

Отзыв научного руководителя

на выпускную квалификационную работу

“Длинные циклы в графах”

Кароля Николая Андреевича

Работа Николая Кароля относится к достаточно хорошо изученной области теории графов — задачам о поисках различных путей и циклах в графах. Начало этой области положили классические работы Дирака и Оре о существовании гамильтоновых путей и циклов, датированные 50-ми годами XX века, продолженные позже работами Хватала. Именно оттуда — из работ Оре и Хватала — происходит часть методов, использованных Николаем в доказательствах.

Позже, в 1976 году, появилась работа Натана Линиала о существовании в двусвязном графе простого цикла длины не меньше, чем минимум сумм степеней пар несмежных вершин (если конечно такой минимум не превосходит числа вершин в графе). Идейно эта статья ближе всего к работе Николая Кароля, где также речь идет о двусвязном графе. Николай доказал, что в двусвязном графе на n вершинах, минимальная степень вершин которого не менее чем $\frac{n+2}{3}$, существует такой простой цикл, что все не входящие в него вершины образуют независимое множество. Кроме того, Николай доказал, что константу $\frac{n+2}{3}$ нельзя заменить на меньшую, построив серию контрпримеров для всех $n \geq 8$.

Тут необходимо упомянуть работу классика современной теории графов Карстена Томассена, в которой доказана гипотеза Пламмера о гамильтоновой связности 4-связного планарного графа и дано более короткое доказательство теоремы Татта о существовании гамильтонова цикла в 4-связном планарном графе. Все это было следствием доказанной Томассеном теоремы о пути специального вида в двусвязном планарном графе, из которой также выведено, что в трёхсвязном и одновременно 4-реберно связном кубическом планарном графе для любой пары вершин есть соединяющий их путь, все не входящие в который вершины образуют независимое множество. Отсюда следует и существование цикла с аналогичными свойствами. Таким образом, тема дипломной работы мне представляется актуальной.

Некоторое время назад я увидел задачу о том, что в графе на n вершинах с минимальной степенью не менее $\frac{n}{3}$ без гамильтонова пути есть такой цикл, что все не входящие в него вершины образуют независимое множество. Я высказал Николаю идею, что в двусвязном графе это верно и без условия отсутствия гамильтоновых путей. Николай полностью самостоятельно исследовал ситуацию и установил, что константу $\frac{n}{3}$ нужно заменить на $\frac{n+2}{3}$ также самостоятельно. Моя роль сводилась на этом этапе к чтению и проверке его доказательств. Хочу отметить, что Николай изначально писал свои доказательства чрезвычайно подробно и в очень ясном стиле, такой степени подробности я еще ни у кого не встречал. Конечно, это повышает объем доказательств (я сам бы записал многие из них намного короче!), но зато читать их просто, а понимать легко. Николай нарисовал к доказательствам множество иллюстраций (хотя я всегда считал, что картинки в графских доказательствах важны, но столько бы рисовать не стал!), но опять же это лишь упрощает чтение работы.

Считаю, что выпускная квалификационная работа Н. А. Кароля является хорошим научным исследованием, выполненным самостоятельно, и безусловно заслуживает оценки **“отлично”**. Думаю, что эта работа должна быть опубликована и является хорошим заделом для дальнейших исследований.

Научный руководитель, д. ф.-м. н.

Д. В. Карпов