской методологии, заемщиков по роду деятельности соотносят с двенадцатью различными отраслями. Для проведения вычислений в рамках данного исследования было решено сохранить существующую отраслевую структуру кредитного портфеля, представленную на рис. 6, поскольку близких по конъюнктуре отраслей в рамках существующего перечня выявлено не было.

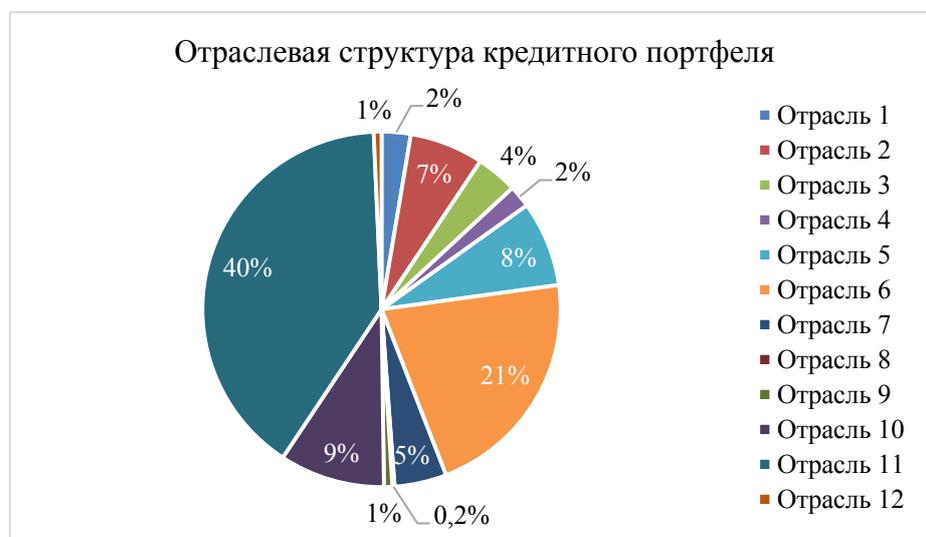
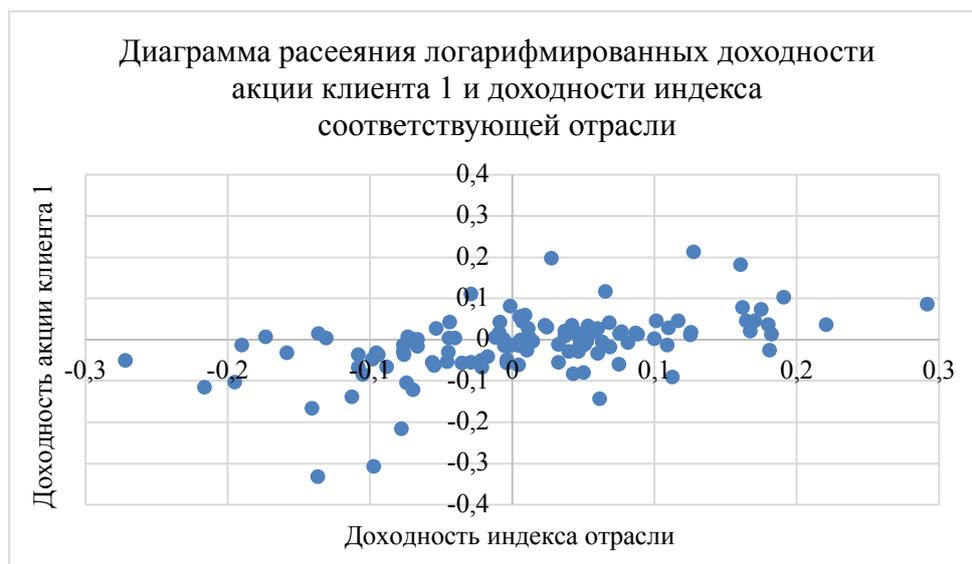


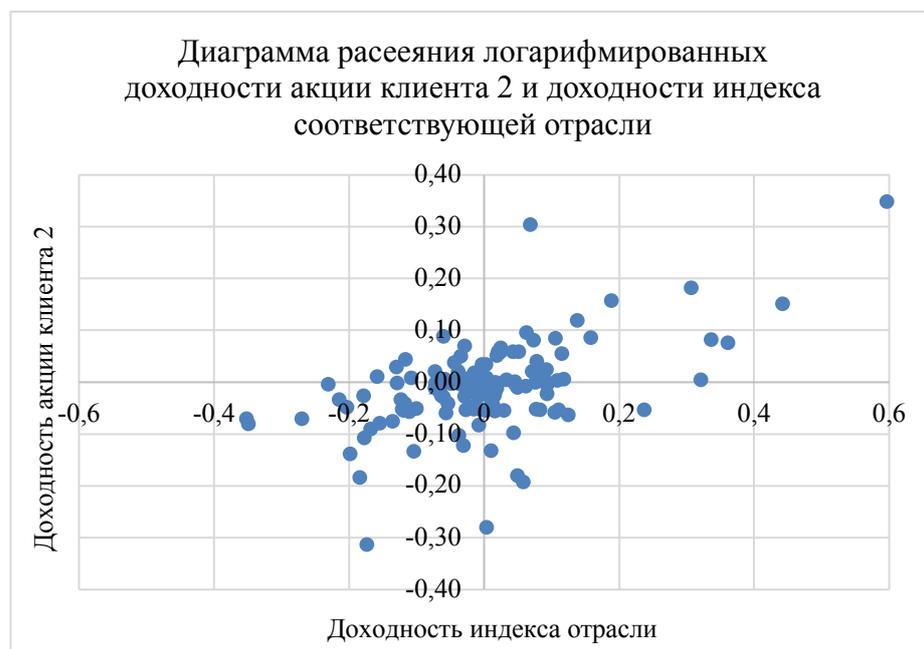
Рис. 6 Отраслевая структура кредитного портфеля

Стоит отметить, что к отрасли 11, на долю которой приходится 40% объема кредитного портфеля банка, были отнесены кредиты, выданные физическим лицам.

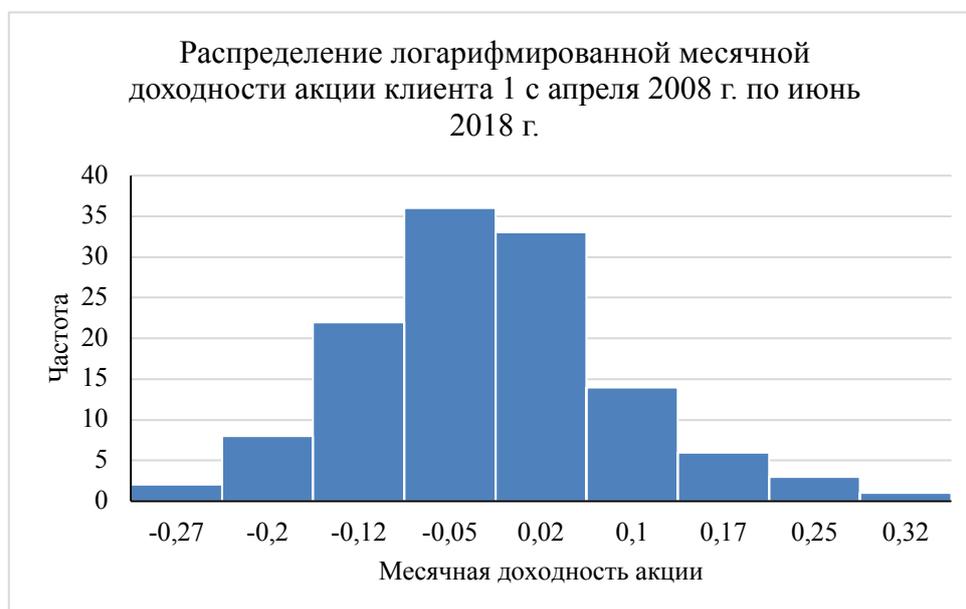
Далее были выдвинуты предположения относительно вида взаимосвязи между логарифмированными доходностями клиентов и индексов отраслей для последующего расчета оценок коэффициентов корреляции. Были построены диаграмма рассеяния между данными показателями. На рис. 7-8 представлены соответствующие графики для клиентов 1 и 2 из кредитного портфеля соответственно. Помимо этого, на рис. 9-12 показаны гистограммы распределения и проведен ряд тестов Шапиро-Уилка, результаты которых представлены в таблице 8, для установления нормальности распределения интересующих показателей.



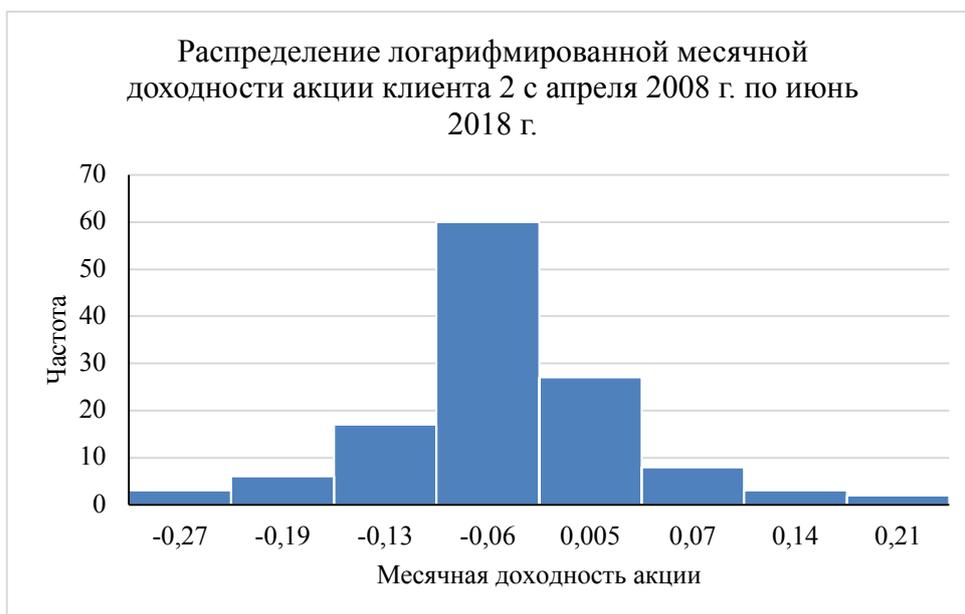
**Рис. 7** Диаграмма рассеяния логарифмированных доходности акции клиента 1 и доходности индекса соответствующей отрасли



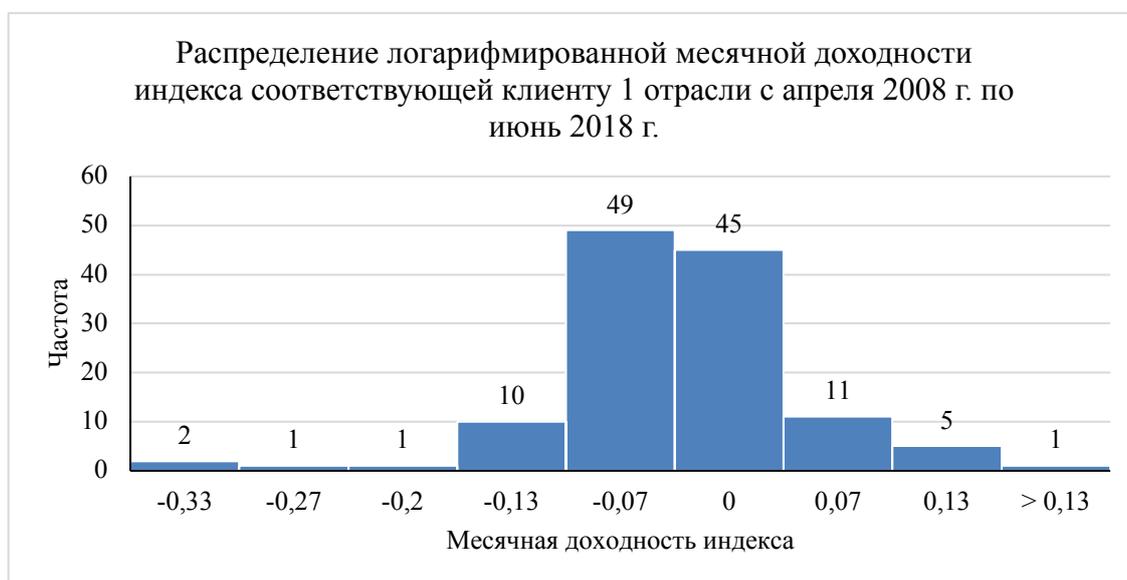
**Рис. 8** *Диаграмма рассеяния логарифмированных доходности акции клиента 2 и доходности индекса соответствующей отрасли*



