



Научная библиотека СПбГУ



1000410425

4  
18027

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени А. И. ГЕРЦЕНА

На правах рукописи

ЛЮБЛИНСКАЯ ИРИНА ЕФИМОВНА

ВЛИЯНИЕ ЗАТУХАНИЯ ОДНОЧАСТИЧНЫХ УРОВНЕЙ  
НА ЭЛЕКТРОННЫЕ СВОЙСТВА ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Специальность 01.04.07. – физика твердого тела

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

Доктор физико-математических наук,  
профессор КОНДРАТЬЕВ А. С.

Ленинград – 1991

16931

H

ИЗВЕЩЕНИЕ ОБ ИТОГАХ РАБОТЫ  
НА ПЕРИОД С 1.01.1951 ПО 31.12.1951  
ИМЕНИ А.Н. ТИШИН

на правах выписки



ИЗВЕЩЕНИЕ

НА ПЕРИОД С 1.01.1951 ПО 31.12.1951  
ИМЕНИ А.Н. ТИШИН

71119  
01

Государственная библиотека СССР - Москва

ИЗВЕЩЕНИЕ НА ПЕРИОД С 1.01.1951 ПО 31.12.1951  
ИМЕНИ А.Н. ТИШИН

ИЗВЕЩЕНИЕ НА ПЕРИОД С 1.01.1951 ПО 31.12.1951  
ИМЕНИ А.Н. ТИШИН

1951 - 1951

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	стр.
ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. Обзор литературы.....	4
2. Общая характеристика работы.....	19
I. МЕТОД ФУНКЦИИ ГРИНА ДЛЯ НЕРАВНОВЕСНЫХ ФЕРМИ-СИСТЕМ.....	25
1.1. Уравнения для функций Грина.....	25
1.2. Диаграммная техника для неравновесных систем.....	38
1.3. Квантовое кинетическое уравнение при учете затухания одночастичных энергетических уровней.....	46
II. ПРИМЕНЕНИЕ ОБЩЕГО ФОРМАЛИЗМА ДЛЯ КВАЗИДВУМЕРНЫХ СИСТЕМ В ПОПЕРЕЧНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ .....	51
2.1. Обобщенные кинетические уравнения для электронной жидкости квазидвумерной ферми-системы.....	51
2.2. Уравнения для электронной жидкости размерно-кванто- ванной пленки в поперечном магнитном поле.....	57
2.3. Стационарное состояние размерно-квантованной пленки в магнитном поле.....	65
III. ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА В РАЗМЕРНО-КВАНТОВАННОЙ ПЛЕНКЕ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ.....	71
3.1. Проводимость и термо-э. д. с. размерно-квантованной пленки в магнитном поле.....	71
3.2. Диагональный компонент тензора термо-э. д. с. в квантующем магнитном поле.....	83
3.3. Осцилляции недиагонального компонента тензора термо-э. д. с. в квантующем магнитном поле.....	90
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	97

ПРИЛОЖЕНИЕ. Спектральное представление для запаздывающей функции Грина.....	100
ЛИТЕРАТУРА.....	103

## ВВЕДЕНИЕ

## 1. Обзор литературы.

Экспериментальное и теоретическое исследование влияния межчастичных эффектов на электронные свойства твердых тел ведется на протяжении нескольких десятилетий. Однако, несмотря на достаточно длительное изучение и большое количество накопленного экспериментального материала, остается открытой проблема теоретического объяснения многих явлений, обнаруженных в последние годы, в частности, в кристаллических и полупроводниковых низкоразмерных структурах.

Это связано, в первую очередь с тем, что в реальных электронных системах межчастичное взаимодействие уже не является малым и теория возмущений вообще говоря не применима. Последовательная теория, учитывающая эффекты межчастичного взаимодействия, была создана в 1957 г. В.П.Силиным [63, 64] на основе обобщения предложенной годом раньше Л.Д.Ландау теории квантовой Ферми-жидкости [49]. Феноменологическая теория электронной жидкости Ландау-Силина полно учитывает межчастичные корреляции и не ограничена узкими рамками тех или иных представлений.

Вследствие отсутствия малого параметра, по которому можно было бы развить теорию возмущений для учета межэлектронного взаимодействия, ферми-жидкостной подход представляется единственной теорией, последовательно учитывающей эффекты электронной корреляции. Такой подход широко применялся и применяется в настоящее время при изучении неравновесных свойств ферми-систем. Так в работе [11] в рамках теории Ландау-Силина вычисляется интеграл столкновений и строится кинетическое

уравнение нормальной ферми-жидкости. Ферми-жидкостной подход оказывается перспективным при теоретическом описании таких систем, как переходные магнитоупорядоченные металлы [43, 44] и сверхтекучие ферми-системы [42]. Колебания электронной жидкости тонких металлических пленок теоретически изучены в [33, 38]. Теория ферми-жидкости оказывается удобной и при описании квазидвумерных полупроводниковых гетероструктур, например, в [107] в рамках ферми-жидкостного подхода рассчитывают эффективную массу и плотность состояний при учете электрон-электронного и электрон-фононного взаимодействий, в [152] с помощью теории Ландау-Силина вычисляют спиновые и зарядовые флуктуации, обусловленные межчастичным взаимодействием.

При этом зачастую оказываются неясными границы применимости данного ферми-жидкостного подхода и встает проблема обоснования феноменологической теории электронной жидкости с помощью микроскопического подхода [35]. Одно из направлений микроскопического обоснования теории ферми-жидкости связано с попытками теоретического вычисления входящих в теорию параметров [102]. Поскольку в интересующих нас системах ряды теории возмущений по учету межчастичного взаимодействия расходятся, строгий расчет этих параметров невозможен. Поэтому при вычислении ограничиваются конкретным набором "наиболее существенных" диаграмм, которые выбирают из качественных физических соображений [3, 118]. Естественно ожидать, что результаты таких расчетов лишь по порядку величины будут соответствовать феноменологическим параметрам. О точном количественном согласии речи нет в связи с отсутствием малого параметра.

Другой путь основывается на использовании точных интегро-функциональных уравнений Швингера в квантовой теории поля

[135]. Основоположниками этого подхода были Каданов и Бейм, которые в работе [23] получили квантовые кинетические уравнения для взаимодействующих ферми-систем и проанализировали допущения, при которых эти уравнения приводят к уравнениям ферми-жидкости. В [111], например, на основе этого метода в однозонном приближении было выведено кинетическое уравнение для электронной жидкости, учитывающее наличие периодического потенциала, в [131] проведено построение микроскопической теории электронной жидкости нормальных металлов при учете электрон-фононного взаимодействия, в [132] - при учете одновременно межэлектронного и электрон-фононного взаимодействий.

В настоящее время при теоретическом описании свойств произвольных неравновесных систем наиболее перспективными представляются метод Каданова и Бейма [23] и диаграмная техника Келдыша [25]. Эти подходы, являясь различными вариантами метода неравновесных квантовых функций Грина [56, 60, 127], позволяют в общем виде получать уравнения, описывающие явления переноса при произвольном отклонении системы от равновесия, что определяет эффективность их использования при исследовании конкретных физических процессов [43, 55, 79, 108-110, 113-115, 133].

В связи с этим представляет интерес вопрос о соотношении между ними. Ряд авторов делают утверждения о частичной или полной эквивалентности этих методов. Так, в работе [110] утверждается, что указанные методы эквивалентны с точностью до квадратичных по возмущению членов. Некоторые авторы считают необходимым привести доказательство справедливости полученных результатов в рамках обоих подходов [70, 100, 103], что, несомненно, свидетельствует о том, что обсуждаемые методы не рассматриваются ими как совпадающие. В работах [78, 117, 123] без каких-либо

доказательств высказывается предположение о полной эквивалентности указанных подходов.

Таким образом, анализ литературы показывает, что вопрос о соотношении техники Келдыша и метода Каданова и Бейма еще окончательно не решен.

Несомненный теоретический и практический интерес представляет дальнейшая разработка метода Каданова-Бейма. Благодаря найденным в [115] алгебраическим свойствам квантовых кинетических уравнений Каданова и Бейма, их удалось обобщить на случай сильных магнитных полей. В работе [115] на основе этой модификации были теоретически изучены эффекты спинового резонанса в магнитных сплавах. В [37] был предложен изящный способ перехода к смешанному (вигнеровскому) представлению [65] в уравнениях Каданова и Бейма, что позволило записать их в виде формально замкнутой системы точных уравнений для функций Грина без каких-либо предположений о величине межчастичного взаимодействия. Следует отметить, что в рамках метода Каданова и Бейма имеются возможности как к обобщению результатов на более сложные случаи, так и к строгой оценке условий справедливости используемого приближения. Поэтому задача дальнейшей разработки и модификации варианта Каданова и Бейма метода неравновесных квантовых функций Грина остается по-прежнему актуальной.

Одним из проявлений межчастичных эффектов является затухание одночастичных энергетических уровней, приводящее к появлению целого ряда эффектов в ферми-системах с сильным межчастичным взаимодействием. Так в работе [140] было обнаружено, что электрон-электронное взаимодействие увеличивает проводимость и термо-э.д.с. в сильном магнитном поле при низких температурах. Изменение знака термо-э.д.с. в массивном образце наблюдалось в

[54], что связывалось с электронно-дырочными переходами. В [141] экспериментально определялись поправки к проводимости полупроводниковых гетероструктур, обусловленные эффектами затухания одночастичных уровней при промежуточных значениях магнитных полей. Квантовые поправки к термо-э.д.с., обусловленные рассеянием на фононах и примесях были рассчитаны в [8,9]. Влияние ферми-жидкостного взаимодействия на спектр квантовых спиново-акустических волн в металлах было изучено в [59]

Уже при вычислении равновесных свойств систем с сильно взаимодействующими ферми-частицами затухание уровней приводит к появлению поправок в функциях распределения [16]. Наиболее существенные следствия эффектов затухания проявляются в квазидвумерных системах, к которым относятся, например, проводящие и полупроводниковые тонкопленочные покрытия, полупроводниковые гетероструктуры и сверхрешетки [145, 151]. При теоретическом описании явлений переноса в таких системах в настоящее время используются различные подходы. Так, например, в [107] строится многочастичная теория квазидвумерного электронного газа при учете электрон-электронного и электрон-фононного взаимодействий в рамках приближения случайной фазы. В [94] коэффициенты переноса и столкновительное уширение уровней определяются в рамках теории возмущений. В работах [82, 83, 86, 96] решается уравнение Больцмана с модельными представлениями о характере процессов рассеяния в системе. Следует также отметить использование теории линейного отклика (формул Кубо) при исследовании явлений переноса во внешних полях [87, 124]. В [105] строится теория классического эффекта Холла в слабом магнитном поле при учете конечного затухания одночастичных состояний. Однако, единая микроскопическая теория, позволяющая изучать

явления переноса в таких системах со строгой оценкой приближений и границ применения, разработана гораздо меньше теории кристаллического состояния массивных образцов, что связано в значительной степени с существенной пространственной неоднородностью этих систем.

В то же время развитие методов выращивания кристаллов, таких как молекулярно-лучевая эпитаксия [85, 90], жидкофазная эпитаксия [62, 148] и металлорганическое осаждение из паровой фазы [89, 93], сделало возможным создание полупроводниковых структур с точно контролируемыми свойствами. В результате эти объекты стали доступными для экспериментальных исследований, что естественно способствовало резкому повышению интереса к этим системам и привело к появлению большого количества экспериментальных работ, пока не нашедших строгого теоретического описания.

По своим свойствам квазидвумерные системы существенно отличаются от массивного образца. Причиной этого отличия является малость толщины образца по сравнению с различными параметрами, характеризующими поведение носителей тока. Это приводит к возникновению размерных эффектов в электронных свойствах таких систем [27, 31, 45]. Если толщина пленки сравнима с длиной свободного пробега электрона, то говорят о классическом размерном эффекте, который обусловлен ограничением движения электронов границами образца [60, 89, 142].

Квантовый размерный эффект имеет место, если толщина пленки оказывается одного порядка с де-бройлевской длиной волны электронов. В этом случае движение электронов поперек пленки оказывается квантованным, так что зона проводимости разбивается на ряд двумерных подзон [14, 15, 32, 53, 67]. Аналогичная ситуация реализуется в инверсионных и обогащенных слоях вблизи

поверхности в полупроводнике, где также, как и в пленках, имеет место квантование движения носителей тока в направлении, перпендикулярном поверхности образца [75, 93, 104, 136]. Во всех этих случаях движение носителей сильно ограничено по одному направлению, так что электронная система является по своим свойствам двумерной.

Интенсивное исследование электронных свойств квазидвумерных систем, ведущееся в последнее время, обусловлено рядом причин.

Во-первых, развитие микроэлектроники требует создания элементов с улучшенными рабочими параметрами, которые в первую очередь определяются процессами переноса вблизи поверхности. Во-вторых, развитие технологии выращивания кристаллов, позволяющей с высокой точностью воспроизводить структуры с заданными свойствами, делает их доступными для широкого круга исследователей, что приводит к получению новых физических результатов. В-третьих, открываются возможности по практическому применению новых, присущих только квазидвумерным системам, физических свойств во многих областях новой технологии [69, 142].

Достаточно подробное изложение теории квантовых размерных эффектов в тонких пленках содержится в обзоре [67], где обсуждаются также результаты соответствующих экспериментальных исследований. Идея размерного квантования применительно к тонким пленкам была развита в работе [38]. Микроскопический подход к изучению квантового размерного эффекта в полупроводниковых структурах предложен в [106].

Одним из существенных проявлений квантового размерного эффекта является осцилляционный характер зависимости равновесных и кинетических свойств тонких пленок от их толщины [30, 136]. Это обусловлено главным образом осцилляциями электронной плотности

состояний при изменении толщины пленки.

Наличие квантующего магнитного поля, перпендикулярного поверхности пленки, приводит к тому, что энергетический спектр электронов становится чисто дискретным. В результате появляется осцилляционная зависимость физических свойств тонких пленок от магнитного поля. Например, осцилляции проводимости наблюдались в [30], сопротивления в зависимости от толщины пленки — в [136], влияние эффектов рассеяния на проводимость и подвижность в условиях размерного квантования движения носителей тока — в [138], влияния размеров образца на температурную зависимость холловской подвижности — в [76].

При теоретической интерпретации экспериментальных данных об осцилляционной зависимости различных физических характеристик от толщины пленки появляются трудности, обусловленные тем, что пленки разной толщины могут быть неодинаковыми по структуре. Поэтому особый интерес представляет исследование ситуаций, в которых осцилляционная зависимость наблюдается на одном образце при совместном действии пленочного потенциала и внешнего магнитного поля [13, 14, 18, 88, 104].

Одновременно с изучением электронных свойств тонких пленок велось исследование квазидвумерного газа в инверсионных каналах, начатое после того, как было показано, что проводимость в приповерхностном слое полупроводника носит двумерный характер. Подробный обзор литературы по явлениям переноса содержится в [72]. Некоторые теоретические аспекты расчета проводимости квазидвумерных систем рассмотрены в работах [68, 75], где исследовалось рассеяние носителей на акустических фонах, заряженных примесях, а также рассеяние, связанное с неупорядоченностью структуры полупроводника. Влияние

электрон-фононного взаимодействия на термоэлектрические свойства в сверхпроводящих тонких пленках анализировались в [29].

Открытие в 1980 г. интегрального квантового эффекта Холла [149] породило поток работ, связанных с изучением явлений переноса в размерно-квантованных системах в сильном магнитном поле, в первую очередь проводимости (сопротивления) [98, 121, 122, 150]. Подробный обзор экспериментальных и теоретических работ, посвященных этим проблемам проводится в [143]. Особые условия наблюдения квантового эффекта Холла способствовали появлению теоретических работ, посвященных изучению этих условий, в частности в работе [125] анализировалось влияние эффектов затухания на существование квантового эффекта Холла.

Продолжая исследование квантового эффекта Холла и теорий, развитых, чтобы объяснить точное квантование холловской проводимости [71, 73, 74, 116, 120, 134], интерес многих ученых перенесся на явление термо-э.д.с. при тех же низких температурах и сильных магнитных полях, при которых наблюдается квантовый эффект Холла. Ограничимся указанием основных моментов исследования этого явления в квазидвумерных системах.

В [35] исследована температурная зависимость осцилляций химического потенциала носителей в размерно-квантованной пленке при изменении величины квантующего магнитного поля или толщины образца. Вычислены также равновесные характеристики электронов, в частности, энтропия. Особенность полученного результата заключается в том, что в пренебрежении уширением уровней Ландау энтропия при понижении температуры остается конечной, если последний из занятых уровней заполнен лишь частично. Задача нахождения термо-э.д.с. тонкой пленки полупроводника в квантующем магнитном поле при учете температурной зависимости химического

потенциала впервые была рассмотрена в работах [20, 95]. Для величины термо-э.д.с. в [20, 95] получено явное выражение, которое показывает, что термо-э.д.с. квазидвумерного слоя может существенно превышать значение соответствующей величины в массивном образце [58]. Зависимость термо-э.д.с. от магнитного поля носит осциллирующий характер, достигая максимальных значений в области значений поля, отвечающих ситуации, когда последний из уровней заполнен наполовину. В случае заполнения целого числа уровней термо-э.д.с. пренебрежимо мала. Учет конечной ширины уровней Ландау позволил исследовать низкотемпературное поведение энтропии, которое показывает, что энтропия стремится к нулю в полном соответствии с тем, что при учете уширения основное состояние рассматриваемой системы становится невырожденным.

Позднее задача о нахождении термо-э.д.с. квазидвумерного слоя в условиях квантового эффекта Холла рассматривалась многими авторами [129, 130, 153]. Микроскопический вывод выражения для термо-э.д.с. с помощью формул Кубо был получен в [95, 97, 139] в газовом приближении, в чисто методической работе [48] предложен способ расчета диффузионной термо-э.д.с., аналогичный [20]. Ссылки на оригинальные работы можно найти в [97]. Экспериментальные исследования подтвердили основные выводы работ [20, 96]. В частности, в [92, 128, 137, 139, 144, 146] было показано, что термо-э.д.с. квазидвумерной системы осциллирует в сильных магнитных полях, достигая максимальных значений при наполовину заполненном последнем уровне Ландау, а в случае целого числа заполненных уровней близка к нулю. Вместе с тем, имеются отличия от предсказанного поведения в температурной зависимости термо-э.д.с. [91, 92, 112, 126, 137, 145], что связывается с эффектом электрон-фононного увлечения. Соответствующая оценка

была сделана в работах [24, 121]. В работе [153] был предложен термодинамический подход, рассматривающий рассеяние электронов на примесях в качестве причины температурной зависимости термо-э.д.с. Было показано, что с уменьшением температуры термо-э.д.с. также должна уменьшаться. Однако, предложенные теоретические результаты оказались в полном противоречии с экспериментом [145], где было обнаружено возрастание амплитуды осцилляций термо-э.д.с. при низких температурах. В работе [128] помимо диагонального компонента тензора термо-э.д.с. было обнаружено существование отличного от нуля недиагонального компонента тензора термо-э.д.с. с особым характером осцилляций в магнитном поле, для которого предложенная в [96, 143] теория предсказывала нулевое значение. Более поздние экспериментальные работы [147, 91] подтвердили существование данного явления, что показало необходимость более детального теоретического описания этого явления.

Остановимся более подробно на результатах эксперимента по изучению недиагонального компонента тензора термо-э.д.с., которые не получили теоретического объяснения. В [128] были изучены компоненты тензора термо-э.д.с. гетероструктур типа  $\text{GaAs-Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ , где было впервые получено, что недиагональный компонент тензора термо-э.д.с. отличен от нуля и осциллирует при изменении величины магнитного поля, однако, характер этих осцилляций в корне отличается от характера осцилляций диагонального компонента (Рис.1). Дело в том, что при определенном значении магнитного поля, соответствующего прохождению уровня Ферми через центр второго уровня Ландау, знак осцилляций  $\alpha_{xy}$  меняется. Такое поведение наблюдалось авторами работы для различных по своим свойствам образцов. Абсолютное

значение амплитуды осцилляций оказалось в среднем в 2-6 раз меньше, чем амплитуда осцилляций диагонального компонента тензора

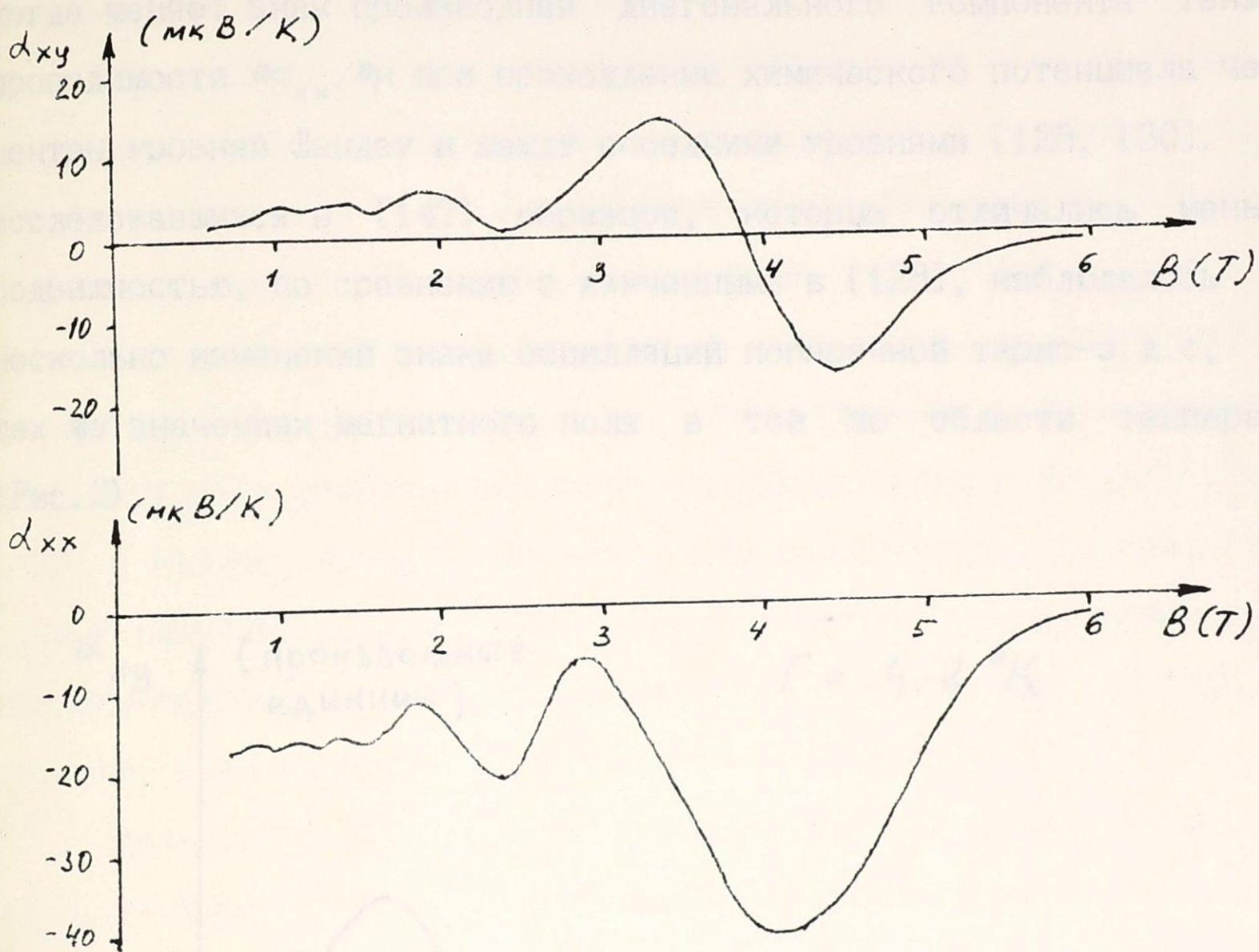


Рис.1. Зависимости  $\alpha_{xy}$  и  $\alpha_{xx}$  от магнитного поля при  $2^{\circ}\text{K} < T < 5^{\circ}\text{K}$ , при значениях подвижности образцов в интервале  $4.1 \div 10.7 \text{ м}^2\text{В}^{-1}\text{с}^{-1}$ .

термо-э.д.с. Ссылаясь на отсутствие теоретического объяснения поведения  $\alpha_{xy}$  в зависимости от внешнего магнитного поля, авторы

предположили, что изменение знака термо-э.д.с. может объясняться изменением роли различных вкладов в эту величину, не уточняя какие именно процессы приводят к данному эффекту.

В более поздней работе тех же авторов [147] высказывается предположение о возможном изменении знака поперечной термо-э.д.с. когда меняет знак производная диагонального компонента тензора проводимости  $\partial\sigma_{xx}/\partial\mu$  при прохождении химического потенциала через центры уровней Ландау и между соседними уровнями [128, 130]. Для исследованных в [147] образцов, которые отличались меньшей подвижностью, по сравнению с изученными в [128], наблюдалось уже несколько изменений знака осцилляций поперечной термо-э.д.с. при тех же значениях магнитного поля в той же области температур (Рис. 2).

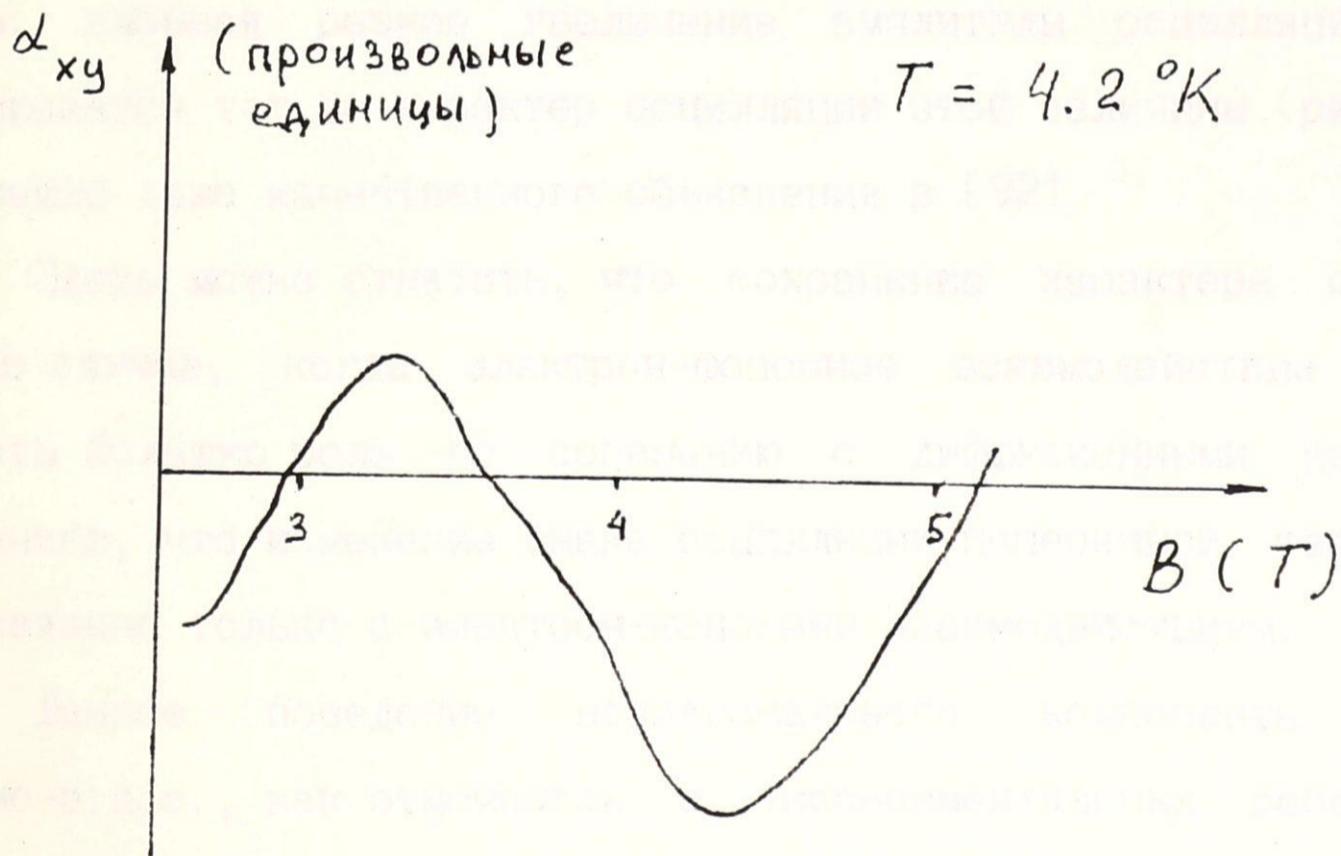


Рис. 2. Зависимость  $\alpha_{xy}$  от магнитного поля при подвижностях образцов в интервале от  $5000 \text{ см}^2\text{В}^{-1}\text{с}^{-1}$  до  $200\,000 \text{ см}^2\text{В}^{-1}\text{с}^{-1}$ .

В работе [92] были экспериментально исследованы термоэлектрические свойства гетероструктур того же типа, и вновь получены специфические осцилляции компонента тензора термо-э.д.с.  $\alpha_{xy}$ . Существование отличной от нуля поперечной термо-э.д.с. этими авторами связывается с эффектами рассеяния электронов на примесях, однако, это не объясняет характера осцилляций. Изучая влияние подвижности и концентрации электронов на величину и характер осцилляций обоих компонентов тензора термо-э.д.с. в достаточно широком диапазоне температур, авторы работы [92] также обнаружили изменения знака осцилляций  $\alpha_{xy}$  (Рис. 3, 4). В частности, ими отмечается, что форма осцилляций в этих случаях находится в соответствии с диффузионным происхождением термо-э.д.с. и отражает характер изменения функции  $\partial\sigma_{xx}/\partial\mu$ . Более того, в случае, когда фононное торможение играет существенную роль, вызывая резкое увеличение амплитуды осцилляций  $\alpha_{xy}$ , наблюдается тот же характер осцилляций этой величины (рис. 4), что не нашло даже качественного объяснения в [92].

Здесь можно отметить, что сохранение характера осцилляций  $\alpha_{xy}$  в случае, когда электрон-фононное взаимодействие начинает играть большую роль по сравнению с диффузионными процессами, означает, что изменение знака осцилляций поперечной термо-э.д.с. не связано только с электрон-фононным взаимодействием.

Данное поведение недиагонального компонента тензора термо-э.д.с., как отмечалось в экспериментальных работах [92, 128, 147], явилось неожиданным, не объясненным в теории фактом.