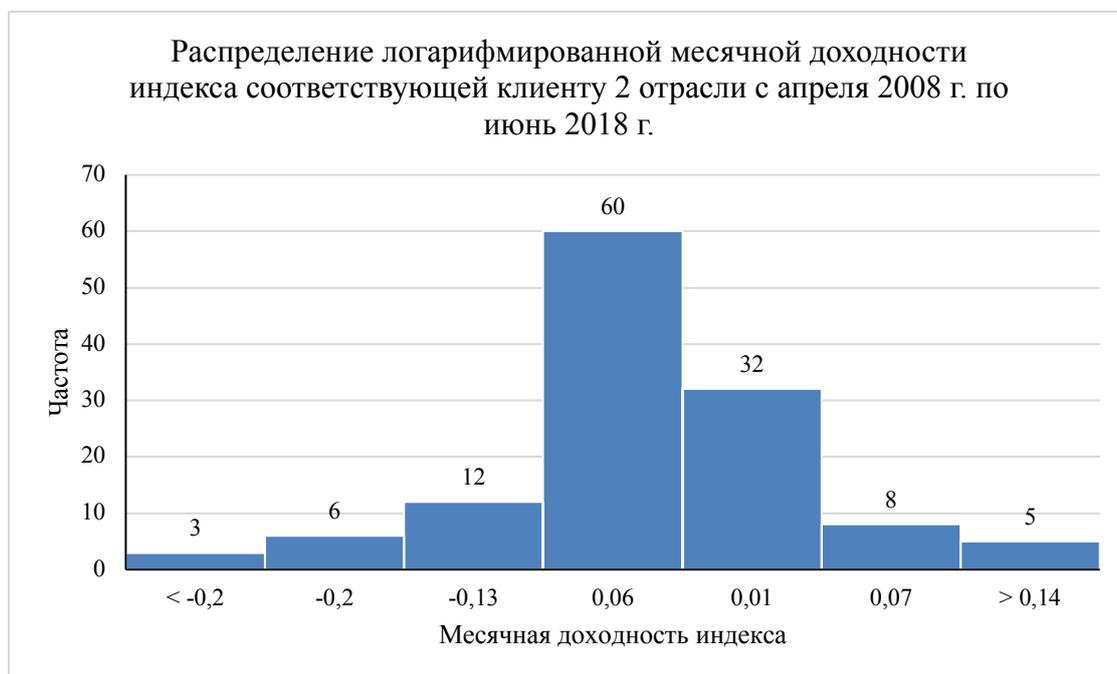
**Рис. 9** *Распределение логарифмированной месячной доходности акции клиента 1 с апреля 2008 г. по июнь 2018 г.*



**Рис. 10** *Распределение логарифмированной месячной доходности акции клиента 2 с апреля 2008 г. по июнь 2018 г.*



**Рис. 11** *Распределение логарифмированной месячной доходности индекса соответствующему клиенту 1 отрасли с апреля 2008 г. по июнь 2018 г.*



**Рис. 12** Распределение логарифмированной месячной доходности индекса соответствующей клиенту 2 отрасли с апреля 2008 г. по июнь 2018 г.

Таблица 10.

#### Результаты теста Шапиро-Уилка

Исследуемая величина	Значение p-value
Логарифмированная доходность клиента 1	3,961e-08
Логарифмированная доходность клиента 2	6,906e-08
Логарифмированная доходность индекса отрасли, к которой относится клиент 1	8.6e-10
Логарифмированная доходность индекса отрасли, к которой относится клиент 2	2.406e-13

Проанализировав рис. 7-8, можно предположить, что связь между изучаемыми переменными не является линейной. Вместе с этим можно сказать, что двумерное распределение относится к классу эллиптических распределений. В дополнение к данному наблюдению значения p-value, полученные в результате проведения теста Шапиро-Уилка, оказались меньше уровня значимости 0,05, что позволяет нам отвергнуть нулевую гипотезу и сделать вывод о ненормальности распределений рассматриваемых случайных величин.

На основании вышесказанного было выдвинуто предположение о двумерном T-распределении (распределении Стьюдента) логарифмированной доходности акции клиента и соответствующего индекса отрасли. Стоит отметить, что ненормальность распреде-

ления случайных величин не означает, что их совместное распределение будет следовать закону отличному от нормального. Следовательно, использование линейного коэффициента корреляции Пирсона при моделировании потерь по кредитному портфелю являлось также адекватным, в частности для сравнения полученных значений экономического капитала под покрытие кредитного риска.

### 3.2. Результаты оценки экономического капитала под покрытие кредитного риска

После проведения заданного числа испытаний было построено эмпирическое распределение потерь, показанное на рис. 13 и рис. 14.



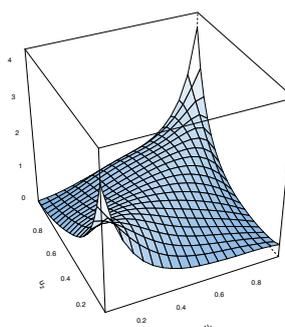
**Рис. 13** Эмпирическое распределение потерь по кредитному портфелю, построенное с использованием линейного коэффициента корреляции Пирсона и банковской методологии для расчета корреляции между активами непубличного клиента и индексом отрасли



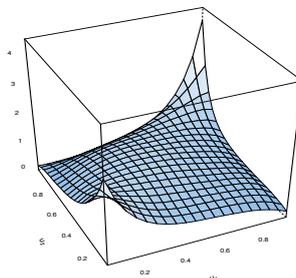
**Рис. 14** Эмпирическое распределение потерь по кредитному портфелю, построенное с использованием линейного коэффициента корреляции Пирсона и логистической функции для расчета корреляции между активами непубличного клиента и индексом отрасли

Проанализировав рис. 13-14, можно заключить, что полученные распределения потерь обладают свойственной потерям по кредитному портфелю правосторонней кривизной, наблюдаемой на рис. 3. При этом можно утверждать, что применение модели логистической регрессии позволяет говорить о наступлении возможных худших сценариев в сравнении со сценариями, полученными в соответствии с банковской методологией учета корреляции между активами непубличных клиентов и индексами отраслей.

Предположение о двумерном T-распределении между активами клиентов и индексом отрасли послужило мотивом для использования копула-функции, график плотности которой изображен на рис. 15-16 для клиентов 1 и 2 соответственно.

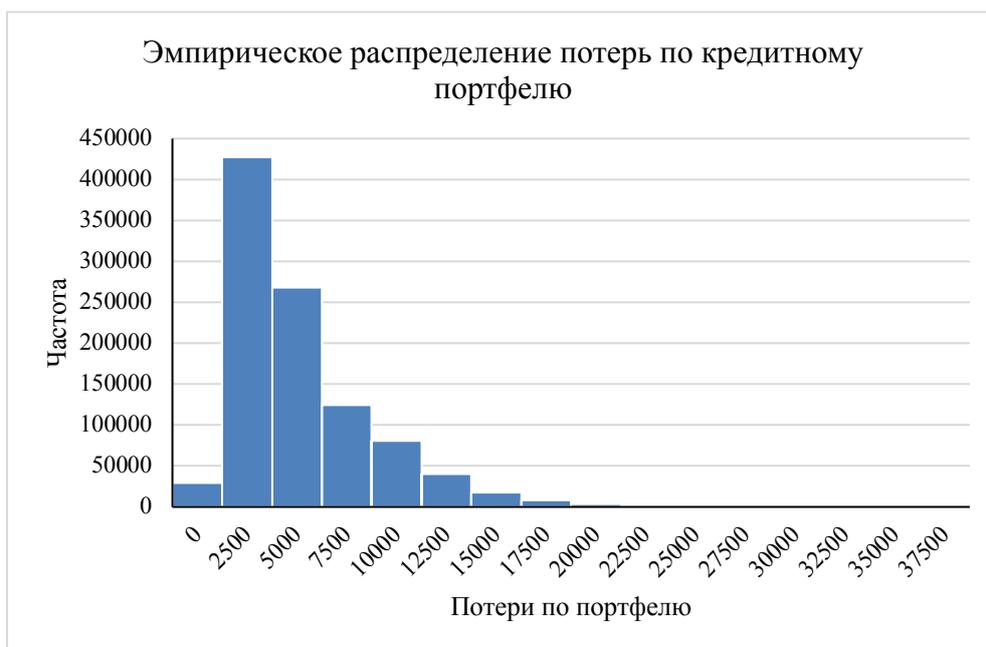


**Рис. 15** Плотность  $T$ -распределения копулы-функции, отображающей взаимосвязь между клиентом 1 и соответствующей отраслью

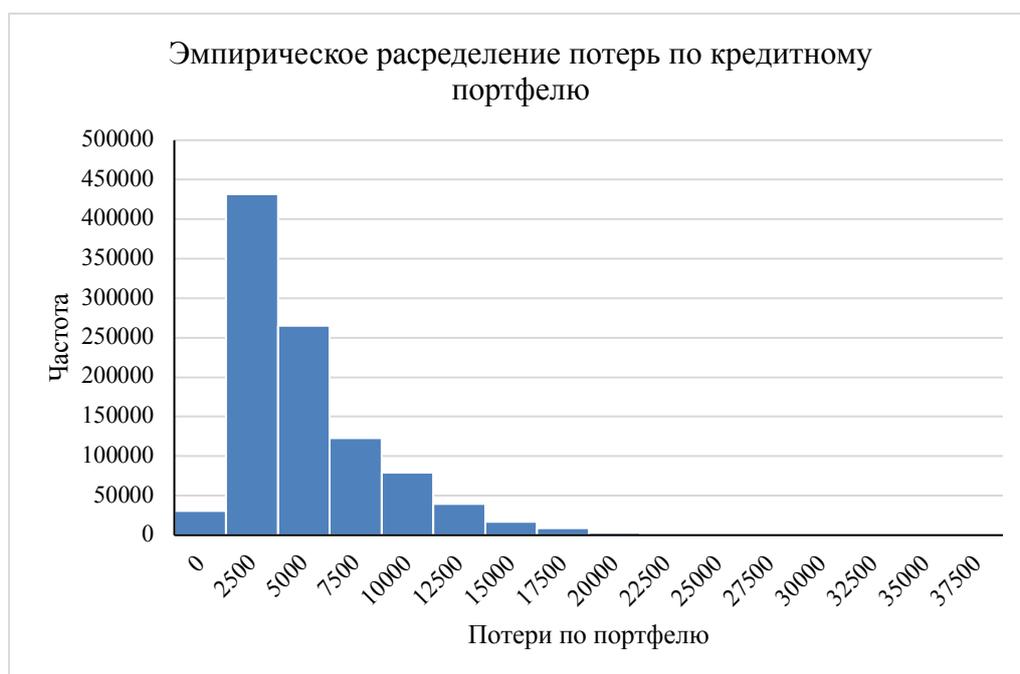


**Рис. 16** Плотность  $T$ -распределения копулы-функции, отображающей взаимосвязь между клиентом 2 и соответствующей отраслью

После определения вида копула-функции были вычислены оценки коэффициентов корреляции между клиентами и соответствующими отраслями. Далее с помощью моделирования потерь методом Монте-Карло по кредитному портфелю были также получены их эмпирические распределения, представленные на рис. 18-19.



**Рис. 17** Эмпирическое распределение потерь по кредитному портфелю, построенное с использованием копулы-функции Стьюдента и банковской методологии для расчета корреляции между активами непубличного клиента и индексом отрасли



**Рис. 18** Эмпирическое распределение потерь по кредитному портфелю, построенное с использованием копула-функции Стьюдента и логистической функции для расчета корреляции между активами непубличного клиента и индексом отрасли

На приведенных выше рис. 17-18 снова можно отметить правостороннюю кривизну распределения потерь по кредитному портфелю.

В таблицах 11 и 12 представлены значения мер риска по кредитному портфелю на 99%-ом заданном уровне доверительной вероятности и описательная статистика сгенерированных в результате симуляций потерь.

Таблица 11.

**Основные меры риска по кредитному портфелю**

	Подход банка	Подходы, предложенные в рамках работы		
	Линейная связь Методология банка	Линейная связь Логистическая функция	Копула-функция Методология банка	Копула-функция Логистическая функция
$VaR_{\alpha}$	19 475, 82 млн руб.	19 597, 52 млн руб.	19 375, 37 млн руб.	19 443, 65 млн руб.
$ES_{\alpha}$	22 051, 02 млн руб.	22 306, 73 млн руб.	21 850, 63 млн руб.	21 959, 38 млн руб.
ЭК	12 294, 97 млн руб.	12 416, 67 млн руб.	12 194, 51 млн руб.	12 262, 8 млн руб.

**Описательная статистика потерь по кредитному портфелю**

		Минимальное значение	Максимальное значение	Среднее	Стандартное отклонение
Подход банка	Линейная связь Методология банка	1 053 млн руб.	38 367 млн руб.	6 316 млн руб.	3 556 млн руб.
Подходы, предложенные в рамках работы	Линейная связь Логистическая функция	1 053 млн руб.	42 682 млн руб.	6 259 млн руб.	3 571 млн руб.
	Копула-функция Методология банка	1 053, 026 млн руб.	37 724 млн руб.	6 389 млн руб.	3 551 млн руб.
	Копула-функция Логистическая функция	1 053 млн руб.	37 923 млн руб.	6 356 млн руб.	3 557 млн руб.

Как можно увидеть из табл. 11, существует значительная разница между полученными значениями экономического капитала. Из этого можно сделать вывод, что оценка коэффициентов корреляции между активами клиентов и индексов соответствующих отраслей является одним из ключевых факторов для получения адекватной оценки экономического капитала под покрытие кредитного риска и, соответственно, оказывает влияние на качество принимаемых решений, касающихся управления рисками.

Разница между значениями  $ES_{\alpha}$  больше, чем разница между величинами  $VaR_{\alpha}$ , что можно объяснить природой данного показателя и, следовательно, его ориентированностью на учет катастрофических событий, подразумевающих чрезвычайные для банка потери по кредитному портфелю. Также, проанализировав табл. 12, стоит отметить, что минимальное значение потерь во всех четырех рассмотренных случаях одинаково. Однако такой же вывод нельзя сделать о максимальных возможных потерях. Примечательным фактом является то, что значения мер риска и основных показателей в рамках описатель-

ной статистики, полученные с помощью модели логистической регрессии, выше, чем соответствующие показатели, полученные с помощью существующей банковской методологии. При этом самые большие значения рассматриваемых мер риска были получены при использовании линейного коэффициента корреляции Пирсона и логистической функции.

### 3.3. Распределение оценки экономического капитала под покрытие кредитного риска

В завершение процедуры расчета экономического капитала под покрытие кредитного риска осуществляется распределение найденного показателя по заемщикам, в том числе по группам заемщиков. Если распределение экономического капитала проводится через распределение  $VaR_\alpha$  с помощью метода Эйлера, то используется оценка условного математического ожидания потерь  $i$ -ого контрагента относительно события, когда потери по кредитному портфелю равны  $VaR_\alpha$ :

$$\hat{\tau}_{\text{Euler}}(L_i|L) = \frac{\sum_{k=1}^n L_i^k \mathbf{1}_{\{L = VaR_\alpha(L)\}}}{\sum_{k=1}^n \mathbf{1}_{\{L = VaR_\alpha(L)\}}}, \quad (59)$$

где  $\hat{\tau}_{\text{Euler}}(L_i|L)$  – оценка вкладов в риск портфеля  $i$ -ого контрагента в соответствии с методом Эйлера;

$\mathbf{1}_{\{L = VaR_\alpha(L)\}}$  – идентификатор события, когда потери по кредитному портфелю равны  $VaR_\alpha$ ;

$L_i^k$  – потери по  $i$ -ому контрагенту в  $k$ -ом сценарии, то есть в сценарии, когда потери по кредитному портфелю оказались равными  $VaR_\alpha$ .

Однако, как было упомянуто ранее, чтобы использовать формулу (56) для распределения меры, необходимо выполнение условия  $\{L = VaR_\alpha(L)\} > 0$ . Следует также отметить, что даже при удовлетворении выдвинутого условия, ключевой проблемой использования данного подхода для оценки условного математического ожидания остается редкость событий, когда потери по портфелю равны  $VaR_\alpha$ . В свою очередь, это влияет на качество получаемых результатов распределения.

Соответственно, в данной работе в рамках метода Эйлера для  $VaR_\alpha$  было решено находить условное математическое ожидание с помощью оценок Надарайя-Уотсона.

Предположим, что  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$  есть выборка реализаций случайного вектора  $(X, Y)$ . При этом известна плотность распределения  $f$  случайной величины  $X$ . Оценка Надарайя-Уотсона  $\widehat{E}_h[Y|X = x]$  с весовой функцией окна  $h$  для  $E_h[Y|X = x]$  может быть построена следующим образом:

1. Пусть  $(X^*, Y^*)$  – случайный вектор, чье распределение описывается эмпирическим распределением выборки  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ . Например,  $P[(X^*, Y^*) = (x_n, y_n)] = 1/N$ ;
2. Пусть  $\xi$  – случайная величина с плотностью (ядром)  $\varphi$ ;
3. Предположим, что  $(X^*, Y^*)$  и  $\xi$  независимы;
4. Тогда оценка  $\widehat{E}_h[Y|X = x]$  определяется как условное математическое ожидание  $Y^*$  относительно  $X^* + h \cdot \xi = x$ :

$$\widehat{E}_h[Y|X = x] = \frac{\sum_{n=1}^N y_n \cdot \varphi\left(\frac{x-x_n}{h}\right)}{\sum_{n=1}^N \varphi\left(\frac{x-x_n}{h}\right)}, \quad (60)$$

где  $h$  – весовая функция окна;

$\varphi(\cdot)$  – функция плотности (ядро) случайной величины  $\xi$ .

Оценка весовой функции окна  $h$  производилась с помощью эмпирического правила, предложенного Silverman:

$$h = 1,06 * \sigma_x * N^{-1/5}, \quad (61)$$

где  $\sigma_x$  – стандартное отклонение выборки  $x_1, \dots, x_n$ ;

$N$  – размер выборки.

В случае распределения значения  $VaR_\alpha$  в качестве  $Y$  будут выступать потери  $i$ -ого контрагента,  $X$  – потери по кредитному портфелю. После нахождения оценок Надарая-Уотсона значению потерь по кредитному портфелю, равное  $VaR_\alpha$ , приводится в соответствие значение капитала  $AC_i$ . Экономический капитал на  $i$ -ого контрагента рассчитывается как разница между  $AC_i$  и ожидаемыми потерями заемщика.

### **3.4. Результаты распределения оценки экономического капитала по группам заемщиков**

В таблице 13 можно ознакомиться с результатами распределения экономического капитала с помощью метода Эйлера для  $VaR_\alpha$  по основным группам заемщиков.

**Распределение экономического капитала по группам заемщиков**

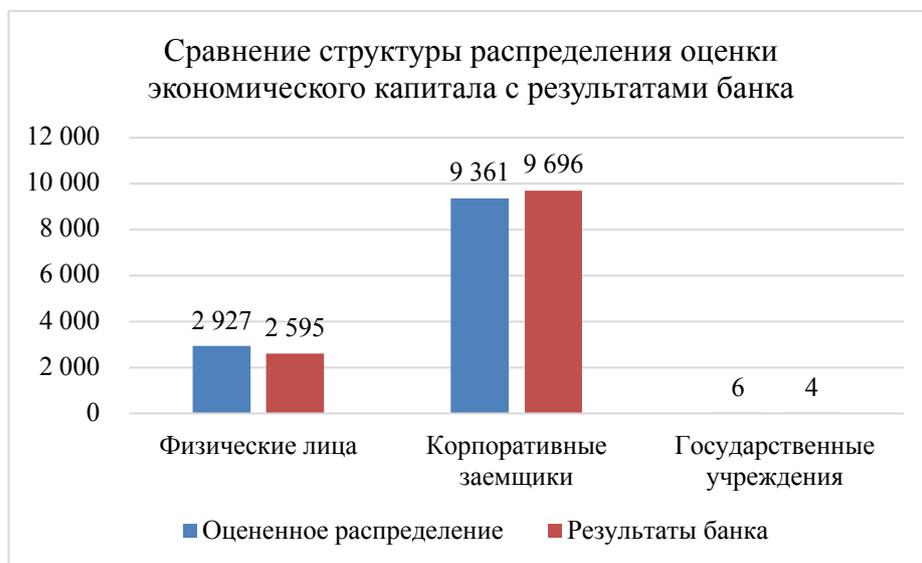
	Линейная связь Методология банка	Линейная связь Логистическая функция	Копула- функция Методология банка	Копула-функция Логистическая функция
Корпоративные заемщики	9 361, 27 млн руб.	9 447, 3 млн руб.	9208, 28 млн руб.	9 298, 34 млн руб.
Физические лица	2 927, 17 млн руб.	2 962, 37 млн руб.	2971, 93 млн руб.	2 956, 24 млн руб.
Государственные учреждения	6, 07 млн руб.	6, 04 млн руб.	13, 65 млн руб.	8, 42 млн руб.

Как можно увидеть из табл. 13, во всех четырех рассматриваемых случаях больших структурных различий при распределении оценки экономического капитала выявлено не было. Около 76% и 24% аллоцируемой суммы следует отнести корпоративным заемщикам и физическим лицам соответственно. При этом доля государственных учреждений в общей сумме экономического капитала составляет меньше 1%. Стоит отметить, что распределение оценки, полученное с помощью копула-функции и методологии банка для расчета оценок коэффициентов корреляции между клиентом и отраслью, государственным учреждениям оказалось в среднем в 1,5-2 раза больше, чем соответствующее распределение в других случаях.

Однако, если вспомнить структуру кредитного портфеля, на основании данных которого проводилась оценка экономического капитала, то около 40% суммы под обязательствами приходилось на физических лиц, оставшиеся 60% на корпоративных заемщиков. Различие между структурой кредитного портфеля и структурой распределения экономического капитала по группам заемщиков может быть объяснено характеристиками видов кредитования. Так, корпоративному кредитованию обычно свойственна большая концентрация риска в сравнении с потребительским кредитованием. В целом на основе полученных результатов можно сделать вывод, что вызывающая обеспокоенность со стороны Банка России недооценка риска корпоративных заемщиков происходит при оценке веро-

ятности дефолта, а не на этапе аллокации экономического капитала данной группе заемщиков.

С целью проведения дальнейшего анализа было проведено сравнение между структурами распределения оцененного с помощью текущей методологии банка экономического капитала. Одна из структур была получена с помощью расчета оценок Надарайя-Уотсона, другая предоставлена банком.



*Рис. 19 Сравнение структуры распределения оценки экономического капитала с результатами банка*

Проанализировав рис. 19, можно отметить небольшое различие между структурами распределения экономического капитала, полученными двумя указанными способами. Так, при проведении аллокации методом Эйлера сумма, выделяемая для корпоративных заемщиков, оказалась меньше, чем соответствующая сумма, распределяемая на данный момент банком. При этом подобный сдвиг был осуществлен за счет увеличения доли экономического капитала под покрытие кредитного риска, возникающему в результате потребительского кредитования и кредитования государственных организаций. Подробнее с результатами распределения, полученными в рамках исследования, данной оценки экономического капитала можно ознакомиться в Приложении В.