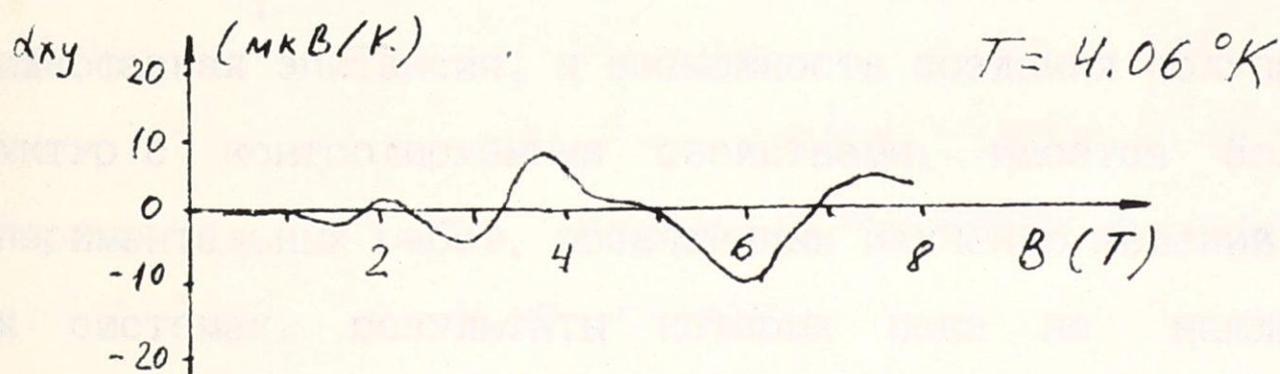
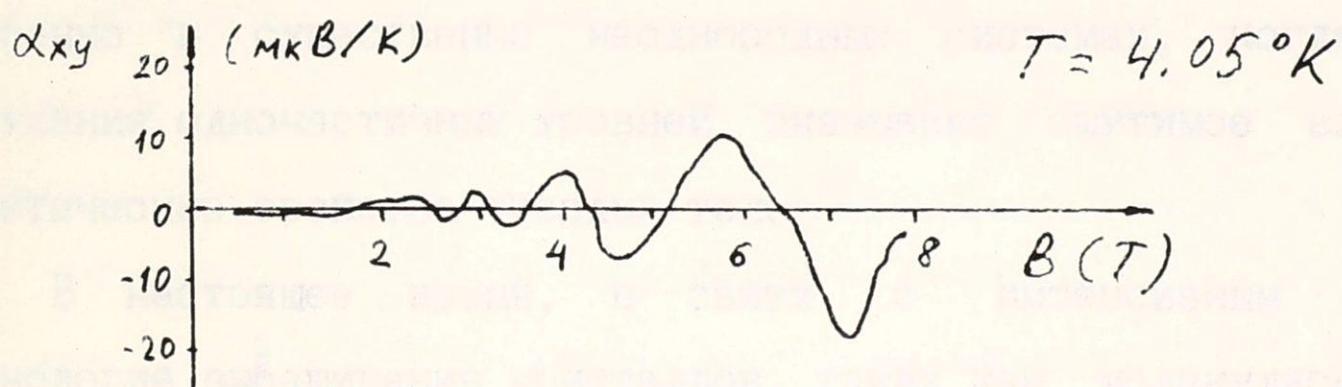
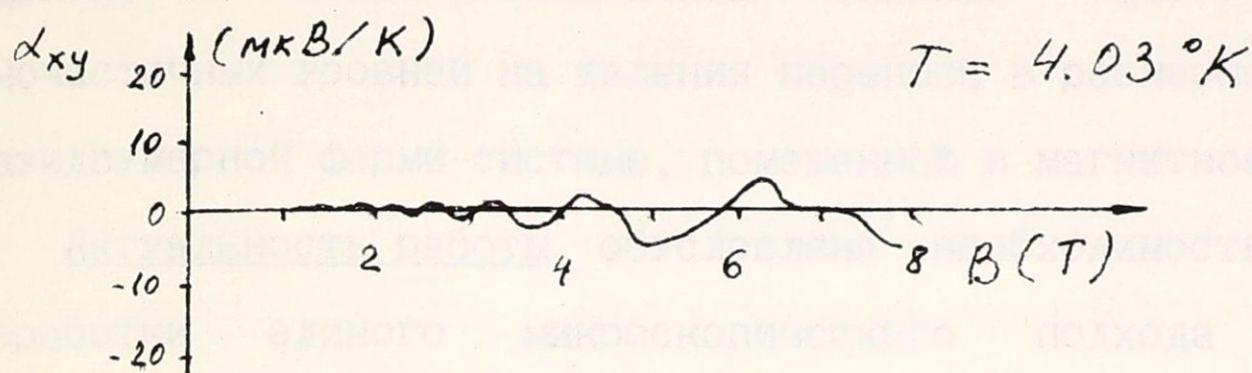
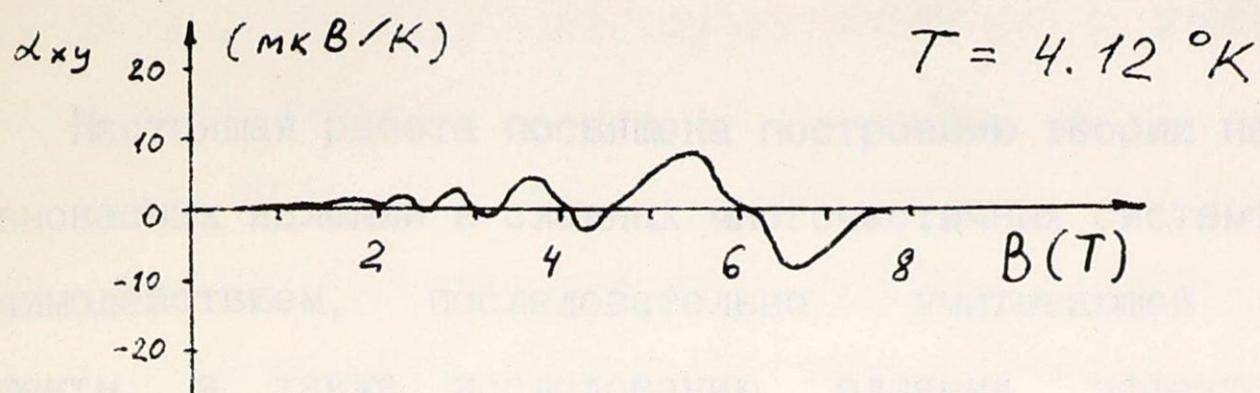


Рис. 3. Зависимость  $\alpha_{xy}$  от магнитного поля для образцов с подвижностями  $19.3 \text{ м}^2\text{В}^{-1}\text{с}^{-1}$  и  $18.2 \text{ м}^2\text{В}^{-1}\text{с}^{-1}$ .

Рис. 4. Зависимость  $\alpha_{xy}$  от магнитного поля для оптически полированных образцов с подвижностями  $4.2 \text{ м}^2\text{В}^{-1}\text{с}^{-1}$  и  $18.6 \text{ м}^2\text{В}^{-1}\text{с}^{-1}$ .

## 2. Общая характеристика работы

Настоящая работа посвящена построению теории неравновесных и равновесных явлений в сложных многочастичных системах с сильным взаимодействием, последовательно учитывающей межчастичные эффекты, а также исследованию влияния эффектов затухания одночастичных уровней на явления переноса в размерно-квантованной квазидвумерной ферми-системе, помещенной в магнитное поле.

Актуальность работы обусловлена необходимостью дальнейшей разработки единого микроскопического подхода к описанию кинетических свойств твердых тел, позволяющего изучать явления переноса в системах сильно-взаимодействующих ферми-частиц, особенно в существенно неоднородных системах, когда эффекты затухания одночастичных уровней оказывают ощутимое влияние на кинетические свойства твердых тел.

В настоящее время, в связи с интенсивным развитием технологий выращивания кристаллов, таких как молекулярно-лучевая и жидкофазная эпитаксия, и возможность создания полупроводниковых структур с контролируемыми свойствами, имеется большое число экспериментальных работ, посвященных изучению явлений переноса в этих системах, результаты которых пока не нашли строгого теоретического объяснения. Применение этих структур в технике, особенно в микроэлектронике, требует создания новых элементов с улучшенными рабочими параметрами, которые в первую очередь определяются процессами переноса.

В связи с этим весьма актуальным является создание теории неравновесных и равновесных явлений в сильно-коррелированных системах, последовательно учитывающей влияние эффектов затухания одночастичных уровней на электронные свойства кристаллов и

полупроводников.

Научная новизна : В результате работы в рамках дальнейшей модификации варианта Каданова и Бейма метода неравновесных квантовых функций Грина впервые найдены точные решения для запаздывающих и опережающих функций Грина и спектральной функции в виде разложений по обобщенным скобкам Пуассона.

Доказана эквивалентность диаграммной техники Келдыша и метода Каданова и Бейма.

Выведено квантовое кинетическое уравнение при учете затухания одночастичных энергетических уровней и показано, что с точностью до квадратичных по затуханию членов спектр коллективных возбуждений системы взаимодействующих ферми-частиц не меняется, в то время как в равновесных характеристиках системы необходим учет поправок, обусловленных затуханием одночастичных энергетических уровней.

Впервые получена формула для недиагонального компонента тензора термо-э.д.с. размерно-квантованной пленки, помещенной в квантующее магнитное поле, при учете размытия одночастичных энергетических уровней за счет корреляционных эффектов, позволяющая объяснить сложное осцилляционное поведение этой величины в зависимости от магнитного поля.

Теоретическое значение работы заключается в дальнейшей разработке микроскопической теории неравновесных и равновесных явлений в системах сильно-взаимодействующих ферми-частиц, учитывающей влияние эффектов затухания на кинетические свойства твердых тел, в установлении соответствия между методами Каданова-Бейма и Келдыша, которые являются основными современными средствами исследования неравновесных свойств квантовых систем сильно-взаимодействующих частиц.

Практическое значение. Разработанный микроскопический подход к теоретическому описанию квантовых систем при учете межчастичных эффектов может быть использован как при объяснении многих появившихся в последнее время экспериментальных данных, в частности, относительно тонких пленок на основе гетероструктур, так и при прогнозировании новых физических эффектов в таких системах, помещенных во внешние поля.

В первой главе предлагается модификация варианта Каданова и Бейма метода неравновесных квантовых функций Грина, позволяющая определить точные решения для запаздывающей и опережающей функций Грина и спектральной функции. Установлено соответствие между методом Каданова и Бейма и диаграммной техникой Келдыша, выводится квантовое кинетическое уравнение при учете затухания одночастичных энергетических уровней для систем сильно взаимодействующих фермионов.

В § 1.1 выводятся точные уравнения для корреляционных функций Грина, которые совместно с уравнениями для собственно-энергетических функций могут быть использованы при описании любых типов явлений переноса в ферми-системах. Решаются уравнения для запаздывающих и опережающих функций Грина и спектральной функции, при произвольном изменении внешнего потенциального поля в пространстве и во времени и без предположения о малости межчастичного взаимодействия.

В § 1.2 строго показана эквивалентность диаграммной техники Келдыша и метода Каданова и Бейма для произвольных неравновесных систем.

В § 1.3 дан вывод квантового кинетического уравнения при учете затухания одночастичных энергетических уровней.

Проанализированы условия, при которых необходимы поправки к ферми-жидкостному описанию равновесных и неравновесных свойств ферми-систем.

Во второй главе общий формализм, развитый в предыдущей главе, применяется к изучению размерно-квантованной пленки, помещенной в поперечное магнитное поле.

В § 2.1 построены обобщенные квантовые уравнения для электронной жидкости размерно-квантованной пленки в смешанном представлении в плоскости пленки в скрещенных электрическом и магнитном полях.

В § 2.2 в рамках линейного по внешнему электрическому полю приближения при выборе стандартного представления для корреляционной гриновской функции эти уравнения приводятся к уравнениям ферми-жидкостного типа, пригодным для анализа конкретных свойств системы при произвольном законе дисперсии носителей тока.

В § 2.3 найдено стационарное состояние размерно-квантованной пленки, помещенной в постоянное однородное магнитное поле в предположении о существовании долгоживущих квазичастичных состояний. Это предположение основано на условии, что в системе имеется малый параметр, представляющий собой отношение затухания одночастичных уровней к энергии циклотронного кванта.

Третья глава посвящена изучению явлений переноса в размерно-квантованной пленке в классическом и квантующем магнитных полях.

В § 3.1 выводятся аналитические выражения для компонентов тензора проводимости и термо-э.д.с. Анализируются условия существования отличного от нуля недиагонального компонента тензора термо-э.д.с. в зависимости от закона дисперсии электронов

и характера межчастичного взаимодействия.

В § 3.2 анализируется поведение диагонального компонента тензора термо-э.д.с. Рассмотрен вопрос о соответствии полученного выражения известным теоретическим и экспериментальным результатам в различных интервалах температур.

В § 3.3 исследуются осцилляции недиагонального компонента тензора термо-э.д.с. при изменении магнитного поля, изучается влияние межчастичных эффектов на характер осцилляций, производится численный расчет и сравнение с экспериментальными данными.

В заключении изложены основные выводы и обсуждаются некоторые вопросы теории электронных свойств твердых тел, которые могут получить дальнейшее развитие на основе полученных результатов.

#### ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Точные решения уравнений для запаздывающих и опережающих функций Грина, и спектральной функции, справедливые при произвольном изменении внешнего потенциального поля в пространстве и во времени без предположения о малости межчастичного взаимодействия в виде разложения по степеням обобщенных скобок Пуассона.
2. Доказательство эквивалентности диаграммной техники Келдыша и варианта Каданова и Бейма метода неравновесных квантовых функций Грина при произвольном изменении внешнего потенциального поля в пространстве и во времени, без предположения о малости межчастичного взаимодействия.
3. Квантовое кинетическое уравнение для систем сильно взаимодействующих ферми-частиц при учете затухания одночастичных

энергетических уровней.

4. Формулы для компонент тензора термо-э.д.с. размерно-квантованной пленки при наличии квантующего магнитного поля, позволяющие интерпретировать поведение компонент тензора термо-э.д.с. в тонких пленках в квантующем магнитном поле.

## I. МЕТОД ФУНКЦИИ ГРИНА ДЛЯ НЕРАВНОВЕСНЫХ СИСТЕМ.

## 1.1. Уравнения для функций Грина.

В настоящем разделе на основе модификации варианта Каданова и Бейма метода неравновесных квантовых функций Грина [34, 115] будут найдены точные решения уравнений для запаздывающих и опережающих функций Грина и спектральной функции, справедливые при произвольном изменении внешнего потенциального поля в пространстве и во времени и без предположения о малости межчастичного взаимодействия [38].

Гамильтониан электронной системы выбирается стандартным образом [44]. Усреднение проводится по большому каноническому ансамблю собственных состояний системы в момент времени, предшествующий адиабатическому включению возмущения.

Уравнения для гриновских функций  $g$  получаются обычным образом с помощью уравнений движения для операторов поля в гейзенберговском представлении. Следуя [23], вводятся функции Грина от комплексного временного аргумента  $G$ , для которых оказывается возможным получить замыкающие соотношения [23].

Уравнения для  $G$  имеют вид:

$$\left[ i \frac{\partial}{\partial t_1} - \epsilon(r_1) - U(1) \right] G(1, 1') = \delta(1-1') + \int_{t_0}^{t_0 - i\beta} d2 \Sigma(1, 2) G(2, 1'); \quad (1.1.1)$$

$$\left[ -i \frac{\partial}{\partial t'_1} - \epsilon(r'_1) - U(1') \right] G(1, 1') = \delta(1-1') +$$

$$t_0 - i\beta + \int_{t_0} d2 G(1,2) \Sigma(2,1'); \quad (1.1.2)$$

где  $\Sigma$  — массовый оператор, удовлетворяющий интегро-функциональному уравнению [23]:

$$\Sigma(1,2) = -i \delta(1-2) \int d3 V(1,3) G(3,3) + i V(1,2) G(1,2) + i \int d3 d4 V(1,3) G(1,4) \frac{\delta \Sigma(4,2)}{\delta U(3)}, \quad (1.1.3)$$

$$V(1,1') = u(r_1 - r_1') \delta(t_1 - t_1').$$

Связь между функциями Грина от вещественных и комплексных временных аргументов устанавливается путем перехода от гейзенберговского представления к представлению взаимодействия для  $\mathcal{G}^{\lessgtr}$  при условии, что внешнее поле  $U(t)$  является аналитической функцией времени при  $-\beta < \text{Im}t < 0$ , где  $\beta$  — параметр распределения Гиббса [23]. В результате уравнения для функций  $\mathcal{G}^{\lessgtr}$  записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned} \left[ i \frac{\partial}{\partial t_1} - h(r_1) - U(1) \right] \mathcal{G}^<(1,1') &= \int_{-\infty}^{+\infty} d2 \sigma^{\text{HF}}(1,2) \mathcal{G}^<(2,1') + \\ &+ \int_{-\infty}^{t_1} d2 \left[ \sigma^>(1,2) - \sigma^<(1,2) \right] \mathcal{G}^<(2,1') - \\ &- \int_{-\infty}^{t_1'} d2 \sigma^<(1,2) \left[ \mathcal{G}^>(2,1') - \mathcal{G}^<(2,1') \right]; \end{aligned} \quad (1.1.4)$$

$$\begin{aligned} \left[ i \frac{\partial}{\partial t_1} - h(r_1) - U(1) \right] \mathcal{G}^>(1,1') &= \int_{-\infty}^{+\infty} d2 \sigma^{\text{HF}}(1,2) \mathcal{G}^>(2,1') + \\ &+ \int_{-\infty}^{t_1} d2 \left[ \sigma^>(1,2) - \sigma^<(1,2) \right] \mathcal{G}^>(2,1') - \end{aligned}$$

$$- \int_{-\infty}^{t'_1} d2 \sigma^>(1,2) [ g^>(2,1') - g^<(2,1') ]; \quad (1.1.5)$$

$$\left[ -i \frac{\partial}{\partial t'_1} - h(r'_1) - U(1') \right] g^<(1,1') = \int_{-\infty}^{+\infty} d2 g^<(1,2) \sigma^{\text{HF}}(2,1') +$$

$$+ \int_{-\infty}^{t_1} d2 [ g^>(1,2) - g^<(1,2) ] \sigma^<(2,1') -$$

$$- \int_{-\infty}^{t'_1} d2 g^<(1,2) [ \sigma^>(2,1') - \sigma^<(2,1') ]; \quad (1.1.6)$$

$$\left[ -i \frac{\partial}{\partial t'_1} - h(r'_1) - U(1') \right] g^>(1,1') = \int_{-\infty}^{+\infty} d2 g^>(1,2) \sigma^{\text{HF}}(2,1') +$$

$$+ \int_{-\infty}^{t_1} d2 [ g^>(1,2) - g^<(1,2) ] \sigma^>(2,1') -$$

$$- \int_{-\infty}^{t'_1} d2 g^>(1,2) [ \sigma^>(2,1') - \sigma^<(2,1') ]. \quad (1.1.7)$$

Для дальнейших преобразований уравнения (1.1.4) – (1.1.7) удобно переписать в смешанном (вигнеровском) представлении [65]. Вместо того, чтобы непосредственно проводить фурье-преобразование уравнений (1.1.4) – (1.1.7), поступим следующим образом. Вернемся к уравнениям (1.1.1), (1.1.2) и запишем соотношения типа

$$D(1,1') = \int d2 A(1,2) B(2,1'), \quad (1.1.8)$$

входящие в правые части (1.1.1), (1.1.2), в символическом виде  $D = A B$ . Переходя в (1.1.8) к пределу  $t_0 \rightarrow -\infty$  и вводя обозначения

$$A^r(1,1') = [ A^>(1,1') + A^<(1,1') ] \theta(t_1 - t'_1);$$

$$A^a(1,1') = - [ A^>(1,1') + A^<(1,1') ] \theta(t'_1 - t_1), \quad (1.1.9)$$

приходим к выражению [115]:

$$D^{\lessgtr} = A^r B^{\lessgtr} + A^{\lessgtr} B^a, \quad (1.1.10)$$

где интегрирование по временной переменной производится в пределах от  $-\infty$  до  $+\infty$ .

Аналогичное соотношение справедливо и для величины  $E = ABC$ :

$$E^{\lessgtr} = A^r B^r C^{\lessgtr} + A^r B^{\lessgtr} C^a + A^{\lessgtr} B^a C^a \quad (1.1.11)$$

В общем случае, когда  $D = A_1 A_2 \dots A_n$ , выполняется следующее равенство [42]:

$$D^{\lessgtr} = \sum_{k=1}^n A_1^r \dots A_{k-1}^r A_k^{\lessgtr} A_{k+1}^a \dots A_n^a. \quad (1.1.12)$$

При получении (1.1.11), (1.1.12) учтено, что

$$(A_1 \dots A_n)^{r,a} = A_1^{r,a} \dots A_n^{r,a}.$$

Отметим, что определяемые соотношениями (1.1.9) функции  $g^{r,a}$  совпадают с обычными запаздывающими и опережающими функциями Грина [12].

Перейдем к фурье-преобразованию по разности переменных  $1-1'$  (за исключением спиновых переменных) в соотношениях (1.1.10), (1.1.11). При этом воспользуемся формулой [34]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d(1-1') \exp [i \omega (t_1 - t'_1) - i \mathbf{p} \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_1)] \int_{-\infty}^{+\infty} d2 A(1-2, \frac{1-2}{2}) * \\ * B(2-1', \frac{2+1'}{2}) = \left\{ A(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), B(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right\}, \quad (1.1.13)$$

где фурье-образы функций  $A$  и  $B$  определены как

$$A(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \, dr \exp(i\omega t - i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}) A(\mathbf{r}, t; \mathbf{R}, T),$$

а фигурные скобки в правой части равенства означают следующую операцию:

$$\left\{ A(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), B(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right\} = \exp \left[ \frac{i}{2} \left( \frac{\partial}{\partial \omega} \frac{\partial}{\partial T} - \frac{\partial}{\partial \omega_1} \frac{\partial}{\partial T_1} - \nabla_{\mathbf{R}} \cdot \nabla_{\mathbf{p}} + \nabla_{\mathbf{R}_1} \cdot \nabla_{\mathbf{p}_1} \right) \right] A(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}_1, T_1) B(\mathbf{p}_1, \omega_1; \mathbf{R}, T) \Big|_{\substack{\omega=\omega_1, T=T_1, \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}_1, \mathbf{R}=\mathbf{R}_1}} \quad (1.1.14)$$

Определяем фурье-образы функций:

$$D^{\lessgtr}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) = \pm i \int_{-\infty}^{+\infty} dt \, dr \exp(i\omega t - i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}) D^{\lessgtr}(\mathbf{r}, t; \mathbf{R}, T),$$

$$A^{r, \alpha}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \, dr \exp(i\omega t - i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}) A^{r, \alpha}(\mathbf{r}, t; \mathbf{R}, T).$$

(1.1.15)

В результате применения (1.1.13) к соотношению (1.1.10) для фурье-образа  $D^{\lessgtr}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T)$  находим [41]:

$$D^{\lessgtr}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) = \left\{ A^r(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), B^{\lessgtr}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right\} + \left\{ A^{\lessgtr}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), B^{\alpha}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right\}. \quad (1.1.16)$$

$$E^{\lessgtr}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) = \left\{ A^r(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), \left\{ B^r(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), C^{\lessgtr}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right\} \right\} + \left\{ A^r(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), \left\{ B^{\lessgtr}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), C^{\alpha}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right\} \right\} + \left\{ A^{\lessgtr}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), \left\{ B^{\alpha}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), C^{\alpha}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right\} \right\}. \quad (1.1.17)$$

Здесь использовано соотношение:

$$D^{r,a}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) = \left\{ A^{r,a}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), B^{r,a}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right\}, \quad (1.1.18)$$

в справедливости которого можно убедиться непосредственным вычислением.

С помощью приведенных результатов можно записать уравнения (1.1.1), (1.1.2) в смешанном представлении. Выделяя хартри-фоковский вклад  $\Sigma^{\text{HF}}$  в массовом операторе, осуществляя предельный переход  $t_0 \rightarrow -\infty$  и записывая левые части этих уравнений в интегральной форме, приходим к следующим уравнениям:

$$\begin{aligned} & \left\{ \omega - h(\mathbf{p}) - \sigma^{\text{HF}}(\mathbf{p}; \mathbf{R}, T) - U(\mathbf{R}, T), g^{\lessgtr}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right\} = \\ & = \left\{ \sigma^r(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), g^{\lessgtr}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right\} + \left\{ \sigma^{\lessgtr}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), g^a(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right\}; \end{aligned} \quad (1.1.19)$$

$$\begin{aligned} & \left\{ g^{\lessgtr}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), \omega - h(\mathbf{p}) - \sigma^{\text{HF}}(\mathbf{p}; \mathbf{R}, T) - U(\mathbf{R}, T) \right\} = \\ & = \left\{ g^r(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), \sigma^{\lessgtr}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right\} + \left\{ g^{\lessgtr}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), \sigma^a(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right\}. \end{aligned} \quad (1.1.20)$$

Введем спектральные функции:

$$\begin{aligned} \alpha(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) &= g^>(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) + g^<(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T); \\ \Gamma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) &= \sigma^>(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) + \sigma^<(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T). \end{aligned} \quad (1.1.21)$$

Используя выражение (1.1.9) для функций  $g^{r,a}$  и  $\sigma^{r,a}$ , эти определения можно представить в эквивалентной форме:

$$\begin{aligned} \alpha(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) &= -i \left[ g^a(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) - g^r(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right]; \\ \Gamma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) &= -i \left[ \sigma^a(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) - \sigma^r(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right]. \end{aligned} \quad (1.1.22)$$

Вводим по определению:

$$\operatorname{Re} g = \frac{1}{2} (g^a + g^r); \quad \operatorname{Re} \sigma = \sigma^{\text{HF}} + \frac{1}{2} (\sigma^a + \sigma^r). \quad (1.1.23)$$

Теперь уравнения (1.1.19), (1.1.20) записываются в окончательном виде:

$$\left\{ \begin{aligned} &\omega - h(\mathbf{p}) - U(\mathbf{R}, T) - \operatorname{Re} \sigma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) + \frac{i}{2} \Gamma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), \\ &g^{\lessgtr}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \end{aligned} \right\} = \left\{ \begin{aligned} &\sigma^{\lessgtr}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), \operatorname{Re} g(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) + \frac{i}{2} \alpha(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \end{aligned} \right\} \quad (1.1.24)$$

$$\left\{ \begin{aligned} &g^{\lessgtr}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), \omega - h(\mathbf{p}) - U(\mathbf{R}, T) - \operatorname{Re} \sigma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) - \\ &-\frac{i}{2} \Gamma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \end{aligned} \right\} = \left\{ \begin{aligned} &\operatorname{Re} g(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) - \frac{i}{2} \alpha(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), \\ &\sigma^{\lessgtr}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \end{aligned} \right\}. \quad (1.1.25)$$

Непосредственным вычислением можно убедиться, что уравнения (1.1.24), (1.1.25) совпадают с фурье-образами уравнений (1.1.4) – (1.1.7) [35].

Полученные результаты позволяют записать уравнение для спектральной функции  $\alpha(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T)$ . Складывая почленно уравнения (1.1.24) для функций  $g^>$  и  $g^<$ , имеем:

$$\left\{ \begin{aligned} &\omega - h(\mathbf{p}) - U(\mathbf{R}, T) - \operatorname{Re} \sigma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), \alpha(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \end{aligned} \right\} - \\ - \left\{ \begin{aligned} &\Gamma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), \operatorname{Re} g(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \end{aligned} \right\} = 0. \quad (1.1.26)$$

Уравнения, аналогичные уравнениям для корреляционных функций  $g^{\lessgtr}$ , могут быть записаны и для функций  $g^{r,a}$ . Переходя к пределу  $t_0 \rightarrow -\infty$  в уравнениях (1.1.1), (1.1.2) и используя соотношение (1.1.18) вместо (1.1.16), находим:

$$\left\{ \begin{aligned} &\omega - h(\mathbf{p}) - \sigma^{\text{HF}}(\mathbf{p}; \mathbf{R}, T) - U(\mathbf{R}, T), g^{r,a}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \end{aligned} \right\} =$$

$$= 1 + \left\{ \sigma^{r,a}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), \mathcal{E}^{r,a}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right\};$$

$$\left\{ \mathcal{E}^{r,a}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), \omega - \hbar(\mathbf{p}) - \sigma^{\text{HF}}(\mathbf{p}; \mathbf{R}, T) - U(\mathbf{R}, T) \right\} =$$

$$= 1 + \left\{ \mathcal{E}^{r,a}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), \sigma^{r,a}(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right\}.$$

С учетом введенных выше определений (1.1.21) – (1.1.23), эти уравнения легко преобразуются к виду:

$$\left\{ \omega - \hbar(\mathbf{p}) - U(\mathbf{R}, T) - \text{Re } \sigma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) + \frac{i}{2} \Gamma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), \right.$$

$$\left. \mathcal{E}^r(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right\} = 1; \quad (1.1.27)$$

$$\left\{ \mathcal{E}^r(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), \omega - \hbar(\mathbf{p}) - U(\mathbf{R}, T) - \text{Re } \sigma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) + \right.$$

$$\left. + \frac{i}{2} \Gamma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right\} = 1; \quad (1.1.28)$$

$$\left\{ \omega - \hbar(\mathbf{p}) - U(\mathbf{R}, T) - \text{Re } \sigma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) - \frac{i}{2} \Gamma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), \right.$$

$$\left. \mathcal{E}^r(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right\} = 1; \quad (1.1.29)$$

$$\left\{ \mathcal{E}^a(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), \omega - \hbar(\mathbf{p}) - U(\mathbf{R}, T) - \text{Re } \sigma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) - \right.$$

$$\left. - \frac{i}{2} \Gamma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right\} = 1; \quad (1.1.30)$$

Отметим, что система уравнений (1.1.27) – (1.1.30) эквивалентна системе (1.1.24), (1.1.25), поскольку функции  $\mathcal{E}^{r,a}$  определены с помощью функций  $\mathcal{E}^{\leq}$ . Однако, эти уравнения позволяют определить явный вид функций Грина  $\mathcal{E}^{r,a}$  [41].

Рассмотрим (1.1.27) и (1.1.28) для функций  $\mathcal{E}^r$ . Очевидно, что должно выполняться соотношение:

$$\left\{ \omega - \hbar(\mathbf{p}) - U(\mathbf{R}, T) - \text{Re } \sigma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) + \frac{i}{2} \Gamma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), \right.$$

$$\left. \begin{aligned} g^r(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \\ - \operatorname{Re} \sigma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) + \frac{i}{2} \Gamma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \end{aligned} \right\} = \left\{ g^r(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T), \omega - \hbar(\mathbf{p}) - U(\mathbf{R}, T) - \right. \\ \left. - \operatorname{Re} \sigma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) + \frac{i}{2} \Gamma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right\}. \quad (1.1.31)$$

В дальнейшем пренебрежем спиновым расщеплением энергетических уровней. Соотношение (1.1.31) содержит операторные экспоненты, поэтому при выполнении указанного условия равенство симметричных частей разложений экспонент, содержащих четные степени выражений типа  $\frac{\partial}{\partial \omega} \frac{\partial}{\partial T} - \frac{\partial}{\partial \omega_1} \frac{\partial}{\partial T_1} - \nabla_{\mathbf{R}} \cdot \nabla_{\mathbf{p}} + \nabla_{\mathbf{R}_1} \cdot \nabla_{\mathbf{p}_1}$ , выполняется автоматически. Равенство для антисимметричных частей разложений экспонент (содержащих нечетные степени тех же выражений) обеспечивается, если выбрать функцию  $g^r(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T)$  в виде:

$$g^r(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) = f \left( \omega - \hbar(\mathbf{p}) - U(\mathbf{R}, T) - \operatorname{Re} \sigma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) + \right. \\ \left. + \frac{i}{2} \Gamma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right), \quad (1.1.32)$$

где  $f(x)$  — бесконечно дифференцируемая функция.

Аналогично, из уравнений (1.1.29), (1.1.30) следует вид функции  $g^a$ :

$$g^a(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) = f \left( \omega - \hbar(\mathbf{p}) - U(\mathbf{R}, T) - \operatorname{Re} \sigma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) - \right. \\ \left. - \frac{i}{2} \Gamma(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \right). \quad (1.1.33)$$

С учетом условия (1.1.32) уравнение для функции  $g^r$  можно переписать следующим образом:

$$A f(A) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{4^k (2k)!} [A, f(A)]_{\mathbf{p}}^{2k} = 1, \quad (1.1.34)$$

Где введены обозначения:

$$A = \omega - h(p) - U(R, T) - \operatorname{Re} \sigma(p, \omega; R, T) - \frac{i}{2} \Gamma(p, \omega; R, T);$$

$$\left[ A, f(A) \right]_p^n = \left( \frac{\partial}{\partial \omega} \frac{\partial}{\partial T} - \frac{\partial}{\partial \omega_1} \frac{\partial}{\partial T_1} - \nabla_R \cdot \nabla_p + \nabla_{R_1} \cdot \nabla_{p_1} \right)^n$$

$$A(p, \omega; R_1, T_1) f(A(p_1, \omega_1; R, T)) \Big|_{\omega=\omega_1, T=T_1, p=p_1, R=R_1}.$$

Уравнение (1.1.34) позволяет найти явный вид функции  $f(A)$ .

Можно показать, что  $f(A)$  может быть представлена в виде:

$$f(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(A),$$

где

$$f_n(A) = \frac{1}{A} \left( 1 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{4^k (2k)!} \left[ A, f(A) \right]_p^{2k} \right). \quad (1.1.35)$$

Решая указанное уравнение (1.1.34) методом последовательных итераций с учетом рекуррентного соотношения (1.1.35), находим явный вид функции  $f(A)$  ( см. приложение ):

$$f(A) = \left( 1 + \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \sum_{k_1, \dots, k_i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k_1 + \dots + k_i}}{4^{k_1 + \dots + k_i} (2k_1)! \dots (2k_i)!} * \right. \\ \left. * \left[ A, \dots, \frac{1}{A} \left[ A, \frac{1}{A} \right]_p^{2k_1} \dots \right]_p^{2k_i} \right). \quad (1.1.36)$$

Возвращаясь к исходным обозначениям, для функции  $\mathcal{E}^r$  имеем:

$$\mathcal{E}^r(p, \omega; R, T) = \left( \omega - h - U - \operatorname{Re} \sigma + \frac{i}{2} \Gamma \right)^{-1} \left( 1 + \right.$$

$$\left. + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \sum_{k_1, \dots, k_j=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k_1 + \dots + k_j}}{4^{k_1 + \dots + k_j} (2k_1)! \dots (2k_j)!} \right.$$

$$\left. \left[ \omega - h - U - \operatorname{Re} \sigma + \frac{i}{2} \Gamma, \dots, \left( \omega - h - U - \operatorname{Re} \sigma + \frac{i}{2} \Gamma \right)^{-1} * \right. \right.$$

$$\left. * \left[ \omega - h - U - \operatorname{Re} \sigma + \frac{i}{2} \Gamma, \left( \omega - h - U - \operatorname{Re} \sigma + \right. \right. \right.$$

$$+ \frac{i}{2} \Gamma^{-1} \left[ \prod_{\mathbf{p}}^{2k_1} \dots \prod_{\mathbf{p}}^{2k_j} \right]. \quad (1.1.37)$$

Аналогичное соотношение справедливо и для функции  $\mathcal{E}^a$  с заменой  $\Gamma$  на  $-\Gamma$ .

Учитывая, что спектральная функция выражается через разность запаздывающей и опережающей функций Грина, запишем  $\alpha$  в явном виде:

$$\alpha(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) = \frac{\Gamma}{(\omega - \hbar - U - \text{Re } \sigma)^2 + \Gamma^2/4} \left( 1 + \right. \\ \left. + i \left( \frac{\omega - \hbar - U - \text{Re } \sigma}{\Gamma} - \frac{i}{2} \right) \Phi(\omega - \hbar - U - \text{Re } \sigma + \frac{i}{2} \Gamma) - \right. \\ \left. - i \left( \frac{\omega - \hbar - U - \text{Re } \sigma}{\Gamma} + \frac{i}{2} \right) \Phi(\omega - \hbar - U - \text{Re } \sigma - \frac{i}{2} \Gamma) \right), \quad (1.1.38)$$

где введено обозначение:

$$\Phi(x) = \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \sum_{k_1, \dots, k_i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k_1 + \dots + k_i}}{4^{k_1 + \dots + k_i} (2k_1)! \dots (2k_i)!} * \\ * \left[ x, \dots, \frac{1}{x} \left[ x, \frac{1}{x} \right]_{\mathbf{p}}^{2k_1} \dots \right]_{\mathbf{p}}^{2k_i}.$$

Полученные соотношения для запаздывающих и опережающих функций Грина  $\mathcal{E}^{r,a}$ , спектральной функции  $\alpha$  и уравнения для корреляционных функций  $\mathcal{E}^{\lessgtr}$  являются точными, поскольку при их выводе не накладывалось никаких ограничений на величину и скорость изменения внешнего поля в пространстве и во времени. С их помощью в каждом конкретном случае можно получить более простые приближенные соотношения и уравнения, решения которых

могут быть получены в явном виде со строгой оценкой условий, при которых приближенные соотношения и уравнения хорошо описывают рассматриваемые явления.

Если внешнее поле  $U$  медленно меняется в пространстве и во времени, то в уравнениях (1.1.24) – (1.1.30) можно разложить экспоненты в ряды Тейлора и сохранить члены, содержащие только первые производные по  $\mathbf{R}$  и  $T$ .

Уравнения для корреляционных функций  $g^{\lessgtr}$  в рассматриваемом приближении принимают вид:

$$\left( \omega - \hbar - U - \text{Re } \sigma + \frac{i}{2} \Gamma \right) g^{\lessgtr} + \frac{i}{2} \left[ \omega - \hbar - U - \text{Re } \sigma + \frac{i}{2} \Gamma, g^{\lessgtr} \right]_{\mathbf{P}} = \sigma^{\lessgtr} \left( \text{Re } g + \frac{i}{2} \alpha \right) + \frac{i}{2} \left[ \sigma^{\lessgtr}, \text{Re } g + \frac{i}{2} \alpha \right]_{\mathbf{P}}; \quad (1.1.39)$$

$$g^{\lessgtr} \left( \omega - \hbar - U - \text{Re } \sigma - \frac{i}{2} \Gamma \right) + \frac{i}{2} \left[ g^{\lessgtr}, \omega - \hbar - U - \text{Re } \sigma - \frac{i}{2} \Gamma \right]_{\mathbf{P}} = \left( \text{Re } g - \frac{i}{2} \alpha \right) \sigma^{\lessgtr} + \frac{i}{2} \left[ \text{Re } g - \frac{i}{2} \alpha, \sigma^{\lessgtr} \right]_{\mathbf{P}}. \quad (1.1.40)$$

В пренебрежении спином частиц все величины, входящие в уравнения (1.1.39), (1.1.40), коммутируют, в результате чего эти уравнения преобразуются к виду обобщенных кинетических уравнений Каданова и Бейма [23]:

$$\left[ \omega - \hbar - U - \text{Re } \sigma, g^{\lessgtr} \right]_{\mathbf{P}} + \left[ \text{Re } g, \sigma^{\lessgtr} \right]_{\mathbf{P}} = \sigma^{\lessgtr} g^{\lessgtr} - \sigma^{\lessgtr} g^{\lessgtr}. \quad (1.1.41)$$

$$\left[ \omega - \hbar - U - \text{Re } \sigma, g^{\lessgtr} \right]_{\mathbf{P}} + \left[ \text{Re } g, \sigma^{\lessgtr} \right]_{\mathbf{P}} = \sigma^{\lessgtr} g^{\lessgtr} - \sigma^{\lessgtr} g^{\lessgtr}. \quad (1.1.42)$$

Соотношения (1.1.27), (1.1.28) для функций Грина  $g^{r,a}$  и спектральной функции  $\alpha$  в линейном по пространственным и временным производным приближении преобразуются к виду:

$$g^r(p, \omega; R, T) = (\omega - h - U - \operatorname{Re} \sigma + \frac{i}{2} \Gamma)^{-1}; \quad (1.1.43)$$

$$g^a(p, \omega; R, T) = (\omega - h - U - \operatorname{Re} \sigma - \frac{i}{2} \Gamma)^{-1}; \quad (1.1.44)$$

$$\alpha(p, \omega; R, T) = \frac{\Gamma}{(\omega - h - U - \operatorname{Re} \sigma)^2 + \Gamma^2/4}. \quad (1.1.45)$$

Подставляя (1.1.45) в уравнение для спектральной функции (1.1.26), убеждаемся, что в рассматриваемом приближении оно обращается в тождество в силу очевидного соотношения  $[A, f(A)]_p = 0$ . Приближение, при котором учитываются только члены, содержащие первые производные от всех величин по переменным  $R$  и  $T$ , соответствует квазиклассическому описанию движения частиц во внешнем поле  $U$ . Первые ненулевые поправки к одночастичному спектру квазиклассического приближения, как следует из (1.1.37), (1.1.38), будут содержать члены со вторыми производными по  $R$  и  $T$  [35].

## 1.2. Диаграммная техника для неравновесных систем

Наряду с изложенным выше подходом к теоретическому описанию свойств произвольных неравновесных систем, существует подход, основанный на использовании диаграммной техники, пригодной для вычисления гриновских функций таких систем [25]. Ниже будут приведены соотношения, устанавливающие связь между этими двумя подходами [41].

Прежде всего, приведем основные положения диаграммного подхода. Теория основана на использовании четырех функций Грина  $G^{++}$ ,  $G^{--}$ ,  $G^{-+}$ ,  $G^{+-}$ , для которых получаются уравнения в графическом виде [52]:

$$\overleftarrow{\alpha \beta} = \overleftarrow{\alpha \beta} + \sum_{\gamma \delta} \overleftarrow{\alpha \gamma} \boxed{\gamma \delta} \overleftarrow{\delta \beta} \quad (1.2.1)$$

где обозначенные греческими буквами индексы принимают значения + или -; двойными линиями обозначаются точные функции Грина, тонкими линиями - функции Грина для идеального газа; кружками - собственно-энергетические функции  $\Sigma^{++}$ ,  $\Sigma^{--}$ ,  $\Sigma^{+-}$ ,  $\Sigma^{-+}$ .

Функции Грина  $G^{\alpha\beta}$  для ферми-систем определяются равенствами [51]:

$$G^{--}(1,1') = -i \langle T \Psi(1) \Psi^+(1') \rangle;$$

$$G^{++}(1,1') = -i \langle \tilde{T} \Psi(1) \Psi^+(1') \rangle;$$

$$G^{+-}(1,1') = -i \langle \Psi(1) \Psi^+(1') \rangle;$$

$$G^{-+}(1,1') = i \langle \Psi(1) \Psi^+(1') \rangle. \quad (1.2.2)$$

Здесь наряду с обычным оператором упорядочения по времени  $T$

фигурирует транспонированный к нему оператор  $\tilde{T}$ , означающий упорядочение операторов ферми-поля в обратном хронологическом порядке.

Функции (1.2.2) не являются независимыми, они связаны между собой линейным соотношением:

$$G^{--} + G^{++} = G^{-+} + G^{+-}. \quad (1.2.3)$$

Функции Грина  $G^{--}$ ,  $G^{+-}$  и  $G^{-+}$  связаны с функциями  $g$ ,  $g^{>}$  соотношениями:

$$g = G^{--}; \quad g^{>} = G^{+-}; \quad g^{<} = G^{-+}. \quad (1.2.4)$$

Четвертую функцию  $G^{++}$  обозначим через  $\bar{g}$ . Теперь равенство (1.2.3) принимает вид:

$$g + \bar{g} = g^{>} + g^{<}. \quad (1.2.5)$$

Отметим, что нетрудно установить связь этих функций с запаздывающими и опережающими функциями Грина  $g^r, a$ . С учетом (1.1.9) имеем:

$$\begin{aligned} g^r &= g - g^{<} = -\bar{g} + g^{>}; \\ g^a &= g - g^{>} = -\bar{g} + g^{<}. \end{aligned} \quad (1.2.6)$$

Приведенные выше соотношения позволяют записать основные положения диаграммного подхода Келдыша на языке функций Грина, использованных в предыдущем разделе.

Получение диаграммной техники для функций Грина основано на использовании теоремы Вика [3]: записывая функции  $G$  в представлении взаимодействия и проводя разложение по степеням оператора взаимодействия, получаем сумму различных членов, в

каждом из которых проводится усреднение и каждому способу попарных сверток операторов ферми-поля сопоставляется определенная диаграмма.

Диаграммы рассматриваются в координатном представлении, поскольку для пространственно-неоднородных неравновесных систем, когда функция Грина зависит от переменных  $1$  и  $1'$ , а не только от их разности, переход к импульсному представлению неудобен.

Характерной особенностью данной диаграммной техники является наличие индексов  $+$  или  $-$  на концах линий, это приводит к дополнительному суммированию во всех вершинных частях [51]. Поэтому все диаграммы получаются из диаграмм обычной техники приписыванием в их вершинах и свободных концах всеми возможными способами индексов  $+$  или  $-$ . Как и обычная фейнмановская техника для гриновских функций, она позволяет проводить суммирование диаграмм блоками, в качестве которых выступают массовые операторы. В соответствии с тем, что в излагаемой технике каждой вершине диаграммы приписывается индекс  $+$  или  $-$ , существуют четыре собственно-энергетические функции согласно знакам их входной и выходной вершин:  $\Sigma^{--}$ ,  $\Sigma^{++}$ ,  $\Sigma^{-+}$  и  $\Sigma^{+-}$ .

Связь между массовыми операторами  $\Sigma^{\alpha\beta}$  в технике Келдыша и  $\sigma$ ,  $\sigma^{\lessgtr}$  в методе Каданова-Бейма устанавливается путем сравнения диаграммных разложений для  $\Sigma^{\alpha\beta}$  [51] с интегро-функциональным уравнением для  $\sigma$ . Эта связь имеет вид, аналогичный соотношениям (1.2.4):

$$\sigma = \Sigma^{--}; \sigma^{\gt} = -\Sigma^{+-}; \sigma^{\lt} = -\Sigma^{-+}. \quad (1.2.7)$$

Величины  $\Sigma^{\alpha\beta}$  связаны линейным равенством:

$$\Sigma^{++} + \Sigma^{--} = - (\Sigma^{-+} + \Sigma^{+-}). \quad (1.2.8)$$

Для записи этого соотношения в терминах собственно-энергетических функций  $\sigma$  необходимо ввести обозначение  $\bar{\sigma} = \Sigma^{++}$ . В результате (1.2.8) переписывается следующим образом:

$$\sigma + \bar{\sigma} = \sigma^> + \sigma^<. \quad (1.2.9)$$

Приведенные соотношения между функциями Грина  $G$  и  $g$  и массовыми операторами  $\Sigma$  и  $\sigma$  позволяют записать основные положения диаграммного подхода на языке функций  $g$  и  $\sigma$ , используемых в методе Каданова и Бейма. В частности, диаграммное уравнение (1.2.1) для функции  $G^{--}$  записывается следующим образом:

$$g(1,1') = g_0(1,1') + \int d2 d3 [ g_0(1,2) \sigma(2,3) g(3,1') + g_0^<(1,2) * \\ * \bar{\sigma}(2,3) g^>(3,1') - g_0^<(1,2) \sigma^>(2,3) g(3,1') - g_0(1,2) \sigma^<(2,3) * \\ * g^>(3,1') ]. \quad (1.2.10)$$

Аналогично записываются и три остальных уравнения для функций  $G^{++}$ ,  $G^{-+}$  и  $G^{+-}$ , например:

$$g^<(1,1') = g_0^<(1,1') + \int d2 d3 [ g_0(1,2) \sigma(2,3) g^<(3,1') - g_0(1,2) * \\ * \sigma^<(2,3) \bar{g}(3,1') + g_0^<(1,2) \bar{\sigma}(2,3) g^>(3,1') - g_0^<(1,2) \sigma^>(2,3) * \\ * g^<(3,1') ]. \quad (1.2.11)$$

Для дальнейшего удобно ввести функции  $\sigma^{r,a}$ . С учетом (1.1.9), запишем равенства:

$$\sigma^r = \sigma - \sigma^{\text{HF}} - \sigma^< = -\bar{\sigma} - \sigma^{\text{HF}} + \sigma^>;$$

$$\sigma^a = \sigma - \sigma^{\text{HF}} - \sigma^> = -\bar{\sigma} - \sigma^{\text{HF}} + \sigma^<; \quad (1.2.12)$$

где  $\sigma^{\text{HF}}$  — массовый оператор в приближении Хартри-Фока.

Для компактной записи уравнения (1.2.10) для функций  $g$  или  $g$  можно, как и в [51], ввести матрицы:

$$\tilde{g} = \begin{pmatrix} g & g^< \\ g^> & \bar{g} \end{pmatrix}; \quad \tilde{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma & -\sigma^< \\ -\sigma^> & \bar{\sigma} \end{pmatrix}. \quad (1.2.13)$$

В результате приходим к матричному уравнению:

$$\tilde{g}(1,1') = \tilde{g}_0(1,1') + \int d2 d3 \tilde{g}_0(1,2) \tilde{\sigma}(2,3) \tilde{g}(3,1'). \quad (1.2.14)$$

Действуя оператором  $g_0^{-1}$ , и сопряженным к нему, на уравнение (1.2.14), получаем два уравнения:

$$\begin{aligned} \left[ i \frac{\partial}{\partial t_1} - h(r_1) - U(1) \right] \tilde{g}(1,1') &= \sigma_z \delta(1-1') + \\ &+ \sigma_z \int d2 \tilde{\sigma}(1,2) \tilde{g}(2,1'); \end{aligned} \quad (1.2.15)$$

$$\begin{aligned} \left[ -i \frac{\partial}{\partial t'_1} - h(r'_1) - U(1') \right] \tilde{g}(1,1') &= \sigma_z \delta(1-1') + \\ &+ \sigma_z \int d2 \tilde{g}(1,2) \tilde{\sigma}(2,1'), \end{aligned} \quad (1.2.16)$$

где  $\sigma_z$  — обычная матрица Паули:

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Фигурирующую в диаграммном подходе Келдыша "лишнюю" функцию можно исключить линейным унитарным преобразованием матриц:

$$\tilde{g}' = R^{-1} \tilde{g} R,$$

где

$$R = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}; \quad R^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Преобразованные матрицы  $\tilde{g}'$  и  $\tilde{\sigma}'$  имеют вид:

$$\tilde{g}' = \begin{pmatrix} 0 & g^a \\ g^r & F \end{pmatrix}; \quad \tilde{\sigma}' = \begin{pmatrix} \Omega & \sigma^r + \sigma^{\text{HF}} \\ \sigma^a + \sigma^{\text{HF}} & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.2.17)$$

где введены обозначения:

$$F = g + \bar{g}; \quad \Omega = \sigma + \bar{\sigma}.$$

Матричное уравнение (1.2.14) после указанного преобразования эквивалентно трем уравнениям для функций  $g^{r,a}$  и  $F$ :

$$g^{r,a} = g_0^{r,a} + g_0^{r,a} (\sigma^{\text{HF}} + \sigma^{r,a}) g^{r,a}; \quad (1.2.18)$$

$$F = [1 + g^r (\sigma^{\text{HF}} + \sigma^r)] F_0 [1 + (\sigma^{\text{HF}} + \sigma^a) g^a] + g^r \Omega g^a, \quad (1.2.19)$$

где естественно подразумевается интегрирование по промежуточным пространственным и временным переменным.

Действуя оператором  $g_0^{-1}$  на уравнение (1.2.19) приходим к соотношению:

$$\left[ i \frac{\partial}{\partial t_1} - \hbar(r_1) - U(1) \right] F = (\sigma^{\text{HF}} + \sigma^r) F + \Omega g^a, \quad (1.2.20)$$

которое представляет собой уравнение для функции  $F$ , не содержащее функции Грина  $F_0$  для идеального газа.

Уравнения (1.2.18), (1.2.20) образуют полную систему, описывающую поведение неравновесных ферми-систем. Эта система уравнений эквивалентна системе уравнений (1.1.19), (1.1.20), фигурирующей в предыдущем разделе [40]. Чтобы показать это, запишем уравнения (1.2.15) и (1.2.16) в виде обычных интегро-функциональных уравнений для функций  $g^{\lessgtr}$ :

$$\left[ i \frac{\partial}{\partial t_1} - \hbar(r_1) - U(1) \right] g^{\lessgtr}(1,1') = \int d2 [\sigma(1,2) g^{\lessgtr}(2,1') -$$

$$- \sigma^{\leftarrow}(1,2) \bar{g}(2,1') ] ; \quad (1.2.21)$$

$$\left[ i \frac{\partial}{\partial t_1} - h(r_1) - U(1) \right] g^{\rightarrow}(1,1') = \int d2 \left[ \sigma^{\rightarrow}(1,2) g(2,1') - \bar{\sigma}(1,2) g^{\rightarrow}(2,1') \right] ; \quad (1.2.22)$$

и сопряженные к ним уравнения:

$$\left[ -i \frac{\partial}{\partial t'_1} - h(r'_1) - U(1') \right] g^{\leftarrow}(1,1') = \int d2 \left[ g^{\leftarrow}(1,2) \bar{\sigma}(2,1') - g(1,2) \sigma^{\leftarrow}(2,1') \right] ; \quad (1.2.23)$$

$$\left[ -i \frac{\partial}{\partial t'_1} - h(r'_1) - U(1') \right] g^{\rightarrow}(1,1') = \int d2 \left[ \bar{g}(1,2) \sigma^{\rightarrow}(2,1') - g^{\rightarrow}(1,2) \sigma(2,1') \right] . \quad (1.2.24)$$

Перейдем к смешанному представлению в уравнениях (1.2.21)–(1.2.24), воспользовавшись формулой (1.1.13). Учитывая связь между функциями  $g$ ,  $\bar{g}$ ,  $\sigma$ ,  $\bar{\sigma}$  и  $g^{r,a}$ ,  $\sigma^{r,a}$ , определяемую соотношениями (1.2.6), (1.2.12), окончательно находим:

$$\left\{ \omega - h(p) - U(R,T) - \sigma^{\text{HF}}(p;R,T), g^{\lessgtr}(p,\omega;R,T) \right\} = \\ = \left\{ \sigma^r(p,\omega;R,T), g^{\lessgtr}(p,\omega;R,T) \right\} + \left\{ \sigma^{\lessgtr}(p,\omega;R,T), g^a(p,\omega;R,T) \right\} ; \quad (1.2.25)$$

$$\left\{ g^{\lessgtr}(p,\omega;R,T), \omega - h(p) - U(R,T) - \sigma^{\text{HF}}(p;R,T) \right\} = \\ = \left\{ g^r(p,\omega;R,T), \sigma^{\lessgtr}(p,\omega;R,T) \right\} + \left\{ g^{\lessgtr}(p,\omega;R,T), \sigma^a(p,\omega;R,T) \right\} ; \quad (1.2.26)$$

Эти уравнения эквивалентны уравнениям (1.1.19), (1.1.20). Таким образом, в указанных подходах оказываются одинаковыми точные уравнения для гриновских функций, при выводе которых не

делалось никаких предположений о скорости изменения внешнего возмущения в пространстве и во времени, а так же о величине межчастичного взаимодействия.

Отметим, что в рамках метода Каданова-Бейма имеются возможности как к обобщению результатов на более сложные случаи, так и к строгой оценке условий справедливости используемого приближения, в то время как диаграммная техника Келдыша, как правило, более удобна для выполнения конкретных расчетов в определенных приближениях.

### 1.3. Квантовое кинетическое уравнение при учете затухания одночастичных уровней

Вывод кинетических уравнений теории квантовых жидкостей, основанный на использовании уравнений Каданова-Бейма [23], обычно проводится в пренебрежении затуханием одночастичных энергетических уровней, когда спектральная функций одночастичных состояний в системе аппроксимируется  $\delta$ -функцией [108, 110]. Такой подход является оправданным при рассмотрении тех квантовых жидкостей, квазичастицы которых при абсолютном нуле температуры определяются непосредственно на уровне Ферми. Между тем в некоторых реальных системах, например, таких как переходные металлы с незаполненными внутренними  $3d$ -слоями, энергетические уровни тяжелых квазичастиц имеют конечную ширину даже при абсолютном нуле температуры [17]. В этих условиях спектральная функция  $\alpha$  одночастичных состояний в системе определяется контуром Лоренцевского типа (1.1.45):

$$\alpha = \frac{\Gamma}{(\omega - \epsilon)^2 + \Gamma^2 / 4} \quad (1.3.1)$$

Все входящие в это выражение величины являются функциями переменных  $\mathbf{p}$ ,  $\omega$ ,  $\mathbf{R}$ ,  $T$ . Ширина одночастичных уровней с энергией  $\epsilon = \hbar + \text{Re } \sigma + U$  определяется их обратным временем жизни  $\Gamma$ .

При конечном  $\Gamma$  уже при вычислении равновесной одночастичной функции распределения частиц системы  $\tilde{f}(\mathbf{p}) = \int \frac{d\omega}{2\pi} \alpha_0(\mathbf{p}, \omega) n_0(\omega)$ , где  $n_0(\omega) = [\exp \beta(\omega - \mu) + 1]^{-1}$ , приходится учитывать не только полюс спектральной функции  $\alpha$ , но и расположенные на мнимой оси комплексного переменного  $\omega - \mu$  полюса функции  $n_0(\omega)$ . Кинетическое

уравнение квазичастичного типа при  $\Gamma \neq 0$  рассматривалось в работе [19], однако там использовалось "однополосное приближение". Учет влияния полюсов функции  $n_0(\omega)$ .

Исходим из уравнения Каданова-Бейма для корреляционной функции  $g^<$  (1.1.41):

$$[\omega - \hbar - U - \text{Re } \sigma, g^<]_{\mathbf{p}} + [\text{Re } g, \sigma^<]_{\mathbf{p}} = \sigma^< g^> - \sigma^> g^< \equiv I_{\text{CT}}(n) \quad (1.3.2)$$

Функции  $g^<$  связаны со спектральной функцией  $\alpha$  соотношениями

$$g^< = \alpha(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) n(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T),$$

$$g^> = \alpha(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) (1 - n(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T)). \quad (1.3.3)$$

В равновесии функция  $n$  имеет указанный выше вид. Линеаризуем уравнение (1.3.2) по возмущению, считая для простоты затухание одночастичных уровней  $\Gamma$  постоянным ( $\delta\Gamma=0$ ):

$$\alpha_0 [\omega - \delta e, n_0] + \alpha_0 [\omega - e, \delta n] + \Gamma [\delta \text{Re } g, n_0] = I_{\text{CT}}(\delta n). \quad (1.3.4)$$

Раскрывая обобщенные скобки Пуассона, приходим к уравнению:

$$\alpha_0 \left\{ \frac{\partial \delta e}{\partial T} \frac{\partial n_0}{\partial \omega} + \left( 1 - \frac{\partial e_0}{\partial \omega} \right) \frac{\partial \delta n}{\partial T} + \nabla_{\mathbf{p}} e_0 \cdot \nabla_{\mathbf{R}} \delta n \right\} - \Gamma \frac{\partial n_0}{\partial \omega} \frac{\partial \delta \text{Re } g}{\partial T} =$$

$$= I_{\text{CT}}(\delta n) \quad (1.3.5)$$

Величина  $\alpha_0$  дается выражением (1.3.1), в которое подставлены равновесные значения  $e$  и  $\Gamma$ . Отметим, что в пренебрежении затуханием одночастичных состояний  $\alpha_0 = 2\pi \delta(\omega - e_0)$  и в уравнениях (1.3.4), (1.3.5) отсутствуют последние слагаемые в левых частях [35].

Для получения линеаризованного кинетического уравнения соотношение (1.3.5) необходимо проинтегрировать по  $\omega$ . При расчете

интеграла столкновений можно пренебречь величиной  $\Gamma$ , поэтому все преобразования можно проводить также, как и в [16, 23]. При вычислении конвекционного члена будем, как и в [19], считать, что функции  $\text{Re } \sigma(\omega)$  и  $\Gamma(\omega)$  допускают аналитическое продолжение в нижнюю полуплоскость  $\omega$ , где они голоморфны. При этом вклады в интегралы определяются комплексным полюсом первого порядка спектральной функции  $\alpha_0(\mathbf{p}, \omega)$ , который находится из уравнения

$$\omega_0 = e_0(\omega_0) - \frac{i}{2} \Gamma(\omega_0) \equiv \varepsilon - i \gamma, \quad (1.3.6)$$

расположенным в этой же точке полюсом второго порядка функции  $\frac{\partial}{\partial T} \delta \text{Re } g = \frac{\partial}{\partial T} \delta \frac{\omega - e}{(\omega - e)^2 + \Gamma^2/4}$  и расположенными на мнимой оси полюсами функции  $n_0(\omega)$ , даваемыми соотношениями  $\omega_k = \mu - \frac{i\pi}{\beta} * (2k+1)$ ,  $k \geq 0$ . Поскольку все входящие в уравнение (1.3.5) величины вещественны [23], то после вычисления интегралов следует взять вещественные части получающихся выражений.

Определяем функцию распределения квазичастиц соотношением

$$f(\mathbf{p}; \mathbf{R}, T) = n(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \Big|_{\omega=\varepsilon}.$$

Тогда

$$\delta f(\mathbf{p}; \mathbf{R}, T) = \delta n(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}, T) \Big|_{\omega=\varepsilon} + \frac{\partial n_0(\omega)}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\varepsilon} \delta \varepsilon \quad (1.3.7)$$

и при вычислении вклада в интеграл по  $\omega$  от полюса спектральной функции приходим к обычному в теории нормальной ферми-жидкости линейаризованному кинетическому уравнению для функции  $\delta f$ , поскольку последнее слагаемое в левой части (1.3.5) дает здесь чисто мнимый вклад, который должен быть отброшен. Вклады содержащих  $\partial n_0 / \partial \omega$  выражений от чисто мнимых полюсов сокращаются с точностью до членов порядка  $\Gamma^2$  включительно [39]. Таким образом,

с указанной точностью кинетическое уравнение для  $\delta f$  при учете затухания одночастичных состояний совпадает с уравнением, получаемым в пренебрежении величиной  $\Gamma$ . Это означает, что спектр коллективных возбуждений системы с точностью до членов порядка  $\Gamma^2$  остается таким же, как и при  $\Gamma=0$ .