### 3.5. Выводы

В данной главе проведена оценка и распределение по группам заемщиков экономического капитала под покрытие кредитного риска. Чтобы определить сумму искомого показателя, было решено использовать имитационное моделирование Монте-Карло, по результатам которого получено эмпирическое распределение потерь по кредитному портфелю. Для описания моделируемого процесса была выбрана модель Пыхтина.

Одной из основных проблем при моделировании потерь кредитного портфеля являлось нахождение оценки коэффициента корреляции между активами клиента и индексом соответствующей отрасли. С одной стороны, модель Пыхтина требует, чтобы оценка коэффициента корреляции производилась на основании рыночных данных. Данное условие на практике малоприменимо, поэтому определение надежного прокси-показателя рыночной стоимости активов, в качестве которого в итоге была выбрана месячная цена акций клиентов, было одной из подзадач в рамках эмпирического исследования. С другой стороны, поднимается вопрос способа оценки рассматриваемого показателя. Так, необходимо было выдвинуть предположение о виде взаимосвязи между логарифмированными доходностями акций клиента и индекса соответствующей отрасли и проанализировать распределения исследуемых величин. По результатам данного анализа для учета корреляции между публичными клиентами и отраслью использовались линейный коэффициент корреляции Пирсона и копула-функция Стьюдента, непубличными клиентами и отраслью – методология банка, предоставившего данные по кредитному портфелю, и модель логистической регрессии. Различия в полученных оценках экономического капитала являлись доказательством того, что определение оценок коэффициентов корреляции является одним из ключевых этапов процесса оценки экономического капитала под покрытие кредитного риска.

Следующим шагом в данной работе являлось распределение найденных значений по основным группам заемщиков. Для осуществления аллокации был выбран метод Эйлера для  $VaR_\alpha$ , в рамках которого необходимо найти значение условного математического ожидания потерь  $i$ -ого контрагента относительно случаев, когда потери по кредитному портфелю равны значению выбранной меры риска. Данный показатель находился с помощью вычисления оценок Надарайя-Уотсона.

По итогам аллокации существенных различий в структурах распределения оценок экономического капитала по группам заемщиков выявлено не было. В свою очередь, к преимуществам данного метода можно отнести удовлетворение полученного распределения всем условиям когерентности и соответствие принципу RAROC-сравнимости.

Необходимо подчеркнуть, что в результате расчетов выявлено различие между структурой кредитного портфеля и структурой распределения экономического капитала по группам заемщиков. Подобный характер распределения был объяснен с точки зрения существующих характеристик видов кредитования.

В целях проверки адекватности полученных результатов также проведено сравнение распределения оценки экономического капитала, рассчитанной с использованием

подхода банка, с результатами распределения банка. В процессе анализа выявлены различия между структурами распределения по группам заемщиков. Так, сумма экономического капитала под покрытие кредитного риска корпоративных заемщиков, рассчитанная по методу банка, оказалась выше, чем соответствующая сумма, полученная в результате применения метода Эйлера для  $VaR_\alpha$ . В то же время оцененное распределение экономического капитала, выделяемое физическим лицам и государственным учреждениям, выше, чем фактические значения.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В соответствие с поставленным исследовательским вопросом – "Существуют ли адекватные методы оценки экономического капитала под покрытие кредитного риска коммерческого банка и распределения полученного значения?" – была выдвинута цель исследования, заключающаяся в оценке экономического капитала под покрытие кредитного риска коммерческого банка.

Кредитование является основой банковского бизнеса. Подтверждением этому служит тот факт, что кредитный портфель, как правило, составляет больше половины активов коммерческого банка и доход по рассматриваемому виду деятельности вносит существенный вклад в выручку организации. Соответственно, банки при выделении значимых видов риска относят к этой группе кредитный риск.

В то же время экономический капитал – это сумма, необходимая для ведения банковского бизнеса с установленным уровнем доверительной вероятности в отношении принимаемых рисков. Потребность в определении его значения обуславливается необходимостью самого банка в понимании его внутренних требований к капиталу, возникающих в рамках ведения своей рискованной деятельности. Расчет экономического капитала под покрытие значимых видов риска осуществляется отдельно, в частности под покрытие кредитного риска. Более того, в ряде крупных банковских организаций расчету экономического капитала под покрытие кредитного риска уделяют особое внимание, поскольку его доля в общей сумме экономического капитала приблизительно равна доле процентного дохода по кредитованию в выручке.

Величина экономического капитала под покрытие кредитного риска равна разнице между стоимостью под риском портфеля на заданном уровне доверительной вероятности VaR и ожидаемыми убытками. В данной работе при определении величины VaR использовалось имитационное моделирование Монте-Карло, по результатам которого получено эмпирическое распределение потерь по кредитному портфелю. В целях описания моделируемого процесса выбрана широко применяющаяся на практике обобщенная модель Пыхтина. Величина ожидаемых потерь рассчитывалась в соответствии с формулой, рекомендуемой Базельским комитетом по банковскому надзору.

Данные по кредитному портфелю предоставлены банком из топ-25 по величине активов.

Одной из основных проблем при моделировании потерь кредитного портфеля являлось нахождение оценки коэффициента корреляции между активами клиента и индек-

сом соответствующей отрасли. В итоге учет корреляции между публичными клиентами и отраслью осуществлялся с помощью линейного коэффициента корреляции Пирсона и копула-функции Стьюдента, непубличными клиентами и отраслью – методологии банка, предоставившего данные по кредитному портфелю, и моделью логистической регрессии. Различия в полученных оценках экономического капитала являлись доказательством того, что определение оценок коэффициентов корреляции является одним из ключевых этапов процесса оценки экономического капитала под покрытие кредитного риска. Следует отметить, что выбор одного из четырех используемых методов может представлять отдельную задачу риск-менеджерам и частично должен основываться на политике управления рисками банка.

Следующим шагом в данной работе являлось распределение найденных значений по основным группам заемщиков. В целях осуществления аллокации выбран метод Эйлера для  $VaR_\alpha$ , реализуемый через нахождение оценки условного математического ожидания Надарайя-Уотсона. Существенных различий в структурах распределения оценок экономического капитала по группам заемщиков, полученных при использовании метода Эйлера для  $VaR_\alpha$ , выявлено не было.

Затем, чтобы проверить адекватность полученных результатов, было сопоставлено распределение оценки экономического капитала, рассчитанной с использованием банковского подхода, с фактическими результатами распределения. Так, сумма экономического капитала под покрытие кредитного риска корпоративных заемщиков, рассчитанная по методу банка, оказалась выше, чем соответствующая сумма, полученная в результате применения метода Эйлера для  $VaR_\alpha$ .

В результате аллокации экономического капитала также выявлено существенное различие между структурой кредитного портфеля и структурой распределения экономического капитала по группам заемщиков. Данный результат интерпретировался с точки зрения характеристик видов кредитования. Корпоративному кредитованию обычно свойственна большая концентрация риска в сравнении с потребительским кредитованием. В целом на основе полученных результатов можно сделать вывод, что вызывающая обеспокоенность со стороны Банка России недооценка риска корпоративных заемщиков происходит при оценке вероятности дефолта, а не на этапе аллокации данной группе заемщиков экономического капитала.

Результаты данной работы могут быть полезны для модификации существующих методологий оценки экономического капитала под покрытие кредитного риска. Также особую практическую значимость может добавлять освещение результатов распределения

методами Эйлера для  $\text{VaR}_\alpha$ , проведенного для полученной на основе реальных данных оценки экономического капитала.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Банковское дело. Экспресс-курс: учебное пособие / кол. авторов; под ред. Б23 О.И. Лаврушина. — 3-с изд., перераб. и доп. — М.: КНОРУС, 2009. — 352 с.
2. Березинец И. В. Практикум по теории вероятностей и математической статистике. / И. В. Березинец. — 9-е изд., испр. и доп. — СПб.: Изд-во "Высшая школа менеджмента", 2013. — 163 с.
3. Ведяхин А. Основы риск-менеджмента: учеб. пособие. / А. Веляхин, В. Кулик. — М.: АНО ДПО "Корпоративный университет Сбербанка" [и др], 2015. — 384 с.
4. Владимирова Т.А. Экономический капитал как инструмент антикризисного управления в коммерческих банках. / Т. А. Владимирова, Д. Г. Пашкин. // Вестник Томского государственного университета. — 2009. — Т. 8, № 4.
5. Власов В. Е. Модель оценки и аллокации капитала на покрытие убытков операционного риска коммерческого банка: автореф. дис. ... канд. эк. наук: 08.00.13. — Екб., 2015. — 165 с.
6. Грюнинг Х. ван. Анализ банковских рисков. Система оценки корпоративного управления и управления финансовым риском / Х. Ван Грюнинг, С. Брайович Братанович; пер. с англ.; вступ. сл. д.э.н. К.Р. Тагирбекова — М: Издательство «Весь Мир», 2004. — 304 с.
7. Дамодаран А. Стратегический риск-менеджмент: принципы и методики. Пер. с англ. / А. Дамодаран. — М.: ИД "Вильямс", 2018. — 496 с.
8. Ковалев В. В. Финансовый менеджмент; теория и практика. / В. В. Ковалев — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2007. — 1024 с.
9. Коновалов Л. А. Когерентные меры риска и предельный переход / Л. А. Коновалов. // Теория вероятностей и ее применение. — 2009. — Т. 4. № 3. — С. 466-491.
10. Кошкина Ю. Кредитный риск крупнейших российских заемщиков превысил 5 трлн руб. [Электронный ресурс] // РБК. — 2019. — 2 декабря. — М.: РОСБИЗНЕСКОНСАЛТИНГ, 2019. — Режим доступа: <https://www.rbc.ru/finances/02/12/2019/5de4dc439a7947ed6133ac56>, свободный. Загл. с экрана. (29.01.2020.)

11. Мануйленко В.В. Концепция экономического капитала коммерческого банка / В. В. Мануйленко. // Финансы и кредит. – 2011. – Т. 445, № 13.
12. Международная гармонизация измерений и стандартов капитала. // Базельский комитет по банковскому надзору. – 1988. – 22 с.
13. Международная конвергенция измерения капитала и стандартов капитала: новые подходы // Базельский комитет по банковскому надзору. – 2004. – 333 с.
14. Морозов А. В. Управление рисками ALM и ликвидности банка. Учебное пособие / под ред.: А. В. Морозова, А. Ю. Лякина, И. В. Малаховой, М. В. Воробьева. – М.: АНО ДПО «Корпоративный университет Сбербанка», 2017. – 336 с.
15. Мотовилов О.В. Банковское дело: учебник. / О. В. Мотовилов, С. А. Белозерова. – М.: Проспект, 2017. – 406 с.
16. Никифорова В. Д. Достаточность собственного капитала как основа регулирования банковских рисков / В. Д. Никифорова. // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия «Экономика и экологический менеджмент». 2016. № 3. С. 40-46.
17. О банках и банковской деятельности: Федеральный закон № 395-1 от 02.12.1990: (ред. от 27.12.2019) [Электронный ресурс] // КонсультантПлюс: справ.-правовая система. – Справ.-правовая система «КонсультантПлюс». – Режим доступа: [http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_5842/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_5842/), свободный. – Загл. с экрана. (23.10.2019).
18. О типичных банковских рисках: Письмо Банка России № 70-Т от 23.06.2004. [Электронный ресурс] // Кодекс: справ.-правовая система. – Справ.-правовая система «Кодекс». – Режим доступа: <http://docs.pravo.ru/document/info/30327/>, свободный. – Загл. с экрана. (04.11.2019).
19. О требованиях к системе управления рисками и капиталом кредитной организации и банковской группы: Указание Банка России № 3624-У от 15.04.2015. [Электронный ресурс] // Сайт Банка России. – Банк России. – Режим доступа: [http://www.cbr.ru/faq\\_ufr/dbrnfaq/doc/forPrint/?id=423](http://www.cbr.ru/faq_ufr/dbrnfaq/doc/forPrint/?id=423), свободный. – Загл. с экрана. (01.11.2019).
20. Об обязательных нормативах и надбавках к нормативам достаточности капитала банков с универсальной лицензией: Инструкция Банка России №199-