При  $\delta$ -образном характере спектральной функции одночастичные функции распределения частиц  $\tilde{f}$  и квазичастиц  $f$  связаны соотношением  $\tilde{f} = Z f$ , где перенормировочный множитель  $Z$  определяется как

$$Z^{-1} = 1 - \left. \frac{\partial e_o(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\varepsilon}, \quad (1.3.8)$$

а  $\varepsilon$  определяется из уравнения (1.3.6) при  $\Gamma=0$ . Нетрудно убедиться, что в "приближении кинетического уравнения", т.е. в теории, справедливой с точностью до первых производных от всех величин по переменным  $p, \omega, R, T$ , в этом случае справедливо

$$\delta \tilde{f} = Z \delta f \quad (1.3.9)$$

При конечном  $\Gamma$  для  $\delta \tilde{f}$  имеем

$$\delta \tilde{f} = \int \frac{d\omega}{2\pi} (a_o \delta n + n_o \delta a). \quad (1.3.10)$$

Интегрирование первого слагаемого немедленно дает  $Z \delta f \Big|_{\omega=\varepsilon}$ , где  $Z$  определяется формулой (1.3.8), как и при  $\Gamma=0$ . Во втором слагаемом правой части в (1.3.10) можно выполнить интегрирование по частям, после чего при учете соотношения (1.3.7) с указанной выше точностью оказывается справедливым равенство [39]:

$$\delta \tilde{f} = Z \delta f - Z \left. \frac{\partial n_o(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\varepsilon} \delta \varepsilon + \int \frac{d\omega}{2\pi} \left( 1 - \frac{\partial e_o(\omega)}{\partial \omega} \right)^{-1} a_o \frac{\partial n_o(\omega)}{\partial \omega} \delta e. \quad (1.3.11)$$

При вычислении интеграла по  $\omega$  вклад от полюса спектральной функции  $\alpha_0$  сокращается со вторым слагаемым в правой части выражения (1.3.11) в силу соотношения  $\delta\varepsilon = Z\delta e \Big|_{\omega=\varepsilon}$  [35]. Поэтому выражение для  $\delta\tilde{f}$  при  $\Gamma \neq 0$  отличается от (1.3.9) только слагаемыми, определяемыми полюсами функции  $\partial n_0 / \partial \omega$ . При абсолютном нуле температуры такие слагаемые отсутствуют. Вклад их может быть существенен только при низких температурах. При больших температурах ( $\beta \rightarrow 0$ ) поправка к равновесной функции распределения  $\tilde{f}_0(p)$  в пренебрежении зависимостью  $\varepsilon_0$  от  $\omega$  не превосходит величины  $\beta^2 \Gamma (\varepsilon_0 - \mu) / 4\pi$ . Отметим, что последние утверждения согласуются с результатами работы [16], в которой при приближенном вычислении  $\tilde{f}(p)$  учитываются вклады, определяемые максимумами функций  $\alpha_0(p, \omega)$  и  $n_0(\omega)$ . Таким образом, при расчете макроскопических характеристик системы при  $\Gamma \neq 0$  и низких, но отличных от абсолютного нуля температурах необходим учет поправок, связанных с наличием степенных хвостов в распределении по импульсам.

## II. ПРИМЕНЕНИЕ ОБЩЕГО ФОРМАЛИЗМА ДЛЯ КВАЗИДВУМЕРНЫХ СИСТЕМ В ПОПЕРЕЧНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

### 2.1. Обобщенные кинетические уравнения для электронной жидкости квазидвумерной ферми-системы

В настоящем разделе развитый выше подход применим к конкретной системе, представляющей собой размерно-квантованную пленку, помещенную в поперечное магнитное поле. В результате получим обобщенные кинетические уравнения для гриновских корреляционных и запаздывающих функций [114].

Запишем уравнения Каданова - Бейма для электронной системы тонкой пленки. Оператор одночастичной энергии электрона представим в виде:

$$h(\mathbf{r}, t) = h_0 \left( -i \nabla_{\mathbf{r}} - e \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) \right) + U(\mathbf{r}), \quad (2.1.1)$$

где  $\mathbf{A}$  - вектор-потенциал электромагнитного поля, выбранный в калибровке

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = - \frac{1}{c} \mathbf{E} - \frac{1}{2} \mathbf{r} \times \mathbf{B}, \quad (2.1.2)$$

позволяющей исключить скалярный потенциал;  $U(\mathbf{r})$  - потенциал кристаллического поля, не обладающий трансляционной симметрией в направлении оси  $z$ , перпендикулярной поверхности пленки. Здесь и далее выбираем систему единиц  $\hbar=c=1$ .

Уравнения для корреляционной функции  $g^<$  и запаздывающей функции Грина  $g^r$  в этом случае получаются обычным образом и имеют вид (1.1.4) - (1.1.7). С учетом определений запаздывающих и опережающих функций (1.1.9) эти уравнения легко преобразуются к виду [23, 115]:

$$\begin{aligned}
& \left[ i \frac{\partial}{\partial t_1} - h_0 \left( -i \nabla_{\mathbf{r}_1} - e \mathbf{A}(\mathbf{r}_1, t_1) \right) - U(\mathbf{r}_1) \right] g^{\langle}(1, 1') = \\
& = \int d2 \sigma^{\text{HF}}(1, 2) g^{\langle}(2, 1') + \int d2 \left[ \sigma^r(1, 2) g^{\langle}(2, 1') + \right. \\
& \left. + \sigma^{\langle}(1, 2) g^a(2, 1') \right]; \tag{2.1.3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[ -i \frac{\partial}{\partial t'_1} - h_0 \left( i \nabla_{\mathbf{r}'_1} - e \mathbf{A}(\mathbf{r}'_1, t'_1) \right) - U(\mathbf{r}'_1) \right] g^{\langle}(1, 1') = \\
& = \int d2 g^{\langle}(1, 2) \sigma^{\text{HF}}(2, 1') + \int d2 \left[ g^r(1, 2) \sigma^{\langle}(2, 1') + \right. \\
& \left. + g^{\langle}(1, 2) \sigma^a(2, 1') \right]; \tag{2.1.4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[ i \frac{\partial}{\partial t_1} - h_0 \left( -i \nabla_{\mathbf{r}_1} - e \mathbf{A}(\mathbf{r}_1, t_1) \right) - U(\mathbf{r}_1) \right] g^r(1, 1') = \\
& = \delta(1-1') + \int d2 \sigma^{\text{HF}}(1, 2) g^r(2, 1') + \int d2 \sigma^r(1, 2) g^r(2, 1'), \\
& \tag{2.1.5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[ -i \frac{\partial}{\partial t'_1} - h_0 \left( i \nabla_{\mathbf{r}'_1} - e \mathbf{A}(\mathbf{r}'_1, t'_1) \right) - U(\mathbf{r}'_1) \right] g^r(1, 1') = \\
& = \delta(1-1') + \int d2 g^r(1, 2) \sigma^{\text{HF}}(2, 1') + \int d2 g^r(1, 2) \sigma^r(2, 1'), \\
& \tag{2.1.6}
\end{aligned}$$

где  $\sigma^{\text{HF}}$  – массовый оператор в приближении Хартри-Фока,  $\sigma^{r,a}$  – запаздывающая и опережающая собственно-энергетические функции, связанные с корреляционными функциями  $\sigma^{\langle}$  соотношениями (1.1.9):

$$\begin{aligned}
\sigma^r(1, 1') &= \left[ \sigma^{\langle}(1, 1') + \sigma^{\rangle}(1, 1') \right] \theta(t_1 - t'_1); \\
\sigma^a(1, 1') &= \left[ \sigma^{\langle}(1, 1') + \sigma^{\rangle}(1, 1') \right] \theta(t'_1 - t_1). \tag{2.1.7}
\end{aligned}$$

Особый интерес представляет случай, когда магнитное поле  $\mathbf{B}$  направлено перпендикулярно плоскости пленки вдоль оси  $z$ , а электрическое поле  $\mathbf{E}$  лежит в плоскости пленки. Перейдем в уравнениях (2.1.3) – (2.1.6) к смешанному представлению в

плоскости пленки. С этой целью введем обозначение:

$$K(1,2) = \delta(1-2) \left[ i \frac{\partial}{\partial t_1} - h_0 \left( -i \nabla_{\mathbf{r}_1} - e \mathbf{A}(\mathbf{r}_1, t_1) \right) - U(\mathbf{r}_1) \right] \quad (2.1.8)$$

и воспользуемся формулой (1.1.13), которая в рассматриваемом случае принимает вид:

$$\begin{aligned} & \int d(\rho_1 - \rho'_1) d(t_1 - t'_1) e^{i\omega(t_1 - t'_1) - i\mathbf{k} \cdot (\rho_1 - \rho'_1)} * \\ & * \int d2 A(1,2) B(2,1') = \\ & = \int dz_2 \left\{ A(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z_2), B(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_2, z'_1) \right\}, \end{aligned} \quad (2.1.9)$$

где все векторные величины являются двумерными, лежащими в плоскости пленки:  $\mathbf{r} = (\rho, z)$ .

С учетом соотношений (2.1.8), (2.1.9) уравнения (2.1.3) - (2.1.6) преобразуются к виду:

$$\begin{aligned} & \int dz_2 \left\{ K(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z_2), g^<(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_2, z'_1) \right\} = \\ & = \int dz_2 \left\{ \sigma^{\text{HF}}(\mathbf{k}; \mathbf{R}, T; z_1, z_2) + \sigma^r(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z_2), \right. \\ & \left. g^<(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_2, z'_1) \right\} + \int dz_2 \left\{ \sigma^<(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z_2), \right. \\ & \left. g^a(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_2, z'_1) \right\}; \end{aligned} \quad (2.1.10)$$

$$\begin{aligned} & \int dz_2 \left\{ g^<(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z_2), K^*(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_2, z'_1) \right\} = \\ & = \int dz_2 \left\{ g^<(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z_2), \sigma^{\text{HF}}(\mathbf{k}; \mathbf{R}, T; z_2, z'_1) + \right. \\ & \left. + \sigma^a(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_2, z'_1) \right\} + \int dz_2 \left\{ g^r(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z_2), \right. \end{aligned}$$

$$\sigma^{\langle}(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_2, z'_1) \rangle; \quad (2.1.11)$$

$$\int dz_2 \left\{ K(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z_2), g^r(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_2, z'_1) \right\} = \delta(z_1 - z'_1) +$$

$$+ \int dz_2 \left\{ \sigma^{\text{HF}}(\mathbf{k}; \mathbf{R}, T; z_1, z_2) + \sigma^r(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z_2), \right.$$

$$\left. g^r(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_2, z'_1) \right\}; \quad (2.1.12)$$

$$\int dz_2 \left\{ g^r(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z_2), K^*(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_2, z'_1) \right\} = \delta(z_1 - z'_1) +$$

$$+ \int dz_2 \left\{ g^r(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z_2), \sigma^{\text{HF}}(\mathbf{k}; \mathbf{R}, T; z_2, z'_1) + \right.$$

$$\left. + \sigma^r(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_2, z'_1) \right\} \quad (2.1.13)$$

Где фурье-образы функций определены следующим образом [32]:

$$g^{\langle}(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T) = -i \int d\rho dt \exp(i\omega t - i\mathbf{k} \cdot \rho) g^{\langle}(\rho, t; \mathbf{R}, T);$$

$$\sigma^{\langle}(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T) = -i \int d\rho dt \exp(i\omega t - i\mathbf{k} \cdot \rho) \sigma^{\langle}(\rho, t; \mathbf{R}, T);$$

$$g^{r, a}(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T) = \int d\rho dt \exp(i\omega t - i\mathbf{k} \cdot \rho) g^{r, a}(\rho, t; \mathbf{R}, T);$$

$$\sigma^{r, a}(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T) = \int d\rho dt \exp(i\omega t - i\mathbf{k} \cdot \rho) \sigma^{r, a}(\rho, t; \mathbf{R}, T);$$

$$\sigma^{\text{HF}}(\mathbf{k}; \mathbf{R}, T) = \int d\rho dt \exp(i\omega t - i\mathbf{k} \cdot \rho) \sigma^{\text{HF}}(\rho, t; \mathbf{R}, T);$$

$$K(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T) = \int d\rho dt \exp(i\omega t - i\mathbf{k} \cdot \rho) K(\rho, t; \mathbf{R}, T) \quad (2.1.14)$$

В соотношениях (2.1.14) подразумевается зависимость от переменных  $\rho, z'_1$ .

В силу определения (1.1.14) для запаздывающих и опережающих функций, они связаны с корреляционными функциями линейными соотношениями, которые в смешанном представлении имеют вид:

$$i [ g^r - g^a ] = g^{\rangle} + g^{\langle};$$

$$i [ \sigma^r - \sigma^a ] = \sigma^> + \sigma^<. \quad (2.1.15)$$

Используя приближение эффективной массы для движения электронов в плоскости пленки в поле квазидвумерной кристаллической решетки и явно выделяя пленочный потенциал  $U(z)$  [57, 72, 87], определим явный вид функции  $\kappa(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z'_1)$ , входящей в уравнения (2.1.10) – (2.1.13):

$$\begin{aligned} \kappa(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z'_1) &= \delta(z_1 - z'_1) \int d\rho dt \exp(i\omega t - i\mathbf{k} \cdot \rho) \delta(\rho) \delta(t) * \\ * & \left[ i \frac{\partial}{\partial t_1} - \varepsilon \left( -i \nabla_{\rho_1} - e \mathbf{A}(\rho_1, t_1) - i e_z \frac{\partial}{\partial z_1} \right) - U(z_1) \right], \end{aligned}$$

где  $t = t_1 - t'_1$ ,  $\rho = \rho_1 - \rho'_1$ ,  $\varepsilon(\rho, t; z)$  – оператор квазичастичной энергии электрона в поле квазидвумерной кристаллической решетки.

Выполнив интегрирование с учетом явного вида вектор-потенциала  $\mathbf{A}$  (2.1.1), после ряда алгебраических преобразований находим:

$$\begin{aligned} \kappa(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z'_1) &= \delta(z_1 - z'_1) \left\{ \omega - \varepsilon \left( \mathbf{k} + e T \mathbf{E} + \frac{e}{2} \mathbf{R} \times \mathbf{B} - \right. \right. \\ & \left. \left. - i e_z \frac{\partial}{\partial z_1} \right) - U(z_1) \right\}. \quad (2.1.16) \end{aligned}$$

Аналогичным образом запишется явный вид для  $\kappa^*(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z'_1)$ . С учетом (2.1.16) и определений (1.1.21), (1.1.23) для спектральных функций и вещественных частей перепишем уравнения (2.1.10) – (2.1.13):

$$\begin{aligned} \int dz_2 \left\{ \delta(z_1 - z_2) \left[ \omega - \varepsilon \left( \mathbf{k} + e T \mathbf{E} + \frac{e}{2} \mathbf{R} \times \mathbf{B} - i e_z \frac{\partial}{\partial z_1} \right) - U(z_1) \right] - \right. \\ \left. - \operatorname{Re} \sigma(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z_2) + \frac{i}{2} \Gamma(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z_2), g^<(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_2, z'_1) \right\} = \end{aligned}$$

$$= \int dz_2 \left\{ \sigma^{\leftarrow}(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z_2), \operatorname{Re} g(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_2, z'_1) + \right. \\ \left. + \frac{i}{2} a(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_2, z'_1) \right\}; \quad (2.1.17)$$

$$\int dz_2 \left\{ g^{\leftarrow}(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z_2), \delta(z_2 - z'_1) \left[ \omega - \varepsilon(\mathbf{k} + e T \mathbf{E} + \frac{e}{2} \mathbf{R} \times \mathbf{B} + \right. \right. \\ \left. \left. + i e_z \frac{\partial}{\partial z'_1} \right) - U(z'_1) \right] - \operatorname{Re} \sigma(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_2, z'_1) - \frac{i}{2} \Gamma(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_2, z'_1) \right\} = \\ = \int dz_2 \left\{ \operatorname{Re} g(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z_2) - \frac{i}{2} a(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z_2), \right. \\ \left. \sigma^{\leftarrow}(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_2, z'_1) \right\}; \quad (2.1.18)$$

$$\int dz_2 \left\{ \delta(z_1 - z_2) \left[ \omega - \varepsilon(\mathbf{k} + e T \mathbf{E} + \frac{e}{2} \mathbf{R} \times \mathbf{B} - i e_z \frac{\partial}{\partial z'_1}) - U(z_1) \right] - \right. \\ \left. - \operatorname{Re} \sigma(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z_2) + \frac{i}{2} \Gamma(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z_2), g^{\rightarrow}(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_2, z'_1) \right\} = \\ = \delta(z_1 - z'_1); \quad (2.1.19)$$

$$\int dz_2 \left\{ g^{\rightarrow}(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_1, z_2), \delta(z_2 - z'_1) \left[ \omega - \varepsilon(\mathbf{k} + e T \mathbf{E} + \frac{e}{2} \mathbf{R} \times \mathbf{B} + \right. \right. \\ \left. \left. + i e_z \frac{\partial}{\partial z'_1} \right) - U(z_1) \right] - \operatorname{Re} \sigma(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_2, z'_1) + \frac{i}{2} \Gamma(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{R}, T; z_2, z'_1) \right\} = \\ = \delta(z_1 - z'_1); \quad (2.1.20)$$

При выводе уравнений (2.1.17) – (2.1.20) не делалось никаких предположений о величине межэлектронного взаимодействия и скорости изменения возмущений в пространстве и во времени.

## 2.2. Уравнения для электронной жидкости размерно-квантованной пленки в поперечном магнитном поле.

Ниже, на основе упрощающих предположений о свойствах рассматриваемых систем, уравнения для гриновских функций, полученные в предыдущем разделе, будут преобразованы к виду, пригодному для анализа конкретных свойств системы.

Рассмотрим базис собственных функций  $\varphi_\lambda(\mathbf{k}, \omega; z)$ , определяемых эффективным волновым уравнением для движения электронов поперек пленки в равновесном состоянии [33, 35]:

$$\int dz_2 \left[ \left( \varepsilon(\mathbf{k} + e\tau\mathbf{E} + \frac{e}{2}\mathbf{R} \times \mathbf{B} - i e_z \frac{\partial}{\partial z_1}) + U(z_1) \right) \delta(z_1 - z_2) + \text{Re} \sigma(\mathbf{k} + e\tau\mathbf{E} + \frac{e}{2}\mathbf{R} \times \mathbf{B}, \omega; z_1, z_2) \right] \varphi_\lambda(\mathbf{k} + e\tau\mathbf{E} + \frac{e}{2}\mathbf{R} \times \mathbf{B}, \omega; z_2) = e_\lambda(\mathbf{k} + e\tau\mathbf{E} + \frac{e}{2}\mathbf{R} \times \mathbf{B}, \omega) \varphi_\lambda(\mathbf{k} + e\tau\mathbf{E} + \frac{e}{2}\mathbf{R} \times \mathbf{B}, \omega; z_1), \quad (2.2.1)$$

где индекс  $\lambda$  соответствует пленочным уровням и включает спиновую переменную.

Осуществим в уравнениях (2.1.17) – (2.1.20) переход к  $\lambda$  – представлению в базисе собственных функций  $\varphi_\lambda$ . Поскольку рассматриваются только состояния, энергия которых близка к энергии Ферми, а волновой вектор мал по сравнению с импульсом Ферми, зависимость  $\varphi_\lambda$  от  $\mathbf{p}$ ,  $\omega$  можно пренебречь [38]. Имеем:

$$\left\{ \omega - e_\lambda(\mathbf{k} + e\tau\mathbf{E} + \frac{e}{2}\mathbf{R} \times \mathbf{B}, \omega; \mathbf{R}, T), g_{\lambda\lambda}^<(\mathbf{k} + e\tau\mathbf{E} + \frac{e}{2}\mathbf{R} \times \mathbf{B}, \omega; \mathbf{R}, T) \right\} + \frac{i}{2} \left\{ \Gamma_{\lambda\lambda_1}(\mathbf{k} + e\tau\mathbf{E} + \frac{e}{2}\mathbf{R} \times \mathbf{B}, \omega; \mathbf{R}, T), g_{\lambda_1\lambda}^<(\mathbf{k} + \right.$$

$$+ e T E + \frac{e}{2} R \times B, \omega; R, T) \} = \left\{ \sigma_{\lambda\lambda_1}^< (k + e T E + \frac{e}{2} R \times B, \omega; R, T), \right.$$

$$\left. \operatorname{Re} g_{\lambda_1\lambda'} (k + e T E + \frac{e}{2} R \times B, \omega; R, T) + \frac{i}{2} \alpha_{\lambda_1\lambda'} ((k + e T E + \frac{e}{2} R \times B, \omega; R, T) \right\}; \quad (2.2.2)$$

$$\left\{ g_{\lambda\lambda'}^< (k + e T E + \frac{e}{2} R \times B, \omega; R, T), \omega - e_{\lambda'} (k + e T E + \frac{e}{2} R \times B, \omega; R, T) \right\} - \frac{i}{2} \left\{ g_{\lambda\lambda_1}^< (k + e T E + \frac{e}{2} R \times B, \omega; R, T), \Gamma_{\lambda_1\lambda'} (k + e T E + \frac{e}{2} R \times B, \omega; R, T) \right\} = \left\{ \operatorname{Re} g_{\lambda\lambda_1}^< (k + e T E + \frac{e}{2} R \times B, \omega; R, T) - \frac{i}{2} \alpha_{\lambda\lambda_1} (k + e T E + \frac{e}{2} R \times B, \omega; R, T), \sigma_{\lambda_1\lambda'}^< (k + e T E + \frac{e}{2} R \times B, \omega; R, T) \right\}; \quad (2.2.3)$$

$$\left\{ \omega - e_{\lambda'} (k + e T E + \frac{e}{2} R \times B, \omega; R, T), g_{\lambda\lambda'}^r (k + e T E + \frac{e}{2} R \times B, \omega; R, T) \right\} + \frac{i}{2} \left\{ \Gamma_{\lambda\lambda_1} (k + e T E + \frac{e}{2} R \times B, \omega; R, T), g_{\lambda_1\lambda'}^r (k + e T E + \frac{e}{2} R \times B, \omega; R, T) \right\} = \delta_{\lambda\lambda'}. \quad (2.2.4)$$

$$\left\{ g_{\lambda\lambda'}^r (k + e T E + \frac{e}{2} R \times B, \omega; R, T), \omega - e_{\lambda'} (k + e T E + \frac{e}{2} R \times B, \omega; R, T) \right\} - \frac{i}{2} \left\{ g_{\lambda\lambda_1}^r (k + e T E + \frac{e}{2} R \times B, \omega; R, T), \Gamma_{\lambda_1\lambda'} (k + e T E + \frac{e}{2} R \times B, \omega; R, T) \right\}$$

$$\left. + e T E + \frac{e}{2} R \times B, \omega; R, T \right\} = \delta_{\lambda\lambda'} \quad (2.2.5)$$

Перейдем в уравнениях (2.2.2) - (2.2.5) от канонического импульса  $k$  к кинетическому  $p$ :

$$p = k + e T E + \frac{e}{2} R \times B \quad (2.2.6)$$

В этом случае производные по  $R$ ,  $T$  и обобщенные скобки Пуассона преобразуются по правилу:

$$\frac{\partial}{\partial T} \rightarrow \frac{\partial}{\partial T} + e E \cdot \nabla_p; \nabla_R \rightarrow \nabla_R + \frac{e}{2} B \times \nabla_p; \nabla_k \rightarrow \nabla_p \quad (2.2.7)$$

$$\begin{aligned} [A, B]_p &\rightarrow [A, B]_p + e E \cdot \left( \frac{\partial}{\partial \omega} A \nabla_p B - \nabla_p A \frac{\partial}{\partial \omega} B \right) + \\ &+ e B \cdot \left( \nabla_p A \times \nabla_p B \right). \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

Отметим, что все указанные преобразования (2.2.6) - (2.2.8) проводятся только в плоскости пленки  $(x, y)$ . Аргументами функций становятся  $p$ ,  $\omega$ ,  $R$ ,  $T$ .

Осуществим указанный переход в уравнениях (2.2.2) - (2.2.5). В общем виде переход к кинетическому импульсу в операторной экспоненте неосуществим, однако, в приближении "кинетического уравнения", когда можно ограничиться линейными по первым производным членами в разложении операторной экспоненты, этот переход возможен. Пренебрегая производными по  $R$  и  $T$ , т.е. для стационарного однородного в плоскости пленки случая для уравнения (2.2.2), например, находим [114]:

$$\begin{aligned} (\omega - e_\lambda) \mathcal{E}_{\lambda\lambda'}^{\langle 1 \rangle} + \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda\lambda_1} \mathcal{E}_{\lambda_1\lambda'}^{\langle 1 \rangle} + \frac{i}{2} e E \cdot \left\{ 2 \left( \nabla_p + \nabla_p e_\lambda \frac{\partial}{\partial \omega} \right) \mathcal{E}_{\lambda\lambda'}^{\langle 1 \rangle} - \right. \\ \left. - \frac{\partial}{\partial \omega} \left( \text{Re } \sigma_{\lambda\lambda_1} - \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda\lambda_1} \right) \nabla_p \mathcal{E}_{\lambda_1\lambda'}^{\langle 1 \rangle} + \nabla_p \left( \text{Re } \sigma_{\lambda\lambda_1} - \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda\lambda_1} \right) \frac{\partial}{\partial \omega} \mathcal{E}_{\lambda_1\lambda'}^{\langle 1 \rangle} \right\} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{i}{2} e \mathbf{B} \cdot \left\{ 2 \nabla_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\lambda} \times \nabla_{\mathbf{p}} \sigma_{\lambda\lambda_1}^{\langle} + \nabla_{\mathbf{p}} \left( \operatorname{Re} \sigma_{\lambda\lambda_1} - \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda\lambda_1} \right) \times \nabla_{\mathbf{p}} \sigma_{\lambda_1\lambda'}^{\langle} = \sigma_{\lambda\lambda_1}^{\langle} * \right. \\
& * \left( \operatorname{Re} \sigma_{\lambda_1\lambda'} + \frac{i}{2} \alpha_{\lambda_1\lambda'} \right) + \frac{i}{2} e \mathbf{E} \cdot \left\{ \frac{\partial}{\partial \omega} \sigma_{\lambda\lambda_1}^{\langle} \nabla_{\mathbf{p}} \left( \operatorname{Re} \sigma_{\lambda_1\lambda'} + \frac{i}{2} \alpha_{\lambda_1\lambda'} \right) - \right. \\
& - \nabla_{\mathbf{p}} \sigma_{\lambda\lambda_1}^{\langle} \frac{\partial}{\partial \omega} \left( \operatorname{Re} \sigma_{\lambda_1\lambda'} + \frac{i}{2} \alpha_{\lambda_1\lambda'} \right) \left. \right\} + \frac{i}{2} e \mathbf{B} \cdot \left[ \nabla_{\mathbf{p}} \sigma_{\lambda\lambda_1}^{\langle} \times \nabla_{\mathbf{p}} \left( \operatorname{Re} \sigma_{\lambda_1\lambda'} + \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{i}{2} \alpha_{\lambda_1\lambda'} \right) \right]. \tag{2.2.9}
\end{aligned}$$

где  $\varepsilon_{\lambda}(\mathbf{p})$  – собственное значение оператора  $\varepsilon(\mathbf{p} - i\mathbf{e}_z \partial/\partial z)$  в базисе функций  $\varphi_{\lambda}$ , представляющее собой квазичастичную энергию электронов в кристаллическом поле пленки в отсутствии межчастичного взаимодействия.

Аналогичным образом преобразуем и уравнения (2.2.3) – (2.2.5). Вычитая почленно (2.2.9) и полученное после преобразования сопряженное к нему уравнение имеем для  $\sigma^{\langle}$ :

$$\begin{aligned}
& (e_{\lambda} - e_{\lambda'}) \sigma_{\lambda\lambda'}^{\langle} - \frac{i}{2} \left( \Gamma_{\lambda\lambda_1} \sigma_{\lambda_1\lambda'}^{\langle} + \sigma_{\lambda\lambda_1}^{\langle} \Gamma_{\lambda_1\lambda'} \right) + \sigma_{\lambda\lambda_1}^{\langle} \left( \operatorname{Re} \sigma_{\lambda_1\lambda'} + \frac{i}{2} * \right. \\
& * \left. \alpha_{\lambda_1\lambda'} \right) - \left( \operatorname{Re} \sigma_{\lambda\lambda_1} - \frac{i}{2} \alpha_{\lambda\lambda_1} \right) \sigma_{\lambda_1\lambda'}^{\langle} = \frac{i}{2} e \mathbf{E} \cdot \left\{ 2 \left( \nabla_{\mathbf{p}} + \nabla_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\lambda} \frac{\partial}{\partial \omega} \right) \sigma_{\lambda\lambda'}^{\langle} - \right. \\
& - \frac{\partial}{\partial \omega} \left( \operatorname{Re} \sigma_{\lambda\lambda_1} - \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda\lambda_1} \right) \nabla_{\mathbf{p}} \sigma_{\lambda_1\lambda'}^{\langle} + \nabla_{\mathbf{p}} \left( \operatorname{Re} \sigma_{\lambda\lambda_1} - \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda\lambda_1} \right) \frac{\partial}{\partial \omega} \sigma_{\lambda_1\lambda'}^{\langle} + \\
& + \frac{\partial}{\partial \omega} \sigma_{\lambda\lambda_1}^{\langle} \nabla_{\mathbf{p}} \left( \operatorname{Re} \sigma_{\lambda_1\lambda'} + \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda_1\lambda'} \right) - \nabla_{\mathbf{p}} \sigma_{\lambda\lambda_1}^{\langle} \frac{\partial}{\partial \omega} \left( \operatorname{Re} \sigma_{\lambda_1\lambda'} + \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda_1\lambda'} \right) - \\
& - \frac{\partial}{\partial \omega} \sigma_{\lambda\lambda_1}^{\langle} \nabla_{\mathbf{p}} \left( \operatorname{Re} \sigma_{\lambda_1\lambda'} + \frac{i}{2} \alpha_{\lambda_1\lambda'} \right) + \nabla_{\mathbf{p}} \sigma_{\lambda\lambda_1}^{\langle} \frac{\partial}{\partial \omega} \left( \operatorname{Re} \sigma_{\lambda_1\lambda'} + \frac{i}{2} \alpha_{\lambda_1\lambda'} \right) \\
& + \frac{\partial}{\partial \omega} \left( \operatorname{Re} \sigma_{\lambda\lambda_1} - \frac{i}{2} \alpha_{\lambda\lambda_1} \right) \nabla_{\mathbf{p}} \sigma_{\lambda_1\lambda'}^{\langle} - \nabla_{\mathbf{p}} \left( \operatorname{Re} \sigma_{\lambda\lambda_1} - \frac{i}{2} \alpha_{\lambda\lambda_1} \right) \frac{\partial}{\partial \omega} \sigma_{\lambda_1\lambda'}^{\langle} \left. \right\} - \\
& - \frac{i}{2} e \mathbf{B} \cdot \left\{ 2 \nabla_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\lambda} \times \nabla_{\mathbf{p}} \sigma_{\lambda\lambda'}^{\langle} + \nabla_{\mathbf{p}} \left( \operatorname{Re} \sigma_{\lambda\lambda_1} - \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda\lambda_1} \right) \times \nabla_{\mathbf{p}} \sigma_{\lambda_1\lambda'}^{\langle} - \nabla_{\mathbf{p}} \sigma_{\lambda\lambda_1}^{\langle} \times \right. \\
& \left. \times \nabla_{\mathbf{p}} \left( \operatorname{Re} \sigma_{\lambda_1\lambda'} + \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda_1\lambda'} \right) + \nabla_{\mathbf{p}} \sigma_{\lambda\lambda_1}^{\langle} \times \nabla_{\mathbf{p}} \left( \operatorname{Re} \sigma_{\lambda_1\lambda'} + \frac{i}{2} \alpha_{\lambda_1\lambda'} \right) - \right.
\end{aligned}$$

$$\nabla_{\mathbf{p}} \left( \text{Re } \varepsilon_{\lambda\lambda_1} - \frac{i}{2} \alpha_{\lambda\lambda_1} \right) \times \nabla_{\mathbf{p}} \sigma_{\lambda_1\lambda'}^< \}. \quad (2.2.10)$$

Полученные после указанного преобразования (2.2.4), (2.2.5), уравнения складываем почленно, в результате чего находим уравнение для функции  $\varepsilon^r$ :

$$\begin{aligned} & \left( \omega - \frac{e_{\lambda} + e_{\lambda'}}{2} \right) \varepsilon_{\lambda\lambda'}^r + \frac{i}{4} \left( \Gamma_{\lambda\lambda_1} \varepsilon_{\lambda_1\lambda'}^r + \varepsilon_{\lambda\lambda_1}^r \Gamma_{\lambda_1\lambda'} \right) = \varepsilon_{\lambda\lambda'} + \frac{i}{4} e \cdot \mathbf{E} \\ & \cdot \left\{ \frac{\partial}{\partial \omega} \left( \text{Re } \sigma_{\lambda\lambda_1} - \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda\lambda_1} \right) \nabla_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\lambda_1\lambda'}^r - \nabla_{\mathbf{p}} \left( \text{Re } \sigma_{\lambda\lambda_1} - \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda\lambda_1} \right) \frac{\partial}{\partial \omega} \varepsilon_{\lambda_1\lambda'}^r + \right. \\ & + \frac{\partial}{\partial \omega} \varepsilon_{\lambda\lambda_1}^r \nabla_{\mathbf{p}} \left( \text{Re } \sigma_{\lambda_1\lambda'} - \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda_1\lambda'} \right) - \nabla_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\lambda\lambda_1}^r \frac{\partial}{\partial \omega} \left( \text{Re } \sigma_{\lambda_1\lambda'} - \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda_1\lambda'} \right) \left. \right\} + \\ & + \frac{i}{4} e \cdot \mathbf{B} \cdot \left\{ \nabla_{\mathbf{p}} \left( \text{Re } \sigma_{\lambda\lambda_1} - \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda\lambda_1} \right) \times \nabla_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\lambda_1\lambda'}^r + \nabla_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\lambda\lambda_1}^r \times \nabla_{\mathbf{p}} \left( \text{Re } \sigma_{\lambda_1\lambda'} - \frac{i}{2} \right) * \right. \\ & \left. * \Gamma_{\lambda_1\lambda'} \right\}. \quad (2.2.11) \end{aligned}$$

В уравнениях (2.2.10), (2.2.11) подразумевается суммирование по повторяющимся индексам.

В общем случае функция  $\varepsilon^<$  связана со спектральной функцией  $\alpha$  соотношением (1.3.3). Рассмотрим линейное по внешнему возмущению, вызванному слабым постоянным и однородным электрическим полем  $\mathbf{E}$ , приближение для функции  $\varepsilon^<$  и будем решать уравнения (2.2.10), (2.2.11) при помощи следующего анзаца для корреляционной функции  $\varepsilon^<$  [100]:

$$\varepsilon_{\lambda\lambda'}^< = n_0(\omega) \alpha_{\lambda\lambda'} - \frac{\partial n_0}{\partial \omega} \gamma_{\lambda\lambda'}, \quad (2.2.12)$$

где  $n_0(\omega)$  — равновесная фермиевская функция распределения;  $\gamma_{\lambda\lambda'}$  — функция, описывающая отклонение корреляционной функции вблизи поверхности Ферми, обусловленное влиянием однородного постоянного электрического поля  $\mathbf{E}$ ,  $\gamma \sim E$ . Физический смысл функции  $\gamma$  нетрудно установить, записав функцию распределения частиц  $\tilde{f}(\mathbf{p})$ :

$$\tilde{f}(\mathbf{p}) = \int \frac{d\omega}{2\pi} \varepsilon^<(\mathbf{p}, \omega) = \int \frac{d\omega}{2\pi} n_0(\omega) \alpha(\omega) - \int \frac{d\omega}{2\pi} \frac{\partial n_0}{\partial \omega} \gamma(\mathbf{p}, \omega).$$

Первое слагаемое представляет собой равновесную функцию распределения в отсутствии электрического поля, второе — возмущение функции распределения, вызванное слабым, постоянным и однородным электрическим полем. Ниже будет показано, что функция  $\gamma$  выражается через спектральную функцию. Если записать ее в виде  $\gamma = \alpha(\mathbf{p}, \omega) U(\mathbf{E})$ ,

то для функции распределения находим

$$\tilde{f}(\mathbf{p}) = \int \frac{d\omega}{2\pi} n_0(\omega) \left[ \alpha(U=0) + \frac{\partial \alpha}{\partial \omega} \Big|_{U=0} U(\mathbf{E}) \right] = \int \frac{d\omega}{2\pi} n_0(\omega) \alpha(\mathbf{p}, \omega + U(\mathbf{E}))$$

Таким образом, функция  $\gamma$  определяет сдвиг в энергетическом спектре системы на энергию квазичастиц, обусловленную электрическим полем.

Корреляционная собственно-энергетическая функция  $\sigma^<$  в пренебрежении электрон-фононным и электрон-примесным взаимодействиями записывается обычным образом [23]<sup>\*</sup>:

$$\sigma_{\lambda\lambda'}^< = n_0(\omega) \Gamma_{\lambda\lambda'} \quad (2.2.13)$$

Благодаря выбору собственных функций  $\varphi_\lambda$  (2.2.1), диагональные части всех функций, входящих в уравнения (2.2.10), (2.2.11) представляют собой квазиравновесные значения, а недиагональные отвечают за переходы между уровнями. Как будет видно из дальнейшего, представляет интерес ситуация, когда квантование движения носителей тока размерами образца достаточно велико так, что параметр  $k_B T / \Delta \varepsilon_\lambda \ll 1$ , поэтому переходами между уровнями можно пренебречь [96, 101]. В этом случае в

<sup>\*</sup>) В конечном результате будет ясно, как можно учесть указанные эффекты. Более того, в условиях близких к абсолютному нулю температур фононным рассеянием можно пренебречь по сравнению с межчастичным и примесным взаимодействиями.

линеаризованном по электрическому полю приближении диагональные части уравнений (2.2.10), (2.2.11) с учетом анзаца (2.2.12) примут вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_0}{\partial \omega} \gamma_\lambda \Gamma_\lambda = e E \cdot \left\{ n_0(\omega) \left[ \left( 1 - \frac{\partial}{\partial \omega} \operatorname{Re} \sigma_\lambda \right) \nabla_p \alpha_\lambda + (\nabla_p \varepsilon_\lambda + \nabla_p \operatorname{Re} \sigma_\lambda) * \right. \right. \\ * \left. \frac{\partial}{\partial \omega} \alpha_\lambda - \nabla_p \operatorname{Re} \varepsilon_\lambda \frac{\partial}{\partial \omega} \Gamma_\lambda + \frac{\partial}{\partial \omega} \operatorname{Re} \varepsilon_\lambda \nabla_p \Gamma_\lambda \right] + \frac{\partial n_0}{\partial \omega} \left[ (\nabla_p \varepsilon_\lambda + \nabla_p \operatorname{Re} \sigma_\lambda) * \right. \\ * \left. \alpha_\lambda - \Gamma_\lambda \nabla_p \operatorname{Re} \varepsilon_\lambda \right] \left. \right\} - e B \cdot \left\{ n_0(\omega) \left[ (\nabla_p \varepsilon_\lambda + \nabla_p \operatorname{Re} \sigma_\lambda) \times \nabla_p \alpha_\lambda - \nabla_p \operatorname{Re} \varepsilon_\lambda \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \nabla_p \Gamma_\lambda \right] - \frac{\partial n_0}{\partial \omega} (\nabla_p \varepsilon_\lambda + \nabla_p \operatorname{Re} \sigma_\lambda) \times \nabla_p \gamma_\lambda \right\}. \end{aligned} \quad (2.2.14)$$

$$\left( \omega - e_\lambda + \frac{i}{2} \Gamma_\lambda \right) g_\lambda^r = 1. \quad (2.2.15)$$

Из уравнения (2.2.15) нетрудно определить спектральную функцию  $\alpha_{\lambda n}$ :

$$\alpha_\lambda = \frac{\Gamma_\lambda}{(\omega - e_\lambda)^2 + \Gamma_\lambda^2 / 4}. \quad (2.2.16)$$

Как и следовало ожидать, в равновесии при учете размытия уровней и в пренебрежении переходами между уровнями, спектральная функция  $\alpha_\lambda$  имеет вид обобщенного (в смысле зависимостей  $e_\lambda(\omega)$  и  $\Gamma_\lambda(\omega)$ ) Лоренцевского контура (1.1.45).

Используя явный вид функций  $\alpha_\lambda$  и  $\operatorname{Re} \varepsilon_\lambda$ , (2.2.15), (2.2.16) и вычисляя производные этих функций, входящие в (2.2.14), убеждаемся в том, что множители при  $n_0(\omega)$  в правой части (2.2.14) тождественно обращаются в ноль. В результате уравнение (2.2.14) преобразуется к уравнению ферми-жидкостного типа [113]:

$$\gamma_\lambda \Gamma_\lambda = e E \cdot \left\{ \nabla_p e_\lambda \Gamma_\lambda + (\omega - e_\lambda) \nabla_p \Gamma_\lambda \right\} \frac{\alpha_\lambda^2}{2} + e B \cdot (\nabla_p e_\lambda \times \nabla_p \gamma_\lambda).$$

(2.2.17)

Видно, что если толщину пленки устремить к бесконечности, дискретная структура энергетических пленочных уровней пропадает и уравнение (2.2.17) переходит в аналогичное уравнение, полученное в [100] для неограниченного образца.

Будем пренебрегать зависимостью  $\Gamma_\lambda$  от  $\mathbf{p}$  ( т.е.  $\nabla_{\mathbf{p}}\Gamma_\lambda=0$  ), поскольку вблизи ферми-поверхности затухание минимально. Для электрон-примесного взаимодействия, например, такое приближение является точным ввиду сильно локализованного характера этого взаимодействия [28]. В этом случае уравнение (2.2.17) примет более простой вид:

$$\gamma_\lambda \Gamma_\lambda = e \mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{p}} e_\lambda \Gamma_\lambda \frac{a_\lambda^2}{2} + e \mathbf{V} \cdot ( \nabla_{\mathbf{p}} e_\lambda \times \nabla_{\mathbf{p}} \gamma_\lambda ). \quad (2.2.18)$$

### 2.3. Стационарное состояние размерно-квантованной пленки в магнитном поле

Уравнение (2.2.18), как указывалось выше, получено для стационарного, однородного в плоскости пленки состояния в условиях размерного квантования движения носителей тока. В настоящем разделе, решая это уравнение при определенных упрощающих предположениях о свойствах рассматриваемой системы, будет найдено стационарное состояние размерно-квантованной пленки в линейном по слабому постоянному электрическому полю приближении, в предположение о существовании хорошо определенных квазичастичных состояний [36].

Наиболее общее выражение для функции  $\gamma_\lambda(\mathbf{p}, \omega)$ , линейное по величине электрического поля  $\mathbf{E}$  можно записать следующим образом:

$$\gamma_\lambda(\mathbf{p}, \omega) = (\nabla_{\mathbf{p}} \epsilon_\lambda \cdot \mathbf{E}) F_{1\lambda}(\mathbf{p}, \omega) + \nabla_{\mathbf{p}} \epsilon_\lambda \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{V}) F_{2\lambda}(\mathbf{p}, \omega), \quad (2.3.1)$$

где  $F_{1\lambda}$ ,  $F_{2\lambda}$  не зависят от  $\mathbf{E}$ , но могут зависеть от  $\mathbf{V}$ .

В отличие от [100] в соотношении (2.3.1) отсутствует слагаемое типа  $(\mathbf{v} \cdot \mathbf{V})(\mathbf{V} \cdot \mathbf{E}) F_3$  в силу геометрических свойств системы.

Из соотношения (2.3.1) следует, что функцию  $\gamma_\lambda$  можно представить в виде:

$$\gamma_\lambda(\mathbf{p}, \omega) = \mathbf{u}_\lambda(\mathbf{p}, \omega) \cdot \mathbf{E}, \quad (2.3.3)$$

где функции  $u_{\lambda x}$  и  $u_{\lambda y}$  являются функциями состояния.

Перейдем к комплексной функции  $f_\lambda$ :

$$f_\lambda(\mathbf{p}, \omega) = u_{\lambda x}(\mathbf{p}, \omega) + i u_{\lambda y}(\mathbf{p}, \omega). \quad (2.3.4)$$

Запишем уравнение (2.2.18) по-компонентно:

$$u_{\lambda x} \Gamma_\lambda = e \frac{\partial \epsilon_\lambda}{\partial p_x} \Gamma_\lambda \frac{a_\lambda^2}{2} + e V \left[ \frac{\partial \epsilon_\lambda}{\partial p_x} \frac{\partial}{\partial p_y} - \frac{\partial \epsilon_\lambda}{\partial p_y} \frac{\partial}{\partial p_x} \right] u_{\lambda x};$$

(2.3.5)

$$u_{\lambda y} \Gamma_{\lambda} = e \frac{\partial e_{\lambda}}{\partial p_y} \Gamma_{\lambda} \frac{a_{\lambda}^2}{2} + e B \left( \frac{\partial e_{\lambda}}{\partial p_y} \frac{\partial}{\partial p_x} - \frac{\partial e_{\lambda}}{\partial p_x} \frac{\partial}{\partial p_y} \right) u_{\lambda y}; \quad (2.3.6)$$

В результате уравнение для  $f_{\lambda}$  примет вид [114]:

$$\Gamma_{\lambda} f_{\lambda}(p, \omega) = e \Gamma_{\lambda} \frac{a_{\lambda}^2}{2} \left( \frac{\partial}{\partial p_x} + i \frac{\partial}{\partial p_y} \right) e_{\lambda} + e B \left( \frac{\partial e_{\lambda}}{\partial p_x} \frac{\partial}{\partial p_y} - \frac{\partial e_{\lambda}}{\partial p_y} \frac{\partial}{\partial p_x} \right) f_{\lambda}(p, \omega). \quad (2.3.7)$$

В полученном уравнении перейдем к полярной системе координат  $(p_x, p_y) \rightarrow (p, \varphi)$ :

$$\Gamma_{\lambda} f_{\lambda} = e \Gamma_{\lambda} \frac{a_{\lambda}^2}{2} \left( \frac{\partial e_{\lambda}}{\partial p} + \frac{i}{p} \frac{\partial e_{\lambda}}{\partial \varphi} \right) e^{i\varphi} + \frac{1}{p} e B \left( \frac{\partial e_{\lambda}}{\partial p} \frac{\partial}{\partial \varphi} - \frac{\partial e_{\lambda}}{\partial \varphi} \frac{\partial}{\partial p} \right) f_{\lambda}. \quad (2.3.8)$$

В предположении, что систему можно характеризовать одночастичными состояниями, переходы между которыми отсутствуют, движение электронов в плоскости пленки можно считать изоэнергетическим [1, 2]. При фиксированном  $\lambda$  и  $\omega$  траектория электронов определяется условием  $e_{\lambda}(p, \omega) = \text{const}$ . В этом случае можно параметризовать зависимость  $p(\varphi)$  условием:

$$de_{\lambda} = \frac{\partial e_{\lambda}}{\partial p} dp + \frac{\partial e_{\lambda}}{\partial \varphi} d\varphi = 0 \quad (2.3.9)$$

С учетом (2.3.9), уравнение (2.3.8) примет вид:

$$df_{\lambda}(p, \omega) = - \frac{\Gamma_{\lambda}}{eB} p \left\{ \frac{e}{2} a_{\lambda}^2(p, \omega) (d\varphi - \frac{i}{p} dp) e^{i\varphi} - f_{\lambda}(p, \omega) \frac{d\varphi}{\partial e_{\lambda} / \partial p} \right\}. \quad (2.3.10)$$

Выполнив интегрирование по  $\varphi$  в уравнении (2.3.10), находим:

$$f_{\lambda}(\varphi, e_{\lambda}, \omega) - f_{\lambda}(\varphi_0, e_{\lambda}, \omega) = \frac{m^*}{eB} \Gamma_{\lambda}(\omega) \left\{ a_{\lambda}^2(e_{\lambda}, \omega) * \right.$$

$$* \Delta_{\lambda}(\varphi, \varphi_0, e_{\lambda}) + \int_{\varphi_0}^{\varphi} d\varphi' \Phi(\varphi', e_{\lambda}) f_{\lambda}(\varphi', e_{\lambda}, \omega) \}, \quad (2.3.11)$$

где

$$\Delta_{\lambda}(\varphi, \varphi_0, e_{\lambda}) = \frac{i}{2} \frac{e}{m^*} \rho(\varphi, e_{\lambda}) e^{i\varphi} \Big|_{\varphi_0}^{\varphi}; \quad (2.3.12)$$

$$\Phi(\varphi, e_{\lambda}) = \frac{\rho(\varphi, e_{\lambda})}{m^* v_{\lambda}}, \quad v_{\lambda} = \frac{\partial e_{\lambda}}{\partial p} \quad (2.3.13)$$

Уравнение (2.3.11) будем решать методом итераций. В случае низких температур и сильных магнитных полей энергия циклотронного кванта  $\omega_c = |e|B/m^*$  много больше ширины энергетических уровней  $\Gamma_{\lambda}$ . Вводим малый безразмерный параметр  $k_{\lambda}$ :

$$k_{\lambda} = \Gamma_{\lambda} / \omega_c, \quad (2.3.14)$$

а решение уравнения (2.3.11) можно представить в виде ряда по степеням  $k_{\lambda}$ :

$$f_{\lambda} = f_{\lambda}^{(0)} + k_{\lambda} f_{\lambda}^{(1)} + k_{\lambda}^2 f_{\lambda}^{(2)} + \dots \quad (2.3.15)$$

Перепишем (2.3.11) в более удобном виде:

$$f_{\lambda} = f_{0\lambda} - k_{\lambda} a_{\lambda}^2 \Delta_{\lambda} - k_{\lambda} L_{\varphi} f_{\lambda}, \quad (2.3.16)$$

где  $L_{\varphi}$  — интегральный оператор:

$$L_{\varphi} f_{\lambda}(\varphi, e_{\lambda}, \omega) = \int_{\varphi_0}^{\varphi} d\varphi' \Phi(\varphi', e_{\lambda}) f_{\lambda}(\varphi', e_{\lambda}, \omega). \quad (2.3.17)$$

Подставляя разложение (2.3.15) в уравнение (2.3.16) и приравняв члены одного порядка по  $k_{\lambda}$ , получаем последовательность уравнений:

$$f_{\lambda}^{(0)} = f_{\lambda}^{(0)};$$

$$f_{\lambda}^{(1)} = f_{\lambda}^{(1)} - a_{\lambda}^2 \Delta_{\lambda} - L_{\varphi} f_{\lambda}^{(0)};$$

$$f_{\lambda}^{(k)} = f_{\lambda}^{(k)} - L_{\varphi} f_{\lambda}^{(k-1)}, \quad k \geq 2. \quad (2.3.18)$$

Тип граничных условий уравнений (2.3.18) определяется траекториями движения электронов. Известно, что для данной

энергетической зоны с фиксированным квантовым числом  $\lambda$  в общем случае возможны два типа траекторий – замкнутые, по которым электроны движутся периодически, и открытые, непериодические. В рассматриваемом случае будем считать траектории частиц замкнутыми [2, 153]. Указанное приближение справедливо в пренебрежении рассеянием электронов на фононах и в пренебрежении граничными эффектами в плоскости пленки и на квазиклассическом языке означает, что длина свободного пробега электронов много больше характерного радиуса циклотронных орбит.

На данном этапе в рамках развитой теории при определенном выборе граничных условий существует принципиальная возможность описания квантового эффекта Холла, учитывая неоднородность энергетических зон, которая может быть в частности обусловлена эффектами рассеяния на примесях [74, 81, 99]. Однако, рассмотрение этого вопроса выходит за рамки данной работы.

Граничное условие для замкнутых траекторий имеет вид:

$$f_{\lambda}^{(k)}(\varphi, e_{\lambda}, \omega) = f_{\lambda}^{(k)}(\varphi + 2\pi, e_{\lambda}, \omega). \quad (2.3.19)$$

Рассмотрим свойства оператора  $L_{\varphi}$  (2.3.17). Из определения функции  $\Phi$  (2.3.13) следует, что интегрирование по азимутальному углу при фиксированных  $\lambda$  и  $\omega$  можно преобразовать в интегрирование по траектории  $\rho(\varphi)$  [4, 26]:

$$L_{\varphi} f \sim \int d\lambda f$$

Поскольку  $f_{\lambda}$  – функция состояния, интегрирование по замкнутому контуру дает ноль:

$$L_{2\pi} f_{\lambda} = 0.$$

Применим оператор  $L_{2\pi}$  к уравнениям (2.3.18):

$$L_{2\pi} f_{\lambda}^{(0)} = 0;$$

$$L_{2\pi} f_{\lambda}^{(1)} - L_{2\pi} a_{\lambda}^2 \Delta_{\lambda} - L_{2\pi} L_{\varphi} f_{\lambda}^{(0)} = 0;$$

$$L_{2\pi} f_{\alpha}^{(k)} - L_{2\pi} L_{\varphi} f_{\lambda}^{(k-1)} = 0, \quad k \geq 2. \quad (2.3.21)$$

Функция  $f_{\alpha\lambda}$  в любом порядке не зависит от угла  $\varphi$ , поэтому ее можно вынести за знак интеграла:

$$L_{2\pi} f_{\alpha\lambda}(e_{\lambda}, \omega) = B f_{\alpha\lambda}(e_{\lambda}, \omega),$$

где  $B = \text{const} \equiv \oint d\varphi' \Phi(\varphi', e_{\lambda})$ .

Из уравнений (2.3.21) имеем тогда

$$B f_{\alpha}^{(0)}(e_{\lambda}, \omega) = 0;$$

$$B f_{\alpha}^{(1)}(e_{\lambda}, \omega) = L_{2\pi} a_{\lambda}^2 \Delta_{\lambda} + L_{2\pi} L_{\varphi} f_{\lambda}^{(0)};$$

$$B f_{\alpha}^{(k)}(e_{\lambda}, \omega) = L_{2\pi} L_{\varphi} f_{\lambda}^{(k-1)}, \quad k \geq 2. \quad (2.3.22)$$

Первое уравнение в (2.3.22) приводит к условию  $f_{\alpha}^{(0)} = 0$ .

Тогда из первого уравнения системы (2.3.18) следует

$$f_{\alpha\lambda} = 0. \quad (2.3.23)$$

Подставим (2.3.23) во второе уравнение (2.3.22), откуда находим явный вид для первого члена разложения функции  $f_{\alpha\lambda}$ :

$$f_{\alpha}^{(1)}(e_{\lambda}, \omega) = B^{-1} L_{2\pi} a_{\lambda}^2(e_{\lambda}, \omega) \Delta_{\lambda}.$$

Введем обозначение

$$\chi(\varphi) = \frac{i}{2} \frac{e}{m} \rho(\varphi, e_{\lambda}) e^{i\varphi}, \quad (2.3.24)$$

в результате чего выражение для  $f_{\alpha}^{(1)}$  можно переписать в виде:

$$f_{\alpha}^{(1)}(e_{\lambda}, \omega) = B^{-1} L_{2\pi} a_{\lambda}^2(e_{\lambda}, \omega) \chi(\varphi) - a_{\lambda}^2(e_{\lambda}, \omega) \chi(\varphi_0).$$

Подставляя полученное выражение во второе уравнение системы (2.3.18), находим явный вид функции  $f_{\lambda}^{(1)}$ :

$$f_{\lambda}^{(1)}(e_{\lambda}, \omega) = a_{\lambda}^2(e_{\lambda}, \omega) B^{-1} L_{2\pi} \chi(\varphi) - a_{\lambda}^2(e_{\lambda}, \omega) \chi(\varphi). \quad (2.3.25)$$

Из определения функции  $\chi(\varphi)$  (2.3.24) следует, что оператор  $L_{2\pi}$  обращает ее в ноль. Тогда из (2.3.25) находим:

$$f_{\lambda}^{(1)}(e_{\lambda}, \omega) = -\frac{i}{2} \frac{e}{m} a_{\lambda}^2(e_{\lambda}, \omega) \rho(\varphi, e_{\lambda}) e^{i\varphi}. \quad (2.3.26)$$

Подставляя (2.3.26) в последнее уравнение системы (2.3.18), можно последовательно определять приближения функции  $f_{\lambda}^{(k)}$ . В частности при  $k=2$  имеем:

$$f_{\lambda}^{(2)} = f_{\lambda}^{(2)} + \frac{i}{2} \frac{e}{m} \int_{\varphi_0}^{\varphi} d\varphi' \Phi(\varphi', e_{\lambda}) a_{\lambda}^2(e_{\lambda}, \omega) \rho(\varphi', e_{\lambda}) e^{i\varphi'}. \quad (2.3.27)$$

где

$$f_{\lambda}^{(2)}(e_{\lambda}, \omega) = \left( \oint d\varphi \Phi(\varphi, e_{\lambda}) \right)^{-1} L_{2\pi} L_{\varphi} f_{\lambda}^{(1)}, \quad (2.3.28)$$

Зная вид функции  $f_{\lambda}$ , можем в каждом порядке по  $k_{\lambda}$  вычислить  $u_{\lambda x}$  и  $u_{\lambda y}$  как вещественную и мнимую части функции  $f_{\lambda}$ . Например, во втором порядке по  $k_{\lambda}$  имеем:

$$u_{\lambda x} = \frac{e}{2m} k_{\lambda} a_{\lambda}^2(e_{\lambda}, \omega) \rho(\varphi, e_{\lambda}) \sin \varphi - \frac{e}{2m} k_{\lambda}^2 \int_{\varphi_0}^{\varphi} d\varphi' \Phi(\varphi', e_{\lambda}) * a_{\lambda}^2(e_{\lambda}, \omega) \rho(\varphi', e_{\lambda}) \sin \varphi']; \quad (2.3.29)$$

$$u_{\lambda y} = -\frac{e}{2m} k_{\lambda} a_{\lambda}^2(e_{\lambda}, \omega) \rho(\varphi, e_{\lambda}) \cos \varphi + \frac{e}{2m} k_{\lambda}^2 \int_{\varphi_0}^{\varphi} d\varphi' \Phi(\varphi', e_{\lambda}) * a_{\lambda}^2(e_{\lambda}, \omega) \rho(\varphi', e_{\lambda}) \cos \varphi']; \quad (2.3.30)$$

Найденные функции (2.3.29), (2.3.30) в дальнейшем используются при вычислении функции распределения частиц в системе и, соответственно для определения статических кинетических коэффициентов.

### III. ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА В РАЗМЕРНО-КВАНТОВАННОЙ ПЛЕНКЕ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ.

#### 3.1. Проводимость и термо-э.д.с. размерно-квантованной пленки в сильном магнитном поле

В данном разделе для стационарного состояния пленки, найденного выше, будут получены аналитические выражения для компонент тензоров проводимости и термо-э.д.с. в случаях классического и квантующего магнитного поля [113, 114].

Запишем выражение для плотности тока в плоскости пленки [23]:

$$j = 2e \sum_{\lambda} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} \nabla_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\lambda}(\mathbf{p}) \delta f_{\lambda}(\mathbf{p}) \quad (3.1.1)$$

где  $\nabla_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\lambda}$  - скорость квазичастиц в плоскости пленки,  $\varepsilon_{\lambda}(\mathbf{p})$  - квазичастичная энергия, определяемая видом потенциала кристаллической решетки и пленочного потенциала и не зависящая от межчастичных эффектов,  $\delta f_{\lambda}(\mathbf{p})$  - изменение функции распределения частиц, обусловленное внешним электрическим полем:

$$\delta f_{\lambda}(\mathbf{p}) = \int \frac{d\omega}{2\pi} \delta g_{\lambda}^{<}(\mathbf{p}, \omega)$$

$\delta g_{\lambda}^{<}(\mathbf{p}, \omega)$  - соответствующее отклонение корреляционной функции Грина  $g_{\lambda}^{<}(\mathbf{p}, \omega)$ .

Используя (2.2.11), выразим  $\delta g_{\lambda}^{<}(\mathbf{p}, \omega)$  через функцию  $\gamma_{\lambda}(\mathbf{p}, \omega)$  и подставим в (3.1.1). В результате выражение для плотности тока преобразуется к виду:

$$j = 2e \sum_{\lambda} \int \frac{d\omega}{2\pi} \left( - \frac{\partial n_0}{\partial \omega} \right) \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} \nabla_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\lambda}(\mathbf{p}) \gamma_{\lambda}^{<}(\mathbf{p}, \omega) \quad (3.1.2)$$

Интеграл по импульсам берем по частям, подставляем вместо  $\gamma_{\lambda}$  выражение (2.3.3) и учитываем связь между плотностью тока и тензором проводимости  $j = \sigma \cdot E$ . Имеем:

$$\sigma_{ij} = - 2 e \sum_{\lambda} \int \frac{d\omega}{2\pi} \left( - \frac{\partial n_0}{\partial \omega} \right) \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} (\varepsilon_{\lambda}(\mathbf{p}) - \hbar_{\lambda}) \frac{\partial u_{\lambda j}}{\partial p_i}, \quad i, j = x, y$$

(3.1.3)

где  $h_\lambda$  — постоянная интегрирования:  $h_\lambda = \varepsilon_\lambda(\mathbf{p}=0)$ .

Выделим  $\omega$ -зависящую часть компонент тензора проводимости, имеющую смысл спектральной плотности проводимости:

$$\sigma_{ij}(\omega) = -2e \sum_{\lambda} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} (\varepsilon_{\lambda}(\mathbf{p}) - h_{\lambda}) \frac{\partial u_{\lambda j}}{\partial p_i}, \quad i, j = x, y. \quad (3.1.4)$$

Используя явный вид функций  $u_{\lambda j}$  (2.3.29), (2.3.30), вычислим компоненты тензора проводимости с точностью до членов порядка  $k_{\lambda}^2$  [113]:

$$\sigma_{xx}(\omega) = -\frac{e^2}{m^* \omega_c^2} \sum_{\lambda} \Gamma_{\lambda}^2(\omega) \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} (\varepsilon_{\lambda}(\mathbf{p}) - h_{\lambda}) \alpha_{\lambda}^2(\omega, e_{\lambda}) \Phi(\mathbf{p}, e_{\lambda}) \sin^2 \varphi; \quad (3.1.5)$$

$$\sigma_{yy}(\omega) = -\frac{e^2}{m^* \omega_c^2} \sum_{\lambda} \Gamma_{\lambda}^2(\omega) \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} (\varepsilon_{\lambda}(\mathbf{p}) - h_{\lambda}) \alpha_{\lambda}^2(\omega, e_{\lambda}) \Phi(\mathbf{p}, e_{\lambda}) \cos^2 \varphi; \quad (3.1.6)$$

$$\sigma_{xy}(\omega) = -\sigma_{yx}(\omega) = \frac{e^2}{m^* \omega_c^2} \sum_{\lambda} \Gamma_{\lambda}(\omega) \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} (\varepsilon_{\lambda}(\mathbf{p}) - h_{\lambda}) \alpha_{\lambda}^2(\omega, e_{\lambda}). \quad (3.1.7)$$

Введем обозначения:

$$n_{\lambda}^+(\omega) - n_{\lambda}^-(\omega) = \Gamma_{\lambda}(\omega) \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} (\varepsilon_{\lambda}(\mathbf{p}) - h_{\lambda}) \alpha_{\lambda}^2(\omega, e_{\lambda}); \quad (3.1.8)$$

$$L_{\lambda}(\omega) = \Gamma_{\lambda}(\omega) \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} (\varepsilon_{\lambda}(\mathbf{p}) - h_{\lambda}) \alpha_{\lambda}^2(\omega, e_{\lambda}) \Phi(\mathbf{p}, e_{\lambda}) \begin{bmatrix} \sin^2 \varphi \\ \cos^2 \varphi \end{bmatrix}, \quad (3.1.9)$$

С учетом (3.1.8), (3.1.9) соотношения (3.1.5)–(3.1.7) перепишутся к виду:

$$\sigma_{xx}(\omega) = \sigma_{yy}(\omega) = \frac{e}{B} \sum_{\lambda} \frac{\Gamma_{\lambda}(\omega)}{\omega_c} L_{\lambda}(\omega); \quad (3.1.10)$$

$$\sigma_{xy}(\omega) = -\sigma_{yx}(\omega) = \frac{e}{B} \sum_{\lambda} [n_{\lambda}^-(\omega) - n_{\lambda}^+(\omega)]. \quad (3.1.11)$$

Отметим, что после подстановки в (3.1.4) и интегрирования по

$\omega$  соотношение (3.1.11) приводится к виду:

$$\sigma_{xy} = \frac{e}{B} [n^-(\mu) - n^+(\mu)], \quad (3.1.12)$$

представляющему собой обобщение известного результата для холловской проводимости [2, 6] на случай тонкой пленки.