- И от 29.11.2019. [Электронный ресурс] // ГАРАНТ: справ.-правовая система. – Справ.-правовая система «ГАРАНТ». – Режим доступа: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/73263119/>, свободный. – Загл. с экрана. (24.12.2019).
21. Окулов В. Л. Риск-менеджмент: основы теории и практика применения: учебное пособие. / В. Л. Окулов. – СПб.: Изд-во С.-Петерб. гос. ун-та, 2019 – 280 с.
  22. Пенюгалова А. В. Банковские риски: сущность и основные подходы по определению / А. В. Пенюгалова. Е. А. Старосельская. // Финансы и кредит. – 2013. – Т. 536, № 8. – С. 2-5.
  23. Попондопуло В. Ф. Банковское право / В. Ф. Попондопуло [и др.]; под ред. В. Ф. Попондопуло, Д. А. Петрова. – М.: Издательство «Юрайт», 2017. – 468 с.
  24. Тотьмянина К.М. Обзор моделей оценки вероятности дефолта / К.М. Тотьмянина // Управление финансовыми рисками. – 2011. — Т. 25, № 01.– С. 12-24.
  25. Тэпман Л. Н. Риски в экономике: Учеб. пособие для вузов / Л. Н. Тэпман; под ред. проф. ВА Швандара. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. – 380 с.
  26. Указание Банка России от 15.04.2015 № 3624-У "О требованиях к системе управления рисками и капиталом кредитной организации и банковской группы" // Банк России. – 2015.
  27. Фантаццини Д. Моделирование многомерных распределений с использованием копула-функций. I. / Д. Фантаццини. //Прикладная эконометрика. – 2011. – Т. 22, № 2. – С. 98-134.
  28. Финансовый менеджмент: теория и практика. Учебник/ под ред. Стояновой Е.С. – М: Перспектива, 1998. – 656 с.
  29. Цехомский Н. В. Финансы банка: Учеб. пособие / Н. В. Цехомский, Д. Л. Волков, О. Н. Щербакова [и др.]; под ред. Н. В. Цехомского, Д. Л. Волкова. – М.: АНО ДПО «Корпоративный университет Сбербанка», 2015. – 200 с.
  30. Altenbach T.J. A Comparison of Risk Assessment Techniques from Qualitative to Quantitative. / T.J. Altenbach. // Lawrence Livermore National Laboratory. – 1995. – P. 1-14.

31. Altman E.I. Corporate distress diagnosis: comparisons using linear discriminant analysis and neural networks (the Italian experience). / E.I. Altman, G. Marco, F. Varetto // *Journal of Banking and Finance*. – 1994. — Vol. 18, Issue 3.
32. Altman E.I. Financial ratios. Discriminant analysis, and the prediction of corporate bankruptcy / E.I. Altman. // *Journal of Finance*. – 1968. – Vol. 23, Issue 4. – P. 589-609.
33. An Explanatory Note on the Basel II IRB Risk Weight Functions [Electronic Resource] // Сайт Bank of International Standards. – Bank of International Standards, [2005]. – Режим доступа: <https://www.bis.org/bcbs/irbriskweight.pdf>, свободный. – Загл. с экрана. (16.10.2019.)
34. Antwi O. Measuring Economic Capital Using Loss Distributions. / O. Antwi [et al.] // *International Journal of Economics*. – 2013. – Vol. 1, No. 6. – P. 406-412.
35. Asset correlations and credit portfolio risk – an empirical analysis [Electronic Resource] / K. Düllman [et al.] // Deutsche Bundesbank. – 2007. – Frankfurt am Main: Deutsche Bundesbank. – Режим доступа: [https://gsom.spbu.ru/files/upload/library/bibliographia\\_text.pdf](https://gsom.spbu.ru/files/upload/library/bibliographia_text.pdf), свободный. Загл. с экрана. (07.03.2020.)
36. Aumann R.J. Values of Non-Atomic Games. / R.J.Aumann, L.S. Shapley. – Princeton, NJ: Princeton University Press, 1974. – 333 p.
37. Balog D. Risk-based capital allocation. / D. Balog. // *Proceedings of FIKUSZ 2010* / ed. by L.A. Kóczy. – Budapest, 2010. – P. 17-26.
38. Balthazar L. From Basel 1 to Basel 3: The Integration of State-of-the-Art Risk Modeling in Banking Regulation / L. Balthazar. – London: Balthazar L. From Basel 1 to Basel 3: The Integration of State-of-the-Art Risk Modeling in Banking Regulation / L. Balthazar. – London: Palgrave Macmillan, 2006. – 294 p.
39. Bandyopadhyay A. Empirical estimation of default and asset correlation of large corporates and banks in India. / A. Bandyopadhyay, S. Ganguly. // *The Journal of Risk Finance*. – 2013. – Vol. 14, Issue 1. – P. 87-99.
40. Banking Banana Skins 2015: The CSFI Survey of bank risk / CSFI (Centre for the Study of Financial Innovation), PwC (PricewaterhouseCoopers). – London, 2015. – 43 p.
41. Boston C. Credit Is the Scariest Market to Watch, Not the Dow or S&P [Electronic Resource] // Bloomberg. – 2020. – 19 марта. – NY: Bloomberg L.P., 2020. режим доступа: <https://www.bloomberg.com/news/articles/2020-03-19/credit-is->

- the-scariest-market-to-watch-not-the-dow-or-s-p, свободный. – Загл. с экрана. (01.04.2020).
42. Brown I. Developing Credit Risk Models Using SAS Enterprise Miner and SAS/STAT: Theory and Applications. / I. Brown. — Caryn, NC: SAS Institute Inc, 2014. – 174 p.
  43. Chatterjee S. Modelling credit risk [Electronic Resource] / S. Chatterjee. // Сайт Bank of England. - Bank of England, [2015]. Режим доступа: <https://www.bankofengland.co.uk/-/media/boe/files/ccbs/resources/modelling-credit-risk.pdf>, свободный. – Загл. с экрана. (03.03.2020).
  44. Chorafas D.N. Economic capital allocation with Basel II: Cost, Benefit and Implementation. / D.N. Chorafas. – Oxford: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2004. – 409 p.
  45. Convergence of credit capital models. / ISDA (International Swaps and Derivatives Association), IACPM (International Association of Credit Portfolio Managers). – NY, 2006.
  46. Danielsson J. Fat tails, VaR and subadditivity. / J. Danielsson, C. de Vries, B. Jorgensen, G. Samorodnitsky, and S. Mandira. // Journal of Econometrics. – 2013. – Vol. 2, Issue 172. – P. 283-291.
  47. Denault M. Coherent allocation of risk capital. / M. Denault. // Journal of Risk. – 2001. – Vol. 4, Issue 1. – P. 1-34.
  48. Düllmann K. Determinants of the Asset Correlations of German Corporations and Implications of Regulatory Capital. / K. Düllmann, H. Scheule. // Working paper. Deutsche Bundesbank and Department of Statistics, University of Regensburg.
  49. Duran M.A. An outer-approximation algorithm for a class of mixed-integer non-linear programs. / M.A. Duran, I.E. Grossmann. // Mathematical Programming. – 1986. – Vol. 36. – P. 307–339.
  50. Elizalde A. Economic and Regulatory Capital in Banking: What Is the Difference? / A. Elizalde, R. Repullo. // International Journal of Central Banking. – 2007. – Vol. 3, Issue 3. – P. 87-117.
  51. Fischer M. How the Sector Copula Affects the Tail of the Portfolio Loss Distribution. / M Fischer, K. Jakob. // Innovations in Quantitative Risk Management / ed. by K. Glau, M. Scherer, R. Zagst. – Munich, 2013. – P. 129-145.
  52. Frequently asked questions on risk capital requirements [Electronic Resource] // Сайт Bank of International Standards. – Bank of International Standards, [2018].

- Режим доступа: <https://www.bis.org/bcbs/publ/d437.pdf>, свободный. – Загл. с экрана. (05.03.2020.)
53. Glasserman P. Measuring Marginal Risk Contributions in Credit Portfolios. / P. Glasserman. // *Journal of Computational Finance*. – 2005. – Vol. 9. – P. 1–41.
54. Gordy M. A risk-factor model foundation for ratings-based bank capital rules. / M. Gordy. // *Journal of Financial Intermediation*. – 2003. – Vol. 12, Issue 3. – P. 199-232.
55. Gruber W. Overview of EAD Estimation Concepts. / W. Gruber, R. Parchert. // *The Basel II Risk Parameters*. --- Heidelberg, 2006. – P. 177-196.
56. Hashimoto T. Asset correlation for credit risk analysis. Empirical study of default data for Japanese companies. / T. Hashimoto. // *Bank of Japan*. – 2009. – Токио: Bank of Japan. – Режим доступа: [https://pdfs.semanticscholar.org/6f05/f6ecac09fac7d3e9802c613c4a7cbfb7c949.pdf?\\_ga=2.61843183.232841812.1590407635-1981423426.1583837123](https://pdfs.semanticscholar.org/6f05/f6ecac09fac7d3e9802c613c4a7cbfb7c949.pdf?_ga=2.61843183.232841812.1590407635-1981423426.1583837123). Загл. с экрана. (15.03.2020.)
57. Hillson D. Extending the Risk Process to Manage Opportunities. / D. Hillson. // *International Journal of Project Management*. – 2002. – Vol. 3, Issue 20. – P. 235-240.
58. Holton G. Defining Risk. / G.A. Holton // *Financial Analysts Journal*. – 2004. – Vol. 60, Issue 6. – P. 19-25.
59. Homburg C. How should the cost of joint risk capital be allocated for performance measurement? / C. Homburg, P. Sherpereel. // *European Journal of Operational Research*. – 2008. – № 187. P. 208-227.
60. Hu Z. Economic capital model validation: a comparative study. / Z. Hu, A. Levy, J. Zhang. // *Journal of Risk Model Validation*. – 2013. – Vol. 7, Issue 1. – P. 3–23.
61. Hull J.C. *Risk Management and Financial Institutions*. / J.C. Hull. – 4th ed. – Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2005. – 752 p.
62. Kalkbrener M. An axiomatic approach to capital allocation. / M. Kalkbrener. // *Mathematical Finance*. – 2005. – Vol. 15, Issue 3. – P. 425-437
63. Karabey U. Risk measures and risk capital allocation. / U. Karabey. // *İstatistikçiler Dergisi*. – 2012. – Vol. 5. – P. 32-42.
64. Kneigt F.H. *Risk, Uncertainty, And Profit*. / F.H. Kneigt. – Boston: Houghton Mifflin Company. – 1921. - 381 p.

65. Kwok Y.K. Saddlepoint Approximation Methods in Financial Engineering / Y.K. Kwok, W. Zheng. – Cham: Springer International Publishing AG, 2018. – 169 p.
66. Lando D. Credit Risk Modeling. // D. Lando. — New Jersey: Princeton University Press, 2004. – 310 p.
67. Li P. A Factor Model for the Calculation of Portfolio Credit VaR. / P. Li, X. Wang, H. Wang. // *Procedia Computer Science*. – 2013. – No. 17. – P. 611-618. – Elsevier B. V., 2013. – Режим доступа: <http://www.sciencedirect.com>. – Загл. с экрана. (18.11.2019).
68. Lopez J. The empirical relationship between average asset correlation, firm probability of default, and asset size. / J. Lopez. // *Journal of Financial Intermediation*. – 2004. – Vol. 13, Issue 2. – P. 265-283.
69. Martin R. Unsystematic Credit Risk. / R. Martin, T. Wilde. // *Risk Magazine*. – 2002. – Vol. 15. – P. 123-128.
70. Mango D.F. An Application of Game Theory: Property Catastrophe Risk Load. / D.F. Mango. // *Proceedings of the Casualty Actuarial Society*. – 1998. – Vol. 85. – P. 157-186.
71. McNeil J.A. Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques, and Tools. / J.A. McNeil, R. Frey, P. Embrechts. – Princeton [etc.]: Princeton University Press, 2005. – 608 p.
72. Merton R.C. On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates. / R.C. Merton. // *Journal of Finance*. – 1974. – Vol. 29, № 2. – P. 449–470.
73. Messages from the academic literature on risk measurement for the trading book [Electronic resource] // Сайт Bank for International Settlements. – Basel Committee on Banking Supervision, [2011]. Режим доступа: [https://www.bis.org/publ/bcbs\\_wp19.pdf](https://www.bis.org/publ/bcbs_wp19.pdf), свободный. – Загл. с экрана. (16.12.2019).
74. Mitra S. Risk Measures in Quantitative Finance. / S. Mitra. // *International Journal of Business Continuity and Risk Management*. – 2009. – P. 1-13.
75. Powers M.R. Using Aumann-Shapley Values to Allocate Risk: The Case of Inhomogeneous Losses. / M.R. Powers. // *North American Actuarial Journal*. – 2007. – Vol. 11, Issue 3. – P. 113-127.
76. Pykhtin M. Multi-Factor Adjustment. / M. Pykhtin. // *The Journal of Risk*. – 2004. – Vol. 3. – P. 85-90.