Здесь:

$$[n^-(\mu) - n^+(\mu)] = \sum_{\lambda} [n_{\lambda}^-(\mu) - n_{\lambda}^+(\mu)]. \quad (3.1.13)$$

Функции  $n_{\lambda}^-(\mu)$  и  $n_{\lambda}^+(\mu)$ , как будет показано ниже, в частном случае нулевых температур, в газовом приближении имеют смысл плотностей числа частиц (дырочно- и электроно-подобных) на единицу площади пленки при фиксированных значениях пленочного квантового числа  $\lambda$ .

Используем приближенное равенство для спектральной функции  $\alpha_{\lambda}$  [100]:

$$\alpha_{\lambda}^2 = \frac{2\alpha_{\lambda}}{\Gamma_{\lambda}}, \quad (3.1.14)$$

в справедливости которого можно убедиться аккуратной оценкой значений  $\omega$  в (2.2.15), дающих основной вклад при интегрировании по  $\omega$  в случае малых, но конечных  $\Gamma$ . С учетом (3.1.14) перепишем соотношения (3.1.8), (3.1.9) к виду:

$$n_{\lambda}^+(\omega) - n_{\lambda}^-(\omega) = 2 \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} (\varepsilon_{\lambda}(\mathbf{p}) - \hbar_{\lambda}) \alpha_{\lambda}(\omega, e_{\lambda}). \quad (3.1.15)$$

$$L_{\lambda}(\omega) = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} (\varepsilon_{\lambda}(\mathbf{p}) - \hbar_{\lambda}) \alpha_{\lambda}(\omega, e_{\lambda}) \Phi(\mathbf{p}, e_{\lambda}). \quad (3.1.16)$$

Здесь также предположили, что все функции импульса зависят только от его модуля, поэтому можно выполнить интегрирование по азимутальному углу  $\varphi$ .

Для физической интерпретации функций  $n_{\lambda}^+(\omega)$  и  $n_{\lambda}^-(\omega)$  в качестве примера рассмотрим частный случай параболического закона

дисперсии электронов в приближении эффективной массы:

$$\varepsilon_{\lambda}(\mathbf{p}) = \frac{\mathbf{p}^2}{2m^*} + \varepsilon_{\lambda}, \quad (3.1.17)$$

где  $\varepsilon_{\lambda}$  — энергия движения электронов поперек пленки. Подставим соотношение (3.1.15) в (3.1.5) и выполним интегрирование, пренебрегая зависимостью  $\text{Re } \sigma_{\lambda}$  от  $\rho$ , взяв осредненное вблизи ферми-поверхности значение этой функции. В этом случае, после ряда несложных преобразований находим:

$$n_{\lambda}^{-}(\mu) - n_{\lambda}^{+}(\mu) = 2 \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} \tilde{f}_{\lambda}(\mathbf{p}), \quad (3.1.18)$$

где  $\tilde{f}_{\lambda}(\mathbf{p})$  — функция распределения частиц [23]:

$$\tilde{f}_{\lambda}(\mathbf{p}) = \int \frac{d\omega}{2\pi} \alpha_{\lambda}(\omega, \varepsilon_{\lambda}) n_{\circ}(\omega). \quad (3.1.19)$$

Нетрудно убедиться в том, что в пределе абсолютного нуля температур ( $T \rightarrow 0$ ) в пренебрежении затуханием одночастичных уровней ( $\Gamma \rightarrow 0$ ), функции  $n_{\lambda}^{-}(\mu)$  и  $n_{\lambda}^{+}(\mu)$  представляют собой объемы двумерного импульсного пространства, заключенные под поверхностью Ферми для электроно- и дырочно-подобных квазичастичных состояний при фиксированных значениях пленочного квантового числа  $\lambda$ . Действительно, в указанном пределе  $\tilde{f}_{\lambda}(\mathbf{p}) = Z_{\lambda}(\mathbf{p}) \theta(\mu - E_{\lambda}(\mathbf{p}))$ , где  $E_{\lambda}(\mathbf{p})$  — квазичастичная энергия, определяемая как полюс спектральной функции  $\alpha_{\lambda}$ ,  $Z_{\lambda}(\mathbf{p})$  — перенормировочный множитель, возникающий в теории ферми-жидкости [49, 50, 66]. Подставляя данное выражение в (3.1.18), находим:

$$n_{\lambda}^{+}(\mu) - n_{\lambda}^{-}(\mu) = \frac{1}{\pi} \int_{E_{\lambda}(\mathbf{p}) \leq \mu} \rho \, d\rho \, Z_{\lambda}(\rho). \quad (3.1.20)$$

В случае, когда межчастичными эффектами можно пренебречь, квазичастичная энергия  $E_{\lambda}(\mathbf{p})$  совпадает с энергией  $\varepsilon_{\lambda}(\mathbf{p})$ , которая в свою очередь может быть записана в виде суммы кинетической энергии электронов в плоскости пленки и энергии движения поперек

пленки (3.1.17), перенормировочный множитель обращается в единицу, в результате чего (3.1.20) преобразуется к виду [13]:

$$n_{\lambda}^{-}(\mu) - n_{\lambda}^{+}(\mu) = \frac{m^*}{\pi} (\mu - \varepsilon_{\lambda}). \quad (3.1.21)$$

Вернемся к соотношениям (3.1.15), (3.1.16), которые перепишем следующим образом:

$$n_{\lambda}^{+}(\omega) - n_{\lambda}^{-}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int \rho \, d\rho (\varepsilon_{\lambda}(\rho) - \hbar_{\lambda}) \alpha_{\lambda}(\omega, e_{\lambda}). \quad (3.1.22)$$

$$L_{\lambda}(\omega) = \frac{1}{2\pi m^*} \int \rho^2 \, d\rho \frac{\varepsilon_{\lambda}(\rho) - \hbar_{\lambda}}{v_{\lambda}(\rho, \omega)} \alpha_{\lambda}(\omega, e_{\lambda}) \quad (3.1.23)$$

где учли явный вид функции  $\Phi(\rho, e_{\lambda})$  (2.3.13), обозначив  $v_{\lambda}(\rho, \omega) = \partial e_{\lambda} / \partial \rho$ .

Подставляя полученные соотношения в формулы (3.1.10), (3.1.11) для компонент тензора проводимости, находим:

$$\sigma_{xx}(\omega) = \sigma_{yy}(\omega) = \frac{e}{B} \frac{1}{2\pi m^*} \sum_{\lambda} \frac{\Gamma_{\lambda}(\omega)}{\omega_c} \int d\rho \rho^2 \frac{\varepsilon_{\lambda}(\rho) - \hbar_{\lambda}}{v_{\lambda}(\rho, \omega)} \alpha_{\lambda}(\omega, e_{\lambda}); \quad (3.1.24)$$

$$\sigma_{xy}(\mu) = -\sigma_{yx}(\mu) = -\frac{e}{B} \frac{1}{\pi} \sum_{\lambda} \int d\rho \rho (\varepsilon_{\lambda}(\rho) - \hbar_{\lambda}) \alpha_{\lambda}(\omega, e_{\lambda}) \quad (3.1.25)$$

Запишем выражение для компонент тензора термо-э.д.с. с учетом соотношений Онзагера [80], являющееся обобщением формулы Мотта для термо-э.д.с. в случае вырожденного электронного газа [128]:

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{eT} \sum_k \int \frac{d\omega}{2\pi} \left( -\frac{\partial n_0}{\partial \omega} \right) (\omega - \mu) \sigma_{kj}(\omega) \left\{ \int \frac{d\omega}{2\pi} \left( -\frac{\partial n_0}{\partial \omega} \right) \sigma(\omega) \right\}_{ik}^{-1},$$

$$i, k, j = x, y. \quad (3.1.26)$$

Обычно считают [2, 21], что поскольку производная  $\partial n_0 / \partial \omega$  отличается от нуля только в окрестности  $\omega = \mu$ , можно разложить все остальные функции под знаком интеграла вблизи Ферми-поверхности, в результате чего формула для термо-э.д.с. принимает вид:

$$\alpha_{ij} = \frac{\pi^2 k_B^2 T}{3e} \sum_k \sigma_{ik}^{-1} \frac{\partial}{\partial \mu} \sigma_{kj}, \quad (3.1.27)$$

Однако, в интересующей нас области конечных температур

$$\Gamma \ll k_B T \ll \omega_c, \quad (3.1.28)$$

когда сумма по занятым состояниям содержит лишь несколько слагаемых, правильный результат получается только при определенной последовательности операций: необходимо вначале провести расчет всех величин при конечной температуре и только после этого выполнять предельный переход  $T \rightarrow 0$  [35].

Рассмотрим по-отдельности числитель и знаменатель в (3.1.26) с учетом явного вида компонент тензора проводимости (3.1.24), (3.1.25). Введем обозначение:

$$A_{ij} = \int \frac{d\omega}{2\pi} \left( - \frac{\partial n_0}{\partial \omega} \right) (\omega - \mu) \sigma_{ij}(\omega). \quad (3.1.29)$$

Для диагонального компонента тензора  $A$  имеем:

$$A_{xx} = \frac{e}{B} \frac{1}{2\pi m} \sum_{\lambda} \int \frac{d\omega}{2\pi} \left( - \frac{\partial n_0}{\partial \omega} \right) (\omega - \mu) \frac{\Gamma_{\lambda}(\omega)}{\omega_c} \int dp \rho^2 \frac{\varepsilon_{\lambda}(\rho) - \hbar_{\lambda}}{v_{\lambda}(\rho, \omega)} a_{\lambda}(\omega, e_{\lambda}) \quad (3.1.30)$$

На данном этапе в рамках последовательного микроскопического подхода уширение одночастичных уровней  $\Gamma_{\lambda}$  будем считать феноменологическим параметром. При этом, сохраняется возможность учета всех механизмов взаимодействия, приводящих к уширению одночастичных уровней, например, электрон-примесного взаимодействия, которое в рассматриваемой системе дает определяющий вклад в  $\Gamma_{\lambda}$  [94]. Пренебрегая производной  $\partial \Gamma_{\lambda} / \partial \omega$ , можно вынести  $\Gamma_{\lambda}(\omega) \Big|_{\omega=\mu}$  за знак интеграла по  $\omega$ . Кроме того, в рамках приближения "кинетического уравнения", учитывающего только первые производные функций, можно пренебречь производной по  $\omega$  функции  $v_{\lambda}(\rho, \omega)$ , которая сама представляет собой производную

функции  $\epsilon_\lambda(\rho, \omega)$  по  $\rho$ . Фактически считаем эту функцию слабо меняющейся вблизи  $\omega = \mu$ , поэтому выносим ее за знак интеграла по  $\omega$  в точке  $\omega = \mu$ .

Интегрируя интеграл по  $\omega$  в (3.1.30) по частям, находим:

$$A_{xx} = \frac{e}{B} \frac{1}{2\pi m^*} \sum_{\lambda} \frac{\Gamma_{\lambda}}{\omega_c} \int d\rho \rho^2 \frac{\epsilon_{\lambda}(\rho) - h_{\lambda}}{v_{\lambda}(\rho, \mu)} \int \frac{d\omega}{2\pi} n_o(\omega) \left[ \alpha_{\lambda}(\omega, \epsilon_{\lambda}) + (\omega - \mu) \frac{\partial \alpha_{\lambda}}{\partial \omega} \right]. \quad (3.1.31)$$

Представим  $n_o(\omega)$  в виде:

$$n_o(\omega) = -k_B T \frac{\partial}{\partial \omega} \ln \left[ 1 + \exp \left( \frac{\mu - \omega}{k_B T} \right) \right], \quad (3.1.32)$$

и первое слагаемое в полученном соотношении (3.1.31) снова интегрируем по частям. Выделяя  $\partial \alpha_{\lambda} / \partial \omega$  в качестве общего множителя, получаем:

$$A_{xx} = \frac{e}{B} \frac{1}{2\pi m^*} \sum_{\lambda} \frac{\Gamma_{\lambda}}{\omega_c} \int d\rho \rho^2 \frac{\epsilon_{\lambda}(\rho) - h_{\lambda}}{v_{\lambda}(\rho, \mu)} \int \frac{d\omega}{2\pi} \left[ k_B T \frac{\partial}{\partial \omega} \ln \left[ 1 + \exp \left( \frac{\mu - \omega}{k_B T} \right) \right] + (\omega - \mu) \left[ 1 + \exp \left( \frac{\omega - \mu}{k_B T} \right) \right]^{-1} \right] \frac{\partial \alpha_{\lambda}}{\partial \omega}. \quad (3.1.33)$$

Произведем в (3.1.33) замену переменных  $\rho \rightarrow \epsilon_{\lambda}(\rho)$ . Напомним, что  $\epsilon_{\lambda}(\rho)$  представляет собой одночастичный спектр электрона в отсутствие межчастичных эффектов. Производную  $\partial \alpha_{\lambda} / \partial \omega$  заменим на  $\partial \alpha_{\lambda} / \partial \epsilon_{\lambda}$ , пользуясь тем, что спектральная функция зависит от разности  $\omega - \epsilon_{\lambda}(\rho, \omega) = \omega - \epsilon_{\lambda}(\rho) - \text{Re} \sigma_{\lambda}(\rho, \omega)$ . Имеем:

$$\frac{\partial \alpha_{\lambda}}{\partial \omega} = -Z_{\lambda}^{-1} \frac{\partial \alpha_{\lambda}}{\partial \epsilon_{\lambda}}. \quad (3.1.34)$$

Интегрируя в (3.1.33) по частям интеграл по импульсам и учитывая, что внеинтегральные члены обращаются в ноль на верхнем и нижнем пределах, находим:

$$A_{xx} = \frac{e}{B} \frac{k_B T}{2\pi m^*} \sum_{\lambda} \frac{\Gamma_{\lambda}}{\omega_c} \int dp \frac{\partial}{\partial \varepsilon_{\lambda}} \frac{\varepsilon_{\lambda}(\rho) - \hbar_{\lambda}}{v_{\lambda}(\rho, \mu)} \int \frac{d\omega}{2\pi} Z_{\lambda}^{-1} \left[ \ln \left( 1 + \exp \left( \frac{\mu - \omega}{k_B T} \right) \right) + \frac{\omega - \mu}{k_B T} \left( 1 + \exp \left( \frac{\omega - \mu}{k_B T} \right) \right)^{-1} \right] \alpha_{\lambda}(\omega, \varepsilon_{\lambda}). \quad (3.1.35)$$

Введем обозначения:

$$\psi_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}) = \frac{1}{(m^*)^2} \frac{\partial}{\partial \varepsilon_{\lambda}} \frac{\rho^2 (\varepsilon_{\lambda}(\rho) - \hbar_{\lambda})}{\partial \varepsilon_{\lambda} / \partial \rho v_{\lambda}(\rho, \mu)}, \quad (3.1.36)$$

$$g_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}) = \int \frac{d\omega}{2\pi} Z_{\lambda}^{-1} \left[ \ln \left( 1 + \exp \left( \frac{\mu - \omega}{k_B T} \right) \right) + \frac{\omega - \mu}{k_B T} \left( 1 + \exp \left( \frac{\omega - \mu}{k_B T} \right) \right)^{-1} \right] * \alpha_{\lambda}(\omega, \varepsilon_{\lambda}). \quad (3.1.37)$$

В результате чего соотношение для  $A_{xx}$  (3.1.35) примет окончательный вид:

$$A_{xx} = \frac{e}{B} \frac{k_B T m^*}{2\pi} \sum_{\lambda} \frac{\Gamma_{\lambda}}{\omega_c} \int d\varepsilon_{\lambda} \psi_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}) g_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}). \quad (3.1.38)$$

Аналогичным образом для недиагонального компонента тензора  $A_{ij}$  (3.1.29) имеем

$$A_{xy} = \frac{e}{B} \frac{k_B T m^*}{\pi} \sum_{\lambda} \int d\varepsilon_{\lambda} \xi_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}) g_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}). \quad (3.1.39)$$

Где

$$\xi_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}) = \frac{1}{(m^*)^2} \frac{\partial}{\partial \varepsilon_{\lambda}} \frac{\rho^2 (\varepsilon_{\lambda}(\rho) - \hbar_{\lambda})}{\partial \varepsilon_{\lambda} / \partial \rho v_{\lambda}(\rho, \mu)}. \quad (3.1.40)$$

Знаменатель в формуле (3.1.26), как это следует из (3.1.3), представляет собой тензор сопротивления  $\rho = \sigma^{-1}$ . Вводя обозначения

$$B_{ij} = \left[ \int \frac{d\omega}{2\pi} \left( - \frac{\partial n_0}{\partial \omega} \right) \sigma(\omega) \right]_{ij}^{-1}, \quad (3.1.41)$$

запишем с точностью до линейных членов по параметру  $k_\lambda$ :

$$B_{xx} = \sigma_{xx} / \sigma_{xy}^2, \quad (3.1.42)$$

$$B_{xy} = -1 / \sigma_{xy}, \quad (3.1.43)$$

где компоненты тензора проводимости вычисляются таким же образом, как функции  $A_{ij}$  и имеют вид:

$$\sigma_{xx} = \frac{e m^*}{B} \sum_{\lambda} \frac{\Gamma_{\lambda}}{\omega_c} \int d\varepsilon_{\lambda} \psi_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}) f_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}). \quad (3.1.44)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{e m^*}{B} \sum_{\lambda} \int d\varepsilon_{\lambda} \xi_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}) f_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}). \quad (3.1.45)$$

где  $f_{\lambda}(p)$  — функция распределения квазичастиц:

$$f_{\lambda}(p) = Z_{\lambda}^{-1} \int \frac{d\omega}{2\pi} \alpha_{\lambda}(\omega, e_{\lambda}) n_0(\omega). \quad (3.1.46)$$

С учетом соотношений (3.1.29) и (3.1.42), запишем выражение для компонент тензора термо-э.д.с. (3.1.26): для диагонального компонента с точностью до линейных членов по параметру  $k_\lambda$ :

$$\alpha_{xx} = - \frac{1}{eT} B_{xy} A_{xy} \quad (3.1.47)$$

для недиагонального компонента с точностью до членов порядка  $k_\lambda^2$ :

$$\alpha_{xy} = \frac{1}{eT} (B_{xy} A_{xx} + B_{xx} A_{xy}) \quad (3.1.48)$$

Подставляя в (3.1.47), (3.1.48) выражения для  $A_{ij}$  (3.1.38), (3.1.39) и  $\sigma_{ij}$  (3.1.44), (3.1.45) с учетом соотношений (3.1.42), (3.1.43), после ряда преобразований находим:

$$\alpha_{xx} = \frac{k_B}{e} \frac{\sum_{\lambda} \int d\varepsilon_{\lambda} \xi_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}) g_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda})}{\sum_{\lambda} \int d\varepsilon_{\lambda} \xi_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}) f_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda})}, \quad (3.1.49)$$

$$\alpha_{xy} = \frac{k_B}{2e} \left[ \sum_{\lambda} \int d\varepsilon_{\lambda} \xi_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}) f_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}) \right]^{-2} \left\{ \sum_{\lambda} \int d\varepsilon_{\lambda} \xi_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}) f_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}) * \right.$$

$$* \sum_{\lambda} \frac{\Gamma_{\lambda}}{\omega_c} \int d\varepsilon_{\lambda} \psi_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}) g_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}) - \sum_{\lambda} \frac{\Gamma_{\lambda}}{\omega_c} \int d\varepsilon_{\lambda} \psi_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}) f_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}) \sum_{\lambda} \int d\varepsilon_{\lambda} \xi_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}) *$$

$$*g_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}) \}. \quad (3.1.50)$$

Поведение компонент тензора термо-э.д.с., описываемое полученными формулами, будет подробно обсуждаться ниже. Однако, уже из этих общих соотношений видно, что в отсутствие учета затухания одночастичных энергетических уровней ( $\Gamma_{\lambda} \rightarrow 0$ ) диагональные компоненты тензора проводимости и, соответственно, недиагональные компоненты тензора термо-э.д.с. обращаются в ноль. Учет уширения уровней, обусловленного различными механизмами рассеяния, является необходимым условием существования отличных от нуля компонент  $\sigma_{xx}$  и  $\alpha_{xy}$  [113].

Соотношение (3.1.50) также позволяет в общем виде проанализировать возможность существования отличного от нуля недиагонального компонента тензора термо-э.д.с. в зависимости от вида одночастичного спектра  $\varepsilon_{\lambda}(p)$ . С этой целью рассмотрим выражение, заключенное в фигурные скобки, в (3.1.50). Считаем пленочное квантовое число  $\lambda$  фиксированным за счет выбора соответствующих размеров образца, так что в системе существует только одна пленочная подзона. Тогда индекс  $\lambda$  и суммирование по нему можно опустить. Имеем:

$$\int d\varepsilon \xi(\varepsilon) f(\varepsilon) \int d\varepsilon \psi(\varepsilon) g(\varepsilon) - \int d\varepsilon \psi(\varepsilon) f(\varepsilon) \int d\varepsilon \xi(\varepsilon) g(\varepsilon) = \\ = \iint d\varepsilon_1 d\varepsilon_2 f(\varepsilon_1) g(\varepsilon_2) [\xi(\varepsilon_1) \psi(\varepsilon_2) - \psi(\varepsilon_1) \xi(\varepsilon_2)].$$

Для того, чтобы это выражение тождественно обращалось в ноль, необходимо выполнение условия:

$$\xi(\varepsilon) = C \psi(\varepsilon). \quad (3.1.51)$$

где  $C$  не зависит от  $\varepsilon$ .

С учетом явного вида функций  $\psi$  (3.1.36) и  $\xi$  (3.1.40) преобразуем (3.1.51) к виду:

$$m^* v(p, \omega) = C p. \quad (3.1.52)$$

Интегрируем соотношение (3.1.52) с учетом определения функции  $\nu(\rho, \omega)$ , в результате чего находим условие для функции  $e(\rho, \omega)$ , при выполнении которого недиагональный компонент тензора термо-э.д.с. тождественно обращается в ноль:

$$e(\rho, \omega) = \frac{\rho^2}{2m^*} + D(\omega). \quad (3.1.53)$$

В случае, когда в импульсной зависимости функции  $e(\rho, \omega)$  появляются отличные от  $\rho^2$  члены, которые могут быть обусловлены как особенностью одночастичного спектра  $\varepsilon(\rho)$ , так и импульсной зависимостью межчастичного взаимодействия  $\text{Re}\sigma(\rho, \omega)$ , недиагональный компонент тензора термо-э.д.с. становится отличным от нуля. Причины специфического поведения  $\alpha_{xy}$  в зависимости от магнитного поля будут подробно анализироваться в разделе 3.3.

Осуществим переход к квантующему магнитному полю. Это означает, что с ростом магнитного поля, когда  $\omega_c > k_B T, \Gamma$ , импульс в плоскости пленки квантуется, принимая дискретные значения, характеризующиеся квантовым числом  $N$ , соответствующего номерам уровней Ландау [5, 10]. При этом все функции импульса становятся функциями  $N$ , и интегрирование по импульсу переходит в суммирование по  $N$ .

В результате формулы для компонентов тензора термо-э.д.с. (3.1.49), (3.1.50) перепишем следующим образом:

$$\alpha_{xx} = \frac{k_B}{e} \frac{\sum_{\lambda N} \xi_{\lambda N} g_{\lambda N}}{\sum_{\lambda N} \xi_{\lambda N} f_{\lambda N}}, \quad (3.1.54)$$

$$\alpha_{xy} = \frac{k_B}{2e} \left[ \sum_{\lambda N} \xi_{\lambda N} f_{\lambda N} \right]^{-2} \left\{ \sum_{\lambda N} \xi_{\lambda N} f_{\lambda N} \sum_{\lambda N} \frac{\Gamma_{\lambda}}{\omega_c} \psi_{\lambda N} g_{\lambda N} - \sum_{\lambda N} \frac{\Gamma_{\lambda}}{\omega_c} \psi_{\lambda N} f_{\lambda N} * \right.$$

$$\left. * \sum_{\lambda N} \xi_{\lambda N} g_{\lambda N} \right\}. \quad (3.1.55)$$

При условии, когда в системе заполнено только несколько энергетических уровней, эти формулы позволяют объяснить характер изменения компонент тензора термо-э.д.с. в зависимости от величины магнитного поля.

## 3.2. Диагональный компонент тензора термо-э.д.с.

в квантующем магнитном поле.

Целью данного раздела является установление соответствия между полученной выше формулой для диагонального компонента тензора термо-э.д.с. и известными соотношениями для  $\alpha_{xx}$  [2, 20, 95, 153].

Ниже покажем, что в различных температурных режимах в частном случае, когда одночастичный спектр электронов выбран в виде (3.1.17) соотношение (3.1.54) сводится к результатам термодинамического подхода [20, 95].

Рассмотрим сначала область температур вблизи абсолютного нуля, когда  $k_B T \ll \Gamma$ . В этом случае для термо-э.д.с. можно использовать соотношение (3.1.27), подставив соответствующие выражения для компонент тензора проводимости. Перепишем (3.1.44), (3.1.45) для  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{xy}$  в случае квантующего магнитного поля:

$$\sigma_{xx} = - \frac{e^2}{2\pi} \sum_{\lambda N} \frac{\Gamma_\lambda}{\omega_c} \psi_{\lambda N} f_{\lambda N}; \quad (3.2.1)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2}{\pi} \sum_{\lambda N} \xi_{\lambda N} f_{\lambda N} \quad (3.2.2)$$

и подставим эти выражения в (3.1.27). В том же порядке по параметру  $k_\lambda$ , что и в предыдущем разделе, запишем окончательно для диагонального компонента тензора термо-э.д.с.:

$$\alpha_{xx} = \frac{\pi^2 k_B^2 T}{3e} \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \sum_{\lambda N} \xi_{\lambda N} f_{\lambda N}. \quad (3.2.3)$$

В том же интервале температур недиагональный компонент тензора термо-э.д.с. имеет вид:

$$\alpha_{xy} = \frac{\pi^2 k_B^2 T}{6e} \frac{\partial}{\partial \mu} \frac{\sum_{\lambda N} \frac{\Gamma_{\lambda}}{\omega_c} \psi_{\lambda N} f_{\lambda N}}{\sum_{\lambda N} \xi_{\lambda N} f_{\lambda N}}. \quad (3.2.4)$$

Отметим, что (3.2.3) и (3.2.4) немедленно следуют из общих соотношений для термо-э.д.с. (3.1.54), (3.1.55), если учесть связь между функциями  $f_{\lambda N}$  и  $g_{\lambda N}$  при  $T \rightarrow 0$ :

$$\frac{\pi^2}{3} k_B T \frac{\partial f_{\lambda N}}{\partial \mu} = g_{\lambda N}. \quad (3.2.5)$$

Вычислим явный вид функции  $\xi_{\lambda N}$  в случае, когда одночастичный спектр  $\epsilon_{\lambda}(\rho)$  имеет вид (3.1.17). В условиях квантующего магнитного поля тогда можно явно определить вид функции  $\epsilon_{\lambda N}$ :

$$\epsilon_{\lambda N} = \omega_c (N + 1/2) + \epsilon_{\lambda}. \quad (3.2.6)$$

Окончательно находим функции  $\xi_{\lambda N}$  при помощи соотношений (3.1.40) и (3.2.6):

$$\xi_{\lambda N} = 1. \quad (3.2.7)$$

С учетом (3.2.7) перепишем формулу для диагонального компонента тензора термо-э.д.с. (3.2.3) к виду:

$$\alpha_{xx} = \frac{\pi^2 k_B^2 T}{3e} \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \sum_{\lambda N} f_{\lambda N}. \quad (3.2.8)$$

Введем обозначение:

$$\rho(\mu) = \frac{eB}{\pi L} \sum_{\lambda N} \int \frac{d\omega}{2\pi} \tilde{a}_{\lambda N}(\omega, \epsilon_{\lambda N}) n_0(\omega) \quad (3.2.9)$$

для числа частиц на единицу объема системы.

Здесь  $L$  — толщина пленки, спектральная функция  $\tilde{a}_{\lambda N}$  имеет

ВИД:

$$\tilde{a}_{\lambda N} = Z_{\lambda N}^{-1} a_{\lambda N}(\omega, e_{\lambda N}) \approx \frac{2\gamma_{\lambda}}{(\omega - E_{\lambda N})^2 + \gamma_{\lambda}^2}, \quad (3.2.10)$$

$\gamma_{\lambda} = Z_{\lambda} \Gamma_{\lambda} / 2$  – полуширина квазичастичного энергетического уровня с энергией  $E_{\lambda N}$ .

С учетом (3.2.9) и (3.1.18), выражение для  $\alpha_{xx}$  можно переписать в виде [2]:

$$\alpha_{xx} = \frac{\pi^2 k_B^2 T}{3e} \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \rho(\mu). \quad (3.2.11)$$

Химический потенциал системы  $\mu$  определяется из условия нормировки:

$$\rho(\mu) = N_0 / V \quad (3.2.12)$$

и является функцией температуры и магнитного поля.

Здесь  $N_0$  – полное число частиц в системе объемом  $V$ . Считая число частиц постоянным, не зависящим от температуры и дифференцируя (3.2.12) по  $T$ , получаем уравнение для определения химического потенциала  $\mu$  [2]:

$$\sum_{\lambda N} \int \frac{d\omega}{2\pi} \tilde{a}_{\lambda N}(\omega, e_{\lambda N}) \frac{\partial n_0}{\partial \omega} \left( \frac{\omega - \mu}{k_B T} + \frac{\partial \mu}{\partial T} \right) = 0. \quad (3.2.13)$$

В пределе  $T \rightarrow 0$  производная  $\partial n_0 / \partial \omega$  отлична от нуля только вблизи  $\omega = \mu$ . Разлагаем все остальные функции в подынтегральном выражении по степеням  $(\omega - \mu)$  и интегрируем по  $\omega$  в минимальном, отличном от нуля порядке.

Имеем:

$$\sum_{\lambda N} \left[ \left( \frac{\partial \mu}{\partial T} \right)_{N_0} \tilde{a}_{\lambda N}(\mu) + \frac{\pi^2 k_B^2 T}{3} \frac{\partial \tilde{a}_{\lambda N}}{\partial \mu} \right] = 0, \quad (3.2.14)$$

откуда находим

$$\left( \frac{\partial \mu}{\partial T} \right)_{N_0} = - \frac{\pi^2 k_B^2 T}{3} \frac{\sum_{\lambda N} \partial \tilde{a}_{\lambda N} / \partial \mu}{\sum_{\lambda N} \tilde{a}_{\lambda N}}. \quad (3.2.15)$$

Используя обычные соотношения между термодинамическими функциями [7], выразим  $(\partial \mu / \partial T)_{N_0}$  через  $(\partial S / \partial N_0)_{\mu}$ , где  $S$  – энтропия системы. В результате, с учетом (3.2.15), имеем:

$$\left( \frac{\partial S}{\partial N_0} \right)_{\mu} = \frac{\pi^2 k_B^2 T}{3} \frac{\sum_{\lambda N} \partial \tilde{a}_{\lambda N} / \partial \mu}{\sum_{\lambda N} \tilde{a}_{\lambda N}} = \quad (3.2.16)$$

Интегрируя (3.2.16) по  $N_0$  и учитывая, что  $\sum_{\lambda N} \tilde{a}_{\lambda N} = \partial \rho / \partial \mu |_{T \rightarrow 0}$ , без труда получаем:

$$\frac{S}{N_0} = \frac{\pi^2 k_B^2 T}{3} \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \rho(\mu). \quad (3.2.17)$$

Известно [22, 59], что термо-э.д.с. и энтропия связаны между собой соотношением:

$$\alpha = S / e N_0 \quad (3.2.18)$$

Это соотношение, как было показано в [46], не меняется и при учете рассеяния электронов на примесях.

В результате подстановки (3.2.17) в (3.2.18), как и следовало ожидать, приходим к формуле (3.2.8).

Отметим, что соотношение (3.2.17) сводится к обычному по форме выражению для энтропии при абсолютном нуле температур [1,

58, 59]. Действительно, подставляя (3.2.12) в (3.2.17) вместо  $N_0$  и производя сокращение, находим

$$S = \frac{\pi^2 k_B^2 T}{3} \frac{\partial}{\partial \mu} \rho(\mu) \Big|_{\mu=\mu_0}, \quad \mu_0 = \mu(T=0). \quad (3.2.19)$$

Теперь рассмотрим область значений параметров (3.1.28) и покажем, что результаты термодинамического подхода [20, 95] для диффузионной термо-э.д.с. также как частный случай следуют из (3.1.54). Чтобы показать это, запишем функции  $f_{\lambda N}$  и  $g_{\lambda N}$  в виде:

$$f_{\lambda N} = \int \frac{d\omega}{2\pi} n_0(\omega) \tilde{a}_{\lambda N}(\omega, e_{\lambda N}). \quad (3.2.20)$$

$$g_{\lambda N} = \int \frac{d\omega}{2\pi} \left[ \ln \left( 1 + \exp \left( \frac{\mu - \omega}{k_B T} \right) \right) + \frac{\omega - \mu}{k_B T} n_0(\omega) \right] \tilde{a}_{\lambda N}(\omega, e_{\lambda N}). \quad (3.2.21)$$

Подставим (3.2.20), (3.2.21) в выражение для термо-э.д.с. (3.1.54). Очевидно, что в знаменателе стоит с точностью до множителя  $eV/\pi L$  плотность числа частиц на единицу объема системы  $\rho(\mu)$  (3.2.19). Числитель в формуле (3.1.54), как это следует из явного вида функции  $g_{\lambda N}$  (3.2.21), представляет собой удельную энтропию системы с точностью до множителя  $eV/\pi L T$  [52]. В результате, формула (3.1.54) может быть записана как

$$\alpha = \frac{1}{eT} \frac{ST}{\rho} = \frac{S}{e\rho} \quad (3.2.22)$$

Соотношение (3.2.22) тождественно соотношению (3.2.18). В [20] было показано, что в области значений параметров (3.1.28) интеграл по  $\omega$  в (3.2.20), (3.2.21) может быть вычислен приближенно, с учетом частичного заполнения уровня Ландау, внутри

которого находится химический потенциал  $\mu$ . Вводя обозначение  $\eta$  для доли заполнения этого уровня

$$\eta = \int_{-\infty}^{\mu_0} \frac{d\omega}{2\pi} \tilde{a}_{\lambda N}(\omega, \varepsilon_{\lambda N}), \quad 0 < \eta < 1. \quad (3.2.23)$$

соотношение (3.2.21) после вычислений преобразуем к виду

$$g_{\lambda N} = [-\eta \ln \eta - (1-\eta) \ln(1-\eta)] \delta_{NN_F}, \quad (3.2.24)$$

где учтено, что химический потенциал  $\mu$  при конечной температуре является линейной функцией температуры [20]:

$$\mu = \mu_0 + k_B T \ln \frac{\eta}{(1-\eta)}. \quad (3.2.25)$$

Отброшенные в (3.2.24) члены имеют порядок  $\omega_c / k_B T \exp(-\omega_c / k_B T)$ . При этом, значения параметра  $\eta$  лежат в интервале от 0 до 1, за исключением узкой области вблизи  $\eta=0$  и  $\eta=1$ , когда нарушается условие справедливости приближенного равенства (3.2.25) [47]. В свою очередь соотношение (3.2.9) для плотности числа частиц  $\rho(\mu)$  с учетом (3.2.23) и (3.2.25) может быть представлено в виде:

$$\rho(\mu) = \frac{eV}{\pi L} (N_F + \eta). \quad (3.2.26)$$

Подставляя полученные выражения (3.2.24) и (3.2.26) в (3.2.22), находим

$$\alpha = - \frac{k_B}{e} \frac{\eta \ln \eta + (1-\eta) \ln(1-\eta)}{N_F + \eta} \quad (3.2.27)$$

Формула (3.2.27) определяет осцилляции термо-э.д.с.  $\alpha_{xx}$  по мере изменения параметра  $\eta$  в пределах от 0 до 1 когда уменьшение магнитного поля приводит к перемещению химического потенциала

относительно нижней и верхней границ уровня Ландау. Осцилляции  $\alpha_{xx}$ , как видно из (3.2.27) являются знакоопределенными:  $\alpha_{xx} < 0$ . Максимумы осцилляций достигаются при значениях  $\eta$ , определяемых из уравнения

$$\eta = (1-\eta)^{1+1/N_F} \quad (3.2.28)$$

При  $N_F=1$  термо-э.д.с. достигает максимума при  $\eta \approx 0.38$ . При  $N_F \geq 2$  можно разложить в ряд по степеням  $1/N_F$  правую часть (3.2.28), считая параметр  $1/N_F$  малым. В результате получим приближенное равенство для определения  $\eta$ :

$$\eta = (1-\eta) \left( 1 + \frac{\ln(1-\eta)}{N_F} \right) \quad (3.2.29)$$

Очевидно, что при достаточно больших  $N_F$  термо-э.д.с. достигает максимума при  $\eta \approx 1/2$ , и формула (3.2.27) сводится к известному соотношению [95]:

$$\alpha = \frac{k_B}{e} \frac{\ln 2}{N_F + 1/2} \quad (3.2.30)$$

В отличие от работ [20, 95], где формула (3.2.30) была получена в рамках термодинамического подхода, в настоящей работе имеется принципиальная возможность установить вид  $\eta$ , учитывая явный вид спектральной функции (3.2.10) и связав его в рамках микроскопической теории с параметрами различных механизмов рассеяния носителей тока, приводящих к конечному уширению одночастичных энергетических уровней. Вычисляя функции  $f_{\lambda N}$  и  $g_{\lambda N}$  при учете не только полюса спектральной функции, но и полюсов в равновесной функции распределения Ферми-Дирака, можно также вычислять температурные поправки для термо-э.д.с.

## 3.3. Осцилляции недиагонального компонента тензора термо-э.д.с.

В квантующем магнитном поле

Проанализируем поведение  $\alpha_{xy}$ , описываемое соотношением (3.1.55). Как и раньше, фиксируем пленочное квантовое число, считая квантование движения носителей тока размерами образца сильнее квантования магнитным полем:

$$\varepsilon_{\lambda+1} - \varepsilon_{\lambda} \gg \omega_c. \quad (3.3.1)$$

Преобразуем (3.1.55) при условии, что закон дисперсии квазичастиц в отсутствие взаимодействия является параболическим (3.1.17), однако учтем зависимость скорости  $v_{\lambda}(\rho, \mu)$ , входящей в выражение для функции  $\psi_{\lambda N}$  (3.1.36), от межчастичного взаимодействия. В этом случае, с учетом равенства (3.2.7), перепишем формулу для недиагонального компонента тензора термо-эдс (3.1.55) к виду [113]:

$$\alpha_{xy} = \frac{k_B}{2e} \frac{\Gamma_{\lambda}}{\omega_c} \left[ \sum_{N=0}^{N_F} f_{\lambda N} \right]^{-2} \left\{ \sum_{N=0}^{N_F} f_{\lambda N} \sum_{N=0}^{N_F} g_{\lambda N} \psi_{\lambda N} - \sum_{N=0}^{N_F} g_{\lambda N} \sum_{N=0}^{N_F} f_{\lambda N} * \right. \\ \left. * \psi_{\lambda N} \right\}. \quad (3.3.2)$$

Будем скорость частиц  $v_{\lambda}(\rho, \mu)$  вблизи поверхности Ферми считать постоянной величиной:

$$v_{\lambda}(\rho, \mu) = v_F. \quad (3.3.3)$$

В этом случае выражение для функции  $\psi_{\lambda N}$ , как следует из (3.1.36), примет вид:

$$\psi_{\lambda N} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{(m^* \omega_c)^{1/2}}{v_F} \sqrt{N + 1/2} \quad (3.3.4)$$

Подставляя (3.3.4) в (3.3.2), приходим к следующему выражению для  $\alpha_{xy}$ :

$$\alpha_{xy} = \frac{k_B}{e} \frac{\Gamma_{\lambda}}{\omega_c} \frac{3}{2\sqrt{2}} \frac{(m^* \omega_c)^{1/2}}{v_F} \left[ \sum_{N=0}^{N_F} f_{\lambda N} \right]^{-2} \left\{ \sum_{N=0}^{N_F} f_{\lambda N} \sum_{N=0}^{N_F} g_{\lambda N} \sqrt{N + 1/2} - \right.$$

$$- \left. \sum_{N=0}^{N_F} g_{\lambda N} \sum_{N=0}^{N_F} f_{\lambda N} \sqrt{N + 1/2} \right\}. \quad (3.3.5)$$

Считая, что температура лежит в интервале значений, определяемых неравенством (3.1.28), проанализируем поведение  $\alpha_{xy}$  в зависимости от магнитного поля. При значениях магнитного поля, когда в системе имеется только один частично заполненный уровень, его уже нельзя считать дискретным, а число  $N_F$  хорошо определенным квантовым числом из-за сильного размытия уровня. В этом случае недиагональный компонент тензора термо-эдс, как видно из формулы (3.3.5), стремится к нулю со стороны отрицательных значений с ростом магнитного поля как  $\exp(-\omega_c / k_B T)$ . С уменьшением магнитного поля, когда в системе имеется несколько полностью заполненных уровней и один частично заполненный, изменение доли заполнения этого последнего уровня Ландау  $\eta$  (3.3.23) будет проявляться в осцилляциях  $\alpha_{xy}$ . Однако, как будет показано ниже, характер этих осцилляций в корне отличается от осцилляций диагонального компонента, обсужденных в предыдущем разделе.

Для всех полностью заполненных уровней Ландау в силу неравенства (3.1.28) можно пренебречь затуханием, считая номер уровня  $N$  при  $N < N_F$  хорошо определенным квантовым числом. В этом случае с учетом (3.2.20) и (3.2.23) можно записать:

$$\sum_{N=0}^{N_F} f_{\lambda N} = N_F + \eta \quad (3.3.6)$$

Для последнего, частично заполненного уровня Ландау, который формально соответствует  $N=N_F$  необходимо не только учитывать конечную ширину уровня и зависимость химического потенциала от температуры, как это было при анализе поведения диагонального компонента тензора термо-эдс  $\alpha_{xx}$ , но также и тот факт, что число  $N_F$  теперь будет само зависеть от температуры и, следовательно, от

$\mu$ . Эта зависимость будет сказываться в зависимости функции  $g_{\lambda N}$  от  $\mu$ .

Запишем  $g_{\lambda N}$  (3.2.21) с точностью до линейных по уширению уровня членов:

$$g_{\lambda N} = \ln \left[ 1 + \exp \left( \frac{\mu - E_{\lambda N}}{k_B T} \right) \right] + \frac{E_{\lambda N} - \mu}{k_B T} \left[ 1 + \exp \left( \frac{E_{\lambda N} - \mu}{k_B T} \right) \right]^{-1} \quad (3.3.7)$$

Очевидно, что для всех  $N < N_F$  функция  $g_{\lambda N}$  обращается в ноль с точностью до членов порядка  $\omega_c / k_B T \exp(\omega_c / k_B T)$ , поэтому рассмотрим только  $g_{\lambda N}$  при  $N = N_F$ . Как видно из (3.3.7)  $g_{\lambda N}$  состоит из двух слагаемых, ведущих себя очень по-разному в зависимости от температуры. Чтобы оценить вклад этих слагаемых, когда  $N_F = N_F(T)$ , заменим первое слагаемое на интеграл:

$$g_{\lambda N_F} = \int \frac{d\mu'}{k_B T} \left[ 1 + \exp \left( \frac{E_{\lambda N_F} - \mu'}{k_B T} \right) \right]^{-1} + \frac{E_{\lambda N_F} - \mu}{k_B T} \left[ 1 + \exp \left( \frac{E_{\lambda N_F} - \mu}{k_B T} \right) \right]^{-1} \quad (3.3.8)$$

Выбор нижнего предела интегрирования тесно связан с проблемой определения положения границ подзон Ландау [44]. Здесь будем считать, что в силу размытия уровня Ландау вклад в интеграл дают все состояния, находящиеся выше последнего полностью заполненного уровня с  $N = N_F - 1$ . Очевидно, что при таком выборе параметр  $\eta$  хорошо определен вблизи центра уровня  $0 < \eta < 1$ , что согласуется с приближенным выражением для химического потенциала (3.2.25).

Теперь, используя соотношения (3.2.23) и (3.2.25), можно (3.3.8) переписать к виду:

$$g_{\lambda N_F} = \frac{\omega_c}{k_B T} \eta \int_{N_F - 1/2}^{N_F + 1/2} dN_F - \eta \ln \frac{\eta}{1 - \eta} = \frac{\omega_c}{k_B T} \eta - \eta \ln \frac{\eta}{1 - \eta}. \quad (3.3.9)$$

Аналогичным образом преобразуем сумму  $\sum g_{\lambda N} \sqrt{N + 1/2}$ :

$$\sum_{N=0}^{N_F} g_{\lambda N} \sqrt{N + 1/2} = \frac{\omega_c}{k_B T} \frac{2}{3} \eta \left[ (N_F + 1/2)^{3/2} - (N_F - 1/2)^{3/2} \right] - \eta \ln \frac{\eta}{1-\eta} \sqrt{N + 1/2}. \quad (3.3.10)$$

При выводе (3.3.9), (3.3.10) использовали приближение  $d\mu = \omega_c dN_F$ , при котором считаем, что зависимость квазичастичной энергии от  $N_F$  определяется главным образом энергией  $\omega_c (N_F + 1/2)$ .

Подставим (3.3.6), (3.3.9) и (3.3.10) в выражение для  $\alpha_{xy}$  (3.3.5). После ряда несложных преобразований, сводящихся к приведению подобных, находим:

$$\alpha_{xy} = \frac{k}{e} \frac{\Gamma}{\omega_c} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\eta}{(N_F + \eta)^2} \frac{(m^* \omega_c)^{1/2}}{v_F} \left\{ \frac{\omega_c}{kT} \left[ (N_F + \eta) \left( (N_F + 1/2)^{3/2} - (N_F - 1/2)^{3/2} \right) - \frac{3}{2} \sum_{N=0}^{N_F-1} \sqrt{N + 1/2} \right] + \frac{3}{2} \ln \frac{\eta}{1-\eta} \left( \sum_{N=0}^{N_F-1} \sqrt{N + 1/2} - N_F * \sqrt{N_F + 1/2} \right) \right\} \quad (3.3.11)$$

Отметим, что формула (3.3.11) получена при условии  $N_F \geq 1$ .

Сравним полученную формулу с экспериментальными данными [91, 128, 147]. Следует отметить, что при разумных значениях параметров абсолютные значения амплитуд осцилляций недиагонального компонента тензора термо-э.д.с., рассчитанного по формуле (3.3.11) находится в полном количественном соответствии с экспериментальными данными. Действительно, в пределе  $T \rightarrow 0$  для  $N_F = 1$  отношение максимальных абсолютных значений диагонального и недиагонального компонентов тензора термо-э.д.с., используя (3.2.27) и (3.3.11), можно оценить как:

$$\alpha_{xy}^{\max} / \alpha_{xx}^{\max} = \Gamma / 2\omega_c. \quad (3.3.12)$$

В соответствии с [153] эффективная масса носителей тока для

гетероструктур исследованного в [128, 147] образца лежит в интервале значений как  $m^* = 0.1 \div 0.3 m_e$ . Тогда для  $N_F = 1$  циклотронная частота лежит в интервале  $\omega_c = 2 \div 5 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ . В [147] была экспериментально оценена ширина энергетических уровней  $\Gamma = 1 \text{ мэВ}$ . В результате из (3.3.12) находим:

$$\alpha_{xy}^{\max} / \alpha_{xx}^{\max} = 0.16 \div 0.4, \quad (3.3.13)$$

что соответствует экспериментальным данным [91, 128, 147].

Проанализируем теперь поведение недиагонального компонента тензора термо-э.д.с., описываемое соотношением (3.3.11). На рис. 5 представлены осцилляционные кривые для  $\alpha_{xy}$  в зависимости от величины магнитного поля, полученные при численном анализе

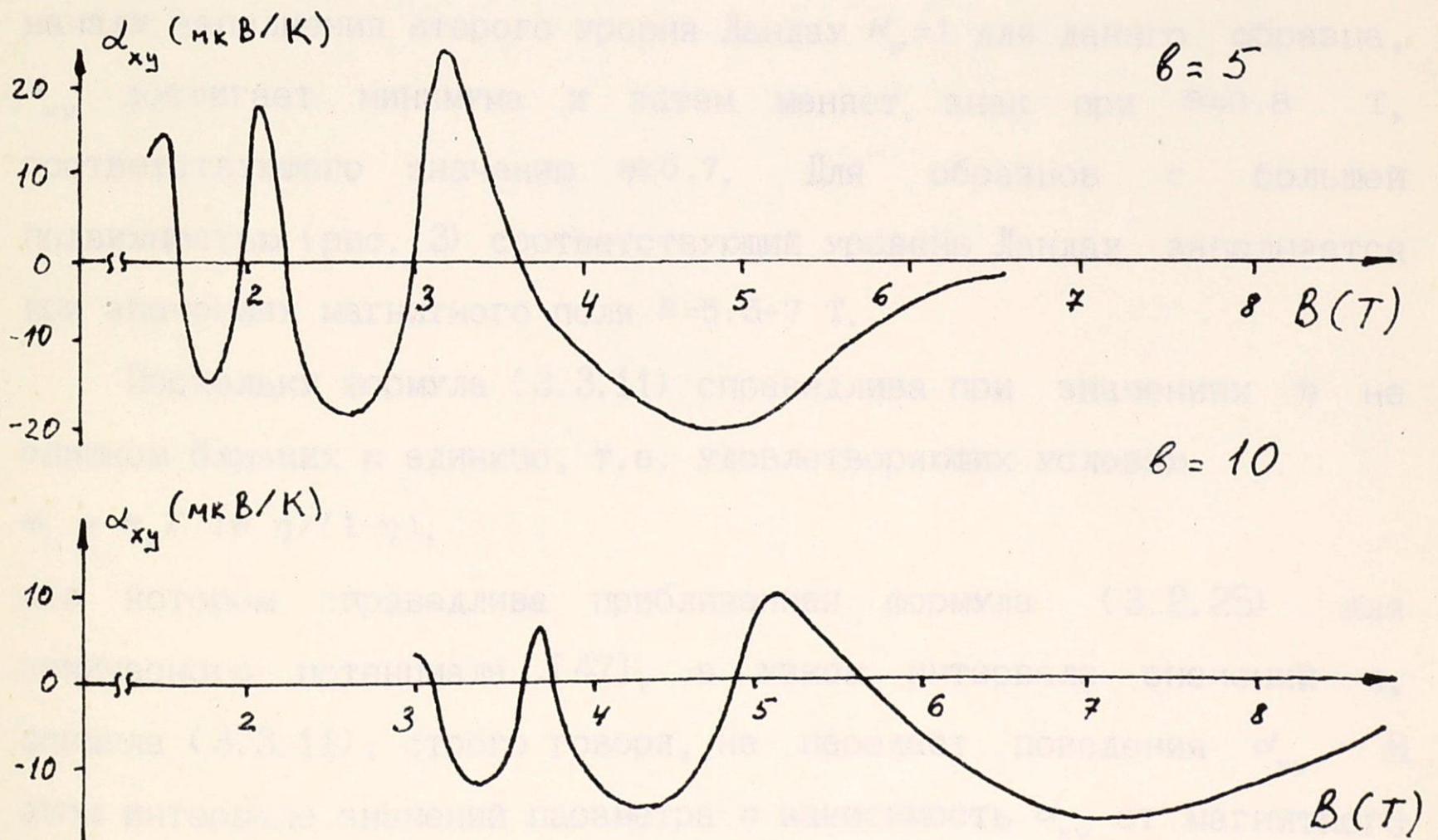


Рис. 5. Осцилляции  $\alpha_{xy}$  в зависимости от магнитного поля, рассчитанные по формуле (3.3.11) при значениях параметра  $b = \pi m / m^* k_B T = 5; 10$ ;  $T = 4^\circ \text{ К}$ ,  $m^* = 0.3 \cdot 10^{-27} \text{ г}$

формулы (3.3.11) для значений безразмерного параметра  $b = \pi n / m^* k_B T = 5; 10$ , где  $n$  — концентрация носителей тока на единицу площади пленки. Видно, что в режиме квантового эффекта Холла, при  $B \rightarrow \infty$  функция  $\alpha_{xy}$  стремится к нулю со стороны отрицательных значений, что соответствует экспериментальным данным (см., например, рис. 1). При уменьшении магнитного поля, когда в системе начинает заполняться второй уровень Ландау  $N_F = 1$   $\alpha_{xy}$  достигает экстремума, оставаясь отрицательной величиной, при  $0.25 \leq \eta \leq 0.35$  в зависимости от параметра  $b$ , затем меняет знак при  $0.65 \leq \eta \leq 0.75$  и снова достигает экстремума уже будучи положительной при  $\eta \rightarrow 1$ .

Аналогичное поведение при  $N_F = 1$  наблюдается и в эксперименте (рис. 1–4). Из рис. 1 видно, что при  $B \approx 4.5$  Т, соответствующего началу заполнения второго уровня Ландау  $N_F = 1$  для данного образца,  $\alpha_{xy}$  достигает минимума и затем меняет знак при  $B \approx 3.8$  Т, соответствующего значению  $\eta \approx 0.7$ . Для образцов с большей подвижностью (рис. 3) соответствующий уровень Ландау заполняется при значениях магнитного поля  $B = 5.5 \div 7$  Т.

Поскольку формула (3.3.11) справедлива при значениях  $\eta$  не слишком близких к единице, т.е. удовлетворяющих условию  $\omega_c > k_B T \ln \eta / (1 - \eta)$ , при котором справедлива приближенная формула (3.2.25) для химического потенциала [47], в узком интервале значений  $\eta$ , формула (3.3.11), строго говоря, не передает поведения  $\alpha_{xy}$ . В этом интервале значений параметра  $\eta$  зависимость  $\alpha_{xy}$  от магнитного поля интерполирована при помощи указанного неравенства. Очевидно, что область значений  $\eta$ , для которых указанное неравенство не выполняется, соответствует ситуации, когда химический потенциал оказывается между соседними уровнями Ландау. В этой области  $\alpha_{xy}$  снова меняет знак, что согласуется с экспериментальными данными

рис. 2-4. При заполнении следующего уровня Ландау характер изменения недиагонального компонента тензора термо-э.д.с. сохраняется, однако, амплитуда осцилляций уменьшается. Пересечение нуля функцией  $\alpha_{xy}$  при  $N_F=2$  происходит в интервале значений  $0.76 \leq \eta \leq 0.88$  в зависимости от величины параметра  $b$ .

Таким образом, формула (3.3.11) передает наблюдаемый в эксперименте знакопеременный характер осцилляций  $\alpha_{xy}$  в магнитном поле. Кроме того, полученная формула правильно определяет области пересечений нуля функцией  $\alpha_{xy}$  внутри и между соседними уровнями Ландау, зависимость амплитуды осцилляций этого компонента от относительной величины магнитного поля и подвижности носителей тока, дает согласующиеся с экспериментом абсолютные значения амплитуд осцилляций  $\alpha_{xy}$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулируем основные результаты работы и обсудим кратко наиболее важные вытекающие из них следствия:

1. Получены решения точных уравнений для запаздывающих и опережающих функций Грина в пренебрежении спинами частиц в виде разложения по обобщенным скобкам Пуассона, справедливые при произвольном изменении внешнего потенциального поля, без предположения о малости межчастичного взаимодействия.
2. Определен вид спектральной функции бесспиновой системы, позволяющий определить энергетический спектр системы при произвольном изменении внешнего потенциального поля и без предположения о малости межчастичного взаимодействия.
3. Получено обобщение алгебраических свойств квантовых кинетических уравнений Каданова и Бейма на случай смешанного (вигнеровского представления), позволяющее записать эти уравнения в виде, более удобном для анализа равновесных и неравновесных свойств конкретных систем.
4. Выведено квантовое кинетическое уравнение для систем сильно-взаимодействующих ферми-частиц при учете затухания одночастичных энергетических уровней.
5. Показано, что спектр коллективных возбуждений таких систем с точностью до членов порядка  $\Gamma^2$  остается таким же, как и при  $\Gamma=0$ .
6. Выведены уравнения для корреляционных функций электронной жидкости размерно-квантованной пленки, помещенной в поперечное магнитное поле.
7. Найдено стационарное состояние тонкой пленки в сильном

магнитном поле.

8. В рамках ферми-жидкостного подхода, для найденного стационарного состояния получены формулы для компонент тензоров проводимости и термо-э.д.с в сильном классическом и квантующем магнитных полях, позволяющие интерпретировать экспериментальные данные.

9. Показано, что последовательный учет размытия одночастичных энергетических уровней за счет корреляционных эффектов позволяет объяснить существование отличного от нуля недиагонального компонента тензора термо-э.д.с. Объяснена сложная осцилляционная зависимость этой величины от внешнего магнитного поля, наблюдавшаяся экспериментально.

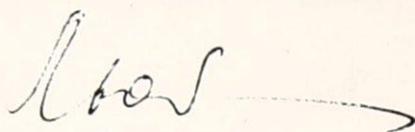
10. Показано, что при параболическом законе дисперсии электронов в отсутствие электрон-электронного взаимодействия недиагональный компонент тензора термо-э.д.с. тождественно обращается в ноль. Проанализирована зависимость этой величины от характера межчастичного взаимодействия при параболическом законе дисперсии электронов.

Построенная микроскопическая теория может быть применима к любым квантовым системам сильно взаимодействующих фермионов. Представляет интерес исследование равновесных и неравновесных свойств, например, сверхтекучих ферми-систем, в которых межчастичные эффекты играют определяющую роль как в формировании спектра собственных коллективных возбуждений, так и в кинетических свойствах. При использовании предложенного подхода в теории помимо нормальных функций распределения возникают аномальные, описывающие связанные состояния фермионов, для

которых получаются уравнения ферми-жидкостного типа.

При рассмотрении квазидвумерных систем представляется актуальным решение вопроса о влиянии электронной структуры образцов на их кинетические свойства, которое особенно сильно проявляется в полупроводниковых гетероструктурах и гетеропереходах. В рамках предложенного подхода представляется возможным учет неоднородности распределения состояний внутри энергетических подзон в условиях размерного и магнитного квантования движения носителей тока в плоскости пленки и при учете затухания, обусловленного корреляционными эффектами. В настоящей работе не ставилась задача, например, об изучении влияния электрон-фононного взаимодействия на поведение недиагонального компонента тензора термо-э.д.с. в той области температур, где это взаимодействие может быть определяющим.

В заключении хочу выразить искреннюю благодарность профессору, доктору физ.-мат. наук А.С.Кондратьеву за постоянную поддержку и руководство работой, а также кандидату физ.-мат. наук В.М.Уздину за полезные и ценные замечания при обсуждениях работы.



## ПРИЛОЖЕНИЕ

Спектральное представление для запазывающей функции Грина.

Рассмотрим уравнение (1.1.34):

$$A f(A) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{4^k (2k)!} [A, f(A)]_{\mathbf{P}}^{2k} = 1, \quad (\text{П.1})$$

Как следует из (1.1.27) уравнение (П.1) представляет собой разложение в ряд Тейлора операторной экспоненты, в показателе которой стоят обобщенные скобки Пуассона:

$$[A, B]_{\mathbf{P}} = \left( \frac{\partial}{\partial \omega} \frac{\partial}{\partial T} - \frac{\partial}{\partial \omega_1} \frac{\partial}{\partial T_1} - \nabla_{\mathbf{R}} \cdot \nabla_{\mathbf{P}} + \nabla_{\mathbf{R}_1} \cdot \nabla_{\mathbf{P}_1} \right) A(\mathbf{p}, \omega; \mathbf{R}_1, T_1) *$$

$$* B(\mathbf{p}_1, \omega_1; \mathbf{R}, T) \Big|_{\omega=\omega_1, T=T_1, \mathbf{p}=\mathbf{p}_1, \mathbf{R}=\mathbf{R}_1}$$

Перепишем уравнение (П.1) в виде:

$$f(A) = \frac{1}{A} \left( 1 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{4^k (2k)!} [A, f(A)]_{\mathbf{P}}^{2k} \right), \quad (\text{П.2})$$

позволяющем записать рекуррентное соотношение для величин  $f_n(A)$ , являющихся приближенными решениями уравнения (П.1) в  $n$ -ом порядке в рамках итерационного метода. Рекуррентное соотношение запишется аналогично (П.2):

$$f_{n+1}(A) = \frac{1}{A} \left( 1 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{4^k (2k)!} [A, f_n(A)]_{\mathbf{P}}^{2k} \right), \quad (\text{П.3})$$

Последовательность величин  $f_n(A)$  при  $n \rightarrow \infty$  стремится к решению уравнения (П.1):

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(A) = f(A),$$

В силу сходимости ряда Тейлора.