77. Ralph C.K. Economic profit and performance measurement in banking. / C.K. Ralph. // *New England Economic Review*. – 1998. – Volume 7. – P. 35-53.
78. Range of practices and issues in economic capital frameworks [Electronic Resource] // Сайт Bank of International Standards. – Bank of International Standards, [2009]. – Режим доступа: <https://www.bis.org/publ/bcbs152.pdf>, свободный. – Загл. с экрана. (16.10.2019.)
79. Samuel. Disclosure of Economic Capital / Samuel. // Federal Reserve Bank of New York. – 2008.
80. Shapley L.S. A Value for n-Person Games. / L.S. Shapley. // *Contributions to the theory of games (AM-28)* / ed. by H. Kuhn, A.W. Tucker. – Vol. 2. – Princeton, NJ, 1953. P. 343-360.
81. Shaw R.A. Measurement and Modelling of Dependencies in Economic Capital. / R.A. Shaw, A.D. Smith, G.S. Spivak. // *British Actuarial Journal*. – 2011. – Vol. 16, Issue 3. – P. 601-699.
82. Tasche D. Capital Allocation with Kernel Estimators. / D. Tasche. // *Quantitative Finance*. – 2009 – Vol. 9(5). – P. 581-595.
83. Tasche D. Euler Allocation: Theory and Practice. / D. Tasche. // Working paper. Fitch Ratings. – 2007. – 13 p.
84. Tasche D. Risk Contributions and Performance Measurement. / D. Tasche. // Working paper. Technische Universität München. – 1999. – 26 p.
85. Vasavada G. General Bank Management. / G. Vasavada, Sh. Kumar, S.U. Rao, S. Pai. – Mumbai: Indian Institute of Banking and Finance, 2005.
86. Vasicek O.A. Finance, Economics and mathematics. / O.A. Vasicek. – Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2015. – 368 p.
87. Wilde T. Probing Granularity. / T. Wilde. // *Risk Magazine*. – 2001. – Vol. 14. – P. 103-106.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А.

### Свойство положительно определенной однородной функции степени $k$

Функция одной или нескольких переменных  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  называется положительно определенной однородной степени  $k$ , если существует такое (постоянное) число  $k$ , что при любых значениях  $\lambda$  выполняется тождество (А.1).

$$f(\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n) \equiv \lambda^k * f(x_1, x_2, \dots, x_n), X \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}, \lambda > 0, \quad (\text{A.1})$$

где  $k$  – степень (показатель) однородности функции.

Введенная функция обладает рядом свойств, одним из которых является тождество (А.2).

$$kf(X) \equiv x_1 \frac{\partial f(X)}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial f(X)}{\partial x_2} + \dots + x_n \frac{\partial f(X)}{\partial x_n} = \sum_{j=1}^n x_j \frac{\partial f(X)}{\partial x_j}, \quad (\text{A.2})$$

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)' \in \mathbb{R}^n,$$

где  $\frac{\partial f(X)}{\partial x_j}$  – частная производная функция  $f$  по переменной  $x_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ .

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б.

### Доказательство метода Эйлера

Для доказательства того, что  $\tau_{\text{Euler}}(L_i|L)$  есть условное математическое ожидание потерь  $i$ -ого заемщика относительно общих потерь кредитного портфеля, рассматривается эффект от изменения  $\omega_i$  на бесконечно малое число с постоянной вероятностью больших отклонений  $P [L > \text{VaR}_\alpha(L)]$ . Чтобы узнать вид функции вероятности для вывода формулы Эйлера, необходимо воспользоваться преобразованием Лапласа.

Для случайной величины  $L$  его производящая функция моментов  $M_L(z) = E[e^{zL}]$  и полуинвариант  $K_L(z) = \log M_L(z)$  тесно связаны с двойным преобразованием Лапласа  $f_L(L)$  плотности распределения  $L$ , где

$$M_L(-z) = e^{K_L(-z)} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-zL} f_L(L) dL. \quad (\text{Б.1})$$

Рассмотрев  $e^{zL}$  в качестве производящую функцию моментов  $M_L(z)$ , поменяв знак  $z$  в  $M_L(z)$ , как показано в (Б.1) и применив обратное преобразование Лапласа (Б.2), мы получим, что для любого  $K \in \mathbb{R}$  справедливо равенство (Б.3).

$$f_L(L) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\omega-i\infty}^{\omega+i\infty} e^{Lz} \tilde{f}(L) dL, \quad (\text{Б.2})$$

$$f_L(K) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{K_L(z)-zK} dL, \quad (\text{Б.3})$$

где  $\omega > \max \{\text{Re } z_s: z_s \text{ одна точка из } \tilde{f}(L)\}$  и  $L > 0$

Далее, подставляя величины  $\text{Re } z = \gamma \in (0; \alpha_+)$  так, что существует  $\int_K^\infty e^{-zL} dL$ , мы получим равенство (Б.4).

$$P [L > K] = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{e^{K_L(z)-z\tau(X)}}{z} dz, \gamma \in (0, \alpha_+), \quad (\text{Б.4})$$

Придав букве  $L$  экономический смысл (потери) и обозначив в качестве  $K$  квантиль совокупных потерь по портфелю  $\nu(L)$ , равенство (Б.4) примет следующий вид:

$$P [L > \nu(X)] = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{e^{K_L(z)-zVaR_\alpha}}{z} dz, \gamma \in (0, \alpha_+), \quad (Б.5)$$

где  $z$  принадлежит множеству комплексных чисел;

$K_L(z)$  – полуинвариант (кумулянты), коэффициенты в разложении логарифма характеристической функции потерь в ряд Маклорена.

Найдем производную  $P [L > \tau(L)]$  по переменной  $\omega_i$  и поставим в соответствие ей значение, равное нулю.

$$\frac{\partial}{\partial \omega_i} P [L > \tau(X)] = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \left[ \frac{1}{z} \frac{\partial K_L(z)}{\partial \omega_i} - \frac{\partial \tau(X)}{\partial \omega_i} \right] \frac{e^{K_L(z)-z\tau(X)}}{z} dz, \gamma \in (0, \alpha_+). \quad (Б.6)$$

Поскольку  $P [L > VaR_\alpha]$  зафиксирована на уровне  $1-\alpha$ , установим  $\frac{\partial}{\partial \omega_i} P [L > \tau(X)] = 0$ , тогда

$$\frac{\partial VaR_\alpha}{\partial \omega_i} = \frac{\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{1}{z} \frac{\partial K_L(z)}{\partial \omega_i} e^{K_L(z)-zVaR_\alpha} dz}{\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{K_L(z)-zVaR_\alpha} dz}. \quad (Б.7)$$

Так как  $k_L(z) = E[e^{z\sum_{i=1}^n \omega_i D_i}]$ , а  $L = \sum_{i=1}^n \omega_i D_i$ , тогда  $\frac{\partial K_L(z)}{\partial \omega_i} = \frac{\partial}{\partial \omega_i} E[e^{z\sum_{i=1}^n \omega_i D_i}] = zE[D_i e^{zL}]$ . Соответственно, подставив последнее равенство в (Б.8), получим:

$$\frac{\partial VaR_\alpha}{\partial \omega_i} = \frac{\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} E[D_i e^{k_L z + z(L-VaR_\alpha)}] dz}{f_L(VaR_\alpha)} = E[D_i | L = VaR_\alpha], \quad (Б.8)$$

где  $f_L(VaR_\alpha)$  - функция плотности  $L$ .

Сумма маргинальных вкладов в риск все заемщиков в  $VaR_\alpha$  это просто  $VaR_\alpha$ , что показано в (Б.9).

$$\sum_{i=1}^n \omega_i E[D_i | L = VaR_\alpha] = E[\sum_{i=1}^n \omega_i D_i | L = VaR_\alpha] = E[L | L = VaR_\alpha] = VaR_\alpha. \quad (Б.9)$$

**ПРИЛОЖЕНИЕ В.**

**Распределение экономического капитала под покрытие кредитного риска с помощью оценок Надарайя-Уотсона**

ID	EL	ЭК	VaR
1	22.61	30.38	52.99
2	11.45	15.38	26.83
3	12.48	16.01	28.49
4	10.81	8.87	19.68
5	8.88	12.27	21.15
6	2.01	2.51	4.53
7	7.62	8.19	15.81
8	0.01	0.02	0.03
9	4.59	5.09	9.68
10	14.51	15.59	30.10
11	0.02	0.19	0.21
12	0.05	0.04	0.09
13	0.03	0.01	0.04
14	23.56	38.85	62.41
15	0.01	0.01	0.01
16	3.95	5.11	9.06
17	0.06	0.59	0.65
18	2.11	3.36	5.47
19	1.69	2.96	4.65
20	0.24	0.22	0.47
21	4.74	4.40	9.14
22	0.01	0.00	0.01
23	0.11	0.09	0.20
24	0.46	0.81	1.27
25	0.34	0.62	0.96

ID	EL	ЭК	VaR
26	0.10	0.08	0.18
27	0.21	0.38	0.60
28	0.00	0.00	0.00
29	0.98	1.26	2.24
30	3.80	4.21	8.01
31	0.02	0.27	0.29
32	0.02	0.03	0.05
33	0.05	0.61	0.66
34	0.01	0.13	0.14
35	0.35	0.56	0.91
36	0.02	0.22	0.24
37	0.08	0.21	0.29
38	0.06	0.06	0.12
39	0.09	0.11	0.19
40	0.05	0.05	0.10
41	0.33	0.39	0.72
42	0.48	0.55	1.04
43	0.37	0.39	0.76
44	2.59	2.94	5.54
45	0.01	0.02	0.03
46	0.10	0.08	0.17
47	1.55	1.38	2.93
48	0.10	0.14	0.24
49	0.19	0.18	0.37
50	0.07	0.42	0.49

ID	EL	ЭК	VaR
51	0.79	1.62	2.40
52	0.02	0.02	0.04
53	0.16	0.24	0.40
54	0.07	0.03	0.09
55	0.17	0.03	0.20
56	0.00	0.00	0.00
57	0.01	0.01	0.02
58	0.06	0.06	0.12
59	3.27	4.21	7.48
60	0.05	0.10	0.15
61	0.07	0.12	0.19
62	0.02	0.03	0.05
63	0.13	0.05	0.18
64	0.00	0.00	0.00
65	0.38	0.33	0.72
66	0.77	0.99	1.75
67	0.19	0.14	0.33
68	10.11	14.09	24.20
69	4.92	4.17	9.09
70	1.57	2.49	4.06
71	0.00	0.00	0.01
72	0.03	0.01	0.05
73	0.35	0.53	0.88
74	4.37	4.52	8.89
75	0.25	0.25	0.50

ID	EL	ЭК	VaR
76	0.20	0.12	0.32
77	0.37	0.37	0.74
78	0.01	0.01	0.02
79	8.56	7.98	16.54
80	0.02	0.05	0.06
81	0.27	0.33	0.60
82	0.05	0.05	0.09
83	0.40	0.34	0.73
84	0.01	0.01	0.02
85	0.46	0.02	0.48
86	5.03	5.61	10.63
87	0.01	0.01	0.01
88	0.04	0.80	0.84
89	0.05	0.09	0.14
90	0.01	0.18	0.20
91	0.02	0.02	0.04
92	0.41	0.12	0.53
93	0.05	0.08	0.13
94	0.00	0.00	0.00
95	0.04	0.10	0.14
96	0.05	0.03	0.08
97	0.10	0.13	0.24
98	1.39	1.58	2.97
99	0.27	0.27	0.55
100	7.13	11.25	18.38
101	32.01	52.46	84.47
102	3.23	2.55	5.78
103	1.62	1.91	3.53

ID	EL	ЭК	VaR
104	0.47	0.50	0.96
105	0.09	0.08	0.17
106	0.40	0.44	0.84
107	0.48	0.55	1.04
108	5.17	5.43	10.60
109	0.43	0.57	1.00
110	4.49	11.63	16.12
111	2.08	2.02	4.10
112	0.02	0.03	0.05
113	1.52	1.74	3.26
114	0.65	0.57	1.22
115	0.59	0.60	1.18
116	0.04	0.04	0.08
117	0.91	0.83	1.74
118	1.90	2.46	4.35
119	0.04	0.05	0.09
120	0.52	0.58	1.10
121	0.66	0.67	1.33
122	0.96	0.76	1.72
123	1.45	2.19	3.64
124	33.64	69.25	102.89
125	20.97	27.43	48.40
126	0.97	1.02	1.99
127	0.56	0.01	0.57
128	2.14	3.29	5.42
129	0.42	0.85	1.27
130	0.04	0.05	0.09
131	0.21	0.26	0.48

ID	EL	ЭК	VaR
132	0.39	0.55	0.93
133	0.29	0.73	1.02
134	4.60	16.44	21.04
135	1.60	1.94	3.53
136	0.58	0.92	1.51
137	0.89	3.14	4.03
138	6.43	9.16	15.59
139	2.13	2.27	4.40
140	11.70	51.44	63.14
141	0.09	0.18	0.27
142	0.06	0.06	0.12
143	0.05	0.09	0.14
144	4.28	8.47	12.75
145	1.82	1.93	3.74
146	0.20	0.37	0.57
147	0.73	1.45	2.18
148	0.33	0.11	0.44
149	1.12	0.04	1.16
150	1.64	1.97	3.61
151	0.65	0.68	1.33
152	4.46	4.59	9.06
153	1.11	1.36	2.46
154	0.17	0.24	0.41
155	0.27	0.36	0.63
156	0.39	0.76	1.15
157	0.08	0.55	0.63
158	0.25	0.00	0.25
159	0.28	0.03	0.31

ID	EL	ЭК	VaR
160	0.01	0.01	0.02
161	0.01	0.02	0.03
162	0.01	0.01	0.01
163	0.02	0.07	0.09
164	2.45	4.37	40.04
165	41.36	40.04	81.40
166	2.58	3.26	5.84
167	0.82	0.85	1.66
168	18.09	21.08	39.17
169	19.76	22.47	42.23
170	10.37	12.17	22.54
171	41.26	56.13	97.39
172	2.81	4.29	7.10
173	2.78	4.69	7.47
174	0.10	0.09	0.20
175	0.12	0.10	0.22
176	11.18	24.92	36.10
177	48.70	71.47	120.16
178	0.01	0.01	0.03
179	34.37	81.19	115.56
180	5.45	6.41	11.86
181	0.20	0.46	0.66
182	0.87	3.01	3.88
183	0.36	0.74	1.10
184	11.74	24.96	36.71
185	0.05	0.07	0.12
186	5.95	6.66	12.61
187	0.62	0.69	1.31

ID	EL	ЭК	VaR
188	0.18	0.13	0.30
189	2.00	2.47	4.47
190	3.62	4.67	8.28
191	0.06	0.01	0.07
192	0.65	0.81	1.46
193	0.16	0.29	0.45
194	0.11	0.17	0.27
195	0.02	0.02	0.04
196	0.29	0.53	0.82
197	0.02	0.02	0.03
198	12.78	15.50	28.27
199	1.29	1.83	3.12
200	1.86	2.20	4.07
201	0.07	0.52	0.59
202	0.48	0.36	0.84
203	0.62	0.92	1.54
204	0.03	0.03	0.06
205	0.23	0.24	0.47
206	0.01	0.01	0.01
207	2.25	6.69	8.94
208	6.89	13.71	20.60
209	0.11	0.17	0.28
210	1.16	1.86	3.02
211	1.54	1.82	3.36
212	0.23	0.36	0.59
213	0.12	0.15	0.27
214	0.96	1.55	2.52
215	3.35	2.95	6.30

ID	EL	ЭК	VaR
216	1.01	1.17	2.18
217	505.56	598.00	1103.56
218	3.32	17.40	20.72
219	0.21	0.42	0.62
220	0.05	0.00	0.05
221	0.10	0.16	0.26
222	0.30	0.54	0.84
223	1.28	1.57	2.85
224	0.25	0.25	0.50
225	0.99	1.17	2.17
226	0.48	0.49	0.97
227	1.49	3.35	4.84
228	547.17	1975.34	2522.51
229	1.28	2.78	4.06
230	0.20	0.22	0.43
231	19.67	46.44	66.11
232	0.37	1.05	1.42
233	201.44	420.07	621.50
234	0.00	0.00	0.01
235	0.01	0.01	0.03
236	0.89	0.99	1.88
237	0.72	1.62	2.35
238	0.96	1.24	2.19
239	0.01	0.01	0.02
240	0.06	0.07	0.14
241	2.15	2.17	4.32
242	4.16	5.92	10.07
243	0.15	0.11	0.26

ID	EL	ЭК	VaR
244	2.14	4.53	6.66
245	81.20	193.41	274.61
246	0.00	0.00	0.00
247	0.14	0.13	0.27
248	0.05	0.05	0.10
249	0.04	0.05	0.10
250	0.01	0.10	0.10
251	0.00	0.00	0.01
252	0.02	0.02	0.05
253	17.45	31.58	49.03
254	0.07	0.01	0.08
255	0.03	0.03	0.07
256	0.04	0.06	0.10
257	0.21	0.32	0.53
258	0.03	0.03	0.05
259	0.03	0.02	0.05
260	13.43	16.96	30.39
261	0.05	0.08	0.13
262	1.14	1.16	2.31
263	0.88	1.08	1.96
264	0.06	0.06	0.13
265	0.24	0.36	0.60
266	0.36	1.10	1.46
267	5.39	5.31	10.69
268	0.34	0.71	1.05
269	1.48	2.29	3.77
270	2.69	3.25	5.94
271	0.24	0.38	0.62

ID	EL	ЭК	VaR
272	3.01	9.96	12.97
273	0.04	0.04	0.08
274	0.22	0.24	0.47
275	22.68	36.62	59.30
276	0.47	0.64	1.11
277	3.30	3.19	6.49
278	2.25	2.29	4.55
279	0.02	0.00	0.02
280	2.80	0.00	2.80
281	0.00	0.00	0.00
282	0.50	0.51	1.01
283	0.01	0.01	0.02
284	0.00	0.01	0.01
285	0.13	0.13	0.26
286	0.06	0.29	0.35
287	0.87	0.87	1.74
288	0.61	1.21	1.83
289	0.26	0.45	0.71
290	0.16	0.15	0.30
291	0.53	0.54	1.07
292	0.08	0.07	0.14
293	0.66	1.14	1.80
294	4.22	3.17	7.39
295	0.66	0.75	1.41
296	3.38	1.87	5.25
297	0.08	0.09	0.18
298	0.11	0.12	0.23
299	0.02	0.02	0.05

ID	EL	ЭК	VaR
300	0.64	0.79	1.43
301	0.03	0.03	0.06
302	0.92	1.01	1.93
303	0.01	0.01	0.01
304	0.10	0.09	0.19
305	0.18	0.27	0.45
306	0.25	0.31	0.57
307	0.01	0.01	0.02
308	0.00	0.00	0.00
309	0.07	0.06	0.13
310	0.17	0.22	0.39
311	0.02	0.02	0.04
312	0.00	0.00	0.00
313	0.09	0.10	0.18
314	1.13	2.54	3.67
315	0.23	0.28	0.51
316	0.04	0.04	0.08
317	0.37	0.59	0.96
318	0.32	0.34	0.66
319	0.17	0.18	0.35
320	0.81	0.73	1.55
321	0.10	0.10	0.19
322	0.16	0.16	0.32
323	0.06	0.05	0.11
324	0.23	0.34	0.57
325	0.02	0.01	0.03
326	0.57	0.56	1.13
327	11.51	18.56	30.07

ID	EL	ЭК	VaR
328	5.61	13.59	19.20
329	18.53	33.43	51.96
330	1.51	1.67	3.18
331	0.00	0.00	0.00
332	0.05	0.04	0.09
333	0.06	0.06	0.12
334	0.09	0.29	0.38
335	3.14	5.69	8.84
336	1.23	1.29	2.52
337	0.20	0.23	0.43
338	0.19	0.16	0.35
339	0.06	0.10	0.16
340	172.94	631.91	804.85
341	0.79	1.18	1.97
342	0.73	1.22	1.94
343	1.39	2.66	4.05
344	0.10	0.14	0.24
345	0.37	0.68	1.06
346	0.20	0.20	0.40
347	0.67	1.08	1.75
348	1.12	1.54	2.66
349	1.02	1.09	2.11
350	0.01	0.01	0.01
351	1.52	6.59	8.12
352	3.89	9.97	13.86
353	3.88	6.09	9.97
354	0.35	0.89	1.24
355	0.22	0.21	0.43

ID	EL	ЭК	VaR
356	0.48	1.12	1.60
357	0.06	0.06	0.13
358	0.08	0.09	0.17
359	0.10	0.12	0.23
360	107.59	85.40	192.99
361	0.06	0.11	0.17
362	8.13	20.37	28.51
363	4.84	7.99	12.83
364	0.02	0.02	0.04
365	0.19	0.36	0.55
366	0.01	0.01	0.02
367	0.24	0.29	0.53
368	0.23	0.30	0.54
369	0.15	0.24	0.39
370	0.16	0.19	0.34
371	0.04	0.04	0.08
372	0.09	0.14	0.23
373	0.00	0.00	0.00
374	0.01	0.01	0.01
375	0.01	0.01	0.02
376	0.02	0.02	0.03
377	0.58	0.83	1.41
378	0.77	1.30	2.07
379	1.20	1.69	2.89
380	0.25	0.63	0.89
381	1.89	3.09	4.98
382	3.76	5.88	9.64
383	0.01	0.01	0.03

ID	EL	ЭК	VaR
384	0.03	0.00	0.03
385	0.02	0.02	0.03
386	0.01	0.01	0.02
387	0.14	0.10	0.24
388	0.01	0.01	0.02
389	0.10	0.10	0.20
390	0.00	0.01	0.02
391	0.00	0.00	0.00
392	0.07	0.10	0.17
393	0.08	0.02	0.10
394	3.78	6.60	10.38
395	0.00	0.00	0.01
396	0.07	0.00	0.07
397	0.01	0.02	0.04
398	0.17	0.23	0.41
399	0.08	0.11	0.19
400	0.01	0.00	0.01
401	0.03	0.03	0.06
402	0.01	0.01	0.03
403	0.10	0.09	0.18
404	0.06	0.09	0.15
405	0.01	0.01	0.02
406	0.26	0.37	0.63
407	0.05	0.07	0.11
408	0.09	0.11	0.20
409	32.45	69.00	101.45
410	0.04	0.03	0.06
411	0.01	0.01	0.02