Докажем методом математической индукции, что явный вид  $f_n(A)$

записывается следующим образом:

$$f_n(A) = \left( 1 + \sum_{i=1}^n (-1)^i \sum_{k_1, \dots, k_i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k_1 + \dots + k_i}}{4^{k_1 + \dots + k_i} (2k_1)! \dots (2k_i)!} * \right. \\ \left. * \left[ A, \dots, \frac{1}{A} \left[ A, \frac{1}{A} \right]_P^{2k_1} \dots \right]_P^{2k_i} \right), \quad n > 1. \quad (\text{П. 4})$$

Подставим (П. 4) в рекуррентное соотношение (П. 3) и покажем, что  $f_{n+1}$  также удовлетворяет соотношению (П. 4):

$$f_{n+1}(A) = \frac{1}{A} \left( 1 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{4^k (2k)!} \left[ A, \frac{1}{A} \left( 1 + \sum_{i=1}^n (-1)^i * \right. \right. \right. \\ \left. \left. * \sum_{k_1, \dots, k_i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k_1 + \dots + k_i}}{4^{k_1 + \dots + k_i} (2k_1)! \dots (2k_i)!} * \right. \right. \\ \left. \left. * \left[ A, \dots, \frac{1}{A} \left[ A, \frac{1}{A} \right]_P^{2k_1} \dots \right]_P^{2k_i} \right) \right]_P^{2k} \right), \quad n > 1. \quad (\text{П. 5})$$

После ряда преобразований, сводящихся к выделению первого члена разложения и сдвигу индексов суммирования в оставшихся членах, соотношение (П. 5) записывается следующим образом:

$$f_{n+1}(A) = \frac{1}{A} \left( 1 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{4^k (2k)!} \left[ A, \frac{1}{A} \right]_P^{2k} + \right. \\ \left. + \sum_{i=2}^{n+1} (-1)^i \sum_{k_1, \dots, k_i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k_1 + \dots + k_i}}{4^{k_1 + \dots + k_i} (2k_1)! \dots (2k_i)!} * \right. \\ \left. * \left[ A, \dots, \frac{1}{A} \left[ A, \frac{1}{A} \right]_P^{2k_1} \dots \right]_P^{2k_i} \right).$$

Видно, что второе слагаемое в круглых скобках есть значение последнего слагаемого при значении индекса  $i = 1$ . В результате приходим к соотношению:

$$f_{n+1}(A) = \left( 1 + \sum_{i=1}^{n+1} (-1)^i \sum_{k_1, \dots, k_i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k_1 + \dots + k_i}}{4^{k_1 + \dots + k_i} (2k_1)! \dots (2k_i)!} * \right. \\ \left. * \left[ A, \dots, \frac{1}{A} \left[ A, \frac{1}{A} \right]_P^{2k_1} \dots \right]_P^{2k_i} \right). \quad (\text{П. 6})$$

Полученное выражение (П.6) удовлетворяет соотношению (П.4) для функции  $f_{n+1}(A)$ . Переходя к пределу  $n \rightarrow \infty$  в (П.6) (или в (П.4)), находим явный вид функции  $f(A)$ :

$$f(A) = \left( 1 + \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \sum_{k_1, \dots, k_i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k_1 + \dots + k_i}}{4^{k_1 + \dots + k_i} (2k_1)! \dots (2k_i)!} * \right. \\ \left. * \left[ A, \dots, \frac{1}{A} \left[ A, \frac{1}{A} \right]_P^{2k_1} \dots \right]_P^{2k_i} \right). \quad (\text{П. 7})$$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Абрикосов А.А. Введение в теорию нормальных металлов. - М.: Наука, 1972. - 288 с.
2. Абрикосов А.А. Основы теории металлов. - М.: Наука, 1987. - 520с.
3. Абрикосов А.А., Горьков Л.П., Дзялошинский И.Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. - М.: Наука, 1962. - 443 с.
4. Азбель М.Я., Песчанский В.Г. Сопротивление тонких пластин и проволок в сильном магнитном поле// ЖЭТФ. - 1963. - Т. 49, № 2(8), с. 572-587.
5. Анималу А. Квантовая теория кристаллических твердых тел. - М.: Мир, 1981. - 576 с.
6. Аскеров Б.М. Электронные явления переноса в полупроводниках. - М.: Наука, 1985. - 320 с.
7. Ахиезер А.И., Пелетминский С.В. Методы статистической физики. - М.: Наука, 1977. - 367 с.
8. Афониин В.В., Гальперин Ю.М., Гуревич В.Л. Квантовые поправки к термо-э. д. с. невырожденного электронного газа// ЖЭТФ. - 1985. - Т. 88, № 6. - С. 2190-2198.
9. Афониин В.В., Гальперин Ю.М., Гуревич В.Л. Термо-э. д. с. "грязного" проводника. Роль квантовых поправок// ЖЭТФ. - 1984. - Т. 87 № 1. - С. 335-347.
10. Блекмор Дж. Статистика электронов в полупроводниках. - М.: Мир, 1976. - 479 с.
11. Богданов А.В., Горбачев Ю.Е. Т-аппроксимация в теории нормальной ферми-жидкости// Известия ВУЗов. Физика. - 1978. - №

10. - С. 12-16.
12. Бонч-Бруевич В.Л., Тябликов С.В. Метод функций Грина в статистической механике. - М.: Физматгиз, 1961. - 312 с.
13. Бутиков Е.И., Кондратьев А.С., Кучма А.Е. Термодинамические свойства пленочных и нитевидных кристаллов в сильном магнитном поле// ФММ. - 1972. - Т. 34. - С. 1027-1033.
14. Бутиков Е.И., Кондратьев А.С., Кучма А.Е. Квантовый размерный эффект в тонкой пленке полуметалла в магнитном поле// Вестник ЛГУ. - 1971. - № 10. - С. 146-147.
15. Бухштаб Е.И., Никитин Ю.В., Комник Ю.Ф. Квантовый размерный эффект в пленках сплава висмут-сурьма// ФНТ. - 1977. - Т. 3. - С. 755-761.
16. Галицкий В.М., Якимей В.В. Релаксация частицы в максвелловском газе// ЖЭТФ. - 1966. - Т. 51. - С. 257 - 264.
17. Гитцович В.Н., Кондратьев А.С., Уздин В.М. Ферми-жидкостной подход к описанию локализованных магнитных моментов в переходных металлах// ФММ. - 1983. - Т. 55. - С. 649 - 654.
18. Гуревич В.Л. Осцилляции проводимости металлических пленок в магнитном поле// ЖЭТФ. - 1958. - Т. 35. - С. 668-677.
19. Дубровский Г.В., Богданов А.В. Кинетическое уравнение квазичастичного типа для плотного газа// ЖТФ. - 1979. - С. 1386 - 1396.
20. Зеленин С.П., Кондратьев А.С., Кучма А.Е. Термо-э.д.с. размерно-квантованной пленки в магнитном поле// ФТП. - 1982. - Т. 16, № 3. - С. 551-553.
21. Зырянов П.С. К квантовой теории термогальвано-магнитных явлений в металлах и полупроводниках(I)// Phys. St. Sol. - 1964. - Vol. 6. - P. 401-403.

22. Зырянов П.С., Клингер М.И. Квантовая теория явлений электронного переноса в кристаллических полупроводниках. - М.: Наука, 1976. - 480 с.
23. Каданов Л., Бейм Г. Квантовая статистическая механика. М.: Мир, 1964. - 255 с.
24. Карягин В.В., Ляпилин И.И., Дякин В.П. Термо-э.д.с. увлечения 2D-электронного газа гетероструктуры GaAs-GaAlAs// ФТП. - 1988. - Т. 22, № 8. - С. 1503-1505.
25. Келдыш И.В. Диаграмная техника для неравновесных процессов// ЖЭТФ. - 1964. - Т. 47, № 10. - С. 1515-1527.
26. Кириченко О.В., Песчанский В.Г., Савельева С.Н. Об осцилляционных кинетических эффектах в тонких проводниках// ФНТ. - 1978. - Т. 4, № 2. - С. 180-197.
27. Кириченко О.В., Песчанский В.Г., Савельева С.Н. Об осцилляциях Зондгаймера гальваномагнитных характеристик металлов// ЖЭТФ. - 1974. - Т. 67. - С. 1451-1467.
28. Киттель Ч. Квантовая теория твердых тел. - М.: Мир, 1972. - 491 с.
29. Козуб В.И. О поверхностных и приконтактных термоэлектрических эффектах в сверхпроводниках, обусловленных фононным увлечением// ЖЭТФ. - 1985. - Т. 88, № 5. - С. 1847-1863.
30. Комник Ю.Ф., Бухштаб Е.И. Обнаружение квантовых осцилляций проводимости в тонких пленках сурьмы// Письма в ЖТЭФ. - 1967. - Т. 6. - С. 536-540.
31. Комник Ю.Ф., Бухштаб Е.И. Наблюдение квантового и классического размерных эффектов в поликристаллических тонких пленках висмута// ЖЭТФ. - 1968. - Т. 54. - С. 63-68.
32. Комник Ю.Ф., Бухштаб Е.И., Никитин Ю.В. Квантовый размерный

- эффект в пленках висмута с добавлением сурьмы// ФНТ. - 1975. - Т. 1. - С. 243-246.
33. Кондратьев А.С. Электронная ферми-жидкость в тонких металлических пленках: Препринт № 77/1. - Свердловск: Институт физики металлов, 1977. - 22 с.
34. Кондратьев А.С., Кучма А.Е. Описание неравновесных процессов методом функций Грина в смешанном представлении// ТМФ. - 1975. - Т. 24., № 2. - С. 278-282.
35. Кондратьев А.С., Кучма А.Е. Электронная жидкость нормальных металлов. - Л.: Изд-во Ленинградского университета, 1980. - 200 с.
36. Кондратьев А.С., Кучма А.Е. Определение квазичастиц в теории вырожденной электронной жидкости металлов в магнитном поле// ФММ. - 1971. - Т. 32, № 1. - С. 29-33.
37. Кондратьев А.С., Кучма А.Е. Обобщенные квантовые кинетические уравнения для систем во внешних полях// ТМФ. - 1973. - Т. 17. - С. 241-249.
38. Кондратьев А.С., Кучма А.Е., Мейланов Р.П. Электронная жидкость в тонких металлических пленках// ФНТ. - 1976. - Т. 2. - С. 1290-1296.
39. Кондратьев А.С., Люблинская И.Е. Квантовое кинетическое уравнение при учете затухания одночастичных уровней// Вестник ЛГУ. - 1985. - № 25. - С. 74-76.
40. Кондратьев А.С., Люблинская И.Е., Уздин В.М. О технике Келдыша и Каданова - Бейма при описании неравновесных явлений// ЛТИ им. Ленсовета. - Л., 1990. - 10 с. - Деп. в ВИНТИ 11.05.90, № 2528-В90.
41. Кондратьев А.С., Люблинская И.Е., Уздин В.М. Спектральное представление для неравновесных функций Грина в методе Каданова -

- Бейма// ТМФ. - 1990. - Т. 84, № 1. - С. 141-145.
42. Кондратьев А.С., Люблинская И.Е., Уздин В.М. Кинетическая теория сверхтекучей ферми-жидкости// Высокотемпературная сверхпроводимость. - Л.: Машиностроение, 1991. - Вып. 2. - С. 378-432.
43. Кондратьев А.С., Уздин В.М. Ферми-жидкостной подход в теории переходных магнитоупорядоченных металлов// Вестник ЛГУ. - 1982. - № 22. - С. 86-89.
44. Кондратьев А.С., Уздин В.М. Электронная жидкость магнитоупорядоченных металлов. - Л.: Изд-во Ленинградского университета, 1988. - 200 с.
45. Кравченко А.Ф., Митин В.В., Скок Э.М. Явления переноса в полупроводниковых пленках. - Новосибирск: Наука, 1979. - 256 с.
46. Кулеев И.Г. Недиagonальные кинетические коэффициенты электронно-примесных систем в квантующем магнитном поле// ФММ. - 1970. - Т. 30. - С. 255-263.
47. Кучма А.Е. Коллективные свойства электронов в размерно-квантованных пленках и поверхностных слоях: Дис. ... Докт. физ.-мат. наук/ Ленинградский гос. ун-т. - Л., 1989. - 250 с.
48. Кучма А.Е., Рогошкина И.В. К теории термо-э.д.с. квазидвумерного слоя в квантующем магнитном поле// Вестник ЛГУ. - 1990. - Сер. 4. - вып. 3, № 12. - С. 86-88.
49. Ландау Л. Д. Теория ферми-жидкости// ЖЭТФ. - 1956. - Т. 30. - С. 1058-1064.
50. Ландау Л. Д. К теории ферми-жидкости// ЖЭТФ. - 1958. - Т. 35. - С. 97-103.
51. Ландау Л. Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 10. Физическая кинетика. - М.: Наука, 1979. - 528 с.

52. Лифшиц И.М., Косевич А.М. Об осцилляциях термодинамических величин для вырожденного ферми-газа при низких температурах// Известия АН СССР. Сер. физ. - 1955. - Т. 19. - С. 395-403.
53. Луцкий В.Н., Корнеев Д.И., Елинсон М.И. О наблюдении квантовых размерных эффектов в пленках висмута методом туннельной спектроскопии// Письма в ЖЭТФ. - 1966. - Т. 4. - С. 267-270.
54. Межов-Деглин Л.П., Неминский А.И. Особенности в термо-э.д.с. чистого индия при низких температурах// ФНТ. - 1989. - Т. 15, № 1. - С. 103-105.
55. Мейланов Р.П. Обобщенное квантово-кинетическое уравнение для проводящих неупорядоченных сред// Известия ВУЗов. Физика. - 1989. - № 5. - С. 14-20.
56. Мигдал А.Б. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. - М.: Наука, 1983. - 430 с.
57. Образцов Ю.Н. К теории термомагнитных явлений в металлах и полупроводниках в квантующих магнитных полях// ФТТ. - 1964. - Т. 6. - С. 414-421.
58. Образцов Ю.Н. Термо-э.д.с. полупроводников в квантующем магнитном поле// ФТТ. - 1965. - Т. 7. - С. 573-581.
59. Окулов В.И., Силин В.П. Влияние взаимодействия электронов проводимости на квантовые спиново-акустические волны в металлах/ В сб: Исследования по физике кинетических явлений. - Свердловск: УНЦ АН СССР, 1984. - С. 23-36.
60. Пайнс Д., Нозьер Ф. Теория квантовых жидкостей. - М.: Мир, 1967. - 382 с.
61. Песчанский В.Г., Азбель М.Я. Магнетосопротивление полуметаллов// ЖЭТФ. - 1968. - Т. 55. - С. 1980-1996.
62. Получение гетероструктур с двумерным электронным газом

- методом стандартной жидкофазной эпитаксии/ Л. В. Голубев, А. М. Крещук, С. В. Новиков и др. // ФТП. - 1989. - Т. 22, № 11. - С. 1948-1954.
63. Силин В. П. К теории вырожденной электронной жидкости // ЖЭТФ. - 1957. - Т. 33, № 2. - С. 495-500.
64. Силин В. П. Электромагнитные волны в металлах и теория электронной жидкости // ФММ. - 1970. - Т. 29. - С. 681-734.
65. Силин В. П. Введение в кинетическую теорию газов. - М.: Наука, 1971. - 331 с.
66. Силин В. П. К теории коллективного описания взаимодействия электронов в твердом теле // ФММ. - 1956. - Т. 3. - С. 193-199.
67. Тавгер Б. А., Демиховский В. Я. Квантовые размерные эффекты в полупроводниковых и полуметаллических пленках // УФН. - 1968. - Т. 96. - С. 61-86.
68. Эдельштейн В. М. Проводимость двумерного электронного газа // ЖЭТФ. - 1980. - Т. 31. - С. 60-62.
69. A study of parallel conduction and quantum Hall effect in GaInAs-AlInAs heterojunctions using magnetotransport measurements under hydrostatic pressure. / G. Gregoris, J. Beerens, S. Ben Amor, et al. // J. Phys. C.: Solid State Phys. - 1987. - Vol. 20, N 3. - P. 425-440.
70. Altshuler B. L., Aronov A. G., Khmel'nitskii D. E. Effects of electron-electron collisions with small energy transfer on quantum localisation // J. Phys. C. - 1982. - V. 15. - P. 7367-7386.
71. Ando T., Aoki H. Critical localisation and low-temperature transport in two-dimensional Landau quantization // Surface Sci. - 1986. - Vol. 170, N 1-2. - P. 249-255.
72. Ando T., Fowler A., Stern F. Electronic properties of

two-dimensional systems// Rev. Mod. Phys.- 1982.- Vol. 54. N 2.- P. 437-672.

73. Aoki H., Ando T. Effect of localisation on the Hall conductivity in the two-dimensional system in strong magnetic fields// Solid State Commun.- 1981.- Vol. 38.- P. 1079-1082.

74. Arkhincheev V.E., Batiyev E.G. On the theory of the quantum Hall effect in inhomogeneous medium// Solid State Commun.- 1989.- Vol. 71, N 12.- P. 1059-1060.

75. Arora V.K., Awad F.G. Quantum size effect in semiconductor transport// Phys. Rev. B.- 1981.- Vol. 23.- P. 5570-5575.

76. Askerov B.M., Kuliev B.J., Figarova S.R. Electron transport phenomena in conductive films// Phys. Stat. Sol.- 1984.- Vol. 121(b), N 1.- P. 11-37.

77. Averbach R.S., Wagner D.K. Low-temperature magnetothermoelectric power of aluminium// Solid State Comm.- 1972.- Vol. 11, N 9.- P. 1109-1113.

78. Bertoni R., Krivan A.M., Ferry D.K. A quantum kinetic equation for high-field transport in semiconductors// J. Phys.: Condens. Matter.- 1990.- Vol.1, N 27.- P. 5991-6006.

79. Bertoni R., Krivan A.M., Ferry D.K. Airy-coordinate technique for non-equilibrium Green's function approach to high-field quantum transport// Phys. Rev. B.- 1990.- Vol.41, N 3.- P. 1390-1400.

80. Butcher P.N. Thermal and electric transport formalism for electronic microstructures with many terminals// J. Phys.: Condens. Matter.- 1990.- Vol. 2, N 22.- P. 4869-4878.

81. Cage M.E. Semiclassical scattering corrections to the quantum Hall effect conductivity and resistivity tensors// J. Phys.:

- Condenc. Matter. - 1989. - Vol. 1, N 32. - P. 5531-5534.
82. Cantrell D.G., Butcher P.N. A calculation of the phonon-drag contribution to the thermopower of quasi-2D electrons coupled to 3D phonons. II. Applications// J. Phys. C: Solid State Phys. - 1987. - Vol. 20, N 13. - P. 1993-2003.
83. Cantrell D.G., Butcher P.N. A calculation of the phonon-drag contribution to the thermopower of quasi-2D electrons coupled to 3D phonons. I. General theory// J. Phys. C: Solid State Phys. - 1987. - Vol. 20, N 13. - P. 1985-1992.
84. Cantrell D.G., Butcher P.N. // J. Phys. C: Solid State Phys. - 1986. - Vol. 19. - P. L429-L432.
85. Cho A.Y., Arthur J.R. Molecular Beam epitaxy// Progress. in Solid State Chemistry/ Ed. by J.O. McCaldin, G. Somorjai - Oxford: Pergamon, 1976. - Vol. 10. - P. 157-191.
86. Chu-Xing Chen. On the theory of galvanomagnetic transport properties of continuous double- and multiple-layer metallic thin films// J. Phys.: Condenc. Matter. - 1989. - Vol. 1, N 25. - P. 3919-3929.
87. Datta S. A simple kinetic equation for steady-state quantum transport// J. Phys.: Condens. Matter. - 1990. - Vol. 2, N 40. - P. 8023-8052.
88. Drift resonance in the quantum Hall effect/ S.M. Chudinov, V.A. Kulbachinskii, Yu.A. Lozovik, D.Yu. Rodichev// Solid State Commun. - 1990. - Vol. 73, N 8. - P. 583-588.
89. Dupuis R.D., Dapkus P.D. Preparation and properties of  $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ -GaAs heterostructure lasers grown by metalorganic chemical vapor deposition// IEEE J. Quant. Electron. - 1979. - Vol. QE-15. - P. 128-135.

90. Esaki L., Chang L.L. Semiconductors superfine structures by computer-controlled molecular-beam epitaxy// Thin Solid Films.- 1976.- Vol. 36.- P. 285-298.
91. Fletcher R., D'Orio M., Moore W.T., Stoner R. A search for trends in the thermopower of GaAs-Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As heterojunctions// J. Phys. C.: Solid State Phys.- 1988.- Vol. 21, N 14.- P. 2681-2694.
92. Fletcher R., Maan J.G., Ploog K. Thermoelectric properties of GaAs-Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As heterojunctions at high magnetic fields// Phys. Rev. B.- 1986.- Vol. 33.- P. 7122-7133.
93. Funato K., Ishibashi A., Mori Y. Magnetoconductance of an ultra-small  $\delta$ -doped GaAs channel grown by metalorganic chemical vapor deposition// Solid State Commun.- 1990.- Vol. 75, N 12.- P. 963-968.
94. Gerhardt R.R., Zhang C. Quantum magneto-transport theory for two-dimensional electron systems with unidirectional periodic modulation// Surface Sci.- 1990.- Vol. 229, N 1-3.- P. 92-95.
95. Girvin S.M., Jonson M. Inversion layer thermopower in high magnetic field// J. Phys C: Solid State Phys.- 1982.- Vol. 15, N 11.- P. L1147-L1151.
96. Govindaraj G., Devanathan V. Size-dependent quantum and classical transport in metallic thin films// Thin Solid Films.- 1988.- Vol. 164.- P. 141-146.
97. Grunwald A., Hajdu J. Thermoelectric effects in quantum Hall-regime// Sol. St. Comm.- 1987.- Vol. 63.- P. 289-293.
98. Hall effect, magnetoresistance and critical fields of UBe<sub>13</sub> thin films/ J.D.Hettinger, N.A.Forune, J.S.Brooks et al// Solid State Commun.- 1989.- Vol. 71, N 9.- P. 773-777.
99. Halperin B.I. The quantized Hall effect// Scientific.

- Americ. - 1986. - Vol. 254, N 4. - P. 40-48.
100. Hansch W., Mahan G.D. Thermopower in high magnetic fields: electron-phonon mass enhancement// Phys. Rev. B. - 1983. - V. 28, N 4. - P. 1886-1901.
101. Harris J.J., Pals J.A., Woltjer R. Electronic transport in low-dimensional structures// Rep. Progr. Phys. - 1989. - Vol. 52, N 9-11. - P. 1217-1266.
102. Hedin L. New method for calculation the one-particle Green's function with application for the electron gas problem// Phys. Rev. - 1965. - V. 139. - P. A796-823.
103. Hershfield S., Ambegaokar V. Transport equation for weakly localized electrons// Phys. Rev. B. - 1986. - V. 34, N 4. - P. 2147-2151.
104. High magnetic field studies of the two-dimensional electron gas in GaInAs-InP Suprlattice/ J.C.Portal, R.J.Nicholas, M.A.Brummel et al.// Appl. Phys. Lett. - 1983. - Vol. 43, N 3. - P. 293-295.
105. Itoh M. The Hall effect in the ladder approximation// J. Phys.: Condens. Matter. - 1990. - Vol. 2, N 24. - P. 5357-5363.
106. Ivanov I., Pollmann J. Microscopic approach to the quantum size effect in superlattices// Solid State Commun. - 1980. - Vol. 32. - P. 869-872.
107. Jalabert R., Sarms S.D. Many-body effects in GaAs-based two-dimensional electron system// Surface Sci. - 1990. - Vol. 229, N 1-3. - P. 405-409.
108. Jauho A.P. Integral formulation of transport equations: Quantum theory versus Boltzmann equation// Phys. Rev. B. - 1985. - Vol. 32, N 4. - P. 2248-2253.

109. Jauho A.P. A model of dynamical disorder in a uniform time-dependent electric field// Journal Phys. A. - 1987. - V. 20. - P. 2895-2902.
110. Jauho A.P., Wilkins J.W. Theory of high-electric-field quantum transport for electron-resonant impurity systems// Phys. Rev. B. - 1984. - V. 29, N 4. - P. 1919-1938.
111. Jones B.L, McClure J.W. Normal Fermi-liquid theory for electrons in solids// Phys. Rev. - 1965. - V. 143, N 1. - P. 133-147.
112. Kletowski Z. Thermoelectric power of the  $REIn_3$  single crystals, where RE = La, Ce, Pr, Nd, Sm, Gd, Ho, Er, Tm and Lu// Solid State Commun. - 1989. - Vol. 72, N 9. - P. 901-904.
113. Kondratyev A.S., Lyublinskaya I.E., Uzdin V.M. The low-temperature thermomagnetic properties of thin films in high magnetic fields// 17-th International Conference on Metallurgical Coatings and 8-th International Conference on Thin Films. San Diego, California. April 2-6, 1990: Abstracts. - P. A-65.
114. Kondratyev A.S., Lyublinskaya I.E., Uzdin V.M. Transport phenomena in thin films in conditions of quantum size effect// IX Yugoslavian Vacuum Congress. Gozd Martuljek, Yugoslavia. April 17-20, 1990: Proceedings. - P. 193-203.
115. Langreth D.C., Wilkins J.W. Theory of spin resonance in dilute magnetic alloys// Phys. Rev. B. - 1972. - V.6, N 9. - P. 3189-3227.
116. Laughlin R.B. Quantized Hall conductivity in two dimensions// Phys. Rev. B. - 1981. - Vol. 23. - P. 5632-5633.
117. Lipavsky P., Spicka V., Velicky B. Generalized Casimir-Baym ansatz for deriving quantum transport equations// Phys. Rev. B. -

1986. - V. 34, N 10. - P. 6933-6942.

118. Luttinger J.M., Nozieres P. Derivation of the Landau theory of Fermi-liquids// *Rhys. Rev.* - 1962. - Vol. 127. - P. 1423-1431.

119. Lyo S.K. Phonon-drag thermoelectric power in high magnetic fields in heterojunctions// *Surf. Sci.* - 1990. - Vol. 228, N 1-3. - P. 493-496.

120. Mackinnon A. Scaling and the Quantum Hall effect// *J. Phys.: Condenc. Matter.* - 1989. - Vol. 1, N 51. - P. 10407-10411.

121. Magnetoresistance and Hall effect in disordered two-dimensional electron gas/ B.L.Altshuler, D.Khmel'nitzkii, A.I.Larkin, P.A.Lee// *Phys. Rev. B.* - 1980. - Vol. 22. - P. 5142-5153.

122. Magnetoresistance of 2D electrons on helium below 1K/ A.O.Stone, P.Fozooni, M.J.Lea, J.Frost// *Surf. Sci.* - 1990. - Vol. 229, N 1-3. - P. 359-361.

123. Mahan G.D. Quantum transport equation for electric and magnetic fields// *Phys. Rep.* - 1987. - Vol. 145, N 5. - P. 251-318.

124. Maksym P.A. The electrical conductivity of interacting 2D electrons in a magnetic field// *J. Phys. C: Solid State Phys.* - 1987. - Vol. 20, N 3. - P. L25-L31.

125. Mani R.G., Anderson J.R. Inhomogeneous broadening and the breakdown of the Quantum Hall effect in GaAs/AlGaAs// *Solid State Commun.* - 1989. - Vol. 72, N 9. - P. 949-954.

126. Measurements of thermoelectric power in two-dimensional systems/ T.H.H.Vuong, R.J.Nicholas, M.A.Brummell et al// *Surface Sci.* - 1986. - Vol. 170, N 1-2. - P. 298-303.

127. Nozieres P. Theory of interacting Fermi-systems. - N.Y., 1964. - 370 p.

128. Obloch H., von Klitzing K., Ploog K. Thermopower measurements on the two-dimensional electron gas of GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterostructures// Surf. Sci.- 1984.- Vol. 142.- P. 236-240.
129. Oji H. Thermomagnetic effects in two-dimensional electron systems// J. Phys C: Solid State Phys.- 1984.- Vol. 17, N 17.- P. 3059-3066.
130. Oji H. Thermopower and thermal conductivity in two-dimensional systems in a quantizing magnetic field// Phys. Rev. B.- 1984.- Vol. 29, N 6.- P. 3148-3152.
131. Prange R.E., Kadanoff L.P. Transport theory for electron-phonon interaction in metals// Phys. Rev.- 1964.- V. 134.- P. 566-580.
132. Prange R.E., Sachs A. Transport phenomena in the simple metals// Phys. Rev.- 1967.- V. 158.- P. 672-682.
133. Reggiani L., Luglie P., Jauho A.P. Monte Carlo algorithms for collisional broadening and intracollisional field effect in semiconductor high-field transport// J. Appl. Phys.- 1988.- Vol. 64, N 6.- P. 3072-3078.
134. Riess J. Nonclassical scattering dynamics in the quantum Hall regime// Phys. Rev. B.- 1990.- Vol. 41, N 8.- P. 5251-5257.
135. Schwinger J. On the Green's function of quantized fields// Proc. Nat. Acad. Sci. US.- 1951.- V. 37.- P. 452-459.
136. Size effect in the Quantum Hall regime/ H.Z.Zheng, K.K.Choi, D.C.Tsui, G.Weinmann// Surface Sci.- 1986.- Vol. 170, N 1-2.- P. 209-213.
137. Smith R.P., Closs H., Stiles P.J. Thermoelectric effects in silicon MOSFETs in high magnetic fields// Surf. Sci.- 1984.- Vol.

- 1429, N 1-3. - P. 246-248.
138. Smith V.D., Deering W.D. Size effect on the galvanomagnetic properties of a semiconductor// J. Appl. Phys. - 1982. - Vol. 53, N 1. - P. 502-506.
139. Streda P. Thermomagnetic coefficients of inversion layer in high magnetic field// J. Phys C: Solid State Phys. - 1983. - Vol.16, N 12. - P. L369-L374.
140. Syme R.T., Pepper M. Observation of localisation and interaction corrections to the conductivity and thermopower of a two-dimensional electron gas// J. Phys.: Condenc. Matter. - 1989. - Vol. 1, N 16. - P. 2747-2753.
141. Taboryski R., Veje E., Lindelof P.E. Quantum corrections to the conductivity observed at intermediate magnetic fields in a high-mobility GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As two-dimensional electron gas// Phys. Rev. B. - 1990. - Vol. 41, N 5. - P. 3287-3290.
142. Tellier C.R., Tossier A.J. Size effects in thin films. Thin films science and technology. - Amsterdam: Elsevier Sci. Publisching Comp., 1982. - 310 p.
143. The Quantum Hall effect/ Ed. by R.E.Prange, S.M.Girvin. - N.Y.: Springer, 1987. - 419 p.
144. Thermoelectric power of GaAs-GaAlAs heterostructures in high magnetic fields/ T.H.H.Vuong, R.J.Nicholas, M.A.Brummell et al// Solid State Commun. - 1986. - Vol. 57, N 6. - P. 381-384.
145. Thermoelectric power of GaInAs-InP and GaInAs-AlInAs heterojunctions in a magnetic field/ M.A.Brummell, T.H.H.Vuong, R.J.Nicholas et al// Solid State Commun. - 1986. - Vol. 57, N 6. - P. 377-380.
146. Thermoelectric power of the two-dimensional electron gas in

GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterostructures/ J.S. Davidson, E.D. Dahlberg, A.J. Valois, G.Y. Robinson// Phys. Rev. B. - 1986. - Vol. 33. - P. P. 8238-8245.

147. Thermomagnetic behavior of the two-dimensional electron gas in GaAs-Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As heterostructures/ H. Obloch, K. von Klitzing, K. Ploog, G. Weinmann// Surface Sci. - 1986. - Vol. 170, N 1-2. - P. 292-297.

148. Tsui D.C., Logan R.A. Observation of two-dimensional electrons in LPE-grown GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterojunctions// Appl. Phys. Lett. - 1979. - Vol. 35. - P. 99-101.

149. von Klitzing K., Dorda G., Pepper M. New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized Hall resistance// Phys. Rev. Lett. - 1980. - Vol. 45. - P. 494-497.

150. Weisz J.F., Claro F., Pastawski H.M. Hall effect in narrow channels// Phys. Rev. B. - 1990. - Vol. 45, N 5. - P. 3105-3108.

151. Woltjer R. Experiment and theory of the Quantum Hall effect with inhomogeneous electron density// Surf. Sci. - 1988. - Vol. 196, N 1-3. - P.

152. Yarlagadda S., Guiliani G.F. Many-body local fields and quasiparticle renormalization effects in two-dimensional electronic systems// Surface Sci. - 1990. - Vol. 229, N 1-3. - P. 410-414.

153. Zawadski W., Lassnig R. Magnetization, specific heat, magneto-thermal effect and thermoelectric power of two-dimensional electron gas in quantizing magnetic field// Surface Sci. - 1984. - Vol. 142, N 1-3. - P. 225-235.

A  
16931