ID	EL	ЭК	VaR
412	0.71	0.70	1.40
413	8.21	5.95	14.16
414	4.28	8.10	12.39
415	2.65	3.56	6.21
416	0.08	0.08	0.16
417	0.27	0.15	0.42
418	0.00	0.00	0.00
419	0.03	0.03	0.06
420	0.06	0.08	0.14
421	0.58	0.73	1.31
422	0.21	0.20	0.41
423	0.00	0.00	0.00
424	0.36	0.40	0.76
425	3.75	4.29	8.04
426	0.01	0.02	0.03
427	0.40	0.48	0.87
428	0.75	1.13	1.88
429	0.64	0.73	1.37
430	0.59	0.76	1.35
431	0.15	0.19	0.34
432	0.54	0.69	1.22
433	0.34	0.54	0.88
434	0.19	0.31	0.49
435	0.10	0.02	0.12
436	0.94	1.33	2.28
437	4.99	5.47	10.46
438	1.94	2.01	3.95
439	0.36	0.49	0.85

ID	EL	ЭК	VaR
440	10.38	19.60	29.98
441	0.50	0.52	1.02
442	0.08	0.08	0.16
443	6.53	6.72	13.25
444	0.04	0.05	0.09
445	2.16	2.26	4.43
446	0.43	0.45	0.88
447	0.85	0.91	1.76
448	4.27	4.39	8.66
449	11.20	22.20	33.40
450	0.43	0.48	0.91
451	1.15	1.89	3.05
452	0.01	0.02	0.03
453	0.01	0.01	0.02
454	0.20	0.40	0.60
455	0.01	0.01	0.01
456	0.10	0.11	0.20
457	4.94	9.25	14.18
458	0.00	0.00	0.00
459	0.01	0.01	0.02
460	0.00	0.00	0.01
461	4.81	5.43	10.24
462	4.70	5.39	10.09
463	1.61	1.72	3.33
464	4.34	4.52	8.86
465	0.97	1.34	2.31
466	0.02	0.02	0.04
467	0.00	0.00	0.00

ID	EL	ЭК	VaR
468	0.00	0.00	0.01
469	0.00	0.00	0.00
470	0.03	0.03	0.05
471	0.78	1.37	2.15
472	0.01	0.06	0.07
473	22.51	48.80	71.31
474	0.03	0.01	0.04
475	0.92	1.45	2.37
476	0.01	0.01	0.02
477	0.08	0.08	0.17
478	0.22	0.58	0.79
479	0.14	0.28	0.42
480	0.04	0.06	0.10
481	0.90	0.07	0.97
482	1.07	1.47	2.54
483	0.46	0.69	1.14
484	0.01	0.00	0.02
485	4.37	3.90	8.27
486	0.04	0.04	0.08
487	0.01	0.02	0.03
488	0.06	0.07	0.13
489	0.03	0.03	0.06
490	0.04	0.08	0.12
491	0.03	0.05	0.09
492	0.01	0.01	0.02
493	0.01	0.01	0.02
494	0.02	0.02	0.04
495	0.02	0.03	0.05

ID	EL	ЭК	VaR
496	0.12	0.20	0.32
497	0.05	0.08	0.13
498	0.02	0.03	0.05
499	0.11	0.13	0.25
500	0.00	0.00	0.01
501	0.01	0.02	0.03
502	0.01	0.00	0.01
503	0.54	0.90	1.44
504	0.01	0.01	0.02
505	0.00	0.00	0.01
506	0.01	0.01	0.01
507	0.00	0.00	0.00
508	0.17	0.20	0.37
509	0.01	0.01	0.02
510	0.04	0.04	0.08
511	0.07	0.10	0.17
512	0.01	0.01	0.02
513	0.20	0.19	0.38
514	0.85	1.68	2.53
515	0.18	0.31	0.49
516	1.11	2.64	3.75
517	0.96	0.08	1.04
518	0.01	0.01	0.01
519	1.76	1.90	3.66
520	1.77	1.77	3.54
521	0.43	20.83	21.26
522	16.11	32.02	48.12
523	0.02	0.03	0.05

ID	EL	ЭК	VaR
524	0.15	0.31	0.47
525	1.97	3.08	5.05
526	2.61	3.22	5.82
527	2.55	5.91	8.46
528	0.11	0.20	0.31
529	0.07	0.12	0.19
530	3.12	3.71	6.82
531	0.29	0.87	1.16
532	2.94	4.28	7.22
533	0.08	0.10	0.19
534	0.00	0.00	0.00
535	0.00	0.00	0.00
536	0.24	0.40	0.64
537	0.00	0.00	0.00
538	13.39	19.79	33.18
539	0.84	1.32	2.16
540	15.43	37.90	53.33
541	1.02	1.96	2.98
542	0.86	1.17	2.03
543	7.60	9.68	17.28
544	0.01	0.01	0.02
545	9.49	12.99	22.48
546	0.46	0.65	1.11
547	1.15	1.31	2.45
548	0.19	0.16	0.34
549	3.35	3.87	7.21
550	0.45	0.64	1.09
551	0.34	0.36	0.69

ID	EL	ЭК	VaR
552	0.02	0.06	0.08
553	0.91	0.03	0.94
554	0.28	0.29	0.57
555	0.00	0.02	0.02
556	1.21	1.28	2.49
557	0.01	0.00	0.01
558	0.06	0.06	0.11
559	0.00	0.00	0.00
560	1.07	1.79	2.86
561	0.88	1.67	2.55
562	0.01	0.03	0.04
563	7.55	10.60	18.14
564	2.68	3.47	6.15
565	0.01	0.01	0.02
566	0.07	0.10	0.17
567	1.08	1.09	2.18
568	0.31	0.08	0.38
569	0.03	0.00	0.03
570	0.80	0.04	0.83
571	0.64	1.02	1.66
572	0.41	0.66	1.07
573	0.99	0.94	1.93
574	7.54	13.84	21.39
575	0.15	0.31	0.46
576	0.23	0.28	0.51
577	0.02	0.04	0.07
578	0.00	0.01	0.01
579	0.07	0.07	0.14

ID	EL	ЭК	VaR
580	0.01	0.02	0.03
581	0.44	0.64	1.08
582	0.25	0.02	0.27
583	0.09	0.03	0.11
584	0.05	0.05	0.09
585	0.01	0.00	0.01
586	0.01	0.02	0.04
587	0.44	0.83	1.27
588	0.33	0.44	0.77
589	0.12	0.17	0.29
590	0.02	0.03	0.05
591	0.03	0.02	0.05
592	118.60	166.31	284.91
593	39.50	21.71	61.21
594	20.88	3.70	24.58
595	18.59	0.43	19.02
596	234.32	547.32	781.64
597	292.20	354.87	647.07
598	99.00	31.30	130.30
599	68.72	2.56	71.27
600	320.25	337.99	658.24
601	79.06	32.28	111.34
602	44.04	1.07	45.12
603	42.97	0.48	43.44
604	910.34	1025.44	1935.78
605	212.05	98.89	310.94
606	159.24	24.07	183.31
607	166.22	8.32	174.54

ID	EL	ЭК	VaR
608	8.35	11.60	19.95
609	10.55	5.59	16.13
610	1.62	0.89	2.51
611	1.38	0.85	2.24
612	3.51	3.72	7.22
613	0.87	0.89	1.75
614	0.44	0.01	0.46
615	0.37	0.01	0.38
616	140.31	148.31	288.63
617	111.27	80.82	192.09
618	23.84	8.42	32.27
619	21.88	3.67	25.54
620	0.12	0.11	0.23
621	0.15	0.38	0.53
622	4.39	4.60	8.98
623	0.19	0.24	0.43
624	0.15	0.31	0.46
625	0.12	0.47	0.58
626	0.13	0.79	0.92
627	0.00	0.09	0.09
628	0.56	1.07	1.63
629	0.03	0.06	0.08
630	0.01	0.12	0.13
631	0.08	1.13	1.22
632	0.04	0.38	0.41
633	0.05	0.41	0.46
634	0.10	0.88	0.97
635	0.02	0.04	0.06

ID	EL	ЭК	VaR
636	0.15	0.38	0.53
637	0.00	0.00	0.00
638	0.22	0.50	0.72
639	0.01	0.03	0.05
640	2.71	14.80	17.51
641	0.18	0.36	0.54
642	0.02	0.01	0.03
643	0.00	0.00	0.00
644	0.00	0.00	0.00
645	0.00	0.00	0.00
646	611.29	1657.76	2269.05
647	15.01	35.66	50.67
648	10.48	20.99	31.46
649	2.82	3.20	6.02
650	3.19	3.80	6.99
651	3.31	4.31	7.62
652	4.84	13.38	18.22
653	4.84	10.66	15.50
654	9.50	24.80	34.30
655	0.03	0.06	0.10
656	0.16	0.37	0.54
657	0.02	0.06	0.08
658	0.04	0.07	0.11
659	0.01	0.03	0.04
660	0.00	0.00	0.00
661	0.00	0.00	0.00
662	0.00	0.00	0.00
663	0.10	0.21	0.31

ID	EL	ЭК	VaR
664	0.00	0.01	0.01
665	0.01	0.01	0.02
666	0.01	0.01	0.01
667	0.26	0.22	0.48
668	0.17	0.14	0.31
669	0.10	0.21	0.31
670	11.35	25.29	36.64
671	0.25	0.47	0.71
672	0.15	0.30	0.45
673	2.36	4.34	6.70
674	0.67	2.19	2.86
675	0.29	1.18	1.47
676	0.37	0.73	1.11
677	10.55	19.00	29.55
678	0.00	0.00	0.00
679	0.07	0.16	0.24
680	0.69	0.74	1.43
681	0.09	0.14	0.23
682	1.56	2.49	4.05
683	0.67	1.57	2.23
684	14.12	40.72	54.85
685	19.68	54.70	74.38
686	2.86	7.19	10.04
687	1.50	1.74	3.23
688	2.39	1.39	3.78
689	2.74	3.26	6.00
690	0.36	0.24	0.61
691	2.84	3.34	6.18

ID	EL	ЭК	VaR
692	1.65	0.59	2.24
693	1.15	1.63	2.78
694	2.63	2.56	5.19
695	4.09	2.10	6.19
696	0.54	0.04	0.57
697	1.33	0.16	1.49
698	18.87	57.55	76.42
699	13.13	33.21	46.34
700	17.17	72.51	89.68
701	1.07	0.11	1.18
702	7.86	14.26	22.12
703	1.95	0.50	2.45
704	9.14	4.99	14.14
705	14.19	11.63	25.82
706	7.10	10.54	17.63
707	12.75	102.09	114.84
708	0.50	0.95	1.45
709	7.24	11.07	18.32
710	0.79	0.26	1.05
711	4.00	8.64	12.65
712	0.33	0.83	1.17
713	5.39	9.54	14.93
714	4.58	30.10	34.67
715	8.36	9.28	17.65
716	19.51	115.37	134.88
717	0.87	1.51	2.38
718	4.58	7.98	12.56
719	4.99	2.81	7.80

ID	EL	ЭК	VaR
720	2.25	1.06	3.31
721	18.63	41.52	60.15
722	10.82	16.94	27.75
723	73.43	328.78	402.22
724	59.26	282.11	341.37
725	0.66	0.54	1.20
726	3.61	11.54	15.14
727	1.88	11.77	13.65
728	2.08	7.82	9.90
729	1.09	5.43	6.52
730	3.55	14.10	17.65
731	16.43	44.42	60.85
732	5.96	17.38	23.34
733	11.80	18.05	29.84
734	0.46	1.84	2.30
735	2.07	9.16	11.23
736	4.91	15.01	19.93
737	3.05	21.17	24.23
738	5.53	16.76	22.29
739	1.96	15.95	17.91
740	0.41	1.74	2.15
741	2.28	6.34	8.62
742	3.70	9.80	13.50
743	10.06	12.09	22.15
744	0.00	0.00	0.00
745	17.81	65.94	83.75
746	0.47	2.68	3.16
747	3.46	4.02	7.48

ID	EL	ЭК	VaR
748	0.57	0.48	1.05
749	0.06	0.04	0.11
750	3.70	13.09	16.80
751	11.41	30.18	41.58
752	10.01	16.41	26.43
753	15.76	55.08	70.83
754	2.24	7.12	9.36
755	4.32	7.04	11.36